

zbiór zadań

Matematyka

z plusem

7



gdańskie
wydawnictwo
oświatowe





Jacek Lech Marek Pisarski Marcin Braun

Matematyka 7

z plusem

Zbiór zadań dla klasy siódmej
szkoły podstawowej

gdańskie
wydawnictwo
oświatowe



Redakcja: *Elżbieta Bagińska-Stawiarz*

Korekta merytoryczna: *Agnieszka Dąbrowska, Hanna Lenz-Terlecka, Mirosława Nawrot, Agnieszka Putrycz, Agnieszka Szulc*

Korekta językowa: *Grażyna Kompowska*

Projekt graficzny: *Sławomir Kilian, Jarosław Zakrzewski*

Ilustracje: *Sławomir Kilian*

Grafika komputerowa: *Leszek Jakubowski, Joanna Szyller*

Skład (T_EX): *Maria Chojnicka, Joanna Szyller*

ISBN 978-83-8118-587-5

© Copyright by Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe

Wydawca: Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, 80-309 Gdańsk, al. Grunwaldzka 413

Gdańsk 2017. Wydanie pierwsze

Niniejsza publikacja podlega ochronie przewidzianej w przepisach Ustawy z dnia 4.02.1994 r. o prawie autorskim i prawach pokrewnych. Każdy przypadek kopiowania lub zwielokrotniania fragmentu lub całości publikacji stanowi niedozwolone naruszenie praw twórcy lub wydawcy, o ile nie odbywa się zgodnie z przepisami wyżej wymienionej ustawy.

Wszystkie książki Wydawnictwa są dostępne w sprzedaży wysyłkowej.

Zamówienia można składać w księgarni internetowej: www.ksiegarnia.gwo.pl

lub nadsyłać listownie pod adresem:

Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe

80-876 Gdańsk 52, skrytka pocztowa 59

tel. 801 643 917, 58 340 63 63

fax 58 340 63 61, 58 340 63 66

<http://www.gwo.pl> e-mail: handel@gwo.pl

SPIS TREŚCI

Od Autorów	5
------------------	---

I Liczby i działania

1. Liczby	6
2. Rozwinięcia dziesiętne liczb wymiernych	9
3. Zaokrąglanie liczb. Szacowanie wyników	11
4. Dodawanie i odejmowanie liczb dodatnich	14
5. Mnożenie i dzielenie liczb dodatnich	17
6. Wyrażenia arytmetyczne	21
7. Działania na liczbach dodatnich i ujemnych	24
8. Oś liczbowa. Odległości liczb na osi liczbowej	28
9. Zadania testowe	30

II Procenty

1. Procenty i ułamki	34
2. Diagramy procentowe	38
3. Jaki to procent?	43
4. Obliczanie procentu danej liczby	46
5. Podwyżki i obniżki	50
6. Obliczanie liczby, gdy dany jest jej procent	53
7. O ile procent więcej, o ile mniej. Punkty procentowe	56
8. Obliczenia procentowe	59
9. Zadania testowe	63

III Figury geometryczne

1. Proste i odcinki	65
2. Kąty	68
3. Trójkąty	72
4. Przystawanie trójkątów	75
5. Czworokąty	78
6. Wielokąty foremne	82
7. Pole prostokąta. Jednostki pola	85
8. Pola wielokątów	89
9. Układ współrzędnych	93
10. Zadania testowe	96

IV Wyrażenia algebraiczne

1. Do czego służą wyrażenia algebraiczne?	102
2. Wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych	108
3. Jednomiany	112
4. Sumy algebraiczne	115
5. Dodawanie i odejmowanie sum algebraicznych	120
6. Mnożenie jednomianów przez sumy algebraiczne	123
7. Mnożenie sum algebraicznych	127
8. Zadania testowe	130

V Równania

1. Do czego służą równania?	134
2. Liczby spełniające równania	138
3. Rozwiązywanie równań	140
4. Zadania tekstowe	144
5. Procenty w zadaniach tekstowych	150
6. Przekształcanie wzorów	154
7. Zadania testowe	156

VI Potęgi i pierwiastki

1. Potęga o wykładniku naturalnym	160
2. Iloczyn i iloraz potęg o jednakowych podstawach	164
3. Potęgowanie potęgi	166
4. Potęgowanie iloczynu i ilorazu	169
5. Działania na potęgach	172
6. Notacja wykładnicza	175
7. Notacja wykładnicza (cd.)	177
8. Pierwiastki	180
9. Działania na pierwiastkach	186
10. Zadania testowe	189

VII Graniastosłupy

1. Przykłady graniastosłupów	194
2. Siatki graniastosłupów. Pole powierzchni	197
3. Objętość prostopadłościanu. Jednostki objętości	200
4. Objętość graniastosłupa	203
5. Zadania testowe	206

VIII Statystyka

1. Odczytywanie danych statystycznych	210
2. Co to jest średnia?	217
3. Zbieranie i opracowywanie danych statystycznych	220
4. Zdarzenia losowe	225
5. Zadania testowe	228
 Odpowiedzi	 233

Od Autorów

Niniejszy zbiór obejmuje materiał z matematyki omawiany w siódmej klasie szkoły podstawowej. Układ zagadnień jest dostosowany do programu *Matematyka z plusem*. Książka ta może jednak służyć uczniom i nauczycielom niezależnie od wybranego programu.

Każdy dział składa się z jednostek tematycznych podzielonych na cztery części. Pierwsza — *Przypomnij sobie* — zawiera proste ćwiczenia, których celem jest powtórzenie elementarnych wiadomości (także z klasy szóstej szkoły podstawowej). Druga część — *Poćwicz* — obejmuje zadania, które pomagają opanować podstawowe umiejętności z danego tematu. W części trzeciej — *Pomyśl* — znalazły się zadania na zastosowanie, problemowe oraz wymagające uzasadnienia lub opracowania własnej strategii. Ostatnia część — *Sprawdź się* — to krótki test z kilkoma zadaniami.

Każdy dział kończy się modulem *Zadania testowe*. Zgromadzono w nim wiele zadań utrwalających wiedzę zdobytą z danego zakresu i doskonalących umiejętność rozwiązywania zadań zamkniętych.

Na końcu książki zamieszczono odpowiedzi do wszystkich zadań, a do trudniejszych — także wskazówki dotyczące rozwiązań.

Ponieważ dane liczbowe w wielu zadaniach z treścią są autentyczne (nie były dobierane tak, aby uprościć rachunki), to przy ich rozwiązywaniu uczniowie mogą używać kalkulatora i powinni zaokrąglać wyniki.

Dla wyróżnienia zadań trudnych przyjęliśmy następujące oznaczenie: *

1 Liczby

Przypomnij sobie

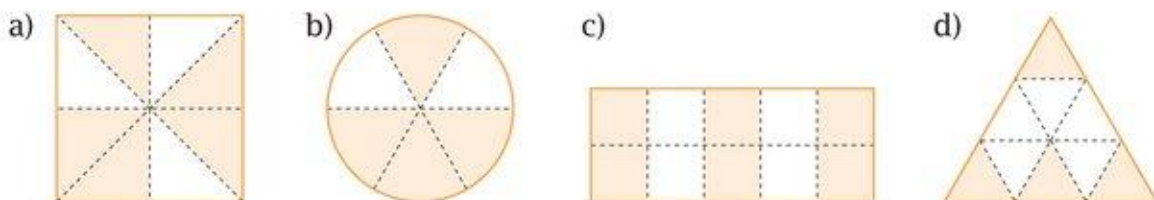
1. Która z podanych liczb jest większa?

- a) -23 czy -46 b) -123 czy 122 c) $-\frac{1}{2}$ czy $-\frac{1}{4}$

2. Oblicz.

- a) $|-9|$ b) $|989|$ c) $|0|$ d) $| -(-91) |$ e) $|-4,2|$ f) $|15\frac{1}{3}|$

3. Jaką część każdej figury zamalowano?



4. Ustal, ile ważyłby worek pełen kaszy, gdyby:

- a) $\frac{1}{2}$ worka ważyła 14 kg, c) $\frac{4}{5}$ worka ważyło 4 kg,
b) $\frac{3}{4}$ worka ważyło 12 kg, d) $1\frac{1}{6}$ worka ważyła 7 kg.

Poćwicz

5. Skróć ułamek i przedstaw go jako liczbę mieszaną.

- a) $\frac{10}{4}$ c) $\frac{90}{12}$ e) $\frac{750}{500}$ g) $\frac{121}{77}$ i) $\frac{132}{90}$ k) $\frac{585}{120}$
b) $\frac{125}{20}$ d) $\frac{900}{810}$ f) $\frac{8000}{1500}$ h) $\frac{210}{36}$ j) $\frac{192}{180}$ l) $\frac{484}{24}$

6. Zamień ułamek dziesiętny na zwykły (jeśli to możliwe, skróć otrzymany ułamek).

- a) 0,75 b) 0,8 c) 0,06 d) 0,44 e) 0,025 f) 0,675

7. Zamień ułamek zwykły na dziesiętny.

- a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{21}{50}$ d) $4\frac{17}{25}$ e) $\frac{19}{8}$ f) $\frac{73}{20}$ g) $\frac{77}{125}$

8. Zapisz podaną liczbę w postaci liczby mieszanej, a także ułamka dziesiętnego.

- a) $\frac{11}{10}$ b) $\frac{37}{20}$ c) $\frac{22}{5}$ d) $\frac{3030}{50}$ e) $\frac{81}{25}$ f) $\frac{53}{40}$ g) $\frac{17}{8}$

9. Która z podanych liczb jest większa?

- a) $1\frac{12}{23}$ czy $\frac{35}{23}$ d) 0,639 czy 0,641 g) $-2\frac{11}{12}$ czy $-2\frac{14}{15}$
 b) $1\frac{3}{51}$ czy $1\frac{3}{50}$ e) 7,77 czy $7\frac{3}{4}$ h) -2,103 czy -2,031
 c) $\frac{7}{9}$ czy $\frac{11}{13}$ f) $-\frac{47}{23}$ czy $-2\frac{2}{23}$ i) $-5\frac{2}{3}$ czy -5,6

10. Wśród poniższych liczb znajdź najmniejszą liczbę:

- a) naturalną, b) całkowitą, c) wymierną.

$$\frac{50}{7} \quad 2\frac{2}{7} \quad -\frac{132}{11} \quad -\frac{87}{12} \quad -\frac{42}{7} \quad \frac{25}{8} \quad -\frac{143}{8} \quad -\frac{42}{6} \quad \sqrt{4} \quad \frac{36}{12} \quad \frac{30}{24}$$

11. Wymień wszystkie liczby całkowite x , które spełniają podany warunek.

- a) $2\frac{2}{3} < x < 4\frac{2}{3}$ c) $11 < x < 15,8$ e) $-7,2 < x < -4$ g) $-2,2 < x \leq 1$
 b) $5\frac{7}{9} < x \leq 10$ d) $-6 < x < -2$ f) $-10 < x \leq -6,3$ h) $-5,1 < x < 0,7$

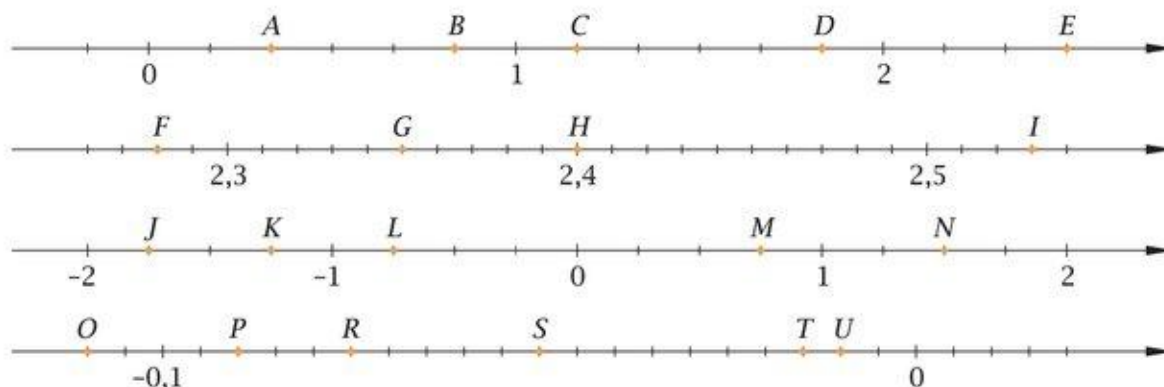
12. Podaj odwrotność liczby.

- a) $\frac{4}{5}$ c) $-\frac{1}{3}$ e) $1\frac{2}{3}$ g) 0,25 i) 1,2 k) 1,125
 b) $\frac{1}{3}$ d) $-\frac{7}{2}$ f) $2\frac{1}{4}$ h) -0,5 j) -1,8 l) 2,5

13. Podaj liczbę przeciwną do danej.

- a) 5 c) $\frac{1}{5}$ e) 0 g) 5,4 i) $-|12|$ k) $|-3,4|$
 b) -7 d) $-\frac{2}{3}$ f) -7,2 h) $|-10|$ j) $-|3\frac{6}{7}|$ l) $|-(12\frac{1}{2})|$

14. Jakie liczby oznaczono literami na osiach liczbowych?

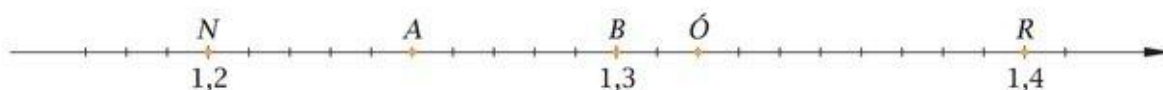


15. Dopasuj podane liczby do odpowiednich punktów na osi liczbowej.

a) 4,2 4,6 $2\frac{1}{2}$ $2\frac{1}{5}$ 3,3



b) $\frac{13}{10}$ $1\frac{1}{4}$ $\frac{7}{5}$ 1,32 $\frac{6}{5}$



c) 2,346 $2\frac{17}{50}$ 2,357 $\frac{47}{20}$



Pomyśl

16. Podaj przykład takiej liczby a , żeby ułamek $\frac{a}{13}$ był:

- a) większy od 2, c) mniejszy od 1,
b) większy od 13, d) mniejszy od -4 .

17. Podaj:

- a) wszystkie dodatnie ułamki mniejsze od 1, których mianownik jest równy 5,
b) wszystkie ułamki większe od 1, których licznik wynosi 7,
c) wszystkie ułamki większe od -2 i mniejsze od $\frac{1}{2}$, których mianownik jest równy 4.

18. Znajdź największą liczbę całkowitą, która jest mniejsza od podanej liczby.

- a) 0 b) -3 c) $5\frac{3}{5}$ d) 3,24 e) $-\frac{32}{3}$ f) $-6,7$

19. Narysuj oś liczbową i zaznacz na niej:

- a) liczbę przeciwną do odwrotności liczby $-13\frac{1}{4}$,
b) odwrotność liczby przeciwnej do liczby $-13\frac{1}{4}$,
c) liczbę przeciwną do odwrotności liczby $25\frac{2}{3}$,
d) odwrotność liczby przeciwnej do liczby $25\frac{2}{3}$.

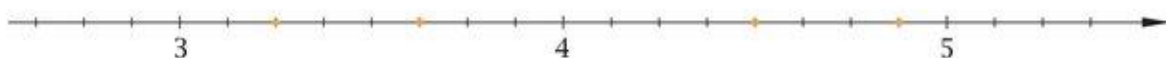
20. Znajdź trzy liczby, które są większe od $\frac{3}{5}$ i jednocześnie mniejsze od $\frac{5}{7}$.

Sprawdź się

1. Która z podanych liczb nie jest równa 0,625?

- A. $\frac{5}{8}$ B. $\frac{125}{200}$ C. $\frac{30}{48}$ D. $\frac{150}{288}$

2. Na osi liczbowej zaznaczono kilka punktów.



Której z wymienionych liczb nie odpowiada żaden z tych punktów?

- A. $\frac{29}{8}$ B. 3,25 C. $\frac{45}{10}$ D. $\frac{19}{4}$

3. Wszystkie ułamki niewłaściwe o mianowniku 3, które są większe od 3 i mniejsze od 5, wypisano w kolejności od największego do najmniejszego. Czwarty w tym ciągu był ułamek:

- A. $\frac{11}{3}$ B. $\frac{12}{3}$ C. $\frac{13}{3}$ D. $\frac{14}{3}$

2 Rozwinięcia dziesiętne liczb wymiernych

Przypomnij sobie

1. Zapisz iloraz w postaci ułamka zwykłego.

- a) 23 : 45 b) 67 : 11 c) 125 : 2198 d) 127 : 97

2. Podziel w pamięci licznik przez mianownik ułamka.

- a) $\frac{6}{2}$ b) $\frac{123}{3}$ c) $\frac{217}{7}$ d) $\frac{510}{5}$ e) $\frac{64}{4}$ f) $\frac{66}{6}$

3. Zapisz ułamek dziesiętny w postaci ułamka zwykłego (skróć go, jeśli to możliwe).

- a) 0,125 b) 0,25 c) 0,625 d) 0,45 e) -0,96 f) -0,85

4. Wykonaj dzielenie sposobem pisemnym. Wynik zapisz w postaci ułamka dziesiętnego. Które z otrzymanych rozwinięć są skończone, a które — nieskończone?

- a) 17 : 40 c) 1423 : 25 e) 78 : 3 g) 348 : 9
b) 8 : 45 d) 2345 : 125 f) 124 : 7 h) 1296 : 11

Poćwicz

5. Znajdź rozwinięcie dziesiętne danej liczby.

- a) $\frac{5}{6}$ b) $\frac{7}{12}$ c) $2\frac{2}{9}$ d) $\frac{7}{8}$ e) $\frac{4}{3}$ f) $\frac{35}{11}$ g) $\frac{64}{15}$

6. Zamień rozwinięcie dziesiętne liczby na ułamek zwykły lub liczbę mieszaną.

- a) 0,6 b) 0,375 c) 1,625 d) 0,(3) e) 4,(6)

7. Wśród podanych liczb znajdź dwie liczby równe.

- a) $\frac{14}{21}$ $\frac{7}{15}$ 0,(6) b) 2,4 $\frac{36}{15}$ $2\frac{2}{3}$ c) $-\frac{56}{15}$ $-3\frac{8}{20}$ -3,4

8. Która z liczb jest większa?

- a) 5,24 czy 5,2(4) d) $6\frac{3}{5}$ czy 6,(6) g) 0,0(123) czy 0,(123)
 b) 4,3(8) czy 4,38 e) 7,(23) czy $7\frac{1}{4}$ h) 12,(070) czy 12,0(70)
 c) 2,5(6) czy 2,(56) f) 3,(05) czy 3,0(5) i) 4,(123) czy 4,1(230)

Pomyśl

9. Jaka jest setna cyfra po przecinku danej liczby?

- a) 83,237(7) b) 5,(21) c) 6,(314) d) 7,25(3872)

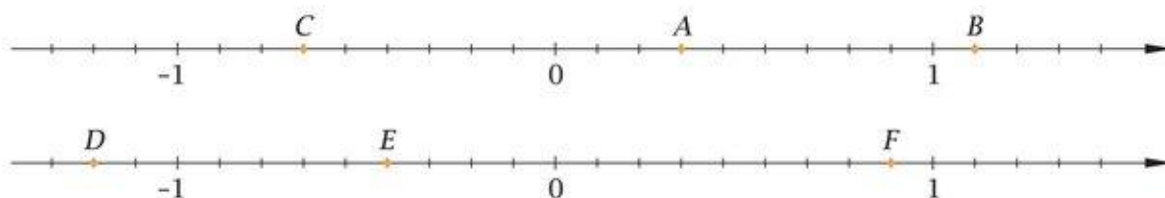
10. Wiadomo, że $1 : 9 = 0,(1)$. Wyznacz, nie wykonując dzielenia sposobem pisemnym, rozwinięcie dziesiętne danego ilorazu.

- a) $4 : 9$ b) $6 : 9$ c) $11 : 9$ d) $89 : 9$

11. Wiadomo, że $0,(01) = \frac{1}{99}$. Zamień podaną liczbę na ułamek zwykły lub liczbę mieszaną. Zapisz najprostszą postać.

- a) 0,(07) b) 0,(19) c) 2,(49) d) -42,(09)

12. Odczytaj liczby zaznaczone na osi liczbowej i zapisz ich rozwinięcia dziesiętne.



13. Porównaj podane ułamki na dwa sposoby:

- oblicz na kalkulatorze ich rozwinięcia dziesiętne i je porównaj,
- sprowadź ułamki do wspólnego mianownika i je porównaj.

a) $\frac{2}{7}$ i $\frac{3}{11}$ b) $\frac{5}{6}$ i $\frac{11}{13}$ c) $\frac{1}{57}$ i $\frac{2}{101}$

*14. Podaj przykład ułamka zwykłego, którego okres w rozwinięciu dziesiętnym składa się z 16 cyfr.

Sprawdź się

1. Tylko jedna z poniższych liczb jest równa 0,(428571). Wskaż tę liczbę.

A. $\frac{5}{14}$ B. $\frac{9}{14}$ C. $\frac{3}{7}$ D. $\frac{4}{7}$

2. Ania podała liczbę 0,(17631763) jako przykład takiej liczby, której okres składa się z 8 cyfr. Czy jej wybór był słuszny? Dlaczego?

3. Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F — jeśli jest fałszywe.

Liczba 9,0(1234) jest większa od liczby 9,(1234).	P	F
Liczba 10,(193) jest większa od liczby 10,(19).	P	F
Każda liczba dodatnia mniejsza od 1 o okresie 5-cyfrowym jest większa od dowolnej liczby mniejszej od 1 o okresie 4-cyfrowym.	P	F

3 Zaokrąglanie liczb. Szacowanie wyników

Przypomnij sobie

1. Która z poniżej zapisanych liczb nie jest zaokrągleniem liczby 98 456?

100 000 99 000 98 500 98 460

2. Jakiej cyfry brakuje w zaokrągleniu danej liczby?

a) $365 \approx 3 \square 0$ b) $281 \approx 2 \square 0$ c) $319 \approx \square 00$ d) $2541 \approx \square 000$

3. Nie wykonując rachunków na kalkulatorze ani sposobem pisemnym, ustal, którą z liczb: I czy II należy:
- | | | |
|---|---------|----------|
| a) podzielić przez 2, aby wynik był bliższy liczbie 700 | I. 1320 | II. 1630 |
| b) pomnożyć przez 9, aby wynik był bliższy liczbie 475 | I. 58 | II. 39 |
| c) dodać do 1250, aby wynik był bliższy liczbie 4752 | I. 3700 | II. 3698 |

Poćwicz

4. Podane liczby zaokrąglaj do:

- | | | | | | | |
|---------------|-----|-------|---------|---------|---------|------|
| a) tysięcy | 785 | 5296 | 172 529 | 413 900 | 199 726 | |
| b) setek | 26 | 245 | 19 766 | 20 957 | 79 975 | |
| c) dziesiątek | 8 | 67 | 93 | 167 | 2891 | 9996 |
| d) jedności | 0,4 | 32,45 | 123,703 | 21,09 | 19,9 | |

5. Podane liczby zaokrąglaj do:

- | | | | | | | |
|-----------------------|---------|---------|------------|----------|--------|--------|
| a) części dziesiątych | 0,087 | 1,234 | 23,4831 | 0,054 | 104,26 | 2,0076 |
| b) części setnych | 0,0052 | 0,02651 | 20,228 | 3,4732 | 0,0129 | 0,0045 |
| c) części tysięcznych | 1,00256 | 0,19952 | 1091,98612 | 19,09120 | 0,1234 | |

6. Podaną liczbę zaokrąglaj na trzy sposoby: do tysięcy, do setek oraz do dziesiątek.

- | | | | | | |
|--------------|-----------|------------|-----------|------------|---------|
| a) 4 231 144 | b) 12 345 | c) 324 728 | d) 29 749 | e) 793 990 | f) 9999 |
|--------------|-----------|------------|-----------|------------|---------|

7. Do jakiego rzędu zaokrąglono podaną liczbę?

- | | | |
|---------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| a) $2198,23 \approx 2200$ | c) $2825,23 \approx 2830$ | e) $49\,809,93 \approx 49\,810$ |
| b) $5,1983 \approx 5,198$ | d) $12\,798,23 \approx 13\,000$ | f) $7,98236 \approx 7,9824$ |

8. Oszacuj (bez wykonywania dokładnych obliczeń), która z liczb: I czy II różni się o mniej od wyniku podanego działania.

- | | | |
|------------------|---------|----------|
| a) $231 + 456$ | I. 690 | II. 680 |
| b) $734 - 150$ | I. 590 | II. 580 |
| c) $1221 + 1156$ | I. 2250 | II. 2350 |
| d) $1330 - 678$ | I. 650 | II. 660 |

9. Oszacuj (bez wykonywania dokładnych obliczeń), która z liczb: I czy II różni się o mniej od wyniku podanego działania.

- | | | |
|--------------------|-----------|-------------|
| a) $23 \cdot 45$ | I. 500 | II. 1000 |
| b) $1598 : 623$ | I. 2 | II. 20 |
| c) $531 \cdot 145$ | I. 10 000 | II. 100 000 |
| d) $2003 : 45$ | I. 50 | II. 500 |

Pomyśl

10. Oszacuj, które sumy są mniejsze od 2500.

$a = 982 + 1470$

$d = 210,2 + 2305$

$g = 1701,8 + 812,28$

$b = 312 + 2222$

$e = 1289 + 1209,76$

$h = 689,6 + 1879,65$

$c = 498 + 1999$

$f = 603 + 1900,4$

$i = 777,77 + 1732,32$

11. Oszacuj, które różnice są mniejsze od 2500.

$a = 3456 - 950$

$d = 4456 - 2234$

$g = 5496 - 2799$

$b = 3441 - 950$

$e = 4656 - 2134$

$h = 5456 - 2999$

$c = 3169 - 612$

$f = 5667 - 3151$

$i = 5555 - 3050$

12. Oszacuj, które iloczyny są większe od 200.

$a = 2 \cdot 98$

$c = 19 \cdot 9$

$e = 35,2 \cdot 6$

$g = 199,4 \cdot 1,9$

$b = 13 \cdot 21$

$d = 9,8 \cdot 20$

$f = 25 \cdot 7,9$

$h = 15,042 \cdot 14,21$

13. Oszacuj, które ilorazy są większe od 50.

$a = 1541 : 39$

$c = 1651 : 39$

$e = 3578 : 65$

$g = 4378 : 91$

$b = 154,1 : 3,9$

$d = 2578 : 49$

$f = 4178 : 69$

$h = 5578 : 99$

14. Wiadomo, że
- $24 \cdot 108 = 2592$
- . Bez wykonywania dokładnych obliczeń wskaż poprawny wynik działania, wybierając spośród liczb I lub II.

a) $2,4 \cdot 108$

I. 25,92

II. 259,2

c) $25 \cdot 108$

I. 2600

II. 2700

b) $0,24 \cdot 10,8$

I. 2,592

II. 0,2592

d) $24 \cdot 107$

I. 2568

II. 2598

15. Wiadomo, że
- $4806 : 89 = 54$
- . Bez wykonywania dokładnych obliczeń wskaż poprawny wynik działania, wybierając spośród liczb I lub II.

a) $480,6 : 8,9$

I. 54

II. 5,4

c) $48,06 : 89$

I. 0,54

II. 0,054

b) $4806 : 8,9$

I. 5,4

II. 540

d) $4,806 : 89$

I. 0,054

II. 0,54

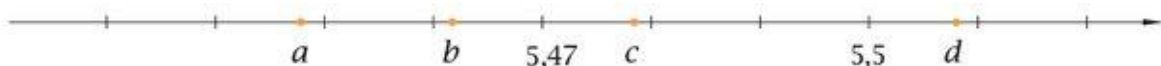
Mars	1,5236
Saturn	9,55475
Uran	19,2181
Neptun	30,1096

16. Światło pokonuje odległość między Słońcem a Ziemią średnio w ciągu 8,3 minuty. W tabeli podano, ile razy dalej niż Ziemia znajdują się od Słońca niektóre inne planety. Oszacuj, ile minut zajmie światłu słonecznemu dotarcie do tych planet.

Uwaga. Średnia odległość między Słońcem a Ziemią nazywana jest *jednostką astronomiczną*, zatem w tabeli podano odległości planet od Słońca w jednostkach astronomicznych.

17. Podaj zaokrąglenia liczb oznaczonych na osi liczbowej literami:

- a) do części setnych, b) do części dziesiątych, c) do jedności.



18. a) Litru cukru waży 1,59 kg. Oszacuj, czy 19,8 l cukru waży więcej niż 32 kg.
 b) Tona złota ma objętość $0,052 \text{ m}^3$. Oszacuj, czy 4,12 t złota zmieści się w skrzynce o wymiarach $1 \text{ m} \times 0,5 \text{ m} \times 0,4 \text{ m}$.
 c) Przeciętna cegła ma objętość $1,95 \text{ dm}^3$. Oszacuj, czy 250 cegieł wystarczy na zbudowanie słupka o wymiarach $20 \text{ dm} \times 5 \text{ dm} \times 4 \text{ dm}$.

Sprawdź się

1. Oceń prawdziwość zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F — jeśli jest fałszywe.

Liczba 8,01467 zaokrąglona do części dziesiątych jest równa 8,01.	P	F
Liczba 25 610,19611 po zaokrągleniu do setek jest równa 25 600.	P	F

2. Wiadomo, że $3034 : 37 = 82$. Bez wykonywania dokładnych obliczeń wskaż działanie, którego wynikiem jest liczba 3,7.

A. $30,34 : 8,2$ B. $30\,340 : 8,2$ C. $3,034 : 8,2$ D. $30,34 : 0,82$

3. Nie wykonując rachunków na kalkulatorze ani sposobem pisemnym, ustal, którą z liczb: I czy II należy:

- a) podnieść do kwadratu, aby wynik był bliższy liczbie 2 I. 1,41 II. 1,73
 b) pomnożyć przez 19, aby wynik był bliższy liczbie 475 I. 20 II. 26
 c) pomnożyć przez 0,25, aby wynik był bliższy liczbie 4,75 I. 17 II. 20

4 Dodawanie i odejmowanie liczb dodatnich

Przypomnij sobie

1. Zapisz podany ułamek w postaci sumy i różnicy ułamków lub liczb mieszanych o jednakowych mianownikach.

- a) $\frac{13}{18}$ b) $\frac{25}{49}$ c) $1\frac{5}{13}$ d) $3\frac{13}{14}$

2. Zapisz wyrażenie w postaci sumy lub różnicy dwóch ułamków. Oblicz wartość wyrażenia.

a) $\frac{17+14}{29}$ b) $\frac{37+14}{17}$ c) $\frac{65-15}{100}$ d) $\frac{120-24}{16}$

3. Zapisz liczbę w postaci sumy i różnicy dwóch ułamków dziesiętnych.

a) 1,34 b) 2,9 c) 4,08 d) 10,32

4. Oblicz: $5,1 - 1,2 - (0,3 + 2,6)$.

Poćwicz

5. Oblicz w pamięci.

a) $\frac{4}{7} + \frac{2}{7}$ d) $\frac{13}{16} - \frac{9}{16}$ g) $4\frac{3}{8} + 2\frac{5}{8}$ j) $4 - 2\frac{3}{7}$
b) $\frac{7}{11} + \frac{4}{11}$ e) $13\frac{7}{15} + 2\frac{2}{15}$ h) $1\frac{5}{9} + 3\frac{5}{9}$ k) $2\frac{5}{11} - \frac{7}{11}$
c) $\frac{9}{12} + \frac{5}{12}$ f) $2\frac{3}{4} + 5\frac{3}{4}$ i) $5\frac{11}{15} - 3\frac{2}{15}$ l) $6\frac{1}{9} - 5\frac{4}{9}$

6. Oblicz.

a) $\frac{3}{4} + \frac{2}{5}$ d) $\frac{5}{6} - \frac{7}{15}$ g) $10\frac{3}{4} - 8\frac{5}{12}$ j) $6\frac{3}{4} + \frac{7}{8} + 5\frac{1}{2}$
b) $\frac{1}{2} - \frac{3}{8}$ e) $2\frac{1}{2} + 7\frac{1}{5}$ h) $3\frac{1}{6} - 1\frac{5}{8}$ k) $8\frac{2}{3} + 1\frac{1}{12} - \frac{5}{8}$
c) $\frac{11}{12} + \frac{13}{18}$ f) $6\frac{7}{12} + 2\frac{13}{15}$ i) $4\frac{5}{12} - 2\frac{17}{30}$ l) $12\frac{3}{4} - \frac{1}{8} - 2\frac{3}{5}$

7. Oblicz w pamięci.

a) $0,9 + 0,5$ c) $1,2 + 13,6$ e) $0,2 + 0,3 + 0,4$ g) $3,3 + 1,2 + 2,5$
b) $21,6 + 0,4$ d) $2,7 + 3,9$ f) $12,4 + 3,1 + 30,2$ h) $2,7 + 4,6 + 0,3$

8. Oblicz w pamięci.

a) $9,7 - 0,4$ c) $1 - 0,6$ e) $12,7 - 0,9$ g) $13,22 - 4,18$
b) $7,3 - 2,3$ d) $7 - 3,2$ f) $21,5 - 10,7$ h) $15,38 - 6,48$

9. Oblicz.

a) $124,18 + 27,35$ d) $1,39 + 0,12 + 12,03$ g) $413,07 - 127,697$
b) $3,527 + 125,39$ e) $12,09 + 24,2 + 3,86$ h) $132,427 - 103,3 - 21,02$
c) $3,274 + 6,08$ f) $0,9785 - 0,6543$ i) $145,32 - 66,107 - 40,8$

10. Oblicz.

a) $4\frac{2}{5} + 0,15$

d) $14\frac{4}{7} - 2,75$

g) $4,52 - 1,22 + 6\frac{1}{3} - 1\frac{1}{7}$

b) $12\frac{1}{4} - 6,7$

e) $7\frac{2}{5} + 3\frac{3}{4} - 5,7$

h) $5,68 - 1\frac{3}{14} + 2,12 - 5\frac{9}{14}$

c) $9,25 - 5\frac{1}{5}$

f) $8\frac{1}{2} - 6,32 + 2\frac{3}{8}$

i) $5,8 - 5\frac{8}{9} + 3,4 - 3\frac{3}{27}$

11. Oblicz.

a) $5 + (3\frac{3}{4} - 2,25)$

d) $9\frac{1}{5} + (3,2 - 1\frac{2}{9})$

g) $11\frac{3}{4} + (3\frac{2}{9} - 1\frac{1}{72})$

b) $6\frac{1}{7} - (3\frac{3}{7} - 2\frac{1}{14})$

e) $11 - (12\frac{5}{7} - 2,375)$

h) $25\frac{2}{13} - (7\frac{1}{6} - 2\frac{2}{3})$

c) $7\frac{3}{8} - (1\frac{3}{4} + 3,125)$

f) $37\frac{5}{8} - (6\frac{3}{4} + 1,625)$

i) $41\frac{4}{15} - (23\frac{3}{6} - 21,2)$

12. a) Normalna temperatura ciała człowieka wynosi $36,6^{\circ}\text{C}$. O ile podniosła się temperatura chorego, jeśli termometr wskazał $41,1^{\circ}\text{C}$?
b) Średnia temperatura powietrza w lipcu w okolicach Opola wynosi $18,1^{\circ}\text{C}$, ale w 1921 roku padł rekord i temperatura osiągnęła tam $40,2^{\circ}\text{C}$. O ile stopni rekordowa temperatura przekroczyła wartość średnią?

Pomyśl

13. Podaną liczbę zapisz w postaci sumy dwóch ułamków nieskracalnych o różnych mianownikach.

a) $\frac{17}{35}$

b) $1\frac{1}{24}$

c) $1\frac{5}{42}$

d) $1\frac{17}{56}$

14. Podaną liczbę zapisz w postaci różnicy ułamków nieskracalnych o różnych mianownikach.

a) $\frac{7}{15}$

b) $\frac{4}{21}$

c) $\frac{23}{24}$

d) $\frac{37}{55}$

15. Podaną liczbę przedstaw jako sumę trzech różnych liczb dodatnich, wśród których żadna nie jest liczbą całkowitą.

a) 2

b) 3,45

c) 4,135

d) 5,001

16. Podaną liczbę przedstaw jako różnicę różnych liczb dodatnich, wśród których żadna nie jest liczbą całkowitą.

a) 0,3

b) 3,29

c) 5,999

d) 19,001

17. Ludność Azji stanowi $\frac{3}{5}$ ludności świata, w Afryce mieszka $\frac{3}{20}$, a w Europie $\frac{1}{10}$ ludności świata. Jaka część ludności mieszka na pozostałych kontynentach?

18. O ile więcej wody jest w sumie w trzech największych jeziorach naturalnych niż w trzech największych jeziorach zaporowych w Polsce?

Jeziora naturalne	Ilość wody w km ³
Mamry	1,010
Miedwie	0,682
Śniardwy	0,660

Jeziora zaporowe	Ilość wody w km ³
Solińskie	0,472
Włocławskie	0,408
Czorszyńskie	0,232

19. Wykonaj działania i odkryj sposób na dodawanie ułamków zwykłych o licznikach równych 1. Czy można opracować podobny sposób na odejmowanie ułamków o licznikach równych 1?

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{7}$$

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{9}$$

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{11}$$

$$\frac{1}{31} + \frac{1}{4}$$

Sprawdź się

1. Marek wlał do dzbanka $\frac{1}{3}$ litra soku pomarańczowego, 0,2 litra soku grejpfrutowego, 0,05 litra soku cytrynowego i $\frac{1}{4}$ litra soku jabłkowego. Ile wody powinien dolać, aby otrzymać półtora litra napoju?
- A. $\frac{1}{3}$ l B. 0,7 l C. $\frac{2}{3}$ l D. $\frac{87}{100}$ l
2. Oceń prawdziwość zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F — jeśli jest fałszywe.

Jeżeli do odjemnej i do odjemnika dodamy tę samą liczbę, to wynik odejmowania się nie zmienia.	P	F
Jeżeli do odjemnej dodamy 30, a od odjemnika odejmiemy 30, to wynik odejmowania zmniejszy się o 60.	P	F

5 Mnożenie i dzielenie liczb dodatnich

Przypomnij sobie

1. Zapisz krócej podane sumy i je oblicz.

a) $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$

b) $\frac{3}{7} + \frac{3}{7} + \frac{3}{7} + \frac{3}{7} + \frac{3}{7} + \frac{3}{7} + \frac{3}{7} + \frac{3}{7}$

2. Przepisz i dokończ obliczenia.

a) $\frac{5}{18} \cdot \frac{9}{25} = \dots$

b) $1\frac{1}{3} \cdot \frac{27}{28} = \frac{4}{3} \cdot \frac{27}{28} = \dots$

c) $\frac{10}{11} \cdot 2\frac{1}{5} = \frac{10}{11} \cdot \frac{11}{5} = \dots$

3. Przepisz i dokończ obliczenia.

$$\text{a) } \frac{20}{21} : 5 = \frac{20}{21} \cdot \frac{1}{5} = \dots \quad \text{b) } \frac{14}{39} : \frac{7}{13} = \frac{14}{39} \cdot \frac{13}{7} = \dots \quad \text{c) } 1\frac{1}{5} : \frac{4}{5} = \frac{6}{5} \cdot \frac{5}{4} = \dots$$

4. Oblicz w pamięci.

$$\text{a) } 234,5 \cdot 10 \quad \text{b) } 321,8 : 100 \quad \text{c) } 98,2 \cdot 100 \quad \text{d) } 6398,1 : 100$$

Poćwicz

5. Oblicz w pamięci.

$$\begin{array}{lllll} \text{a) } \frac{5}{7} \cdot 7 & \text{d) } \frac{5}{9} \cdot 4 & \text{g) } \frac{6}{25} \cdot \frac{5}{6} & \text{j) } \frac{11}{21} \cdot \frac{7}{121} & \text{m) } \frac{12}{25} \cdot \frac{75}{108} \\ \text{b) } \frac{3}{8} \cdot 8 & \text{e) } \frac{4}{5} \cdot 10 & \text{h) } \frac{12}{35} \cdot \frac{7}{8} & \text{k) } \frac{2}{5} \cdot \frac{35}{84} & \text{n) } \frac{18}{35} \cdot \frac{49}{36} \\ \text{c) } \frac{1}{6} \cdot 5 & \text{f) } \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7} & \text{i) } \frac{10}{13} \cdot \frac{26}{100} & \text{l) } \frac{8}{27} \cdot \frac{9}{80} & \text{o) } \frac{38}{49} \cdot \frac{7}{19} \end{array}$$

6. Oblicz.

$$\begin{array}{lllll} \text{a) } \frac{6}{11} : 3 & \text{d) } \frac{4}{5} : 10 & \text{g) } \frac{56}{81} : \frac{8}{9} & \text{j) } \frac{20}{5} : \frac{84}{35} & \text{m) } 45 : \frac{9}{25} \\ \text{b) } \frac{21}{35} : 7 & \text{e) } \frac{2}{175} : \frac{2}{175} & \text{h) } \frac{21}{36} : \frac{7}{9} & \text{k) } 3 : \frac{1}{4} & \text{n) } 51 : \frac{17}{18} \\ \text{c) } \frac{5}{7} : 6 & \text{f) } \frac{20}{5} : \frac{4}{35} & \text{i) } \frac{90}{39} : \frac{5}{13} & \text{l) } 12 : \frac{3}{4} & \text{o) } 150 : \frac{25}{31} \end{array}$$

7. Oblicz.

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \frac{7}{8} \cdot \frac{5}{6} & \text{d) } \frac{3}{10} \cdot 2\frac{1}{6} & \text{g) } 2\frac{5}{8} \cdot 1\frac{1}{3} & \text{j) } 2\frac{3}{16} \cdot 1\frac{1}{15} \cdot 1\frac{5}{7} \\ \text{b) } 1\frac{7}{12} \cdot \frac{5}{12} & \text{e) } 7 \cdot 1\frac{5}{7} & \text{h) } 5\frac{1}{7} \cdot 2\frac{13}{18} & \text{k) } 3\frac{3}{8} \cdot 1\frac{7}{9} \cdot \frac{5}{6} \\ \text{c) } \frac{42}{81} \cdot \frac{9}{14} & \text{f) } 6 \cdot 2\frac{2}{3} & \text{i) } 4\frac{1}{6} \cdot 1\frac{11}{25} & \text{l) } 1\frac{5}{13} \cdot 2\frac{8}{9} \cdot 4\frac{3}{4} \end{array}$$

8. Oblicz.

$$\begin{array}{llllll} \text{a) } \frac{3}{5} : 2\frac{1}{10} & \text{c) } 3\frac{1}{2} : \frac{5}{9} & \text{e) } 2\frac{7}{10} : 4\frac{1}{20} & \text{g) } \frac{1}{2} : \frac{1}{3} & \text{i) } \frac{5}{7} : \frac{3}{7} & \text{k) } \frac{4}{15} : \frac{13}{8} \\ \text{b) } \frac{25}{27} : 1\frac{17}{18} & \text{d) } 4\frac{1}{5} : \frac{7}{15} & \text{f) } 4\frac{1}{6} : 1\frac{1}{9} & \text{h) } \frac{4}{5} : \frac{2}{3} & \text{j) } \frac{15}{16} : \frac{9}{20} & \text{l) } \frac{60}{4} : \frac{4}{5} \end{array}$$

9. Oblicz w pamięci.

$$\begin{array}{llll} \text{a) } 32,72 \cdot 10 & \text{d) } 20,35 \cdot 0,1 & \text{g) } 0,11 \cdot 0,11 & \text{j) } 20,6 : 2 \\ \text{b) } 0,1405 \cdot 1000 & \text{e) } 2,1 \cdot 30 & \text{h) } 13,5 : 100 & \text{k) } 36,09 : 3 \\ \text{c) } 3255 \cdot 0,01 & \text{f) } 4,2 \cdot 0,2 & \text{i) } 12,13 : 0,1 & \text{l) } 50,5 : 25 \end{array}$$

10. Oblicz.

a) $\frac{1}{2} \cdot 0,36$

c) $1\frac{4}{7} \cdot 0,042$

e) $0,72 : 1\frac{2}{7}$

g) $5\frac{5}{6} : 5,25$

b) $1,8 \cdot \frac{2}{3}$

d) $2,13 : \frac{1}{5}$

f) $2\frac{2}{5} : 0,024$

h) $4,8 \cdot 3\frac{1}{8}$

11. Przepisz i uzupełnij.

a) $0,3 \text{ km} = \dots \text{ m}$, $0,13 \text{ km} = \dots \text{ m}$, $0,03 \text{ km} = \dots \text{ m}$, $0,003 \text{ km} = \dots \text{ m}$

b) $7 \text{ m} = \dots \text{ km}$, $2700 \text{ m} = \dots \text{ km}$, $8 \text{ km } 20 \text{ m} = \dots \text{ km}$

c) $2,3 \text{ m} = \dots \text{ m } \dots \text{ cm} = \dots \text{ cm}$, $405 \text{ cm} = \dots \text{ m } \dots \text{ cm} = \dots \text{ m}$

d) $300 \text{ g} = \dots \text{ dag} = \dots \text{ kg}$, $2 \text{ kg } 25 \text{ dag} = \dots \text{ kg} = \dots \text{ dag} = \dots \text{ g}$

12. Oblicz.

a) $\frac{2}{3}$ liczby 16,2

c) 0,21 liczby $6\frac{3}{7}$

e) $\frac{10}{9}$ liczby 20,7

b) $\frac{4}{5}$ liczby 2,25

d) $\frac{7}{8}$ liczby 9,6

f) 0,42 liczby $5\frac{3}{7}$

13. Odpowiedz na pytanie.

a) $\frac{2}{3}$ godziny — ile to minut?

d) 35 minut — jaka to część godziny?

b) $\frac{7}{50}$ kilometra — ile to metrów?

e) 45 metrów — jaka to część kilometra?

c) 0,02 kilograma — ile to gramów?

f) 34 dekagramy — jaka to część kilograma?

14. Znajdź liczbę, której:

a) $\frac{3}{4}$ wynosi 27

b) $\frac{5}{8}$ wynosi 125

c) $\frac{7}{4}$ wynosi 63

d) $\frac{17}{10}$ wynosi 51

Pomyśl

15. Zastąp literę odpowiednią liczbą, aby zachodziła równość.

a) $\frac{3}{7} \cdot \frac{5}{8} = \frac{5}{7} \cdot \frac{a}{8}$

c) $\frac{6}{11} \cdot \frac{9}{40} = \frac{27}{44} \cdot \frac{c}{5}$

e) $\frac{12}{13} : \frac{3}{5} = \frac{5 \cdot e}{13 \cdot 3}$

b) $\frac{5}{12} \cdot \frac{25}{7} = \frac{25}{42} \cdot \frac{5}{b}$

d) $\frac{24}{25} : \frac{7}{9} = \frac{24}{7} \cdot \frac{d}{25}$

f) $1\frac{2}{3} : 2\frac{1}{4} = \frac{20}{9 \cdot f}$

16. Popatrz na rysunek.

a) Ile kosztuje 1 kg, a ile 1 dag cukierków?

b) Ile kosztuje 8 dag cukierków?

c) Ile kilogramów cukierków można kupić za 64 zł?

d) Ile dekagramów cukierków można kupić za 4,80 zł?



17. Oblicz w pamięci, korzystając ze wskazówek w ramce.

a) Kilogram sera kosztuje 20,50 zł. Ile kosztuje 50 dag, a ile 20 dag sera?

b) Kilogram polędwicy kosztuje 24 zł 80 gr. Ile kosztuje 50 dag, ile 25 dag, a ile 10 dag polędwicy?

$$50 \text{ dag} = 0,5 \text{ kg} = \frac{1}{2} \text{ kg}$$

$$25 \text{ dag} = 0,25 \text{ kg} = \frac{1}{4} \text{ kg}$$

$$20 \text{ dag} = 0,2 \text{ kg} = \frac{1}{5} \text{ kg}$$

$$10 \text{ dag} = 0,1 \text{ kg} = \frac{1}{10} \text{ kg}$$

18. a) Największą jaszczurką na Ziemi jest waran z Komodo. Ciało najdłuższego warana, jakiego zmierzono, miało długość 3,65 m, przy czym połowę długości stanowił ogon. Jak długi był ogon tego warana?

b) Flaga państwowa Polski ma kształt prostokąta, którego długość jest $1\frac{3}{5}$ razy większa od szerokości. Jeden z boków prostokątnej flagi ma długość 0,6 m. Oblicz długość drugiego boku. Rozważ dwa przypadki.

c) Długość boiska do koszykówki jest $1\frac{13}{15}$ razy większa od jego szerokości. Oblicz wymiary boiska do koszykówki w skali 1 : 2, jeśli rzeczywista długość boiska wynosi 28 metrów.

19. a) Żółw porusza się na łódce z prędkością $\frac{1}{8} \frac{\text{m}}{\text{s}}$. W jakim czasie pokona on dystans o długości 2,5 m?

b) Przeciętna wanna ma pojemność $0,15 \text{ m}^3$. W ciągu swego życia człowiek wypija około 50 m^3 wody. Ile wanien można napełnić taką ilością wody?

c) Jajo strusia waży 1,7 kg, a jajo kury 0,06 kg. Ile razy strusie jajo jest cięższe od kurzego?

20. Krzysztof zarobił 1176 zł. Postanowił odłożyć $\frac{3}{7}$ tej kwoty, a resztę pieniędzy wydać na tablet. Jednak w sklepie zdecydował się na droższy model niż zaplanował, więc musiał dołożyć do zakupu jeszcze 0,25 odłożonej kwoty. Oblicz, ile kosztował tablet i ile pieniędzy zostało Krzysztofowi.

21. Król Zbójniśław Szczodry postanowił obdarować wszystkich ubogich w swoim państwie. Aby zebrać potrzebne pieniądze, nałożył na poddanych specjalny podatek. Po jego zebraniu piątą część trzeba było przeznaczyć na wynagrodzenie poborców. Dwie jedenaste tego, co zostało, przypadło na pokrycie kosztów ich podróży po kraju. Z pozostałej kwoty trzecią część pochłonęło wynagrodzenie urzędników rozdzielających jałmużnę. Wreszcie z pozostałej kwoty jeden dukat na każdy tuzin zginął w niewyjaśnionych okolicznościach. Jaka część zebranych pieniędzy trafiła do ubogich? Czy to więcej niż $\frac{1}{5}$ zebranego podatku?

Sprawdź się

1. Iloraz $\frac{24}{25} : 3\frac{3}{5}$ jest równy:

A. $4\frac{12}{25}$

B. $\frac{15}{4}$

C. $\frac{8}{15}$

D. $\frac{4}{15}$

2. Najwyższy budynek świata — Burdż Chalifa — ma 828 m wysokości. Najwyższy budynek w Polsce — Pałac Kultury i Nauki w Warszawie — jest od niego $3\frac{39}{79}$ razy niższy. Które z poniższych działań pozwala obliczyć wysokość Pałacu Kultury i Nauki w Warszawie?

A. $828 \cdot 3\frac{39}{79}$ B. $828 : 3\frac{39}{79}$ C. $828 - 3\frac{39}{79}$ D. $3\frac{39}{79} : 828$

6 Wyrażenia arytmetyczne

Przypomnij sobie

1. Oblicz w pamięci.

a) $17 + 3 - 12$	$17 - 12 + 3$	$17 - (12 + 3)$	$17 - 3 - 12$
b) $18 + 2 \cdot 8$	$(18 + 2) \cdot 8$	$(18 + 2) : 8$	$18 + 2 : 8$

2. Oblicz.

a) $\frac{15-10}{25-10} + \frac{24-16}{18+27}$ b) $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right)^2 + \left(\frac{1}{6}\right)^2$ c) $3^2 \cdot (15 : 3)^2$

3. Porównaj wyniki działań.

a) $5 \cdot \left(\frac{1}{7} + \frac{3}{5}\right)$ oraz $\frac{5}{7} + 3$ b) $\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{10}\right) : 3$ oraz $\frac{1}{27} - \frac{1}{30}$ c) $\frac{5^2}{3^2}$ oraz $\left(\frac{5}{3}\right)^2$

Poćwicz

4. Oblicz w pamięci.

a) $79 - 15 + 4$	d) $(13 + 7) \cdot 2$	g) $(30 : 3) \cdot 5$	j) $(46 - 6)^2$
b) $79 - (15 + 4)$	e) $76 - 16 : 4$	h) $30 : (3 \cdot 5)$	k) $23 \cdot (13 - 3)$
c) $13 + 7 \cdot 2$	f) $(76 - 16) : 4$	i) $46 - 6^2$	l) $17 \cdot (20 : 2)^2$

5. Oblicz.

a) $1\frac{7}{10} + 1\frac{1}{15} : 2\frac{2}{3}$	d) $1,2 - 0,8 \cdot 0,15$	g) $\left(1\frac{3}{5} + 2,2\right) : 6\frac{1}{3}$
b) $6\frac{2}{5} - 3^2 : 1\frac{1}{2}$	e) $0,26 : \left(6,35 - 4\frac{2}{5}\right)$	h) $\left(3\frac{4}{7} + \frac{11}{14}\right) \cdot 3,5$
c) $9\frac{3}{8} : \left(1\frac{1}{2}\right)^2 - 1\frac{5}{6}$	f) $3\frac{2}{11} \cdot \left(6\frac{5}{21} - 1\frac{11}{21}\right)$	i) $\frac{1 - 0,125 - \frac{5}{6}}{(0,25)^2}$

6. Oblicz.

a) $5\frac{1}{2} \cdot (1,5)^2 - 4\frac{5}{7} : 1\frac{1}{21}$

d) $(2\frac{1}{3} - 1,6) : (1,25 \cdot 0,88)$

b) $(3\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} - 4,5 : 3,5) : 24$

e) $\frac{3\frac{1}{3} + 1,25}{3\frac{1}{3} - 1,25}$

c) $11\frac{1}{4} \cdot (1\frac{2}{3} - 1\frac{19}{21} \cdot 0,7)$

f) $1 + \frac{4\frac{2}{3}}{2\frac{3}{4}} - \frac{2\frac{3}{4}}{4\frac{2}{5}}$

7. Oblicz.

a) $\frac{(1,85 + 0,35) \cdot 7,7}{3 - 2,986}$

c) $\frac{2\frac{1}{8} - 1\frac{2}{3}}{1\frac{3}{8} : 1\frac{1}{3}}$

e) $\frac{1,75 \cdot 3\frac{1}{21} + \frac{1}{6}}{0,36 + \frac{2}{3}}$

b) $\left(4\frac{5}{12} - \frac{4}{2\frac{2}{3}}\right) \cdot 1,8$

d) $1\frac{9}{16} \cdot 3,2 + \frac{48}{\frac{3}{5} : \frac{7}{8}}$

f) $\frac{2,4 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 - \frac{1}{6}}{\frac{1}{3} + 1,5}$

8. Magda kupiła dwa rodzaje cukierków: 0,3 kg marcinków i 0,25 kg jacusiów. Wojtek kupił 0,2 kg jacusiów i 0,35 kg marcinków. Ile razem zapłacili za zakupy?



Pomyśl

9. Przepisz i wstaw brakujący ułamek.

a) $\left(\frac{5}{12} - \frac{1}{3}\right) : \frac{\square}{\square} = 1$

d) $\frac{3}{20} \cdot \left(\frac{\square}{\square} - \frac{1}{27}\right) = \frac{1}{9}$

b) $\frac{3}{8} + \frac{\square}{\square} \cdot \frac{1}{2} = 0,75$

e) $3 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{12}\right) = \frac{\square}{\square} : 5$

c) $2\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{\square}{\square}\right) - 2 = 0$

f) $\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{5}\right) : \left(\frac{1}{4} + \frac{\square}{\square}\right) = \frac{14}{15}$

10. Przepisz i uzupełnij brakujące znaki działań i nawiasy tak, aby uzyskać poprawną równość.

a) $3 \quad \frac{5}{6} \quad \frac{1}{3} \quad 4 = 0,375$

c) $\frac{3}{4} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{8} \quad 0,37 = 3,7$

b) $\frac{2}{3} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{15}{17} \quad \frac{4}{17} = 0,25$

d) $1\frac{1}{2} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{3}{4} \quad 1,6 = 0,625$

11. Zapisz polecenie w postaci wyrażenia arytmetycznego, a następnie oblicz wartość tego wyrażenia.
- Od iloczynu liczb $\frac{3}{4}$ i $4\frac{2}{3}$ odejmij liczbę 1,68.
 - Do ilorazu liczby 0,884 przez 2,6 dodaj liczbę $1\frac{1}{2}$.
 - Dodaj kwadraty liczb 0,2 i 3,1.
 - Sumę liczb $2\frac{3}{8}$ i 1,75 pomnóż przez liczbę o $\frac{79}{99}$ mniejszą od 1.
 - Sześcian liczby $\frac{2}{3}$ podziel przez kwadrat liczby $\frac{4}{9}$.
 - Od sumy sześciątów liczb 2 i $\frac{1}{2}$ odejmij liczbę 0,125.
12. Ania obliczyła iloczyn $\frac{6}{7} \cdot 2\frac{1}{3}$, używając przybliżeń obu czynników do dwóch miejsc po przecinku. O ile wynik Ani różnił się od dokładnego wyniku?
13. Przez pięć dni w tygodniu gazeta kosztuje 2,30 zł, a za jej wydanie sobotnio-niedzielne trzeba zapłacić 3,50 zł. Na roczną prenumeratę tej gazety należy wydać 700 zł. Ile złotych można zaoszczędzić, prenumerując tę gazetę, zamiast kupować każde jej wydanie? Przyjmij, że w roku są 52 tygodnie.
14. Zawartość 24 butelek o pojemności 0,3 litra i 18 butelek o pojemności 0,25 litra przelano do zbiornika o pojemności 13,5 litra. Zawartość ilu butelek o pojemności 0,3 litra zmieści się jeszcze w tym zbiorniku?
15. Woda stanowi $\frac{4}{5}$ masy świeżo skoszonej trawy i 0,15 masy siana.
- Ile kilogramów wody jest w jednej tonie trawy?
 - Ile kilogramów wody jest w jednej tonie siana?
- *c) Jaką masę ma siano uzyskane z jednej tony trawy?
- *d) Ile kilogramów wody jest w sianie otrzymanym z jednej tony trawy?
- *16. Bieg maratoński ma długość 42,195 km. Zawodnik przez 36 minut biegł z prędkością $16,9\frac{\text{km}}{\text{h}}$, przez następne 1,5 godziny biegł z prędkością $17,4\frac{\text{km}}{\text{h}}$, a ostatni fragment trasy przebiegł dużo wolniej. W jakiej odległości od mety zawodnik zwolnił? Oszacuj, z jaką średnią prędkością pokonał on ostatni fragment trasy, jeżeli cały dystans przebiegł w ciągu 2,5 godziny.



Sprawdź się

- Niech A oznacza sumę dwudziestu składników równych $\frac{7}{35}$, a B — sumę trzydziestu pięciu składników równych $\frac{4}{36}$. Która z liczb jest większa — A czy B?
- Kieszonkowe Jacka stanowi $\frac{3}{4}$ kieszonkowego Mariusza. Kieszonkowe Mariusza stanowi $\frac{4}{5}$ kieszonkowego Hani. Jaka jest wartość kieszonkowego Hani, jeśli Jacek otrzymuje 21 zł?
- W którym z poniższych wyrażeń licznik pierwszego ułamka jest dwa razy większy niż licznik drugiego ułamka oraz mianownik pierwszego ułamka jest dwa razy większy niż mianownik drugiego ułamka?

A. $\frac{3,5 - 2\frac{1}{4}}{5,3 + 2\frac{4}{5}}$ $\frac{8\frac{1}{10}}{1\frac{1}{10} + 0,15}$

C. $\frac{6\frac{2}{7} - 5\frac{1}{7}}{0,94}$ $\frac{1\frac{1}{7}}{3,14 - 2\frac{1}{5}}$

B. $\frac{3 - \frac{1}{2}}{6\frac{1}{4} - \frac{3}{5}}$ $\frac{1,25}{2,85}$

D. $\frac{3\frac{1}{3} - 0,3}{5,9}$ $\frac{1,45}{5\frac{3}{4} - 2,8}$

7

Działania na liczbach dodatnich i ujemnych

Przypomnij sobie

- Kiedy iloczyn lub iloraz dwóch liczb jest dodatni? Wybierz odpowiedź spośród podanych.
 - Tylko wtedy, gdy obie liczby są ujemne.
 - Tylko wtedy, gdy obie liczby są dodatnie.
 - Tylko wtedy, gdy obie liczby są różnych znaków.
 - Tylko wtedy, gdy obie liczby są dodatnie lub gdy obie liczby są ujemne.
- Zapis $(-a)$, w którym litera a reprezentuje dowolną liczbę, oznacza:
 - liczbę ujemną
 - odwrotność liczby a
 - liczbę przeciwną do a
 - liczbę dodatnią
- Ile wynosi suma dwóch liczb przeciwnych, a ile iloczyn dwóch liczb, z których jedna jest odwrotnością drugiej?
- Ile wynosi iloczyn liczby 5 i liczby przeciwnej do liczby będącej jej odwrotnością?

5. Podaj odpowiednie przykłady opisanych liczb i spróbuj uzasadnić, która liczba jest większa.
- a) Kwadrat liczby ujemnej czy sześćcian tej liczby?
 - b) Kwadrat liczby dodatniej mniejszej od 1 czy sześćcian tej liczby?
 - c) Kwadrat różnicy dwóch liczb dodatnich czy kwadrat sumy tych liczb?

Poćwicz

6. Sprawdź, czy w obliczeniach nie popełniono błędu.

- a) $14,3 - 7,3 - 2,7 = 14,3 - 10 = 4,3$
- b) $15 + 3,2 - 1,2 = 15 + 2 = 17$
- c) $21,2 - (-1,3) - (-7,5) = 30$
- d) $17 - 5,4 + 1,6 = 10$

7. Oblicz w pamięci.

- a) $-11 + 43$
- b) $-73 + 25$
- c) $67 - 100$
- d) $-26 - 45$
- e) $13 + (-59)$
- f) $-8 - (-64)$
- g) $-\frac{1}{5} + \frac{4}{5}$
- h) $-24\frac{7}{11} + 14\frac{2}{11}$
- i) $-3\frac{2}{3} - 4$
- j) $-6,3 - 2,2$
- k) $2,6 + (-10)$
- l) $-0,2 - (-0,7)$

8. Oblicz.

- a) $-3,82 + 7,5$
- b) $0,417 - 12,03$
- c) $-3\frac{1}{4} - 4\frac{1}{3}$
- d) $4\frac{2}{5} + (-4\frac{1}{3})$
- e) $4\frac{2}{5} + (-2\frac{3}{20})$
- f) $-1\frac{5}{6} - (-1\frac{3}{8})$
- g) $-5,2 + 31\frac{1}{4}$
- h) $-12\frac{2}{3} + 2,6$
- i) $8,25 - 10\frac{3}{8}$
- j) $-2,25 - 5\frac{5}{6}$
- k) $-0,12 - (-\frac{3}{4})$
- l) $-3,35 + 1,1 - 5\frac{1}{4}$
- m) $2\frac{2}{3} - 5,1 - 3,1$
- n) $-13\frac{3}{4} + 9,27 + 3,02$
- o) $-7\frac{3}{5} - 6\frac{1}{2} + 5,4$

9. Oblicz jak najprostszym sposobem.

- a) $3,2 - 1,4 + 1,4$
- b) $78,56 + 21,44 - 49,99 - 50,01$
- c) $-21,4 - (-32\frac{1}{5}) - 32\frac{1}{5} + 21,4$
- d) $12,9 - (-4\frac{11}{124}) - 4\frac{11}{124} - 12,9$
- e) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2}$
- f) $-32\frac{23}{24} - 54,12 - (-54,12) + 32\frac{23}{24}$
- g) $4\frac{1}{2} - 2,3 - 3,2$
- h) $5\frac{3}{7} - 11,4 + 5\frac{4}{7}$
- i) $-3,42 + 2\frac{3}{5} - 1,18$
- j) $-42,7 + (-13,6) + 12,7$
- k) $7,25 - 10\frac{5}{7} - 2\frac{1}{4}$
- l) $2\frac{4}{7} - 5\frac{2}{3} + \frac{2}{5} - 2\frac{4}{7} - \frac{1}{3} - \frac{2}{5}$

10. Oblicz w pamięci.

a) $3 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)$

e) $\left(-\frac{3}{4}\right) \cdot (-8)$

i) $-\left(-\frac{1}{2}\right)^2$

m) $-(-1)^3$

b) $(-4) \cdot \frac{5}{12}$

f) $(-4) \cdot (-1,1)$

j) $(-2)^3$

n) $(-2)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2$

c) $1,2 \cdot (-3)$

g) $(-3)^2$

k) -3^3

o) $-\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(-\frac{3}{2}\right)^2$

d) $(-4,7) \cdot 2$

h) -4^2

l) $\left(-\frac{1}{3}\right)^3$

p) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 \cdot (-1)^3$

11. Oblicz w pamięci.

a) $\left(-\frac{2}{3}\right) : \frac{3}{2}$

d) $\left(-\frac{4}{5}\right) : (-3)$

g) $9 : \left(-\frac{3}{4}\right)$

b) $\left(-\frac{45}{17}\right) : \left(-\frac{5}{17}\right)$

e) $\frac{7}{8} : (-3)$

h) $(-12) : \left(-\frac{12}{13}\right)$

c) $\left(-\frac{2}{3}\right) : 3$

f) $(-7) : \frac{7}{9}$

i) $\left(-\frac{25}{7}\right) : 50$

12. Oblicz w pamięci.

a) $\left(-12\frac{1}{2}\right)^2 : \left(-12\frac{1}{2}\right)$

d) $1,44 : (-1,2)^2$

g) $\left(5\frac{4}{7}\right)^2 : \left(-5\frac{4}{7}\right)$

b) $\left(-\frac{1}{5}\right)^2 : \left(-\frac{1}{5}\right)$

e) $(-1,69) : 1,3^2$

h) $\left(1\frac{2}{3}\right)^2 : \left(-1\frac{2}{3}\right)^3$

c) $(-1,2) : (-1,2)^2$

f) $\left(-2\frac{1}{3}\right)^2 : 2\frac{1}{3}$

i) $\left(4\frac{2}{5}\right)^3 : \left(4\frac{2}{5}\right)^2$

13. Oblicz.

a) $(-13 + 8) \cdot (-2)$

e) $(-3) \cdot (-2) \cdot (-4)$

i) $\left((-8 + 2) : 3\right) \cdot (8 - 15)$

b) $(3 - 7) \cdot (15 - 6)$

f) $\left((-6) \cdot (-5)\right) : (-15)$

j) $(-4 - 5 + 2)^2$

c) $(17 - 5) : (-3)$

g) $(-5) \cdot (-2) + 6 \cdot (-3)$

k) $(3 - 7 + 2)^3$

d) $(-5) \cdot 2 \cdot (-7)$

h) $-25 : (-2 + 7) - 3$

l) $(-5 + 2)^2 - (-2) \cdot (-5)^2$

14. Oblicz.

a) $\frac{-23 - 4}{-28 + 19}$

b) $\frac{13 - 49}{-6} \cdot 5$

c) $\frac{25 - (-3)}{-2 \cdot (-15 + 8)}$

d) $\frac{(-5)^2 - (-1)^2}{(-2)^3 + 2}$

15. Oblicz.

a) $5 - (-2) : \frac{1}{2}$

d) $\left((-3 - 7) + 5\right) : \frac{1}{5}$

g) $\frac{5 - (-2)}{2}$

b) $(-3 - 7) + 5 : \frac{1}{5}$

e) $\left(5 - (-2)\right) \cdot \frac{1}{2}$

h) $\frac{-3 - 7 + 5}{5}$

c) $\left(5 - (-2)\right) : \frac{1}{2}$

f) $\left((-3 - 7) + 5\right) \cdot \frac{1}{5}$

i) $-\frac{-12 - 3 + 7}{4}$

16. Oblicz.

a) $1,25 \cdot \left(-3\frac{1}{4}\right) \cdot (-8)$

f) $\left(-5\frac{1}{7} - \frac{9}{14}\right) : \left(-1 + \frac{17}{35}\right)$

b) $-3 \cdot (4,2 - 6,3)$

g) $\left(1\frac{1}{6} - 5\frac{3}{4}\right) \cdot (-12) : 1,1$

c) $\left(3\frac{2}{3} - 4\right) \cdot \left(6 - \frac{3}{5}\right)$

h) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 \cdot (-12,3 + 3,3)^2$

d) $\left(-3\frac{4}{5} - \frac{1}{5}\right) \cdot (-3,7 + 1,4)$

i) $(-0,3)^3 : \left(-1 + \frac{2}{5}\right)^2$

e) $(0,92 - 5) : (3 \cdot 0,4)$

j) $\left(2,5 - 2\frac{1}{3}\right)^2 - \left(-\frac{1}{3}\right)^3 : \frac{2}{3}$

Pomyśl

17. Nie obliczając wartości wyrażenia, ustal, czy jest ona liczbą dodatnią, ujemną czy zerem.

a) $-1024,3 + 12,732 + 0,932$

d) $-3,28 + (182,4 + 3,7) \cdot (8,7 - 23,12)$

b) $(42,17 + 12,3 - 5,179) \cdot (-2,3)$

e) $(-3,17)^3 \cdot (-21,9)^2 \cdot (-1,4)^2$

c) $(-3,16 - 2,8) \cdot (-1,232 + 149)$

f) $(-4,3)^3 \cdot (-1,23)^2 \cdot (-2,7)^3$

18. a) Suma pewnej liczby i liczby $3\frac{3}{4}$ wynosi $-1,2$. Znajdź tę liczbę.

b) Iloczyn pewnej liczby i liczby $-\frac{3}{5}$ wynosi $8,8$. Znajdź tę liczbę.

c) Iloraz pewnej liczby przez sumę liczb $-3,7$ i $2\frac{1}{2}$ wynosi $6,4$. Znajdź tę liczbę.

19. Uporządkuj podane liczby w kolejności od najmniejszej do największej.

a) $k = -2\frac{1}{3} - 25\frac{1}{2}$

$l = 2\frac{1}{3} - 25\frac{1}{2}$

$m = 9,1 : (-4,3)$

$n = 2\frac{1}{3} + 25\frac{1}{2}$

b) $k = 23,3 \cdot 12,4$

$l = 12 \cdot (-23,3)$

$m = -2\frac{1}{3} + 25\frac{1}{2}$

$n = 23,3 \cdot 12$

c) $k = \frac{-4,3}{9,1}$

$l = \frac{4,3}{9,1}$

$m = (-23,3) \cdot 12,4$

$n = 9,1 : 4,3$

Sprawdź się

1. Dane jest wyrażenie: $\frac{1,2 - \left(\frac{2}{5} - \square\right)}{76,3 + \left(12,4 - \frac{5}{6}\right)^2}$

Jaką liczbę należy wpisać w okienku, aby w wyniku obliczeń otrzymać zero?

A. $\frac{2}{5}$

B. $-\frac{4}{5}$

C. $\frac{4}{5}$

D. $-\frac{3}{5}$

2. Janek miał w skarbonce 1050 zł. Piątą część pieniędzy wydał na książki, $\frac{4}{7}$ tego, co mu zostało, przeznaczył na płyty. Resztę kwoty podzielił na trzy równe części i podarował dwóm siostrą i bratu. Jaką kwotę otrzymał brat Janka? Wybierz obliczenie, które pozwala odpowiedzieć na to pytanie.

A. $1050 - \frac{1}{5} \cdot 1050 - \frac{\frac{4}{7} \cdot (1050 - \frac{1}{5} \cdot 1050)}{3}$

C. $\frac{1050 - \frac{1}{5} \cdot 1050 - \frac{4}{7} \cdot \frac{1}{5} \cdot 1050}{3}$

B. $\frac{1050 - \frac{1}{5} \cdot 1050 - \frac{4}{7} \cdot (1050 - \frac{1}{5} \cdot 1050)}{3}$

D. $\frac{1050 - \frac{1}{5} \cdot 1050 - \frac{1}{5} \cdot (1050 - \frac{4}{7} \cdot 1050)}{3}$

3. Wybierz prawidłowe dokończenie zdania.

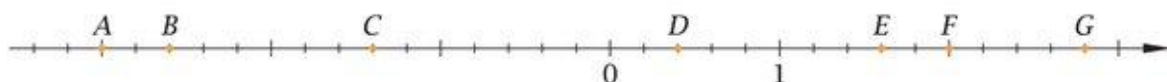
Suma liczb ujemnej i dodatniej jest liczbą mniejszą od zera, jeżeli:

- A. wartość bezwzględna liczby ujemnej jest mniejsza od liczby dodatniej,
- B. wartości bezwzględna liczby ujemnej jest większa od liczby dodatniej,
- C. wynik odejmowania liczby ujemnej od liczby dodatniej jest dodatni,
- D. wynik odejmowania liczby dodatniej od liczby ujemnej jest ujemny.

8 Oś liczbowa. Odległości liczb na osi liczbowej

Przypomnij sobie

1. Odczytaj z osi liczbowej, jakim liczbom odpowiadają zaznaczone punkty.



2. Jaka jest odległość na osi liczbowej między podanymi liczbami?

- a) -16 i 0 b) 18 i 7 c) -5 i 12 d) -13 i -4

3. Zaznacz na osi liczbowej zbiór liczb spełniających warunek:

- a) $x > 5$ b) $x \leq 5$

Poćwicz

4. Zaznacz na osi liczbowej zbiór liczb spełniających podany warunek:

- a) $x \leq 4,5$ c) $x < -2\frac{1}{2}$ e) $1 < x < 3,5$ g) $-3\frac{2}{3} < x \leq 2$
 b) $x \geq -1,75$ d) $x > 3\frac{2}{3}$ f) $-2,5 \leq x \leq 1,5$ h) $-4\frac{1}{3} \leq x < -1\frac{3}{4}$

5. Oblicz odległość między podanymi liczbami:

- a) 11,8 i 2,9 b) -2,7 i 5,4 c) $3\frac{2}{3}$ i $-4\frac{2}{3}$ d) $-5\frac{1}{5}$ i $-2\frac{2}{5}$

6. Znajdź dwie liczby, których odległość na osi liczbowej od liczby a jest równa d .

- a) $a = -3$, $d = 10$ c) $a = 10\frac{1}{3}$, $d = 4\frac{2}{3}$
b) $a = 7,2$, $d = 3,8$ d) $a = 1\frac{3}{5}$, $d = 5\frac{4}{5}$

7. Zaznacz na osi liczbowej wszystkie liczby, których odległość:

- a) od liczby 2 jest mniejsza od 3, b) od liczby -3 jest większa od 2.

Pomyśl

8. Zaznacz na osi zbiór liczb spełniających oba podane warunki jednocześnie:

- a) $x \geq -4,5$ i $x \leq 3$ c) $x \leq 5,2$ i $x < -3$
b) $x < 2$ i $x > 1\frac{1}{3}$ d) $x \geq -4\frac{1}{4}$ i $x \geq -1$

9. Do zbioru A należą liczby spełniające warunek $a \leq x \leq b$, a do zbioru C — liczby spełniające warunek $c \leq x \leq d$. Zaproponuj liczby a , b , c i d takie, aby:

- a) nie istniała liczba, która należy do obu tych zbiorów.
b) do obu tych zbiorów należała tylko jedna liczba,
c) do obu tych zbiorów należały wszystkie liczby ze zbioru A ,
d) do obu tych zbiorów należały wszystkie liczby spełniające warunek $a \leq x \leq d$.

10. Do pewnego zbioru należą liczby spełniające warunek $a \leq x \leq b$. Zaproponuj liczby a i b takie, aby:

- a) do tego zbioru należało tylko 5 liczb naturalnych,
b) do tego zbioru należało tylko 5 liczb całkowitych ujemnych,
c) odległość między liczbami a i b była równa 4,1 i do tego zbioru należały cztery liczby całkowite,
d) odległość między liczbami a i b była równa 4,1 i do tego zbioru należało pięć liczb całkowitych.

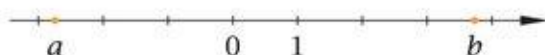
11. Znajdź liczbę, która na osi liczbowej jest w tej samej odległości od liczb:

- a) 24 i 36 b) -14 i 18 c) -32 i -4

*12. Znajdź liczbę, której odległość na osi liczbowej od liczby a jest 5 razy większa od odległości od liczby b ($b > a$).

Sprawdź się

1. Na osi liczbowej zaznaczono liczby a i b . Niech $c = b - a$. Który z poniższych warunków spełnia liczba c ?



- A. $-6 \leq c \leq -5$ B. $-5 \leq c \leq -4$ C. $4 \leq c \leq 5$ D. $6 \leq c \leq 7$

2. Wyobraź sobie, że na osi liczbowej zaznaczono dwa zbiory:

zbiór I, do którego należą liczby spełniające warunek: $-3,8 \leq x \leq 5,9$,

zbiór II, do którego należą liczby spełniające warunek: $-2\frac{1}{4} \leq x \leq 7\frac{1}{4}$.

Wybierz odpowiedzi spośród A i B, spośród C i D oraz spośród E i F.

Więcej ujemnych liczb całkowitych należy: A. do zbioru I B. do zbioru II

Więcej liczb całkowitych należy: C. do zbioru I D. do zbioru II

Odległość między najmniejszą i największą liczbą należącą do zbioru jest większa: E. w zbiorze I F. w zbiorze II

9 Zadania testowe

1. Wskaż liczbę mniejszą od $-\frac{105}{40}$.

- A. $-2,375$ B. $-2\frac{1}{2}$ C. $-\frac{46}{16}$ D. $-2\frac{3}{5}$

2. Dane są liczby: $3,8(3)$ $3,8333$ $3,83334$ $3\frac{83}{100}$

Ile z tych liczb jest równych liczbie $3\frac{5}{6}$ lub od niej większych?

- A. żadna B. jedna C. dwie D. trzy

3. W którym z opisanych zbiorów jest najwięcej liczb?

- A. Liczby całkowite większe od -6 i mniejsze od 6 .
 B. Liczby naturalne mniejsze od 11 .
 C. Liczby całkowite większe od -3 i mniejsze od 7 .
 D. Ujemne liczby całkowite większe od -13 .

4. Dane są liczby: 16 $16,3$ $16,35$ $16,36$ $16,358$ $16,3575$

Ile wśród tych liczb jest przybliżeń liczby $16,35746$?

- A. jedno B. dwa C. trzy D. cztery

5. Dane są liczby:

- A. 229,4532 B. 229,4419 C. 230,5271 D. 230,4476

Dokończ poniższe zdania. Przy każdym zaznacz odpowiednią literę.

Liczba 230 jest zaokrągleniem do jedności liczby	A	B	C	D
Liczba 229,45 jest zaokrągleniem do części setnych liczby	A	B	C	D
Liczba 229,4 jest zaokrągleniem do części dziesiątych liczby	A	B	C	D
Liczba 230,527 jest zaokrągleniem do części tysięcznych liczby	A	B	C	D

6. Który z wyników poniższych działań jest liczbą większą od pozostałych?

- A. $3\frac{2}{3} + 12\frac{1}{3}$ B. $8\frac{5}{7} + 7\frac{3}{7}$ C. $20\frac{4}{5} - 5$ D. $19\frac{1}{3} - 2\frac{2}{3}$

7. Który z wyników poniższych działań nie jest liczbą całkowitą?

- A. $3\frac{1}{6} + 2\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ C. $4,375 + 2,75 - 3\frac{1}{8}$
 B. $2\frac{1}{3} + 4,6 + 1\frac{1}{15}$ D. $12,2 - 2,9 - \frac{3}{5}$



8. Tort urodzinowy ważył 1,8 kg. Goście na przyjęciu zjedli $\frac{7}{9}$ tortu. Kiedy przyszedł spóźniony gość, dostał $\frac{1}{8}$ pozostałej części tortu. Porcja spóźnionego gościa ważyła:

- A. 0,005 kg C. 0,2 kg
 B. 0,05 kg D. 0,02 kg

9. Dane są wyrażenia:

- A. $-5,32 + 4,89$ B. $-5,3 - 4,89$ C. $-5,32 \cdot 4,89$ D. $-5,32 : 4,89$

Dokończ poniższe zdania. Przy każdym zaznacz odpowiednią literę.

Najmniejszą wartość ma wyrażenie	A	B	C	D
Największą wartość ma wyrażenie	A	B	C	D

10. Które z poniższych wyrażeń jest równe -1 ?

- A. $\frac{(19-20)^2}{(19-20)^3}$ B. $1\frac{2}{3} : (-\frac{3}{5})$ C. $\frac{10-15}{-20+15}$ D. $-\left(\frac{2,4-9,4}{4\frac{5}{6}+2\frac{1}{6}}\right)^2$

11. Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F — jeśli jest fałszywe.

Liczba 129,3(1234) jest większa od liczby 129,3(1324).	P	F
Liczba 12,(193) jest mniejsza od liczby 13,(999).	P	F

12. Wiadomo, że $6,2 \cdot 12 = 74,4$. Bez wykonywania dokładnych obliczeń dokończ poniższe zdania. Wybierz odpowiedzi spośród A i B oraz spośród C i D.

Wynikiem działania $62 \cdot 0,12$ jest liczba: A. 7,44 B. 0,0744

Wynikiem działania $7,44 : 1,2$ jest liczba: C. 0,62 D. 6,2

13. Trzecią część napoju owocowego stanowi sok pomarańczowy, a 0,2 — sok grejpfrutowy. W napoju tym znajduje się jeszcze 0,05 litra soku cytrynowego i $\frac{1}{4}$ litra soku jabłkowego. Ile wody dolano do soków, jeżeli otrzymano 2,7 litra napoju?

A. $\frac{1}{3}$ litra B. 0,69 litra C. $\frac{23}{25}$ litra D. 0,96 litra

14. Oceń prawdziwość zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F — jeśli jest fałszywe.

Jeżeli od każdego ze składników sumy odejmiemy 6, to wynik dodawania zmniejszy się o 12.	P	F
Jeżeli od jednego składnika sumy odejmiemy 55, a do drugiego dodamy 55, to wynik dodawania zmniejszy się o 110.	P	F

15. Wybierz poprawne dokończenie zdania.

Jeżeli licznik pierwszego ułamka jest równy mianownikowi drugiego i mianownik pierwszego równy jest licznikowi drugiego, to:

A. iloczyn tych ułamków równy jest 1, C. suma tych ułamków jest dodatnia,
B. iloraz tych ułamków równy jest 1, D. różnica tych ułamków jest równa 0.

16. Mama Tomka zaparzyła 1,5 litra herbaty. Następnie napełniła trzy filiżanki o pojemności 0,13 litra i dwie filiżanki o pojemności $\frac{1}{5}$ litra oraz kubek taty Tomka. W dzbanku zostało tyle herbaty, że można było napełnić nią jeszcze po jednej filiżance każdego z dwóch rodzajów. Jaka pojemność ma kubek taty Tomka?

Które z wyrażeń nie pozwala uzyskać odpowiedzi na to pytanie?

A. $1,5 - 3 \cdot 0,13 - 2 \cdot \frac{1}{5} - 0,13 - \frac{1}{5}$

C. $1,5 - 4 \cdot 0,13 - 3 \cdot \frac{1}{5}$

B. $1,5 - (4 \cdot 0,13 + 3 \cdot \frac{1}{5})$

D. $1,5 - 2 \cdot 0,13 - 3 \cdot \frac{1}{5} - 0,13 - \frac{1}{5}$

17. Podczas produkcji pieczenia mięso traci około $\frac{2}{5}$ swojej początkowej masy. Przygotowano 350 kg surowego mięsa. Gotową pieczeń rozwieziono do trzech sklepów. Do pierwszego trafiły 44 kg, do drugiego — połowa pozostałej części. Jaka część gotowej pieczeni trafiła do trzeciego sklepu? Wynik zaokrąglij do części setnych.

A. 0,40 B. 0,14 C. 0,23 D. 0,24

18. Jeżeli przesuniemy przecinek w ułamku dziesiętnym o jedno miejsce w prawo, otrzymamy liczbę dziesięć razy większą od danej. A jak otrzymać liczbę dziesięć razy większą od $7\frac{1}{6}$? Wybierz właściwą odpowiedź.

A. Trzeba dopisać cyfrę zero do cyfry siedem.
 B. Trzeba dopisać cyfrę zero do cyfry siedem i do cyfry 1.
 C. Trzeba dopisać zero do cyfry siedem i do cyfry 6.
 D. Trzeba dopisać zero do cyfry siedem, jeden i sześć.

19. W pewnym sklepie jest 160 ćwierćkilogramowych opakowań ciastek, a w innym tę samą ilość ciastek włożono do opakowań 1,25 razy lżejszych. Oceń prawdziwość zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F — jeśli jest fałszywe.

Ciastka w obu sklepach ważą razem 40 kg.	P	F
W drugim sklepie jest 200 opakowań z ciastkami.	P	F
Jedno opakowanie w drugim sklepie waży 0,3 kg	P	F
W drugim sklepie jest o $\frac{1}{4}$ opakowań więcej niż w pierwszym.	P	F
W pierwszym sklepie jest o $\frac{1}{5}$ opakowań mniej niż w drugim.	P	F

20. Droga do pracy zajmuje pani Helence $\frac{7}{12}$ godziny. Pierwsze pięć minut idzie na przystanek autobusowy (autobus już tam czeka). Podróż autobusem zajmuje $\frac{4}{15}$ godziny. Po wyjściu z autobusu ma jeszcze do przejścia 1 kilometr.

a) Ile czasu pani Helenka musi jeszcze spędzić w drodze do pracy, jeżeli wsiadła do autobusu 6 minut temu?

A. 16 minut B. 24 minuty C. 25 minut D. 29 minut

b) Z jaką prędkością pani Helenka pokonuje pieszo ostatni odcinek drogi?

A. $\frac{1}{5} \frac{\text{km}}{\text{min}}$ B. $4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ C. $4\frac{2}{7} \frac{\text{km}}{\text{h}}$ D. $5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

21. Liczba a leży na osi liczbowej w odległości 3 od liczby 7, a liczba b — w odległości 5 od liczby 7. Na podstawie tych informacji oceń, czy możliwe jest, że:

a) suma liczb a i b jest równa 22, TAK/NIE

b) odległość między liczbami a i b jest równa 7. TAK/NIE

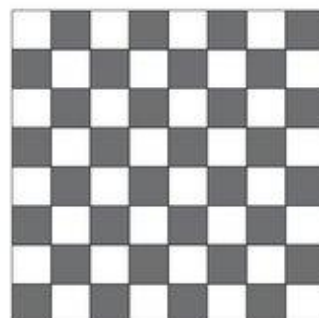
1 Procenty i ułamki

Przypomnij sobie

1. Przyjmij, że kilogram mąki to całość. Połącz określenia I-VI z odpowiednimi wyrażeniami A-F.

I. ćwierć kilograma mąki	A. 100% mąki
II. pół kilograma mąki	B. 200% mąki
III. półtora kilograma mąki	C. 150% mąki
IV. dwa kilogramy mąki	D. 25% mąki
V. kilogram mąki	E. 50% mąki
VI. trzy czwarte kilograma mąki	F. 75% mąki

2. Na rysunku przedstawiono szachownicę. Jaki procent wszystkich pól stanowią pola czarne?



3. W magazynie znajduje się 125 kilogramów jabłek. Co waży więcej:

- 0,75 masy jabłek czy 75% masy jabłek,
- 45% masy jabłek czy 54% masy jabłek,
- 100% jabłek czy 100 kg jabłek,
- 100 kg jabłek czy 90% masy jabłek?

4. Pewną ilość pieniędzy podzielono na 25 jednakowych części. Które wyrażenia umożliwiają obliczenie, jakim procentem całej kwoty jest każda z tych części?

I. $25 \cdot 100\%$ II. $\frac{100\%}{25}$ III. $\frac{25}{100}\%$ IV. $\frac{1}{25} = \frac{4}{100} = 4\%$ V. $\frac{1}{25} \cdot 100\%$

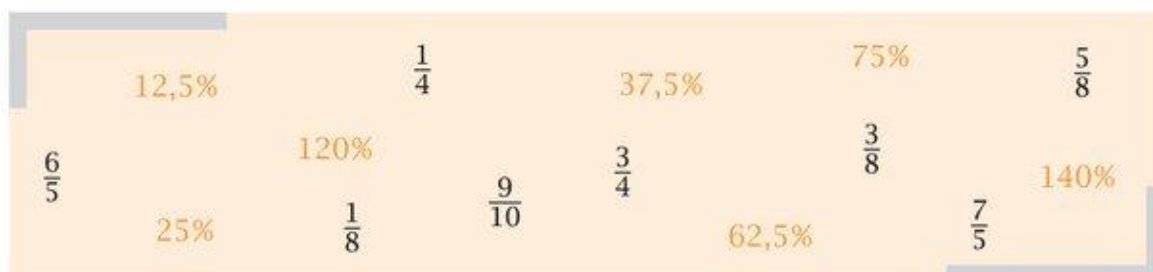
5. Pewną ilość kiszonej kapusty podzielono na 25 różnych porcji. Następnie obliczono, jakim procentem całości jest każda porcja. Jaki wynik by otrzymano, gdyby zsumowano wszystkie te procenty?

6. Odpowiedz na pytanie.

- Jaką częścią całości jest 1‰?
- Ile promili ma 1‰?
- Jaką częścią procentu jest 1‰?

Poćwicz

7. Przeczytaj zdanie — zamiast procentów podaj ułamek zwykły.
- Wśród zebranych grzybów 17% to kurki.
 - Kryminały stanowią 3% książek stojących w bibliotece.
 - 80% masy pomidorów to woda.
 - Monter naprawił 90% zepsutych urządzeń.
 - Janek wydał 30,2% kwoty, którą miał w portfelu.
 - Gdy Ola wrzuciła do skarbonki zaoszczędzoną kwotę, ilość pieniędzy w skarbonce zwiększyła się o 0,7%.
8. Przeczytaj zdanie — zamiast ułamka dziesiętnego podaj odpowiedni procent.
- Kamil ma o $\frac{1}{5}$ książek więcej niż Bartek.
 - Na parkingu stoją cztery fiaty, które stanowią $\frac{1}{25}$ zaparkowanych samochodów.
 - Dziewczęta stanowią 0,45 wszystkich uczniów szkoły.
 - Pan Romek wygrał na loterii kwotę o 0,8 większą niż wartość losów, które kupił.
9. Znajdź ułamek, który nie ma odpowiednika w podanych procentach.



10. Ustal, co jest większe:
- 0,3 pewnej kwoty czy 3% tej kwoty,
 - 0,07 jabłka czy 70% tego jabłka,
 - 0,001 chleba czy 1% tego chleba,
 - $\frac{2}{5}$ tortu czy 45% tego tortu,
 - $\frac{1}{3}$ jabłka czy 30% tego jabłka,
 - $\frac{5}{9}$ chleba czy 55% tego chleba.
11. Zamień promile na procenty.
- 34‰
 - 235,9‰
 - 35,9‰
 - 2‰
 - 3,8‰
 - 0,9‰
 - 0,11‰
 - 0,006‰
12. Zamień procenty na promile.
- 2%
 - 3,8%
 - 12,7%
 - 0,8%
 - 0,15%
 - 0,01%
 - 0,072%
 - 235,708%

13. Jaki procent pewnej kwoty stanowi część zapisana w postaci poniższego ułamka? Wyniki zaokrąglaj do dziesiątych części procentu. Możesz skorzystać z kalkulatora.

- a) $\frac{23}{100}$ c) $\frac{7}{50}$ e) $\frac{2}{9}$ g) $\frac{5}{2}$ i) $1\frac{1}{8}$ k) 1,45
 b) $\frac{3}{20}$ d) $\frac{12}{30}$ f) $\frac{7}{11}$ h) $\frac{5}{3}$ j) $1\frac{4}{13}$ l) 2,8

14. Zapisz podane informacje, używając procentów.

- a) Przeciętnie wśród stu jajek na świecie 37 jaj zostało zniesionych w Chinach.
 b) Co dwudziesta trzecia osoba pracująca w Polsce w 2013 r. była nauczycielem.
 c) Niemal $\frac{3}{5}$ światowego produktu brutto jest wytwarzane przez pięć krajów (USA, Japonię, Niemcy, Francję, Wielką Brytanię), które zajmują tylko czternastą część powierzchni lądów; w krajach tych mieszka dziesiąta część ludzkości.

15. W pewnej szkole bibliotekarz obliczył, ile procent książek wypożyczonych w ciągu roku szkolnego przypadło na każdą z ośmiu klas. Wyniki zebrał w tabeli.

I a	I b	I c	II a	II b	II c	III a	III b
20%	3%	27%	12,5%	1,3%	13,27%	12,73%	

- a) Ile procent bibliotekarz powinien wpisać przy klasie III b?
 b) Jaką część książek wypożyczyli uczniowie poszczególnych klas? Wyniki podaj w postaci ułamków dziesiętnych.

16. Dziewięcioro uczniów obliczyło, jaką część drogi z domu do szkoły każde z nich przebywa pieszo.

Ania	Artur	Basia	Czarek	Darek	Dorota	Ewa	Grzesiek	Hania
50%	70%	40%	25%	20%	10%	4%	48%	15%

- a) Zapisz te informacje za pomocą ułamków zwykłych nieskracalnych.
 b) Dlaczego na podstawie tabeli nie można stwierdzić, kto ma do przebycia najdłuższą drogę z domu do szkoły?

17. Na plakacie przedstawiono procentową zawartość wody w ludzkim ciele i jego niektórych częściach.

- a) Jaką część ciała dziecka stanowi woda?
 b) Jaką częścią krwi są suche składniki?
 c) Jaki ułamek objętości mózgu stanowi sucha substancja?
 d) Czy w ciele dziecka czy dorosłego jest więcej procent suchych składników?



około $\frac{1}{3}$
 prawie $\frac{2}{5}$
 nieco ponad $\frac{1}{2}$
 około $\frac{3}{4}$

18. Przepisz tekst i uzupełnij go wyrażeniami z ramki.

W roku 1920 aż 75,3%, czyli ■ mieszkańców Polski mieszkało na wsi. Do wybuchu II wojny światowej udział ludności miejskiej wzrósł do 32,5%, czyli ■. W roku 1970 już 52,3%, czyli ■ Polaków mieszkało w miastach. Dziś na wsi mieszka ■ ludności kraju, a dokładniej 39,1%.

Pomyśl

- 19.** Centymetr to 1% metra. Wypisz po dwie pary jednostek, w których jedna stanowi:
- a) 1% drugiej, b) 1‰ drugiej, c) 10% drugiej, d) 0,1‰ drugiej.
- 20.** Kamila wzięła udział w konkursie matematycznym. W każdym z czterech etapów można było zdobyć 10 punktów. Jeżeli uczestnik uzyskał w sumie przynajmniej 80% punktów, otrzymywał tytuł laureata i cenną nagrodę. W I etapie Kamila zdobyła maksymalną liczbę punktów, za II etap przyznano jej 9 punktów, a za III — 5. Wynik w ostatnim etapie zapewnił dziewczynce miejsce w gronie laureatów.
- a) Ile co najmniej punktów trzeba było zdobyć, by zostać laureatem?
 b) Ile co najmniej punktów zdobyła Kamila w ostatnim etapie?
- *21.** Jednym z naturalnych zbiorników wodnych zawierających najwięcej soli w 1 kg wody jest Morze Martwe — zasolenie wynosi około 231‰. To 6,6 razy więcej niż średnie zasolenie oceanów. Jednak za zbiornik z najbardziej zasoloną wodą przyjmuje się staw Don Juan na Antarktydzie, którego zasolenie waha się 338–402‰. Oblicz średnie zasolenie oceanów na naszej planecie oraz ile razy zasolenie stawu Don Juan jest większe od średniego zasolenia oceanów.
- *22.** Do szkoły A uczęszcza 408 uczniów i 255 z nich uczy się języka niemieckiego. W szkole B, liczącej 208 uczniów, 73 osoby wybrały język niemiecki. Jaki procent uczniów szkoły A uczy się języka niemieckiego? O ilu więcej uczniów szkoły B musiałoby się zdecydować na naukę języka niemieckiego, żeby w obu szkołach uczył się tego języka taki sam procent uczniów?

Sprawdź się

- 1.** W którym punkcie 0,625 pewnej kwoty wyrażono w procentach i w promilach?
- A. 6,25% kwoty; 62,5‰ kwoty C. 6,25% kwoty; 625‰ kwoty
 B. 62,5% kwoty; 625‰ kwoty D. 62,5% kwoty; 6,25‰ kwoty

2. Wiadomo, że $1 \text{ ha} = 100 \text{ a}$ oraz $1 \text{ km}^2 = 10\,000 \text{ a}$. Dokończ poniższe zdania. Wybierz odpowiedzi spośród A i B oraz spośród C i D.

Hektar stanowi:

- A. 1% kilometra kwadratowego B. 10% kilometra kwadratowego

Promil kilometra kwadratowego to inaczej:

- C. 0,1 hektara D. 10 hektarów

3. W roku szkolnym 2011/2012 było w Polsce 179 gimnazjów dla dorosłych. Ile promili wszystkich gimnazjów stanowiły gimnazja dla dorosłych, jeżeli gimnazjów dla młodzieży było wtedy 7331?

- A. około 2,44‰ B. około 24,4‰ C. około 2,38‰ D. około 23,8‰

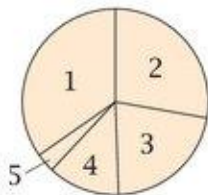
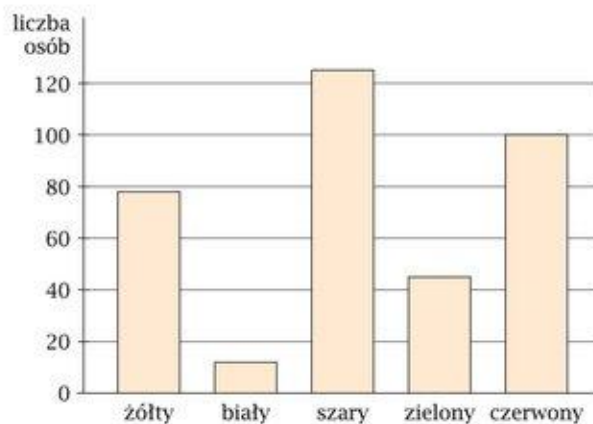
2 Diagramy procentowe

Przypomnij sobie

1. Uczniowie pewnej szkoły mieli wybrać jeden ulubiony kolor spośród pięciu podanych. Wyniki przedstawiono na diagramie słupkowym.

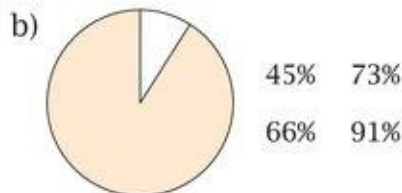
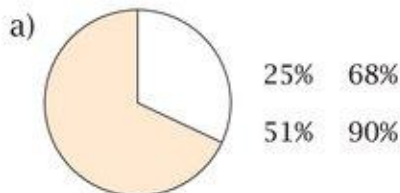
a) Przypisz każdemu słupkowi wykresu odpowiednią liczbę osób spośród podanych.

- I. 12 III. 78 V. 125
II. 45 IV. 100

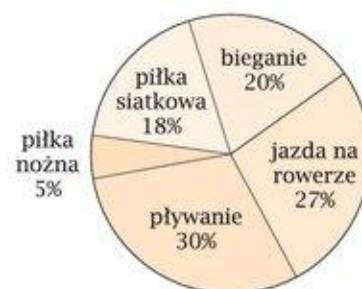


b) Zebrane dane uczniowie postanowili przedstawić na diagramie kołowym. W tym celu podzielili koło na części odpowiadające poszczególnym słupkom diagramu. Dopasuj poszczególne części koła do odpowiednich kolorów wymienionych w ankiecie.

2. Jaki procent koła zamalowano? Wskaż odpowiedni procent spośród podanych bez wykonywania dokładnych pomiarów i rachunków.



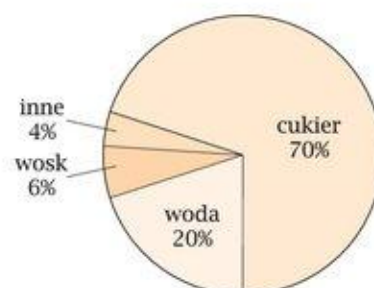
3. Na diagramie przedstawiono wyniki badania, w którym grupie osób zadano pytanie: *Jaką dyscyplinę sportową najchętniej uprawiasz?* Ile osób wzięło udział w tym badaniu, jeżeli jazdę na rowerze wskazało 27 osób?



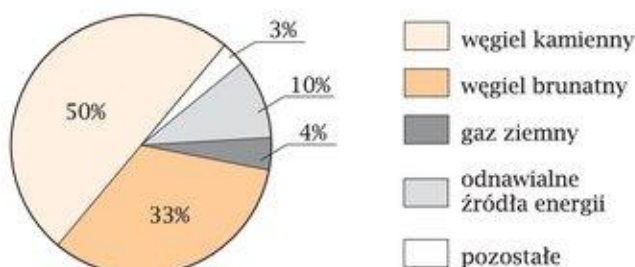
Poćwicz

4. Na diagramie przedstawiono podstawowe składniki miodu pszczelego.

- a) Który składnik dominuje?
b) Ile kilogramów wody, a ile cukru zawiera jeden kilogram miodu?



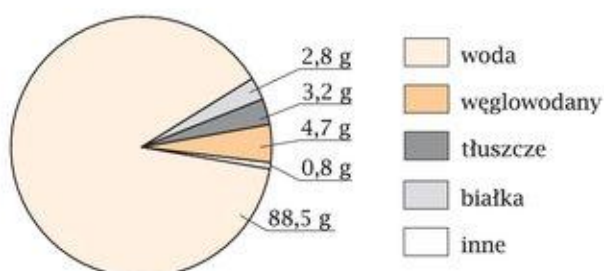
5. Na diagramie przedstawiono, ile procent (w przybliżeniu) energii zużytej w 2012 roku w Polsce pochodziło z poszczególnych źródeł.



- a) Jaka część energii pochodziła z węgla kamiennego, a jaka z odnawialnych źródeł energii?

- b) Które źródła dostarczały mniej niż 10% energii?

- c) Jaką mniej więcej część energii stanowiła energia pozyskiwana z węgla brunatnego: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ czy $\frac{1}{4}$?



6. Na diagramie przedstawiono, ile gramów różnych składników mieści się w 100 g mleka. Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F — jeśli jest fałszywe.

Woda stanowi ponad 80% masy mleka.	P	F
Tłuszcze stanowią 32% masy mleka.	P	F
Mniej niż $\frac{1}{20}$ części mleka to węglowodany.	P	F
Białka stanowią około 3% masy mleka.	P	F
Substancji określonych jako „inne” jest w mleku mniej niż 1%.	P	F



7. Wybraną grupę uczniów zapytano, czy w ich domach jest telewizor lub zmywarka do naczyń. Wśród pytaných było 80 osób, które przyznały, że w ich domu jest tylko telewizor, 60 — że tylko zmywarka, z kolei u 35 uczniów w domu są oba te sprzęty, a u 25 — nie ma żadnego z nich. Sporządź diagram procentowy przedstawiający uzyskane informacje.

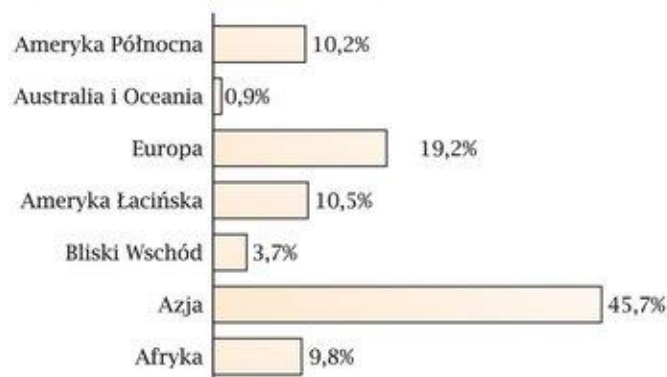
8. Dane przedstawione na mapie informują, jaka część ludności świata zamieszkuje poszczególne kontynenty. Narysuj diagram kołowy na podstawie tych informacji.



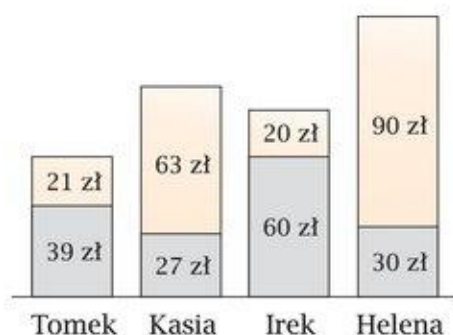
9. Na diagramie przedstawiono, jaki odsetek ludności korzystającej z Internetu w czerwcu 2014 roku zamieszkiwał poszczególne regiony świata.

a) W którym regionie mieszkała w tym czasie prawie połowa osób korzystających z Internetu?

b) Jaka część użytkowników Internetu mieszkała w Ameryce Północnej? Wybierz najdokładniejszą odpowiedź spośród ułamków: $\frac{1}{10}$, $\frac{4}{25}$, $\frac{1}{5}$.



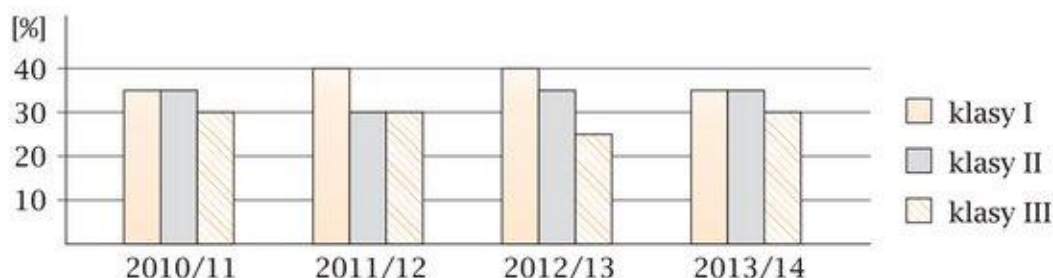
- *c) W czerwcu 2014 roku było ponad 3 mld użytkowników Internetu. Ilu było wśród nich mieszkańców Europy? Jaki procent tych Europejczyków stanowili Polacy, jeżeli liczbę polskich internautów szacuje się na 24 miliony?



10. Tomek, Kasia, Irek i Helena zestawili swoje miesięczne wydatki z kieszonkowego. Przyjęli, że szarym kolorem oznaczają wydane pieniądze, a pomarańczowym — zaoszczędzone kwoty. Oblicz procentowy udział wydatków z kieszonkowego poszczególnych dzieci, a następnie przedstaw te dane na jednym diagramie słupkowym. Następnie wyciągnij kilka wniosków na podstawie tego diagramu.

Pomysł

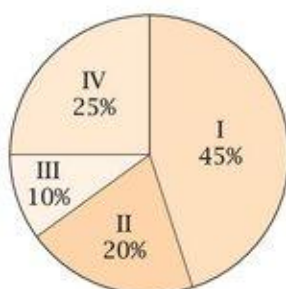
11. Na diagramie przedstawiono, jaki procent uczniów pewnej szkoły podstawowej stanowili pierwszo-, drugo- i trzecioklasiści.



- a) Czy był taki rok, w którym pierwszoklasiści lub trzecioklasiści stanowili $\frac{1}{4}$ uczniów?
- b) W których latach więcej niż co trzeci uczeń był drugoklasistą?
- *c) W roku 2012/13 było tylko 35% drugoklasistów, choć w roku 2011/12 pierwszoklasistów było 40%. Czy to znaczy, że niektórzy uczniowie z tej grupy zostali na drugi rok w tej samej klasie lub zmienili szkołę?
- *d) W latach 2011/12 i 2012/13 było szczególnie dużo pierwszoklasistów. W roku 2013/14 ich odsetek się zmniejszył. Czy to znaczy, że do szkoły przyszło mniej uczniów?

12. Dane w tabelce informują, jaka część uczniów pewnego liceum uczy się poszczególnych języków obcych. Narysuj diagram słupkowy według tych danych. Wyjaśnij, dlaczego suma liczb w tabeli jest większa od 100%.

język angielski	84%
język francuski	17%
język niemiecki	60%
język rosyjski	25%
inne	8%



13. Pewną grupę uczniów zapytano, która z czterech części sagi „Gwiezdne pokoje” podoba się im najbardziej. Wyniki tej miniankiety przedstawiono na diagramie (liczb nie zaokrąglano).

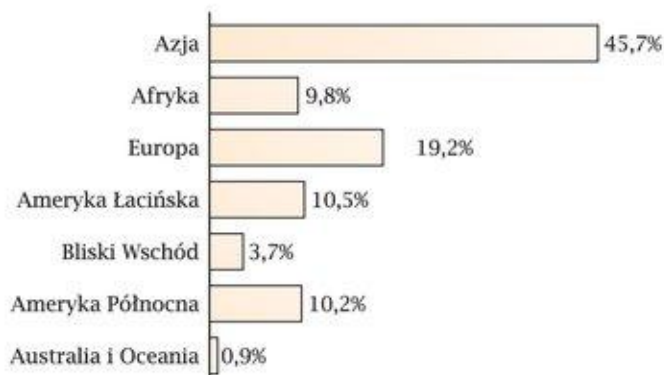
a) Ile osób brało udział w ankiecie, jeżeli było ich więcej niż 100 i mniej niż 140?

- *b) Jak zmieniłby się diagram wyników ankiety, gdyby połowa osób, które wybrały część II, zmieniła zdanie i wskazała część III, a $\frac{4}{9}$ osób, które wybrały część I, opowiedziało się za częścią IV?

- c) Gdyby w głosowaniu wzięło udział 500 osób i rozkład głosów byłby taki sam jak na diagramie, to ile osób wybrałoby część I?
- d) Czy to prawda, że na dwie dowolne części sagi głosowało więcej osób niż na co najmniej jedną z pozostałych części?

- *14. Na diagramie przedstawiono, jaki odsetek ludności korzystającej z Internetu w czerwcu 2014 roku zamieszkiwał poszczególne regiony świata, a w tabeli — procent ludności świata żyjącej wówczas w tych regionach. Przyjmij, że liczba ludności na świecie wynosiła 7 mld, z czego 3 mld korzystała z Internetu.

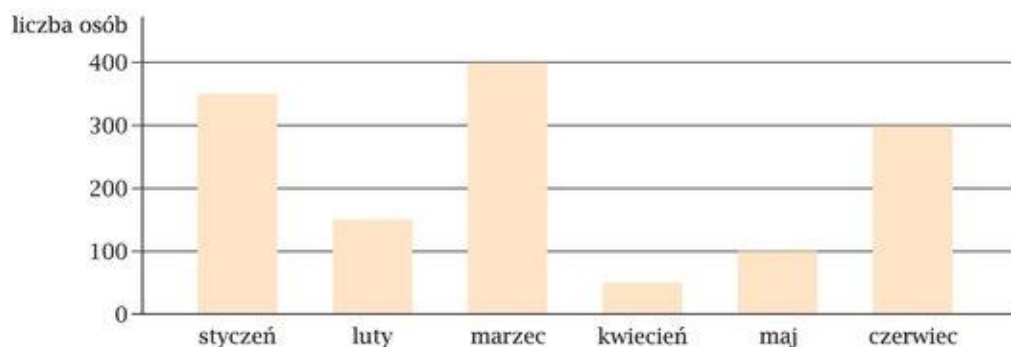
Region	Część ludności świata
Azja	55,6%
Afryka	15,8%
Europa	11,6%
Ameryka Łacińska	8,5%
Bliski Wschód	3,2%
Ameryka Północna	4,9%
Australia i Oceania	0,4%



- Ilu mieszkańców Europy, ilu — Afryki i ilu — Australii i Oceanii korzystało z Internetu w czerwcu 2014 r.?
- Jaki procent mieszkańców Europy, jaki — Afryki i jaki — Australii i Oceanii korzystał wówczas z Internetu?
- Jaki procent mieszkańców Azji nie korzystał wówczas z Internetu?

Sprawdź się

1. Na diagramie słupkowym przedstawiono liczbę zwiedzających pewną galerię sztuki w każdym z sześciu kolejnych miesięcy pierwszego półrocza. Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F — jeśli jest fałszywe.



W maju galerię odwiedziło o 50% osób mniej niż w lutym.	P	F
Łączna liczba zwiedzających galerię w lutym i w kwietniu stanowiła 50% liczby zwiedzających w marcu.	P	F
W czasie trzech miesięcy, w których galeria była najliczniej odwiedzana, pojawiło się ponad 80% wszystkich zwiedzających.	P	F

2. W grupie 1000 osób, w której połowę stanowiły kobiety, przeprowadzono ankietę dotyczącą rodzaju uprawianych sportów. Oto jej wyniki.



Które z poniższych zdań są prawdziwe?

- I. Każdy sport jest uprawiany przez większą liczbę mężczyzn niż kobiet.
- II. Niektóre kobiety uprawiają więcej niż jedną dyscyplinę sportu.
- III. Piłka nożna jest bardziej popularna wśród mężczyzn niż bieganie wśród kobiet.
- IV. Co dziesiąta kobieta uprawia piłkę nożną.
- V. Wśród kobiet najbardziej popularna jest jazda na rowerze.

3 Jaki to procent?

Przypomnij sobie

1. Jakim ułamkiem kąta pełnego jest kąt o podanej mierze?
 - a) 36°
 - b) 72°
 - c) 120°
 - d) 180°
 - e) 270°
2. Jakiemu kątowi odpowiada podany procent kąta pełnego?
 - a) 5%
 - b) 45%
 - c) 65%
 - d) 85%
 - e) 95%
3. Grupę osób zapytano, czy w ich domach są tablety lub laptopy. Okazało się, że u 10 osób w domu nie ma żadnego z tych sprzętów, 35 osób przyznało, że w ich domu jest co najmniej jeden tablet (i nie mają laptopa), 40 osób — że co najmniej jeden laptop (i nie mają tabletu), a u 15 osób są oba rodzaje sprzętu.
 - a) Jakim ułamkiem wszystkich badanych są osoby, które nie mają ani jednego laptopa i ani jednego tabletu? Ile to procent?
 - b) Jaki ułamek wszystkich badanych stanowią osoby, które mają co najmniej jeden laptop, ale nie mają ani jednego tabletu? Ile to procent?
 - c) Ile procent wszystkich badanych ma co najmniej jeden tablet?
 - d) Jaki procent wszystkich badanych stanowią osoby, które mają co najmniej jeden tablet albo mają co najmniej jeden laptop?

4. W sali koncertowej Polskiej Filharmonii Bałtyckiej jest 1000 miejsc podzielonych na kilka sektorów. Tuż przed sceną znajduje się 147 miejsc. Po obu jej stronach, w sektorach B i C, przygotowano po 239 miejsc, a w łóżach — łącznie 53 miejsca. Pozostałe miejsca rozmieszczono w sektorze A.



- Ile jest miejsc w sektorze A? Ile to procent wszystkich miejsc?
- Jaki procent wszystkich miejsc stanowią miejsca w każdym z sektorów B i C?
- Ile procent miejsc mają do dyspozycji słuchacze w łóżach?

Poćwicz

5. Oblicz w pamięci, jaki procent liczby y stanowi liczba x .

- | | | |
|----------------------|---------------------|------------------------|
| a) $x = 1, y = 2$ | d) $x = 8, y = 800$ | g) $x = 11, y = 44$ |
| b) $x = 3, y = 6$ | e) $x = 30, y = 40$ | h) $x = 6, y = 15$ |
| c) $x = 20, y = 200$ | f) $x = 7, y = 35$ | i) $x = 190, y = 1000$ |

6. Oblicz, jaki procent liczby b stanowi liczba a .

- | | | |
|---------------------|------------------------|-----------------------|
| a) $a = 15, b = 20$ | d) $a = 980, b = 1000$ | g) $a = 380, b = 200$ |
| b) $a = 48, b = 64$ | e) $a = 240, b = 80$ | h) $a = 88, b = 22$ |
| c) $a = 40, b = 64$ | f) $a = 38, b = 1900$ | i) $a = 144, b = 120$ |

7. Oblicz, ile promili liczby b stanowi liczba a .

- | | | |
|-----------------------|---------------------|------------------------|
| a) $a = 15, b = 1000$ | d) $a = 1, b = 800$ | g) $a = 120, b = 2000$ |
| b) $a = 15, b = 2000$ | e) $a = 2, b = 400$ | h) $a = 180, b = 1000$ |
| c) $a = 3, b = 3000$ | f) $a = 6, b = 800$ | i) $a = 12, b = 150$ |

8. Podaj z dokładnością do jednego procentu, jakim procentem liczby a jest liczba b oraz jakim procentem liczby b jest liczba a .

- | | | |
|-------------------------|----------------------|---------------------|
| a) $a = 90, b = 101$ | d) $a = 41, b = 52$ | g) $a = 1, b = 30$ |
| b) $a = 25, b = 99$ | e) $a = 19, b = 100$ | h) $a = 11, b = 77$ |
| c) $a = 1498, b = 3001$ | f) $a = 1, b = 7$ | i) $a = 3, b = 8$ |

9. Oblicz z dokładnością do dziesiątych części procentu, jaki procent:

- | | |
|----------------------------------|---------------------------------|
| a) minuty stanowi jedna sekunda, | c) doby stanowi jedna godzina, |
| b) godziny stanowi jedna minuta, | d) tygodnia stanowi jedna doba. |

Pomyśl

10. a) Oblicz na podstawie diagramu, jaki przeciętnie procent miesięcznego dochodu przeznaczają Polacy na każdy z wymienionych rodzajów wydatków.

żywność	mieszkanie i energia	transport	inne
---------	-------------------------	-----------	------

- b) Jakim miarom kątów na diagramie kołowym odpowiadałyby prostokątne fragmenty powyższego diagramu?
11. Staś chce kupić rower za 1050 zł. Gdy miał już 152 zł, dostał od wujka 100 zł. Jaki procent potrzebnej sumy ma teraz Staś?
12. Długość równika wynosi około 40 tys. km. Ile promili obwodu równika stanowi odległość z twojej miejscowości do Warszawy, a ile — do Krakowa? Jeżeli mieszkasz w Warszawie lub Krakowie, przyjmij za miejsce swego zamieszkania Toruń.
13. Jaki procent Polaków mieszka w twojej miejscowości? Ile to promili? Przyjmij, że liczba ludności Polski jest równa 38,5 mln.
14. Przeciętny słoń afrykański waży 5700 kg, a jego mózg — 5 kg. Jaki procent masy słonia stanowi masa jego mózgu?
15. Powierzchnia Ziemi wynosi 510 mln km², z czego 149 mln km² to lądy. Ile procent powierzchni Ziemi zajmują lądy, a ile — morza i oceany?
16. W tabeli przedstawiono, ilu chłopców i ile dziewcząt chodzi do poszczególnych klas siódmych pewnej szkoły. Oblicz, jaki procent każdej z klas stanowią chłopcy. W której klasie ten procent jest największy? Czy jest to ta klasa, w której jest najwięcej chłopców?

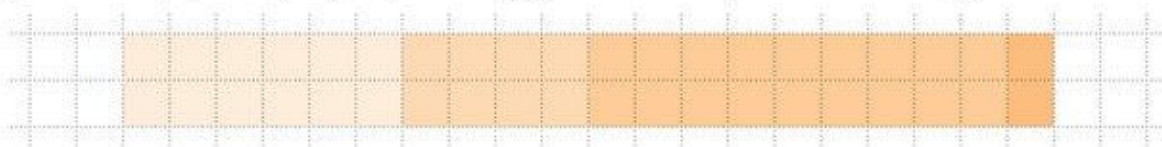
Klasa	VII a	VII b	VII c	VII d	VII e
chłopcy	12	11	10	12	10
dziewczeta	13	14	11	11	9

17. Pewien koszykarz zdobył w meczu pięć razy po 2 punkty oraz 6 punktów za rzuty wykonane zza tzw. linii rzutów za trzy punkty. Jaki procent trafień stanowiły trafienia za 3 punkty? Jaki procent punktów uzyskanych przez tego zawodnika pochodził z rzutów za 3 punkty?
18. Rodzice zwiększyli tygodniowe kieszonkowe Patryka z 25 zł do 35 zł. Jakim procentem wcześniejszego kieszonkowego Patryka była kwota podwyżki?

19. Justyna dostała 35 zł kieszonkowego. Po kupieniu zeszytu i długopisu zostało jej 25 zł. Jaki procent kieszonkowego dziewczynka wydała?
- *20. Do suszenia przygotowano 4 kg grzybów. Na początku było w nich 3,5 kg wody, po pewnym czasie ilość wody zmniejszyła się o pół kilograma, a jeszcze później spadła do 1 kg. Jakim procentem masy grzybów była zawarta w nich woda — przed suszeniem i na każdym z opisanych etapów suszenia?

Sprawdź się

1. Na jedno z pytań ankiety najwięcej osób odpowiedziało: TAK, OCZYWIŚCIE, mniej osób dało odpowiedź: TAK, ALE, jeszcze mniej: NIE, CHOCIAŻ, a tylko nieliczni wybrali: ZDECYDOWANIE NIE. Na rysunku przedstawiono niedokończony diagram procentowy (brakuje opisu) ilustrujący rozkład odpowiedzi na to pytanie.



Jaki procent zapytanych stanowiły osoby, które udzieliły odpowiedzi: TAK, ALE?

- A. 45% B. 30% C. 20% D. 5%
2. Całkowita powierzchnia Grecji wynosi 132 tys. km², a bez wysp — 107 tys. km². Jaki w przybliżeniu procent powierzchni Grecji stanowi powierzchnia wysp?
- A. 81% B. 19% C. 23% D. 5%
3. W jednej tonie świeżej trawy było 600 kg wody. Po wysuszeniu trawy ilość zawartej w niej wody zmalała o połowę. Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F — jeśli jest fałszywe.

Przed suszeniem sucha masa stanowiła 40% masy trawy.	P	F
Po wysuszeniu sucha masa stanowiła około 43% masy uzyskanej trawy.	P	F

4 Obliczanie procentu danej liczby

Przypomnij sobie

1. Oblicz.

a) 0,50 liczby 768 b) 0,25 liczby 384 c) 0,75 liczby 88 d) 0,10 liczby 96

2. Oblicz w pamięci.

- a) 1% liczby 100 b) 25% liczby 16 c) 20% liczby 5 d) 75% liczby 200

3. Uporządkuj liczby k , l , m , n , o w kolejności od najmniejszej do największej.

$$k = 30\% \text{ liczby } 9 \qquad l = 25\% \text{ liczby } 12 \qquad m = 10\% \text{ liczby } 31$$

$$n = 70\% \text{ liczby } 5 \qquad o = 80\% \text{ liczby } 4$$

4. W pewnej szkole zapytano 180 uczniów, czy mają rodzeństwo. Okazało się, że 0,25 badanych ma co najmniej jedną siostrę, ale nie ma brata, 0,30 — ma co najmniej jednego brata, lecz nie ma żadnej siostry, a 0,10 może się cieszyć z posiadania rodzeństwa obu płci. Pozostali są jedynakami.

- a) Jaki procent badanych nie ma ani brata, ani siostry? Ile to osób?
b) Jaki procent badanych ma co najmniej jednego brata, ale nie ma żadnej siostry? Ile to osób?
c) Jaki procent badanych ma co najmniej jedną siostrę? Ile to osób?
d) Jaki procent badanych ma rodzeństwo? Ile to osób?

5. Oblicz 1% podanej powierzchni. Dobierz taką jednostkę, by wynik był liczbą naturalną.

- a) 1 ha b) 1 a c) 1 m² d) 1 cm²

Poćwicz

6. Ile to sekund?

- a) 80% godziny b) 75% półtorej godziny c) 15% doby d) 1% minuty

7. Ile to arów?

- a) 76% z 1 ha c) 1% z 0,57 ha e) 2% z 2 ha
b) 40% z 20 ha d) 83% z 10 ha f) 50% z 36 ha

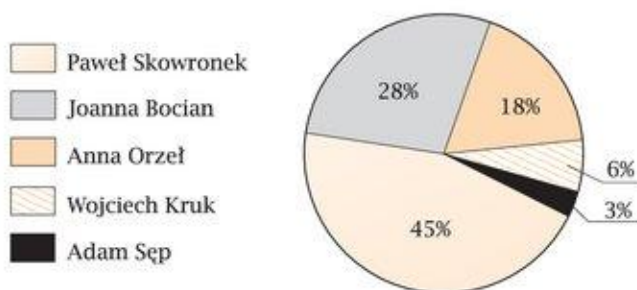
8. Ile to metrów kwadratowych?

- a) 6% z 1 a c) 10% z 0,57 a e) 25% z 200 a
b) 30% z 20 a d) 83% z 10 a f) 75% z 36 a

9. Oszacuj z dokładnością do jedności.

- a) 33% z 18 cm d) 24% z 36 cm² g) 25% z 98 km
b) 33% z 90 kg e) 7% z 71 dag h) 5% z 21 godzin
c) 66% z 24 m³ f) 15% z 6 m i) 3% z 305 mm²

10. Oprocentowanie oszczędności w pewnym banku wynosi 4% rocznie. Oblicz, jaką kwotę odsetek otrzymamy, jeśli wpłacimy do banku na rok:
- a) 200 zł c) 1200 zł e) 15 000 zł
b) 300 zł d) 8700 zł f) 125 000 zł
11. Spółka „Flaming” przeznaczyła 200 tys. zł do podziału pomiędzy swoich udziałowców. Na podstawie diagramu oblicz, ile otrzymał każdy z nich.



12. W szkole jest 375 uczniów, z których 32% stanowią uczniowie klas siódmych. Wśród siódmoklasistów 20% stanowią uczniowie klasy VII c.
- a) Ustal, ilu uczniów liczy ta klasa.
b) Czy uczniowie VII b mogą stanowić dokładnie 23% wszystkich siódmoklasistów?
13. Cena kilograma srebra jest zwykle około 75 razy niższa od ceny kilograma złota. Porównaj wartości:
- a) 30% dwukilogramowej sztabki złota oraz 45% stu jednokilogramowych sztabek srebra,
b) 45% dwukilogramowej sztabki złota oraz 30% pięćdziesięciu trzykilogramowych sztabek srebra.

Pomyśl

14. W pewnej szkole są dwie klasy siódme. W VIIa jest 30 uczniów, w tym 40% dziewcząt, a w VIIb jest 25 uczniów, w tym 56% chłopców.
- a) W której klasie jest więcej dziewcząt? O ile więcej?
b) W której klasie jest więcej chłopców? O ile więcej?
15. a) Oblicz kolejno wszystkie przykłady z poniższych grup.
- I. 75% liczby 1024; 50% liczby 768; 25% liczby 384; 10% liczby 96
II. 10% liczby 1024; 25% liczby 102,4; 50% liczby 25,6; 75% liczby 12,8
III. 50% liczby 1024; 75% liczby 512; 10% liczby 384; 25% liczby 38,4
- b) Uzasadnij, że na podstawie końcowego wyniku uzyskanego w jednej z tych grup można było przewidzieć końcowe wyniki w pozostałych grupach.

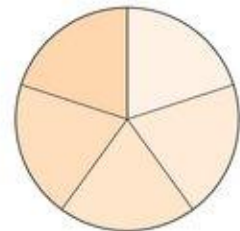
16. Odpowiedz na pytania bez wykonywania mnożenia — skorzystaj z liczb zawartych w tabeli.

Procent kąta 360°	25%	30%	35%	65%	90%	95%
Miara kąta	90°	108°	126°		324°	

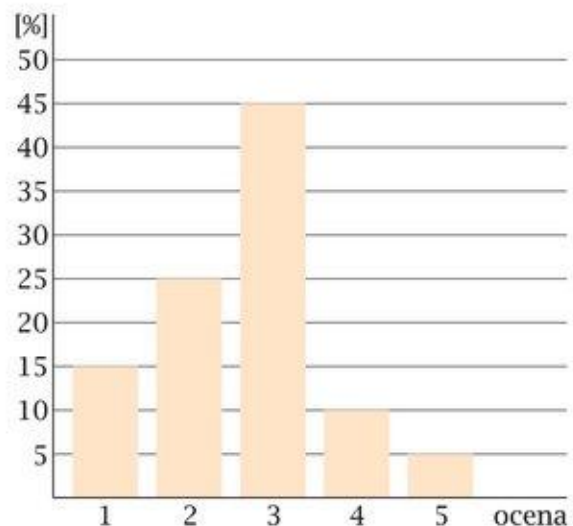
- a) Jakich miar kątów brakuje w tabeli? c) Ile wynosi 160% liczby 360?
 b) Ile wynosi 5% liczby 360? d) Ile wynosi 40% liczby 360?
17. Porównaj podane wyrażenia. Jaką prawidłowość można zauważyć? Sformułuj wniosek i go uzasadnij.
- a) 80% liczby 90 i 90% liczby 80 c) 145% liczby 80 i 80% liczby 145
 b) 60% liczby 30 i 30% liczby 60 d) 15% liczby 150 i 150% liczby 15

Sprawdź się

1. Wyniki pewnych badań, w których wzięło udział 120 osób, rozłożyły się równomiernie. Każda część diagramu opisuje grupę:



- A. 20% badanych, czyli 20 osób C. 24% badanych, czyli 20 osób
 B. 20% badanych, czyli 24 osoby D. 25% badanych, czyli 30 osób
2. W szkole liczącej 360 siódmoklasistów przeprowadzono test z matematyki. Na wykresie przedstawiono, ile procent uczniów otrzymało poszczególne oceny. Odpowiedz na pytania. Wybierz odpowiedzi spośród A i B oraz spośród C i D.
- Ilu uczniów otrzymało oceny niższe od dobrej?
 A. 306 B. 85
- Ilu uczniów otrzymało oceny wyższe od dostatecznej?
 C. 54 D. 15



3. Co piętnasta uczennica w pewnej szkole nosi okulary. Oznacza to, że w tej szkole okulary nosi:
- A. 15% uczennic C. $6\frac{2}{3}\%$ uczennic
 B. 85% uczennic D. $93\frac{1}{3}\%$ uczennic

4. Świeżo skoszona trawa zawiera 60% wody, a po wysuszeniu trawy woda stanowi około 40% jej masy. Oceń prawdziwość zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F — jeśli jest fałszywe.

Przed suszeniem sucha masa stanowiła 40% masy trawy.	P	F
Po wysuszeniu sucha masa stanowiła około 60% masy uzyskanej trawy.	P	F
W wyniku suszenia ilość suchej masy w trawie wzrosła.	P	F
W wyniku suszenia zwiększa się w trawie procentowy udział suchej substancji.	P	F

5 Podwyżki i obniżki

Przypomnij sobie

1. Wśród podanych liczb wskaż pary liczb, o których można powiedzieć, że pierwsza jest o połowę większa od drugiej. Czy druga liczba w tej parze jest o połowę mniejsza od pierwszej?

50 450 100 150 75 300 500 750 225

2. Wśród podanych liczb wskaż pary liczb, o których można powiedzieć, że pierwsza jest o połowę mniejsza od drugiej. Czy druga liczba w tej parze jest o połowę większa od pierwszej?

50 1000 150 100 450 250 500 75 225

Poćwicz

3. Znajdź, obliczając w pamięci:

- | | |
|--------------------------------|-----------------------------------|
| a) liczbę o 30% większą od 10, | e) kwotę o 10% mniejszą od 50 zł, |
| b) liczbę o 20% większą od 5, | f) kwotę o 5% mniejszą od 40 zł, |
| c) liczbę o 25% większą od 16, | g) kwotę o 25% mniejszą od 12 zł, |
| d) liczbę o 50% większą od 18, | h) kwotę o 20% mniejszą od 35 zł. |

4. Znajdź:

- | | |
|--------------------------------|---|
| a) liczbę o 15% większą od 80, | e) pole o 7% mniejsze od 60 m^2 , |
| b) liczbę o 5% większą od 40, | f) pole o 2% mniejsze od 10 cm^2 , |
| c) liczbę o 18% większą od 20, | g) pole o 40% mniejsze od 35 dm^2 , |
| d) liczbę o 83% większą od 40, | h) pole o 99% mniejsze od 82 km^2 . |

5. Przerysuj tabelę do zeszytu i ją uzupełnij.

Artykuł	Cena detaliczna	Rabat (%)	Rabat (zł)	Cena po obniżce
pralka	1450 zł	10%		
lodówka	1800 zł	20%		
odkurzacz	430 zł	15%		
żelazko	230 zł	5%		

6. Cena biletu normalnego klasy 2 na pociąg pospieszny z Gdyni do Warszawy wynosi 126 zł. Ile kosztuje bilet:

- ze zniżką 37%,
- normalny klasy 1, który jest o 55% droższy od biletu klasy 2?

Pomyśl

7. Marek i Jarek mieli po 50 zł. Oszczędności Marka zwiększyły się o 20%, a potem jeszcze raz o 20%. Oszczędności Jarka zwiększyły się tylko raz, ale za to o 40%.

- Oblicz, ile pieniędzy ma każdy z nich. Kto ma więcej?
- Dlaczego oszczędności obu chłopców się różnią?

8. Kartonik soku kosztował 3,20 zł. Jego cenę obniżono o 25%. Następnie nową cenę podwyższono o 30%. Ile kosztował sok po obydwu tych zmianach? Czy to więcej czy mniej niż na początku?

9. Pan Y zarabiał o 25% więcej niż pan X. Obaj panowie otrzymali podwyżki, przy czym wynagrodzenie pana Y wzrosło o 20%, a pana X — o 50%.

- Czy pensje obu pracowników się wyrównały?
- Kto zarabiałby więcej, gdyby pensja pana Y wzrosła o 25%, a pana X — o 49%?

10. W pewnym banku do lokaty pieniężnej dodaje się co roku 4% aktualnej kwoty. W banku zdeponowano 12 000 zł. Jaką kwotę bank doda do tej lokaty:

- po roku,
- po dwóch latach,
- po trzech latach?

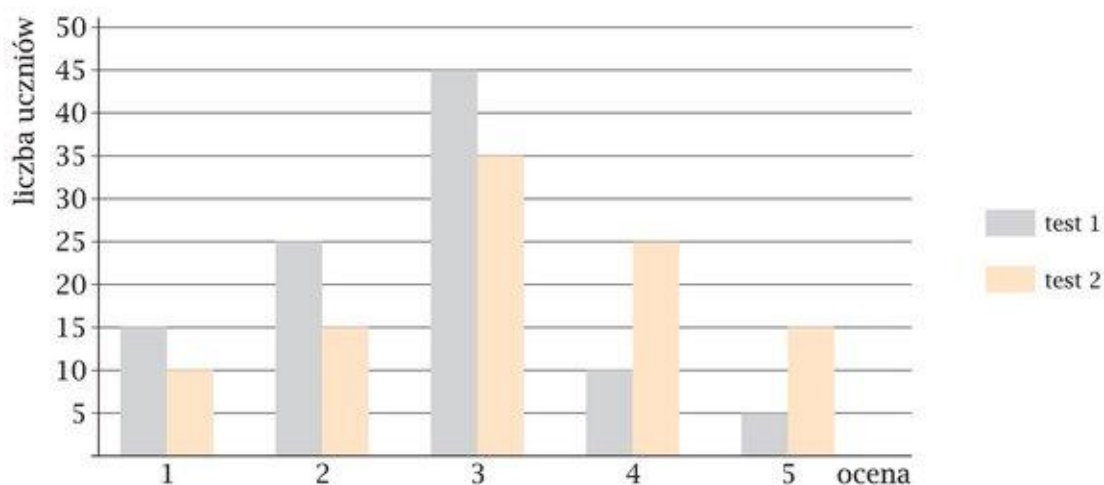
*11. W pewnej firmie kolejowej bilet na pociąg pospieszny kosztuje o 50% więcej niż bilet na pociąg osobowy na tej samej trasie. Za jazdę pierwszą klasą trzeba dopłacić 50% ceny biletu. Ile razy więcej trzeba zapłacić za bilet klasy 1 na pociąg pospieszny niż za bilet klasy 2 na pociąg osobowy?

12. Ceny których produktów obniżono zgodnie z ogłoszeniem?



Sprawdź się

1. Która z podanych liczb jest równa liczbie o 250% większej od liczby 500?
A. 750 B. 1250 C. 1750 D. 2000
2. Oto zestawienie wyników dwóch testów z matematyki przeprowadzonych wśród tych samych uczniów w odstępie dwóch miesięcy. Odpowiedz na pytania. Wybierz odpowiedź TAK albo NIE oraz uzasadnienie A albo B.



I. Czy liczba ocen dopuszczających zmniejszyła się o 40%?

TAK,	ponieważ	A.	lewy słupek przy tej ocenie jest o 60% wyższy od prawego.
NIE,		B.	prawy słupek przy tej ocenie jest o $\frac{2}{5}$ niższy od lewego.

II. Czy liczba ocen dobrych zwiększyła się o 150%?

TAK,	ponieważ	A.	prawy słupek przy tej ocenie jest 2,5 razy wyższy od lewego.
NIE,		B.	lewy słupek przy tej ocenie jest o 50% niższy od prawego.

3. Rower kosztował 1250 zł. Jego cenę obniżano trzykrotnie, za każdym razem o 20%. Ocen prawdziwość zdań. Wybierz P, jeśli zadanie jest prawdziwe, lub F — jeśli jest fałszywe.

Po obniżkach rower kosztuje 640 zł.	P	F
Gdyby obecną cenę roweru zwiększyć o 95,3%, to kosztowałby on mniej więcej tyle co przed obniżkami.	P	F

6 Obliczanie liczby, gdy dany jest jej procent

Przypomnij sobie

1. Oblicz cenę kilograma kiełbasy, jeżeli:

- | | |
|--------------------------------------|--------------------------------------|
| a) $\frac{1}{4}$ kg kosztuje 5,20 zł | d) $\frac{2}{3}$ kg kosztuje 6,10 zł |
| b) $\frac{1}{5}$ kg kosztuje 4,30 zł | e) $\frac{5}{4}$ kg kosztuje 30 zł |
| c) $\frac{1}{8}$ kg kosztuje 3,80 zł | f) $\frac{7}{5}$ kg kosztuje 35 zł |

2. Znajdź liczbę, której:

- | | |
|-----------------|-------------------|
| a) 1% wynosi 17 | d) 5% wynosi 12 |
| b) 2% wynosi 8 | e) 10% wynosi 170 |
| c) 4% wynosi 6 | f) 75% wynosi 24 |

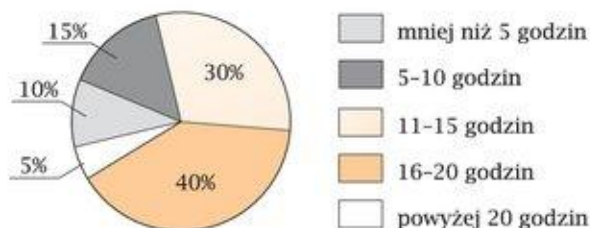
3. Znajdź liczbę, o której wiadomo, że liczba o 25% od niej większa to 10.

4. Uczniowie pewnej szkoły przeprowadzili sondę wśród swoich rówieśników na temat ilości czasu poświęcanego tygodniowo na odrabianie lekcji. Wyniki przedstawili na diagramie procentowym. Najliczniejszą, 48-osobową grupę stanowili uczniowie, którzy na naukę poświęcają od 16 do 20 godzin tygodniowo.

a) Ilu uczniów wzięło udział w tej sondzie?

b) Co który uczeń stwierdził, że odrabia lekcje nie dłużej niż 5 godzin tygodniowo?

c) Ilu uczniów przyznało, że przygotowanie do lekcji zajmuje im ponad 20 godzin tygodniowo?



Poćwicz

5. Znajdź liczbę, której:

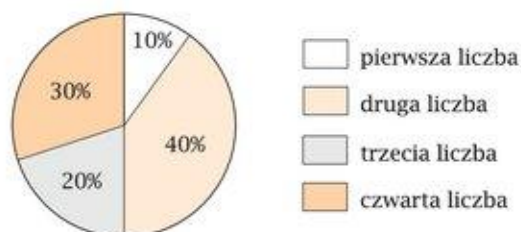
- a) 5% wynosi 10 c) 300% wynosi 9 e) 12% wynosi 48
b) 45% wynosi 18 d) 30% wynosi 24 f) 250% wynosi 25

6. Roczne oprocentowanie lokat w pewnym banku wynosi 3%, tzn. że po roku bank dopisuje do lokaty odsetki równe 3% wpłaconej kwoty. Oblicz, jaką kwotę trzeba wpłacić na rok, żeby odsetki wyniosły:

- a) 30 zł b) 45 zł c) 210 zł d) 225 zł

7. Na diagramie przedstawiono, jakim procentem sumy czterech liczb jest każda z nich. Znajdź te liczby, jeżeli:

- a) pierwszą liczbą jest 50,
b) trzecią liczbą jest 250,
c) drugą liczbą jest 280,
d) czwartą liczbą jest 225.



8. Pan Mrożek sprzedaje lody. Jego zysk stanowi 5% ceny sprzedanych lodów. Oblicz, za ile złotych musi sprzedać lody, aby zyskać:

- a) 100 zł b) 230 zł c) 460 zł d) 520 zł

9. Jakie wynagrodzenie otrzymywał pracownik przed podwyżką, jeżeli jego pensja wzrosła:

- a) o 10% i teraz wynosi 1760 zł,
b) o 15% i teraz wynosi 2415 zł,
c) o 35% i teraz wynosi 5535 zł,
d) o 45% i teraz wynosi 9062,50 zł.

10. Jaka była cena towaru przed ogłoszeniem promocji, jeżeli:

- a) po dwudziestoprocentowej obniżce ceny towar kosztuje 3,40 zł,
b) po piętnastoprocentowej obniżce ceny towar kosztuje 212,50 zł,
c) po czterdziestoprocentowej obniżce ceny towar kosztuje 1944 zł,
d) po siedemdziesięcioprocentowej obniżce ceny towar kosztuje 1410 zł.

11. W Polsce cena sprzętu elektronicznego składa się z kwoty netto i podatku VAT w wysokości 23% tej kwoty. Oblicz, jaka jest cena netto urządzenia (czyli bez podatku VAT), które w sklepie kosztuje:

- a) 615 zł b) 861 zł c) 676,50 zł d) 1476 zł

Pomyśl

12. Początkowo rower kosztował 1000 zł, ale jego cenę dwukrotnie zmieniono.
- Oblicz, o ile złotych ostatecznie zmniejszyła się cena roweru i jaka to część początkowej ceny, jeśli cenę roweru najpierw podniesiono, a potem obniżono:
 - o 10%
 - o 20%
 - o 30%
 - Spróbuj zauważyć zależność między liczbą procent podwyżki i obniżki w danym przykładzie a otrzymanym wynikiem. Na tej podstawie podaj, o ile złotych niższa jest cena tego roweru w porównaniu z ceną początkową, jeśli najpierw cenę podniesiono o 40%, a potem obniżono o 40%.
13. Księgarnia otrzymała z hurtowni „Bajki robotów” Stanisława Lema. Już pierwszego dnia sprzedano 60% egzemplarzy, a drugiego — 25% tych, które jeszcze były. Trzeciego dnia klienci nabyli połowę nadal dostępnych książek i w efekcie na półkach zostało ich 36. Ile egzemplarzy „Bajek robotów” dostarczyła hurtownia?
14. Wiadomo, że liczba a jest o 20% większa od liczby b .
- Oblicz a , jeżeli b wynosi: 10 20 30 50
 - Oblicz b , jeżeli a wynosi: 120 72 48 24
- *15. Pani Halinka kupiła na giełdzie 100 kg jabłek po 2,04 zł za kilogram, a następnie sprzedawała je w swoim sklepie. Obliczyła, że jej zysk stanowi 15% kwoty uzyskanej ze sprzedaży jabłek. W jakiej cenie pani Helenka sprzedawała jabłka?

Sprawdź się

- W pewnej szkole uczy się 315 chłopców, a 55% uczących się to dziewczęta. Ile dziewcząt i chłopców razem uczy się w tej szkole?
A. 370 B. 573 C. 385 D. 700
- Oceń prawdziwość zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F — jeśli jest fałszywe.

Jeżeli 26% liczby x wynosi 234, to liczba x wynosi 900.	P	F
Jeżeli liczba 15,26 jest o 26% większa od liczby x , to liczbą x jest 15.	P	F
Jeżeli liczba 27,38 jest o 26% mniejsza od liczby x , to liczbą x jest 37.	P	F

3. Każdą z liczb: a oraz 50 zwiększono o 20% i w efekcie suma tych liczb wzrosła o 40. Ile wynosiła liczba a ?
- A. 50 B. 100 C. 150 D. 200

7

O ile procent więcej, o ile mniej. Punkty procentowe

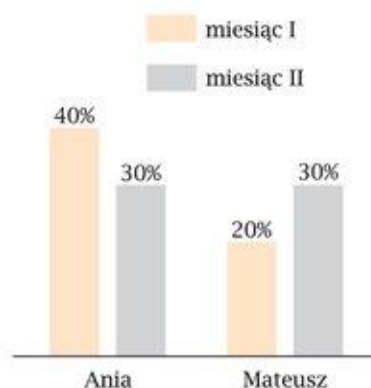
Przypomnij sobie

1. Na rysunku przedstawiono prostokąt o polu powierzchni 10 cm^2 , podzielony na dwa mniejsze prostokąty: A i B.



- a) O ile cm^2 powierzchnia prostokąta B jest mniejsza od powierzchni prostokąta A?
- b) Jaką część pola prostokąta A jest różnica między polami obu prostokątów? Ile to procent?
- c) O ile procent powierzchnia prostokąta B jest mniejsza od powierzchni prostokąta A?
- d) O ile procent powierzchnia prostokąta A jest większa od powierzchni prostokąta B?
2. O ile liczba 244 jest mniejsza od liczby 305? Jaki to ułamek liczby 305 i jaki jej procent?

3. Ania oraz Mateusz startowali w wyborach na przewodniczącego parlamentu uczniowskiego. Na diagramie przedstawiono przedwyborcze sondaże przeprowadzone w dwóch kolejnych miesiącach. Odpowiedz na pytania na podstawie tego diagramu.



- a) Który z kandydatów zyskał, a który stracił zwolenników? O ile punktów procentowych zmieniły się ich wyniki?
- b) O ile punktów procentowych więcej od Mateusza zyskałaby w wyborach Ania, gdyby wyniki głosowania były takie jak w sondażu z pierwszego miesiąca?

Poćwicz

4. Oblicz, o ile procent liczba b jest większa od liczby a i o ile procent liczba a jest mniejsza od liczby b .

- a) $a = 5, b = 20$ d) $a = 7, b = 12$ g) $a = 17, b = 80$
 b) $a = 8, b = 12$ e) $a = 80, b = 140$ h) $a = 12, b = 390$
 c) $a = 50, b = 60$ f) $a = 20, b = 34$ i) $a = 8, b = 100$

5. Oblicz, o ile promili liczba b jest większa od liczby a .

- a) $a = 8, b = 8,008$ b) $a = 7, b = 7,7$ c) $a = 27,5, b = 27,511$

6. Oblicz, o ile promili liczba b jest mniejsza od liczby a .

- a) $a = 3, b = 2,997$ b) $a = 25, b = 24,8$ c) $a = 8, b = 7,988$

7. Ceny wszystkich produktów w sklepie obniżono o tyle samo procent. Przedstawioną obok tabelę przerysuj do zeszytu i uzupełnij.

Towar	Stara cena	Nowa cena
mleko w kartonie	3,10 zł	
wafelki	5,00 zł	
bułka kajzerka	0,60 zł	0,54 zł
lizak		0,45 zł

8. Pan K. wpłacił na roczną lokatę 1250 zł, a po roku miał na niej 1300 zł. Pan H. w innym banku wpłacił 3000 zł i po roku stan jego konta wyniósł 3114 zł.

- a) W którym banku roczne oprocentowanie lokat (czyli procent z wpłaconej kwoty naliczony po roku oszczędzania) jest wyższe?
 b) O ile złotych więcej miałby na koncie ten z panów, który gorzej ulokował oszczędności, gdyby z tych dwóch lokat wybrał lokatę wyżej oprocentowaną?

9. W 25-osobowej klasie 56% uczniów stanowią chłopcy.

- a) O ile procent więcej jest chłopców niż dziewcząt?
 b) O ile procent mniej jest dziewcząt niż chłopców?
 c) O ile punktów procentowych więcej jest chłopców niż dziewcząt?
 d) O ile punktów procentowych mniej jest dziewcząt niż chłopców?

10. W klasie VIIa było 10 chłopców i 15 dziewcząt. W drugim półroczu do klasy doszło jeszcze 5 chłopców.

- a) Ile procent uczniów tej klasy stanowili chłopcy na początku, a ile w drugim półroczu?
 b) O ile punktów procentowych zwiększyła się liczba chłopców?
 c) O ile procent zwiększyła się liczba chłopców?

Pomyśl

11. Liczba 305 jest 1,25 razy większa od liczby 244. Które z poniższych zdań jest prawdziwe?
- I. Liczba 305 jest o 25% większa od 244.
 - II. Liczba 244 jest o 25% mniejsza od 305.
 - III. Różnica między liczbami 305 i 244 stanowi 25% liczby 305.
 - IV. Różnica między liczbami 305 i 244 stanowi 25% liczby 244.
12. W klasie VIIb w koszykówkę grało 20% wszystkich uczniów. Potem ten odsetek wzrósł o 5 punktów procentowych.
- a) Jaki procent uczniów tej klasy gra teraz w koszykówkę?
 - b) O ile procent zwiększyła się liczba tych osób?
13. Liczba a jest 4 razy większa od liczby b .
- a) O ile procent liczba a jest większa od liczby b ?
 - b) O ile procent liczba b jest mniejsza od liczby a ?



Sprawdź się

1. Spośród wszystkich województw największą powierzchnię — $35\,558\text{ km}^2$ — ma województwo mazowieckie, a najmniejszą — 9412 km^2 — opolskie. Odpowiedz na poniższe pytania. Wybierz odpowiedzi spośród A i B oraz spośród C i D.
- O ile procent powierzchnia mazowieckiego jest większa od opolskiego?
- A. o około 27,8% B. o około 377,8%
- O ile procent powierzchnia opolskiego jest mniejsza od mazowieckiego?
- C. o około 26,5% D. o około 73,5%
2. Pani Jola kupiła dla siebie powieść cenionego pisarza za 30 zł, dla męża — specjalistyczne czasopisma za 24 zł i dla syna — płytę ulubionego zespołu za 66 zł. Dokończ poniższe zdania. Wybierz odpowiedzi spośród A i B oraz spośród C i D.
- Wydatki na czasopisma stanowiły:
- A. 25% łącznych wydatków B. 20% łącznych wydatków
- Wśród łącznych wydatków poniesionych przez panią Jolę koszt czasopism okazał się niższy od kwoty wydanej na książkę:
- C. o 5 punktów procentowych D. o 6 punktów procentowych

3. Dane są pary liczb:

I. 12,5 i 10

II. 45 i 36

III. 64 i 48

IV. 72 i 54

W których parach jedna z liczb jest o 25% mniejsza od drugiej?

A. tylko w I i II

C. w I, II i III

B. tylko w III i IV

D. we wszystkich

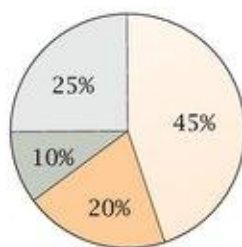
8 Obliczenia procentowe

Przypomnij sobie

1. Janek twierdzi, że 0,03 z 45 to tyle samo co 30‰ z 45, a Bartek uważa, że 0,03 z 45 to tyle samo co 3% z 45. Oceń stwierdzenia chłopców.
2. Na rysunku przedstawiono prostokąt o polu powierzchni 8 cm^2 , podzielony na dwie części: jaśniejszą i ciemniejszą. Jakim procentem pola całego prostokąta jest pole większej części?



3. Na diagramie przedstawiono, jaki procent uczniów klasy siódmej mieszka w danej odległości od szkoły. Wskaż zdania prawdziwe.



- w pobliżu szkoły, czyli w odległości mniejszej niż 200 m
- w odległości większej niż 200 m i mniejszej niż 1 km
- w odległości większej niż 1 km i mniejszej niż 2 km
- w odległości większej niż 2 km

I. Prawie połowa uczniów mieszka w pobliżu szkoły.

II. Ponad jedna czwarta uczniów ma do szkoły więcej niż 200 m i mniej niż 2 km.

III. Uczniów mieszkających w odległości większej niż 200 m jest więcej niż tych, którzy mieszkają w pobliżu szkoły.

4. Które z poniższych działań pozwalają obliczyć 56% liczby 675?

I. $675 : 0,56$

II. $0,56 \cdot 675$

III. $56 : 675$

IV. $56 \cdot 675$

V. $\frac{56 \cdot 675}{100}$

5. Wskaż działania umożliwiające znalezienie liczby, której 56% wynosi 378.

I. $378 : 0,56$

II. $378 \cdot 56$

III. $0,56 : 378$

IV. $378 : 0,44$

V. $\frac{378 \cdot 100}{56}$

6. Liczba a stanowi 400% liczby 60.
- Znajdź liczbę a .
 - O ile procent liczba a jest większa od 60?
 - O ile procent liczba 60 jest mniejsza od liczby a ?

Poćwicz

7. W badaniach ankietowych dotyczących artykułów, które mają być sprzedawane w szkolnym sklepiku, wzięło udział 278 uczniów. Za tym, by w sklepiku były dostępne napoje gazowane, opowiedziały się 54 osoby, przeciw było 211 osób, a pozostali nie mieli zdania. Jaki procent badanych uczniów stanowią ci, którzy nie opowiedzieli się ani za napojami gazowanymi, ani przeciw nim?
8. Piętnastu chłopców stanowi 62,5% klasy. O ile procent więcej jest chłopców niż dziewcząt w tej klasie?
9. Jaka jest masa cegły, jeżeli jedna cegła waży:
- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| a) kilogram i 50% cegły, | c) kilogram i 80% cegły, |
| b) kilogram i 75% cegły, | d) kilogram i 90% cegły? |
10. Zimą narty „Szus-szus” kosztowały 600 zł. Po sezonie ich cenę obniżono o 15%.
- Ile kosztują narty po obniżce?
 - O ile procent trzeba podnieść ich cenę, aby wróciła do pierwotnej wysokości?
11. Rower kosztował 900 zł. Jego cenę podniesiono o 10%, a potem jeszcze o 20%.
- Ile kosztował rower po pierwszej podwyżce, a ile po drugiej?
 - O ile procent wzrosła cena roweru po obu tych podwyżkach?
12. W parku rośnie kilkadziesiąt drzew: 46% z nich to lipy, 36% to akacje, a 8% to dęby. Pozostałe 5 drzew stanowią modrzewie. Ile jest akacji w tym parku?
13. Zając biega z prędkością $65 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, a gepard o 60% szybciej. Jak szybko biega gepard? O ile procent wolniej biega zając od geparda?
14. Ania słodzi porcję 250 ml herbaty jedną łyżeczką cukru, a jej wujek Albert — aż czterema. W 2 l popularnego napoju gazowanego znajdują się 42 łyżeczki cukru. O ile łyżeczek cukru więcej zawiera porcja 250 ml tego napoju niż herbata wujka Alberta? Ile to procent więcej?

15. Na podstawie tabeli oblicz, ile w przybliżeniu procent światowej produkcji podanych towarów w 2013 r. przypadało na Polskę. Ile to promili? W których wypadkach wygodniejsze w użyciu są promile, a w których — procenty?

	Wydobycie ropy naftowej (mln ton)	Wydobycie węgla kamiennego (mln ton)	Produkcja cukru (tys. ton)	Produkcja mleka (mln ton)
Polska	0,9	68,4	1771	12,5
Świat	4280	7200	182 000	780

Pomyśl

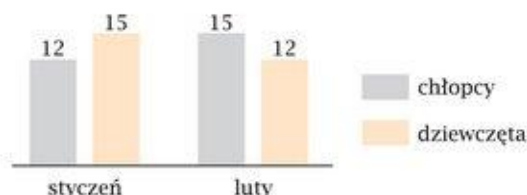
16. Ilu uczniów liczy klasa, jeżeli dokładnie 4% z nich dostało szóstki z klasówki?
17. W liczbie dwucyfrowej druga cyfra jest o 20% większa od pierwszej. Co to za liczba?

18. Jacek, Marcin i Rudolf poszli na grzyby. Najwięcej grzybów znalazł Jacek — aż 12 — czyli o 20% więcej od Marcina i o 50% więcej od Rudolfa. Ile grzybów znaleźli wszyscy trzej razem?



19. Patrycja oszczędza na własny tablet. Ma już 200 zł. Mama dołożyła jej 20% tej kwoty i okazało się, że teraz Patrycja ma 25% ceny tabletu. Ile złotych musi jeszcze zbierać dziewczynka, skoro jej dziadkowie zadeklarowali, że подарują jej połowę potrzebnej kwoty?

20. Do klasy VIIc uczęszcza 13 chłopców i 14 dziewcząt. Na diagramie przedstawiono dane na temat liczby przeczytanych książek przez uczniów tej klasy (z podziałem na płeć) w styczniu i w lutym.



- O ile procent więcej książek przeczytali chłopcy w lutym niż w styczniu?
- O ile procent zmniejszyła się liczba przeczytanych książek przez dziewczęta w lutym w porównaniu ze styczniem?
- Po ile książek przypadało na jednego chłopca, a po ile na jedną dziewczynę w styczniu i w lutym?
- Która grupa uczniów, dziewczęta czy chłopcy, zasługuje na tytuł „Czytamy więcej książek”, jeżeli weźmiemy pod uwagę książki przeczytane w ciągu tych dwóch miesięcy?

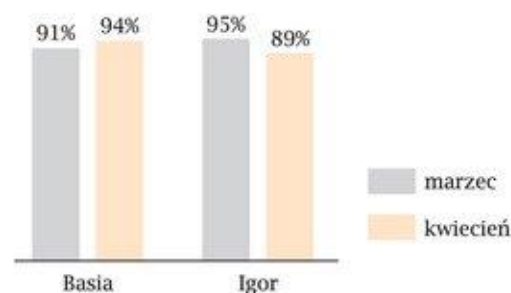
21. W szkolnej loterii wykupiono całą pulę 300 losów. Wszyscy uczestnicy tej loterii kupili po dwa losy. Siedemdziesięciu szczęśliwców trafiło na oba losy z wygraną, 25 uczniów miało tylko jeden los z wygraną, pozostali nie wylosowali żadnych nagród.
- Jaki procent wszystkich losów stanowiły losy wygrywające, a jaki — przegrywające?
 - Jaki procent wszystkich biorących udział w loterii stanowiły osoby, które miały przynajmniej jeden los z wygraną?
 - O ile procent więcej było losów z wygraną niż losów z przegraną?
- *22. Klasa VIIa liczy 30 osób, z czego 60% stanowią chłopcy.
- Gdyby 10 uczniów tej klasy przeniosło się do klasy VIIb, to w klasie VIIa dziewcząt byłoby tyle samo co chłopców. Ile dziewcząt i ilu chłopców byłoby wśród tych 10 uczniów?
 - Do klasy VIIb przeszło z klasy VIIa tyle samo dziewcząt co chłopców i okazało się, że teraz w VIIa dziewcząt jest o 40% mniej niż chłopców. Ile dziewcząt i ilu chłopców zostało w tej klasie?

Sprawdź się

1. Aby obliczyć różnicę między liczbą o 20% większą od liczby 45 a liczbą o 65% mniejszą od 38, należy obliczyć wartość następującego wyrażenia:

- $0,2 \cdot 45 - 0,65 \cdot 38$
- $1,2 \cdot 45 - 1,65 \cdot 38$
- $1,2 \cdot 45 - 0,35 \cdot 38$
- $0,8 \cdot 45 - 0,35 \cdot 38$

2. Na diagramie słupkowym przedstawiono, na jakim procencie lekcji w marcu i kwietniu byli obecni Basia i Igor. W obu tych miesiącach odbyła się taka sama liczba lekcji.



Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F — jeśli jest fałszywe.

Basia opuściła w sumie więcej lekcji niż Igor.	P	F
W marcu Basia i Igor razem opuścili więcej lekcji niż w kwietniu.	P	F
W kwietniu Basia opuściła o 3 punkty procentowe mniej lekcji niż w marcu.	P	F
W kwietniu Igor opuścił o 120% lekcji mniej niż w marcu.	P	F

9 Zadania testowe

1. Na zebraniu było 25 mężczyzn i 15 kobiet. Ile procent zebranych stanowiły kobiety?

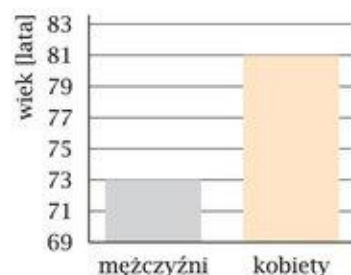
A. 37,5% B. 60% C. 62,5% D. ok. 167%

2. Ołówek kosztował 1,20 zł, ale jego cenę obniżono o 20%. Wynik którego z poniższych działań jest równy cenie ołówka po obniżce?

A. $1,2 \cdot 1,20$ [zł] C. $0,8 \cdot 1,20$ [zł]
B. $0,2 \cdot 1,20$ [zł] D. $1,8 \cdot 1,20$ [zł]

3. Na diagramie przedstawiono przeciętny czas życia kobiet i mężczyzn w Polsce.

Oceń prawdziwość zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F — jeśli jest fałszywe.



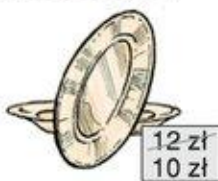
W Polsce życie kobiet jest o prawie 11% dłuższe niż życie mężczyzn.	P	F
W Polsce życie mężczyzn jest o prawie 10% krótsze niż życie kobiet.	P	F

4. Chleb kosztował najpierw 2,50 zł, a następnie podrożał o 10%. O ile procent trzeba teraz zmniejszyć jego cenę, aby wróciła do pierwotnej wartości?

A. o ok. 8% B. o ok. 9% C. o 10% D. o 15%

5. O największej procent zmalała cena:

A. talerzyka



B. filiżanki



C. miski



D. dzbanka



6. Liczba X to 20% pewnej wielkości, a liczba Y to 40% tej wielkości. Jakim procentem liczby X jest liczba Y?

A. 20% B. 25% C. 50% D. 75%

7. Jak zmieniła się cena pewnego towaru, jeżeli najpierw podwyższono ją o pewien procent, a potem obniżono o ten sam procent?

A. wzrosła C. nie zmieniła się
B. zmalała D. Jest za mało danych, by odpowiedzieć na to pytanie.

8. Cenę biletów do kina obniżono o 20%. O ile procent trzeba ją podwyższyć, aby była taka jak na początku?

A. o ok. 17% C. o 25%
B. o ok. 20% D. Nie wiadomo, bo nie znamy ceny początkowej.

9. Wiadomo, że 6‰ liczby 0,1 wynosi 0,0006. Dokończ poniższe zdania. Wybierz odpowiedzi spośród A i B oraz spośród C i D.

Liczba o 6‰ większa od 0,1 wynosi: A. 0,1006 B. 6,1
Liczba o 12‰ mniejsza od 0,1 wynosi: C. 0,0988 D. 0,88

10. Troje uczniów odczytało dane z tabeli i zapisało wnioski.

Grupa krwi	0	A	B	AB
Procent Polaków	33	38	20	9

- Grupę krwi A ma o 18% Polaków więcej niż grupę B.
- Grupę krwi A ma o 18 punktów procentowych więcej osób niż grupę B.
- Grupę krwi A ma o 90% więcej osób niż grupę B.

Ile z tych wniosków jest prawdziwych?

A. żaden B. jeden C. dwa D. wszystkie

11. Suma dwóch liczb wynosi 60. Jedna z tych liczb stanowi 20% sumy. Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F — jeśli jest fałszywe.

Jeden ze składników sumy jest o 75% mniejszy od drugiego.	P	F
Jeden ze składników sumy jest o 300% większy od drugiego.	P	F



1 Proste i odcinki

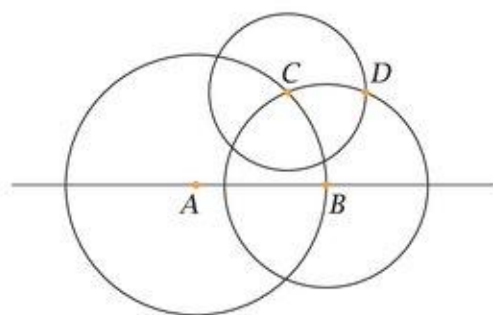
Przypomnij sobie

- Wskaż zdania prawdziwe.
 - Każdy odcinek ma dwa końce.
 - Przez każdy odcinek można poprowadzić prostą zawierającą ten odcinek.
 - Początkiem i końcem każdej półprostej jest punkt.
 - Odcinki równoległe nie mogą leżeć na jednej prostej.
 - Odcinki prostopadłe muszą się przecinać.
- Narysuj prostą a i zaznacz na niej punkty A i B . Odcinek AB oznacz literą b . Wskaż półproste AB i BA . Jaką figurą jest wspólna część tych półprostych?
- Narysuj odcinek AB i skonstruuj odcinek dwa razy dłuższy od niego.

Poćwicz

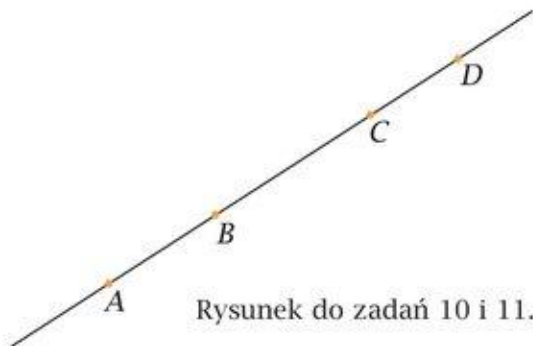
4. Na poniższym rysunku odcinek CD jest równoległy do odcinka AB , punkty A , B i C są środkami okręgów. Oceń prawdziwość podanych zależności.

- | | |
|----------------------|----------------|
| I. $AC \parallel BD$ | III. $CD < BD$ |
| II. $CD = AB$ | IV. $AB > BC$ |



5. Narysuj prostą k oraz odcinek a (nieleżący na prostej k). Na prostej k zaznacz takie różne punkty A , B , C , D , żeby długości odcinków AB , BD i DC były równe długości odcinka a . Jakie są długości odcinków AD , BC i AC ?
6. Narysuj prostą a oraz odcinek AB zawarty w tej prostej. Narysuj okrąg o środku w punkcie A i promieniu AB oraz okrąg o środku w punkcie B i promieniu AB . Oznacz punkty przecięcia okręgów literami C , D , a punkty przecięcia okręgów i prostej a literami E , F ($E \neq F \neq A \neq B$).
- Narysuj odcinek CD i opisz jego położenie względem odcinka EF .
 - Określ rodzaj czworokąta $CEDF$.

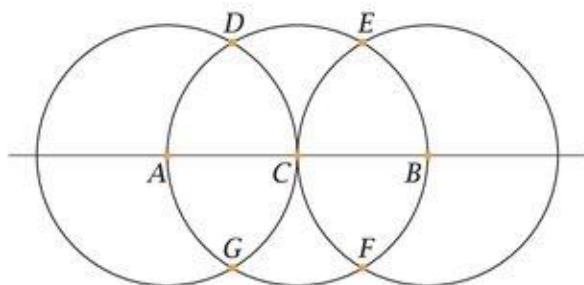
7. Narysuj odcinek AB i skonstruuj odcinek BC prostopadły do AB .
8. Narysuj odcinek AB i prostą k zawierającą ten odcinek. Na prostej k skonstruuj punkty C i D , takie że $CD = AB$ oraz:
- częścią wspólną odcinków AB i CD jest odcinek CB o długości mniejszej niż AB ,
 - częścią wspólną odcinków AB i CD jest odcinek AC o długości mniejszej niż AB ,
 - częścią wspólną odcinków AB i CD jest dokładnie jeden punkt.
9. Proste a i b są równoległe ($a \neq b$). Proste c i d też są równoległe ($c \neq d$), ale prosta a nie jest równoległa do prostej d . Ile jest punktów, w których przecinają się te proste?
10. Popatrz na rysunek i znajdź część wspólną odcinków:
- AB i CD
 - BC i CD
 - AC i BD
 - AD i BC
11. Korzystając z rysunku, wskaż część wspólną półprostych:
- AC i AD
 - BA i CD
 - CA i BD
 - BA i BD
 - AD i DA
 - AD i BA
12. Punkty A, B, C, D leżą na jednej prostej, $AB = 2$, $AC = 5$ i $BD = 8$. Jaka może być odległość między punktami B i C oraz między punktami A i D ?
13. Narysuj prostą a i punkt A nieleżący na tej prostej. Skonstruuj prostą b prostopadłą do prostej a i przechodzącą przez punkt A , a następnie prostą c prostopadłą do prostej b , przechodzącą przez punkt A . Skonstruuj czwartą prostą w taki sposób, aby punkty przecięcia poszczególnych prostych były wierzchołkami kwadratu.



14. Okręgi na rysunku mają równe promienie.

Wskaż przynajmniej 6 przykładów:

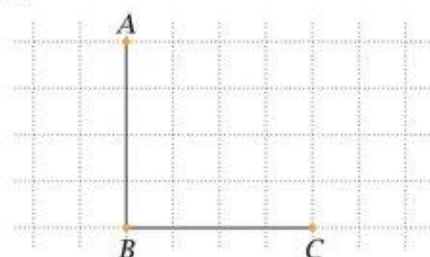
- odcinków o równych długościach,
- par odcinków równoległych,
- par odcinków prostopadłych,
- par odcinków, w których jeden jest dwa razy dłuższy od drugiego,
- kątów o mierze 60° ,
- kątów o mierze 120° .



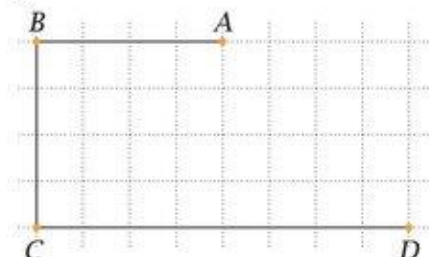
Pomyśl

15. Na papierze bez kratek skonstruuj w dowolnej skali figurę przedstawioną na rysunku. Podaj opis konstrukcji.

a)



b)

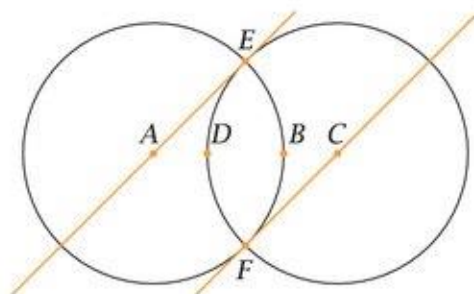


16. Promienie okręgów przedstawionych na rysunku mają jednakową długość.

a) Uzasadnij, że odcinki AC i EF są prostopadłe.

b) Uzasadnij, że odcinki AE i FC są równoległe.

c) Uzasadnij, że skoro punkty A, D, B, C są współliniowe, to $AD = BC$.



- *17. Narysuj odcinek dłuższy od szerokości twojej linijki. Używając jedynie linijki, narysuj dwie proste równoległe przechodzące przez końce narysowanego przez ciebie odcinka.

Sprawdź się

1. Dokończ poniższe zdania dotyczące położenia trzech prostych k, l, m . Wybierz odpowiedzi spośród A i B oraz spośród C i D.

Jeżeli o prostych k, l, m wiadomo, że $k \parallel l$ oraz $l \perp m$, to: A. $k \parallel m$ B. $k \perp m$

Jeżeli o prostych k, l, m wiadomo, że $k \perp l$ oraz $l \perp m$, to: C. $k \parallel m$ D. $k \perp m$

2. Odpowiedz na pytanie. Wybierz odpowiedź TAK lub NIE oraz jej uzasadnienie A lub B.

Półproste AB i AC są prostopadłe oraz półproste AC i AD są prostopadłe. Czy półprosta AB jest prostopadła do półprostej AD ?

TAK,	ponieważ	A.	punkty A, B, D są współliniowe.
NIE,		B.	punkty B i C nie są współliniowe.

2 Kąty

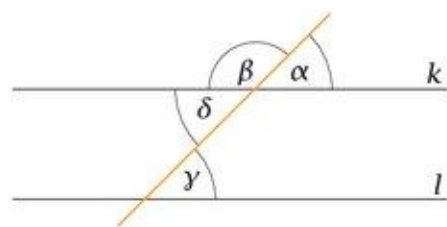
Przypomnij sobie

1. Jak nazywa się kąt, którego miara:

- | | |
|-------------------------|--|
| a) wynosi 90° , | d) jest mniejsza niż 90° , |
| b) wynosi 180° , | e) jest większa niż 90° i mniejsza niż 180° , |
| c) wynosi 360° , | f) jest większa niż 180° i mniejsza niż 360° ? |

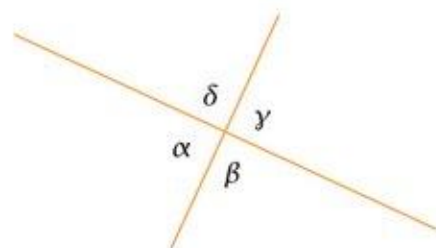
2. Proste k i l są równoległe. Jak nazywa się wskazana para kątów?

- | | |
|------------------------|------------------------|
| a) α i β | c) α i δ |
| b) α i γ | d) δ i γ |



3. Spośród kątów α , β , γ , δ wypisz wszystkie pary kątów:

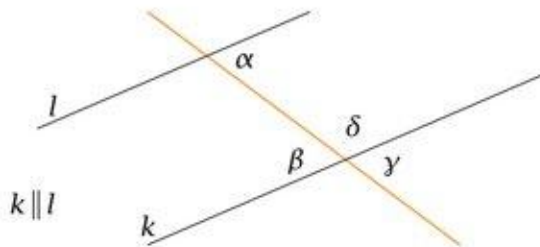
- | | |
|-----------------|---------------------|
| a) przyległych, | b) wierzchołkowych. |
|-----------------|---------------------|



4. Czy kąty o miarach $33^\circ 55'$ i $146^\circ 45'$ mogą być kątami przyległymi?

5. Jaki kąt zakresli w ciągu jednej minuty minutowa wskazówka zegara? Jaki kąt w ciągu godziny zakresli godzinowa wskazówka zegara?

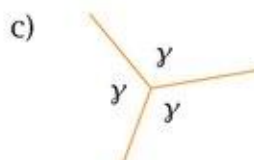
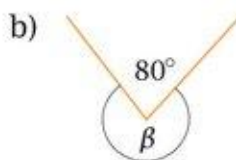
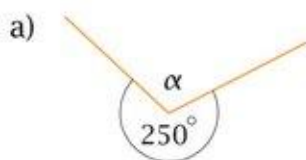
Poćwicz



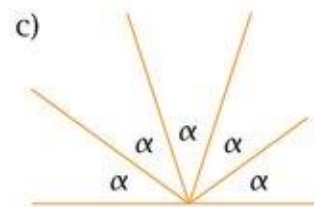
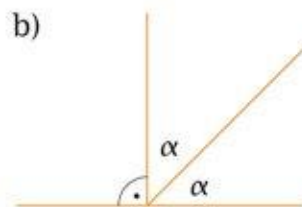
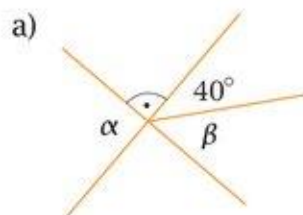
6. Wśród kątów α , β , γ , δ wskaż parę kątów:

- | |
|-----------------------|
| a) przyległych, |
| b) wierzchołkowych, |
| c) odpowiadających, |
| d) naprzemianległych. |

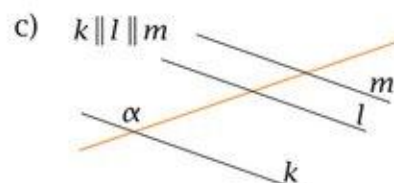
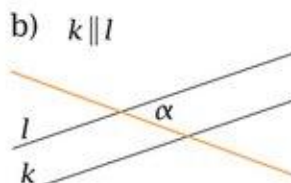
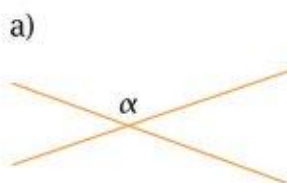
7. Oblicz miarę kąta oznaczonego literą.



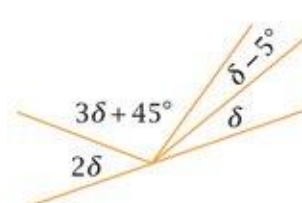
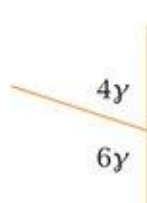
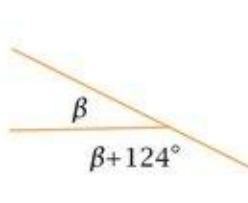
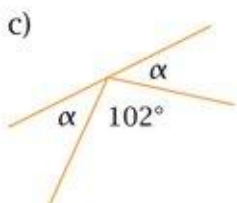
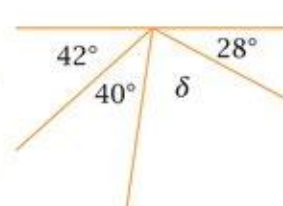
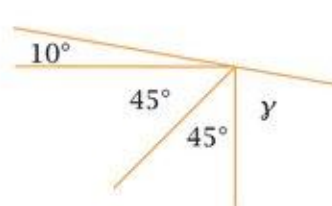
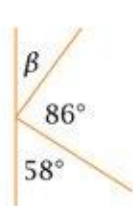
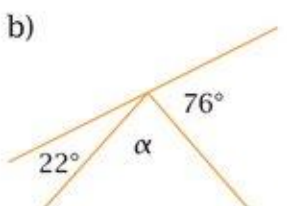
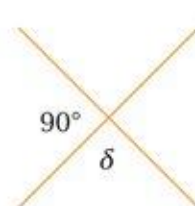
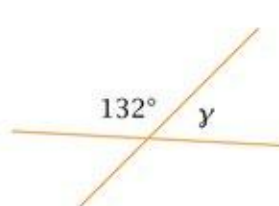
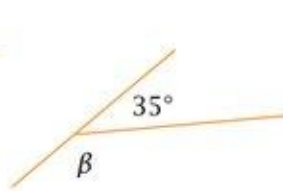
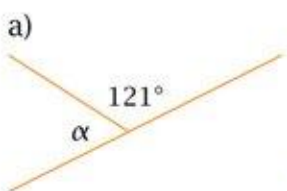
8. Oblicz miary kątów oznaczonych literami.



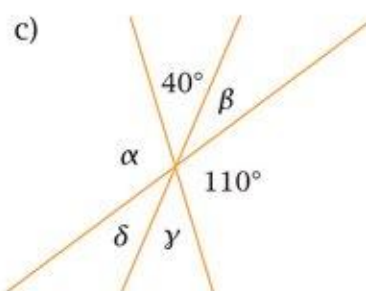
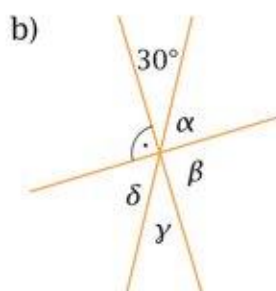
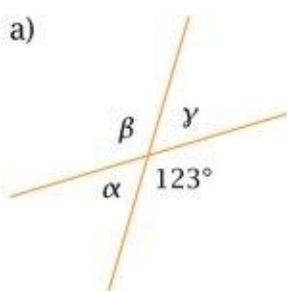
9. Przerysuj rysunek do zeszytu i zaznacz pozostałe kąty o mierze α .



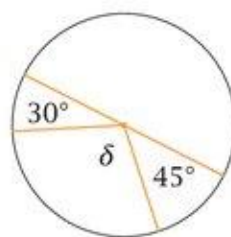
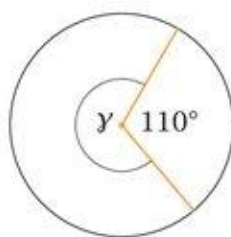
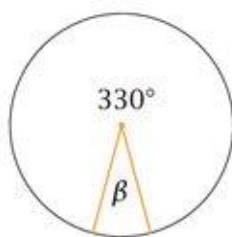
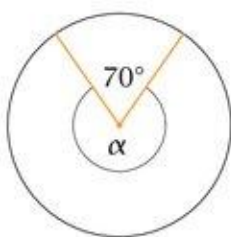
10. Jakie miary mają kąty α , β , γ i δ ?



11. Jakie miary mają kąty α , β , γ i δ ?

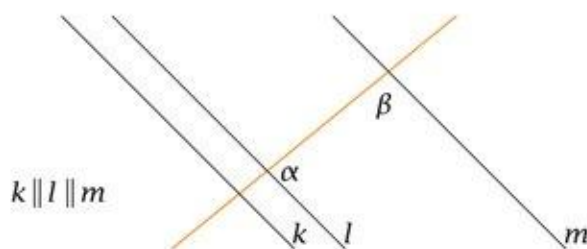


12. Oblicz miary kątów α , β , γ i δ .

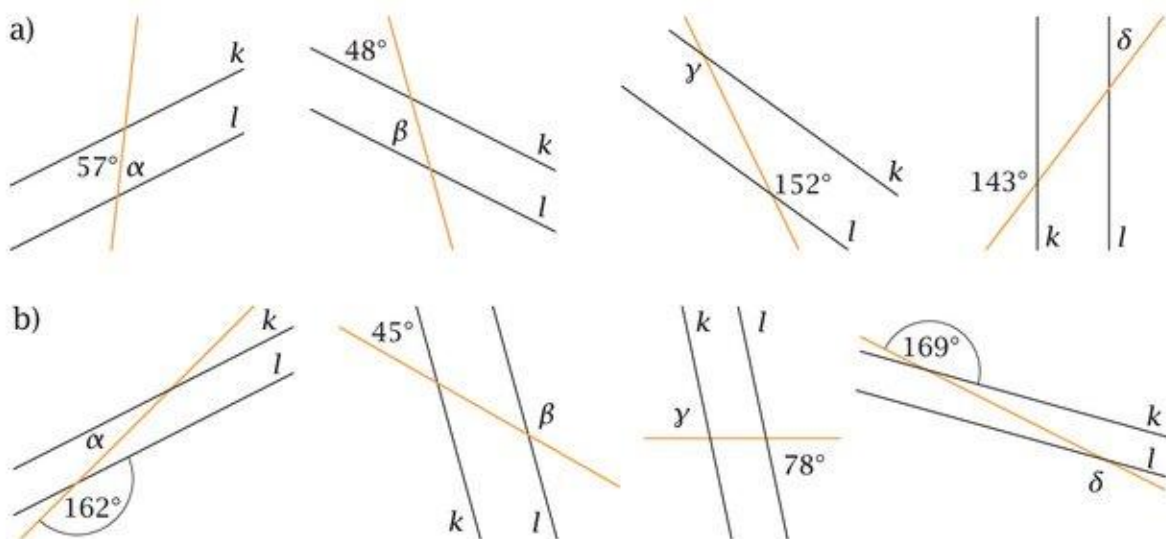


13. Przerysuj rysunek i zaznacz wszystkie kąty, które:

- wraz z kątem α tworzą parę kątów odpowiadających,
- wraz z kątem β tworzą parę kątów naprzemianległych.

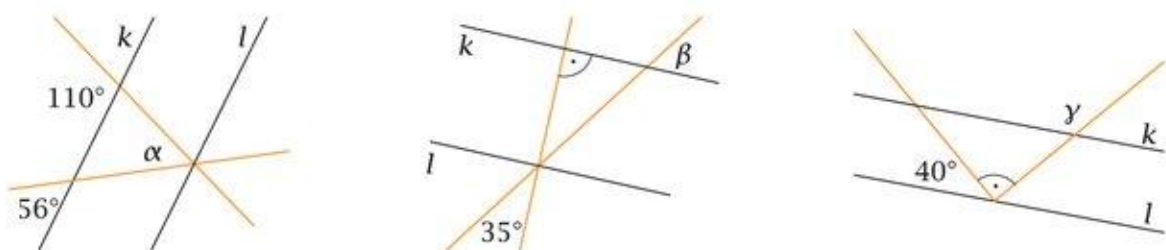


14. Na każdym z poniższych rysunków proste k i l są równoległe. Jakie są miary kątów α , β , γ i δ ?

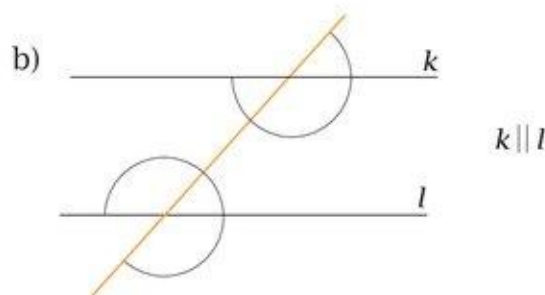
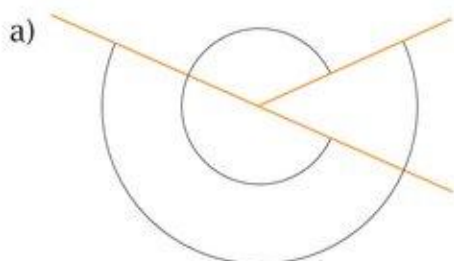


Pomyśl

15. Na każdym z poniższych rysunków proste k i l są równoległe. Jakie miary mają kąty α , β , γ ?



16. Jeden z kątów wklęsłych przedstawionych na rysunku ma 312° . Jaka jest miara drugiego kąta?



- *17. W ciągu godziny wskazówka minutowa zakreśla kąt 360° , a wskazówka godzinowa — kąt 30° . W pewnym czasie wskazówka minutowa zakreśliła kąt 288° .
- Jaki kąt zakreśliła w tym czasie wskazówka godzinowa?
 - Którą godzinę wskazywał zegar przed zakreśleniem tego kąta, jeżeli po zakreśleniu wskazał 18^{00} ?

18. Oceń prawdziwość podanych stwierdzeń.

- Suma miar kątów naprzemianległych jest zawsze większa od miary kąta prostego.
- Różnica miar kątów pełnego i wklęsłego jest zawsze mniejsza od miary kąta prostego.
- Suma miar dwóch kątów rozwartych jest zawsze większa od miary kąta półpełnego.
- Suma miar dwóch kątów ostrych jest zawsze mniejsza od miary kąta prostego.

Sprawdź się

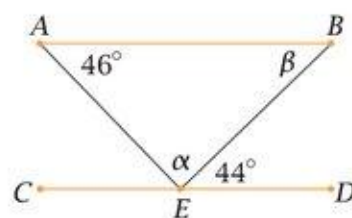
1. Odcinki AB i CD są równoległe. Jakie miary mają kąty α i β ?

A. $\alpha = 46^\circ$ i $\beta = 44^\circ$

C. $\alpha = 90^\circ$ i $\beta = 44^\circ$

B. $\alpha = 90^\circ$ i $\beta = 46^\circ$

D. $\alpha = 92^\circ$ i $\beta = 42^\circ$



2. Odcinki PS i RT są równoległe. Suma miar kątów SPU i PSU wynosi 97° . Dane są też miary kątów:

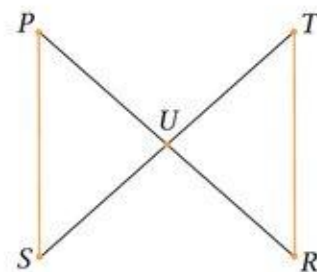
A. 83°

B. 166°

C. 97°

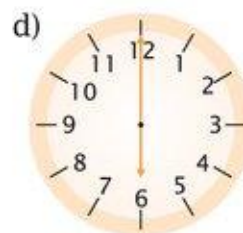
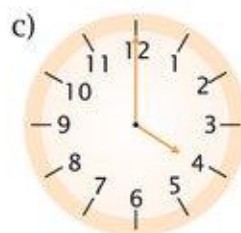
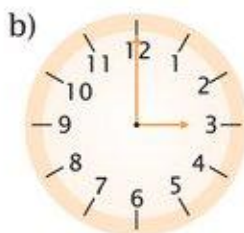
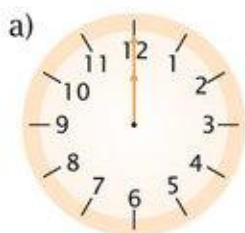
D. 194°

Odpowiedz na pytania zamieszczone w tabeli dotyczące wybranych kątów. Przy każdym z nich zaznacz właściwą literę.



Jaką miarę ma kąt RUT ?	A	B	C	D
Ile wynosi suma miar kątów UTR i TRU ?	A	B	C	D
Ile wynosi suma miar kątów PUT i SUR ?	A	B	C	D

3. W ciągu 15 minut wskazówka minutowa zegara obraca się o kąt 90° . W tym samym czasie godzinowa wskazówka zakresła kąt o mierze $7,5^\circ$. Oblicz, jaki kąt wkłesły utworzą wskazówki zegara 15 minut po wskazanej na nim godzinie.

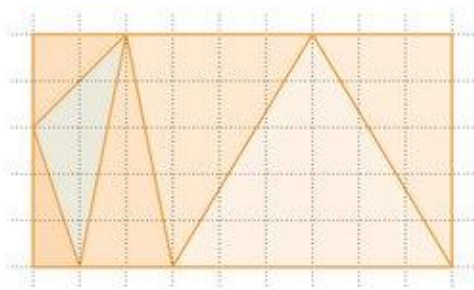


3 Trójkąty

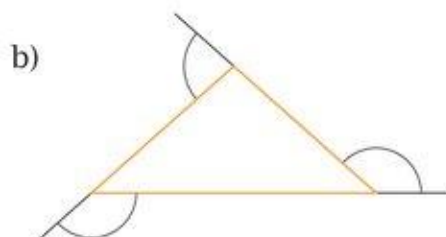
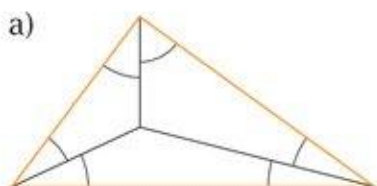
Przypomnij sobie

1. Przyjrzyj się narysowanym trójkątom. Ile jest wśród nich trójkątów:

- równoramiennych,
- rozwartkowych,
- prostokątnych?



2. Oblicz sumę miar zaznaczonych kątów.



3. Ile wynosi suma miar kątów ostrych w trójkącie prostokątnym?

Poćwicz

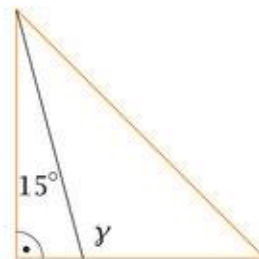
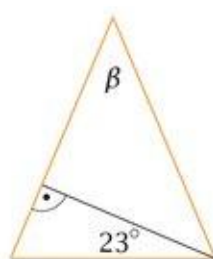
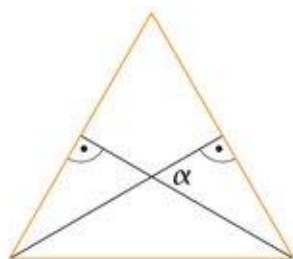
4. Czy kąty trójkąta mogą mieć podane niżej miary?

- 12° , 15° i 153°
- 35° , 55° i 75°
- 1° , 1° i 178°
- 23° , 63° i 84°

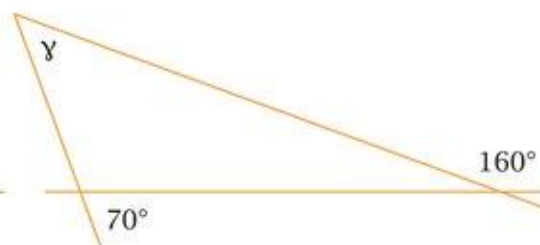
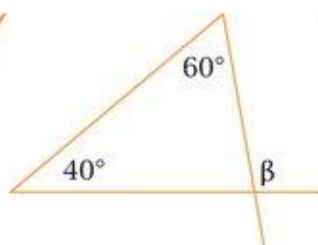
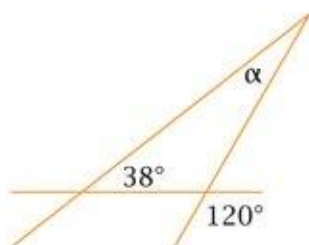
5. Czy boki trójkąta mogą mieć podane niżej długości?

- 2 cm, 3 cm i 4 cm
- 1 cm, 2 cm i 3 cm
- 2 cm, 2 cm i 3 cm
- 7 cm, 9 cm i 15 cm
- 5 cm, 6 cm i 12 cm
- 1 cm, 1000 cm i 1000 cm

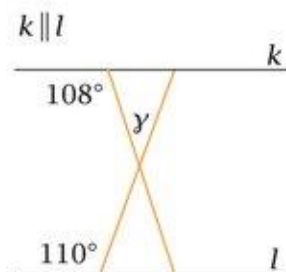
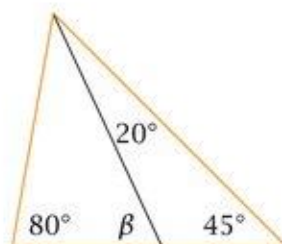
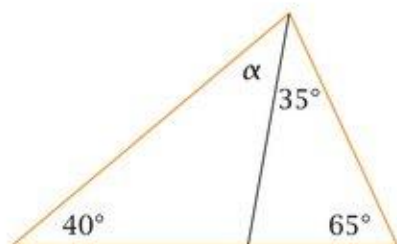
6. Poniżej narysowano trójkąty: równoboczny, równoramienny i prostokątny. Oblicz miary kątów α , β i γ .



7. Oblicz miary kątów α , β i γ .



8. Oblicz miary kątów α , β i γ .

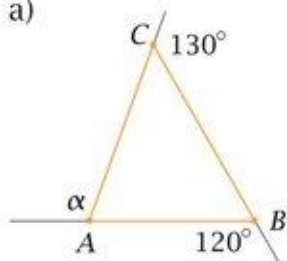


9. Narysuj odcinki a i b (a krótszy od b). Skonstruuj trójkąt:
- prostokątny o przyprostokątnych a i b ,
 - prostokątny o przyprostokątnej a i przeciwprostokątnej b ,
 - równoramienny o podstawie a i ramieniu b ,
 - równoramienny o podstawie a i wysokości b opuszczonej na tę podstawę.
10. a) Skonstruuj kąt o mierze 60° .
b) Skonstruuj trójkąt równoramienny, w którym jeden z kątów ma miarę 120° .
11. Narysuj dwa kąty ostre α i β . Skonstruuj trzeci kąt trójkąta, w którym dwa kąty mają miary α i β .
12. Jakie są miary kątów trójkąta równoramiennego, jeżeli:
- kąt między ramionami ma miarę 10° ,
 - kąt przy podstawie ma miarę 10° ?

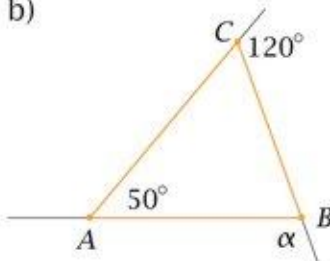
Pomyśl

13. Oblicz miarę kąta α (możesz skorzystać z rozwiązania zadania 2.b) na s. 72).

a)



b)



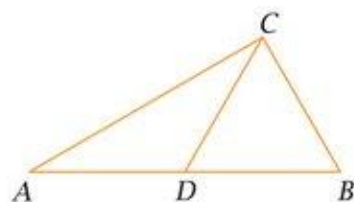
14. Dwa z boków trójkąta mają długości 13 cm i 24 cm. Sprawdź, czy obwód tego trójkąta może być równy:

a) 45 cm b) 47 cm c) 49 cm d) 53 cm

15. Narysuj dwa odcinki a i b o różnych długościach. Skonstruuj odcinek, od którego musi być krótszy trzeci bok c trójkąta o bokach a, b, c .

- *16. Narysuj odcinki a, b, c ($a < b < c$). Skonstruuj trójkąt o bokach a i c oraz wysokości b .

17. Odcinki AD, DC, DB i BC mają równe długości. Jakie miary mają kąty trójkąta ABC ?



Sprawdź się

1. W trójkącie dane są kąty o miarach 80° i 32° . Z wierzchołka większego z tych kątów poprowadzono wysokość trójkąta, która podzieliła ten kąt na dwa mniejsze. Jakie miary mają te kąty?
A. $12^\circ, 68^\circ$ B. $22^\circ, 58^\circ$ C. $32^\circ, 48^\circ$ D. $42^\circ, 38^\circ$
2. Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F — jeśli jest fałszywe.

Trójkąt prostokątny może być równoramienny.	P	F
Trójkąt o kątach 30° i 121° może być równoramienny.	P	F
Wszystkie kąty trójkąta równobocznego mają tę samą miarę.	P	F
Podstawa trójkąta równoramiennego jest zawsze krótsza od ramienia tego trójkąta.	P	F

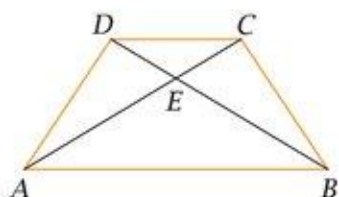
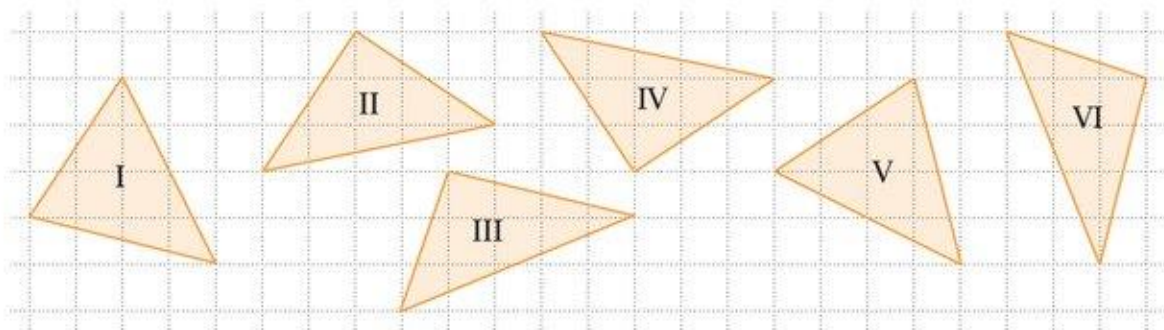
4 Przystawanie trójkątów

Przypomnij sobie

- Czy to prawda, że w wielokątach przystających:
 - odpowiednie boki są tej samej długości,
 - odpowiednie kąty są tej samej miary,
 - odpowiednie przekątne są tej samej długości,
 - liczby boków tych wielokątów są sobie równe?
- Czy dowolna przekątna dzieli daną figurę na dwa trójkąty przystające?
 - kwadrat
 - prostokąt
 - romb
 - trapez równoramienny
- Czy przekątne dzielą daną figurę na cztery trójkąty przystające?
 - kwadrat
 - prostokąt
 - romb
 - trapez równoramienny
- Ile boków i ile kątów trójkąta ABC wystarczy mieć danych, żeby można było skonstruować przystający do niego trójkąt? Rozważ różne możliwości.

Poćwicz

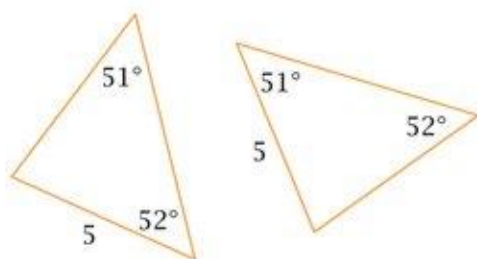
- Wskaż pary trójkątów przystających.



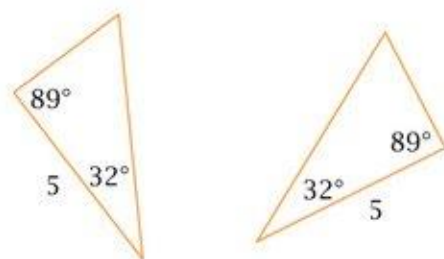
- Narysowany czworokąt $ABCD$ ma dwa boki równe: $AD = BC$ i dwa równoległe: $AB \parallel DC$. Znajdź na rysunku trzy pary trójkątów przystających.

7. Sprawdź, czy na rysunku przedstawiono parę trójkątów przystających.

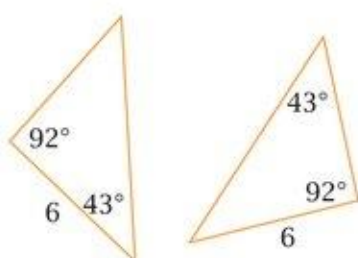
a)



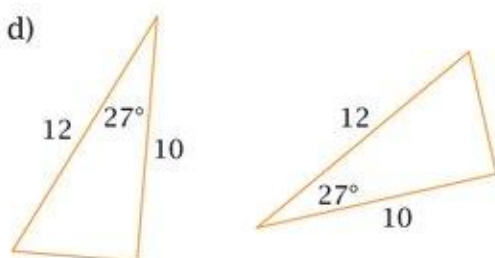
c)



b)



d)



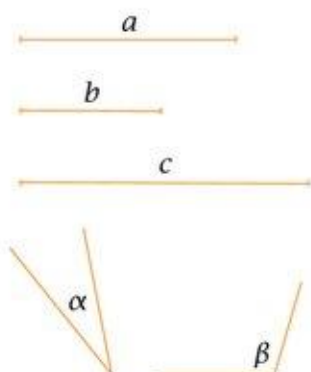
8. Skorzystaj z rysunku i skonstruuj trójkąt:

a) o bokach a , b i c ,

b) o bokach a i b oraz kącie β zawartym między nimi,

c) o boku c oraz kątach α i β leżących przy tym boku.

Rysunek do zadań 8 i 9.



9. Skorzystaj z rysunku i skonstruuj trójkąt równoramienny:

a) o podstawie c i kącie α leżącym przy podstawie,

b) o ramieniu a i kącie β leżącym między ramionami.

10. Narysuj dwie proste przecinające się w punkcie A . Na jednej z nich zaznacz punkt B , a na drugiej — punkt C . Na półprostej CA skonstruuj punkt D , a na półprostej BA — punkt E tak, aby trójkąty ABC i AED były przystające.

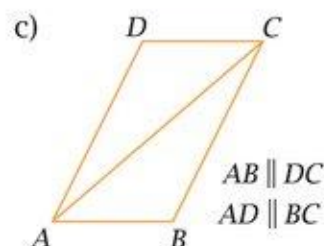
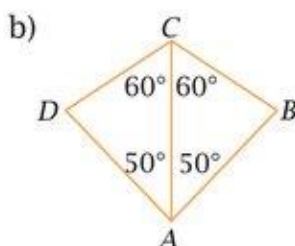
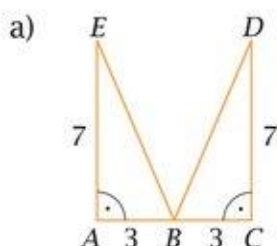
Pomyśl

11. Wytnij z papieru dwa dowolne równoległoboki. Każdy z nich rozetnij (różnymi sposobami) na cztery trójkąty prostokątne tak, aby powstały po dwie pary trójkątów przystających.

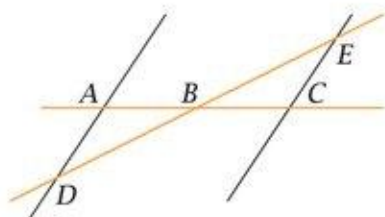
12. Wytnij z papieru kilkanaście przystających trójkątów różnobocznych. Sprawdź, czy to prawda, że z tych trójkątów można ułożyć mozaikę, w której stykają się wyłącznie boki tej samej długości, żadne dwie figury nie nakładają się na siebie oraz nie ma pustego miejsca między trójkątami. Uzasadnij odpowiedź.

13. Z papieru wycięto dwa przystające trójkąty o kątach 50° , 60° i 70° . Ile różnych czworokątów można ułożyć z tych trójkątów, przykładając je równymi bokami? Jakie kąty mają te czworokąty?

14. Uzasadnij, że poniższe trójkąty są przystające.



15. Skonstruuj trójkąt ABC , jeżeli dane są kąty ostre α i β oraz bok AC leżący naprzeciwko kąta β .
16. Skonstruuj trójkąt równoramienny ABC , jeżeli dane są ramię AB i kąt α leżący przy podstawie trójkąta.
- *17. Wykaż, że wysokość opuszczona na podstawę trójkąta równoramiennego dzieli ten trójkąt na dwa trójkąty przystające.
- *18. Wysokość trójkąta podzieliła go na dwa trójkąty przystające. Wykaż, że ten trójkąt jest równoramienny.
- *19. Na rysunku $AB = BC$ i $BD = BE$.
- Wykaż, że trójkąty ABD i CBE są przystające.
 - Wykaż, że proste AD i CE są równoległe.



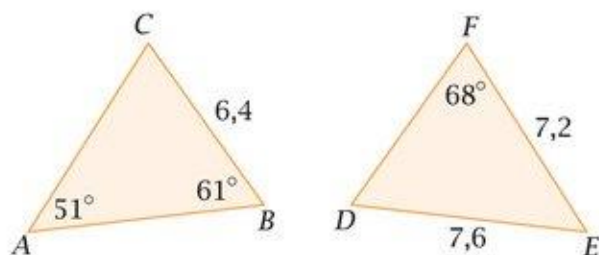
Sprawdź się

1. Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F — jeśli jest fałszywe.

Z dwóch przystających trójkątów prostokątnych można zawsze ułożyć trójkąt prostokątny.	P	F
Z dwóch przystających trójkątów prostokątnych można zawsze ułożyć prostokąt.	P	F
Dowolny prostokąt można rozciąć na cztery przystające trójkąty prostokątne.	P	F
Dowolny prostokąt można rozciąć na osiem przystających trójkątów prostokątnych.	P	F

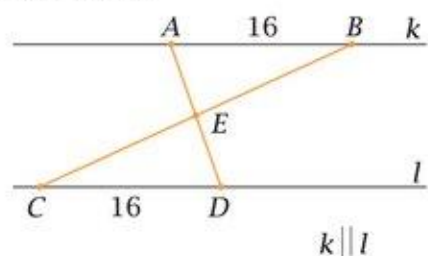
2. Trójkąty ABC i DEF są przystające. Jaką miarę ma kąt przy wierzchołku D ?

- A. 68° C. 61°
B. 51° D. 56°



3. Trójkąty AEB i CED są przystające, ponieważ $AB = CD$ oraz:

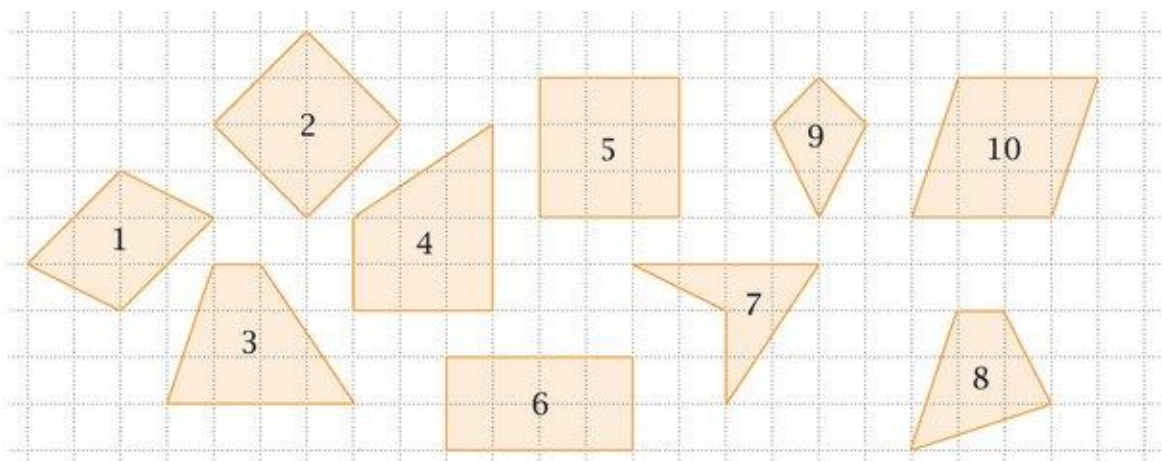
- A. $\sphericalangle AEB = \sphericalangle CED$ oraz $\sphericalangle EAB = \sphericalangle DEC$
B. $\sphericalangle EBA = \sphericalangle ECD$ oraz $\sphericalangle EAB = \sphericalangle EDC$
C. $\sphericalangle AEB = \sphericalangle CED$ oraz $\sphericalangle CEA = \sphericalangle DEB$
D. $\sphericalangle EBA = \sphericalangle ECD$ oraz $\sphericalangle CBA = \sphericalangle BCD$



5 Czworokąty

Przypomnij sobie

1. Dane są czworokąty.



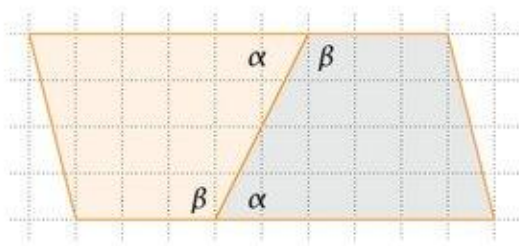
Podaj wszystkie numery czworokątów, które pasują do opisu.

- Czworokąt, który ma co najmniej jeden kąt prosty.
- Czworokąt, który ma trzy kąty ostre.
- Czworokąt, który ma co najmniej jedną parę boków równoległych.
- Czworokąt, który ma wszystkie boki tej samej długości.
- Czworokąt, który ma dwie pary boków tej samej długości.
- Czworokąt, który ma prostopadłe przekątne.
- Czworokąt, który jest równoległobokiem niebędącym prostokątem.

2. Na rysunku przedstawiono dwa przystające trapezy. Które z wniosków można wyciągnąć na podstawie tego rysunku?

I. Suma miar kątów leżących przy tym samym ramieniu trapezu wynosi 180° .

II. Kąt α jest 2 razy mniejszy od kąta β .



3. Oblicz miarę czwartego kąta w czworokącie o danych kątach.

a) $34^\circ, 76^\circ, 80^\circ$

b) $15^\circ, 15^\circ, 75^\circ$

c) $90^\circ, 90^\circ, 46^\circ$

d) $240^\circ, 50^\circ, 50^\circ$

Poćwicz

4. Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F — jeśli jest fałszywe.

W każdym równoległoboku przekątne przecinają się w połowie, ale tylko w rombie przecinają się pod kątem prostym.	P	F
W każdym równoległoboku przekątne przecinają się w połowie, a jedynie w kwadracie są jednakowej długości.	P	F
W każdym równoległoboku przekątne przecinają się w połowie, ale tylko w kwadracie mają jednakową długość i są prostopadłe.	P	F

5. Naskicuj trapez, w którym:

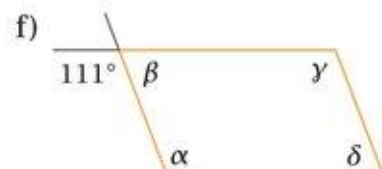
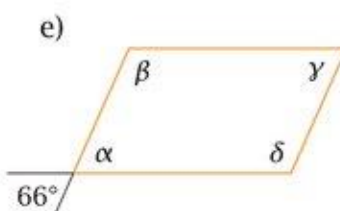
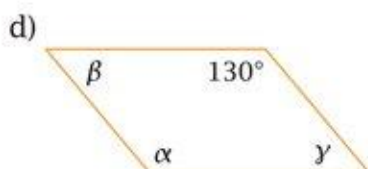
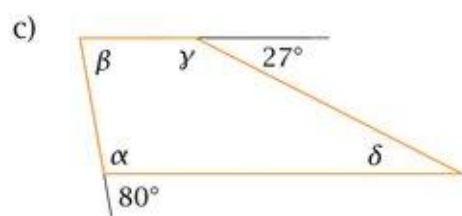
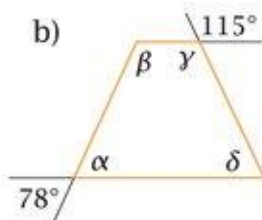
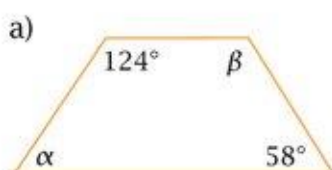
a) jeden kąt ma miarę 45° , a kąt do niego przeciwległy — 125° ,

b) miary kątów przy podstawie wynoszą 78° i 105° ,

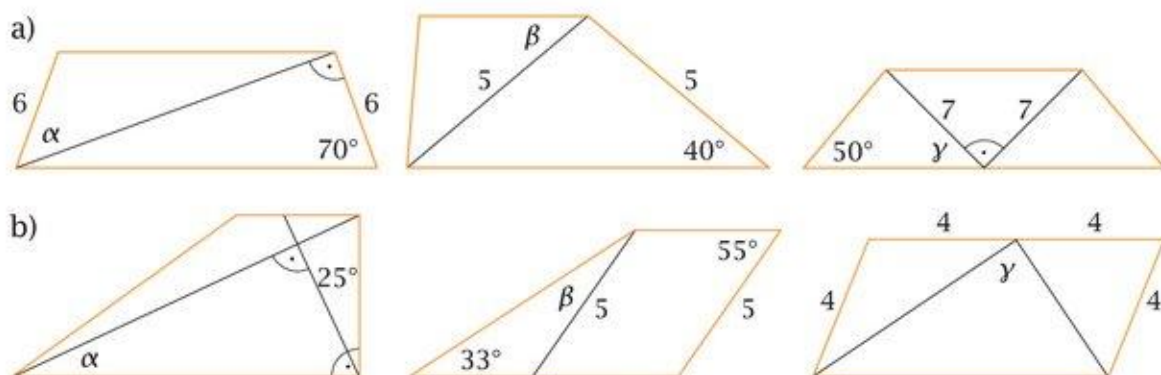
c) miara jednego z kątów wynosi 138° i trapez jest równoramienny,

d) miara jednego z kątów wynosi 35° i trapez jest prostokątny.

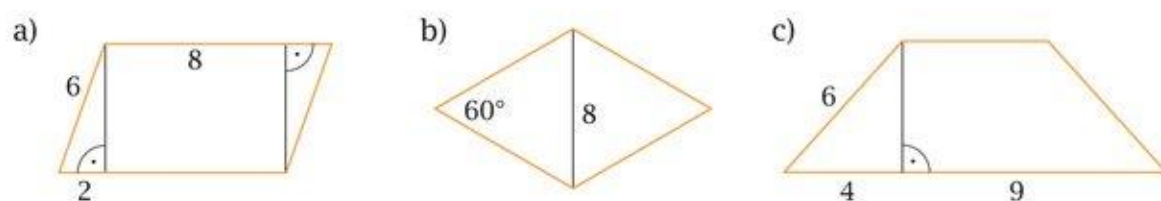
6. Oblicz miary kątów (oznaczonych literami) trapezów i równoległoboków narysowanych poniżej.



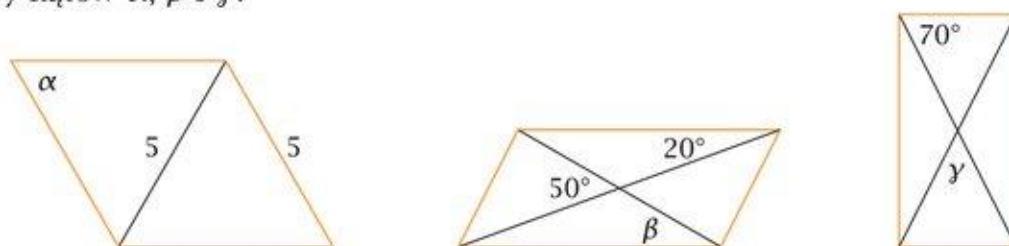
7. Narysowane czworokąty są trapezami. Oblicz miary kątów α , β , γ .



8. Oblicz obwód narysowanego równoległoboku, rombu i trapezu równoramiennego.



9. Narysowane poniżej czworokąty to romb, równoległobok i prostokąt. Oblicz miary kątów α , β i γ .



10. Narysuj czworokąt, którego dwa kąty mają miarę 130° , a dwa pozostałe mają miarę 50° , i który jest:

- trapezem, ale nie równoległobokiem,
- równoległobokiem, ale nie rombem,
- rombem.

11. Narysuj dowolne odcinki a i b .

- Skonstruuj dowolny równoległobok (niebędący prostokątem) o bokach a i b .
- Skonstruuj dowolny równoległobok (niebędący prostokątem) o boku a i wysokości b opuszczonej na ten bok.

12. Narysuj dowolne trzy odcinki a , b i c .

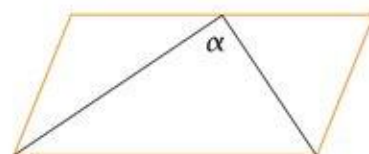
- Skonstruuj trapez o ramionach a , b i jednej z podstaw c .
- Skonstruuj trapez o podstawach a , b i jednym z ramion c .

13. Narysuj dowolny odcinek a i kąt ostry α . Skonstruuj romb o boku a i kącie ostrym α .

Pomyśl

14. Narysuj czworokąt o kątach 270° , 30° , 30° i 30° .
15. Wykaż, że przekątne rombu dzielą go na cztery przystające trójkąty.
16. Wytnij z papieru kilkanaście przystających czworokątów (niebędących trapezami) o bokach różnej długości. Przekonaj się, że z tych figur można ułożyć mozaikę, w której figury stykają się bokami tej samej długości, żadne dwie figury nie nakładają się na siebie oraz nie ma pustych miejsc między nimi.
17. Narysuj na papierze w kratkę prostokąt o wymiarach $4\text{ cm} \times 3\text{ cm}$, a następnie podziel go na podaną liczbę przystających wielokątów niebędących prostokątami. Znajdź dwa sposoby.
- a) 2 wielokąty b) 4 wielokąty c) 8 wielokątów

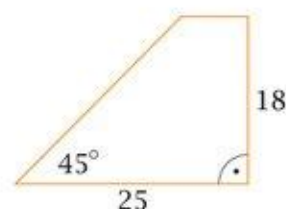
18. Wykaż, że jeżeli w równoległoboku pokazanym na rysunku kąt α ma miarę 90° i wierzchołek tego kąta dzieli bok równoległoboku na połowy, to jeden z boków tego równoległoboku jest dwa razy dłuższy od drugiego.



Sprawdź się

1. Długość krótszej podstawy narysowanego trapezu to:

A. 7 B. 8 C. 10 D. 18



2. Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F — jeśli jest fałszywe.

W każdym równoległoboku suma miar kątów leżących przy tym samym boku jest równa 180° .	P	F
Czworokąt, w którym suma miar wszystkich kątów jest równa 360° , jest trapezem.	P	F
Kwadrat jest rombem, prostokątem i trapezem.	P	F
Istnieje czworokąt, którego przekątne przecinają się pod kątem prostym i który nie jest rombem.	P	F

3. Kąty pewnego rombu mają miary 60° i 120° . Wskaż zdanie prawdziwe.
- A. Przekątne tego rombu nie są prostopadłe.
 - B. Przekątne tego rombu mają taką samą długość.
 - C. Dłuższa przekątna i jest dwa razy dłuższa od boku rombu.
 - D. Krótsza przekątna i bok rombu mają jednakową długość.
4. Wskaż własność, która jednoznacznie wskazuje, że czworokąt jest równoległobokiem.
- A. Ma co najmniej jedną parę boków równoległych.
 - B. Ma dwie pary kątów o jednakowych miarach.
 - C. Suma miar kątów przy jednym z boków wynosi 180° .
 - D. Przekątne przecinają się w połowie.

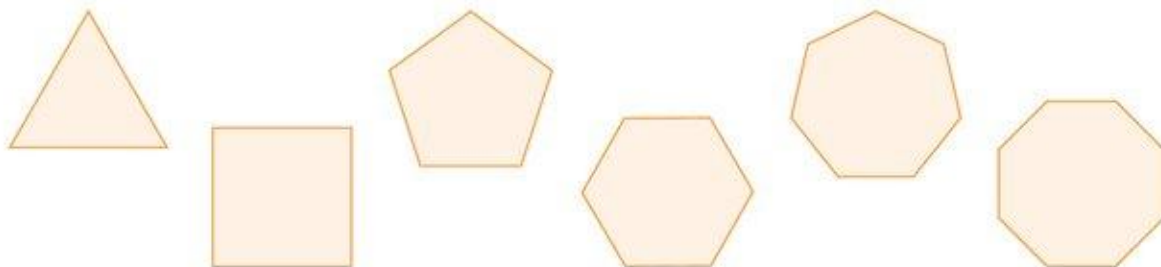
6 Wielokąty foremne

Przypomnij sobie

1. Ile wielokątów foremnych znajduje się na rysunku?

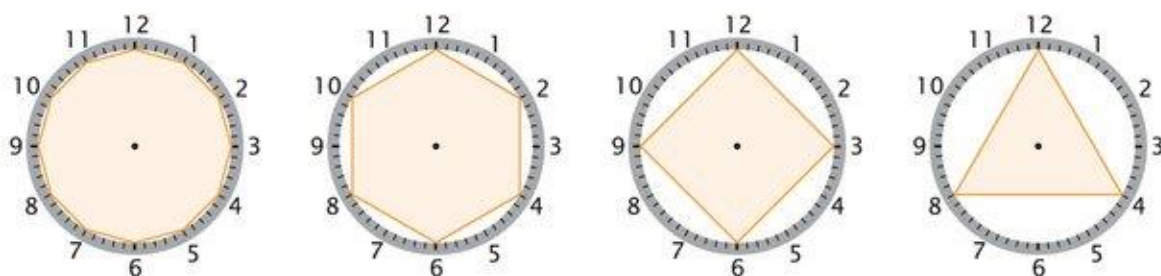


2. Odpowiedz na pytania dotyczące wielokątów foremnych przedstawionych na rysunku.



- a) Czy każdy z wielokątów o co najmniej czterech bokach ma wszystkie przekątne jednakowej długości?
- b) Czy każdy z wielokątów ma boki równej długości?
- c) Czy każdy z wielokątów ma kąty wewnętrzne równej miary?

- *12. a) Z ilu trójkątów równobocznych o boku b i kwadratów o boku b można ułożyć siedmiokąt o boku b i wszystkich kątach mniejszych od kąta półpełnego? Czy siedmiokąt ten jest wielokątem foremnym? Czy z takich samych trójkątów i kwadratów, jak opisane wyżej, można ułożyć sześciokąt, w którym wszystkie boki mają długość b ?
- b) Z sześciokąta foremnego oraz pewnej liczby kwadratów i trójkątów można ułożyć dwunastokąt foremny. Ilu trójkątów i kwadratów należy użyć?
13. Uzasadnij, że w każdym wielokącie foremnym o n bokach zachodzi równość $n(180^\circ - x) = 360^\circ$, gdzie x oznacza miarę kąta wewnętrznego tego wielokąta.
- *14. Na rysunku przedstawiono wielokąty foremne narysowane na tarczy zegara. Pierwszy wierzchołek został wybrany przy godzinie dwunastej, kolejne — poruszając się zgodnie z ruchem wskazówek zegara — według następującej zasady: dwunastokąt — przez połączenie punktów przy sąsiednich godzinach, sześciokąt — przez połączenie punktów przy co drugiej godzinie, kwadrat — przez połączenie punktów przy co trzeciej godzinie i trójkąt — przy co czwartej. Sposoby te możemy zakodować następująco: 12:1, 12:2, 12:3, 12:4.



Narysuj figurę odpowiadającą kodowi (łącz punkty tak długo, aż ponownie znajdziesz się na godzinie 12):

- a) 12:5 b) 12:6 c) 12:7 d) 12:8 e) 12:9 f) 12:10

Sprawdź się

1. Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F — jeśli jest fałszywe.

Tylko trzy wielokąty foremne mają wszystkie przekątne równej długości.	P	F
Tylko dwa wielokąty foremne mają tyle samo przekątnych co boków.	P	F
Kąt wewnętrzny każdego wielokąta foremnego jest mniejszy od 180° .	P	F

2. Z którego wzoru można skorzystać, aby obliczyć miarę kąta wewnętrznego α_n wielokąta foremnego o n bokach?
- A. $\alpha_n = \frac{360^\circ - 180^\circ \cdot n}{n}$
 B. $\alpha_n = (n - 2) \cdot 180^\circ$
 C. $\alpha_n = 180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$
 D. $\alpha_n = 180^\circ \cdot n - 360^\circ$
3. Kąt między najdłuższą przekątną dziesięciokąta foremnego a jego bokiem ma miarę:
- A. 36° B. 72° C. 144° D. 162°

7 Pole prostokąta. Jednostki pola

Przypomnij sobie

- Sprawdź, czy kwadraty o danych bokach mają podane pole powierzchni.

a) 1 m^2	bok kwadratu:	1000 mm	100 cm	10 dm	1 m
b) 1 a	bok kwadratu:	10 000 mm	1000 cm	100 dm	10 m
c) 1 ha	bok kwadratu:	100 000 mm	10 000 cm	1000 dm	100 m
- Wyraż podane pole w cm^2 i dm^2 .

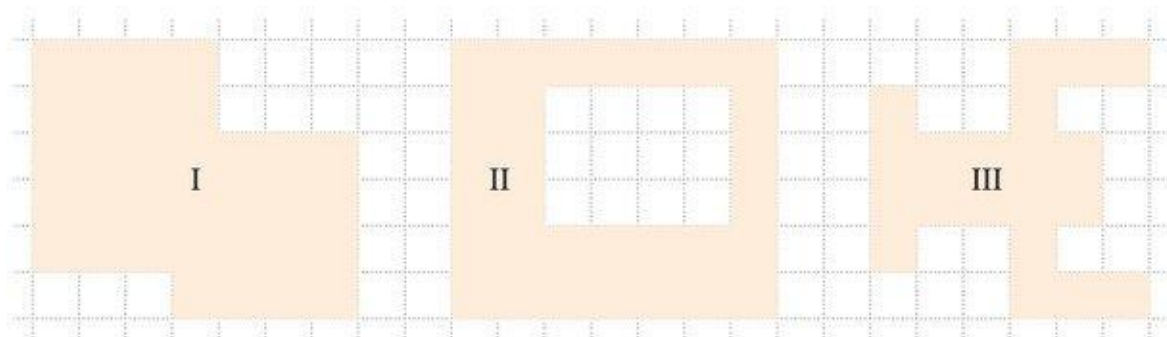
a) 1 m^2	b) 1 a	c) 1 ha
--------------------	------------------	-------------------
- a) Jaką częścią metra kwadratowego jest 1 cm^2 ?
 b) Jaką częścią ara jest 1 dm^2 ?
 c) Jaką częścią hektara jest 1 m^2 ?

Poćwicz

4. Litery przedstawione na rysunku są ułożone z kwadratów o polu $0,25 \text{ cm}^2$. Zmierz litery i oblicz pole powierzchni każdej z nich.

F L E T

5. Przyjmij, że długość boku kratki wynosi 5 cm. Oblicz pola powierzchni figur. Wyniki wyraż w m^2 .



6. Przerysuj i uzupełnij tabelę.

a)

	1 cm^2	1 dm^2	1 m^2
... mm^2			
... cm^2	1		
... dm^2		1	
... m^2			1

b)

	10 a	10 ha	10 km^2
... m^2			
... a	10		
... ha		10	
... km^2			10

7. a) Zamień na centymetry kwadratowe.

300 mm^2	$0,4 \text{ dm}^2$	$0,012 \text{ m}^2$
240 mm^2	12 dm^2	$1,03 \text{ m}^2$
$175\,000 \text{ mm}^2$	$21,15 \text{ dm}^2$	$12,5 \text{ m}^2$

- b) Zamień na metry kwadratowe.

$452\,000 \text{ cm}^2$	7185 dm^2	$0,2 \text{ ha}$	$42,5 \text{ a}$	$1,5 \text{ km}^2$
$18\,000 \text{ cm}^2$	$164\,000 \text{ dm}^2$	$1,05 \text{ ha}$	$3,25 \text{ a}$	$0,07 \text{ km}^2$

- c) Zamień na ary.

14 m^2	$12\,730 \text{ m}^2$	$1,35 \text{ ha}$	$0,007 \text{ km}^2$
2700 m^2	$0,4 \text{ ha}$	$12,5 \text{ ha}$	$1,2 \text{ km}^2$

- d) Zamień na hektary.

$174\,500 \text{ m}^2$	30 a	$102\,000 \text{ a}$	$1,6 \text{ km}^2$
$2\,105\,000 \text{ m}^2$	290 a	$0,75 \text{ km}^2$	$21,5 \text{ km}^2$

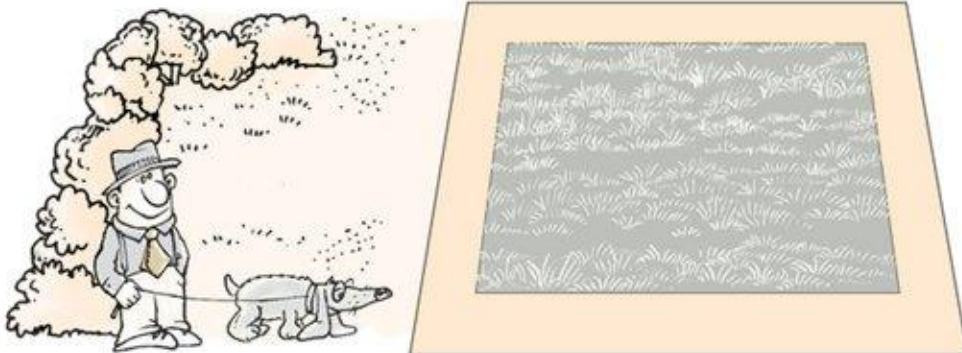
8. Oblicz pole prostokąta o podanych wymiarach. Wynik wyraż w dwóch jednostkach.

a) $7 \text{ cm} \times 0,8 \text{ dm}$	c) $6 \text{ dm} \times 3 \text{ m}$	e) $17 \text{ mm} \times 6 \text{ cm}$
b) $13 \text{ dm} \times 60 \text{ cm}$	d) $22 \text{ m} \times 30 \text{ dm}$	f) $16 \text{ cm} \times 160 \text{ mm}$

9. Oblicz pole prostokąta o podanych wymiarach. Wynik wyraż w arach i hektarach.
- a) $70\text{ m} \times 800\text{ dm}$ c) $6000\text{ cm} \times 300\text{ m}$ e) $170\text{ m} \times 15\,000\text{ cm}$
b) $150\text{ dm} \times 40\,000\text{ cm}$ d) $110\text{ m} \times 3000\text{ dm}$ f) $200\text{ m} \times 160\,000\text{ mm}$
10. Uporządkuj pola powierzchni w kolejności od najmniejszego do największego.
- a) $k = 0,07\text{ km}^2$ $l = 5\text{ ha}$ $m = 600\text{ a}$ $n = 8000\text{ m}^2$
b) $k = 0,21\text{ a}$ $l = 103,2\text{ m}^2$ $m = 2500\text{ dm}^2$ $n = 75\,000\text{ cm}^2$
c) $k = 0,6\text{ m}^2$ $l = 62\text{ dm}^2$ $m = 54\,000\text{ cm}^2$ $n = 420\,000\text{ mm}^2$
11. Pole prostokąta jest równe 60 m^2 . Oblicz długość boku tego prostokąta, jeżeli drugi z boków ma długość:
- a) 12 m b) 3 dm c) 20 km d) 2 mm
12. Jeden bok prostokąta ma długość 50 km . Jaką długość ma drugi bok tego prostokąta, jeżeli jego pole jest równe powierzchni:
- a) jeziora Śniardwy ($11\,400\text{ ha}$), c) Półwyspu Helskiego ($16\,000\text{ ha}$),
b) wyspy Wolin ($26\,500\text{ ha}$), d) Warszawy ($51\,700\text{ ha}$).
13. Podstawami piramidy Cheopsa w Egipcie i piramidy Słońca w Meksyku są kwadraty o bokach długości odpowiednio 230 m i 225 m . Oblicz różnicę pól powierzchni zajmowanych przez te piramidy.

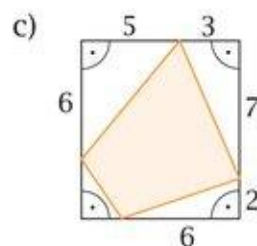
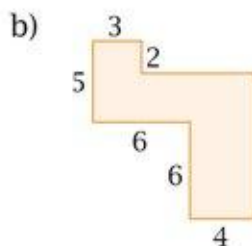
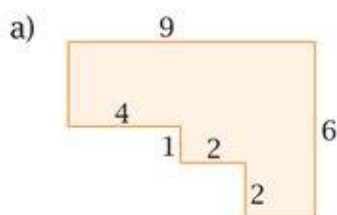
Pomyśl

14. Wokół prostokątnego trawnika o wymiarach $4,2\text{ m} \times 6\text{ m}$ będzie ścieżka o szerokości $0,9\text{ m}$.



- a) Jakie jest pole powierzchni tej ścieżki?
b) Ile płytek chodnikowych w kształcie prostokąta o wymiarach $15\text{ cm} \times 30\text{ cm}$ wystarczy zamówić, aby wyłożyć nimi ścieżkę? Uwzględnij, że z powodu ewentualnych strat należy kupić o 5% płytek więcej, niż wynika to z obliczeń powierzchni.

15. Oblicz pola zacięniowanych figur.

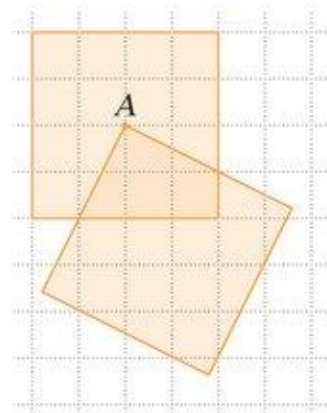


16. W przeszłości w Polsce używano jednostek powierzchni zwanych prętem, morgą i włóką. Jeden pręt był równy $186,7 \text{ m}^2$. Jedna morga miała 30 prętów, a jedna włóka 30 morg. Zamień jedną morgę i jedną włókę na hektary. Wynik zaokrąglj do części setnych.

17. Punkt A jest środkiem jednego kwadratu i wierzchołkiem drugiego. Oba kwadraty mają takie samo pole.

a) Jaką częścią jednego kwadratu jest pole części wspólnej obu kwadratów?

*b) Czy pole części wspólnej zmieni się, jeżeli obrócimy jeden z kwadratów wokół punktu A ?



Sprawdź się

1. W podanym zapisie brakuje jednostek pól powierzchni.

$$124 \square = 12\,400 \square = 1,24 \square$$

Wybierz punkt, w którym jednostki te podano w prawidłowej kolejności.

A. a, ha, m^2 B. ha, m^2 , a C. a, m^2 , ha D. m^2 , a, ha

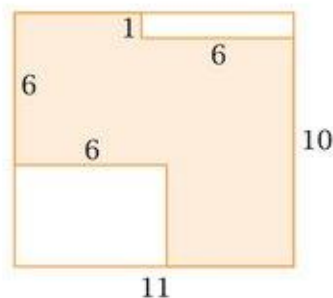
2. Na rysunku przedstawiono prostokąt, którego część pokolorowano. Dokończ poniższe zdania. Wybierz odpowiedzi spośród A i B oraz spośród C i D.

Pole powierzchni pokolorowanej części prostokąta można obliczyć jako:

A. $11 \cdot 10 - 6 \cdot 1 - 6 \cdot 4$ B. $5 \cdot 1 + 11 \cdot 5 + 4 \cdot 4$

Niepokolorowana część prostokąta ma pole równe:

C. 34 D. 30



3. W którym punkcie wymieniono pola powierzchni w kolejności od najmniejszego do największego?

A. 0,5 ha, 42,3 a, 4320 m^2

C. $3,5 \text{ km}^2$, 360 ha, 3700 a

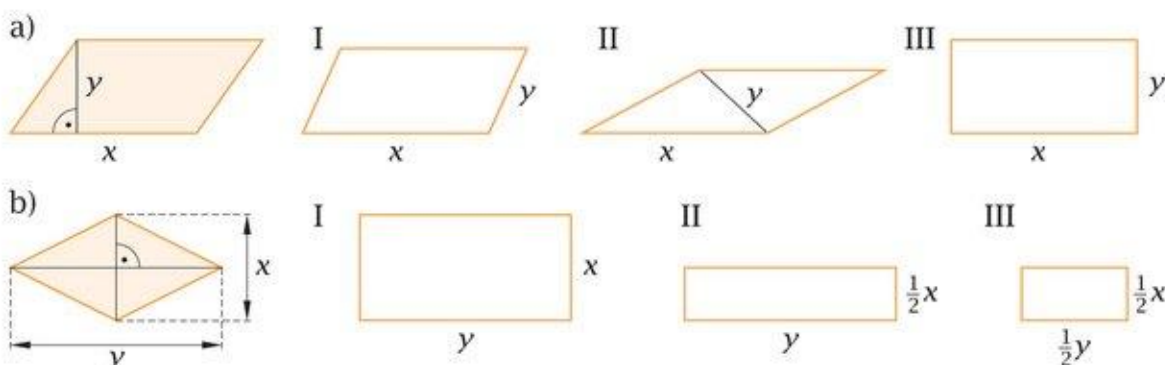
B. 1240 mm^2 , 13 cm^2 , $0,142 \text{ dm}^2$

D. 1200 m^2 , $12\,000 \text{ dm}^2$, $11\,000\,000 \text{ cm}^2$

8 Pola wielokątów

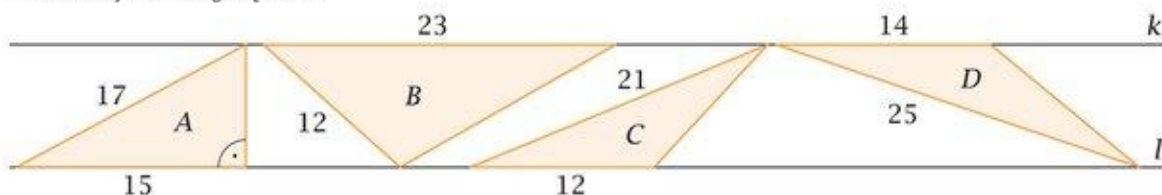
Przypomnij sobie

1. Które z narysowanych równoległoboków i prostokątów mają na pewno pole powierzchni równe zacieniowanemu czworokątowi?

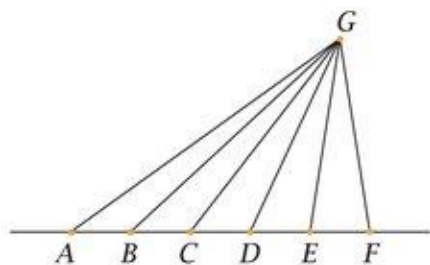
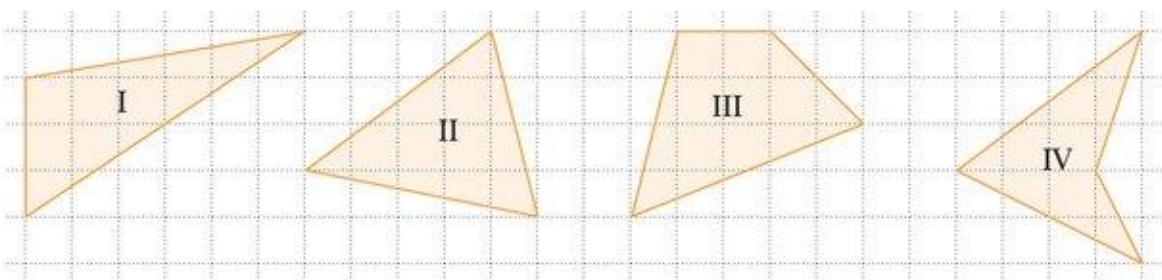


Poćwicz

2. Odległość między prostymi równoległymi k i l jest równa 8. Oblicz pola zacieniowanych trójkątów.

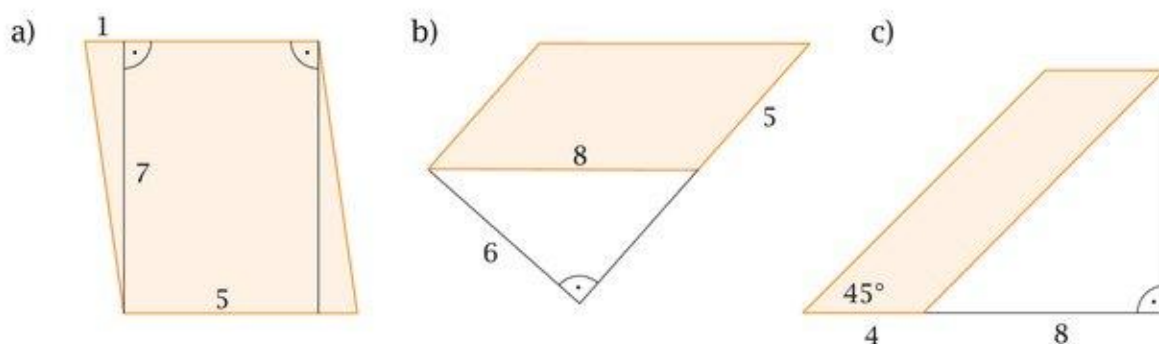


3. Bok jednej kratki ma długość 5 mm. Oblicz pola zacieniowanych figur.

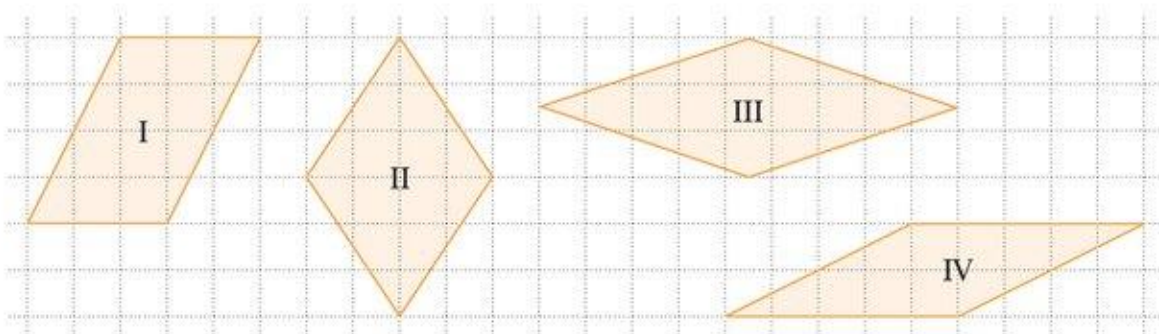


4. Odcinki AB , BC , CD , DE i EF mają równe długości. Wskaż dwa trójkąty, których pola są:
- równe polu trójkąta ABG ,
 - równe polu trójkąta ACG ,
 - dwa razy większe od pola trójkąta ABG ,
 - cztery razy większe od pola trójkąta ABG .

5. Oblicz pole równoległoboku.



6. Który z narysowanych równoległoboków ma największe pole powierzchni?



7. Oblicz pole rombu, w którym:

- przekątne mają długości 16 cm i 1,2 dm,
- przekątne mają długości 8 cm i 0,6 dm,
- długość jednej z przekątnych wynosi 16 cm, a połowa długości drugiej przekątnej wynosi 2,4 dm,
- połowy długości przekątnych wynoszą 8 cm i 1,2 dm.

8. W równoległoboku dane są długości a , b jego boków oraz jedna z wysokości h . Pole równoległoboku wynosi P . Oblicz długość drugiej wysokości.

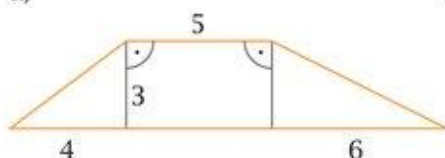
- $a = 3$ cm, $b = 5$ cm, $h = 4$ cm, $P = 12$ cm²
- $a = 10$ mm, $b = 6$ mm, $h = 8$ mm, $P = 48$ mm²
- $a = 13$ dm, $b = 5$ dm, $h = 12$ dm, $P = 60$ dm²
- $a = 3,4$ m, $b = 2,4$ m, $h = 2$ m, $P = 6,8$ m²

9. Dane jest pole P równoległoboku oraz długość a jednego boku i jedna wysokość h . Oblicz długość drugiego boku i drugą wysokość tego równoległoboku.

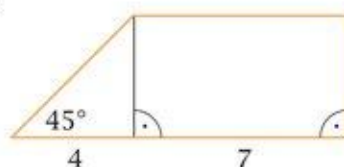
- $P = 36$ cm², $a = 12$ cm, $h = 9$ cm
- $P = 120$ m², $a = 5$ m, $h = 4$ m
- $P = 180$ km², $a = 15$ km, $h = 10$ km

10. Oblicz pola narysowanych trapezów.

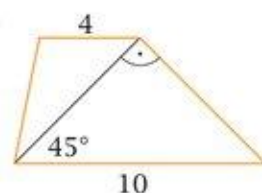
a)



b)

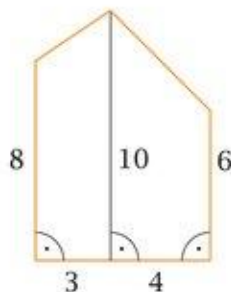


c)

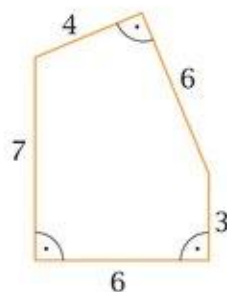


11. Oblicz pola narysowanych figur.

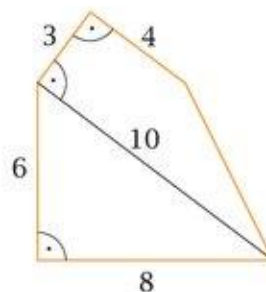
a)



b)

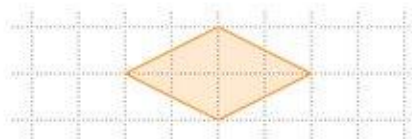


c)



Pomyśl

12. Przyjmij, że bok kratki ma długość 2 cm. Oblicz pole narysowanego rombu, a następnie pole rombu o takich samych kątach jak w narysowanym rombie, ale o 3 razy dłuższych bokach.

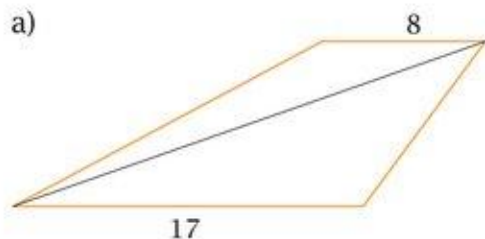


13. Prostokąty i równoległoboki są trapezami. Czy to znaczy, że ich pola można obliczać, korzystając ze wzoru na pole trapezu? Uzasadnij odpowiedź.

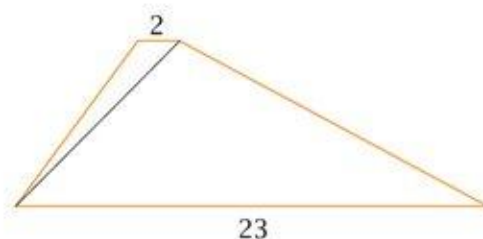
14. Trzy boki trapezu równoramiennego mają jednakową długość 10 cm. Pole trapezu wynosi 128 cm^2 , a wysokość 8 cm. Oblicz obwód tego trapezu.

15. Trapez przedstawiony na rysunku ma pole powierzchni równe 100. Oblicz pola trójkątów, na które podzieliła ten trapez jego przekątna.

a)

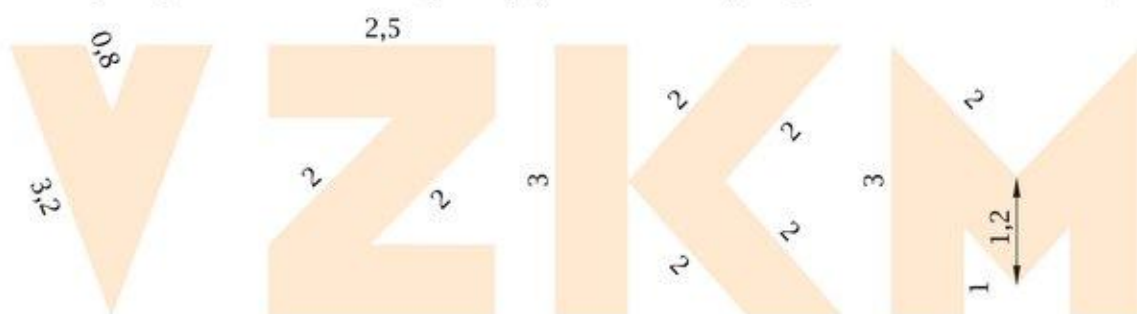


b)



16. Dwa boki i jedna z wysokości równoległoboku mają taką samą długość równą 10 cm, a druga wysokość ma długość 5 cm. Oblicz długość pozostałych boków tego równoległoboku. Rozważ dwa przypadki.

17. W rombie przekątne mają długości 6 cm i 8 cm, a wysokość — 4,8 cm. Oblicz długość boku tego rombu.
18. Oblicz pole powierzchni równoległoboku złożonego z dwóch przystających trójkątów prostokątnych o przyprostokątnych długości 5 cm i 4 cm.
- *19. Ramiona trapezu prostokątnego mają długości 4 cm i 5 cm, a pole trapezu jest równe 46 cm^2 . Oblicz obwód tego trapezu.
- *20. Oblicz pole powierzchni każdej litery, jeśli ułożono je z pasków o szerokości 0,8.



- *21. Na rysunku obok przedstawiono plan mieszkania w skali 1:200. Dokonaj odpowiednich pomiarów z dokładnością do 1 mm i oblicz przybliżone pola powierzchni wszystkich pomieszczeń w tym mieszkaniu. Wynik podaj z dokładnością do 1 m^2 .

Sprawdź się

- Pole równoległoboku, którego boki mają długości 7 cm i 9 cm, a wysokość wynosi 8 cm, jest równe:
A. 56 cm^2 B. 63 cm^2 C. 64 cm^2 D. 72 cm^2
- Przekątna pewnego równoległoboku dzieli go na dwa trójkąty prostokątne równoramienne. Krótszy bok tego równoległoboku ma długość 14 cm. Ile wynosi pole tego równoległoboku?
A. 49 cm^2 B. 98 cm^2 C. 196 cm^2 D. 396 cm^2

3. Przekątne pewnego czworokąta mają długości 8 cm i 12 cm, dzielą się na połowy i są do siebie prostopadłe.

Dokończ poniższe zdania. Wybierz odpowiedzi spośród A i B oraz spośród C i D.

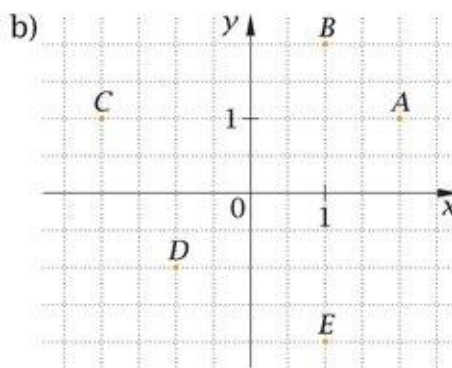
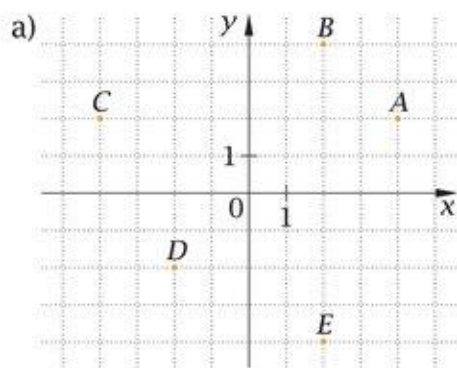
Czworokątem tym na pewno jest: A. romb B. kwadrat

Pole tego czworokąta wynosi: C. 96 cm^2 D. 48 cm^2

9 Układ współrzędnych

Przypomnij sobie

1. Odczytaj współrzędne zaznaczonych punktów.



2. Dane są punkty o współrzędnych: $(1, 4)$, $(-3, 6)$, $(-4, -6)$, $(0, 7)$, $(1, 1)$, $(6, -4)$, $(8, -12)$, $(0, 0)$, $(-2, -45)$, $(98, -123)$, $(-23, -76)$, $(23, 78)$, $(-13, 0)$, $(-1, 67)$.
Ustal, które z tych punktów leżą:
- w I ćwiartce układu współrzędnych,
 - w II ćwiartce układu współrzędnych,
 - w III ćwiartce układu współrzędnych,
 - w IV ćwiartce układu współrzędnych.

Poćwicz

3. Narysuj układ współrzędnych i zaznacz w nim punkty:

$$A = (3, 0) \quad B = (5, 2) \quad C = (0, 3) \quad D = (-2, 2) \quad E = (6, -2) \quad F = (-3, 1)$$

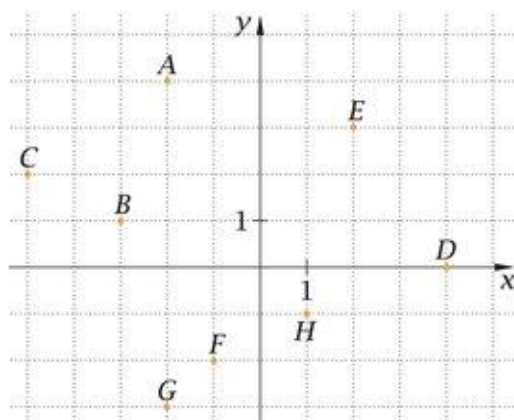
$$G = (-4, 0) \quad H = (-5, 0) \quad I = (-2, -2) \quad J = (2, 1) \quad K = (0, 0)$$

- Które z tych punktów leżą na osiach układu współrzędnych? W których ćwiartkach układu leżą pozostałe punkty?
- Określ odległości tych punktów od osi układu współrzędnych.

4. Narysuj w układzie współrzędnych czworokąt o podanych wierzchołkach i oblicz jego pole.
- $A = (1, 1)$, $B = (4, 1)$, $C = (4, -2)$ i $D = (1, -2)$
 - $A = (2, 0)$, $B = (4, -1)$, $C = (4, -4)$ i $D = (2, -3)$
 - $A = (-1, 1)$, $B = (3, 1)$, $C = (6, -2)$ i $D = (-3, -2)$
 - $A = (-4, 3)$, $B = (-2, -1)$, $C = (-4, -5)$ i $D = (-6, -1)$
5. Narysuj w układzie współrzędnych trójkąt o podanych wierzchołkach i oblicz jego pole.
- $(3, 1)$, $(3, -2)$ i $(-2, -2)$
 - $(-3, -2)$, $(1, -2)$ i $(-5, -6)$
 - $(-1, 5)$, $(-1, 0)$ i $(-4, 1)$
 - $(0, 0)$, $(1, -8)$ i $(-3, -4)$
6. Oblicz pole czworokąta, którego wierzchołkami są podane punkty.
- $A = (-4, 0)$, $B = (0, 4)$, $C = (1, 2)$ i $D = (-1, -2)$
 - $A = (-5, 5)$, $B = (-2, 8)$, $C = (2, 6)$ i $D = (-1, -2)$
 - $A = (-1, 0)$, $B = (0, -5)$, $C = (7, 1)$ i $D = (4, 3)$
7. Narysuj na kartce w kratkę układ współrzędnych. Wybierz jednostki w taki sposób, aby punkty o podanych współrzędnych leżały w punktach kratowych (czyli w punktach przecięcia się linii tworzących kratkę).
- $A = (0,5; 1,5)$, $B = (-2\frac{1}{2}; -1\frac{1}{2})$, $C = (\frac{1}{2}; -2\frac{1}{2})$
 - $A = (0,75; -1,25)$, $B = (-1\frac{1}{4}; -1\frac{3}{4})$, $C = (-\frac{1}{2}; 2\frac{1}{2})$
 - $A = (-\frac{1}{2}; \frac{5}{6})$, $B = (-\frac{3}{4}; -\frac{1}{3})$, $C = (\frac{7}{12}; -\frac{2}{3})$
8. Oblicz pole trójkąta ABC o danych wierzchołkach.
- $A = (-3, -4)$, $B = (6, -4)$, $C = (4, 6)$
 - $A = (-5, -2)$, $B = (-5, 5)$, $C = (5, 1)$
 - $A = (-4, 6)$, $B = (9, 6)$, $C = (-1, -8)$

Pomyśl

9. Na rysunku zaznaczono wierzchołki dwóch równoległoboków. Które punkty są wierzchołkami jednego, a które — drugiego równoległoboku?



10. Określ odległość między punktami A i B .

a) $A = (-3, 5), B = (-3, 3)$

e) $A = (-3, 5), B = (-3, 7)$

b) $A = (2, -3\frac{1}{2}), B = (2, 3\frac{1}{2})$

f) $A = (4, -2), B = (4, 5)$

c) $A = (-5, -6), B = (-3, -6)$

g) $A = (-6, -7), B = (-13, -7)$

d) $A = (4, -6), B = (7, -6)$

h) $A = (-15, 12), B = (12, 12)$

11. Punkty $A = (3, 4)$ i $B = (3, 10)$ są wierzchołkami trójkąta ABC , którego pole jest równe 15. Znajdź współrzędne punktu C , jeżeli wiadomo, że:

a) trójkąt ABC jest równoramienny i odcinek AB jest jego podstawą (rozważ dwa przypadki),

b) trójkąt ABC jest prostokątny (rozważ cztery przypadki),

c) druga współrzędna punktu C wynosi -3 (rozważ dwa przypadki).

12. Punkty $(5, -3)$, $(9, -3)$ i $(5, 6)$ są wierzchołkami prostokąta. Podaj współrzędne czwartego wierzchołka tego prostokąta.

13. Punkty $(6, -8)$, $(9, -2)$ i $(6, 4)$ są wierzchołkami rombu. Podaj współrzędne czwartego wierzchołka tego rombu.

14. Punkty $(-2, 3)$ i $(4, 3)$ są kolejnymi wierzchołkami kwadratu. Podaj współrzędne pozostałych wierzchołków tego kwadratu. Rozważ dwa przypadki.

15. Punkty $(-1, 2)$, $(2, 5)$ i $(5, 5)$ są kolejnymi wierzchołkami trapezu równoramiennego. Podaj współrzędne czwartego wierzchołka tego trapezu. Rozważ trzy możliwe położenia tego wierzchołka.

Sprawdź się

1. Dane są punkty:

$$K = \left(0, \frac{1}{2}\right) \quad L = \left(\frac{5}{5}, -\frac{1}{5}\right)$$

$$M = \left(-\frac{2}{3}, -\frac{2}{5}\right) \quad N = \left(-\frac{4}{5}, \frac{3}{4}\right)$$

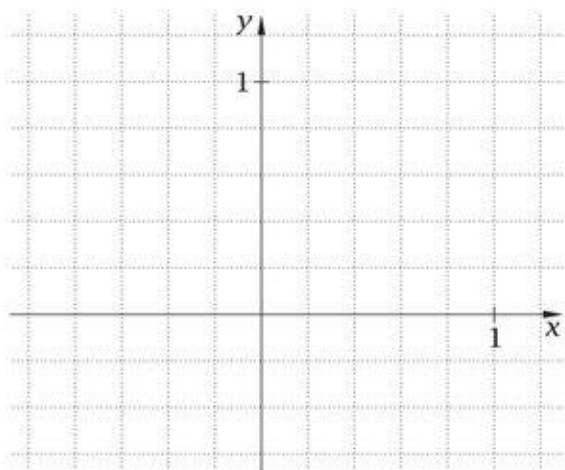
Ile z tych punktów leży w punktach kratowych układu współrzędnych narysowanego obok (czyli w punktach przecięcia się linii tworzących kratkę)?

A. jeden

C. trzy

B. dwa

D. cztery



2. Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F — jeśli jest fałszywe.

Punkt o drugiej współrzędnej równej zero leży na osi y .	P	F
Punkt o obu współrzędnych ujemnych leży w III ćwiartce.	P	F
Druga współrzędna punktów leżących pod osią x jest zawsze dodatnia.	P	F
W IV ćwiartce układu współrzędnych leżą takie punkty, których pierwsza współrzędna jest dodatnia, a druga ujemna.	P	F

3. Dany jest trójkąt o wierzchołkach w punktach $E = (-2, -1)$, $F = (5, -1)$, $G = (4, 2)$ oraz punkty $A = (0, 2)$, $B = (-1, 2)$, $C = (4, -3)$ i $D = (-1, -3)$. Który z podanych trójkątów jest przystający do trójkąta EFG ?

A. EFA B. EFB C. EFC D. EFD

10 Zadania testowe

1. Częścią wspólną dwóch półprostych nie może być:
A. punkt B. odcinek C. półprosta D. prosta
2. O prostych a , b , c i d wiadomo, że $a \perp b$, $c \perp d$ i $a \parallel d$. Z tego wynika, że:
A. $b \perp c$ B. $a \perp d$ C. $a \parallel c$ D. $b \parallel c$
3. Cztery punkty A , K , M i P są tak położone, że $AP = 3$, $AM = 6$, $PM = 4$, $PK = 7$ i $MK = 3$. Oceń prawdziwość podanych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F — jeśli jest fałszywe.

Punkty A , P i M nie leżą na jednej prostej.	P	F
Punkty P , M i K są współliniowe.	P	F

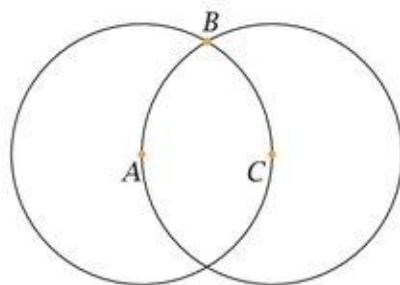
4. Punkty A i C są środkami okręgów, a punkt B jest punktem wspólnym obu tych okręgów.
Dokończ poniższe zdania. Wybierz odpowiedzi spośród A i B oraz spośród C i D.

Promienie okręgów mają:

A. taką samą długość B. różne długości

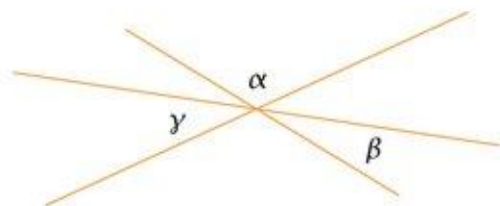
Trójkąt ABC jest trójkątem:

C. równobocznym D. równoramiennym, ale nie równobocznym



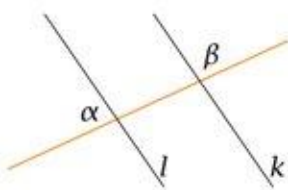
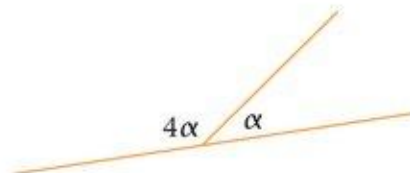
5. Ile wynosi suma miar kątów α , β , γ przedstawionych na rysunku?

A. 100° C. 180°
B. 150° D. Nie można tego obliczyć.



6. Kąt α ma miarę:

A. 45° C. 30°
B. 72° D. 36°



7. Proste k i l są równoległe. Kąt α jest o 20° mniejszy od kąta β , zatem kąt β ma miarę:

A. 110° C. 120°
B. 100° D. 90°

8. Na rysunkach zegarów przedstawiono kąty, jakie tworzą wskazówki o pewnych godzinach.



Dokończ poniższe zdania. Wybierz odpowiedzi spośród A i B, spośród C i D oraz spośród E i F.

Najmniejszy z zaznaczonych kątów ma miarę:

A. 75° B. 80°

Równe miary mają kąty zaznaczone na zegarach:

C. I i III D. II i III

Największy z zaznaczonych kątów jest większy od najmniejszego z nich:

E. o 15° F. o $22,5^\circ$

9. Jaką miarę ma kąt rozwarty między wskazówkami na zegarze przedstawionym obok?

A. 950° B. 105° C. 240° D. 255°



10. O której z podanych godzin kąt wklęsły między wskazówkami zegara jest taki sam jak kąt, który tworzą wskazówki o godzinie 17:00?

A. 18:05 B. 18:55 C. 19:00 D. 22:15

11. W trójkącie ABC dane są długości $AB = 7$ i $BC = 15$. Oceń prawdziwość podanych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F — jeśli jest fałszywe.

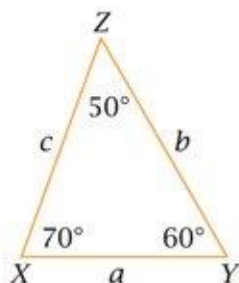
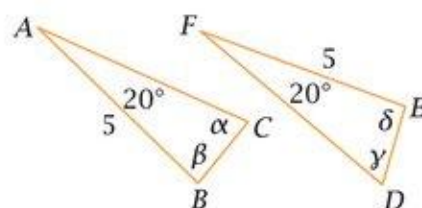
Najdłuższym bokiem trójkąta ABC jest na pewno bok AC .	P	F
Najkrótszym bokiem trójkąta ABC na pewno jest bok AB .	P	F

12. Ustal, który z trójkątów o podanych miarach dwóch kątów jest równoramienny.

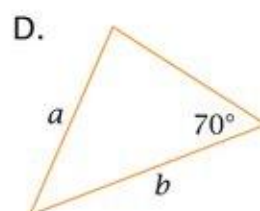
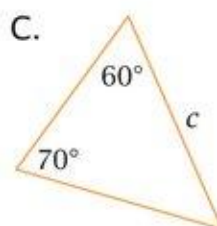
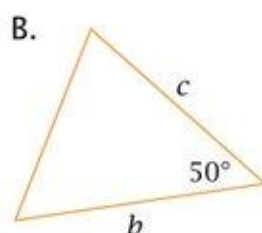
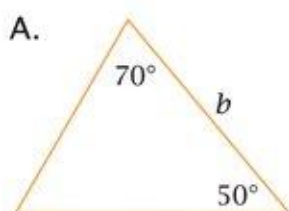
A. 20° i 100° B. 65° i 70° C. 30° i 75° D. 40° i 50°

13. Która z poniższych informacji pozwala stwierdzić, że narysowane trójkąty są przystające?

A. $\alpha = \delta$ C. $AC = DE$
B. $BC = DE$ D. $\alpha = \gamma$



14. Dany jest trójkąt XYZ o bokach długości a, b, c . Który z poniższych trójkątów jest przystający do trójkąta XYZ ?



15. Wskaż zdanie prawdziwe.

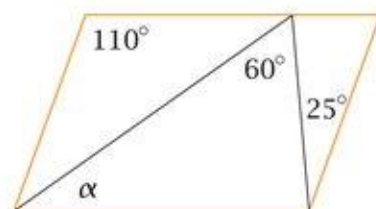
A. Wszystkie trójkąty równoboczne są przystające.
B. Trójkąty równoramienne o podstawach równej długości są przystające.
C. Trójkąty o równych obwodach są przystające.
D. Trójkąt ostrokątny nie może być przystający do trójkąta rozwartokątnego.

16. Wskaż zdanie fałszywe.

A. Wszystkie trójkąty równoboczne o jednakowych polach są przystające.
B. Trójkąty równoramienne o jednakowych podstawach i równych wysokościach opuszczonych na te podstawy są przystające.
C. Trójkąty o różnych obwodach nie są przystające.
D. Wszystkie trójkąty prostokątne równoramienne są przystające.

17. Przyjrzyj się rysunkowi równoległoboku. Ile wynosi miara kąta α ?

A. 35° B. 45° C. 70° D. 60°



18. Które z poniższych zdań jest prawdziwe?

A. W każdym trapezie dwie pary kątów mają takie same miary.
 B. Przekątne dowolnego rombu mają równe długości.
 C. Przekątne dowolnego prostokąta dzielą go na cztery trójkąty równoramienne.
 D. Suma dowolnych dwóch kątów równoległoboku wynosi 180° .

19. Które z poniższych zdań jest fałszywe?

A. W każdym trapezie co najmniej dwa boki są równoległe.
 B. Przekątne dowolnego rombu przecinają się pod kątem prostym.
 C. Przekątne dowolnego prostokąta dzielą go na dwie pary trójkątów przystających.
 D. Suma miar kątów przy podstawie każdego trapezu wynosi 180° .

20. Siedmiokąt foremny ma przekątne tylko o dwóch długościach. Oceń prawdziwość zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F — jeśli jest fałszywe.

Siedmiokąt foremny ma 7 krótszych przekątnych.	P	F
Siedmiokąt foremny ma tyle samo krótszych przekątnych co dłuższych przekątnych.	P	F

21. Z dwóch sąsiednich wierzchołków ośmiokąta foremnego poprowadzono najdłuższe przekątne. Przekątne te przecięły się pod kątem:

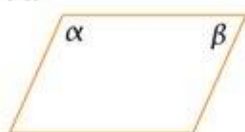
A. 18° B. 25° C. 45° D. 60°

22. Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F — jeśli jest fałszywe.

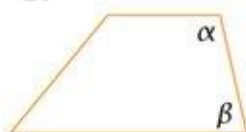
Miara kąta wewnętrznego dziesięciokąta foremnego wynosi 144° .	P	F
Wielokąt foremny o 77 przekątnych ma 7 boków.	P	F
Wielokąt foremny o kącie wewnętrznym 150° ma 12 boków.	P	F

23. Na którym rysunku kąty α i β nie mogą mieć miar odpowiednio 100° i 80° ?

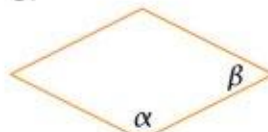
A.



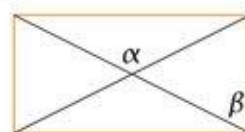
B.



C.

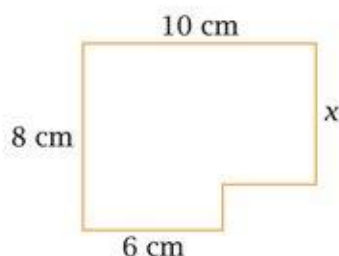


D.



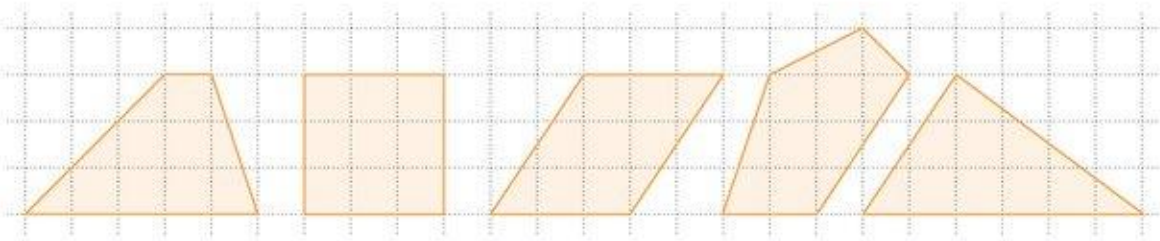
24. Narysowana figura ma pole 72 cm^2 . Wywnika stąd, że długość boku x jest równa:

A. 9 cm C. 6 cm
B. 4 cm D. 2 cm

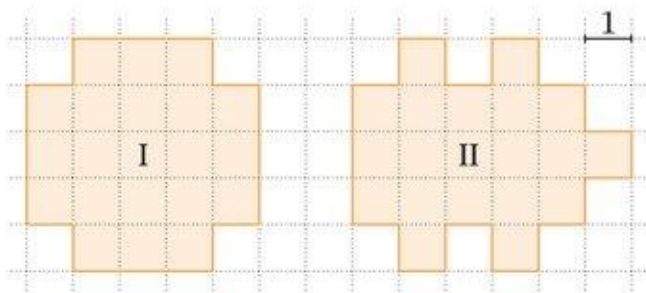


25. Jakie jest pole kwadratu o boku długości 700 m?
- A. 490 ha B. $0,049 \text{ km}^2$ C. 4900 a D. 49000 m^2
26. W trapezie dane są długości podstaw a i b oraz wysokość h . W którym punkcie podano wymiary trapezu o polu 240 arów?
- A. $a = 900 \text{ m}$, $b = 0,2 \text{ km}$, $h = 400 \text{ dm}$
B. $a = 0,7 \text{ km}$, $b = 0,2 \text{ km}$, $h = 500 \text{ m}$
C. $a = 8000 \text{ dm}$, $b = 2000 \text{ dm}$, $h = 50\,000 \text{ cm}$
D. $a = 0,9 \text{ km}$, $b = 3000 \text{ dm}$, $h = 0,04 \text{ km}$

27. Na poniższym rysunku przedstawiono pięć wielokątów. Wskaż zdanie prawdziwe.



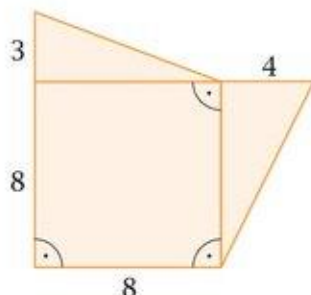
- A. Największe pole ma pięciokąt.
B. Tylko trzy wielokąty mają równe pola.
C. Najmniejsze pole ma kwadrat.
D. Wszystkie wielokąty mają równe pola.
28. Na rysunku przedstawiono figury I i II.



Odpowiedz na poniższe pytania. Wybierz odpowiedzi spośród A i B oraz spośród C i D.

Która figura ma większe pole? A. I B. II

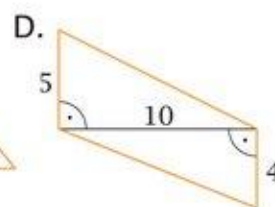
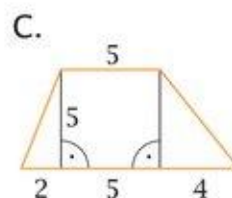
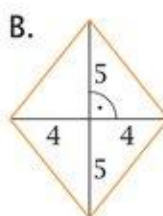
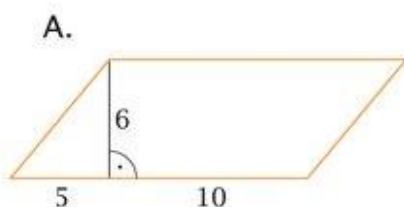
Ile wynosi różnica między obwodami tych figur? C. 6 D. 8



29. Pole zacieniowanej figury jest równe:

- A. 156 C. 128
B. 80 D. 92

30. Pole równe 90 ma czworokąt przedstawiony na rysunku:



31. Wierzchołki prostokąta mają współrzędne $(-2, -3)$, $(4, -3)$, $(4, 1)$, $(-2, 1)$. Wewnątrz tego prostokąta leży punkt:

- A. $(-3, 2)$ B. $(2, 3)$ C. $(3, -2)$ D. $(3, 2)$

32. Dane są trzy wierzchołki kwadratu: $(-234, -234)$, $(234, -234)$, $(234, 234)$. Odpowiedz na poniższe pytania. Wybierz odpowiedzi spośród A i B oraz spośród C i D. W której ćwiartce układu współrzędnych znajduje się czwarty wierzchołek tego kwadratu?

- A. w II ćwiartce B. w IV ćwiartce

Ile wynosi odcięta (czyli pierwsza współrzędna) czwartego wierzchołka tego kwadratu?

- C. -234 D. 234

1 Do czego służą wyrażenia algebraiczne?

Przypomnij sobie

1. Zapisz:

- a) sumę liczb x i 47,
- b) iloczyn liczb a i 19,
- c) iloraz liczb p i 57,
- d) różnicę liczb m i 867.

2. Zapisz:

- a) liczbę o 9 większą od liczby x ,
- b) połowę liczby w ,
- c) liczbę 5 razy większą od liczby n ,
- d) liczbę o t mniejszą od liczby 8.

Poćwicz

3. a) Określ, ile cięć nożyczkami trzeba wykonać, żeby sznurek podzielić na:

- 2 kawałki • 3 kawałki • 20 kawałków • n kawałków

b) Określ, ile minut uczeń spędzi w klasie na lekcjach, jeśli ma:

- 2 lekcje • 3 lekcje • 5 lekcji • n lekcji

c) W meczach siatkówki grają 6-osobowe zespoły. Określ, ilu zawodników liczy jedna cała drużyna, jeśli na ławce rezerwowych siedzi:

- 3 zawodników • 6 zawodników
- 4 zawodników • n zawodników

d) Tort waży 2 kg. Określ, jaką masę będzie miała jedna część tego tortu, jeśli podzielimy go na:

- 2 równe części • 60 równych części
- 4 równe części • n równych części

4. a) Określ obwód wielokąta, którego każdy bok ma długość 5, jeżeli wielokąt ten jest:

- trójkątem • pięciokątem
- rombem • wielokątem o n bokach

b) Określ pole kwadratu, którego obwód wynosi:

- 4 • 8 • 100 • n

5. a) Ustal, ile przekątnych można poprowadzić z jednego wierzchołka:
- czworokąta
 - sześciokąta
 - pięciokąta
 - wielokąta o n wierzchołkach
- b) Ustal, na ile trójkątów można podzielić wielokąt, prowadząc przekątne z jednego wierzchołka:
- czworokąta
 - sześciokąta
 - pięciokąta
 - wielokąta o n wierzchołkach
6. a) Ustal, ile wierzchołków, ile ścian i ile krawędzi ma ostrosłup, którego podstawą jest wielokąt o n wierzchołkach.
- b) Ustal, ile wierzchołków, ile ścian i ile krawędzi ma graniastosłup, którego podstawą jest wielokąt o n wierzchołkach.
7. Zapisz za pomocą wyrażenia algebraicznego liczbę:
- a) o 17 większą od liczby x ,
 - b) 8 razy większą od liczby p ,
 - c) o 19 mniejszą od liczby a ,
 - d) 6 razy mniejszą od liczby m ,
 - e) o 5 większą od podwojonej liczby b ,
 - f) 3 razy większą od sumy liczb y i 8,
 - g) o 11 mniejszą od połowy liczby n ,
 - h) 4 razy mniejszą od liczby d pomniejszonej o 9.
8. Zapisz za pomocą wyrażenia algebraicznego:
- a) kwotę o 5 zł większą od kwoty 3 razy większej od k zł,
 - b) objętość o 6 litrów mniejszą od połowy objętości V litrów,
 - c) pole 4 razy mniejsze od sumy pól 5 m^2 i $P\text{ m}^2$,
 - d) masę 5 razy większą od masy m kg pomniejszonej o 7 kg.
9. Zapisz za pomocą wyrażenia algebraicznego:
- a) sumę liczb a , b i 15,
 - b) liczbę o x mniejszą od y ,
 - c) połowę iloczynu liczb s i t ,
 - d) iloraz liczby m przez podwojoną liczbę n ,
 - e) średnią arytmetyczną liczb c i d ,
 - f) liczbę 5 razy mniejszą od liczby p pomniejszonej o liczbę r ,
 - g) liczbę o 9 większą od ilorazu liczby e przez liczbę f ,
 - h) liczbę k razy mniejszą od iloczynu liczb 4 i n .

10. Zapisz za pomocą wyrażenia algebraicznego:

- a) kwadrat liczby a ,
- b) kwadrat sumy liczb u i w ,
- c) połowę sześciangu liczby c ,
- d) liczbę o 2 większą od sześciangu liczby x ,
- e) sumę kwadratu i sześciangu liczby y ,
- f) kwadrat iloczynu liczb z i 3,
- g) sześciang ilorazu liczby m przez 5,
- h) liczbę 4 pomniejszoną o kwadrat liczby n .

11. Zapisz za pomocą wyrażenia algebraicznego:

- | | |
|-----------------------------------|--|
| a) liczbę równą 70% liczby p , | e) liczbę o 40% większą od liczby a , |
| b) liczbę równą 8% liczby x , | f) liczbę o 110% większą od liczby k , |
| c) liczbę równą 130% liczby t , | g) liczbę o 80% mniejszą od liczby h , |
| d) liczbę równą 400% liczby m , | h) liczbę o 7% mniejszą od liczby w . |

12. Zapisz odpowiedź za pomocą wyrażenia algebraicznego.

- a) Marta zebrała 30 kasztanów, a Maciek zebrał k kasztanów. Ile kasztanów mieli razem?
- b) Bieżnia wokół boiska ma długość 400 m. Sportowiec obiegnął boisko b razy. Jaki dystans przebiegł?
- c) Turysta ma zamiar wspiąć się na szczyt góry o wysokości 1600 m nad poziomem morza. Jaką różnicę wysokości musi pokonać, jeśli wspinaczkę rozpoczyna na wysokości t metrów nad poziomem morza?
- d) Plik stu kartek ma wysokość g centymetrów. Jaką grubość ma jedna kartka?
- e) Bilet autobusowy dla dorosłego kosztuje 3 zł, a dla dziecka 1,50 zł. Ile będą kosztować bilety dla nauczyciela i grupy d dzieci?
- f) Do każdego z czterech naczyń wiano 2 litry wody. Następnie dolano do nich po tyle samo soku, w sumie s litrów. Ile jest napoju w jednym naczyniu?
- g) Cena jednego lizaka, która dotąd wynosiła 80 groszy, wzrosła o l groszy. Ile należy teraz zapłacić za 10 lizaków?
- h) Dziadek miał c cukierków. Dołożył do nich 4 cukierki i wszystkie podzielił równo pomiędzy pięcioro wnucząt. Ile cukierków dostało każde z dzieci?

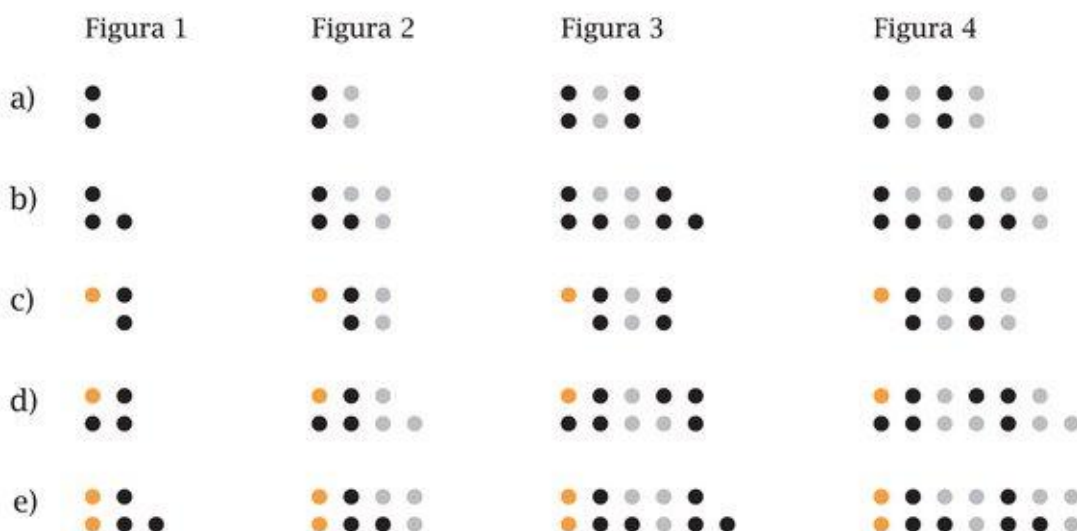
13. Wojtek ma n lat. Dwie siostry Wojtka są od niego młodsze: Ania o 3 lata, a Beata o 5 lat. Tata Wojtka jest od niego starszy o 30 lat, a mama — o 28. Zapisz w postaci wyrażen algebraicznych wiek sióstr i rodziców.

14. Tomek ma x lat. Brat jest od niego starszy 2 razy, a siostra — starsza o 2 lata.

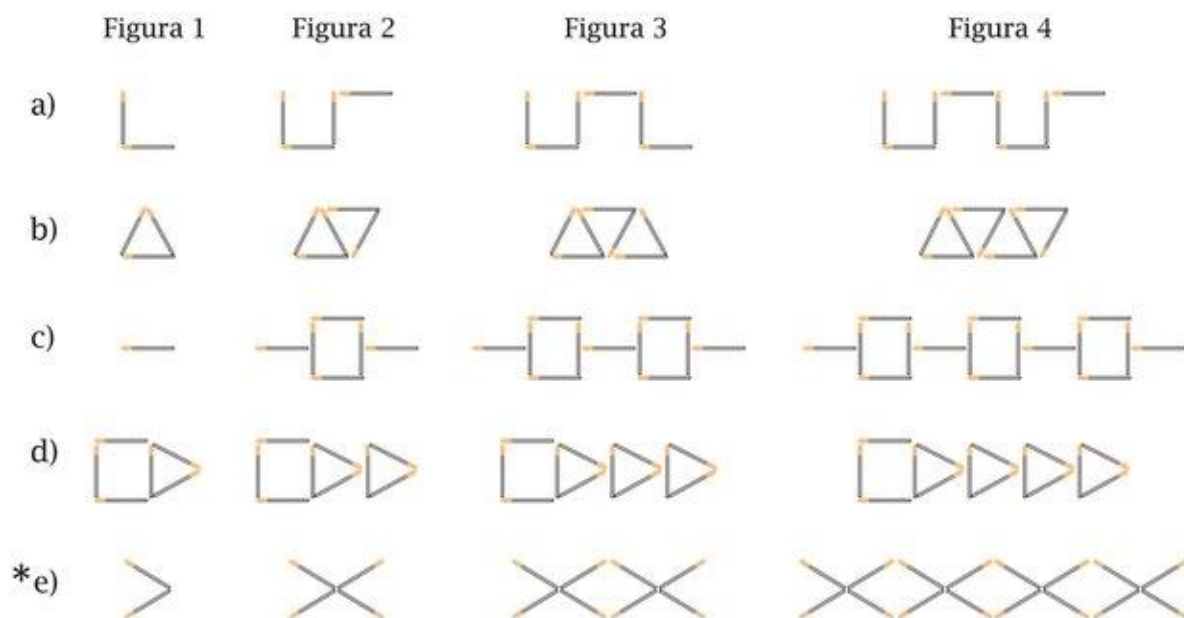
- a) Zapisz wiek rodzeństwa Tomka.
- b) Ile lat mają w sumie wszyscy troje?

Pomyśl

15. Figury przedstawione na rysunkach składają się z kropek i zostały utworzone według pewnej zasady. Spróbuj przewidzieć, z ilu kropek będzie zbudowana piąta figura. Narysuj tę figurę i sprawdź swoją odpowiedź. Z ilu kropek będzie zbudowana dziesiąta figura? Zapisz wyrażenie, za pomocą którego można obliczyć liczbę kropek wchodzących w skład figury o numerze n .



16. Figury przedstawione na rysunkach zostały zbudowane z zapalek według pewnej zasady. Z ilu zapalek będzie zbudowana piąta figura? Zapisz wyrażenie, za pomocą którego można obliczyć liczbę zapalek w figurze o numerze n .

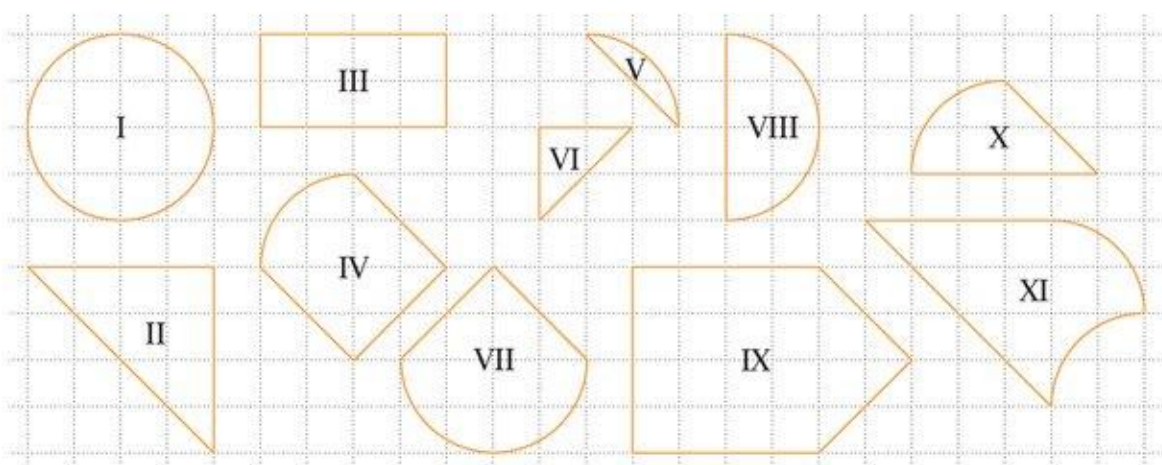
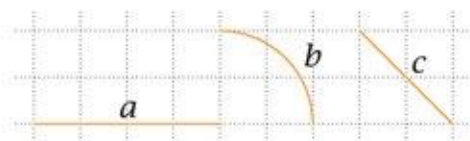


17. Na parkingu stoi a samochodów osobowych i b rowerów.

- Ile w sumie jest kół na tym parkingu? (Nie liczymy kół zapasowych).
- Jeden samochód opuścił parking. Ile teraz jest w sumie kół?

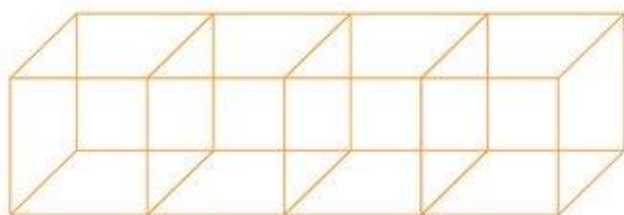
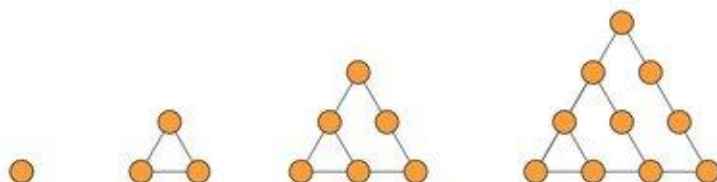
18. Klocki w przedszkolu są przechowywane w dwóch pudełkach: w dużym jest x klocków, a w małym y klocków.
- Ile klocków jest w obu pudełkach?
 - O ile klocków więcej jest w dużym pudełku niż w małym?
 - Troje dzieci podzieliło się po równo wszystkimi klockami. Ile klocków dostało każde dziecko?
 - Półowa klocków w dużym pudełku i $\frac{1}{3}$ klocków w małym pudełku jest drewniana. Ile klocków drewnianych jest razem w obu pudełkach?
 - W dużym pudełku 5 klocków ma żółty kolor, a w małym pudełku — 7 klocków. Ile klocków w obu pudełkach nie ma żółtego koloru?
 - Z dużego pudełka przełożono do małego 4 klocki. Ile jest teraz klocków w każdym z pudełek?
 - Pięcioro dzieci podzieliło się po równo klockami i 3 klocki zostały w pudełkach. Ile klocków dostało każde dziecko?
 - W trakcie zabawy dzieci zgubiły 12 klocków. Pozostałe klocki włożyły do pudełek tak, że w każdym było ich po tyle samo. Ile klocków jest w każdym z pudełek?
19. Na urodziny Magdy przyszło x kolegów i y koleżanek.
- Ile osób bawiło się na urodzinach?
 - Ile osób byłoby na urodzinach, gdyby przyszło o trzech kolegów mniej i dwa razy więcej koleżanek?

20. Przyjmij, że litery a , b i c oznaczają długości linii narysowanych obok, i zapisz obwody przedstawionych niżej figur.



21. a) Zapisz trzy kolejne liczby naturalne (pierwszą z nich oznacz literą n).
 b) Zapisz sumę trzech kolejnych liczb naturalnych (drugą z nich oznacz literą k).
 *c) Zapisz sumę kwadratów trzech kolejnych liczb naturalnych (trzecią z nich oznacz literą m).

- *22. Przyjmijmy, że p oznacza liczbę, która podzielona przez 7 daje resztę 5. Zapisz trzy kolejne liczby większe od p , takie że każda z nich jest podzielna przez 7.
- *23. Trzej bracia: Abel, Babel i Kabel mieli po x złotych. Abel wydał 15% swoich pieniędzy, Babel nie tylko nic nie wydał, ale jeszcze zarobił — o 15% więcej złotych, niż miał. Z kolei Kabel trochę wydawał, trochę zarabiał i w końcu ma o 15% więcej niż na początku. Zapisz, ile pieniędzy ma teraz każdy z braci.
- *24. Magda ma x lat. Jej pradziadek za 8 lat będzie od niej 5 razy starszy. Ile lat miał pradziadek, gdy Magda się urodziła?
- *25. Policz, z ilu kropek jest zbudowana każda figura. Otrzymane liczby to cztery początkowe tzw. liczby trójkątne. Z ilu kropek składa się piąta figura, z ilu setna, a z ilu — figura o numerze n ?



- *26. Na rysunku przedstawiono model czterech połączonych sześcianów wykonany z drewnianych patyczków. Ile patyczków jest potrzebnych do sklejenia modelu n takich sześcianów?

Sprawdź się

- Bilet normalny na seans do kina kosztuje x złotych, a ulgowy jest od niego o 10 zł tańszy. Ile za bilety zapłacą rodzice z trójką dzieci? Wskaż odpowiednie wyrażenie algebraiczne.

A. $3x + 2(x - 10)$ B. $2x + 3(x - 10)$ C. $5x - 10$ D. $2x + 3x + 10$
- Każde z poniższych zdań można zapisać za pomocą wyrażeń algebraicznych.
 - Liczba o 3 mniejsza od liczby 5 razy mniejszej od n .
 - Liczba 5 razy większa od liczby o 3 większej od n .
 - Liczba o 5 mniejsza od liczby 3 razy mniejszej od n .

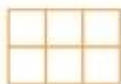
Które z poniższych wyrażeń algebraicznych nie pasuje do żadnego z podanych zdań?

A. $\frac{n}{3} - 5$ B. $\frac{n-3}{5}$ C. $5(n+3)$ D. $\frac{n}{5} - 3$

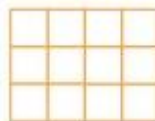
3. Przyjrzyj się prostokątom narysowanym poniżej. Wszystkie są zbudowane z takich samych kwadratów o boku 1. Każdy kolejny prostokąt jest o 1 dłuższy i o 1 szerszy od poprzedniego.



Prostokąt 1



Prostokąt 2



Prostokąt 3

W tabeli zebrano niektóre informacje na temat prostokątów tworzonych według tej zasady.

Prostokąt	Długość	Szerokość	Pole	O ile pole tego prostokąta jest większe od pola poprzedniego prostokąta?
Prostokąt 1	2	1	2	—
Prostokąt 2	3	2	6	4
Prostokąt 3	4	3	12	6
Prostokąt 4	5	4	20	8
Prostokąt 20	21	20	420	
Prostokąt n	$n + 1$	n		

Dokończ poniższe zdania. Wybierz odpowiedzi spośród A i B oraz spośród C i D.
Pole dwudziestego prostokąta jest większe od pola prostokąta dziewiętnastego o:
A. 38 B. 40

Pole n -tego prostokąta jest większe od pola poprzedniego prostokąta o:
C. $2n$ D. $2(n - 1)$

2 Wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych

Przypomnij sobie

- Oblicz wartość wyrażenia dla $a = 12$.
a) $20 - a$ b) $5a$ c) $a : 4$ d) $a + 6$
- Zespół składa się z n równolicznych grup i jednego kierownika. Liczbę członków zespołu można obliczyć ze wzoru $4n + 1$.
a) Oblicz, ilu członków liczy zespół złożony z pięciu grup.
b) Ile osób jest w jednej grupie?

Poćwicz

3. Oblicz wartość wyrażenia zapisanego w ramce dla danych wartości x .

a) $2x + 5$

I. $x = 3$

II. $x = 0,25$

III. $x = -3$

IV. $x = -0,5$

b) $\frac{3-4x}{2}$

I. $x = 1$

II. $x = -1$

III. $x = \frac{1}{4}$

IV. $x = -1,5$

c) $3x^2 + 2x - 1$

I. $x = 2$

II. $x = -2$

III. $x = 10$

IV. $x = -1$

d) $x(3x - 1)$

I. $x = 0$

II. $x = 5$

III. $x = -3$

IV. $x = \frac{2}{3}$

4. Oblicz wartość poniższych wyrażeń dla $x = 3$. Jaka jest kolejność wykonywania działań w każdym z przykładów?

a) $2x + 5$

$2(x + 5)$

$x(2 + 5)$

b) $5 - 3x + 2$

$5 - (3x + 2)$

$5 - 3(x + 2)$

c) $6 + 12 : x - 1$

$(6 + 12) : x - 1$

$6 + 12 : (x - 1)$

d) $12 : x \cdot 2 + 1$

$12 : (x \cdot 2) + 1$

$12 : x \cdot (2 + 1)$

5. Oblicz wartość wyrażenia dla $u = -1$ i $w = 2$.

a) $3u + w - 5$

c) $u + \frac{w}{4}$

e) $w(3 - u)$

b) $7 - uw$

d) $\frac{5-u}{w}$

f) $(3w + u) : 2$

6. Oblicz wartość wyrażenia:

a) $(x+5)(y-2)$ dla $x = -2$ i $y = 3$

b) $(2a-3)(5-3b)$ dla $a = 4$ i $b = 2$

c) $(3s+t)(5t-8)$ dla $s = -2$ i $t = 2$

d) $(5u-w)(2w+3u)$ dla $u = -1$ i $w = 5$

7. Oblicz wartość wyrażenia:

a) $8 - x^2$ dla $x = 3$

c) $2m^2 - 3m$ dla $m = 5$

e) $7y + 2y^3$ dla $y = -2$

b) $5a + a^2$ dla $a = -2$

d) $u^3 + 2u$ dla $u = 10$

f) $9p^2 - 4p^3$ dla $p = -1$

8. Oblicz wartość wyrażenia $5x^2 - y$ dla podanych wartości x i y .

a) $x = 3, y = 2$

c) $x = 0,5, y = \frac{1}{3}$

e) $x = 0, y = -12$

b) $x = 5, y = -3$

d) $x = -\frac{1}{4}, y = \frac{1}{5}$

f) $x = -2, y = 20$

9. Oblicz wartość wyrażenia $2a^2 - b^3$ dla podanych wartości a i b .

a) $a = -1, b = -1$

c) $a = -1, b = 1$

e) $a = -2, b = 2$

b) $a = 1, b = -1$

d) $a = 1, b = 1$

f) $a = 2, b = -2$

10. Oblicz wartość wyrażenia dla $x = 2$.

a) $1410x(x - 2)$

c) $5x^2 - 2x$

e) $3x - x^2 - (2 - 3x)$

b) $2x(x - 1) + 2$

d) $18x + 20(1 - x)$

f) $12(x + 0,4) - 0,4x$

11. Oblicz wartość wyrażenia dla $x = -3$.

a) $\frac{2 + 5x}{2 - x}$

b) $\frac{x^2 + 2(x + 3)}{x^2 - 2}$

c) $\frac{x}{3} - 3x$

d) $\frac{x^2}{4} + 0,25x$

*12. Dla jakiej liczby x podane wyrażenie nie ma wartości?

a) $\frac{3x + 1}{x^2 - 1}$

b) $\frac{5}{(x - 1)^2}$

c) $\frac{2x - 4}{x(x + 1)}$

d) $\frac{3x + 1}{|x|}$

Pomyśl

13. Zaobserwowano, że częstotliwość dźwięków wydawanych przez świerszcza zależy od temperatury powietrza. Jeśli literą c oznaczmy liczbę dźwięków wydawanych w ciągu 15 sekund, to temperaturę powietrza (w stopniach Celsjusza) możemy obliczyć za pomocą wzoru $\frac{4}{9}c + 5\frac{5}{9}$. Oblicz, jaką temperaturę miało powietrze, jeśli w ciągu 15 sekund dźwięk wydawany przez świerszcze był słyszany:

a) 20 razy,

b) 50 razy,

c) 60 razy.

14. W wielu krajach anglosaskich używa się jednostek, które nie należą do układu SI, np. temperaturę podaje się w stopniach Fahrenheita, długość — w stopach i calach, masę — w funtach i uncjach, objętość — w galonach i pintach.

a) Aby wyrazić w stopniach Celsjusza temperaturę podaną w stopniach Fahrenheita (F), można się posłużyć następującym wzorem:

$$\frac{5(F - 32)}{9}$$

Najniższa temperatura odnotowana w Kanadzie była równa $-81,4$ stopnia Fahrenheita, najwyższa to 113 stopni Fahrenheita. Wyraż te temperatury w stopniach Celsjusza.

b) Aby wyrazić w centymetrach odległość podaną w stopach (S) i calach (C), można zastosować wzór:

$$30,48S + 2,54C$$

Pierwszy odnotowany rekord świata w skoku wzwyż został ustanowiony przez Amerykanina George'a Horine'a w 1912 roku i wyniósł 6 stóp i 7 cali. Ile to centymetrów? Wynik podaj z dokładnością do 1 cm.

c) Aby zamienić masę podaną w funtach (F) i uncjach (U) na masę wyrażoną w kilogramach, można skorzystać ze wzoru:

$$0,454F + 0,028U$$

Na zawodach w pchnięciu kulą mężczyźni używają kuli o masie 16 funtów, a kobiety — 8 funtów i 13 uncji. O ile kilogramów kula dla mężczyzn jest cięższa od kuli dla kobiet? Wynik podaj z dokładnością do dziesiątej części kilograma.

d) Aby wyrazić w litrach objętość podaną w amerykańskich galonach (G) i pintach (P), można się posłużyć następującym wzorem:

$$3,79G + 0,47P$$

Z ropy naftowej wypełniającej 42-galonową beczkę uzyskuje się 19 galonów i 6 pintów benzyny. Z pozostałej części wytwarza się inne produkty (np. olej opałowy). Ile litrów innych produktów, poza benzyną, otrzymuje się z 42 galonów ropy? Wynik podaj z dokładnością do dziesiątej części litra.

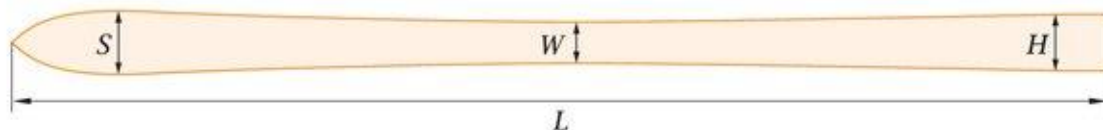
15. Istnieje kilka sposobów, które umożliwiają oszacowanie wzrostu człowieka na podstawie długości jego kości. Mają one zastosowanie w archeologii i kryminalistyce. Na przykład: jeśli oznaczymy długość (w centymetrach) kości ramiennej literą x , to wzrost (w centymetrach) kobiety można obliczyć według wzoru $3,1x + 64,7$, a mężczyzny według wzoru $2,9x + 78,1$.

- Oszacuj wzrost kobiety, której kość ramieniowa ma długość 32 cm.
- Oszacuj wzrost mężczyzny, którego kość ramieniowa ma długość 35 cm.
- Kość ramieniowa ma długość 34 cm. Ile wzrostu miałyby kobieta o takiej kości, a ile — mężczyzna?

16. Jednym z parametrów nart zjazdowych jest ich promień skrętu. Dla współczesnych nart promień ten (R , w metrach) można obliczyć ze wzoru:

$$R = \frac{(0,9L)^2}{20(S + H - 2W)}$$

gdzie L oznacza długość narty (w centymetrach), a S , H i W — wymiary narty (w milimetrach) zaznaczone na rysunku.



Zgodnie z przepisami Międzynarodowej Federacji Narciarskiej (FIS) promień skrętu nart do slalomu giganta nie może być mniejszy niż 21 m. Czy narty o podanych wymiarach spełniają to ograniczenie?

- $L = 170$ cm, $S = 106$ mm, $W = 71$ mm, $H = 97$ mm
- $L = 195$ cm, $S = 98$ mm, $W = 65$ mm, $H = 87$ mm
- $L = 155$ cm, $S = 115$ mm, $W = 62$ mm, $H = 98$ mm

- *17. Znajdź dwie liczby, dla których wyrażenie ma podaną wartość.

- $|x - 4|$; 5
- $|10 - 2x|$; 6
- $|9 + x|$; 4

Sprawdź się

1. Według przepisu pani Hanny liczbę łyżek soli potrzebnych do przygotowania z litrów zalewy do ogórków kiszonych można obliczyć ze wzoru $\frac{3z}{2} + 1$. Skorzystaj z tego wzoru i oceń prawdziwość zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F — jeśli jest fałszywe.

Aby przygotować 4 litry zalewy, trzeba użyć 6 łyżek soli.	P	F
Liczba łyżek soli jest zawsze liczbą całkowitą.	P	F
Liczba litrów zalewy jest zawsze mniejsza niż liczba łyżek soli potrzebnej do jej przygotowania.	P	F

2. Jacek połączył kropki widoczne na rysunkach odcinkami w taki sposób, że każde dwie kropki były połączone.



Następnie zapisał wzór pozwalający obliczyć, ile jest wszystkich odcinków łączących n punktów. Który to wzór?

- A. $2n - 3$ B. $\frac{2n^2 - 3}{5}$ C. $3n - 5$ D. $\frac{n^2 - n}{2}$

3 Jednomiany

Przypomnij sobie

- Zapisz w postaci wyrażenia algebraicznego:
 - liczbę zapalek w n pudełkach, jeśli w każdym z nich jest 38 zapalek,
 - obwód trójkąta równobocznego o boku długości a ,
 - pole trzech prostokątów o długości d i szerokości s ,
 - pole pięciu kwadratów o boku a .
- Zapisz za pomocą potęg.

a) $4 \cdot 4$	e) $m \cdot m$
b) $5 \cdot 5 \cdot 5$	f) $x \cdot x \cdot x$
c) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$	g) $2 \cdot a \cdot a$
d) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$	h) $-4 \cdot b \cdot b \cdot b$

Poćwicz

3. Uporządkuj jednomian.

a) $3a \cdot 5$

d) $5d \cdot 7d^2$

g) $-3g^3 \cdot 2g$

b) $6b \cdot 2b$

e) $-2e^2 \cdot (-4)e$

h) $6h^3 \cdot \frac{1}{12}h$

c) $-10c \cdot \frac{1}{2}c$

f) $\frac{1}{3}f \cdot \frac{2}{5}f^2$

i) $-\frac{3}{4}i^3 \cdot (-8)i$

4. Które z jednomianów po uporządkowaniu przyjmą postać zapisaną w ramce?

a) $30a^2$

b) $12x^3$

c) $100p^3$

I. $5a \cdot 6a$

I. $4x^2 \cdot 3x$

I. $5p^2 \cdot 20p^2$

II. $-2a \cdot (-5) \cdot 3a$

II. $-6x \cdot (-2)x^2$

II. $2p \cdot 10p \cdot 5p$

III. $6a^2 \cdot 5a^2$

III. $12x \cdot x \cdot x$

III. $-4p \cdot (-25)p^2$

IV. $-15a \cdot (-2)a$

IV. $3x^2 \cdot 4x^2$

IV. $5p^2 \cdot 40p$

V. $6a \cdot 2a \cdot 4a$

V. $2x \cdot 3x \cdot 2x$

V. $-10p \cdot p \cdot (-10)p$

5. Uporządkuj jednomian.

a) $a \cdot b \cdot a$

d) $2a \cdot 7b \cdot a$

g) $-3ab \cdot 5a \cdot 2b$

b) $a \cdot b \cdot a \cdot a \cdot b$

e) $-3b \cdot 4a \cdot b$

h) $ab \cdot 2ab \cdot (-7)b$

c) $5a \cdot 6a$

f) $5b \cdot (-2)b \cdot a \cdot 3b$

i) $-5ab \cdot b \cdot (-3)b \cdot ab$

6. Uporządkuj jednomian.

a) $baca$

e) $lelek$

i) $rabarbar$

b) $jajo$

f) $parada$

j) $matematyka$

c) $baba$

g) $ananas$

k) $totolotek$

d) $wanna$

h) $tatarak$

l) $minimum$

7. Uporządkuj jednomiany i wskaż, które z nich są sobie równe.

I. $ka \cdot 12ara$

III. $-3a \cdot 4rak$

V. $-2k \cdot (-3ar) \cdot 2a$

II. $2ar \cdot 6ka$

IV. $kra \cdot 12kra$

VI. $4rak \cdot 3rak$

8. Odgadnij słowo, z którego liter utworzono jednomian.

a) o^2kn

c) a^2jk^2

e) a^3p^2j

b) a^2k^2o

d) a^2kmnor

f) a^2mn^2

9. Uporządkuj jednomian.

- | | | |
|-----------------------|----------------------------------|------------------------------------|
| a) $2a^2 \cdot 3ab$ | c) $4a^2 \cdot (-2)ab$ | e) $-3ab \cdot 2c \cdot a$ |
| b) $-5ab^2 \cdot 6ab$ | d) $-5ab \cdot a^2b \cdot (-4)b$ | f) $-5a^2 \cdot 4abc \cdot (-2)bc$ |

10. Zapisz i uporządkuj iloczyn jednomianów.

- | | | |
|--------------------|--|---------------------------|
| a) $8x$ oraz $12y$ | c) $\frac{1}{4}x^2$ oraz $\frac{1}{3}xy$ | e) $5a^2b$ oraz $0,4ab^2$ |
| b) a oraz $-2b$ | d) $-mn^2$ oraz $-5m^3$ | f) $9baca$ oraz $0,1baba$ |

11. Które z jednomianów po uporządkowaniu przyjmą postać zapisaną w ramce?

- | | | |
|--|--|---|
| a) $18x^3y$ | b) $40p^2r^2$ | c) $200a^3b^2$ |
| I. $6x^2 \cdot 3xy$ | I. $8p^2 \cdot 5pr$ | I. $100a^3 \cdot 2ab^2$ |
| II. $3x \cdot 2x \cdot 3y$ | II. $2pr \cdot 20pr$ | II. $4a \cdot 25a^2 \cdot 2b^2$ |
| III. $2x \cdot x \cdot 9y$ | III. $-4p \cdot 10pr^2$ | III. $-20a \cdot (-5)a \cdot 2ab^2$ |
| IV. $-9xy \cdot (-2)x^2$ | IV. $2p^2r \cdot 20p$ | IV. $50a^2b \cdot 2ab$ |
| V. $2x \cdot 3x \cdot 3x$ | V. $-2p \cdot (-5)r \cdot 4pr$ | V. $10a \cdot 10a^2b \cdot 2b$ |

*12. Przedstaw wyrażenie w postaci uporządkowanego jednomianu.

- | | | |
|---------------------------|--|--|
| a) $\frac{18a^2bc}{15ab}$ | b) $\frac{12x^2y^3}{4} \cdot \frac{5}{xy}$ | c) $\frac{15p^3q}{2p} \cdot \frac{4q}{5p^2}$ |
|---------------------------|--|--|

Pomyśl

13. Wymyśl trzy jednomiany, które po uporządkowaniu przyjmą daną postać.

- | | | |
|-------------|---------------|-----------------|
| a) $3a^2b$ | c) $2a^2bc^4$ | e) $10ab^2c^3$ |
| b) $5a^2bc$ | d) $12xyz^6$ | f) $-15x^2y^2z$ |

14. Zapisz w postaci jednomianu pole opisanego wielokąta.

- Jeden z boków trójkąta ma długość p , a wysokość opuszczona na ten bok jest od niego 8 razy dłuższa.
- Jeden z boków prostokąta ma długość d , a drugi bok jest 5 razy krótszy.
- Jedna z przekątnych rombu ma długość $6p$, a druga jest 9 razy dłuższa.

- *15. a) Prostokąt o bokach długości $3a$ i $4b$ ma pole równe $12ab$. Podaj wymiary pięciu innych prostokątów, które można podzielić na 12 małych prostokątów o bokach długości a i b .
- b) Ile jest różnych prostokątów, które można podzielić na 100 małych prostokątów o bokach długości a i b , przy czym a, b są liczbami całkowitymi?

Sprawdź się

1. Który z podanych jednomianów jest równy wyrażeniu $-6x^2 \cdot \frac{1}{2}(-x)y$?
A. $3x^3y$ B. $-5\frac{1}{2}xy$ C. $-6\frac{1}{2}x^3y$ D. $-3x^2$
2. Tylko jedno z poniższych wyrażeń algebraicznych nie jest równe pozostałym. Wskaż to wyrażenie.
A. $-4xy \cdot (-3)xy \cdot x$ C. $6(-x)^2 \cdot 2xy^2$
B. $-12x(-y)^2 \cdot x^2$ D. $24x^2y^2 \cdot \frac{1}{2}x$

4 Sumy algebraiczne

Przypomnij sobie

1. Wymień składniki sumy, a następnie oblicz.

a) $2\frac{2}{5} + 5\frac{3}{5}$ b) $-4\frac{3}{4} + 1,25$ c) $3,42 + (-7,59)$ d) $4^2 + (-3)^2$

2. W sakiewce jest 7 monet złotych i 9 srebrnych. Jeśli oznaczmy literą z monetę złotą, a literą s — monetę srebrną, to zawartość sakiewki można zapisać w postaci $7z + 9s$. W szkatule znajdują się 22 monety złote i 40 monet srebrnych. Zapisz w postaci wyrażenia algebraicznego:

- a) zawartość szkatuły,
- b) łączną zawartość szkatuły i sakiewki.



Poćwicz

3. Wypisz wyrazy sumy algebraicznej.

- | | |
|----------------------------------|-------------------------------------|
| a) $2x^2 - 7x + y - 1$ | e) $23c^2 + 5a - 7$ |
| b) $\frac{1}{3}ab + 2a^2 - 0,2b$ | f) $\frac{2}{5}x^2 - 4y^2 - 3y + 5$ |
| c) $0,5a^2 - ab - b^2a$ | g) $-2m^3n + m^3 - 2mn^2 - 1$ |
| d) $3x - 4y^2 + 5$ | h) $-6xy^4 - x + y - 6$ |

4. Zapisz w jak najprostszej postaci.

- | | | | |
|----------------|--------------|---------------|---------------|
| a) $a + 7a$ | d) $5d - d$ | g) $g - 9g$ | j) $-4j - j$ |
| b) $6b + 4b$ | e) $8e - 5e$ | h) $-7h + 9h$ | k) $-3k - 8k$ |
| c) $14c + 17c$ | f) $2f - 6f$ | i) $-9i + 3i$ | l) $-l - 10l$ |

5. Zapisz w jak najprostszej postaci.

- | | | | |
|----------------------------------|------------------------------------|-------------------------|------------------------------------|
| a) $\frac{2}{7}a + 2a$ | d) $\frac{3}{8}d + \frac{7}{8}d$ | g) $2g - \frac{1}{6}g$ | j) $4\frac{5}{8}j - 2\frac{3}{8}j$ |
| b) $3b + 1\frac{3}{5}b$ | e) $2\frac{3}{5}e + 1\frac{4}{5}e$ | h) $4h - 2\frac{2}{3}h$ | k) $\frac{2}{3}k - k$ |
| c) $\frac{1}{7}c + \frac{5}{7}c$ | f) $f - \frac{3}{4}f$ | i) $3\frac{4}{7}i - 2i$ | l) $2\frac{1}{3}l - 2\frac{2}{3}l$ |

6. Zapisz w jak najprostszej postaci.

- | | | |
|------------------|------------------|------------------|
| a) $4a + 1,6a$ | e) $5,3e - 0,7e$ | i) $6i - 7,2i$ |
| b) $b + 0,23b$ | f) $f - 0,8f$ | j) $4,8j - 5j$ |
| c) $1,7c + 2,5c$ | g) $8,1g - 6,4g$ | k) $3,2k - 5,7k$ |
| d) $2,9d - 1,2d$ | h) $h - 3,9h$ | l) $1,7l - 3,5l$ |

7. Zapisz w jak najprostszej postaci.

- | | | |
|--------------------|--|--------------------------|
| a) $5x + 7x - 3x$ | e) $7n + \frac{5}{9}n - \frac{2}{9}n$ | i) $2y - 5,2y - 0,9y$ |
| b) $9m - 3m - 4m$ | f) $4\frac{3}{5}t - t - 2\frac{4}{5}t$ | j) $3,8u + 0,7u - 0,6u$ |
| c) $5p - 9p + p$ | g) $-3b - 1\frac{2}{3}b + 2\frac{1}{3}b$ | k) $-0,4w - 2,8w + 1,3w$ |
| d) $-3a + 6a - 8a$ | h) $2\frac{3}{7}c + 1\frac{5}{7}c - 5c$ | l) $1,2k - 3,5k - 0,7k$ |

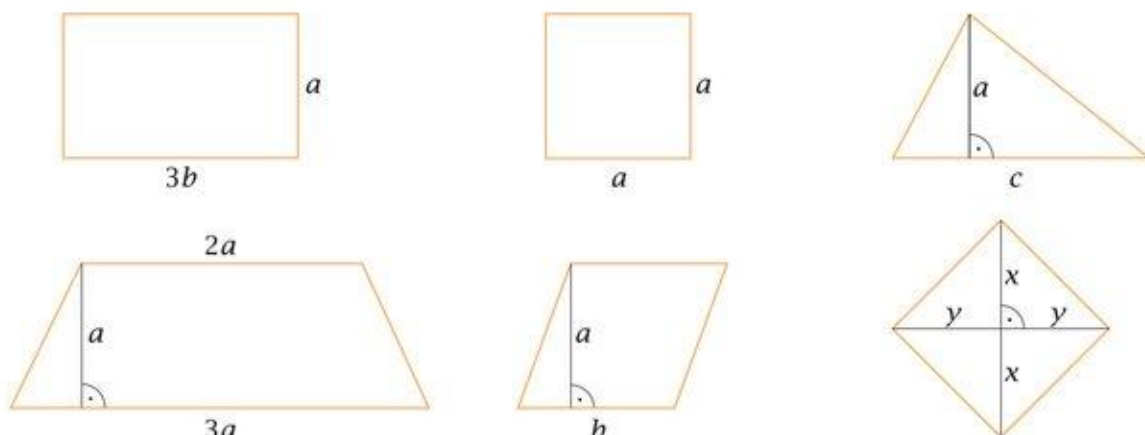
8. Czy poniższe jednomiany są podobne?

- | | | |
|---------------------------|-------------------------|-------------------------------|
| a) $5a$ i $7a$ | f) $3ab$ i $3ba$ | k) kot i tok |
| b) $5a$ i $5b$ | g) ab i $9ba$ | l) $15kas$ i $15kos$ |
| c) $2a$ i $-2a$ | h) $2ab$ i a^2b | m) $5mam$ i $1mama$ |
| d) $3a$ i $3a^2$ | i) $5a^2b^2$ i $10ab^2$ | n) $-3rowy$ i $4wory$ |
| e) $5a^2$ i $-7a \cdot a$ | j) $3a^2b^2$ i $baba$ | o) $\frac{1}{2}dnia$ i $3dni$ |

9. Zredukuj wyrazy podobne.

- | | |
|--------------------------------|--|
| a) $k + a + k + a + o$ | e) $r + a + b + a + r + b + a + r$ |
| b) $k - a - k + a - o$ | f) $r - a - b + a - r + b - a + r$ |
| c) $k + u + k + u + l + k + a$ | g) $b + a + r + b + a + p + a + p + a$ |
| d) $k + u - k - u + l - k + a$ | h) $b - a - r - b - a - p - a - p - a$ |

10. Zapisz w postaci wyrażeń algebraicznych wzory na pola narysowanych figur. Które z tych wyrażeń są jednomianami podobnymi?



11. Zredukuj wyrazy podobne.

- | | |
|--|--|
| a) $13x + 7y - 10x - 4y + 5y$ | d) $4x^2 - x - x^3 + 5x - 3x^3 + 2x^3 - 4x$ |
| b) $a^3 + 2a - a^2 + 3a^2 - 10a^3 + 5$ | e) $5x^2 - x^2 + y^2 + y - 3 - y - 2y^2 + 5$ |
| c) $90a + 3b - a^2 - 81a - 2b + a^2$ | f) $4u + 2u^2 - 2w - 3u - 9u^2 + w - u^2$ |

12. Zredukuj wyrazy podobne.

- | | |
|--------------------------------|---|
| a) $12ax - x + a - 10xa$ | d) $10ab + 3ab^2 + 5ab - 3ab^2$ |
| b) $6u - 2uw + 2u - 4w + 3uw$ | e) $5ab + 2a + 4ab^2 - 2a^2b + ba - ab^2$ |
| c) $-3xy + 6x - 5xy + 2y - 6x$ | f) $-3x^2y + 5xy - 5x + x^2y + 3x + 2yx$ |

13. Zredukuj wyrazy podobne.

- a) $17a^2b + 15ab^2 - 11ab^2 + 13a^2b - ab^2$
 b) $-7uv + 5u^2v + 2uv - u^2v^2 + 5uv + 2u^2v^2$
 c) $17x + 8y - 20xy + 3x + 15x^2y^2 - 10xy^2 + x - 2y$
 d) $7ab^2 - 6b + 3a^2b^2 - 4b - 6ab^2 + 2a - 2b$
 e) $3x^2 + 2x^2y - 3x \cdot xy + 5xy \cdot y - x \cdot x + x^2y - 2x \cdot x$
 f) $8a + 17ab + 2b^2 + 13ba - bb + a^2 - 3 \cdot 10ab - b^2 - aa - 2a \cdot 4$

14. Zredukuj wyrazy podobne, a następnie oblicz wartość wyrażenia dla $x = -1$ i $y = 2$.

- a) $-2x^2 + 2x + 7y^2 + x^2 - 3x - 6y^2 + x$
 b) $5xy^2 - xy - x^2y - xy^2 + 2xy + x^2y - 4xy^2$
 c) $-3x^2 + 7xy \cdot x + 2x \cdot x - 5x \cdot xy + x^2$
 d) $xy + 3x \cdot yx - 2y \cdot xy - x^2y - 2yx^2 + 2y^2x$
 e) $6x \cdot x^2 - 4x^2 \cdot 2x - 3x \cdot x + x \cdot 2x \cdot x + 3x$
 f) $-5xy^3 + x^2y^2 - 3y^2 \cdot xy + 2y \cdot 4xy^2 - 2xy \cdot 3yx$

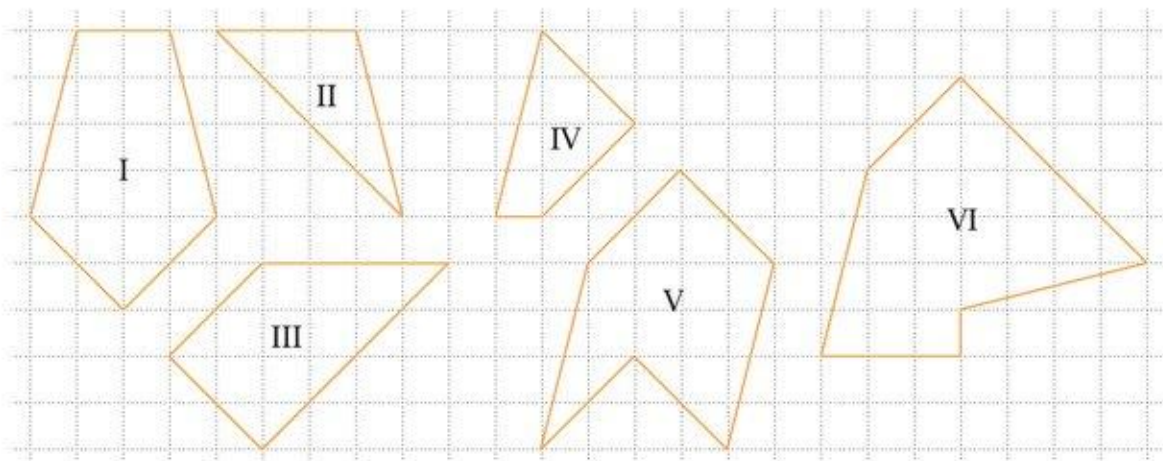
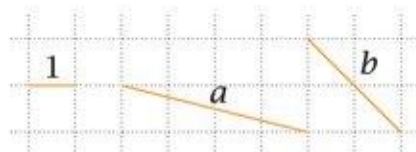
*15. Zapisz jak najprościej.

a) $6m^3 \cdot \frac{5mn}{3m^2} + 2mn \cdot \frac{3m^2}{6} - 5n \cdot \frac{m^3}{m}$

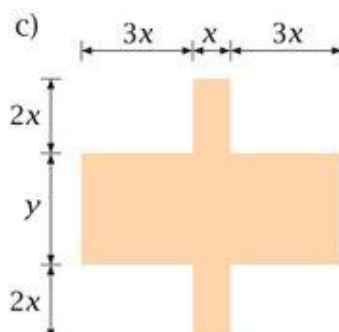
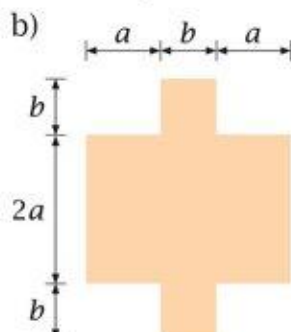
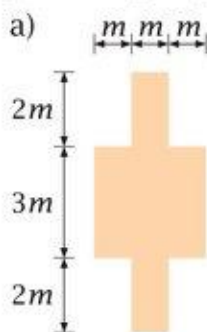
b) $\frac{6ab}{3b} \cdot \frac{ab}{2a} - \frac{2a^3}{ab} \cdot \frac{10b^2}{5} - \frac{5ab^3}{10b} \cdot \frac{4}{b^2}$

Pomyśl

16. Przyjmij, że długości linii narysowanych obok są równe 1, a i b , i zapisz w jak najprostszej postaci obwody poniższych figur.



17. Jakie jest pole narysowanego wielokąta? Odpowiedź podaj w postaci jak najprostszego wyrażenia algebraicznego.



18. W szkole w Marysinie są trzy klasy siódme. Do klasy VIIa uczęszcza x uczniów, do klasy VIIb — o trzy osoby więcej niż do VIIa, a do klasy VIIc — o dwie osoby mniej niż do VIIa. Ilu siódmoklasistów liczy szkoła w Marysinie?

19. W pierwszym meczu pewien koszykarz zdobył x punktów, w drugim meczu zdobył o 4 punkty mniej niż w pierwszym, a w trzecim — o 10 punktów więcej niż w drugim. Ile łącznie punktów zdobył ten koszykarz w trzech meczach?

20. Marcin ma x złotych, Jacek o 5 złotych więcej, a Olek trzy razy więcej niż Marcin. Ile pieniędzy mają razem chłopcy?

21. Kierowca przejechał pierwszego dnia x km, drugiego dnia o 100 km więcej, a trzeciego dnia 4 razy więcej niż pierwszego. Ile kilometrów przejechał w sumie?
22. Księgarnia językowa oferuje x książek w języku angielskim, y książek w języku francuskim, a także książki w języku hiszpańskim, których jest o 20 mniej niż książek angielskich, i książki w języku niemieckim, których jest o 12 więcej niż książek francuskich. Ile książek w tych czterech językach oferuje księgarnia?
23. W parku rośnie x lip, y kasztanów, a także klony i akacje. Klonów jest 2 razy więcej niż lip, a akacji jest o 10 więcej niż kasztanów. Ile drzew rośnie w parku?
24. Ogrodnik posadził kwiaty na dwóch rabatach. Na większej posadził x tulipanów i y żonkili, a na mniejszej — o połowę mniej tulipanów i o 10 mniej żonkili. Ile kwiatów posadził ogrodnik na obu rabatach?
- *25. a) Znajdź największą wartość, którą może przyjąć wyrażenie:

$$7y - 5 - 2x^2 + 5x - 4y - 6x - 3y + x$$
 b) Znajdź najmniejszą wartość, którą może przyjąć wyrażenie:

$$6x^2 + 7xy + 4x^2y^2 - 5xy + 7 + 2y^2 - 2xy$$
- *26. a) Wyjaśnij, dlaczego dla dowolnych liczb całkowitych a i b wartość poniższego wyrażenia jest liczbą parzystą.

$$-5ab + 7a + 5b + 7ab - 8a + 5b + a - 10b$$
 b) Wyjaśnij, dlaczego dla dowolnych liczb całkowitych a i b wartość poniższego wyrażenia jest liczbą całkowitą podzielną przez 5.

$$3a^2b + 2ab^2 - 5a \cdot ab + 7ab^2 + 2ab \cdot a + ab \cdot b$$

Sprawdź się

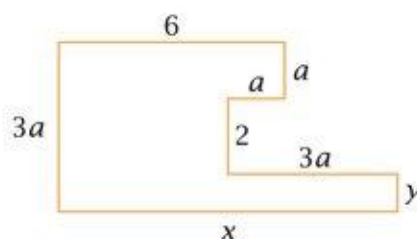
1. Dany jest wielokąt o bokach jak na rysunku.

a) Boki x i y tego wielokąta mają długości:

- A. $x = 3a + 4$ i $y = 2a - 2$
 B. $x = 2a + 6$ i $y = 2a - 2$
 C. $x = 2a + 6$ i $y = 3a - 2$
 D. $x = 6a$ i $y = a$

b) Obwód tego wielokąta jest równy:

- A. $5a + 2$ B. $4a + 4$ C. $10a + 12$ D. $12a + 12$



2. Ania upraszczała sumy algebraiczne i otrzymała następujące wyniki:

$$4a + 5b = 9ab \quad 6ab - 4ba = 2ba \quad 2a^2 + 7a = 9a^3 \quad 5ab - b = 5a$$

Ile z tych sum Ania przekształciła poprawnie?

- A. jedną B. dwie C. trzy D. cztery

5 Dodawanie i odejmowanie sum algebraicznych

Przypomnij sobie

1. Zapisz w prostszej postaci.

a) $6a + 3ab - 4b + 6ab - 9a$

b) $4x - 7x^2 + 3 - 2x^2 - 5x$

2. Wykonaj działania. Postaraj się znaleźć jak najprostszy sposób obliczeń.

a) $\left(2\frac{2}{7} + 5\frac{5}{9}\right) + \left(3\frac{5}{7} + 4\frac{4}{9}\right)$

b) $(4,27 - 3,594) - (1,27 - 1,594)$

Poćwicz

3. Zapisz wyrażenie, nie używając nawiasów. Zredukuj wyrazy podobne.

a) $3b + (b + 1)$

e) $8 - 3y - (-7 - y + 5)$

b) $8n - 3 + (-5n + 7)$

f) $3 + (8u - 5) - (5u + 2)$

c) $5a - (a + 1)$

g) $7z - (3 - 4z) + (5 + z)$

d) $6x - (3 + 5x)$

h) $1 - 5w - (w + 3) - (4w - 6)$

4. Zapisz wyrażenie, nie używając nawiasów. Zredukuj wyrazy podobne.

a) $5 + 6x + (4y - 5x - 3)$

e) $5m + 3n - 5 - (2m - 3n - 5)$

b) $2u - 4w + (7 - u + w)$

f) $3 - (4a - 6b) + (2 - a - 7b)$

c) $2a + (3a - 2b) + (a + b)$

g) $-2c + 4 - (3c + 2d) - (5d - 2)$

d) $2 - 3s + (2 - 3s + 4t) + (1 + 6s)$

h) $8p - (3 - 4p - r) - (2 + 3p + 5r)$

5. Zapisz wyrażenie, nie używając nawiasów. Zredukuj wyrazy podobne.

a) $2a + (4a - 3b + 5c) + (5c - 2b)$

e) $7a - (a + b + ab) + (2a - 3ab)$

b) $5x + 3y + (2y - 4z) - (5y + 6z)$

f) $4xy + (-2x - 3y) - (-5x + y - 5xy)$

c) $-3r - (2r - 4s - t) - (6r + 5s)$

g) $6m - (2m^2 + n) + (3m - 2n - 5m^2)$

d) $4k - (2m + n) - (-k - m) + (3m - n)$

h) $-2t - (3t - t^2) - (5s + 4t) - (2t^2 - s)$

6. Zapisz wyrażenie, nie używając nawiasów. Zredukuj wyrazy podobne.

a) $\frac{3}{4} - \left(\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}\right)$

d) $0,5a + (5 - 0,8b + 2a) - (-b + 1)$

b) $\frac{1}{3}x + \frac{1}{9}y + \left(\frac{2}{3}y - \frac{4}{9}x - \frac{2}{7}\right)$

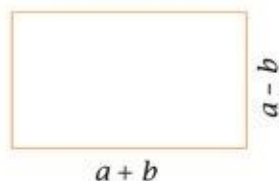
e) $1,3x - 0,4y - (0,2x + 0,5y) - (1,7 - 0,2x)$

c) $\frac{1}{6}a - \left(\frac{3}{4}a + \frac{1}{3}b\right) + \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{6}b\right)$

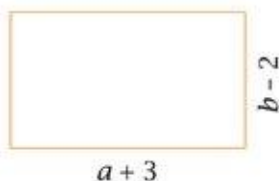
f) $0,3x - (5 + 0,7y) - (0,9 - 0,1x) + (x - 0,1)$

7. Zapisz obwód prostokąta w postaci jak najprostszego wyrażenia algebraicznego.

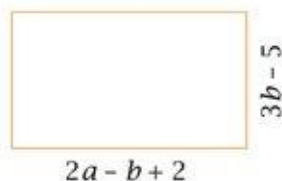
a)



b)



c)



8. Jedno z podanych wyrażen nie jest równe pozostałym. Wskaż to wyrażenie.

a) $-2m + (-1 - 3m)$ $m - (1 + 6m)$ $-3 - 4m - (m - 2)$ $3 - 3m + (2m - 2)$

b) $2x - y + (3y - x)$ $5y - (3y + x)$ $y + 2 - (2 - x - y)$ $5x - 3y + (5y - 4x)$

c) $-3 + 5p - (p^2 - 3)$ $p^2 - (2p^2 + 5p)$ $2p^2 + 4p + (p - 3p^2)$ $p^2 + 3p + (2p - 2p^2)$

d) $a + b - c - (a + b)$ $2a + (b - a - c)$ $2b + 3c + (a - b - 4c)$ $c - a - (2c - 2a - b)$

Pomyśl

9. Jakimi wyrażeniami należy zastąpić w tabeli litery na kolorowych polach, aby sumy wyrazów w każdym wierszu i w każdej kolumnie były równe?

$3a + 2$	$5a$	4
$2a - 1$	$a + 5$	w
x	y	z

$p + 5$	$4p - 3$	d
$2p + 4$	$2p + 3$	a
$3p - 2$	b	c

$m - 6$	$5 - 2m$	h
$3m + 1$	$5 - m$	$4 - 2m$
e	f	g

10. Jakimi wyrażeniami należy zastąpić litery na kolorowych polach, aby powstał kwadrat magiczny, tzn. taki, że sumy wyrazów w każdym wierszu, w każdej kolumnie oraz na przekątnych są sobie równe?

$5p + 2$	0	$4p + 1$
$2p$	d	e
a	b	c

n	$2m$	i
$2m + 2n$	j	f
m	g	h

$4a + b$	$2c$	u
w	$3a + b + c$	x
y	z	$2a + b + 2c$

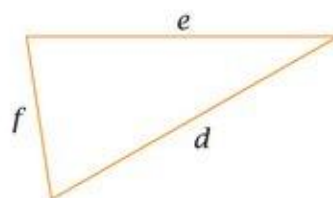
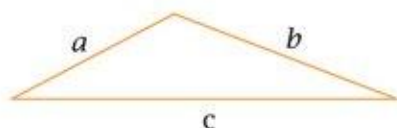
- *11. Jakie wyrażenia można wpisać w pustych polach zamieszczonego obok kwadratu, jeżeli ma być magiczny, tzn. taki, że sumy wyrazów w każdym wierszu, w każdej kolumnie oraz na przekątnych są sobie równe?

$2x$	$x + y$	
		x

12. Zapisz w postaci wyrażenia algebraicznego, a następnie przedstaw w jak najprostszej postaci.
- Do podwojonej liczby x dodano różnicę liczb y i x .
 - Od potrojonej liczby y odjęto sumę liczby x i podwojonej liczby y .
 - Od sumy liczb x , y i z odjęto różnicę liczb x i z .
13. Pewien koszykarz zdobył w pierwszym meczu p punktów, w drugim meczu trzy razy więcej punktów niż w pierwszym, a w trzecim o 6 punktów mniej niż w drugim meczu. Ile punktów zdobył ten koszykarz w trzech meczach?
14. W marcu było s dni słonecznych, w kwietniu o 4 dni mniej, w maju dwa razy więcej niż w marcu, a w czerwcu o 5 więcej niż w maju. Ile było dni słonecznych w ciągu tych czterech miesięcy?
15. Babcia Ewa ma tyle lat, ile w sumie ma pięcioro jej wnucząt. Najstarsza z nich jest Ola, która ma a lat. Renata jest od Oli młodsza o rok, Michał o 3 lata, Dorota o 6 lat, a Paweł jest młodszy od Oli dwa razy. Opisz za pomocą wyrażenia algebraicznego, ile lat ma babcia Ewa.
16. Książka liczy x stron. Pierwszego dnia Ania przeczytała $\frac{1}{3}$ książki, a drugiego o 20 stron więcej niż pierwszego dnia. Ile stron pozostało Ani do przeczytania po dwóch dniach?
17. W podróż przez pustynię podróżnicy zabrali w litrów wody. Pierwszego dnia wypili $\frac{1}{10}$ tego zapasu, drugiego dnia — o 4 litry więcej niż pierwszego, a trzeciego dnia — dwa razy więcej niż pierwszego dnia. Ile litrów wody pozostało podróżnikom po trzech dniach?
18. W pewnym konkursie każdy zawodnik ma m minut na udzielenie odpowiedzi na cztery pytania. Jeden z zawodników odpowiadał na pierwsze pytanie przez $\frac{1}{3}$ dozwolonego czasu, na drugie — przez $\frac{1}{4}$ tego czasu, a na trzecie pytanie odpowiadał o 1 minutę krócej niż na drugie. Ile czasu pozostało mu na odpowiedź na czwarte pytanie?
- *19. Marcin jest o 23 lata młodszy od taty. Gdyby Krzys — brat Marcina — był o rok starszy, to byłby dwa razy młodszy od taty. Oznacz wiek taty przez x i zapisz w postaci wyrażenia algebraicznego:
- ile lat ma Marcin, a ile Krzys,
 - o ile lat Marcin jest starszy od Krzysia.

Sprawdź się

- Wyrażenie $(3x - y) - (-3 + 2x - y)$ jest równe sumie:
A. $x + 3$ B. $5x - 2y + 3$ C. $x - 2y - 3$ D. $5x + 3$
- Narysowane trójkąty mają takie same obwody, a długości ich boków można wyrazić jako: $a = 3x - 5$, $b = 2x + 3$, $c = 4x + 1$, $d = 4x - 2$, $f = 2x - 1$.



Dokończ poniższe zdania. Wybierz odpowiedzi spośród A i B, spośród C i D oraz spośród E i F.

- Obwód każdego trójkąta jest równy: A. $8x$ B. $9x - 1$
 Bok a jest dłuższy od boku f : C. o $x - 4$ D. o $4 - x$
 Bok e ma długość: E. $2x - 2$ F. $3x + 2$

6 Mnożenie jednomianów przez sumy algebraiczne

Przypomnij sobie

- Uprość wyrażenie.
a) $4a^2 - 6a - 5 + 5a - 3a^2$ b) $2xy + 4x - 4y + xy + 7y$
- Uporządkuj jednomian.
a) $4x \cdot 5xy$ c) $3m^2 \cdot 7m$
b) $6a \cdot \frac{3a}{2}$ d) $4u \cdot (-2)w \cdot uw$

Poćwicz

- Przekształć wyrażenie do postaci sumy algebraicznej.
 a) $2(a + b)$ d) $3(x + 2y - 6)$ g) $x(2x^2 - x + 7)$
 b) $4(3x - 5y)$ e) $-2(4 - 3s + 5t)$ h) $3p(-2p^2 + 5p - 2)$
 c) $-5(2m - 3n)$ f) $x(2y - 54)$ i) $a(b + a - ab)$

4. Zapisz w jak najprostszej postaci.

- | | |
|-------------------------------|------------------------------|
| a) $4(3 - 2m) + 5(3m + 6)$ | f) $-6n(5 - 2n) + 5n(n + 3)$ |
| b) $3(5p + 4) - 6(2 - p)$ | g) $3a(b - 5) + 2b(3a + 5)$ |
| c) $-4(u - 5) - 3(2 - 3u)$ | h) $2u(1 - v) + v(3u + 4)$ |
| d) $-2(4t - 3) - 3t(t - 2)$ | i) $m(2m - n) - 2n(4 - m)$ |
| e) $5(2w^2 + 3w) - w(4 - 2w)$ | j) $-x(2x + y) + 4y(x - 2y)$ |

5. Zapisz w jak najprostszej postaci.

- a) $a(a + b) + a(a - b) + b(b + a) + b(b - a)$
 b) $2x(x - 2y) - y(2x - y) + x(x - 2y) - 2y(x - y)$
 c) $-2(x - 2y + 3z) + 3(2x - 3y + 4z) - (x - y - z)$
 d) $2a(3a - 5b) + b(4a + 2b) - 3(2a^2 - b^2)$
 e) $8x(x + y) - 2y(y - x) + \frac{1}{2}(6y^2 + 8x^2) - 2(y^2 + 5xy)$
 f) $\frac{1}{2}a(a + 1) - 2\left(\frac{a^2}{4} - \frac{a}{2}\right)$
 g) $\frac{1}{3}a(a + 1) - 4\left(\frac{1}{3}a^2 - \frac{1}{12}a\right) - a(1 - a)$
 h) $0,3x(20x - 3) - 4x(0,2x + 0,5) + 10x(0,7 - 0,4x)$

6. Przedstaw w jak najprostszej postaci.

- | | | |
|-----------------------|------------------------------|--------------------------------|
| a) $(14p + 6) : 2$ | d) $\frac{8a + 4b}{4}$ | g) $\frac{20a - 5b + 35}{5}$ |
| b) $(15m - 25n) : 5$ | e) $(6x + 30y - 12) : 6$ | h) $\frac{9w^2 - 12w + 3}{-3}$ |
| c) $\frac{9t - 6}{3}$ | f) $(8n^2 - 10n - 6) : (-2)$ | i) $\frac{8a - 4(1 - a)}{4}$ |

7. Zapisz w jak najprostszej postaci.

- | | | | |
|--------------------------|---------------------------|-------------------------------|--|
| a) $\frac{3a + 5a^2}{a}$ | c) $\frac{5ab + 2a^2}{a}$ | e) $\frac{3p^2 + 12p}{3p}$ | g) $\frac{8ab + a(b + 3a)}{3a}$ |
| b) $\frac{8m^2 - 3m}{m}$ | d) $\frac{6xy - 5x^2}{x}$ | f) $\frac{-15x^2 + 5xy}{-5x}$ | h) $\frac{8x(2x + 1) - 6(x^2 + 2x)}{4x}$ |

8. Trzy spośród podanych wyrażeń są sobie równe. Które wyrażenie nie jest równe trzem pozostałym?

- | | | | |
|----------------------------|------------------------|-------------------------|-------------------------|
| a) $-2m(-6 - 3m)$ | $6(m^2 + 2m)$ | $\frac{6m^2 + 36m}{6}$ | $\frac{24m + 12m^2}{2}$ |
| b) $\frac{-15a + 30b}{-5}$ | $6(a - 2b)$ | $\frac{12a - 24b}{4}$ | $-3(2b - a)$ |
| c) $\frac{32p^2 - 16p}{4}$ | $\frac{8p - 16p^2}{2}$ | $4p(1 - 2p)$ | $-2(4p^2 - 2p)$ |
| d) $3(-x - 2y)$ | $\frac{6x + 12y}{-2}$ | $\frac{-60y - 30x}{10}$ | $-6(y + 2x)$ |

9. Zapisz w jak najprostszej postaci.

a) $\frac{18x+81}{9} + 3x - 10$

d) $2p - 3 - \frac{6-15p}{3}$

g) $\frac{10t-6}{2} - \frac{10-35t}{5}$

b) $\frac{5-40a}{5} - 2a + 6$

e) $\frac{12n+16}{4} + \frac{7n-21}{7}$

h) $\frac{16d-8}{8} + \frac{6+9d}{-3}$

c) $-3m + 5 + \frac{2m-8}{2}$

f) $\frac{8+20y}{4} - \frac{12y+18}{6}$

i) $\frac{10-4s}{-4} - \frac{10s+15}{-5}$

10. Zapisz w jak najprostszej postaci.

a) $5(2a+b-3c) + \frac{15a-20b+25c}{5}$

f) $\frac{6x(2x^2-x)+30}{6} + 3x(1+5x-4x^2)$

b) $\frac{12a-15b-3c}{3} + 2(4a+b-3c)$

g) $x(2x^2+3x-5) - \frac{3x^2(2x-1)+12}{3}$

c) $4(a-3b+2c) - \frac{14a-2b-6c}{2}$

h) $\frac{10x^3+6(x^2-2)}{2} - 2x(3-2x-x^2)$

d) $x(x^2-5x-2) + \frac{-3x^3+9x^2+15}{3}$

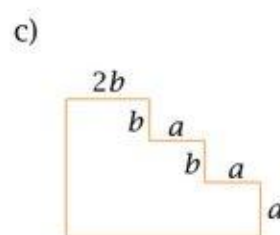
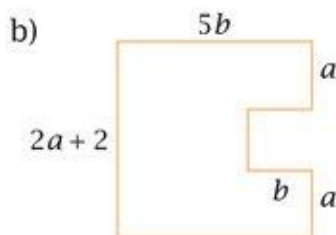
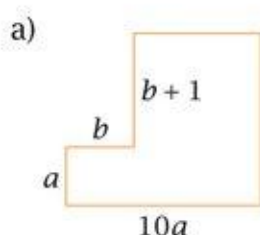
i) $\frac{21a-7(2b+c)}{-7} - 5(-2a+b-3c)$

e) $\frac{a(12a-16b-8c)}{4} - 3a(2a-4b+c)$

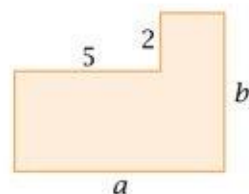
j) $-3x(-x^2+2x-4) + \frac{18x(5-x)-6x^3}{-6}$

Pomyśl

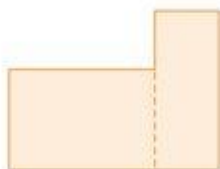
11. Jakie jest pole narysowanego wielokąta? Odpowiedź podaj w postaci jak najprostszego wyrażenia algebraicznego.



12. Troje uczniów przedstawiło pole figury narysowanej obok za pomocą wyrażenia algebraicznego. Każdy z uczniów obliczył to pole w inny sposób: Tomek i Bartek podzielili figurę na dwa prostokąty (ale każdy z chłopców inaczej) i obliczyli sumę ich pól, a Celina dorysowała do figury prostokąt i obliczyła pole figury jako różnicę pól prostokątów.



rysunek Tomka



rysunek Bartka

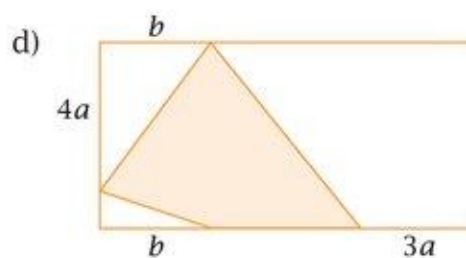
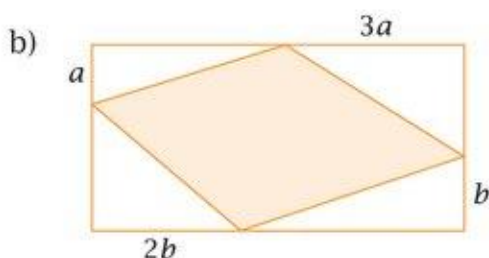
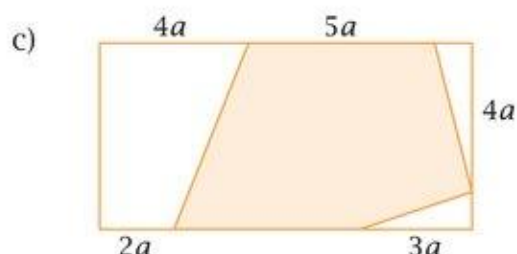
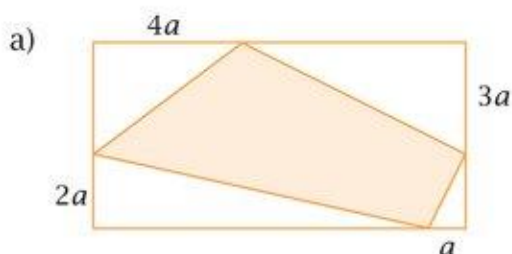


rysunek Celiny



Przedstaw sposób obliczenia pola figury przez każdego z uczniów i uzasadnij, że wszyscy otrzymali ten sam wynik.

- *13. Zacięniowany wielokąt jest częścią prostokąta o bokach długości 20 i 10. Zapisz pole tego wielokąta w postaci wyrażenia algebraicznego.



14. Na zebranie Związku Kotów i Ich Panów przyszło 30 istot żywych, z których x stanowili ludzie, a resztę koty. Ile w sumie nóg mieli zebrani? Wynik podaj w jak najprostszej postaci.

15. W czasie suszy Sasza szedł szosą z godzin z prędkością $6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Gdy słońce zaszło i mżył deszcz, Sasza przyspieszył do $8 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ i szedł tak przez $3z + 6$ godzin. Ile kilometrów przeszedł Sasza?



16. Weź dowolną liczbę, dodaj do niej 2, otrzymaną sumę pomnóż przez 3, od otrzymanego iloczynu odejmij liczbę trzy razy większą od tej, którą wzięłeś na początku. Jaki wynik otrzymałeś? Czy taki sam wynik otrzymasz dla każdej liczby?



17. Pani Maryla kupiła x kilogramów jabłek i y kilogramów gruszek, a pan Janusz $x + y$ kilogramów jabłek i $2y$ kilogramów gruszek. Ile zapłacili razem? O ile więcej zapłacił pan Janusz?

18. Zosia zbierała jabłka przez 5 dni, a Krysia przez 4 dni. Każdego dnia Zosia zebrała a jabłek, z których b zjadła, a Krysia zebrała $2b$ jabłek, z których a zjadła. Ile jabłek miały na koniec obie dziewczynki razem? Odpowiedź podaj w jak najprostszej postaci.

19. Zapisz jak najprościej:

- a) liczbę o 100% większą od liczby, która jest o 6 mniejsza od x ,
- b) liczbę o 20% większą od liczby, która jest o 15 większa od x ,
- c) liczbę o 30% mniejszą od liczby, która jest o 10 większa od x ,
- d) liczbę o 150% większą od liczby, która jest o 2 większa od x .

Sprawdź się

1. Wśród danych wyrażeń algebraicznych jedno nie jest równe pozostałym. Wskaż to wyrażenie.

- A. $12a^2b + 6ab^2 - 30ab$
- B. $3b(4a^2 + 2b - 10)$
- C. $-2(15ab - 6a^2b - 3ab^2)$
- D. $6ab(2a + b - 5)$

2. W poniższych zdaniach podano wymiary prostokątów za pomocą wyrażeń algebraicznych, w których x i y oznaczają liczby dodatnie, przy czym $y > x$.

- I. Prostokąt ma długość równą $2x + 2$ i szerokość równą $6y$.
- II. Prostokąt ma długość równą $3y + 2$ i szerokość równą $4x$.
- III. Prostokąt ma długość równą $4x + 5$ i szerokość równą $3y$.
- IV. Prostokąt ma długość równą $6y + 3$ i szerokość równą $2x$.

Który z opisanych prostokątów ma najmniejsze pole?

- A. I
- B. II
- C. III
- D. IV

7 Mnożenie sum algebraicznych

Przypomnij sobie

1. Zapisz w postaci sumy algebraicznej.

- a) $5p(4p + 6)$
- b) $-3x(3xy - 5x)$
- c) $2a(5a + 2ab - 3)$
- d) $-4m(2 - 3m - 5mn)$

2. Zapisz w postaci sumy algebraicznej. Zredukuj wyrazy podobne.

- a) $3(2m - 4) + 5(3 - 4m)$
- b) $-3(p^2 - 2q) - p(2p + q)$
- c) $2x(5x - 3x^2) - 4x^2(2 - 3x)$
- d) $-5a(3a - ab + 2) + 3(5a^2 - 3b)$

3. Zapisz w postaci sumy algebraicznej.

- a) $(a + b)(c + d)$
- b) $(a - b)(c + d)$
- c) $(a + b)(c - d)$
- d) $(a - b)(c - d)$

4. Zapisz w postaci sumy algebraicznej.

- a) $(a+5)(b+1)$ b) $(x+2)(y-3)$ c) $(m-3)(n+7)$ d) $(p-4)(q-5)$

5. Zapisz w postaci sumy algebraicznej.

- a) $(p+4)(p+2)$ b) $(a+2)(a-6)$ c) $(m-3)(m+3)$ d) $(x-4)(x-4)$

Poćwicz

6. Wykonaj mnożenie i zredukuj wyrazy podobne.

- a) $(2p+7)(p+4)$ c) $(4w-5)(w-8)$ e) $(7b+3)(2-4b)$
b) $(a-4)(3a+5)$ d) $(3t+6)(4t+3)$ f) $(-2u-3)(5-6u)$

7. Wykonaj mnożenie i zredukuj wyrazy podobne.

- a) $(-3c+2d)(2c-6)$ c) $(9s-2t)(7t-s)$ e) $(4m-3n)(5m-n)$
b) $(-10m+3n)(5n-4)$ d) $(3a+5b)(2a+7b)$ f) $(-3x-5y)(2x+4y)$

8. Wykonaj mnożenie i zredukuj wyrazy podobne.

- a) $(3kl+8k)(4-2l)$ c) $(4xy+3x)(2y+5x^2y)$ e) $(2m^2+3mn)(5-mn^2)$
b) $(3a-4ab)(2a+b)$ d) $(3x^2-5y)(4xy^2-2x^2)$ f) $(-2p^2q-3p)(5pq-3p^2q^2)$

*9. Przedstaw iloczyn w postaci jak najprostszej sumy.

- a) $(1+\sqrt{2})(2+\sqrt{2})$ c) $(4-2\sqrt{5})(2-3\sqrt{5})$ e) $(\sqrt{2}+\sqrt{6})(\sqrt{3}+\sqrt{2})$
b) $(2+\sqrt{3})(5-\sqrt{3})$ d) $(\sqrt{3}+\sqrt{2})(2\sqrt{3}-\sqrt{2})$ f) $(2\sqrt{5}-3\sqrt{2})(\sqrt{10}-3\sqrt{5})$

10. Zapisz w postaci sumy algebraicznej.

- a) $(x+y)(x+y)$ c) $(3+p)^2$ e) $(m+6n)^2$
b) $(t+5)(t+5)$ d) $(2w+7)^2$ f) $(5a+2b)^2$

11. Zapisz w postaci sumy algebraicznej.

- a) $(x-y)(x-y)$ c) $(4-p)^2$ e) $(m-6n)^2$
b) $(t-9)(t-9)$ d) $(3w-5)^2$ f) $(2a-7b)^2$

12. Zapisz w postaci sumy algebraicznej.

- a) $(x+y)(x-y)$ c) $(2p+3)(2p-3)$ e) $(w+4u)(w-4u)$
b) $(t-7)(t+7)$ d) $(5m-n)(5m+n)$ f) $(6a-5b)(6a+5b)$

13. Zapisz w jak najprostszej postaci.

- a) $(a+3)(a-1) + (a-7)(a+5)$
- b) $(2b-5)(3-2b) - (3b+2)(b-6)$
- c) $-7c^2(5c-4) + (3c^2+c)(6-2c)$
- d) $3m(m-4)(5m+2) - m(2m+3)(4-3m)$
- e) $-2x(3x-5y) - (x+2y)(3x-y)$

14. Wykonaj mnożenie i zredukuj wyrazy podobne.

- a) $(x+1)(x^2-x+1)$
- b) $(2p-1)(p^2+2p-3)$
- c) $(3+2u)(5u^2-u+4)$
- d) $(y+1)(y^3+y^2+y+1)$
- e) $(s-2)(s^3-s^2+s-1)$
- f) $(2m-1)(2-3m+5m^2-m^3)$

*15. Wykonaj mnożenie i zredukuj wyrazy podobne.

- a) $(x+y)(x+y+xy+1)$
- b) $(ab+1)(a+b+ab+1)$
- c) $(2m-1)(3-mn+2m-2n)$
- d) $(1+p+q)(1-p-q)$
- e) $(2-3a+a^2)(1+2a-a^2)$
- f) $(m+mn+n^2)(m^2+mn+n)$

*16. Przedstaw w postaci sumy algebraicznej.

- a) $(a+b)(a^2-ab+b^2)$
- b) $(a-b)(a^2+ab+b^2)$
- c) $(a+b+c)^2$
- d) $(a+b)^3$

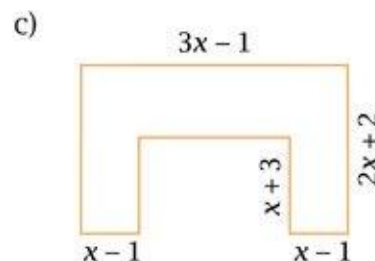
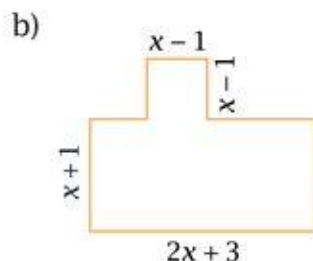
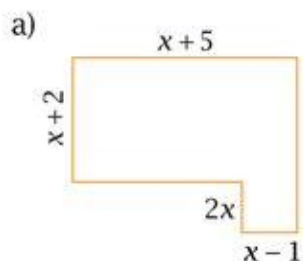
Pomyśl

17. W sadzie rosły drzewa w c rzędach po d drzew w każdym. Nowe drzewa posadzono tak, że teraz jest o 10 rzędów więcej, a w każdym rzędzie są o 3 drzewa więcej niż poprzednio. Ile drzew posadzono? Podaj odpowiedź w postaci sumy algebraicznej.

18. Na pewne przedstawienie cyrkowe sprzedano a biletów po b złotych. Następnego dnia ceny biletów obniżono o 2 złote, a występ przyszło obejrzeć o 30 osób więcej niż dzień wcześniej. Ile pieniędzy uzyskał cyrk ze sprzedaży biletów na oba przedstawienia? Podaj odpowiedź w postaci sumy algebraicznej.

19. Wojtek ma x pudełek po x zapalek. Maciek ma o trzy pudełka mniej, ale w każdym ma o jedną zapalke więcej niż w pudełku Wojtka. Ania ma o jedno pudełko więcej od Wojtka, ale w każdym jej pudełku jest o trzy zapalke mniej niż w jego pudełku. Ile zapalek ma Wojtek, ile — Maciek, a ile — Ania? Które z nich ma najwięcej zapalek? Podaj odpowiedź w postaci sumy algebraicznej.

20. Zapisz w postaci sumy algebraicznej wzór na pole narysowanego wielokąta.



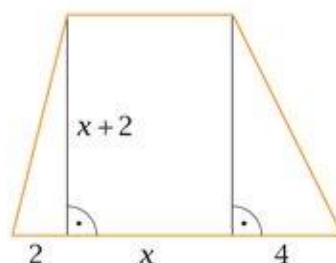
Sprawdź się

1. Iloczyn $(2a-b)(3a+4b)$ można przedstawić w postaci sumy $\square a^2 + \triangle ab + \bigcirc b^2$, w której symbole $\square$, $\triangle$, $\bigcirc$ zastępują pewne liczby. Oceń prawdziwość poniższych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F — jeśli jest fałszywe.

Symbol $\triangle$ zastępuje liczbę 5.	P	F
Symbol $\bigcirc$ zastępuje liczbę -4.	P	F

2. Pole trapezu narysowanego obok jest równe:

- A. $x^2 + 8x + 12$ C. $3x + 8$
B. $x^2 + 6$ D. $x^2 + 5x + 6$



3. Iloczyn $(1-\sqrt{3})(\sqrt{6}-\sqrt{2})$ jest równy:

- A. $2\sqrt{6}-4\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{6}$ C. $\sqrt{6}+3\sqrt{2}$ D. $3\sqrt{6}-2\sqrt{3}$

8 Zadania testowe

1. Liczba o 2 mniejsza od liczby trzy razy większej niż x jest równa:

- A. $3x-2$ B. $3(x-2)$ C. $(x+3):2$ D. $x+3:2$

2. Przedstawione figury utworzono według pewnego schematu. W tabeli podano liczby kropek w wybranych figurach utworzonych w taki sam sposób.

Figura 1



Figura 2



Figura 3



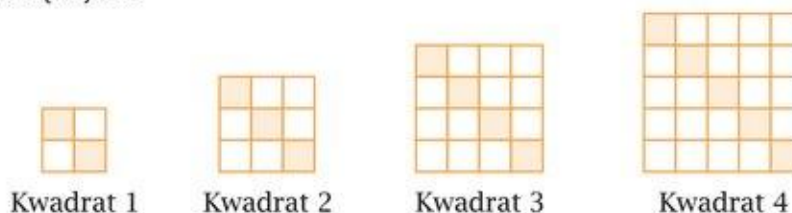
Figura 4



Numer figury	Liczba kropek w jednym wierszu	Liczba kropek w jednej kolumnie	Liczba kropek w figurze
1	3	1	3
2	5	2	10
3	7	3	21
4			
5	11		
10		10	
30			1830
n		n	

Dokończ poniższe zdania. Wybierz odpowiedzi spośród A i B oraz spośród C i D.
 Liczba kropek w jednym wierszu figury o numerze 30 jest równa: A. 59 B. 61
 Liczba kropek w n -tej figurze jest równa: C. $2n^2 + n$ D. $2(n^2 + 1)$

3. Przyjrzyj się rysunkom. W każdym kwadracie pokolorowano pola leżące wzdłuż jednej z przekątnych.



Oceń prawdziwość zdań dotyczących kwadratów utworzonych według powyższej reguły. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F — jeśli jest fałszywe.

Kwadrat 5 składa się z 36 pól, w tym z 6 pól kolorowych.	P	F
Kwadrat 50 składa się z 2601 pól, w tym z 2550 pól białych.	P	F
Kwadrat n składa się z $(n + 1)^2$ pól, w tym z $n + 1$ pól kolorowych.	P	F

4. Ania ma a lat, Marek jest od niej o trzy lata starszy, a Jola jest dwa razy starsza niż Ania była pięć lat temu. Odpowiedz na poniższe pytania. Wybierz odpowiedzi spośród A i B oraz spośród C i D.

Ile lat miał Marek pięć lat temu? A. $3a - 5$ B. $a - 2$
 Ile lat ma obecnie Jola? C. $2(a - 5)$ D. $2a - 5$

5. Dane są wyrażenia:

$$7a + 6 \quad 2a^2 - a \quad 5a(1 + a)$$

Odpowiedz na pytania. Wybierz odpowiedzi spośród A i B oraz spośród C i D.

Ile wynosi największa z wartości tych wyrażeń dla $a = -3$? A. 21 B. 30
 Ile wynosi najmniejsza z wartości tych wyrażeń dla $a = -3$? C. -15 D. -30

6. Dane są wyrażenia: $3x + y$, $2xy$, $x^2 + 2y$. Dokończ poniższe zdania. Wybierz odpowiedzi spośród A i B oraz spośród C i D.

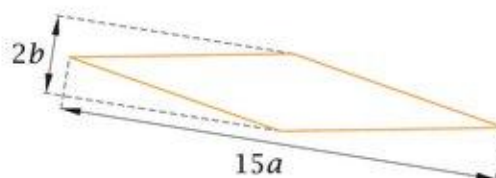
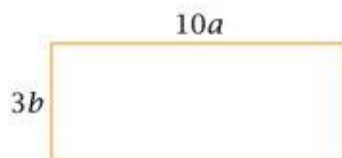
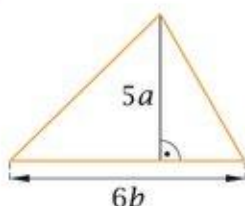
Największa z wartości tych wyrażeń dla $x = 3$ i $y = -5$ wynosi: A. 4 B. 30

Najmniejsza z wartości tych wyrażeń dla $x = 3$ i $y = -5$ wynosi: C. -7 D. -30

7. Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F — jeśli jest fałszywe.

Wyrażenie $\frac{1}{3}abc$ jest jednomianem.	P	F
Jednomiany $5xy^2$ i $5x^2y$ są podobne.	P	F
Po uporządkowaniu jednomianu $-2x \cdot 3yyx^2$ otrzymamy $-6x^3y^2$.	P	F

8. Dane są figury: trójkąt, prostokąt i romb.



Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F — jeśli jest fałszywe.

Pole trójkąta jest równe polu prostokąta.	P	F
Pole trójkąta jest równe polu rombu.	P	F
Pole rombu jest równe polu prostokąta.	P	F

9. Zuzia upraszczała wyrażenia algebraiczne:

$$4a^2 - a^2 = 4 \quad 5xy - 4yx = xy \quad 7mn - 7m = n \quad 3a^2b^2 - 2ab = ab$$

Ile z tych przykładów Zuzia przekształciła poprawnie?

A. jeden B. dwa C. trzy D. cztery

10. Wyrażenie $x + 2y^2 - y^2 + x$ zapisane w najprostszej postaci jest równe:

A. $x^2 + 2$ B. $x^2 + y^2$ C. $2x + 2$ D. $2x + y^2$

11. Wyrażenie $2x - (x + 2)$ po uproszczeniu ma postać:

A. $x - 2$ B. $x + 2$ C. 0 D. 4

12. Najprostsza postać wyrażenia $a + (-a + b - c) - (-b + c + a)$ to:

A. $-a + 2b$ B. $-a + 2c$ C. $3a$ D. $-a + 2b - 2c$

13. Po pomnożeniu liczby 2 przez sumę liczb $3x$ i 7 otrzymamy:

- A. $23x + 27$ B. $6x + 14$ C. $6x + 7$ D. $5x + 9$

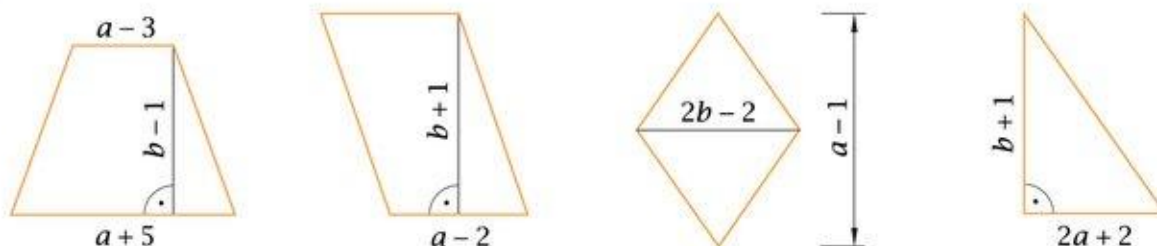
14. Na wyrażeniach $P = x + y$ oraz $R = x - y$ wykonano następujące działania:

- I. $P - R$ II. $P - 2R$ III. $P + 2R$ IV. $2P + R$

W wyniku którego z tych działań po uproszczeniu otrzymano wyrażenie $3x - y$?

- A. I B. II C. III D. IV

15. Na rysunkach przedstawiono trapez, równoległobok, romb i trójkąt.



Która z figur ma pole równe $ab - a - b + 1$?

- A. trapez B. równoległobok C. romb D. trójkąt

16. Wartością którego z podanych wyrażeń nie jest liczba wymierna?

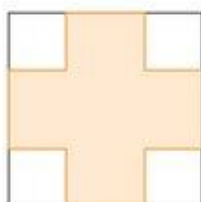
- A. $(3 - \sqrt{2})(6 + 2\sqrt{2})$ C. $(\sqrt{3} + 2)^2$
 B. $(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})$ D. $(1 - \sqrt{2})^2 + 2\sqrt{2}$

17. Czy wartość wyrażenia $(5a + b)^2$ może być liczbą ujemną? Wybierz odpowiedź TAK lub NIE i jej uzasadnienie spośród zdań A-C.

TAK,	ponieważ	A.	kwadrat dowolnej liczby jest liczbą nieujemną.
NIE,		B.	po przekształceniu otrzymujemy wyrażenie $25a^2 + b^2$.
		C.	wartość wyrażenia $5a + b$ może być liczbą ujemną.

18. Wyrażenie $4(m - 3n)^2$ jest równe:

- A. $(4m - 12n)^2$ B. $4(m + 3n)^2$ C. $(6n - 2m)^2$ D. $3(m - 4n)^2$



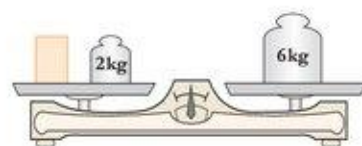
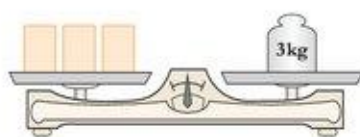
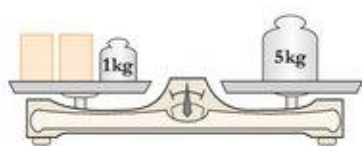
19. Z kwadratu o boku a wycięto cztery kwadraty o boku b w sposób przedstawiony na rysunku obok. Pole otrzymanej figury jest równe polu prostokąta, którego boki mają długości:

- A. $a - b$ i $a + b$ B. $a - 2b$ i $a + 2b$ C. a i $a - 4b$ D. a i b

1 Do czego służą równania?

Przypomnij sobie

1. Jeśli oznaczymy masę każdego pudełka (w kg) literą x , to na podstawie pierwszego rysunku możemy zapisać równanie $2x + 1 = 5$. Zapisz równania wynikające z dwóch pozostałych rysunków.



Poćwicz

2. Zapisz zdanie w postaci równania.
- a) Suma liczb x i 7 jest równa 4.
 - b) Liczba 5 pomniejszona o liczbę x jest równa 9.
 - c) Iloczyn liczb x i 8 jest równy 3.
 - d) Iloraz liczby x przez liczbę 2 jest równy 6.
 - e) Suma liczby x i iloczynu liczb 3 i x jest równa 7.
 - f) Iloraz liczby x przez liczbę x pomniejszoną o 9 jest równy 4.
3. Zapisz zdanie w postaci równania.
- a) Liczba 17 jest o 3 mniejsza od x .
 - b) Liczba x jest o 5 większa od liczby 9.
 - c) Podwojona liczba x jest o 5 większa od $\frac{3}{4}$ liczby x .
 - d) Połowa liczby x pomniejszona o 1 jest równa $\frac{1}{2}$.
 - e) Kwadrat sumy liczby x i liczby 5 jest równy podwojonej liczbie x .
 - f) Liczba x pomniejszona o jej kwadrat wynosi $\frac{1}{4}$.
4. Zapisz zdanie w postaci równania.
- a) 5% liczby x jest równe 10.
 - b) Liczba x stanowi 5% liczby 10.
 - c) Liczba o 5% większa od x jest równa 10.
 - d) Liczba x jest o 5% mniejsza od liczby 10.

5. Zapisz informacje w postaci równania.

- a) Ania dostała x złotych, wydała połowę i zostało jej 3 zł.
- b) Obwód kwadratu o boku x jest o 10 cm większy niż długość boku.
- c) Długopis kosztuje x złotych, a ołówek jest o 3 złote tańszy. Dorota zapłaciła za długopis i ołówek 8 złotych.
- d) W jednej torebce jest x cukierków, a w drugiej torebce o 12 cukierków więcej. W obu torebkach jest 60 cukierków.



e) Piotr skosił $x \text{ m}^2$ trawnika, a Paweł trzy razy mniej. Razem skosili 160 m^2 trawnika.

f) Michał ma x lat, trzy razy więcej niż 10 lat temu.

g) W poniedziałek spadło $x \text{ cm}$ śniegu, we wtorek — o 2 cm więcej, a w środę — trzy razy więcej niż w poniedziałek. W ciągu tych trzech dni spadły 22 cm śniegu.

6. Zapisz zdanie w postaci równania.

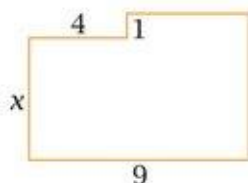
- a) W parku rośnie x drzew, 2% z nich stanowią trzy lipy.
- b) W lesie było x łosi; urodziły się 4 młode i liczba łosi wzrosła o 20%.
- c) Cena x złotych wzrosła o 110%, czyli o 55 złotych.
- d) Rok temu z jabłoni zebrano $x \text{ kg}$ jabłek, a w tym roku zbiór był mniejszy o 24 kg, czyli o 30%.
- e) Groszek sprzedawano w puszkach o pojemności $x \text{ cm}^3$, a obecnie — w puszkach o 15% większych, czyli o pojemności 230 cm^3 .
- f) Pakiet akcji pewnej firmy kosztował $x \text{ zł}$, a teraz jego wartość wzrosła o 22% i wynosi 3000 zł.
- g) Rok temu wartość samochodu wynosiła x złotych, a obecnie jest mniejsza o 10% i wynosi 28 000 złotych.



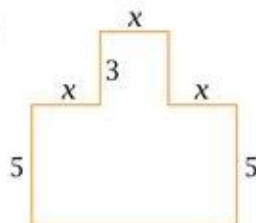
Pomyśl

7. Narysowana figura jest zbudowana z prostokątów i ma pole równe 50. Zapisz równanie, w którym niewiadomą jest długość odcinka oznaczonego literą.

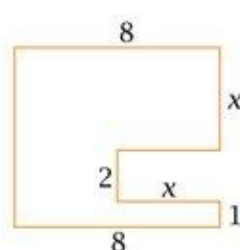
a)



b)



c)



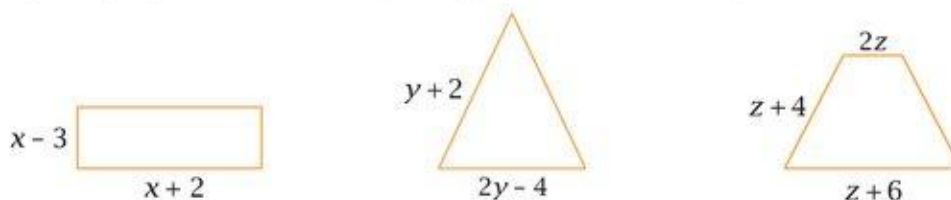
8. Ułóż odpowiednie równanie.
- a) Trójkąt równoboczny o boku długości x cm ma taki sam obwód jak romb, którego bok jest o 5 cm krótszy niż bok trójkąta.
 - b) Kwadrat o boku długości x cm ma taki sam obwód jak trójkąt równoboczny, którego bok jest o 7 cm dłuższy niż bok kwadratu.
 - c) Wszystkie boki pewnego pięciokąta mają długość x cm. Ten pięciokąt ma taki sam obwód jak kwadrat, którego bok jest o 9 cm dłuższy od boku pięciokąta.
 - d) Bok rombu ma długość x cm. Wszystkie boki pewnego sześciokąta mają równe długości i każdy jest krótszy o 3 cm od boku rombu, ale oba wielokąty mają jednakowe obwody.
9. Ułóż odpowiednie równanie. Skorzystaj z tego, że sumy miar kątów w trójkącie i czworokącie są znane.
- a) W trójkącie równoramiennym kąt przy podstawie ma miarę x stopni, a największy kąt jest od niego większy o 20° .
 - b) Jeden z kątów trójkąta ma miarę x stopni, największy kąt jest od niego o 50° większy, a najmniejszy kąt jest o 70° mniejszy od największego kąta.
 - c) Jeden z kątów równoległoboku ma miarę x stopni, a inny jest o 15° od niego mniejszy.
 - d) Jeden z kątów czworokąta ma miarę x stopni, a pozostałe mają równe miary, o 10° większe od miary najmniejszego kąta.
10. Obwód podanej figury jest równy 60 cm. Ustal niewiadomą, oznacz ją wybraną literą i ułóż odpowiednie równanie.
- a) Ramię trójkąta równoramiennego jest o 5 cm dłuższe od podstawy.
 - b) Jeden z boków równoległoboku jest o 7 cm krótszy od drugiego boku.
 - c) W trapezie równoramiennym ramię jest o 4 cm dłuższe od krótszej podstawy, a dłuższa podstawa jest o 1 cm dłuższa od ramienia.
 - d) W czworokącie dwa boki mają takie same długości, trzeci — najdłuższy bok — jest od każdego z nich o 7 cm dłuższy, a najkrótszy bok jest o 10 cm krótszy od najdłuższego.
11. Ustal niewiadomą, oznacz ją wybraną literą i zapisz zdanie w postaci równania.
- a) Piątki z klasówki z równań dostało 12 osób, czyli połowa klasy.
 - b) Za 3 bułki zapłaciłem monetą pięciozłotową i dostałem 2,75 zł reszty.
 - c) Jurek zaoszczędził o 120 złotych więcej — czyli 3 razy więcej — niż Maciek.
 - d) Ala jest 2 razy starsza od Oli, a Ola o 15 lat młodsza od Ali.
 - e) Przez trzy dni turysta przeszedł 60 km. Drugiego dnia przeszedł o 5 km więcej niż pierwszego, a trzeciego dnia — o 3 km więcej niż dnia drugiego.
 - f) Pewną powieść — łącznie 620 stron — wydano w trzech tomach. Drugi tom liczy dwa razy więcej stron niż pierwszy, a trzeci — o 30 stron mniej niż drugi.

12. Ustal niewiadomą, oznacz ją wybraną literą i zapisz zdanie w postaci równania.
- Jeśli pewną liczbę zwiększymy o 30%, to stanie się ona o 75 większa.
 - Gdyby cenę jogurtu podnieść o 10%, byłby o 20 gr droższy.
 - Pewna liczba jest o 10 większa od 60% tej liczby.
 - 30% powierzchni pewnego ogrodu stanowi trawnik. Powierzchnia pozostałej części ogrodu jest o 280 m^2 większa od powierzchni trawnika.
 - Trzej koledzy zamówili trzy takie same pizze — zjedli dwie i jeszcze 80% trzeciej, każdy po 0,75 kg pizzy.
 - Dwie koleżanki posadziły po tyle samo cebulek tulipanów. Jednej z dziewcząt wykiełkowało 90% cebulek, a drugiej — 80%. W sumie wykiełkowało 51 cebulek.
- *13. Cena płaszczy zimowych spadła w kwietniu o 30%, a w październiku wzrosła o 30%, po czym okazało się, że płaszcz jest o 18 zł tańszy niż przed dwiema zmianami. Ustal niewiadomą, oznacz ją wybraną literą i zapisz zdanie w postaci równania.
14. Kwadrat przedstawiony obok jest magiczny. Zapisz pięć spośród równań, które z tego wynikają.
15. Zapisz zdanie w postaci równania.
- Średnia arytmetyczna czterech kolejnych liczb całkowitych jest równa 15,5.
 - *Średnia arytmetyczna czterech kolejnych wielokrotności liczby 7 jest równa 24,5.

x	$4x + 1$	x^2
$4x - 1$	$x^2 + 1$	$x + 1$
$3x$	$0,5x$	$2x + 4$

Sprawdź się

1. Na rysunku przedstawiono trzy figury o takim samym obwodzie równym 20: prostokąt, trójkąt równoramienny i trapez równoramienny.



Wskaż ten wiersz tabeli, w którym wszystkie równania wynikają z opisu figur.

	Prostokąt	Trójkąt	Trapez
A	$4x - 3 + 2 = 20$	$2(y + 2) + (2y - 4) = 20$	$3z + 6 + 2(z + 4) = 20$
B	$2(x - 3) + 2(x + 2) = 20$	$2y - 4 + 2y + 4 = 20$	$4z + 10 = 20$
C	$4x - 2 = 20$	$4y = 20$	$5z + 14 = 20$
D	$2 \cdot x - 3 + 2 \cdot x + 2 = 20$	$2y - 4 + 2 \cdot y + 2 = 20$	$2z + z + 6 + 2(z + 4) = 20$

2. Tomek pomyślał liczbę, dodał do niej 5, otrzymany wynik pomnożył przez 2 i od iloczynu odjął 3. W wyniku tych działań otrzymał liczbę 4. Jeśli pomyślaną przez Tomka na początku liczbę oznaczymy literą x , to wykonane przez niego działania i wynik można opisać równaniem:

- A. $x + 5 \cdot 2 - 3 = 4$ C. $(x + 5) \cdot 2 - 3 = 4$
B. $x + 5 \cdot (2 - 3) = 4$ D. $x + (5 \cdot 2 - 3) = 4$

2 Liczby spełniające równania

Przypomnij sobie

1. Oblicz wartość wyrażenia dla podanej wartości x .
- a) $6x - 5$ dla $x = 3$ b) $5 - 2(x - 6)$ dla $x = 9$
2. Sprawdź, czy wyrażenia $8 - 2x$ oraz $3x - 7$ mają tę samą wartość dla podanej wartości x .
- a) $x = 3$ b) $x = -2$

Poćwicz

3. Sprawdź, czy podana liczba spełnia dane równanie.
- a) $2x + 3 = 7$ 2 d) $13 - x = 6$ -7
b) $31x - 30 = 30$ 1 e) $2x + 1 = 2$ $\frac{1}{2}$
c) $2x + 7 = 23$ -8 f) $7 - 10x = 5$ $\frac{1}{5}$
4. Sprawdź, czy liczba 2 spełnia dane równanie.
- a) $12(x - 1) - 14 = 2$ d) $x - 4 = -2(x + 1)$
b) $5 - 4(x + 3) = 15$ e) $6(2x - 3) = 3(2x - 2)$
c) $1 - (5 - 3x) = x$ f) $3 - 5(2 - x) = 1 + (8 - 3x)$
5. Jaką liczbą należy zastąpić literę p w równaniu $3(x - 1) = p + x$, aby otrzymać równanie, którego rozwiązaniem jest liczba:
- a) 0 b) 1 c) 101 d) -9 e) -2 f) $\frac{1}{3}$

Pomyśl

6. Utwórz trzy równania, których rozwiązaniem jest liczba 5 — lewe strony tych równań wybierz spośród wyrażeń:

$$3x - 9 \quad 4 - x \quad 3 + 2x \quad -4x + 9$$

a prawe strony — spośród wyrażeń:

$$9 - 2x \quad -1 - 2x \quad 5 - 3x \quad x + 1$$

7. Jaką liczbę trzeba wstawić w miejsce kwadracika, aby liczba 5 była rozwiązaniem powstałego równania?

a) $x + \square = 7$

c) $3x^2 + x + 1 = \square^2$

e) $\square x + 3 = 23$

b) $2x + \square = 13$

d) $\square x + 10 = 20$

f) $\square x^2 + 5 = 105$

8. Sprawdź, które z liczb: -3, 0, 1, 2 są rozwiązaniami danego równania.

a) $5x - 1 = -1$

b) $x(x + 3) - 10 = 0$

c) $2x + 2 = x^2 + x$

9. Określ, ile rozwiązań ma dane równanie.

a) $x + 2 = 6$

c) $2x = 4$

e) $x^2 = 4$

g) $x^2 = -9$

i) $x^3 = 0$

b) $x + 2 = 1$

d) $2x = 0$

f) $x^2 = 0$

h) $x^3 = 8$

j) $x^3 = -1$

10. Wskaż wśród poniższych równań równania tożsamościowe lub sprzeczne.

a) I. $x + 3 = 1 + x + 2$

II. $x + 4 = x + 3$

III. $x + 5 = 4 + 1$

b) I. $x + 2 = x - 2$

II. $2 - x = 2 + x$

III. $x - 2 = x$

c) I. $2x = 2$

II. $x + x = 2x$

III. $2x + 1 = 1 + 2x$

d) I. $3x = x$

II. $3x = 3$

III. $3x = 4x - x$

e) I. $x^2 = 1$

II. $x^2 = -1$

III. $x^2 = x \cdot x$

f) I. $|x| = 3$

II. $|x| = -3$

III. $|x| = 0$

- *11. Które z równań są tożsamościowe, a które — sprzeczne?

I. $x^2 = (-x)^2$

III. $x^2 = |x|^2$

V. $x^2 = -x^2$

II. $x^2 = |x^2|$

IV. $\frac{1}{x} = 0$

VI. $x = -|x|$

12. Zapisz w postaci równania. Zgadnij przynajmniej jedną liczbę x spełniającą to równanie. W których wypadkach możesz znaleźć więcej niż jedną taką liczbę?

a) Liczba x jest o 5 większa od połowy liczby x .

b) Liczba 3 razy większa od liczby x jest 6 razy większa od połowy liczby x .

c) Kwadrat liczby x jest równy tej liczbie.

13. Sprawdź, czy podane równania są równoważne.

a) $x + 1 = 2$ i $x + 5 = 6$

c) $x + 1 = 2$ i $x^2 = 1$

b) $x + 3 = 6$ i $3x = 6$

d) $x^2 = 0$ i $x + 2 = 2$

14. Uzasadnij, że rozwiązaniem równania jest liczba zapisana obok.

a) $7(x - 3) - 4 = 2x$ 5

d) $|x| + |x + 4| = 4$ -2

b) $x^2 = 4(x - 1)$ 2

e) $\frac{2}{x} + \frac{3}{x^2} = 2 + x$ -1

c) $\frac{8}{1-x} = 2$ -3

f) $|x| - \frac{1}{x} + 5x = 0$ $-\frac{1}{2}$

Sprawdź się

1. Dane jest równanie $1 - 5(x - 4) = 16$. Dokończ poniższe zdania. Wybierz odpowiedź spośród A i B oraz spośród C i D.

Liczbą spełniającą to równanie jest:

A. -1 B. 1

Równaniem równoważnym do danego jest równanie:

C. $6x - 5 = 1$ D. $5(x - 4) = 15$

2. W równaniu $\blacksquare x + \blacktriangle = 2x + 1$ prostokąt i trójkąt zastępują dwie liczby. Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F — jeśli jest fałszywe.

Jeśli prostokąt zastępuje liczbę 4, trójkąt zastępuje liczbę 3, to liczba -1 spełnia to równanie.	P	F
Jeśli prostokąt zastępuje liczbę 2, trójkąt zastępuje liczbę 3, to równanie jest sprzeczne.	P	F
Jeśli prostokąt zastępuje liczbę -2, trójkąt zastępuje liczbę 1, to równanie jest tożsamościowe.	P	F

3 Rozwiązywanie równań

Przypomnij sobie

1. Znajdź liczbę spełniającą podane równanie.

a) $x - 7 = 8$

b) $3x = 21$

c) $\frac{x}{4} = 3$

d) $x + 6 = 11$

Poćwicz

2. Rozwiąż równanie.

a) $x + 7 = 13$

c) $x - 4 = 17$

e) $4x = 36$

g) $x : 5 = 7$

b) $6 + x = -2$

d) $-3 + x = -8$

f) $-3x = 24$

h) $\frac{x}{-9} = -2$

3. Rozwiąż równanie.

a) $x + 1,3 = 2,7$

c) $x - 2,7 = -1,4$

e) $-1,2x = -24$

g) $x : 0,5 = -4,6$

b) $\frac{5}{6} + x = \frac{1}{3}$

d) $-\frac{3}{5} + x = -2\frac{2}{5}$

f) $\frac{3}{4}x = 1\frac{1}{8}$

h) $\frac{x}{\frac{2}{3}} = -2\frac{1}{4}$

4. Rozwiąż równanie.

a) $2x + 3 = 15$

d) $4x - 7 = 33$

g) $-x - 8 = -3$

j) $-3x + 5 = 17$

b) $5x + 13 = 23$

e) $-x + 2 = 8$

h) $-x - 2 = -11$

k) $-2x - 7 = 11$

c) $3x - 11 = 25$

f) $-x + 5 = -2$

i) $-5x + 3 = -12$

l) $-6x - 3 = -15$

5. Rozwiąż równanie.

a) $2(x + 3) = 10$

d) $3(1 - x) + 2 = -7$

g) $9 = 5 - 4(2x - 5)$

b) $3(x - 1) + 2 = 8$

e) $5 - 2(x + 2) = 9$

h) $0 = 6 - 3(5 + 2x)$

c) $2(13 - x) - 9 = 1$

f) $-2 - (4 - 3x) = -7$

i) $-1 = -4 + 2(1 - 5x)$

6. Rozwiąż równanie.

a) $2(3x - 4) = 10x$

d) $-3x + 6 = 3(2 - x)$

g) $5 - (3 - 4x) = 5(1 - x)$

b) $-4x = 3(6 - 2x)$

e) $6(x + 4) = 5x + 1 + x$

h) $-2(4 - 5x) = 3(4x + 3)$

c) $4 - 3x = 5(2 - x)$

f) $-2(5x + 2) = 3 - 9x$

i) $3 - 3(x + 1) = -(4x + 1)$

7. Rozwiąż równanie.

a) $3(x + 3) = 2(x + 4) + x + 1$

d) $4(x - 2) - 2(x - 4) = 5(x + 1) - 3x$

b) $2x - 4 - 3(2 - x) = 5(2x - 1)$

e) $6x - (4x + 5) = 2(x - 2) - 1$

c) $5(x + 4) - (2x - 3) = 2(1 - 2x)$

f) $4(3x + 2) + 5(2x + 3) = -(2x + 13)$

8. Rozwiąż równanie.

a) $\frac{1}{2}y + 3 = 7$

d) $\frac{7}{9}(y + 2) = \frac{7}{9}$

g) $\frac{2}{3}y - \frac{1}{6} = 3$

j) $\frac{y}{3} + \frac{y}{2} = \frac{1}{6}$

b) $\frac{1}{7}y - \frac{5}{7} = 2$

e) $\frac{2}{3}(y - 1) = \frac{2}{3}$

h) $\frac{y}{2} + \frac{1}{3} = \frac{7}{6}$

k) $\frac{y}{4} - \frac{5}{6} = \frac{y}{3}$

c) $\frac{1}{4}y + \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$

f) $-\frac{5}{11}(y - 4) = \frac{5}{11}$

i) $\frac{y}{4} - \frac{3}{8} = \frac{1}{2}$

l) $\frac{3}{5} + \frac{y}{2} = y$

9. Rozwiąż równanie.

a) $\frac{y+3}{2} - (1-y) = 3,5$

b) $\frac{2y+4}{4} = \frac{1}{2}y + 1$

c) $\frac{y-3}{3} - \frac{1}{6}(5y-2) = 10$

d) $\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2} - 2y\right) + 1\frac{1}{2}y = \frac{1}{6}(5y+2)$

e) $\frac{1}{2}\left(y + \frac{3}{4}\right) + \frac{1}{4}\left(2y - \frac{1}{2}\right) = y + \frac{1}{4}$

f) $\frac{1}{5}(y-3) - \frac{2}{3}\left(y - \frac{3}{5}\right) + \frac{1}{3} = \frac{2}{5} - \frac{1}{3}(2y-3)$

g) $\frac{y-2}{3} + \frac{1}{15} - \frac{2y-5}{3} = \frac{8-4y}{5}$

h) $\frac{y-5}{2} + \frac{2y+3}{5} + \frac{1}{3} = \frac{y+7}{15} + \frac{y}{2}$

10. Rozwiąż równanie.

a) $0,2x + 0,3 = 1,3$

b) $1,6 - 0,7x = 3,7$

c) $5x - 0,8 = 0,1 + 2x$

d) $0,4x + 2,3 = 1,2x - 2,5$

e) $8x - 0,2 = 8x - 0,1$

f) $3,4x + 0,2 = 0,2 + 3,4x$

g) $0,55x = 0,1(2,5x + 0,2)$

h) $-0,07(10x - 1) = 0,3x$

11. Rozwiąż równanie.

a) $3(0,4x + 1,2) - 2(0,3x - 2,6) = 0,1x$

b) $2,7x + 0,3 = 5(0,2x - 3,2) - (1,7 - 2,3x)$

c) $0,6x + 0,2(x - 1) = 0,2(2 - x)$

d) $0,7(x + 2) = 0,4(x + 1) + 0,3x + 1$

e) $0,15(2x + 4) = 2(1,3 + 0,3x) - 0,6$

f) $1,4x - 3(0,7x - 1,3) = 0,5(4x - 3)$

g) $0,2(x + 1) + 0,5(0,3x - 1) = 5(0,08 + 0,07x)$

h) $4(0,15x - 0,1) - 0,8(3x - 2) = 0,6(2 - 0,3x)$

Pomyśl

12. Rozwiąż równanie.

a) $2a^2 + 7 = a(1 + 2a)$

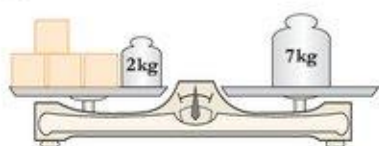
b) $3a(a - 1) = a(3a - 2)$

c) $2a - a^2 + a(2 + a) = a + 18$

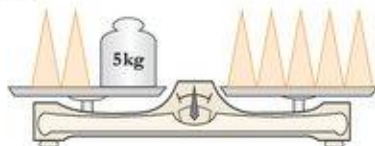
d) $a^2 + 5 = 5a(0,2a + 3)$

13. Wszystkie przedmioty w pomarańczowych opakowaniach mają jednakowe masy. Oblicz, ile waży jeden taki przedmiot. Ułóż odpowiednie równanie i je rozwiąż.

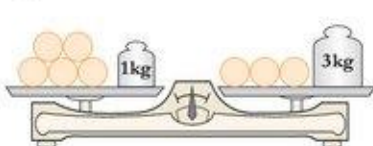
a)



b)



c)



14. Ułóż i rozwiąż odpowiednie równanie.

- a) Suma liczby x i liczby o 8 od niej większej jest równa 40.
- b) Połowa liczby x pomniejszona o liczbę mniejszą o 20 od liczby x jest równa 5.
- c) Iloczyn liczby 6 i liczby o 7 mniejszej od x jest równy 48.
- d) Iloraz liczby trzy razy większej od x przez 4 jest równy 9.
- e) Liczba o 3 większa od x jest 3 razy większa od x .
- f) Liczba o 5 mniejsza od x jest 2 razy mniejsza od x .

15. Ułóż odpowiednie równanie i odpowiedz na pytanie.

- a) Co to za liczba, której 5% wynosi 11?
- b) Co to za liczba, której 130% jest równe 195?
- c) Co to za liczba, która powiększona o 20% jest równa 84?
- d) Co to za liczba, która pomniejszona o 60% wynosi 102?
- e) Co to za liczba, której 120% jest o 7 większe niż połowa tej liczby?
- f) Co to za liczba, której 70% jest o 2,6 mniejsze od tej liczby podwojonej?

16. Ułóż odpowiednie równanie i odpowiedz na pytanie.

- a) Suma pewnej liczby i liczby o 5 od niej mniejszej wynosi 15. Co to za liczba?
- b) Różnica pewnej liczby i liczby 3 razy od niej mniejszej jest równa 18. Co to za liczba?
- c) Co to za liczba, której dwukrotność powiększona o 10 wynosi 16?
- d) Co to za liczba, której połowa pomniejszona o 13 wynosi 12?
- e) Pewną liczbę pomnożono przez 4, a następnie od tego iloczynu odjęto 20 i otrzymano liczbę o 1 większą od liczby wyjściowej. Co to za liczba?
- f) Pewną liczbę podzielono przez 3, a następnie do tego ilorazu dodano 5 i otrzymano połowę wyjściowej liczby. Co to za liczba?

17. Dopisz prawą stronę równania na trzy sposoby, tak aby otrzymane równanie:

- miało jedno rozwiązanie,
- miało nieskończenie wiele rozwiązań,
- nie miało rozwiązania.

a) $-x + 4 = ?$

c) $2(x + 2) - x + 8 = ?$

e) $\frac{x+5}{2} = ?$

b) $-\frac{1}{3}x = ?$

d) $15x - 5(2 + 3x) = ?$

f) $\frac{3-x}{5} = ?$

*18. Wstaw zamiast litery a taką liczbę, żeby równanie $x^2 + a = -4$:

- a) nie miało rozwiązań,
- b) miało dwa rozwiązania,
- c) miało jedno rozwiązanie.

- *19. Wstaw zamiast liter a i b takie liczby, żeby równanie $1 - \frac{4x-3}{2} = ax + b$:
- miało jedno rozwiązanie,
 - nie miało rozwiązania,
 - miało nieskończenie wiele rozwiązań.
- *20. Znajdź wszystkie naturalne wartości p , dla których rozwiązaniem równania $p(x-2) = 2(18-p)$ jest:
- wielokrotność liczby 12,
 - liczba parzysta,
 - liczba nieparzysta.
- *21. Znajdź liczbę x , dla której kwadrat z zadania 14 na s. 137 jest magiczny.

Sprawdź się

1. Dane są równania:

$$\begin{array}{ll} 3(2x-5) = 2(3x+5) & 2(5x-4) = 5(4x-2) \\ 4(3x+1) - 4 = 12x & 2 - 6x + 5x = 3 - x - 1 \end{array}$$

Wśród tych równań:

- tylko jedno równanie ma nieskończenie wiele rozwiązań,
 - tylko jedno równanie nie ma rozwiązania,
 - każde równanie ma przynajmniej jedno rozwiązanie,
 - każde równanie ma dokładnie jedno rozwiązanie.
2. Kamil wydał $\frac{1}{4}$ swoich pieniędzy i jeszcze złotówkę i zostało mu 1,25 zł. Oznaczmy literą x kwotę, jaką Kamil miał na początku. Dokończ poniższe zdania. Wybierz odpowiedzi spośród A i B oraz spośród C i D.

Treść zadania można przedstawić za pomocą równania:

$$\text{A. } x - \left(\frac{1}{4} + 1\right) = 1,25 \quad \text{B. } x - \frac{1}{4}x - 1 = 1,25$$

Kamil miał na początku: C. 3 zł D. 2 zł 50 gr

4 Zadania tekstowe

Przypomnij sobie

- Bilet ulgowy na autobus kosztuje 1,50 zł, a bilet normalny 3 zł. Na szkolnej wycieczce u uczniów kupiło po jednym bilecie ulgowym, a czworo nauczycieli po jednym bilecie normalnym. Zapisz w postaci wyrażenia algebraicznego kwotę, jaką łącznie wydali na bilety nauczyciele i uczniowie.

2. Jaki warunek musi spełniać suma miar kątów w opisanych figurach? Zapisz ten warunek w postaci równania.
- Pewien trójkąt ma kąty o miarach 40° , 100° i x stopni.
 - Pewien czworokąt ma kąty o miarach 30° , 40° , x stopni oraz $2x$ stopni.

Poćwicz

3. a) Dziewięć piłek waży tyle samo co jedna piłka i odważnik jednokilogramowy. Ile waży jedna piłka?
- b) Osiem opakowań ciastek i odważnik o masie 20 dag waży tyle samo co dwa opakowania ciastek i odważnik o masie 1 kg. Jaka jest masa jednego opakowania ciastek?
- c) Jedenaście batonów i odważnik o masie 10 dag ma tę samą masę co siedem batonów i odważnik o masie 0,5 kg. Oblicz masę jednego batona.
4. Oblicz, ile waży zając (wszystkie zające są identyczne), a ile wilk.



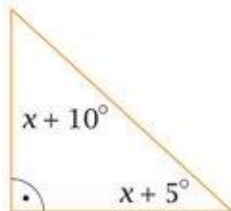
5. a) Dwa tomy pewnej powieści liczą łącznie 520 stron. Tom drugi ma o 26 stron więcej niż tom pierwszy. Ile stron liczy każdy z tomów tej powieści?
- b) W ciągu dwóch dni rowerzysta przejechał 185 km. Drugiego dnia pokonał o 19 km mniej niż pierwszego. Jaki dystans pokonał pierwszego dnia?
- c) W pewnym wagonie kolejowym zajęto 36 miejsc. Przy oknie siedzi 3 razy więcej pasażerów niż na pozostałych miejscach. Ile miejsc przy oknie jest zajętych?
- d) Pewnego dnia w kawiarni klienci zamówili łącznie 70 herbat i kaw, przy czym kaw było 2,5 razy więcej niż herbat. Ile kaw zamówiono tego dnia?
6. a) Na pewnej wystawie zgromadzono 84 dzieła sztuki: rzeźby, obrazy i fotografie. Obrazów było dwa razy więcej niż rzeźb, fotografii dwa razy więcej niż obrazów. Ile rzeźb można było zobaczyć na tej wystawie?
- b) Pewna trylogia filmowa trwa łącznie 6 godzin i 10 minut. Część pierwsza jest o 30 minut krótsza od części drugiej, ale o 5 minut dłuższa niż część trzecia. Oblicz długość każdej części tej trylogii.
- c) Autobus pokonuje odległość między pierwszym a czwartym przystankiem w ciągu 14 minut. Jazda między pierwszymi dwoma przystankami trwa o 2 minuty krócej niż jazda między drugim a trzecim przystankiem i dwa razy krócej niż jazda między trzecim a czwartym przystankiem. Ile czasu trwa przejazd między pierwszym a drugim przystankiem?

7. Jakie są miary kątów trójkąta przedstawionego na rysunku?

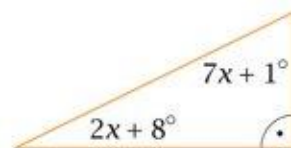
a)



b)

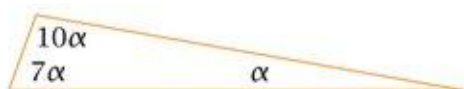


c)



8. Jakie są miary kątów trójkąta przedstawionego na rysunku?

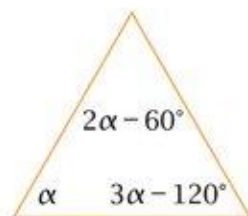
a)



b)



c)

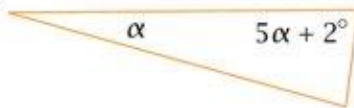


9. Jakie są miary kątów narysowanego trójkąta równoramiennego?

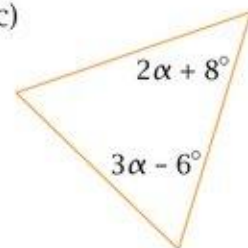
a)



b)

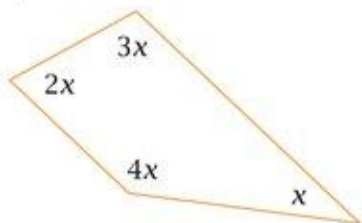


c)

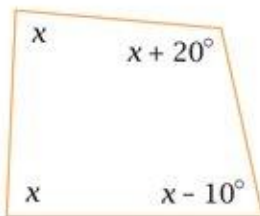


10. Jakie są miary kątów czworokąta na rysunku?

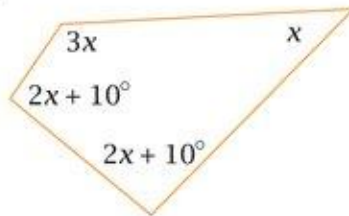
a)



b)

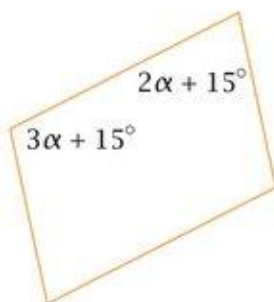


c)

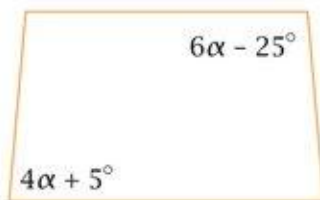


11. Jakie są miary kątów czworokąta na rysunku?

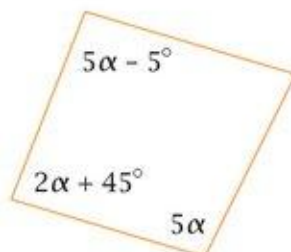
a) równoległobok



b) trapez równoramienny



c) trapez



Pomyśl

12. a) Ramię trójkąta równoramiennego jest o 7 cm dłuższe od podstawy. Obwód tego trójkąta jest równy 32 cm. Jakie długości mają boki tego trójkąta?
b) Jeden z boków równoległoboku jest o 5 cm dłuższy od połowy drugiego boku. Obwód tego równoległoboku jest równy 37 cm. Jakie długości mają boki tego równoległoboku?
c) Jedna z podstaw trapezu równoramiennego jest trzy razy krótsza od ramienia, a druga podstawa jest o 3 cm dłuższa od ramienia. Obwód tego trapezu jest równy 43 cm. Jakie długości mają boki tego trapezu?
13. a) Karolina kupiła 10 lizaków dwóch rodzajów. Zapłaciła za nie 9,20 zł. Tańsze kosztowały 80 groszy, a droższe 1,20 zł. Ile droższych lizaków kupiła Karolina?
b) Grupa 20 osób wybrała się do kina. Część tych osób kupiła bilety ulgowe po 12 zł, a pozostali — bilety normalne po 20 zł. W sumie zapłacili 296 złotych. Ile osób z tej grupy kupiło bilety normalne?
c) W teatrze jest 300 miejsc. Bilety na niektóre miejsca mają kosztować 25 zł, a na pozostałe — 15 zł. Dyrektor chce, aby przy pełnej sali wpływy z biletów wynosiły 5000 zł. Na ile miejsc trzeba zatem sprzedawać droższe bilety?
14. a) Maciek rozwiązał 9 zadań podczas sprawdzianu. Za część odpowiedzi otrzymał po 2 punkty, a za pozostałe — po 3 punkty. W sumie uzyskał 20 punktów. Ile zadań rozwiązanych przez Maćka zostało ocenionych na 3 punkty?
b) W pewnym teleturnieju za każdą poprawną odpowiedź uczestnicy otrzymują 3 punkty, a za każdą błędną — 1 punkt ujemny. Jeden z uczestników odpowiedział na 12 pytań i zdobył 16 punktów. Na ile pytań odpowiedział poprawnie?
c) Pewien konkurs matematyczny składał się z 25 zadań. Za każde zadanie rozwiązane poprawnie przyznaje się 5 punktów, za każdą błędną odpowiedź — 2 punkty ujemne, a za brak odpowiedzi — 1 punkt ujemny. Monika nie odpowiedziała na 3 pytania i uzyskała w sumie 93 punkty. Na ile pytań Monika odpowiedziała poprawnie?
15. a) Komplet przyborów do pisania, pióro i długopis, kosztuje 167 zł. Długopis jest tańszy od pióra o 83 zł. Ile kosztuje pióro, a ile długopis?
b) Kasia przyrządziła 3 litry napoju. Na jego przygotowanie zużyła o 1,5 litra więcej wody niż soku. Ile wody, a ile soku zawiera ten napój?
c) Podczas pewnych zawodów trzeba pokonać dystans 66 km, częściowo na rowerze, a częściowo — biegiem. Dystans rowerowy jest o 42 km dłuższy niż biegowy. Oblicz długość każdego z nich.

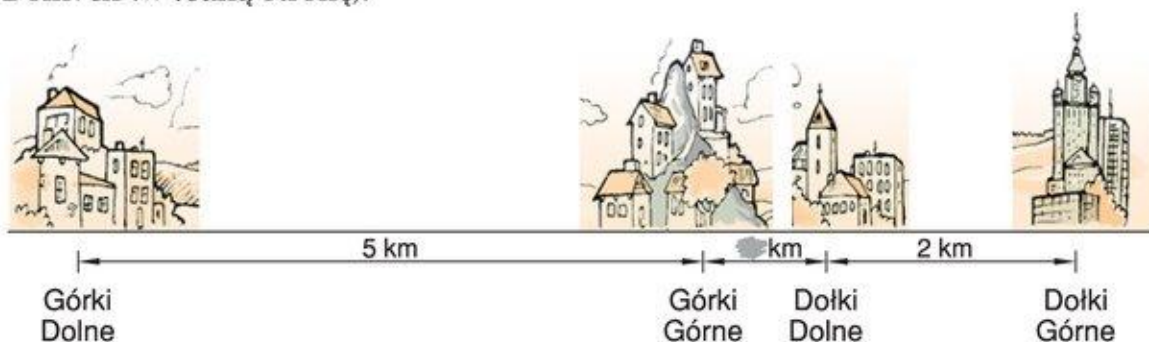


16. a) Lizak kosztuje o 2,60 zł mniej niż batonik, a trzy lizaki kosztują o 20 groszy mniej niż ten batonik. Ile kosztuje lizak?
b) Najmniejszy ptak — koliber — jest o 0,9 g lżejszy od piłeczki pingpongowej. Dwa takie ptaki są tylko o 0,7 g cięższe od piłeczki. Ile waży najmniejszy ptak?
c) W dziecięcym wiaderku mieści się o 6,8 litra wody mniej niż w dużym wiadrze, ale pojemność 15 takich wiader jest o 1,6 litra większa niż pojemność wiadra. Jaka jest pojemność wiadra?
17. a) Ula jest dwa razy młodsza od Oli i o 4 lata starsza od Ali. Razem te trzy dziewczynki mają 24 lata. Ile lat ma każda z nich?
b) Tata Zosi jest od niej 3 razy starszy, a Zosia jest od niego młodsza o 30 lat. Ile lat ma Zosia?
c) Julek i Asia są w sumie o 6 lat starsi od Michała, ale każde z nich z osobna jest od niego młodsze: Julek o 7 lat, Asia o 2 lata. Ile lat mają wszyscy razem?
18. a) Agnieszka za 2 lata będzie miała trzy razy tyle lat co 8 lat temu. Ile lat ma Agnieszka?
b) Tomek jest o 3 lata starszy od Romka. Za 5 lat Tomek będzie miał dwa razy więcej lat niż Romek ma teraz. Ile lat ma każdy z chłopców?
c) Kasia jest dwa razy starsza od Basi. Cztery lata temu Kasia była trzy razy starsza od Basi. Po ile lat mają te dziewczynki?
19. Ile kosztują dropsy?



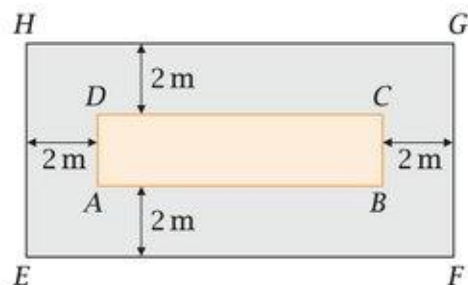
- *20. Najwyższy szczyt Polski, Rysy, jest o 512 m wyższy od Kasprowego Wierchu. Kasprowy jest o 1005 m wyższy od Trzech Koron, a gdyby Trzy Korony były nawet dwa razy wyższe, to i tak brakowałoby im 535 m do wysokości Rysów. Jaką wysokość mają wymienione góry? Sprawdź na mapie otrzymane wyniki.
Uwaga. W zadaniu jest mowa o wysokościach nad poziomem morza, a nie o wysokościach względnych (od podnóża góry).
- *21. Tomek dojeżdża do szkoły na rowerze. Zawsze wyjeżdża o 7.54 i przyjeżdża równo o 8.00. Pewnego dnia jechał z prędkością średnią o $8 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ mniejszą niż zwykle i spóźnił się o 4 minuty. Jak daleko ma Tomek do szkoły?

22. Na rysunku została zamazana odległość z Górek Górnych do Dołków Górnych. Oblicz tę odległość, jeżeli wiadomo, że droga z Górek Górnych do Dołków Górnych i z powrotem jest tak samo długa jak droga z Górek Dolnych do Dołków Dolnych (w jedną stronę).

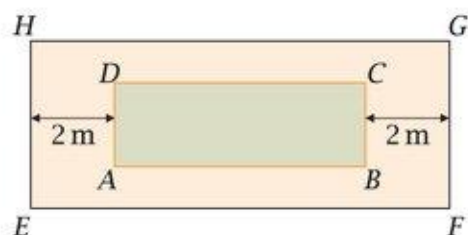


23. Obwód prostokąta jest 9 razy większy niż długość krótszego boku. Różnica długości boków wynosi 5. Oblicz pole tego prostokąta.

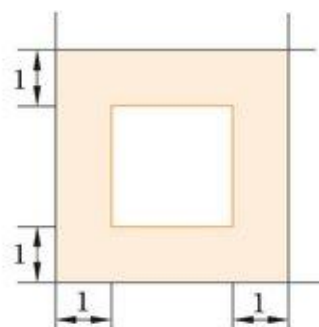
24. a) Wokół prostokątnej rabaty $ABCD$ biegnie ścieżka o szerokości 2 m (tak jak na rysunku). Odcinek AD jest 4 razy krótszy od odcinka AB , a odcinek EH jest 2 razy krótszy od odcinka EF . Jakie wymiary ma rabata?



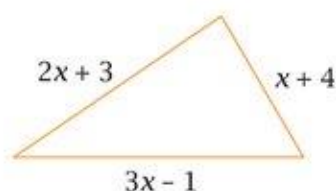
- *b) Wewnątrz prostokątnego trawnika $EFGH$ znajduje się rabata kwiatowa $ABCD$. Boki rabaty biegną równolegle do boków trawnika w odległościach podanych na rysunku. Odcinek EF jest 5 razy dłuższy od odcinka AD , a odcinek AB jest 3 razy dłuższy od odcinka AD . Jakie wymiary ma rabata?



- *25. Pole zacieniowanego na rysunku obszaru wynosi 20. Oblicz długość boku małego kwadratu.



Sprawdź się



1. Obwód narysowanego obok trójkąta jest równy 45 cm. Wynika stąd, że najdłuższy bok trójkąta jest dłuższy od najkrótszego boku:

A. o 3 cm B. o 5 cm C. o 6 cm D. o 8 cm

2. Oto trzy zadania.

Zadanie 1. Basia za bluzkę, koszulę i sweter zapłaciła 180 zł. Cena swetra była dwa razy większa niż cena bluzki, a za koszulę zapłaciła 60 zł. Oznacz literą x cenę bluzki i ją oblicz.

Zadanie 2. Największy kąt trójkąta ma miarę dwa razy większą od miary najmniejszego kąta tego trójkąta. Trzeci kąt ma miarę 60° . Oznacz literą x miarę najmniejszego kąta i ją oblicz.

Zadanie 3. Paweł przebiegł dystans 180 m w ciągu 30 s. W ciągu pierwszych 8 s przebiegł dwa razy krótszy dystans od tego, który przebiegł przez kolejne 12 s. Ostatnie 60 m pokonał w czasie 10 s. Oznacz literą x dystans, który Paweł pokonał w ciągu pierwszych 8 s, i go oblicz.

Które z tych zadań można rozwiązać za pomocą równania $x + 2x + 60 = 180$?

- A. Tylko zadanie 1.
- B. Tylko zadania 2 i 3.
- C. Tylko zadania 1 i 2.
- D. Zadania 1, 2 i 3.

5 Procenty w zadaniach tekstowych

Przypomnij sobie

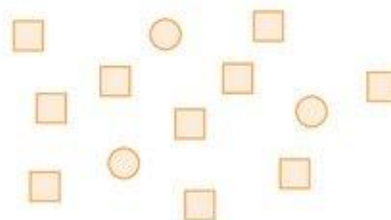
1. a) Jakim procentem liczby 60 jest liczba 9?
b) Oblicz 40% liczby 70.
c) Znajdź liczbę, której 15% jest równe 18.
2. a) Na koncie ulokowano 2000 zł. Po roku była tam kwota o 3% większa od tej, którą wpłacono. Jaka kwota była na koncie po roku?
b) Cenę spodni obniżono o 10% — do 135 zł. Jaka była cena spodni przed obniżką?
3. Oblicz, jaka jest masa soli:
a) w 100 g dwudziestoprocentowego roztworu soli,
b) w 150 g piętnastoprocentowego roztworu soli,
c) w 500 g osiemnastoprocentowego roztworu soli,
d) w 350 g dwudziestosześcioprocentowego roztworu soli.

Poćwicz

4. a) Piłkarz ręczny zdobył w dwóch meczach 13 bramek. W drugim meczu zdobył o 60% bramek więcej niż w pierwszym. Ile bramek zdobył w drugim meczu?
b) Droga z domu do szkoły i z powrotem zajęła Jankowi 36 minut. Powrót do domu trwał o 40% dłużej niż dotarcie do szkoły. O ile krócej trwała droga do szkoły od drogi powrotnej?
c) Sztuka składa się z dwóch aktów i trwa 1,5 godziny. Drugi akt trwa o 20% krócej od pierwszego aktu. Ile minut trwa każdy z aktów tej sztuki?
5. a) Marta posadziła w ogrodzie tulipany. Wszystkie zakwitły: 40% na czerwono, 35% na żółto, a 10 pozostałych — na biało. Ile tulipanów zakwitło na czerwono?
b) Marcin posadził w ogrodzie tulipany. Niestety, grad zniszczył 30% z nich, susza zniszczyła o 12 kwiatów więcej niż grad, a pies wykopał 8 pozostałych tulipanów. Ile tulipanów zniszczył grad?
6. Według *Księgi rekordów Guinnessa* rekord w rzucie gumakiem na odległość jest o 27,7 m większy niż w pluciu pestką czereśni. Zwycięska pestka przeleciała o 48,8% krótszą drogę niż rekordowy gumiak. Jaki jest rekord w rzucie gumakiem, a jaki w pluciu pestką czereśni? Wynik zaokrąglaj do części dziesiątych metra.

Pomyśl

7. Ile kółek trzeba dorysować, aby:
- a) kółka stanowiły 50% figur,
 - b) kwadraty stanowiły 40% figur,
 - c) kółka stanowiły 75% figur,
 - d) kwadraty stanowiły 200% kółek,
 - e) kółka stanowiły 60% kwadratów?



8. a) W klasie liczącej 20 osób było 60% dziewcząt. Po zapisaniu się do klasy jeszcze kilku chłopców dziewcząt było 48%. Ile osób liczyła wtedy klasa?
b) W bombonierce było 25 czekoladek, a 40% z nich zawierało orzechy. Michał zjadł kilka czekoladek z orzechami i teraz pozostałe czekoladki z orzechami stanowią 25% czekoladek w bombonierce. Ile czekoladek zjadł Michał?
c) Wśród kredek w pudełku jest 80% zatemperowanych. Magda wyjęła z pudełka 20 zatemperowanych kredek i teraz zatemperowane kredki stanowią 64% tych, które pozostały w pudełku. Ile wszystkich kredek zostało w pudełku?
d) W wazonie stał bukiet, którego 70% to czerwone tulipany. Pani Anna dołożyła do wazonu 10 czerwonych tulipanów i teraz stanowią one 80% kwiatów w wazonie. Ile czerwonych tulipanów jest teraz w wazonie?

9. a) Każde dziecko na letnim obozie wybrało jedno z trzech zajęć sportowych: 60% zdecydowało się na piłkę nożną, 80% pozostałych dzieci — na siatkówkę, a Piotr i Paweł wybrali szachy. Ile dzieci będzie grać w siatkówkę?

b) Taniec zajął 40% czasu spektaklu, śpiew — 50% pozostałego czasu, popis pianisty — 80% czasu pozostałego po występach tancerzy i śpiewaków, a pozostałe 9 minut — występ akrobatów. Ile trwał popis pianisty?



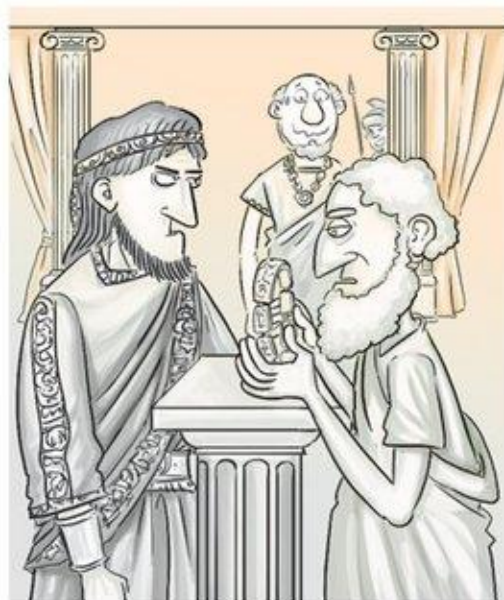
10. Ile trzeba wziąć soli, a ile wody, aby otrzymać 200 g roztworu dziesięcioprocentowego?
11. a) Ile trzeba użyć wody, aby po rozpuszczeniu w niej 20 g cukru otrzymać roztwór o stężeniu 8%?
b) Ile trzeba użyć soli, aby po jej rozpuszczeniu w 150 g wody otrzymać roztwór o stężeniu 6,25%?
12. a) Ile gramów wody należy dodać do 600 g roztworu soli o stężeniu 10%, aby otrzymać roztwór o stężeniu 7,5%?
b) Ile gramów wody trzeba dodać do 200 g piętnastoprocentowego roztworu cukru, aby stężenie zmniejszyło się do 5%?
13. a) Ile gramów wody powinno odparować z 500 g roztworu soli o stężeniu 4%, aby otrzymać roztwór o stężeniu 5%?
b) Z dziesięcioprocentowego roztworu cukru odparowano 150 g wody, w wyniku czego stężenie wzrosło do 13%. Ile gramów roztworu było przed odparowaniem?
14. a) Ile soli trzeba dodać do 100 g dziesięcioprocentowego roztworu, aby otrzymać roztwór o stężeniu 20%?
b) Ile cukru należy dodać do 480 g roztworu o stężeniu 5%, aby otrzymać roztwór o stężeniu 8,8%?
- *15. W naczyniu znajduje się 5 l napoju, którego 40% stanowi sok, a resztę — woda. W dzbanku jest inny napój — aż 80% jego objętości stanowi sok. Ile litrów napoju z dzbanka należy dodać do naczynia, żeby otrzymać napój, który w połowie będzie się składał z soku?
- *16. Pan Łebski wypłacił z banku 5% pieniędzy, które miał na koncie. Z tej kwoty 19% wydał na zakupy. Kiedy płacił, zerknął na pokwitowanie z banku i zauważył, że na koncie zostało mu dokładnie 100 razy więcej pieniędzy niż wydał na zakupy. Ile kosztowały zakupy?

Data	% ludzi	Liczba nóg
4.09.99	40%	160
11.09.99	30%	136
17.09.99	60%	84

17. Na zebraniach Związku Kotów i Ich Pánów nie notuje się, ilu było uczestników zebrania (ludzi i kotów), lecz zapisuje się, jaki procent zebranych stanowią ludzie i ile nóg mają w sumie wszyscy zebrani. Oblicz, ilu ludzi i ile kotów uczestniczyło w zebraniach w dniach podanych w tabeli.

- *18.** Pewnego dnia król wezwał Archimedes i rozkazał mu, aby ten sprawdził, czy królewski złotnik uczciwie wykonał swoje zadanie. Złotnik ów miał wykonać koronę ze stopu srebra i złota, przy czym złota miało być co najmniej 90%. Archimedes zważył koronę i zmierzył jej objętość, dzięki czemu mógł obliczyć, w jakich proporcjach zostały zmieszane metale. Okazało się, że złotnik był nieuczciwy.

Wyobraź sobie, że król poprosił ciebie o wykonanie takich rachunków dla korony o objętości 40 cm^3 i masie 670 g. Oblicz, ile procent masy stanowi srebro, a ile złoto, jeżeli 1 cm^3 złota waży 19 g, a 1 cm^3 srebra waży 10 g.



Przy okazji rozwiązywania tego problemu Archimedes odkrył swoje słynne prawo, o którym uczyłeś się (lub będziesz się uczył) na lekcjach fizyki.

Sprawdź się

- Cenę koszuli obniżono o 20%. Szymon kupił tę koszulę i z banknotu o wartości 100 zł otrzymał 52 zł reszty. O ile złotych obniżono cenę koszuli?
- Do garnka, w którym były 3 kg dziesięcioprocentowego roztworu soli, dolano pewną ilość wody i w efekcie otrzymano roztwór trzyprocentowy. Dokończ poniższe zdania. Wybierz odpowiedzi spośród A i B oraz spośród C i D.

Masa soli w roztworze przed dolaniem wody jest równa:

- A. 0,3 kg B. 0,1 kg

Jeżeli x oznacza masę (w kilogramach) dolanej wody, to:

- C. $0,3 = 0,03(x + 3)$ D. $\frac{0,1}{x + 2,97} = 0,3$

6 Przekształcanie wzorów

Przypomnij sobie

1. Pole trójkąta można obliczyć za pomocą wzoru $P = \frac{ah}{2}$.

a) Wyjaśnij, co oznaczają litery P , a i h .

b) Oblicz h , gdy $P = 15$ i $a = 5$.

Poćwicz

2. Z podanego wzoru wyznacz c .

a) $a = b + c$

c) $a = b - c$

e) $a = \frac{c}{b}$

b) $a = c - b$

d) $a = bc$

f) $a = \frac{b}{c}$

3. Z podanego wzoru wyznacz c .

a) $a = bc - d$

d) $a = \frac{b+c}{d}$

g) $a = \frac{b}{c-d}$

b) $a = bc + d$

e) $a = \frac{b-c}{d}$

h) $a = b - \frac{c}{d}$

c) $a = c(b-d)$

f) $a = \frac{b}{c+d}$

i) $a = \frac{b}{c} + d$

4. Z podanego wzoru wyznacz każdą z wielkości występujących w ramce.

a) $G = \frac{1}{R}$ R

d) $p = \frac{F}{S}$ F, S

g) $V = Ph$ P, h

j) $c = \frac{7}{2} \cdot \frac{R}{M}$ R, M

b) $B = \frac{1}{k}$ k

e) $d = \frac{m}{V}$ m, V

h) $P = UI$ U, I

k) $c = 4 \cdot \frac{R}{M}$ R, M

c) $I = \frac{U}{R}$ U, R

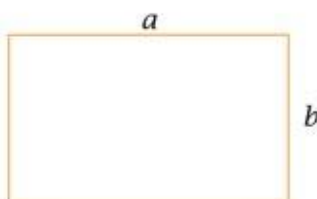
f) $Q = mg$ m, g

i) $c = \frac{5R}{2M}$ R, M

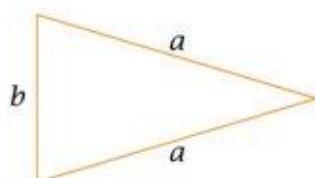
l) $c = N \cdot \frac{34}{M}$ N, M

5. Napisz wzór na obwód (L) narysowanej figury. Wyznacz a z tego wzoru.

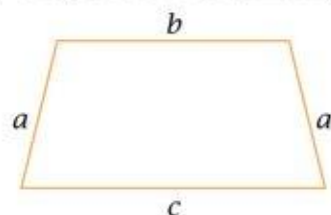
a) prostokąt



b) trójkąt równoramienny

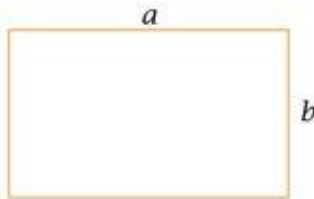


c) trapez równoramienny

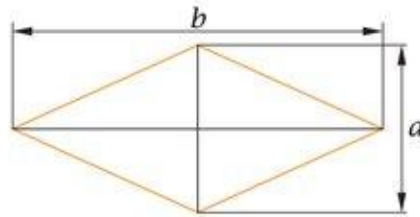


6. Napisz wzór na pole (P) narysowanej figury. Wyznacz a z tego wzoru.

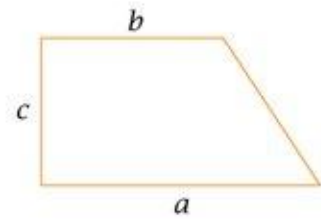
a) prostokąt



b) romb



c) trapez prostokątny



7. Wyznacz R z podanego wzoru.

a) $P = RI^2$

b) $P = \frac{U^2}{R}$

c) $F = \frac{mv^2}{R}$

8. Z podanego wzoru fizycznego wyznacz wskazaną wielkość.

a) $p = \frac{F}{S}$ F

c) $Q = dgV$ d

e) $p = \frac{nRT}{V}$ R

b) $pV = \frac{m}{M}RT$ V

d) $E = \frac{mv^2}{2}$ m

f) $a = \frac{V^2}{r}$ r

Pomyśl

9. Do zwisającego swobodnie sznurka doczepiono ciężarek. Jeśli długość tak powstałego wahadła wynosi l metrów, to jedno wahnięcie (w tę i z powrotem) trwa w przybliżeniu $2\sqrt{l}$ sekund.

a) Oblicz, jak długo trwa wahnięcie wahadła o długości:

- 4 m • 9 m • 49 cm

b) Oblicz, jaką długość powinno mieć wahadło, aby jedno wahnięcie trwało:

- 1 s • 0,5 s • 1,8 s

10. Do pierwszego z danych wzorów podstaw drugi i uprość otrzymane wyrażenie.

a) $a = b + c$; $c = d + e$

g) $p = 0,7q^2r$; $r = 0,2q$

b) $a = b - c$; $c = d - e$

h) $P = UI$; $U = IR$

c) $a = bc$; $c = d - e$

i) $P = \frac{1}{2}ah$; $h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$

d) $a = \frac{b}{c}$; $c = \frac{d}{e}$

j) $V = Ph$; $P = a^2$

e) $a = \frac{b}{c}$; $c = b + d$

k) $E = \frac{mv^2}{2}$; $m = dg$

f) $x = \frac{y}{z}$; $z = y^2$

l) $s = \frac{1}{2}at^2$; $a = \frac{v}{t}$

Sprawdź się

1. Dany jest wzór $A = \frac{B+C}{4}$. Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F — jeśli jest fałszywe.

Wartość B dla $A = 8$ i $C = 3$ jest liczbą nieparzystą.	P	F
Z tego wzoru wynika, że $C = 4(A - B)$.	P	F

2. Dany jest wzór $P = am + b$. Dokończ poniższe zdania. Wybierz odpowiedzi spośród A i B oraz spośród C i D.

Wielkość b wyznaczona z tego wzoru jest równa: A. $b = \frac{P}{am}$ B. $b = P - am$

Ze wzoru wynika, że wielkość m jest równa: C. $m = \frac{P-b}{a}$ D. $m = \frac{P}{a} - b$

7 Zadania testowe

1. O liczbie x wiadomo, że jest 5 razy większa od swojego kwadratu. Warunek ten można zapisać za pomocą równania:

A. $x = x^2 - 5$ B. $x - 5 = x^2$ C. $5x = x^2$ D. $x : 5 = x^2$

2. Jeśli wielokąt ma n boków, to liczbę jego przekątnych można obliczyć ze wzoru $\frac{n(n-3)}{2}$. Dokończ poniższe zdania. Wybierz odpowiedzi spośród A i B oraz spośród C i D.

Ze wzoru wynika, że wielokąt o 20 bokach ma:

A. 170 przekątnych B. 70 przekątnych

Liczbę boków wielokąta o 35 przekątnych można obliczyć za pomocą równania:

C. $\frac{35(35-3)}{2} = x$ D. $\frac{x(x-3)}{2} = 35$

3. Ania ma x złotych. Gdyby miała trzy razy więcej pieniędzy, niż ma teraz, to miałaby o 10 zł więcej niż połowa kwoty, którą ma teraz. Tę sytuację opisuje równanie:

A. $3x = x - 2 + 10$ C. $3x + 10 = x : 2$

B. $x + 3 = 10(x - 2)$ D. $3x = x : 2 + 10$

4. Jednym z rozwiązań równania $n^2 + n = 2$ jest liczba:

A. 0 B. 1 C. 2 D. -1

5. Rozwiązaniem równania $x^2 = x + 2$:

- A. jest tylko liczba -1 C. są liczby -1 i 2
 B. jest tylko liczba 2 D. są liczby -1 i 1

6. Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F — jeśli jest fałszywe.

Rozwiązaniem równania $2(x - 1) - 3(x - 2) = 2$ jest liczba 2 .	P	F
Liczba 3 spełnia równanie $\frac{3x+1}{2} - 5 = 0$.	P	F
Liczba -6 nie jest rozwiązaniem równania $4x + 25 = -11 - 2x$.	P	F

7. Spośród rozwiązań danych równań najmniejszą liczbą jest rozwiązanie równania:

- A. $6x + 3 = -9$ B. $6x - 3 = 9$ C. $-6x - 3 = -9$ D. $-6x + 3 = 9$

8. Dane są równania:

$$2x + 3 - x = 2 + x \quad x + 2 = 2(2x + 1) \quad 3(x - 2) = -6 + 3x \quad 3 - 2x = 2x - 3$$

Ile spośród tych równań ma nieskończenie wiele rozwiązań?

- A. jedno B. dwa C. trzy D. wszystkie

9. Którym z podanych wyrażeń należy zastąpić literę a w równaniu $5x - 2 = a$, aby otrzymane równanie było sprzeczne?

- A. $5x - 2$ B. $-5x + 2$ C. $5x$ D. $5a - 2$

10. Którym z podanych wyrażeń należy zastąpić literę a w równaniu $a + x = 3x - 2$, aby otrzymane równanie było tożsamościowe?

- A. $2x - 2$ B. $2x + 2$ C. $2a - 2$ D. $-2x + 2$

11. Czworo uczniów przekształcało równania.

Ala
$-12x + 4 = -20$
$3x - 1 = 5$

Tomek
$8 - x = \frac{1}{2}x$
$16 - x = x$

Jadzia
$2 - 3x = 5x$
$-8x = -2$

Olek
$8x - 3 - 5x = 0$
$3x = 3$

Kto poprawnie przekształcił równanie?

- A. tylko Ala C. tylko Ala i Tomek
 B. tylko Olek i Jadzia D. tylko Ala, Olek i Jadzia

12. Troje uczniów rozwiązywało równanie $6(3 - x) = 3x$. Każdy zrobił to inaczej.

Darek

$$\begin{aligned} 6(3 - x) &= 3x \\ 18 - 6x &= 3x \\ 12x &= 3x \\ 9x &= 0 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

Basia

$$\begin{aligned} 6(3 - x) &= 3x \\ 2(3 - x) &= x \\ 6 - 2x &= x \\ 6 &= 3x \\ x &= 2 \end{aligned}$$

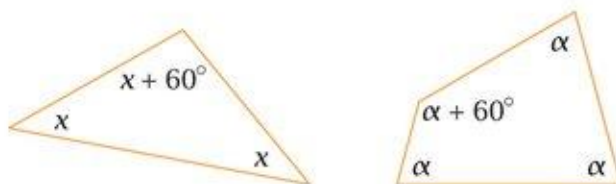
Andrzej

$$\begin{aligned} 6(3 - x) &= 3x \\ 18 - 6x &= 3x \\ -9x &= 18 \\ x &= -2 \end{aligned}$$

Przeczytaj komentarze uczniów i oceń ich prawdziwość. Wybierz P, jeśli komentarz jest prawdziwy, lub F — jeśli jest fałszywy.

Andrzej: Wszyscy rozwiązyaliśmy równanie poprawnie. Po prostu ma ono trzy rozwiązania.	P	F
Basia: Darek popełnił błąd, ponieważ $18 - 6x$ nie jest równe $12x$.	P	F
Darek: Rozwiązanie Andrzeja jest poprawne, ponieważ liczba -2 spełnia równanie.	P	F

13. W trójkącie i czworokącie dane są kąty jak na rysunku.



Różnica między miarami kątów α i x to:

- A. 30° B. 35° C. 45° D. 60°
14. Obwód kwadratu jest o 6 cm większy od długości jego boku. Pole tego kwadratu wynosi:
- A. $2,25 \text{ cm}^2$ B. 4 cm^2 C. 6 cm^2 D. 36 cm^2
15. Jeden z boków trójkąta jest o 4 cm krótszy od najdłuższego boku i o 5 cm dłuższy od najkrótszego boku. Obwód tego trójkąta jest równy 34 cm. Dokończ poniższe zdania. Wybierz odpowiedzi spośród A i B oraz spośród C i D.

Jeżeli literą x oznaczamy długość średniego boku trójkąta, to zależność między długościami boków w tym trójkącie opisuje równanie:

- A. $x + x - 4 + x + 5 = 34$ B. $x + x + 4 + x - 5 = 34$

Jeżeli literą x oznaczamy długość najkrótszego boku trójkąta, to zależność między długościami boków w tym trójkącie opisuje równanie:

- C. $x + x + 4 + x + 5 = 34$ D. $x + x + 5 + x + 9 = 34$

16. Na rysunku przedstawiono cztery pierwsze figury ułożone z patyczków według pewnej reguły.

Figura 1



Figura 2



Figura 3



Figura 4



Odpowiedz na poniższe pytania. Wybierz odpowiedzi spośród A i B, spośród C i D oraz spośród E i F.

Z ilu patyczków będzie się składała figura o numerze 10? A. z 29 B. z 32

Która w kolejności figura ułożona według tej reguły będzie składała się ze 125 patyczków? C. 41 D. 42

Czy według tej reguły można ułożyć figurę składającą się ze 136 patyczków?

E. tak F. nie

17. Równanie $0,6x = 8$ można zinterpretować jako:

- A. 60% liczby 8 równa się x ,
- B. liczba x jest o 60% większa od liczby 8,
- C. 60% liczby x równa się 8,
- D. liczba 8 jest o 60% większa od liczby x .

18. Janek oszczędza na rower. Miał już 20% potrzebnej sumy, ale wydał 10% swoich oszczędności. Zostało mu 135 zł. Ile kosztuje rower, na który oszczędza Janek?

- A. 1350 zł B. 750 zł C. 675 zł D. 2700 zł

19. W wodzie o masie x (gramów) rozpuszczono 30 g soli i otrzymano roztwór dziesięcioprocentowy. Masę wody można wyznaczyć z równania:

- A. $\frac{x}{30} = 0,1$ B. $\frac{30}{30+x} = 0,1$ C. $\frac{30+x}{30} = 0,1$ D. $\frac{30}{x} = 0,1$

20. W 200 g roztworu jest 30 g soli. Aby obliczyć masę wody (w gramach), jaką trzeba dolać do roztworu, żeby otrzymać roztwór dziesięcioprocentowy, można skorzystać z równania:

- A. $\frac{x}{200} = 0,1$ B. $\frac{30+x}{200+x} = 0,1$ C. $\frac{30}{200+x} = 0,1$ D. $\frac{30+x}{200} = 0,1$

21. Jarek przekształcał wzór $3a = \frac{b}{c}$ na różne sposoby i otrzymał:

$$a = \frac{b}{3c} \qquad b = 3ac \qquad c = \frac{b}{3a}$$

Ile z tych przekształceń jest prawidłowych?

- A. tylko jedno B. tylko dwa C. trzy D. żadne

1 Potęga o wykładniku naturalnym

Przypomnij sobie

1. Oblicz.

- a) 3^2 b) 3^3 c) 3^4 d) 3^5

2. Oblicz.

- a) $(-2)^2$ b) $(-2)^3$ c) $(-2)^4$ d) $(-2)^5$

3. Oblicz.

- a) $\left(\frac{1}{5}\right)^2$ b) $\left(-\frac{1}{4}\right)^2$ c) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ d) $\left(-\frac{3}{5}\right)^2$

4. Oblicz.

- a) 6^0 b) 6^1 c) 1^6 d) 0^6

5. a) Jakie jest pole kwadratu o boku długości a ?

b) Jaka jest objętość sześcianu o krawędzi długości b ?

Poćwicz

6. Oblicz w pamięci.

- | | | | | |
|---------------------------------|--------------|----------------|----------------|----------------------------------|
| a) 4^2 | e) 10^5 | i) 0^{13} | m) 1^{503} | r) $\left(\frac{1}{4}\right)^3$ |
| b) 7^2 | f) $(-10)^7$ | j) 0^{2000} | n) $(-1)^{15}$ | s) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4$ |
| c) $\left(\frac{1}{9}\right)^2$ | g) 4^3 | k) 2000^0 | o) 43^1 | t) $0,1^4$ |
| d) $\left(\frac{5}{7}\right)^2$ | h) $(-3)^4$ | l) $(-1000)^0$ | p) $(-1)^1$ | u) $0,2^3$ |

7. Oblicz.

- | | | | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|---------------|---------------|
| a) $\left(1\frac{9}{11}\right)^2$ | c) $\left(2\frac{1}{2}\right)^3$ | e) $\left(-3\frac{1}{3}\right)^4$ | g) $0,7^2$ | i) $(-1,6)^2$ |
| b) $\left(-5\frac{5}{7}\right)^2$ | d) $\left(-1\frac{2}{3}\right)^3$ | f) $\left(1\frac{1}{2}\right)^5$ | h) $(-0,4)^3$ | j) $1,1^3$ |

8. Oblicz w pamięci.

- a) $(-2)^3$ c) $(-3)^2$ e) $(-10)^5$ g) $(-217)^1$ i) $\left(-\frac{1}{3}\right)^2$
b) $(-1)^4$ d) $(-10)^4$ f) $(-534)^0$ h) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3$ j) $\left(-2\frac{1}{2}\right)^2$

9. Oblicz.

- a) $3^3 \cdot 10^2$ c) $8^2 : 2^3$ e) $\frac{4^2 \cdot 2^3}{8^2}$ g) $\frac{6^2}{2^4 \cdot 3^3}$
b) $5^2 \cdot 2^4$ d) $10^5 : 5^2$ f) $\frac{2^4 \cdot 5^3}{10^5}$ h) $\frac{10^4}{4^2 \cdot 5^3}$

Pomyśl

10. Przedstaw w postaci jednej potęgi:

- a) liczbę 5 razy większą od 5^{30} , c) jedną czwartą liczby 2^{100} ,
b) jedną trzecią liczby 3^{70} , d) liczbę 8 razy większą niż 2^{50} .

11. Ile razy liczba a jest mniejsza od liczby b ?

- a) $a = 17^8$, $b = 17^9$ c) $a = 5^{13}$, $b = 5^{16}$
b) $a = 9^{21}$, $b = 9^{23}$ d) $a = 2^{100}$, $b = 2^{104}$

12. Czy liczby a i b są równe? Jeśli nie są równe, to ustal, która jest większa.

- a) $a = (-6)^8$, $b = 6^8$ e) $a = (-3)^{10}$, $b = (-3)^{11}$
b) $a = (-5)^9$, $b = -5^9$ f) $a = -8^{12}$, $b = (-8)^{13}$
c) $a = (-11)^{13}$, $b = -(-11)^{13}$ g) $a = -(-7)^6$, $b = -(-7)^5$
d) $a = -(-9)^6$, $b = -9^6$ h) $a = -(-12)^{13}$, $b = -12^{14}$

13. Ustal, która z liczb — a czy b — jest większa.

- a) $a = 11^6$, $b = 11^5$ g) $a = \left(-\frac{1}{3}\right)^{11}$, $b = (-3)^{10}$
b) $a = (-7)^9$, $b = 7^4$ h) $a = \left(-\frac{1}{9}\right)^7$, $b = (-9)^7$
c) $a = 9^7$, $b = (-9)^8$ i) $a = \left(\frac{1}{3}\right)^8$, $b = \left(\frac{1}{3}\right)^7$
d) $a = (-13)^5$, $b = (-13)^4$ j) $a = \left(-\frac{1}{5}\right)^9$, $b = \left(\frac{1}{5}\right)^3$
e) $a = \left(\frac{1}{4}\right)^5$, $b = 4^5$ k) $a = \left(-\frac{1}{2}\right)^{15}$, $b = \left(-\frac{1}{2}\right)^{12}$
f) $a = \left(\frac{1}{3}\right)^6$, $b = (-3)^7$ l) $a = \left(\frac{1}{7}\right)^5$, $b = \left(-\frac{1}{7}\right)^6$

14. Ustaw liczby a, b, c, d w kolejności od najmniejszej do największej.

- a) $a = 7^4, b = 7^0, c = 7^8, d = (-7)^3$
- b) $a = (-2)^{10}, b = 2^1, c = (-2)^8, d = (-2)^9$
- c) $a = (-3)^7, b = 3^8, c = 3^6, d = (-3)^5$
- d) $a = (-5)^3, b = \left(\frac{1}{5}\right)^3, c = 5^3, d = \left(-\frac{1}{5}\right)^3$
- e) $a = \left(-\frac{1}{7}\right)^9, b = \left(\frac{1}{7}\right)^9, c = (-7)^9, d = 7^9$
- f) $a = \left(-\frac{1}{6}\right)^4, b = \left(\frac{1}{6}\right)^5, c = 6^2, d = \left(-\frac{1}{6}\right)^5$
- g) $a = \left(\frac{1}{4}\right)^0, b = \left(\frac{1}{4}\right)^5, c = \left(\frac{1}{4}\right)^2, d = \left(-\frac{1}{4}\right)^7$
- h) $a = \left(\frac{1}{3}\right)^5, b = \left(-\frac{1}{3}\right)^4, c = \left(\frac{1}{3}\right)^1, d = \left(-\frac{1}{3}\right)^3$
- i) $a = \left(-\frac{2}{5}\right)^5, b = \left(-\frac{2}{5}\right)^6, c = \left(\frac{2}{5}\right)^0, d = \left(-\frac{2}{5}\right)^8$

15. Która z liczb — a czy b — jest większa? Liczby oszacuj w pamięci.

- a) $a = 2^8, b = 400$
- b) $a = 99^2, b = 10\,000$
- c) $a = (-11)^5, b = 100\,000$
- d) $a = 19,5^3, b = 8000$
- e) $a = (-30)^3, b = -25\,000$
- f) $a = 0,4^5, b = 1$
- g) $a = 0,03^2, b = 0,001$
- h) $a = \left(-\frac{1}{2}\right)^6, b = 0,01$

16. W ramce przedstawiono nazwy kilku wielkich liczb. Zapisz cyframi:

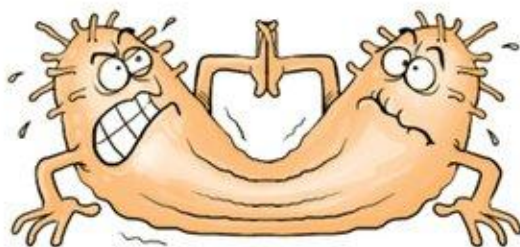
- a) miliard
- b) bilion
- c) trylion
- d) sto milionów
- e) dziesięć miliardów
- f) dziesięć bilionów

milion — 10^6
 miliard — 10^9
 bilion — 10^{12}
 trylion — 10^{18}

*17. a) Przedstaw sumę tysiąca dziesiątek w postaci potęgi liczby 10.

b) Ile trójek trzeba dodać, żeby suma była równa 3^{10} ? Podaj odpowiedź w postaci potęgi liczby 3.

18. W ciągu godziny bakteria dzieli się na dwie nowe bakterie, które po kolejnej godzinie dzielą się ponownie itd. Zapisz w postaci potęgi, ile bakterii powstanie w ten sposób z jednej w ciągu doby, a ile — w ciągu roku.



- *19. Francuzi O. Fermat (czyt. Ferma) i C. Vaniaque (czyt. Waniak) uprawiają hazard. Codziennie O. Fermat przegrywa $\frac{2}{3}$ swojego majątku, a C. Vaniaque zwiększa swój majątek dwukrotnie. Obaj mieli na początku po tysiąc euro. Oblicz, ile będzie miał każdy z nich po 6 dniach.
- *20. W ciągu tygodnia rozpada się połowa promieniotwórczego pierwiastka zwanego jodem-131. W ciągu następnego tygodnia z pozostałej części znowu rozpada się połowa itd.
- Zapisz w postaci potęgi, jaka część początkowej ilości jodu-131 pozostanie po 4 tygodniach, a jaka — po roku. Przyjmij, że rok ma dokładnie 52 tygodnie.
 - Jaki procent początkowej ilości jodu-131 pozostanie po 2 tygodniach?
 - Zmierzone, że po awarii w pewnym budynku stężenie jodu-131 ośmiokrotnie przekroczyło normę. Po jakim czasie będzie można bezpiecznie wejść do budynku?
- *21. Oblicz sumę cyfr każdej z podanych liczb.
- $10^8 + 10^7$ oraz $10^8 - 10^7$
 - $10^{12} + 10^2$ oraz $10^{12} - 10^2$
 - $10^{10} + 10^8 + 10^5$ oraz $10^{10} - 10^8 - 10^5$
- *22. a) Wykaż, że liczba $3^{95} - 3^{92}$ jest podzielna przez 26.
 b) Wykaż, że liczba $7^{50} + 7^{48}$ jest podzielna przez 50.
 c) Wykaż, że liczba $2^{105} - 2^{101}$ jest podzielna przez 30.

Sprawdź się

- Dane są potęgi: 5^1 , 1^7 , 8^0 , $(-1)^9$.
Ile z nich jest równych 1?
A. jedna B. dwie C. trzy D. cztery
- Ile razy liczba 2^{17} jest mniejsza od liczby 2^{20} ?
A. 2 razy B. 3 razy C. 4 razy D. 8 razy
- Oceń prawdziwość podanych zależności. Wybierz P, jeśli zależność jest prawdziwa, lub F — jeśli jest fałszywa.

a)

$10^3 = 3^{10}$	P	F
$\left(\frac{3}{7}\right)^9 < \left(\frac{7}{3}\right)^9$	P	F

b)

$(-5)^8 = 5^8$	P	F
$0,2^9 > 0,2^8$	P	F

2 Iloczyn i iloraz potęg o jednakowych podstawach

Przypomnij sobie

1. Oblicz (zwróć uwagę na prawidłową kolejność działań).

a) $5 + 3 \cdot 2^2$ b) $(7 - 2)^2 - 3^2$ c) $9 - 4^2 : 2^3$

2. Przedstaw iloczyn w postaci jednej potęgi.

a) $7^{13} \cdot 7$ b) $7^{13} \cdot 7^2$ c) $7^{13} \cdot 7^3$

3. Przedstaw iloraz w postaci jednej potęgi.

a) $5^{13} : 5$ b) $5^{13} : 5^2$ c) $5^{13} : 5^3$

4. Przedstaw iloczyn w postaci jednej potęgi.

a) $3^{10} \cdot 3^5$ b) $5^8 \cdot 5^7$ c) $6^4 \cdot 6^9$

5. Przedstaw iloraz w postaci jednej potęgi.

a) $2^{17} : 2^7$ b) $7^{20} : 7^5$ c) $6^{18} : 6^4$

Poćwicz

6. Przedstaw w postaci jednej potęgi.

a) $6^{15} \cdot 6^8$	c) $2,9^3 \cdot 2,9^9$	e) $5^{17} : 5^2$	g) $\left(\frac{5}{6}\right)^{20} : \left(\frac{5}{6}\right)^{12}$
b) $56^4 \cdot 56^6$	d) $13 \cdot 13^{12}$	f) $\frac{11^{11}}{11^9}$	h) $35^6 : 35$

7. Przedstaw w postaci jednej potęgi.

a) $5^6 \cdot 5^3 \cdot 5^7$	c) $17^5 \cdot 17^{18} : 17^{21}$	e) $5^8 \cdot (5^7 : 5^2)$	g) $\frac{12^6 \cdot 12^7}{12^9}$
b) $3 \cdot 3^{12} \cdot 3$	d) $11^{15} : 11^5 \cdot 11^3$	f) $34^{16} : (34^5 \cdot 34)$	h) $\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{13} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3}{\left(\frac{1}{2}\right)^{14}}$

8. Oblicz.

a) $5^8 : (-5)^5$	c) $(-189)^8 : 189^7$	e) $\frac{5^{11}}{5^4 \cdot (-5)^7}$	g) $\frac{(-7)^5 \cdot 7^6}{(-7)^{10}}$
b) $\frac{(-3)^8}{3^6}$	d) $(-6)^{13} \cdot \frac{1}{6^{11}}$	f) $\frac{(-6)^8 \cdot 6^2}{-6^{10}}$	h) $\frac{(-11)^{11}}{(-11)^5 \cdot 11^4}$

9. Przedstaw w postaci jednej potęgi.

- a) $9 \cdot 3^{11}$ c) $2^{50} : (16 \cdot 2^{10})$ e) $\frac{5^{20}}{5^5 \cdot 5^{12} \cdot 25}$ g) $\frac{4 \cdot 2^7}{8 \cdot 2^5}$
 b) $2^{13} : 32$ d) $\frac{125 \cdot 5^6}{5^7}$ f) $\frac{20^{10}}{20 \cdot 20^6 \cdot 400}$ h) $(81 \cdot 3^{15}) : (3^7 \cdot 27)$

10. Przedstaw w postaci jednej potęgi.

- a) $x^7 \cdot x^3 \cdot x^8$ c) $\frac{a^7 \cdot a^{10}}{a^8}$ e) $\frac{y^8 \cdot y^9}{y \cdot y^7}$
 b) $m^6 \cdot m^9 : m^{10}$ d) $\frac{p^{20}}{p^5 \cdot p^{12}}$ f) $(w^6 : w^4) (w^4 \cdot w^5)$

Pomyśl

11. Która z liczb — a czy b — jest większa?

- a) $a = 2^6 \cdot 2^5$, $b = 2^{15} : 2^6$ c) $a = \frac{3^{22}}{3^2}$, $b = 3^9 \cdot 3^9$
 b) $a = 5^{14} : 5^6$, $b = 5^5 \cdot 5^2$ d) $a = 7^{25} : 7^{13}$, $b = \frac{7^{16}}{7^3}$

12. Ustaw liczby w kolejności od największej do najmniejszej.

- $a = 2^4 \cdot 2^2$ $c = 16 \cdot 2^5$ $e = 2^{11} : 8$ $g = (2^5 \cdot 8) : 32$
 $b = 2^8 : 2$ $d = \frac{2^{10} : 16}{4}$ $f = \frac{2^8 \cdot 4}{2^5}$ $h = (16 : 4) \cdot 2^0$

13. Odgadnij liczbę spełniającą równanie.

- a) $3^3 \cdot 3^5 = 3^x$ c) $23^x \cdot 23^6 = 23^{11}$ e) $3^x : 3^2 = 3^7$
 b) $11^9 : 11^6 = 11^x$ d) $5^2 \cdot 5^x = 5^7$ f) $7^7 : 7^x = 7^2$

*14. Rozwiąż równania.

- a) $15^{2x} \cdot 15^3 = 15^{13}$ c) $9^4 \cdot 9^{3x-4} = 9^{15}$ e) $\frac{41^{3x}}{41^x} = 41^8$
 b) $7^{24} : 7^{2x} = 7^4$ d) $13^{2x+7} : 13^7 = 13^6$ f) $6^x \cdot 6^{12} = 6^{2x}$

15. Najstarsze budowle mają ok. 10^4 lat. Wszechświat ma ok. 10^{10} lat. Ile razy starszy jest wszechświat od tych budowli? Podaj wynik w postaci potęgi liczby 10.

*16. Według indyjskiej legendy Budda, starając się o rękę księżniczki Gopy, musiał zwyciężyć swych konkurentów między innymi w arytmetyce. Wielki matematyk Arjuna zapytał go, czy zna liczby większe niż *koṭi*.

— Sto *koṭi* — odpowiedział Budda — to *ayuta*, sto *ayuta* to *niyuta*, sto *niyuta* to *kaṅkara*, sto *kaṅkara* to *vivara*...

Wiadomo, że *koṭi* to sto razy sto tysięcy. Zapisz wszystkie liczebniki występujące w tej opowieści w postaci potęg liczby dziesięć.

Sprawdź się

- Przyjmij, że $3^9 \approx 20\,000$, a $3^{13} \approx 1\,600\,000$. Skorzystaj z tych przybliżeń i odpowiedz na pytania.
 - Która z poniższych liczb jest najlepszym przybliżeniem liczby 3^{10} ?
A. 23 000 B. 60 000 C. 200 000 D. 600 000
 - Która z poniższych liczb jest najlepszym przybliżeniem liczby 3^{22} ?
A. 1 620 000 B. 21 600 000 C. 32 000 000 000 D. 320 000 000
- Która z poniższych liczb jest równa $\frac{1}{16}$ liczby 2^{32} ?
A. 2^{28} B. 2^{16} C. 2^2 D. $\left(\frac{1}{8}\right)^{32}$
- Czy poniższe równości są prawdziwe dla dowolnej liczby dodatniej? Wskaż poprawne odpowiedzi.

$x^5 \cdot x^3 = x^7 \cdot x$	TAK/NIE
$\frac{x^{14}}{x^{11}} = \frac{x^7}{x^4}$	TAK/NIE
$x^3 \cdot x^6 = \frac{x^{18}}{x^2}$	TAK/NIE

3 Potęgowanie potęgi

Przypomnij sobie

- Przedstaw w postaci jednej potęgi.
 - $49 \cdot 7$
 - $16 \cdot 8$
 - $25 \cdot 125$
 - $81 \cdot 27$
- Oblicz.
 - $3^{15} : (3^5 \cdot 3^7)$
 - $\frac{7^5 \cdot 7^4}{7^8}$
 - $\frac{2^{11}}{2^3 \cdot 2^8}$
 - $\frac{5^9 \cdot 5}{5^5 \cdot 5^3}$
- Przedstaw w postaci jednej potęgi.
 - $3^7 \cdot 3^7$
 - $2^9 \cdot 2^9 \cdot 2^9$
 - $7^6 \cdot 7^6 \cdot 7^6 \cdot 7^6$
 - $6^{13} \cdot 6^{13} \cdot 6^{13} \cdot 6^{13} \cdot 6^{13}$
- Przedstaw w postaci jednej potęgi.
 - $(6^3)^2$
 - $(5^4)^2$
 - $(3^2)^3$
 - $(7^5)^3$

5. Przedstaw w postaci jednej potęgi.

a) $(p^7)^3$ b) $(x^5)^2$ c) $(m^4)^{10}$ d) $(a^6)^5$

6. Które z poniższych liczb są równe?

$3^7 \cdot 3^7$ $(3^7)^7$ $3^7 + 3^7$ $(3^7)^2$ $3 \cdot 3^7$ $(3^2)^7$ $7 \cdot 3^7$

Poćwicz

7. Zapisz w postaci jednej potęgi.

a) $(10^3)^5$ c) $\left(\left(\frac{3}{7}\right)^7\right)^{10}$ e) $((-5)^3)^2$ g) $\left(\left(-\frac{5}{9}\right)^4\right)^5$
 b) $(13^7)^4$ d) $(0,5^7)^2$ f) $((-3)^3)^7$ h) $((-0,23)^6)^8$

8. Zapisz w postaci jednej potęgi.

a) $((2^3)^4)^5$ c) $((0,17^5)^2)^8$ e) $(((-6)^4)^3)^3$ g) $(((-5)^3)^3)^3$
 b) $((6^3)^{10})^7$ d) $\left(\left(\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)^3\right)^4$ f) $(((-3)^3)^5)^5$ h) $(((-7)^3)^4)^5$

9. Zapisz w postaci jednej potęgi.

a) $(3^4)^5 \cdot (3^7)^3$ d) $(6^7)^4 : ((6^4)^2)^2$ g) $\frac{(3^6)^5 \cdot 3^5}{(3^5)^3}$
 b) $(5^2)^6 : (5^3)^2$ e) $(2^3)^5 \cdot (2^4)^2 \cdot 2^5$ h) $\frac{5^{20}}{(5^2)^3 \cdot (5^4)^2}$
 c) $((7^2)^5)^3 \cdot (7^3)^4$ f) $(11^6)^2 \cdot 11^8 : (11^3)^6$ i) $\frac{(4^{20})^3 \cdot (4^{10})^2}{(4^5)^4 \cdot (4^{30})^2}$

10. Zapisz w postaci jednej potęgi.

a) $(a^5)^7 \cdot a^3$ d) $(d^7)^4 : (d^3)^3$ g) $\frac{(g^3)^5 \cdot g^4}{g^{10}}$
 b) $b^{12} : (b^5)^2$ e) $(e^3)^5 \cdot (e^2)^4 \cdot e$ h) $\frac{h^{16}}{(h^2)^7 : h^2}$
 c) $(c^5)^4 \cdot (c^2)^7$ f) $f^2 \cdot (f^4)^7 : (f^6)^2$ i) $\frac{(i^4)^5 : (i^2)^4}{(i^3)^2 \cdot (i^2)^2}$

*11. Zapisz w postaci jednej potęgi.

a) $\frac{9^{13} \cdot 4^{10}}{(3^5)^4 \cdot (2^7)^2}$ b) $\frac{8^5 \cdot 27^4}{4^4 \cdot 3^5}$ c) $\frac{25^7}{7^5} : \frac{49^9}{125^3}$

Pomyśl

12. a) Przedstaw liczby: 4^7 , 8^5 , 32^{10} jako potęgi o podstawie 2.
 b) Przedstaw liczby: 27^{11} , 81^8 , 9^{12} jako potęgi o podstawie 3.
 c) Przedstaw liczby: 49^2 , 125^4 , 121^7 w postaci potęgi liczby pierwszej.
13. Odgadnij liczbę spełniającą równanie.
 a) $8^4 = x^{12}$ c) $2^{18} = 4^x$ e) $0,1^x = 0,01^8$
 b) $5^6 = x^3$ d) $5^{27} = 125^x$ f) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = \left(\frac{1}{4}\right)^3$
14. Czy liczby a i b są równe? Jeśli nie, to która z nich jest większa?
 a) $a = (7^3)^{14}$, $b = (7^{14})^3$ c) $a = ((5^2)^3)^4$, $b = (5^5)^5$
 b) $a = (11^2)^{15}$, $b = (11^3)^{10}$ d) $a = (13^8)^6$, $b = ((13^{12})^2)^2$
15. Ustaw podane liczby w kolejności od największej do najmniejszej.
 $a = (3^2)^{15}$ $b = (3^3)^7$ $c = 9^5$ $d = 27^5$ $e = (9^2)^6$ $f = 81^4$ $g = (9^2)^3$
- *16. Porównaj podane liczby.
 a) 2^4 , 4^2 b) 2^0 , 0^2 c) 2^{2^3} , $(2^2)^3$ d) 4^{2^4} , $(4^2)^4$ e) 3^{3^3} , $(3^3)^3$
- *17. Jaką liczbą należy zastąpić literę, aby równość była prawdziwa?
 a) $3^3 \cdot 3^4 \cdot 3^5 = x^6$ c) $2^2 \cdot 4^3 \cdot 8^4 = 4^m$
 b) $4 \cdot 4^2 \cdot 2 \cdot 2^3 \cdot 2^5 = a^5$ d) $7 \cdot 7^p \cdot 49 \cdot 49^2 = 1$
- *18. Oblicz wartość wyrażenia $(1999^{2000})^{2001} : (1999^{2001})^{2000}$.
19. Oblicz objętość sześcianu, którego krawędź ma długość a . Odpowiedź zapisz w postaci jednej potęgi.
 a) $a = 10^3$ m b) $a = 10^4$ m c) $a = 10^6$ m d) $a = 10^{12}$ m
20. Zapisz w postaci potęgi liczby 10 objętość sześcianu o krawędzi 1 km. Wyraż ją w następujących jednostkach:
 a) km^3 b) m^3 c) cm^3 d) mm^3
21. Ile razy pole kwadratu o boku a jest większe od pola kwadratu o boku b ?
 a) $a = 10^5$ m, $b = 10^2$ m c) $a = 10^7$ m, $b = 10^3$ cm
 b) $a = 10^7$ cm, $b = 10^6$ cm d) $a = 10^3$ km, $b = 10$ mm

Sprawdź się

1. Dane są liczby:

$$a = 2^{19} \quad b = 8^6 \quad c = 16^5 \quad d = 32^3$$

Odpowiedz na poniższe pytania dotyczące tych liczb.

a) Która z liczb jest największa?

A. a B. b C. c D. d

b) Która z liczb jest dwa razy mniejsza od liczby 2^{21} ?

A. a B. b C. c D. d

2. Wyrażenie $\frac{(x^3)^{10}}{x^6 \cdot x^5}$ jest równe:

A. 1 B. x^2 C. x^{19} D. x^{41}

3. Bok kwadratu ma długość 2^9 . Pole czterech takich kwadratów jest równe:

A. 2^{20} B. 8^9 C. 4^{18} D. 16^{18}

4 Potęgowanie iloczynu i ilorazu

Przypomnij sobie

1. Oblicz.

a) $2^3 \cdot 5^3$ b) $\left(\frac{2}{5}\right)^3$ c) $2^2 \cdot 2^5$ d) $\frac{2^5}{2^2}$ e) $(2 \cdot 5)^3$ f) $\frac{2^3}{5^3}$

2. Dane są liczby:

$$(7^5)^2 \quad \frac{7^5}{7^2} \quad 7^5 \cdot 7^2 \quad 7^7 : 7^5$$

Uporządkuj te liczby w kolejności od najmniejszej do największej.

3. Podnieś do potęgi podane wyrażenie.

a) $(2p)^4$ b) $(7t)^2$ c) $(-5m)^3$ d) $(-3y)^4$

4. Podnieś do potęgi podane wyrażenie.

a) $\left(\frac{2}{x}\right)^3$ b) $\left(\frac{m}{3}\right)^4$ c) $\left(\frac{9}{a^3}\right)^2$ d) $\left(\frac{p^5}{5}\right)^3$

Poćwicz

5. Podnieś do potęgi podane wyrażenie.

- a) $(7a)^2$ c) $(0,1c)^3$ e) $\left(\frac{e}{2}\right)^5$ g) $(8:g)^2$
 b) $(3b)^4$ d) $\left(\frac{1}{7}d\right)^2$ f) $\left(\frac{5}{f}\right)^3$ h) $(h:3)^3$

6. Podnieś do potęgi podane wyrażenie.

- a) $(abc)^6$ b) $(2mn)^4$ c) $(7xyz^3)^2$ d) $\left(\frac{5}{pq}\right)^3$ e) $\left(\frac{u}{3w}\right)^4$ f) $\left(\frac{6x}{5y^5}\right)^2$

7. Podnieś do potęgi podane wyrażenie.

- a) $(-10w^7)^2$ c) $(-4n^4)^3$ e) $(-2p^6)^5$
 b) $(-5a^5)^3$ d) $(-3x^5)^4$ f) $(-10w^4)^7$

8. Podnieś do kwadratu podane wyrażenie.

- a) $5x$ b) $20xy$ c) $15x^2$ d) $\frac{2}{x}$ e) $\frac{3x^2}{2y}$ f) $\frac{xy}{z^2}$

9. Podnieś do potęgi podane wyrażenie. Odpowiedź przedstaw w jak najprostszej postaci.

- a) $\left(\frac{p^4q^7}{5p^3q^4}\right)^2$ b) $\left(\frac{3m^6n^5}{2m^3n}\right)^4$ c) $\left(\frac{5a^7b^8}{2b^5c}\right)^2$ d) $\left(\frac{2a^3b^5c^3}{3b^4c^3d^2}\right)^3$

10. Skorzystaj ze wzoru na potęgę iloczynu lub potęgę ilorazu i oblicz.

- a) $(5 \cdot 10)^2$ c) $\left(\frac{1}{10}\right)^4$ e) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$ g) $(3:10)^3$
 b) $(3 \cdot 100)^3$ d) $\left(\frac{1}{2}\right)^6$ f) $\left(\frac{11}{100}\right)^2$ h) $(2:7)^2$

11. Oblicz.

- a) $2^8 \cdot 5^8$ c) $21^3 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^3$ e) $34^5 : 17^5$ g) $\frac{18^4}{9^4}$
 b) $5^4 \cdot 4^4$ d) $\left(\frac{5}{9}\right)^7 \cdot \left(\frac{9}{5}\right)^7$ f) $33^4 : 11^4$ h) $\frac{60^3}{12^3}$

12. Oblicz.

- a) $1,5^8 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^8$ c) $10000 \cdot 0,2^4$ e) $\frac{\left(\frac{5}{7}\right)^3}{\left(2\frac{1}{7}\right)^3}$
 b) $0,6^5 \cdot \left(6\frac{2}{3}\right)^5$ d) $0,8^5 \cdot 2,5^5$ f) $\frac{0,04^3}{\left(\frac{1}{5}\right)^3}$

Pomyśl

13. Przedstaw w postaci jednej potęgi.

- a) a^2b^2 c) $x^7y^7z^7$ e) $1000b^3$ g) $\frac{125}{p^3}$
b) m^6n^6 d) $25a^2$ f) $\frac{1}{27}c^3$ h) $\frac{u^5}{32}$

14. Przedstaw w postaci jednej potęgi.

- a) p^2q^4 c) $a^{10}b^5c^{20}$ e) $25p^{10}q^8$ g) $\frac{4m^4}{25n^2}$
b) m^6n^9 d) $8u^{15}w^6$ f) $81x^8y^{20}z^4$ h) $\frac{a^{12}b^3c^{15}}{27d^6}$

15. Wiadomo, że $3^5 = 243$. Skorzystaj z tej równości i oblicz.

- a) 30^5 b) $0,3^5$ c) $\left(\frac{1}{3}\right)^5$ d) $(-3)^5$ e) $\left(\frac{3}{100}\right)^5$ f) $\left(3\frac{1}{3}\right)^5$

16. Przyjmij, że $2^{10} \approx 1000$ oraz $3^{10} \approx 60\,000$. Skorzystaj z tych przybliżeń i oszacuj przybliżoną wartość liczby:

- a) 6^{10} b) $1,5^{10}$

17. Potęgę 700^2 można obliczyć następująco:

$$700^2 = (7 \cdot 100)^2 = 7^2 \cdot 100^2 = 49 \cdot 10\,000 = 490\,000$$

Oblicz w podobny sposób, korzystając ze wzorów na potęgę iloczynu i ilorazu.

- a) 20^5 b) 400^3 c) $0,01^3$ d) $0,3^4$

*18. Oblicz sprytnie.

- a) $128 \cdot 5^7$ b) $25^3 \cdot 64$ c) $\frac{10^4}{5^7} \cdot 125$ d) $\frac{32}{27} \cdot 1,5^7$

*19. a) Mniejszy sześcian ma krawędź długości a , większy zaś ma krawędź długości $3a$. Oblicz objętość każdego z nich. Ile razy większa jest objętość większego sześcianu od objętości mniejszego sześcianu?

b) Ile razy zwiększy się objętość sześcianu, gdy jego krawędź zwiększy się x razy?

Sprawdź się

1. Wyrażenie $(a^3)^5 \cdot (a^4)^2$ jest równe:

- A. a^{14} B. a^{23} C. a^{48} D. a^{64}

2. Wynikiem działania $(3\frac{3}{4})^3 \cdot 0,16^3$ jest:
- A. $\frac{27}{125}$ B. 125 C. $\frac{64}{27}$ D. $\frac{3}{4}$
3. Wynikiem którego z poniższych działań jest liczba $\frac{1}{16}$?
- A. $\frac{6^3}{1,5^3}$ B. $\frac{2^4}{8^4}$ C. $4^3 \cdot \frac{1}{8^3}$ D. $7^4 \cdot (\frac{1}{14})^4$
4. Czy poniższe równości są prawdziwe dla dowolnych liczb dodatnich? Wskaż poprawne odpowiedzi.
- $(x^2y^5)^3 = x^5y^8$ TAK/NIE
- $(\frac{a^7}{b^3})^2 = (\frac{a}{b})^8$ TAK/NIE
- $(\frac{2m^6}{n^3})^5 = \frac{32m^{30}}{n^{15}}$ TAK/NIE

5 Działania na potęgach

Przypomnij sobie

1. Przedstaw w postaci jednej potęgi.

a) $a^7 : a^5$ b) $(b^4)^7$ c) $\frac{c^9}{c}$ d) $d \cdot d^5$ e) $\frac{x^6}{y^6}$ f) $m^{10} \cdot n^{10}$

2. Przedstaw jako potęgę liczby 3.

a) 9^5 b) $15^9 : 5^9$ c) $6^7 \cdot 0,5^7$ d) $\frac{3^8}{81}$ e) $27 \cdot 3^7$ f) $9^6 : 3^5$

3. Oblicz.

a) $(\frac{1}{3})^5 \cdot 6^5$ b) $(\frac{1}{5})^7 \cdot 5^4$ c) $\frac{6^7}{6^5}$ d) $21^3 : 7^3$ e) $((\frac{1}{2})^4)^2 \cdot 2^8$

Poćwicz

4. Przedstaw jako potęgę liczby 2.

a) $2^{18} : (2^5 \cdot 2^6)$ c) $(2^4)^5 \cdot 2^3$ e) $(2^4 \cdot 2^{11})^3$ g) $\frac{6^7}{3^7} \cdot 2^3$
 b) $2^7 \cdot (2^{10} : 2^3)$ d) $2^{15} : (2^7)^2$ f) $(2^9 : 2^5)^4$ h) $2^{10} : (14^6 \cdot (\frac{1}{7})^6)$

5. Oblicz.

- a) $2^5 : (2^3 \cdot 2^0)$ c) $\frac{(2^6)^3}{2^{15}}$ e) $(2^4)^6 : (2^{13} \cdot 2^7)$ g) $(2^3 \cdot 2^2)^3 : 2^{12}$
 b) $(2^8 : 2^7)^3$ d) $(2^7)^3 : (2^4)^5$ f) $(2^{11} : 2^3) : (2^4)^2$ h) $(2^5 : 2^3)^6 : 2^{10}$

6. Oblicz.

- a) $\frac{(3^5)^3 \cdot 3^2}{3^8 \cdot 3^6}$ c) $((3^7 \cdot 3^2)^2 : 3^{17})^3$ e) $\frac{(7^6 \cdot 7^4)^3}{(7^{12} : 7^8)^7}$
 b) $(10^7 : 10)^2 : 10^{11}$ d) $\frac{10^5 \cdot 10^3 \cdot (10^2)^7}{10^{20}}$ f) $7^5 \cdot (7^9 : 7^6)^2 : (7^2)^5$

7. Liczba a jest dodatnia. Zapisz jak najprościej.

- a) $\frac{(a^2)^3 \cdot a^5}{a^7}$ c) $\frac{(a^8)^5 : a^{23}}{a^2 \cdot a^7}$ e) $\frac{(a^6)^2 \cdot a^4}{(a \cdot a^3)^3}$
 b) $\frac{a^{13}}{a^{20} : (a^6)^2}$ d) $\frac{(a^5 \cdot a^2)^3}{a^{10} : a^4}$ f) $\frac{(a^3)^3 : a^2}{(a^2 \cdot a)^2 \cdot a}$

Pomyśl

8. Przedstaw wartość wyrażenia w postaci potęgi liczby 3.

- a) $3^5 \cdot 9^3$ c) $3^2 \cdot 9 : 3^3$ e) $\frac{3^2 \cdot 27}{3^5}$
 b) $27^5 : 3^2$ d) $3^7 \cdot \frac{1}{9}$ f) $\frac{3^{10} : 3^2}{81}$

9. Oblicz.

- a) $0,5^6 \cdot 4^3$ c) $\frac{16^3}{8^4}$ e) $\frac{125^7}{25^{10}}$
 b) $8^5 : 4^7$ d) $\left(\frac{1}{81}\right)^5 \cdot 27^8$ f) $(10\,000^9 : 1000^{12})^5$

10. Oblicz.

- a) $2^5 \cdot 4^3 : 8^3$ c) $\frac{9^7 \cdot 27^5}{81^7}$ e) $0,1^6 \cdot (10^2)^3$
 b) $125^5 : (25^4 \cdot 5^6)$ d) $0,2^{13} \cdot 5^6 \cdot 5^7$ f) $(2^7)^4 \cdot 0,5^{25}$

11. Oblicz.

- a) $\frac{2^{13} \cdot 5^{13}}{10^{13}}$ c) $\frac{1000^7 : 125^7}{64^3}$ e) $\frac{21^8 \cdot 5^5}{15^5 \cdot 7^8}$
 b) $\frac{100^5 : 25^5}{4^5}$ d) $\frac{17^4 \cdot 16}{34^4}$ f) $\frac{45^7 \cdot 4^2}{54^4 \cdot 5^7}$

*12. Oblicz.

a) $\left(\frac{3}{4}\right)^5 \cdot \left(1\frac{1}{3}\right)^4$

c) $(2,25)^7 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{15}$

e) $4^5 \cdot \left(\frac{3}{8}\right)^4$

b) $0,6^9 \cdot \left(1\frac{2}{3}\right)^{11}$

d) $\left(\frac{1}{3}\right)^6 \cdot 6^5$

f) $(3,75)^3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^4$

13. Przedstaw opisaną liczbę w postaci potęgi.

a) Liczba 2 razy większa od liczby 2^8 .

d) Trzecia część liczby 3^{14} .

b) Liczba 9 razy większa od liczby 3^9 .

e) Połowa liczby 4^{10} .

c) Liczba 125 razy większa od liczby 25^6 .

f) Ćwierć liczby 8^{11} .

14. Rozwiąż równanie.

a) $5^x = 25^2$

c) $\frac{(6^5)^2}{36} = 6^x$

e) $2^x = 4^5 \cdot 16$

b) $7^x = 49 \cdot 7^8$

d) $5^x = 125 \cdot 25^4$

f) $81 \cdot 27^2 = 3^x$

*15. Rozwiąż równanie.

a) $(2^x)^2 = 16$

c) $7^x : 7^4 = 49^3$

e) $16 : 8^x = 2$

b) $5^x \cdot 5^6 = 125^5$

d) $2^x \cdot 4^2 = 64$

f) $\frac{3^2 \cdot 9^3}{3^x} = 27$

*16. Jaką potęgę liczby 10 należy wpisać w miejscu $\diamond$?

a) $1 \text{ cm}^2 = \diamond \mu\text{m}^2$

d) $1 \text{ m}^2 = \diamond \mu\text{m}^2$

b) $1 \text{ mm}^3 = \diamond \mu\text{m}^3$

e) $1 \text{ m}^3 = \diamond \mu\text{m}^3$

c) $1 \text{ dm}^3 = \diamond \mu\text{m}^3$

f) $1 \text{ km}^2 = \diamond \mu\text{m}^2$

$1 \text{ m} = 10 \text{ dm}$

$1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$

$1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$

$1 \text{ mm} = 1000 \mu\text{m}$

(μm czytamy „mikrometr”)

Sprawdź się

1. Liczba 25 razy większa od liczby 5^{10} jest równa:

A. 5^{12}

B. 125^{10}

C. 5^{25}

D. 5^{20}

2. Czy poniższe równości są prawdziwe? Wskaż poprawne odpowiedzi.

$(25^2)^3 = 5^{12}$

TAK/NIE

$\frac{2^8}{8^2} = 1$

TAK/NIE

3. Wiadomo, że $7^5 \cdot 7^a = 7^{20}$, $(6^5)^b = 6^{15}$ oraz $\frac{15^5}{c^5} = 3^5$. Wskaż równość prawdziwą.

A. $a = b + c$

B. $a = bc$

C. $a = b = c$

D. $a = b : c$

6 Notacja wykładnicza

Przypomnij sobie

1. Oblicz.

- a) 10^6 b) 10^0 c) 10^1 d) 10^2

2. Przedstaw w postaci potęgi liczby 10.

- a) 1000 b) 10 000 c) 1 000 000 d) 100 000 000

3. Oblicz.

- a) $4,7 \cdot 100$ b) $5,26 \cdot 1000$ c) $8,3 \cdot 10^3$ d) $1,75 \cdot 10^4$

4. Jaką liczbę należy wpisać zamiast litery?

- a) $800 = 8 \cdot 10^a$ b) $47\,000 = 4,7 \cdot 10^b$ c) $6000 = 6 \cdot 10^c$ d) $29\,000 = 2,9 \cdot 10^d$

Poćwicz

5. Zapisz w notacji wykładniczej.

- a) 340 b) 72 000 c) 45 100 d) 3 920 000

6. Zapisz w notacji wykładniczej.

- a) 5,4 tys. c) 125 mln e) 0,46 mln g) 25,6 mld
b) 673 tys. d) 8276 mln f) 79 mld h) 0,51 mld

7. Zapisz bez użycia potęg.

- a) $8 \cdot 10^4$ b) $2,7 \cdot 10^5$ c) $7,21 \cdot 10^3$ d) $5,94 \cdot 10^6$

8. Zapisz podane informacje w notacji wykładniczej.

- a) W każdym oku człowieka znajduje się około 100 000 000 pręcików oraz około 6 000 000 czopków.
b) Mózg człowieka składa się z około 10 000 000 000 000 komórek.
c) Szklanka wody zawiera około 8 300 000 000 000 000 000 000 000 cząsteczek.

9. Wyraż podane długości w metrach i zapisz je w notacji wykładniczej.

- a) 317 km b) 27,5 km c) 3,8 tys. km d) 252 mln km

Pomyśl

10. Zapisz podane liczby w notacji wykładniczej.
a) $600 \cdot 10^7$ b) $65 \cdot 10^{10}$ c) $832 \cdot 10^5$ d) $0,49 \cdot 10^3$
11. Oblicz i podaj wynik w notacji wykładniczej.
a) $2 \cdot (3 \cdot 10^4)$ b) $5 \cdot (4 \cdot 10^7)$ c) $7 \cdot (6 \cdot 10^9)$ d) $70 \cdot (5 \cdot 10^8)$
12. Oblicz i podaj wynik w notacji wykładniczej.
a) $(2 \cdot 10^5) \cdot (4 \cdot 10^6)$ b) $(6 \cdot 10^8) \cdot (5 \cdot 10^2)$
13. Oblicz i podaj wynik w notacji wykładniczej.
a) $(8 \cdot 10^{10}) : (4 \cdot 10^7)$ b) $(6 \cdot 10^{12}) : (2 \cdot 10^9)$
14. Oblicz objętość sześcianu o danej krawędzi. Wynik podaj w notacji wykładniczej.
a) $8 \cdot 10^7 \text{ m}$ b) $1,2 \cdot 10^{24} \text{ m}$
15. Oblicz pole kwadratu o boku podanej długości. Wynik podaj w metrach kwadratowych za pomocą notacji wykładniczej.
a) 20 km b) 80 tys. km
16. Światło porusza się z prędkością około $3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, a ślimak — około $10 \frac{\text{cm}}{\text{min}}$. Oblicz w przybliżeniu, ile razy szybciej od ślimaka porusza się światło. Wynik zapisz w notacji wykładniczej.
17. Oszacuj i zapisz w notacji wykładniczej.
a) Ile dni ma Ziemia, skoro liczy 4,6 mld lat?
b) Ile minut temu skończyła się II wojna światowa?
c) Ile sekund minęło od chrztu Polski?
- *18. Jak głosi legenda, wynalazca szachów poprosił sułtana o pozornie niewielką nagrodę: 1 ziarno pszenicy za pierwsze pole szachownicy, 2 ziarna za drugie pole, 4 ziarna za trzecie, 8 ziaren za czwarte itd. Skorzystaj z przybliżenia $2^{10} = 1024 \approx 1000 = 10^3$.
a) Ile ziaren pszenicy powinien otrzymać wynalazca szachów za ostatnie pole? Wynik zapisz w postaci notacji wykładniczej.
b) Przyjmij, że jedno ziarno waży około 0,001 g, i oblicz, ile ton pszenicy powinien dostać wynalazca za ostatnie pole.
c) Porównaj ilość pszenicy za ostatnie pole z ilością obecnie zbieraną w ciągu roku na świecie (około 700 mln ton).

Sprawdź się

1. Oceń prawdziwość podanych zdań dla liczb $a = 300\,000$ i $b = 6 \cdot 10^{15}$. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F — jeśli jest fałszywe.

Liczbę a można przedstawić w notacji wykładniczej jako $3 \cdot 10^5$.	P	F
Liczba b jest $2 \cdot 10^{10}$ razy większa od liczby a .	P	F

2. Rok świetlny — czyli jednostka odległości używana w astronomii — jest równy $9,5 \cdot 10^{15}$ m, czyli odległości, jaką pokonuje światło w ciągu roku ziemskiego.

a) Odległość między najdalszymi gwiazdami Drogi Mlecznej wynosi 100 000 lat świetlnych. Odległość ta wyrażona w metrach jest równa:

- A. $9,5 \cdot 10^{20}$ m C. $9,5 \cdot 100\,000^{75}$ m
 B. $9,5 \cdot 10^{75}$ m D. $9,5 \cdot 10^{10}$ m

b) Odległość z Ziemi do gwiazdy Proxima Centauri jest równa 4 latom świetlnym, czyli wynosi:

- A. $13,5 \cdot 10^{15}$ m B. $3,8 \cdot 10^{16}$ m C. $9,5 \cdot 10^{19}$ m D. $3,8 \cdot 10^{14}$ m

7 Notacja wykładnicza (cd.)

Przypomnij sobie

1. Oblicz.

- a) 10^{-1} b) 10^{-2} c) 10^{-5} d) 10^{-8}

2. Przedstaw w postaci potęgi liczby 10.

- a) $\frac{1}{100}$ b) 0,001 c) 0,000001 d) $\frac{1}{10^{12}}$

3. Oblicz.

- a) $9 \cdot 0,01$ b) $2,7 \cdot 0,001$ c) $6 \cdot 10^{-2}$ d) $5,3 \cdot 10^{-4}$

4. Jaką liczbę należy wpisać zamiast litery?

- a) $0,2 = 2 \cdot 10^a$ b) $0,007 = 7 \cdot 10^b$ c) $0,56 = 5,6 \cdot 10^c$ d) $0,000021 = 2,1 \cdot 10^d$

Poćwicz

5. Zapisz w notacji wykładniczej.
a) 0,005 b) 0,0083 c) 0,00054 d) 0,0000281
6. Zapisz w notacji wykładniczej.
a) 7 tysięcznych b) 6 milionowych c) 35 stutysięcznych d) 85 stumilionowych
7. Zapisz bez użycia potęg.
a) $3 \cdot 10^{-2}$ b) $4,5 \cdot 10^{-4}$ c) $9,13 \cdot 10^{-5}$ d) $7,01 \cdot 10^{-3}$
8. Zapisz podane informacje w notacji wykładniczej.
a) Pyłek niezapominajki ma średnicę około 0,000006 m.
b) Włos człowieka rośnie z szybkością około $0,000000009 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.
c) Wirus grypy waży około 0,0000000000007 grama.
9. Wyraż podane długości w metrach i zapisz je w notacji wykładniczej ($1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$).
a) 25 mm b) 0,3 mm c) 500 mm d) $28 \mu\text{m}$
10. Odpowiedz na pytania.
a) Czy cięższa jest jedna karta do gry o masie $1,8 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$, czy moneta jedno-groszowa o masie 1,64 g?
b) Czy grubsza jest żyłka o grubości 0,2 mm, czy nić o grubości $2,4 \cdot 10^{-4} \text{ m}$?
c) Czy większą objętość ma kropla wody o objętości $5 \cdot 10^{-5} \text{ l}$, czy kropla rtęci o objętości 0,23 ml?

Pomyśl

11. Jaką potęgę liczby 10 należy wstawić w miejsce gwiazdki?
a) $1 \text{ m} = \star \text{ cm}$, $1 \text{ cm} = \star \text{ m}$ c) $1 \text{ km} = \star \text{ cm}$, $1 \text{ cm} = \star \text{ km}$
b) $1 \text{ t} = \star \text{ kg}$, $1 \text{ kg} = \star \text{ t}$ d) $1 \text{ t} = \star \text{ mg}$, $1 \text{ mg} = \star \text{ t}$
12. Zapisz podane liczby w notacji wykładniczej.
a) $3000 \cdot 10^{-9}$ b) $725 \cdot 10^{-8}$ c) $0,3 \cdot 10^{-6}$ d) $0,014 \cdot 10^{-4}$
13. Oblicz i podaj wynik w notacji wykładniczej.
a) $4 \cdot (2 \cdot 10^{-5})$ b) $3 \cdot (5 \cdot 10^{-3})$ c) $6 \cdot (9 \cdot 10^{-6})$ d) $5 \cdot (40 \cdot 10^{-7})$

14. Oblicz i podaj wynik w notacji wykładniczej.

- a) $(3 \cdot 10^9) \cdot (2 \cdot 10^{-4})$ c) $(2 \cdot 10^{-8}) \cdot (9 \cdot 10^2)$
 b) $(8 \cdot 10^{-5}) \cdot (7 \cdot 10^{-4})$ d) $(7 \cdot 10^9) \cdot (8 \cdot 10^{-6})$

15. Oblicz i podaj wynik w notacji wykładniczej.

- a) $(8 \cdot 10^{-8}) : (2 \cdot 10^{-2})$ c) $(6 \cdot 10^{-9}) : (3 \cdot 10^4)$
 b) $(9 \cdot 10^{-5}) : (3 \cdot 10^{-11})$ d) $(8 \cdot 10^5) : (4 \cdot 10^{-6})$

*16. Oblicz i podaj wynik w notacji wykładniczej.

- a) $(2,8 \cdot 10^3) : (4 \cdot 10^9)$ d) $(9,5 \cdot 10^7) + (3 \cdot 10^5)$
 b) $(1,8 \cdot 10^2) : (9 \cdot 10^{-7})$ e) $(6,7 \cdot 10^9) - (2 \cdot 10^8)$
 c) $(8,2 \cdot 10^{-7}) + (2 \cdot 10^{-8})$ f) $(8,6 \cdot 10^{-5}) - (5 \cdot 10^{-6})$

W tabeli podano przybliżone masy różnych obiektów. Skorzystaj z tych informacji i rozwiąż zadania 17-19.

elektron	$9 \cdot 10^{-31}$ kg
atom złota	$3 \cdot 10^{-25}$ kg
ziarno grochu	$5 \cdot 10^{-5}$ kg
wieża Eiffla	10^7 kg
Księżyc	$7 \cdot 10^{22}$ kg
Ziemia	$6 \cdot 10^{24}$ kg
Słońce	$2 \cdot 10^{30}$ kg

17. Oblicz masę (wynik podaj w notacji wykładniczej):

- a) dwóch atomów złota,
 b) jednej półkuli Ziemi,
 c) czterech ziaren grochu.

18. Odpowiedz na pytanie. Wynik podaj w notacji wykładniczej.

- a) Ile razy masa Księżyca jest większa od masy wieży Eiffla?
 b) Ile razy masa wieży Eiffla jest mniejsza od masy Słońca?
 c) Ile ziaren grochu waży w sumie tyle co wieża Eiffla?

*19. Odpowiedz na pytanie. Wynik podaj w notacji wykładniczej.

- a) Ile razy elektron jest lżejszy od Słońca?
 b) Ile ważą w sumie Ziemia i Księżyc?

20. Oblicz objętość sześcianu o danej krawędzi. Wynik podaj w notacji wykładniczej.

- a) $1,3 \cdot 10^{-9}$ m b) $5 \cdot 10^{-30}$ m

21. Oblicz pole kwadratu o boku podanej długości. Wynik podaj w metrach kwadratowych za pomocą notacji wykładniczej.

- a) 3 μ m b) 120 nm c) 0,05 mm

$$1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$$

$$1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$$

- *22. Jednostką masy używaną w chemii jest tzw. atomowa jednostka masy (w skrócie: u) równa $1,66 \cdot 10^{-24}$ g, czyli $1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-24}$ g. Jest ona szczególnie przydatna do wyrażania mas niewielkich obiektów, m.in. atomów i cząsteczek. Na przykład masa atomowa węgla wynosi 12 u, tzn. że jeden atom węgla ma masę równą 12 u. Zatem jego masa wyrażona w gramach wynosi: $12 \cdot 1,66 \cdot 10^{-24} \text{ g} = 1,992 \cdot 10^{-23} \text{ g}$.

Wyraż w gramach podaną masę i zapisz ją w notacji wykładniczej.

- Masa atomu helu wynosi 4 u.
- Masa atomu sodu wynosi 23 u.
- Atom srebra ma masę atomową równą 108 u.
- Masa cząsteczki wody jest równa sumie mas dwóch atomów wodoru, każdy o masie 1 u oraz jednego atomu tlenu, którego masa wynosi 16 u.

Sprawdź się

- Liczby $a = 5,27 \cdot 10^{-3}$, $b = 0,0023$, $c = 1400 \cdot 10^{-5}$ spełniają warunek:
A. $a < b < c$ B. $c < b < a$ C. $b < a < c$ D. $a < c < b$
- Pantofelek to organizm jednokomórkowy o długości od $50 \mu\text{m}$ do $350 \mu\text{m}$. Wiadomo, że 1 milion mikrometrów jest równy 1 metrowi, czyli $1\,000\,000 \mu\text{m} = 1 \text{ m}$. Czy poniższe zdania są prawdziwe? Wskaż poprawne odpowiedzi.

Najmniejsze pantofelki mają długość $5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$.	TAK/NIE
Największe pantofelki mają długość $0,35 \text{ mm}$.	TAK/NIE
Pantofelek może mieć długość $2 \cdot 10^{-2} \text{ cm}$.	TAK/NIE

8 Pierwiastki

Przypomnij sobie

- Podaj dwie liczby, które spełniają dane równanie.

a) $x^2 = 25$	b) $x^2 = \frac{9}{49}$	c) $x^2 = 0,16$
---------------	-------------------------	-----------------
- Podaj liczbę dodatnią, która spełnia dane równanie.

a) $x^2 = 36$	b) $x^2 = \frac{64}{81}$	c) $x^2 = 0,04$
---------------	--------------------------	-----------------

3. Podaj liczbę, która spełnia dane równanie.

a) $x^3 = 125$ b) $x^3 = -\frac{8}{27}$ c) $x^3 = 0,001$

4. Oblicz.

a) $\sqrt{4}$ b) $\sqrt{\frac{1}{4}}$ c) $\sqrt{100}$ d) $\sqrt{\frac{9}{25}}$

5. Oblicz.

a) $\sqrt[3]{8}$ b) $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$ c) $\sqrt[3]{-27}$ d) $\sqrt[3]{\frac{8}{125}}$

6. Oblicz.

a) $\sqrt{5^2}$ b) $\sqrt{8^2}$ c) $\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2}$ d) $\sqrt{(0,6)^2}$

7. Oblicz.

a) $\sqrt[3]{2^3}$ b) $\sqrt[3]{(-5)^3}$ c) $\sqrt[3]{\left(\frac{3}{10}\right)^3}$ d) $\sqrt[3]{(0,1)^3}$

8. Oblicz.

a) $(\sqrt{7})^2$ b) $(\sqrt{31})^2$ c) $\left(\sqrt{\frac{5}{9}}\right)^2$ d) $(\sqrt{4,8})^2$

9. Oblicz.

a) $(\sqrt[3]{9})^3$ b) $(\sqrt[3]{-13})^3$ c) $\left(\sqrt[3]{\frac{6}{7}}\right)^3$ d) $(\sqrt[3]{1,04})^3$

10. Oblicz.

a) $\sqrt{17} \cdot \sqrt{17}$ c) $\sqrt{20} \cdot \sqrt{20} \cdot \sqrt{20}$
b) $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{9}$ d) $\sqrt[3]{65} \cdot \sqrt[3]{65} \cdot \sqrt[3]{65} \cdot \sqrt[3]{65}$

Poćwicz

11. Jaką liczbą można zastąpić $\diamond$? Podaj wszystkie możliwości. W których wypadkach nie ma ani jednej takiej liczby?

a) $\diamond^2 = 25$	d) $\diamond^2 = 0$	g) $\diamond^2 = 0,09$	j) $\diamond^2 = 6\frac{1}{4}$
b) $\diamond^2 = 49$	e) $\diamond^2 = -9$	h) $\diamond^2 = -0,25$	k) $\diamond^2 = 5\frac{4}{9}$
c) $\diamond^2 = 1$	f) $\diamond^2 = \frac{1}{4}$	i) $\diamond^2 = \frac{36}{25}$	l) $\diamond^2 = 2,25$

12. Oblicz.

a) $\sqrt{81}$

c) $\sqrt{1600}$

e) $\sqrt{0,04}$

g) $\sqrt{0,0016}$

b) $\sqrt{10\,000}$

d) $\sqrt{4\,000\,000}$

f) $\sqrt{0,64}$

h) $\sqrt{0,0009}$

13. Oblicz.

a) $\sqrt{\frac{1}{9}}$

c) $\sqrt{\frac{16}{49}}$

e) $\sqrt{1\frac{24}{25}}$

g) $\sqrt{2\frac{1}{4}}$

b) $\sqrt{\frac{4}{81}}$

d) $\sqrt{\frac{81}{36}}$

f) $\sqrt{7\frac{1}{9}}$

h) $\sqrt{3\frac{1}{16}}$

14. Jaką liczbą można zastąpić ♥? Czy zawsze jest tylko jedna taka liczba?

a) $\heartsuit^3 = 1$

e) $\heartsuit^3 = \frac{1}{8}$

i) $\heartsuit^3 = 0,008$

b) $\heartsuit^3 = -1$

f) $\heartsuit^3 = \frac{125}{8}$

j) $\heartsuit^3 = 0,125$

c) $\heartsuit^3 = 8$

g) $\heartsuit^3 = 3\frac{3}{8}$

k) $\heartsuit^3 = -0,064$

d) $\heartsuit^3 = -8$

h) $\heartsuit^3 = -3\frac{3}{8}$

l) $\heartsuit^3 = -1,331$

15. Oblicz.

a) $\sqrt[3]{1000}$

c) $\sqrt[3]{8\,000\,000}$

e) $\sqrt[3]{0,125}$

g) $\sqrt[3]{-0,000064}$

b) $\sqrt[3]{64}$

d) $\sqrt[3]{-27\,000}$

f) $\sqrt[3]{-0,027}$

h) $\sqrt[3]{0,000008}$

16. Oblicz.

a) $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$

c) $\sqrt[3]{\frac{125}{8000}}$

e) $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}}$

b) $\sqrt[3]{-\frac{27}{64}}$

d) $\sqrt[3]{-\frac{343}{216}}$

f) $\sqrt[3]{-1\frac{61}{64}}$

17. Oblicz.

a) $4\sqrt{4}$

c) $0,1\sqrt{100}$

e) $-2\sqrt[3]{8}$

g) $100\sqrt[3]{0,001}$

b) $3\sqrt{25}$

d) $20\sqrt{0,04}$

f) $3\sqrt[3]{-27}$

h) $-5\sqrt[3]{-0,125}$

18. Oblicz.

a) $\sqrt[3]{27} - \sqrt{49}$

d) $5\sqrt{16} \cdot 4\sqrt[3]{-125}$

b) $\sqrt{121} - \sqrt[3]{-8}$

e) $3\sqrt[3]{64} : 2\sqrt{64}$

c) $3\sqrt[3]{1000} + 2\sqrt{100}$

f) $3\sqrt{25} : 2\sqrt[3]{125}$

19. Zapisz w prostszej postaci.

a) $5\sqrt{3} - 7\sqrt{3} + 9\sqrt{3}$

e) $3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}$

b) $2\sqrt[3]{5} + 8\sqrt[3]{5} - 15\sqrt[3]{5}$

f) $\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 3\sqrt[3]{4} - 5\sqrt[3]{2}$

c) $\frac{5\sqrt[3]{6}}{3} - \frac{2\sqrt[3]{6}}{6} + \frac{\sqrt[3]{6}}{2}$

g) $5\sqrt{7} - 2\sqrt[3]{7} + 3\sqrt{7} - \sqrt{7}$

d) $\frac{3\sqrt{7}}{5} + \frac{5\sqrt{7}}{2} - \frac{\sqrt{7}}{4}$

h) $3\sqrt[3]{4} + 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 7\sqrt[3]{4}$

20. Oblicz.

a) $\sqrt{19^2}$

c) $\sqrt[3]{17^3}$

e) $(\sqrt{38})^2$

g) $(\sqrt[3]{12})^3$

b) $\sqrt{23,86^2}$

d) $\sqrt[3]{\left(7\frac{2}{3}\right)^3}$

f) $\left(\sqrt{9\frac{5}{7}}\right)^2$

h) $(\sqrt[3]{13,96})^3$

21. Oblicz.

a) $\sqrt{7^4}$

c) $\sqrt[3]{5^6}$

e) $(\sqrt{6})^4$

g) $(\sqrt[3]{11})^6$

b) $\sqrt{4^6}$

d) $\sqrt[3]{3^9}$

f) $(\sqrt{10})^8$

h) $(\sqrt[3]{4})^9$

22. Oblicz pole kwadratu o boku:

a) $\sqrt{8} \text{ m}$

b) $3\sqrt{2} \text{ m}$

c) $10\sqrt{5} \text{ m}$

d) $2\sqrt{7} \text{ m}$

23. Oblicz objętość sześcianu o krawędzi:

a) $\sqrt[3]{2} \text{ m}$

b) $2\sqrt[3]{3} \text{ dm}$

c) $5\sqrt[3]{9} \text{ cm}$

d) $3\sqrt[3]{12} \text{ mm}$

24. Przerysuj i uzupełnij tabelę.

x	$\sqrt{7}$	$\sqrt[3]{7}$					
x^2			13		8		$(-\sqrt{3})^2$
x^3				$12\sqrt{12}$		$\sqrt[3]{6^3}$	

Pomyśl

25. Oszacuj wartości podanych liczb i zaznacz je na osi liczbowej.

$\sqrt{10}$

$\sqrt{20}$

$\sqrt{30}$

$\sqrt{40}$

$\sqrt{50}$

$\sqrt{60}$

$\sqrt{70}$

$\sqrt{80}$

$\sqrt{90}$

26. Jaki znak ($<$, $>$, $=$) należy wstawić w miejsce $\blacklozenge$? Nie używaj kalkulatora.

- a) $\sqrt{8} \blacklozenge 3$ d) $\sqrt{50} \blacklozenge 7$ g) $\sqrt{3} \blacklozenge 1,5$ j) $\sqrt[3]{30} \blacklozenge 3$
 b) $\sqrt{17} \blacklozenge 4$ e) $\sqrt{120} \blacklozenge 11$ h) $\sqrt{5} \blacklozenge 2,3$ k) $\sqrt[3]{999} \blacklozenge 11$
 c) $\sqrt{110} \blacklozenge 10$ f) $\sqrt{1500} \blacklozenge 41$ i) $\sqrt[3]{7} \blacklozenge 2$ l) $\sqrt[3]{123} \blacklozenge 5,2$

27. Podaj, jaką długość ma bok kwadratu, którego pole wyrażone w metrach kwadratowych wynosi:

- a) 40 000 c) 10^8 e) 10^{-6}
 b) 0,0001 d) $16 \cdot 10^{10}$ f) $49 \cdot 10^{-4}$

28. Pyton ma 8 m długości i objętość 100 dm^3 . Jaka jest długość krawędzi sześcianu, którego objętość jest równa objętości pytona? Spróbuj najpierw odgadnąć wynik, a następnie go oblicz.



29. W tabeli znajduje się pięć liter, pod którymi zapisano liczby wymierne. Przepisz je, a poznasz nazwę największej jaszczurki.

W	I	A	T	R	H	A	L	N	Y
3,(2)	$\sqrt{1\frac{1}{3}}$	$\sqrt{256}$	$\sqrt{3}$	5,11	$\sqrt{2,5}$	$\sqrt{2\frac{1}{4}}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{1,44}$	$\sqrt{1,25}$

*30. Oto zadanie z podręcznika sprzed prawie 200 lat. Napisane jest ówczesnym językiem. Rozwiąż je.

Pewna liczba Rzemieślników z czeladzią swą stanęła do roboty, każdy z Maystrów po tyle miał czeladzi, ile samych Maystrów razem wszystkich wziętych było; była zaś liczba wszystkich czeladzi = 625, pytam: iaka liczba Maystrów?

*31. Uporządkuj podane liczby w kolejności od najmniejszej do największej.

- a) 0,1, $\sqrt{0,1}$, $0,1^2$ b) $\frac{3}{2}$, $\sqrt[3]{\frac{3}{2}}$, $(\frac{3}{2})^3$ c) $\frac{2}{5}$, $\sqrt{\frac{2}{5}}$, $\sqrt[3]{\frac{2}{5}}$ d) 1,2, $\sqrt{1,2}$, $\sqrt[3]{1,2}$

*32. Rozwiąż równanie.

- a) $\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{x}}} = 5$ b) $\sqrt{6\sqrt{12\sqrt{x}}} = 6$ c) $\sqrt{24\sqrt{3\sqrt{x}}} = 12$

*33. Rozwiąż równanie.

a) $\sqrt[3]{7 + \sqrt{x+10}} = 3$ b) $\sqrt{15 + \sqrt[3]{5+x}} = 5$ c) $\sqrt{14 + \sqrt[3]{5 + \sqrt{x+3}}} = 4$

*34. Wiadomo, że $\sqrt{abc} = 2\sqrt{5}$ oraz $\sqrt[3]{abcd} = 5\sqrt[3]{2}$. Oblicz d .

35. Rozwiąż równanie.

a) $\sqrt{x} = 7$ c) $2\sqrt{x} = 6$ e) $3\sqrt{x} = 15$ g) $-3\sqrt[3]{x} = 9$
b) $\sqrt[3]{x} = 4$ d) $3 - \sqrt{x} = 1$ f) $\frac{\sqrt{x}}{2} = 5$ h) $3\sqrt[3]{2x} = -6$

*36. Wskaż większą z podanych liczb.

a) $\sqrt{2}$ i $\sqrt[3]{3}$ b) $\sqrt{10}$ i $\sqrt[3]{100}$ c) $\sqrt{5}$ i $\sqrt[3]{10}$

Sprawdź się

1. Liczba $\sqrt{1\frac{9}{16}} - \sqrt[3]{-0,001}$ jest równa:

A. $\frac{33}{20}$ B. $\frac{37}{20}$ C. $\frac{23}{20}$ D. $\frac{27}{20}$

2. Która z poniższych liczb jest mniejsza od 10?

A. $1 + \sqrt{90}$ B. $\sqrt{120} - 1$ C. $\frac{30}{\sqrt{5}}$ D. $\frac{1}{3}\sqrt{1000}$

3. Liczba 17 nie jest równa jednemu z poniższych wyrażeń. Wskaż to wyrażenie.

A. $\sqrt{17^2}$ B. $(\sqrt[3]{17})^3$ C. $(\sqrt{17})^2$ D. $\sqrt[3]{(-17)^3}$

4. Czy poniższe równości są prawdziwe? Wskaż poprawne odpowiedzi.

$(\sqrt[3]{-38})^3 = -38$ TAK/NIE

$(-\sqrt{79})^2 = -79$ TAK/NIE

$\sqrt[3]{-61^3} = 61$ TAK/NIE

5. Wskaż największą z podanych liczb.

A. $(\sqrt{2})^6$ B. $\sqrt[3]{7^6}$ C. $\sqrt{3^8}$ D. $(\sqrt[3]{4})^9$

9 Działania na pierwiastkach

Przypomnij sobie

1. Oblicz.

a) $\sqrt{9 \cdot 100}$ i $\sqrt{9} \cdot \sqrt{100}$ b) $\sqrt{4 \cdot 36}$ i $\sqrt{4} \cdot \sqrt{36}$ c) $\sqrt[3]{8 \cdot 125}$ i $\sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{125}$

2. Oblicz.

a) $\sqrt{\frac{1}{81}}$ i $\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{81}}$ b) $\sqrt{\frac{4}{25}}$ i $\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{25}}$ c) $\sqrt[3]{\frac{27}{125}}$ i $\frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{125}}$

3. Oblicz.

a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{50}$ b) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2000}$ c) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{18}}$ d) $\frac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{3}}$

Poćwicz

4. Wyłącz taki czynnik przed znak pierwiastka, aby pod pierwiastkiem została jak najmniejsza liczba naturalna.

a) $\sqrt{20}$ c) $\sqrt{500}$ e) $\sqrt{99}$ g) $\sqrt{176}$
b) $\sqrt{32}$ d) $\sqrt{810}$ f) $\sqrt{80}$ h) $\sqrt{12\,500}$

5. Wyłącz taki czynnik przed znak pierwiastka, aby pod pierwiastkiem została jak najmniejsza liczba naturalna.

a) $\sqrt[3]{2000}$ c) $\sqrt[3]{24}$ e) $\sqrt[3]{81}$ g) $\sqrt[3]{250}$
b) $\sqrt[3]{-13\,000}$ d) $\sqrt[3]{-40}$ f) $\sqrt[3]{270}$ h) $\sqrt[3]{-320}$

6. Włącz czynnik pod znak pierwiastka.

a) $5\sqrt{3}$ c) $6\sqrt{1,5}$ e) $-3\sqrt[3]{2}$ g) $4\sqrt[3]{5}$
b) $2\sqrt{7}$ d) $1,5\sqrt{6}$ f) $2\sqrt[3]{-10}$ h) $5\sqrt[3]{-2}$

7. Zapisz w postaci jednego pierwiastka.

a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{7}$ c) $\sqrt{\frac{1}{7}} \cdot \sqrt{35}$ e) $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{6}}$ g) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{0,1}}$
b) $\sqrt[3]{0,1} \cdot \sqrt[3]{70}$ d) $\sqrt[3]{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt[3]{9}$ f) $\frac{\sqrt[3]{200}}{\sqrt[3]{50}}$ h) $\frac{\sqrt[3]{6}}{\sqrt[3]{\frac{1}{5}}}$

8. Zapisz krócej.

a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{3}$

d) $\frac{\sqrt[3]{10}}{\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{5}}$

g) $\sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[3]{16} : \sqrt[3]{28}$

b) $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{2}$

e) $\frac{\sqrt{200} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{28}}$

h) $\frac{\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{3}}$

c) $\frac{\sqrt{6} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{2}}$

f) $(\sqrt{15} \cdot \sqrt{4}) : \sqrt{30}$

i) $\frac{\sqrt{30} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{35}}$

9. Oblicz.

a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$

c) $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{25}$

e) $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{2}}$

g) $\frac{\sqrt[3]{40}}{\sqrt[3]{5}}$

b) $\sqrt{75} \cdot \sqrt{3}$

d) $\sqrt[3]{40} \cdot \sqrt[3]{200}$

f) $\frac{\sqrt[3]{7000}}{\sqrt[3]{7}}$

h) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{20}}$

10. Oblicz.

a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{3}$

c) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{8} : \sqrt{6}$

e) $\frac{\sqrt{30} \cdot \sqrt{50}}{\sqrt{15}}$

g) $\frac{\sqrt{15} \cdot \sqrt{21}}{\sqrt{7} \cdot \sqrt{5}}$

b) $\sqrt[3]{10} \cdot \sqrt[3]{20} \cdot \sqrt[3]{40}$

d) $\sqrt[3]{10} \cdot \sqrt[3]{25} : \sqrt[3]{2}$

f) $\frac{\sqrt[3]{80}}{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{5}}$

h) $\frac{\sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[3]{14} \cdot \sqrt[3]{21}}{\sqrt[3]{6}}$

11. Oblicz.

a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt{12} \cdot \sqrt[3]{9}$

c) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt{18} \cdot \sqrt[3]{250} : \sqrt{2}$

b) $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{20} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt[3]{25}$

d) $\sqrt{45} \cdot \sqrt[3]{24} : \sqrt{5} : \sqrt[3]{3}$

12. Czy wszystkie działania: $\sqrt{-6^2}$, $(\sqrt{-6})^2$, $\sqrt{6^2}$, $\sqrt{(-6)^2}$ można wykonać? Czy wykonalne działania dają ten sam wynik?

13. Oblicz.

a) $\sqrt[3]{3^3}$, $\sqrt[3]{-3^3}$, $\sqrt[3]{(-3)^3}$, $(\sqrt[3]{-3})^3$

b) $\sqrt[3]{-2^6}$, $\sqrt[3]{(-2)^6}$, $(\sqrt[3]{-2})^6$, $-(\sqrt[3]{2})^6$

*14. Oblicz.

a) $(\sqrt{3}\sqrt{5})^4$

b) $(\sqrt[3]{2}\sqrt[3]{3})^9$

c) $(\sqrt{5}\sqrt[3]{2})^6$

d) $(\sqrt[3]{-2}\sqrt{5})^6$

*15. Oblicz.

a) $(\sqrt{7})^3$

c) $(\sqrt{3})^5$

e) $(\sqrt{\sqrt{5}})^6$

g) $(\sqrt[3]{\sqrt{6}})^4$

b) $(\sqrt[3]{5})^4$

d) $(\sqrt[3]{2})^8$

f) $(\sqrt[3]{\sqrt[3]{10}})^6$

h) $(\sqrt[3]{\sqrt{2}})^9$

Pomyśl

16. Wiadomo, że $51^2 = 2601$, $71^2 = 5041$ i $51 \cdot 71 = 3621$. Skorzystaj z tych informacji i oblicz.

a) $\sqrt{2601 \cdot 5041}$ c) $\sqrt{260100}$ e) $\sqrt{\frac{5041}{4}}$
 b) $\sqrt{\frac{2601}{5041}}$ d) $\sqrt{0,2601}$ f) $\sqrt{\frac{25}{2601}}$

17. Wiadomo, że $\sqrt{2} \approx 1,4$, $\sqrt{3} \approx 1,7$. Narysuj oś liczbową i zaznacz na niej poniższe liczby.

$\sqrt{8}$ $\sqrt{12}$ $\sqrt{32}$ $\sqrt{27}$ $\sqrt{18}$ $\sqrt{50}$ $\sqrt{6}$ $\sqrt{24}$

- *18. Oblicz.

a) $\sqrt{0,5} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2,5} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{8}$ c) $\sqrt[3]{(3\sqrt{3})^2}$
 b) $\frac{\sqrt{0,23}}{\sqrt{23}} + (-1)^3 \cdot \sqrt{0,2} \cdot \sqrt{0,5} \cdot \sqrt{0,1}$ d) $\frac{2\sqrt{1,75} - \sqrt{63}}{\sqrt{7}}$

- *19. Odpowiedz, nie wykonując obliczeń, która z poniższych liczb jest większa.

$a = 123\,456\,789\sqrt{987\,654\,321}$ $b = 987\,654\,321\sqrt{123\,456\,789}$

- *20. Wyznacz podaną wielkość ze wzoru. Wszystkie zmienne oznaczają wielkości dodatnie.

a) $P = a^2$ $\boxed{a}$ c) $E = mc^2$ $\boxed{c}$ e) $F = \frac{GMm}{r^2}$ $\boxed{r}$
 b) $S = 4\pi R^2$ $\boxed{R}$ d) $E_k = \frac{mv^2}{2}$ $\boxed{v}$ f) $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ $\boxed{g}$

Sprawdź się

1. Która z podanych liczb nie jest równa liczbie $\frac{2}{3}\sqrt{50}$?

A. $\sqrt{\frac{200}{9}}$ B. $\frac{10}{3}\sqrt{2}$ C. $\frac{1}{3}\sqrt{100}$ D. $10\sqrt{\frac{2}{9}}$

2. Czy poniższe równości są prawdziwe? Wskaż poprawne odpowiedzi.

$\sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ TAK/NIE

$\sqrt{11 \cdot 7} = \sqrt[3]{11^3 \cdot 7^3}$ TAK/NIE

3. Dane są liczby: $a = (\sqrt{13^3})^2$, $b = (\sqrt[3]{13^2})^3$, $c = (\sqrt{13^2})^3$. Odpowiedz na pytania. Wybierz odpowiedzi spośród A i B oraz spośród C i D.

Które z tych liczb są równe?

A. a i c

B. b i c

Która z tych liczb jest najmniejsza?

C. a

D. b

4. Wiadomo, że $a = \sqrt{5}$, $b = \sqrt{7}$. Dokończ poniższe zdania. Wybierz odpowiedzi spośród A i B oraz spośród C i D.

Liczba $\sqrt{63}$ jest wartością wyrażenia:

A. $9b$

B. $3b$

Liczba $\sqrt{14}$ jest wartością wyrażenia:

C. $\frac{b}{a}\sqrt{10}$

D. $2\frac{a}{b}$

10 Zadania testowe

1. Czy poniższe równości są prawdziwe? Wskaż poprawne odpowiedzi.

$$0,2^2 = 0,4$$

TAK/NIE

$$\left(3\frac{2}{5}\right)^2 = 9\frac{4}{25}$$

TAK/NIE

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{6}{9}$$

TAK/NIE

$$0,5^6 = \frac{1}{2^6}$$

TAK/NIE

2. Wartość wyrażenia $-(-2)^5$ wynosi:

A. 32

B. -32

C. 10

D. -25

3. Spośród poniższych wyrażeń największą wartość ma:

A. $-0,1^2$

B. $(-0,1)^2$

C. $-0,3^2$

D. $(-0,3)^2$

4. Kwadrat liczby $2\frac{2}{3}$ wynosi:

A. $2\frac{4}{9}$

B. $4\frac{4}{9}$

C. $7\frac{1}{9}$

D. $21\frac{1}{3}$

5. Dane są cztery liczby: $a = 0^7$, $b = (-5)^0$, $c = 8^0$, $d = 1^6$.

a) Która z tych liczb jest najmniejsza?

A. a

B. b

C. c

D. d

b) Które z tych liczb są równe?

A. a, d

B. b, c, d

C. b, c

D. a, b, c

6. W którym wypadku znak równości wpisano błędnie?

A. $(-3)^3 = -27$ B. $\left(1\frac{1}{3}\right)^2 = 1\frac{7}{9}$ C. $0,3^3 = 0,27$ D. $0,5^2 = 0,25$

7. Liczba 10^{-6} zapisana słownie to:

A. jedna szóstka B. jedna tysięczna C. jedna milionowa D. milion

8. Jeden procent liczby 10^7 jest równy:

A. $0,1^7$ B. $10^{0,07}$ C. 1^7 D. 10^5

9. Czy poniższe równości są prawdziwe? Wskaż poprawne odpowiedzi.

$(2^5)^7 = 2^{12}$ TAK/NIE $(3^4)^2 = 9^4$ TAK/NIE $49^5 = 7^{10}$ TAK/NIE

10. Rozwiązaniem równania $7^x \cdot 7^3 : 7 = 49$ jest liczba:

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

11. Która z liczb $a = 5^{18} : 5^4$, $b = (5^7)^2$, $c = 5^{10} \cdot 25^4$, $d = 25^7$ jest największa?

A. a B. b C. c D. d

12. Dane są liczby: $a = 27 \cdot 27 \cdot 27$, $b = 3 \cdot 3^8$, $c = 81^2$, $d = \frac{3^{10}}{3}$, $e = 3^{12} : 9$. Odpowiedz na pytania. Wybierz odpowiedzi spośród A i B oraz spośród C i D.

Ile z tych liczb jest równych 3^9 ? A. dwie B. trzy

Ile z tych liczb jest mniejszych od 3^9 ? C. jedna D. dwie

13. Wyrażenie $\left((5^5)^5\right)^5$ można zapisać inaczej jako:

A. 5^{15} B. 5^{125} C. 25^{10} D. $5^{5^{55}}$

14. Pole powierzchni sześcianu o krawędzi 10^6 m wynosi:

A. $6 \cdot 10^6 \text{ m}^2$ B. $6 \cdot 10^{12} \text{ m}^2$ C. $(6 \cdot 10)^{12} \text{ m}^2$ D. 10^{18} m^2

15. Czy poniższe równości są prawdziwe? Wskaż poprawne odpowiedzi.

$30^6 = 5^6 \cdot 6^6$ TAK/NIE $12^6 = 10^6 + 2^6$ TAK/NIE $15^4 : 3^4 = 5^4$ TAK/NIE

16. Sześcian o krawędzi długości 3 000 000 ma objętość równą:

A. 9 000 000 B. $3 \cdot 10^{12}$ C. $9 \cdot 10^{18}$ D. $27 \cdot 10^{18}$

17. Kwadrat wyrażenia $2x^2y$ można zapisać w postaci:
 A. $2x^3y^2$ B. $4x^2y$ C. $4x^4y^2$ D. $2x^2y^2$
18. Rozwiązaniem równania $32^2 \cdot 4^2 : 2^7 = 2^x$ jest liczba:
 A. 3 B. 5 C. 7 D. 128
19. Odległość od Ziemi do najbliższych gwiazd (poza Słońcem) to około $4 \cdot 10^{13}$ km. Odległość ta zapisana bez użycia potęg ma postać:
 A. 40 000 000 000 000 km C. 4 000 000 000 000 km
 B. 0,00000000000004 km D. 0,00000000000004 km
20. Kropla wody waży około $4 \cdot 10^{-5}$ kg, czyli:
 A. 0,004 g B. 4 g C. 0,4 g D. 0,04 g

21. Troje uczniów zapisało następujące równości:

Alicja $4 \cdot (5 \cdot 10^8) = 2 \cdot 10^9$

Bartek $(2 \cdot 10^6) \cdot (3 \cdot 10^5) = 6 \cdot 10^{11}$

Celina $(3 \cdot 10^4)^2 = 9 \cdot 10^8$

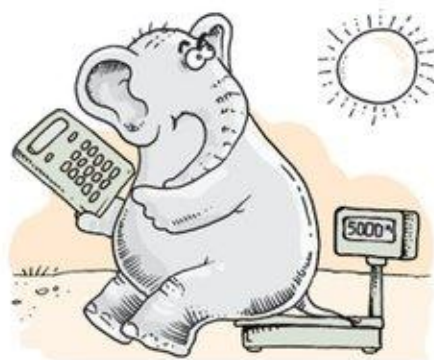
Kto z nich zapisał poprawną równość?

- A. tylko Celina C. tylko Bartek i Celina
 B. tylko Alicja i Celina D. wszyscy troje
22. Elektron waży ok. 10^{-30} kg, a wirus grypy — ok. 10^{-15} kg. Z tego wynika, że:
 A. elektron jest dwukrotnie lżejszy od wirusa grypy
 B. elektron jest 10^{15} razy lżejszy od wirusa grypy
 C. elektron jest 10^2 razy lżejszy od wirusa grypy
 D. elektron jest 10^{15} razy cięższy od wirusa grypy
23. Jedna warstwa lakieru nakładanego na nadwozie samochodu ma grubość około $9 \cdot 10^{-5}$ m. Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F — jeśli jest fałszywe.

Grubość 10 warstw takiego lakieru byłaby równa $9 \cdot 10^{-6}$ m.	P	F
Połowa grubości warstwy lakieru byłaby równa $4,5 \cdot 5^{-2,5}$ m.	P	F
Jeżeli lakier na nadwoziu samochodu tworzyłby powłokę o grubości $1,8 \cdot 10^{-4}$ m, to znaczy, że nadwozie pokryto 20 warstwami lakieru.	P	F

24. Masę Słońca można zapisać jako $2 \cdot 10^{30}$ kg. Słoń waży przeciętnie 5 ton. Ile razy Słońce jest cięższe od czterdziestu tysięcy słoni?

A. 10^{22} razy
 B. 10^{25} razy
 C. $2 \cdot 10^{22}$ razy
 D. Słońce jest lżejsze od czterdziestu tysięcy słoni.



25. Pierwiastek kwadratowy z liczby $1\frac{9}{16}$ wynosi:

A. $1\frac{3}{4}$ B. $1\frac{81}{256}$ C. $1\frac{1}{4}$ D. $2\frac{113}{256}$

26. Bok kwadratu, którego pole wynosi $9 \cdot 10^{16} \text{ m}^2$, ma długość:

A. $9 \cdot 10^{16} \text{ m}$ B. $3 \cdot 10^{16} \text{ m}$ C. $3 \cdot 10^4 \text{ m}$ D. $3 \cdot 10^8 \text{ m}$

27. Pan Sławek chce namalować na ścianie jak największy kwadrat. Ma do dyspozycji litr farby. Warstwa farby, którą nanosi na ścianę, ma 1 mm grubości. Bok kwadratu może mieć długość co najwyżej:

A. 10 m B. 1 m C. 10 cm D. 1 cm

28. Liczba 0,4 jest równa:

A. $\sqrt[3]{0,64}$ B. $\sqrt[3]{\frac{8}{125}}$ C. $\sqrt[3]{\frac{4}{1000}}$ D. $\sqrt[3]{0,16}$

29. Sześcian ma objętość $8 \cdot 10^{15} \text{ cm}^3$. Dokończ poniższe zdania. Wybierz odpowiedzi spośród A i B oraz spośród C i D.

Krawędź tego sześcianu ma długość: A. $2 \cdot 10^5 \text{ cm}$ B. $8 \cdot 10^5 \text{ cm}$

Pole jednej ściany sześcianu wynosi: C. $4 \cdot 10^{10} \text{ cm}^2$ D. $6,4 \cdot 10^{10} \text{ cm}^2$

30. Czy poniższe równości są prawdziwe? Wybierz P, jeśli równość jest prawdziwa, lub F — jeśli jest fałszywa.

a)

$\sqrt{0} = \sqrt[3]{0}$	P	F
$\sqrt{1} = \sqrt[3]{1}$	P	F

b)

$\sqrt{2^2} = \sqrt[3]{2^3}$	P	F
$\sqrt{(-1)^2} = \sqrt[3]{(-1)^3}$	P	F

31. Pierwiastek kwadratowy z sześcianu liczby 4 wynosi:

A. 2 B. 4 C. 8 D. $\sqrt[3]{16}$

32. Które z poniższych wyrażeń ma wartość różną od 25?

- A. $(\sqrt{5})^4$ B. $\sqrt{5^4}$ C. $\sqrt[3]{5^6}$ D. $\sqrt[3]{125}$

33. Dokończ poniższe zdania. Wybierz odpowiedzi spośród A i B oraz spośród C i D.

Wynikiem działania $\sqrt{27} - \sqrt{12}$ jest liczba: A. $\sqrt{15}$ B. $\sqrt{3}$

Wynikiem działania $2\sqrt{18} + 3\sqrt{8}$ jest liczba: C. $5\sqrt{26}$ D. $12\sqrt{2}$

34. Wyrażenie $\sqrt{17} \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{2}$ można zapisać inaczej jako:

- A. $\sqrt{29}$ B. $\sqrt{340}$ C. $\sqrt{\frac{17}{20}}$ D. $\sqrt{\frac{170}{2}}$

35. Wartość wyrażenia $\sqrt[3]{10} \cdot \sqrt[3]{20} \cdot \sqrt[3]{40}$ jest:

- A. równa 200 C. większa od 1000
B. równa 20 D. równa około 1

36. Dokończ poniższe zdania. Wybierz odpowiedzi spośród A i B oraz spośród C i D.

Pole kwadratu o boku długości $2\sqrt{6}$ jest równe:

- A. $4\sqrt{6}$ B. 24

Pole prostokąta o długości $3\sqrt{2}$ i szerokości $2\sqrt{6}$ jest równe:

- C. $12\sqrt{3}$ D. $6\sqrt{8}$

37. Sześcian o krawędzi $5\sqrt{3}$ ma objętość równą:

- A. 75 B. $125\sqrt{3}$ C. 375 D. $375\sqrt{3}$

38. Kwadrat kwadratu liczby $\sqrt[3]{3}$ wynosi:

- A. $3\sqrt[3]{3}$ B. $3\sqrt{3}$ C. $\sqrt{3}$ D. 3

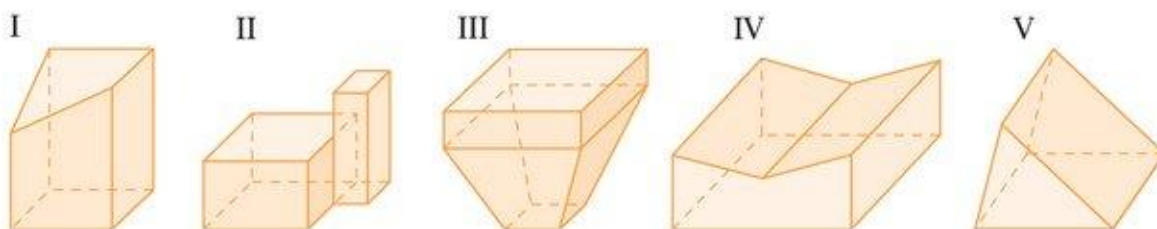
39. Która z poniższych równości jest fałszywa?

- A. $2^0 \cdot 2^1 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^4 \cdot 2^5 = 8^5$
B. $\sqrt{1+4+9+16+25} = 1+2+3+4+5$
C. $1 + (\sqrt{2})^2 + (\sqrt[3]{3})^3 = 1+2+3$
D. $1^5 \cdot 2^5 \cdot 3^5 \cdot 4^5 = (1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4)^5$

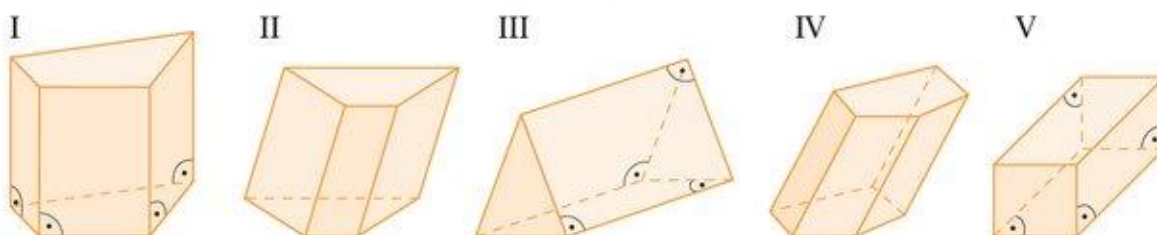
1 Przykłady graniastosłupów

Przypomnij sobie

1. Uzasadnij, że figury I, II i III nie są graniastosłupami, a figury IV i V — są.



2. Na poniższych rysunkach przedstawiono graniastosłupy.



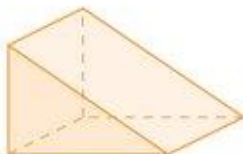
Uzasadnij, że:

- tylko graniastosłupy I, III i V są graniastosłupami prostymi,
 - tylko graniastosłup V jest graniastosłupem prawidłowym.
3. Wybierz poprawne dokończenia zdania.
W każdym graniastosłupie prostym:
- krawędzie boczne są prostopadłe do podstawy.
 - krawędzie boczne są równoległe.
 - podstawy są przystającymi wielokątami.
 - najkrótszy odcinek łączący obie podstawy jest równoległy do każdej krawędzi bocznej.
4. Wybierz poprawne dokończenia zdania.
W każdym graniastosłupie prawidłowym:
- ściany boczne są kwadratami, a podstawy wielokątami foremnymi.
 - ściany boczne są przystającymi prostokątami.
 - podstawy są trójkątami równobocznymi lub kwadratami.
 - podstawy są jednakowymi wielokątami foremnymi.

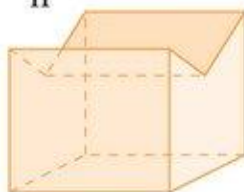
Poćwicz

5. Na rysunkach przedstawiono graniastosłupy proste.

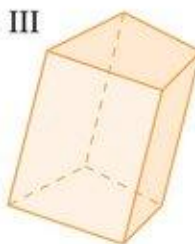
I



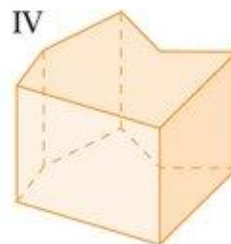
II



III



IV



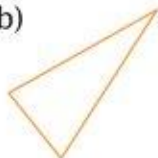
- a) Ile krawędzi, ile ścian i ile wierzchołków ma każdy z tych graniastosłupów?
b) Podaj nazwy tych graniastosłupów.

6. Po ile krawędzi, ścian i wierzchołków ma graniastosłup, którego podstawą jest narysowany wielokąt?

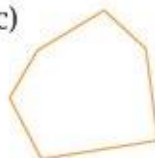
a)



b)



c)

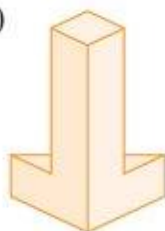


d)



7. Czy narysowana bryła jest graniastosłupem? Czy można ją rozciąć na graniastosłup prosty trójkątny i prostopadłościan?

a)



b)



c)



d)

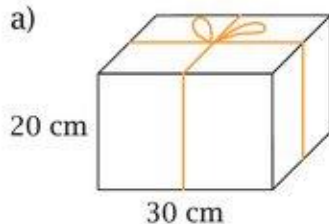


8. Ściany boczne graniastosłupa prawidłowego są kwadratami o boku 2 cm. Oblicz sumę długości krawędzi tego graniastosłupa, jeżeli jego podstawą jest:

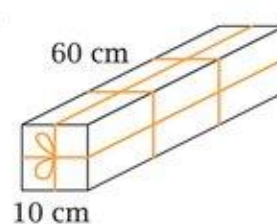
- a) trójkąt, b) siedmiokąt, c) dziesięciokąt, d) dwudziestokąt.

9. Paczkę w kształcie graniastosłupa prawidłowego przedstawionego na rysunku obwiązano wstążką. Na kokardę zużyto 30 cm wstążki. Oblicz długość wstążki, którą zużyto na obwiązanie tej paczki.

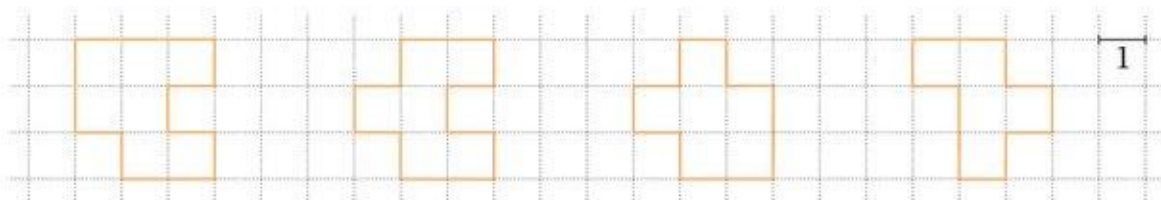
a)



b)



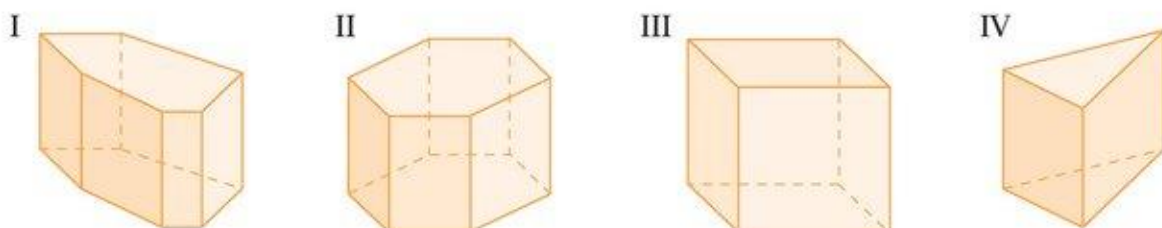
10. Na rysunku przedstawiono podstawy czterech graniastosłupów zbudowanych łącznie z 48 jednakowych sześciątów o krawędzi 1. Po zsunięciu tych brył otrzymano jeden graniastosłup.



- Ile boków ma wielokąt w podstawie otrzymanego graniastosłupa i ile wynosi pole tej podstawy?
- Ile krawędzi ma otrzymany graniastosłup i jaka jest suma ich długości?
- Ile ścian ma ten graniastosłup?
- Ile wierzchołków ma ten graniastosłup?

Pomyśl

11. Ile różnych prostopadłościanów można zbudować z podanej liczby jednakowych sześciątów o krawędzi długości 1? Podaj wymiary tych prostopadłościanów.
- 4 sześciiany
 - 8 sześciatów
 - 12 sześciatów
 - 24 sześciiany
12. Z trzech kawałków drutu o długości 84 cm każdy zbudowano szkielety trzech graniastosłupów prawidłowych: trójkątnego, pięciokątnego i siedmiokątnego. Wszystkie te graniastosłupy miały krawędzie boczne długości 2 cm. Oblicz długość krawędzi podstawy każdego z tych graniastosłupów.
- *13. a) Wyraż za pomocą liczby wierzchołków w podstawie dowolnego graniastosłupa (w_p) liczbę wszystkich:
- wierzchołków (w),
 - krawędzi (k),
 - ścian (s).
- Uzasadnij, że suma liczby wierzchołków (w) i liczby ścian (s) w każdym graniastosłupie jest o 2 większa niż liczba jego krawędzi (k).
 - Uzasadnij, że w każdym graniastosłupie jest dwa razy mniej krawędzi bocznych (k_b) niż pozostałych krawędzi.
14. Który z przedstawionych graniastosłupów w żadnym położeniu nie rzuci cienia w kształcie sześciokąta?



Sprawdź się

1. Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F — jeśli jest fałszywe.

Każdy sześcián jest graniastosłupem prawidłowym czworokątnym.	P	F
Każdy graniastosłup o podstawie będącej wielokątem foremnym jest graniastosłupem prawidłowym.	P	F
W każdym graniastosłupie, który ma w podstawie wielokąt foremny, ściany boczne są przystające.	P	F

2. Podstawą graniastosłupa o 16 ścianach jest:

A. szesnastokąt B. czternastokąt C. dziesięciokąt D. siedmiokąt

3. Sztabka złota przedstawiona na zdjęciu ma kształt:

- A. graniastosłupa o podstawie prostokąta
 B. graniastosłupa o podstawie trapezu równoramiennego
 C. graniastosłupa pochyłego
 D. figury przestrzennej, ale nie graniastosłupa



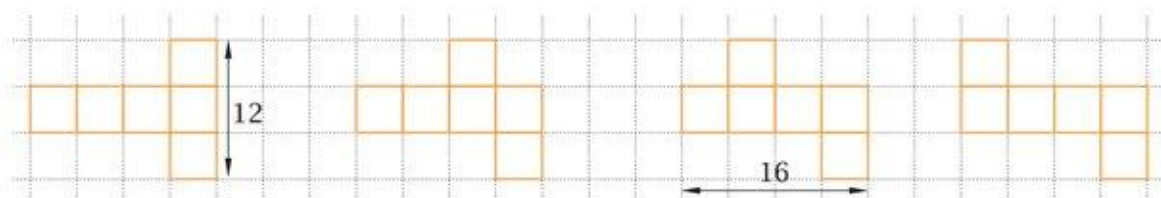
2 Siatki graniastosłupów. Pole powierzchni

Przypomnij sobie

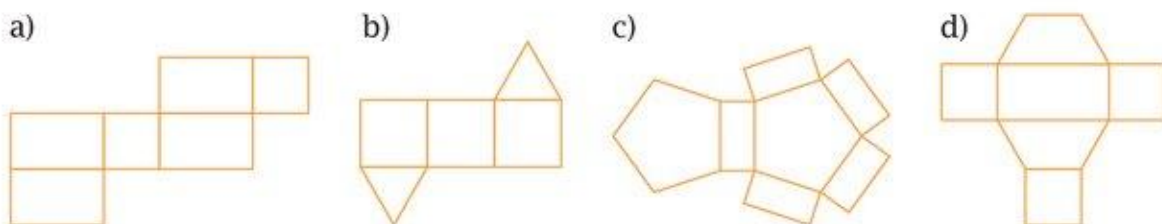
- Podstawą pewnego graniastosłupa prostego trójkątnego jest trójkąt prostokątny o bokach 6 cm, 8 cm i 10 cm, a wysokość tego graniastosłupa jest równa 10 cm.
 - Czy podstawa tego graniastosłupa ma większe pole powierzchni od pola powierzchni jego najmniejszej ściany bocznej?
 - Ustal, czy siatka tego graniastosłupa zmieści się na prostokątnej kartce o wymiarach $20\text{ cm} \times 12\text{ cm}$.
- Pole powierzchni ściany bocznej graniastosłupa jest równe 12. Oblicz pole powierzchni bocznej tego graniastosłupa, jeśli jest on prawidłowy:
 - trójkątny, b) czworokątny, c) sześciokątny, d) siedmiokątny.
- Oblicz sumę pól powierzchni podstaw graniastosłupa prawidłowego czworokątnego o krawędzi podstawy długości 4.

Poćwicz

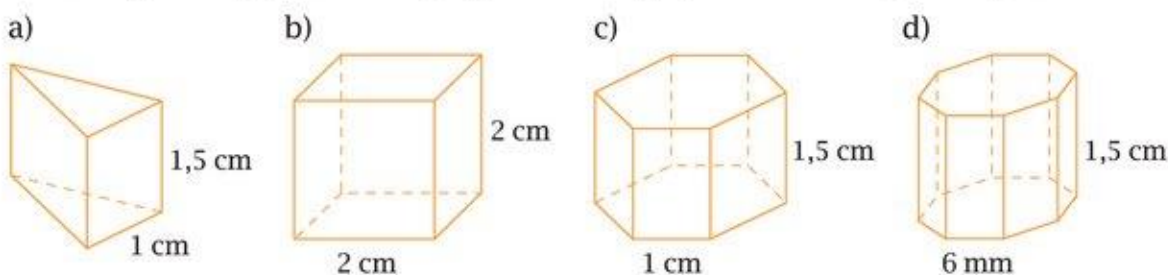
4. Na rysunku przedstawiono cztery siatki pewnego graniastosłupa prawidłowego.



- Ile różnych siatek ma ten graniastosłup?
 - Oblicz pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa?
 - Wzdłuż ilu krawędzi należy rozciąć papierowy model tego graniastosłupa, aby po rozłożeniu otrzymać jego siatkę?
5. Naskicuj graniastosłup na podstawie zamieszczonej siatki. Podaj nazwę tego graniastosłupa.



6. Naskicuj siatkę graniastosłupa prawidłowego przedstawionego na rysunku.



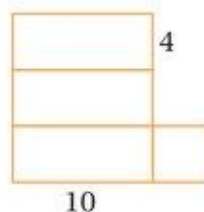
7. Narysuj siatkę graniastosłupa prostego, którego podstawą jest:

- trójkąt równoramienny prostokątny o przyprostokątnej 3 cm, a krawędź boczna ma 1 cm,
 - trójkąt równoramienny o bokach 3 cm, 3 cm i 5 cm, a krawędź boczna ma 2 cm,
 - romb o przekątnych 2 cm i 4 cm, a krawędź boczna ma 1 cm.
8. Długość krawędzi podstawy graniastosłupa prawidłowego czworokątnego wynosi 2, a jego krawędź boczna ma długość 4. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa.

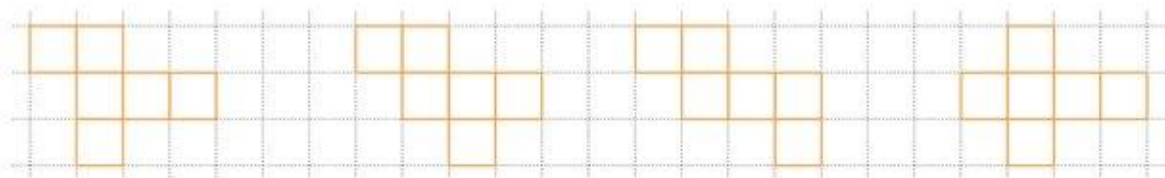
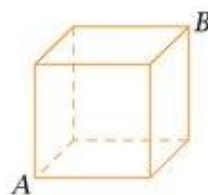
9. Oblicz pole powierzchni graniastosłupa prostego, którego krawędź boczna ma 10 cm, a podstawa jest:
- prostokątem o bokach 7 cm i 2 cm,
 - trójkątem prostokątnym o bokach 5 cm, 12 cm i 13 cm,
 - równoległobokiem o bokach 8 cm i 6 cm i wysokości opuszczonej na krótszy bok równej 5 cm,
 - rombem o boku 10 cm i przekątnych 12 cm i 16 cm,
 - trapezem prostokątnym o podstawach 2 cm i 6 cm i ramionach 3 cm i 5 cm.

Pomyśl

10. Na rysunku przedstawiono fragment siatki graniastosłupa prawidłowego. Oblicz pole powierzchni tego graniastosłupa.
11. Wszystkie krawędzie graniastosłupa czworokątnego prawidłowego mają równe długości, a suma tych długości wynosi 72 cm. Oblicz pole powierzchni tego graniastosłupa.
- *12. Wzdłuż ilu krawędzi należy rozciąć model graniastosłupa, aby po rozłożeniu uzyskać jego siatkę, jeśli graniastosłup ma w podstawie:
- trójkąt,
 - czworokąt,
 - pięciokąt,
 - n -kąt?



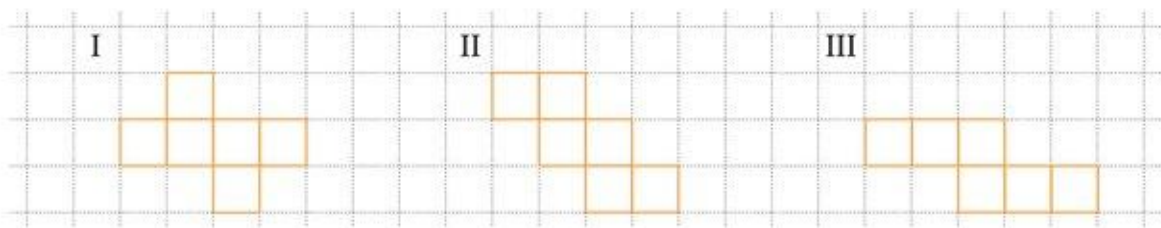
13. Na rysunku sześcianu zaznaczono taką parę jego wierzchołków, których odległość jest największa. Na każdej z poniższych siatek sześcianu wskaż cztery pary takich wierzchołków sześcianu.



Sprawdź się

1. Pole powierzchni graniastosłupa prawidłowego czworokątnego wynosi 96. Krawędź boczna ma długość 6. Długość krawędzi podstawy jest równa:
- A. 16 B. $4\sqrt{2}$ C. 4 D. 8

2. Na rysunku przedstawiono trzy siatki pewnego graniastosłupa. Przyjmij, że bok kratki ma długość 2.



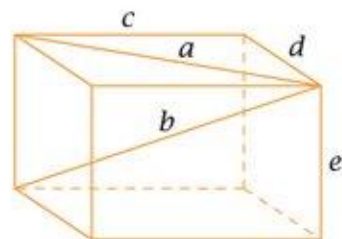
Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F — jeśli jest fałszywe.

Liczba wierzchołków tego graniastosłupa wynosi 9.	P	F
Każda z siatek jest siatką sześcianu o polu powierzchni 24.	P	F
Suma długości krawędzi graniastosłupa wynosi 28.	P	F

3 Objętość prostopadłościanu. Jednostki objętości

Przypomnij sobie

1. Podaj wzór na objętość graniastosłupa przedstawionego na rysunku.



2. Ilu sześcianów o wymiarach $1 \times 1 \times 1$ potrzeba do zbudowania graniastosłupa o podanych wymiarach?

a) $3 \times 4 \times 5$ b) $1 \times 6 \times 10$ c) $4 \times 5 \times 6$ d) $8 \times 10 \times 12$

3. Zaproponuj wymiary prostopadłościanu o objętości 26, w którym:

a) długości wszystkich krawędzi są liczbami całkowitymi,
b) jeden z wymiarów jest równy 1,5.

4. Czy podane objętości są równe? Jeśli nie, wskaż większą.

a) 40 m^3 oraz 40 cm^3
b) 6 dm^3 oraz 600 cm^3
c) $50\,000\,000 \text{ cm}^3$ oraz 50 m^3
d) 2 dm^3 oraz $100\,000\,000 \text{ mm}^3$

Poćwicz

5. Uporządkuj podane objętości w kolejności od najmniejszej do największej.

- a) 40 m^3 , 40 km^3 , 40 cm^3 , 40 dm^3 , 40 mm^3
- b) $0,04 \text{ m}^3$, $0,0005 \text{ km}^3$, $10\,000 \text{ cm}^3$, 2000 dm^3 , $100\,000 \text{ mm}^3$
- c) $0,04 \text{ m}^3$, $0,005 \text{ km}^3$, 1 cm^3 , $0,2 \text{ dm}^3$, 100 mm^3
- *d) $0,00000004 \text{ km}^3$, $0,04 \text{ m}^3$, $0,0004 \text{ dm}^3$, 40 cm^3 , 4000 mm^3

6. Oblicz objętość prostopadłościanu o podanych wymiarach (możesz skorzystać z kalkulatora).

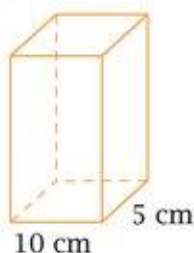
- a) $4 \text{ cm} \times 20 \text{ cm} \times 1 \text{ m}$
- b) $0,3 \text{ m} \times 6 \text{ cm} \times 20 \text{ dm}$
- c) $2 \text{ mm} \times 30 \text{ m} \times 5 \text{ dm}$
- d) $300 \text{ m} \times 0,5 \text{ km} \times 60 \text{ mm}$
- e) $0,004 \text{ cm} \times 0,1 \text{ dm} \times 0,002 \text{ m}$
- f) $150 \text{ dm} \times 0,25 \text{ cm} \times 0,00002 \text{ km}$

7. Podaj wszystkie wyniki w notacji wykładniczej.

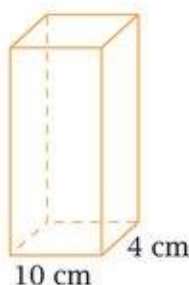
- a) Piramida Quetzalcóatla w Meksyku, najwyższa piramida świata, ma objętość $3,3 \text{ mln m}^3$. Wyraż tę objętość w kilometrach sześciennych.
- b) Największy sztuczny zbiornik wodny na świecie powstał na rzece Angara w Rosji i ma pojemność $169,3 \text{ km}^3$. Wyraż tę pojemność w litrach.
- c) Objętość wody w Bałtyku jest równa $2,17 \cdot 10^{13} \text{ m}^3$. Wyraż tę objętość w kilometrach sześciennych.
- d) Objętość pęcherzyka płucnego człowieka jest równa około $0,01 \text{ mm}^3$. Wyraż tę objętość w decymetrach sześciennych.
- e) Objętość krwi w ciele dorosłego człowieka jest równa 5 l . Wyraż tę objętość w centymetrach sześciennych.
- f) Objętość wody zawartej w organizmie dorosłego człowieka jest równa przeciętnie 40 l . Wyraż tę objętość w metrach sześciennych.
- g) Objętość ciała płetwala błękitnego wynosi 200 m^3 . Wyraż tę objętość w decymetrach sześciennych.

8. Prostopadłościan przedstawiony na rysunku ma pojemność 1 l . Oblicz jego wysokość.

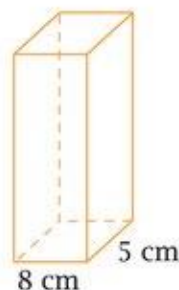
a)



b)



c)



9. Oblicz masę sztabki w kształcie prostopadłościanu o wymiarach $30\text{ cm} \times 10\text{ cm} \times 15\text{ cm}$, jeżeli wykonano ją:

- ze złota o gęstości $19,3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$,
- z platyny o gęstości $0,021 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3}$,
- ze srebra o gęstości $10\,500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$,
- z ołowiu o gęstości $1140\,000 \frac{\text{dag}}{\text{m}^3}$.

Aby obliczyć masę sztabki, należy pomnożyć jej objętość przez gęstość metalu, z którego została wykonana.

Pomyśl

- *10. Dokonaj odpowiednich pomiarów i oszacuj objętość kartki, na której zapisane jest to zadanie. Wynik zaokrąglaj do pełnych centymetrów sześciennych.
11. a) Oblicz długość krawędzi sześcianu, który ma 27 razy większą objętość niż sześcian o krawędzi długości 2 m.
 *b) Jaka jest długość krawędzi sześcianu, który ma a^3 razy większą objętość niż sześcian o krawędzi długości b ?
12. Oszacuj z dokładnością do 10 000.
- Ile pudełek zapalek o wymiarach $1,5\text{ cm} \times 3,5\text{ cm} \times 5\text{ cm}$ zmieści się w sali o wymiarach $4\text{ m} \times 3\text{ m} \times 2,5\text{ m}$?
 - Ile zapalek o wymiarach $2\text{ mm} \times 2\text{ mm} \times 4,5\text{ cm}$ można wyciąć z deski o wymiarach $2\text{ m} \times 5\text{ cm} \times 20\text{ cm}$?
 - Ile kartek papieru o wymiarach $30\text{ cm} \times 20\text{ cm} \times 0,05\text{ mm}$ mieści się w paczce makulatury o wymiarach $60\text{ cm} \times 60\text{ cm} \times 110\text{ cm}$?
13. Wążące tyle samo kostki margaryny i masła mają kształty prostopadłościanów. Kostka margaryny ma wymiary $9\text{ cm} \times 7\text{ cm} \times 4\text{ cm}$, a kostka masła ma wymiary $10\text{ cm} \times 7,5\text{ cm} \times 3\text{ cm}$. Co jest cięższe: litr masła czy litr margaryny?
14. Aby pomalować wewnętrzne ścianki sześciennego pudełka bez przykrywki, trzeba pokryć farbą powierzchnię 320 cm^2 . Oblicz pojemność tego pudełka.
15. Na dnie naczynia w kształcie prostopadłościanu o wysokości 30 cm i podstawie o wymiarach $40\text{ cm} \times 20\text{ cm}$, wypełnionego do połowy wodą, postawiono szklany sześcian o objętości 1 dm^3 . O ile centymetrów podniósł się poziom wody?
16. Niektórzy szacują, że na świecie zgromadzono około 175 000 ton złota.
- Oblicz wymiary sześcianu, który powstałby po uformowaniu go z całego złota zgromadzonego na świecie (przyjmij, że 1 m^3 złota waży 19 t).
 - Ile basenów o wymiarach $25\text{ m} \times 50\text{ m} \times 2,5\text{ m}$ ma pojemność równą objętości złota zgromadzonego na świecie?

17. Do prostopadłościennego szklanego wazonu o wymiarach $6\text{ cm} \times 6\text{ cm} \times 21\text{ cm}$ wlano pół litra wody, wypełniając go po brzegi.
- a) Jaką objętość ma szkło, z którego jest zrobiony wazon?
- *b) Ścianki tego wazonu mają grubość $0,5\text{ cm}$. Jaką grubość ma dno wazonu?
- *18. Wykaż, że sześcian o krawędzi 10 cm nie zmieści się w prostopadłościennym pudełku o objętości 2 dm^3 i wysokości 25 cm .

Sprawdź się

1. Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F — jeśli jest fałszywe.

Zapisy: 10 l , 10 dm^3 , $0,1\text{ hl}$ i $10\,000\text{ cm}^3$ wyrażają równe objętości.	P	F
Prostopadłościan o wymiarach $25\text{ cm} \times 3\text{ dm} \times 500\text{ mm}$ ma taką samą objętość jak prostopadłościan o wymiarach $50\text{ mm} \times 1,5\text{ m} \times 5\text{ dm}$.	P	F

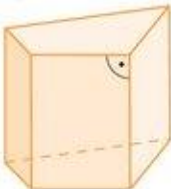
2. Prostopadłościan o wymiarach $1\text{ cm} \times 1\text{ dm} \times 1\text{ m}$ ma objętość równą:
- A. 1 dm^3 B. 10 dm^3 C. 100 cm^3 D. $0,01\text{ m}^3$
3. Prostopadłościan o wymiarach $100\text{ mm} \times 10\text{ cm} \times 0,1\text{ m}$:
- A. nie jest sześcianem i ma objętość 1000 cm^3
- B. jest sześcianem o objętości 1000 cm^3
- C. nie jest sześcianem i ma objętość $100\,000\text{ mm}^3$
- D. jest sześcianem o objętości $100\,000\text{ mm}^3$

4 Objętość graniastostupa

Przypomnij sobie

1. Wskaż wysokość oraz podstawę graniastostupa przedstawionego na rysunku.

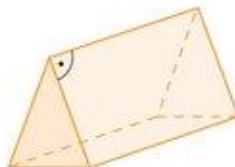
a)



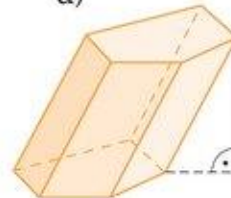
b)



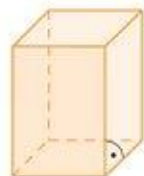
c)



d)



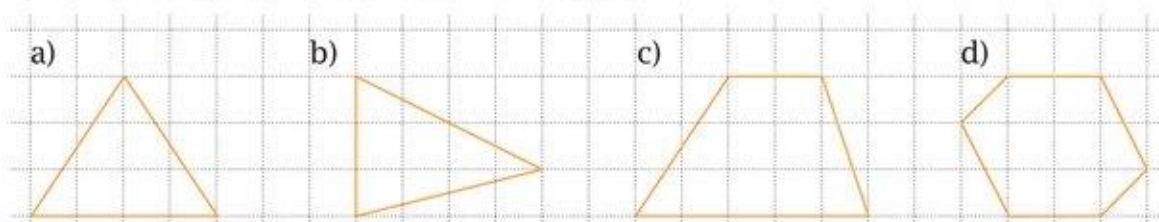
e)



2. Odpowiedz na pytanie.

- Jaki wielokąt jest podstawą każdego graniastosłupa prawidłowego?
- Jak nazywa się graniastosłup prosty, którego podstawą jest prostokąt?
- Jak obliczyć pole podstawy graniastosłupa o objętości V i wysokości h ?

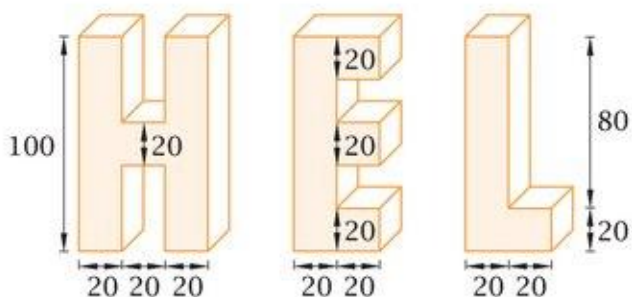
3. Oblicz sumę pól podstaw graniastosłupa, którego podstawę przedstawiono na rysunku. Przyjmij, że bok kratki ma długość 1.



Poćwicz

- Oblicz objętość graniastosłupa prostego, którego wysokość ma 10 cm, a podstawa jest trójkątem prostokątnym o bokach 5 cm, 12 cm, 13 cm.
- Oblicz wysokość graniastosłupa prostego o objętości 36 cm^3 , którego podstawa jest:
 - prostokąt o wymiarach $3 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$,
 - trójkąt prostokątny równoramienny o ramieniu 6 cm,
 - równoległobok o boku 12 cm i wysokości opuszczonej na ten bok równej 6 cm,
 - romb o przekątnych 7 cm i 8 cm.

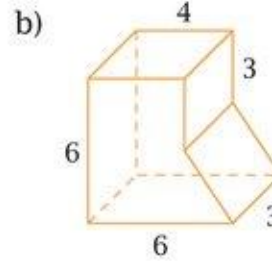
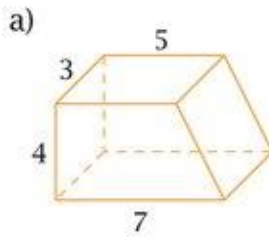
- Ze styropianu o grubości 10 cm wycięto narysowane obok litery. Ile ważą te litery? Przyjmij, że masa 1 cm^3 styropianu wynosi 0,02 g. Wymiary liter podane są w centymetrach.



Pomyśl

- Wysokość graniastosłupa prawidłowego wynosi $\sqrt{3}$, a powierzchnia ściany bocznej jest równa powierzchni jego podstawy. Oblicz objętość tego graniastosłupa, jeśli jest on graniastosłupem czworokątnym.

8. Oblicz objętość narysowanej bryły.



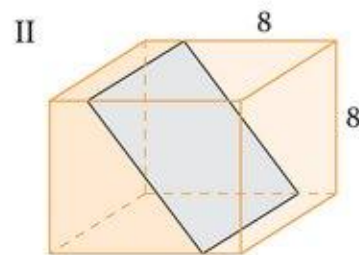
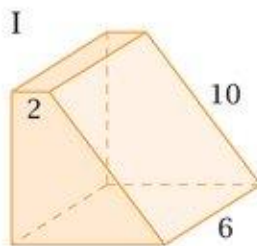
9. Rysunki przedstawiają podstawy czterech graniastopów zbudowanych z pewnej liczby jednakowych sześciąt o objętości 1. Po zsunięciu tych brył otrzymano jeden graniastop o objętości 432.



a) Oblicz wysokość otrzymanego graniastopu.

b) Jaką częścią otrzymanego graniastopu jest każdy z czterech mniejszych graniastopów?

10. Z dwóch takich samych graniastopów jak na rysunku I złożono prostopadłościan przedstawiony na rysunku II.

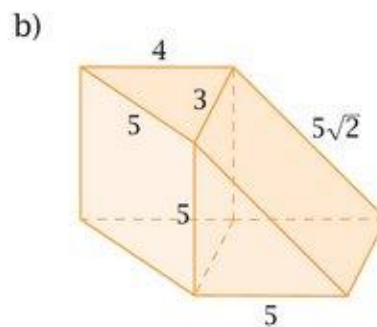
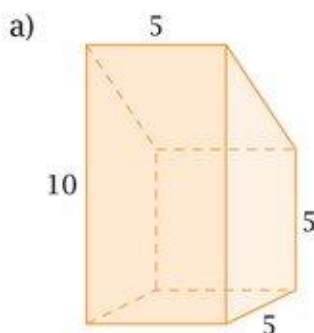


a) Oblicz objętość prostopadłościanu.

b) Oblicz pole powierzchni podstawy graniastopu I.

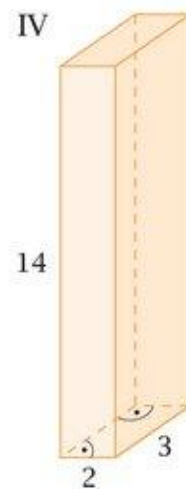
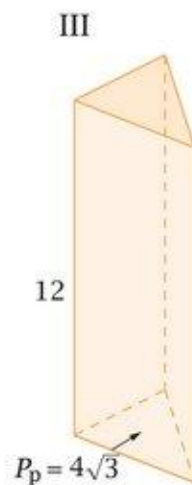
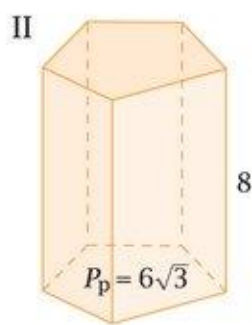
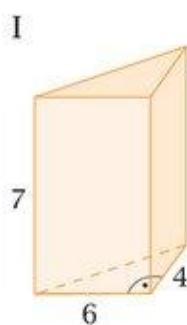
c) Oblicz pole powierzchni największej ściany bocznej graniastopu I.

11. Wszystkie ściany przedstawionej bryły są trapezami prostokątnymi albo trójkątami prostokątnymi, albo prostokątami. Oblicz objętość tej bryły.



Sprawdź się

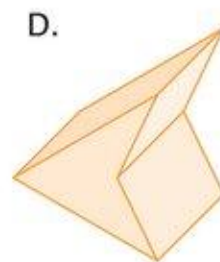
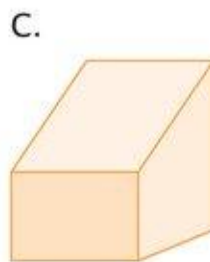
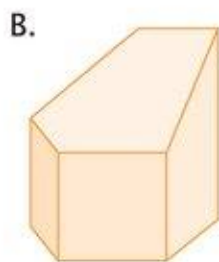
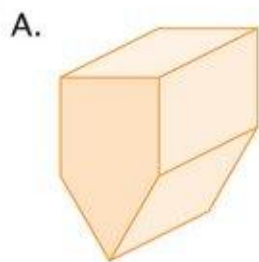
1. Graniastosłup prosty o wysokości 7 cm ma objętość równą 49 cm^3 . Jego podstawą może być trójkąt prostokątny, którego przyprostokątne mają długości:
 A. 2 cm i 7 cm B. 7 cm i 7 cm C. 2 cm i 14 cm D. 1 cm i 49 cm
2. Spośród graniastosłupów prostych przedstawionych na rysunkach równe objętości mają graniastosłupy oznaczone numerami:



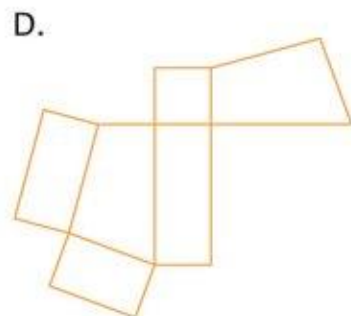
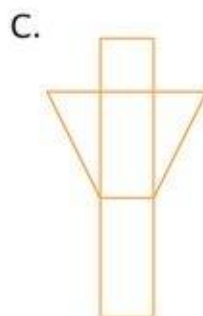
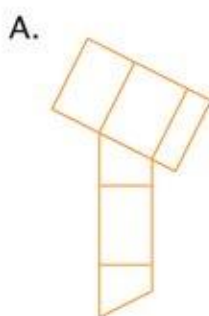
- A. I i III; II i IV B. tylko I i III C. tylko III i IV D. I i IV; II i III

5 Zadania testowe

1. Która z narysowanych figur przestrzennych nie jest graniastosłupem?

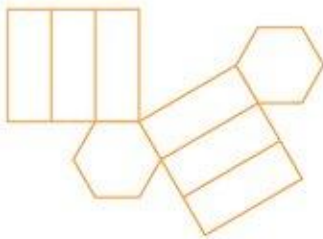


2. Który rysunek nie przedstawia siatki graniastosłupa?

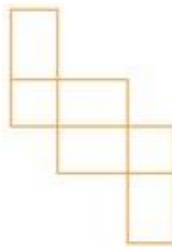


3. Który rysunek nie przedstawia siatki graniastosłupa prawidłowego?

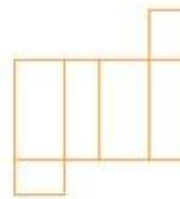
A.



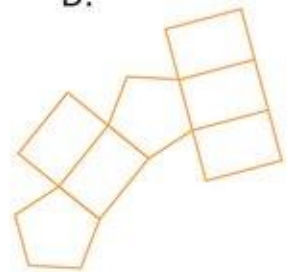
B.



C.



D.



4. Które zdanie jest prawdziwe dla każdego graniastosłupa?

- A. Krawędź boczna jest dłuższa od krawędzi podstawy.
- B. Obwód podstawy jest dłuższy od krawędzi bocznej.
- C. Krawędzie podstawy mają równe długości.
- D. Krawędzie boczne mają równe długości.

5. Z drutu o długości 56 cm zbudowano szkielet graniastosłupa prawidłowego o krawędzi podstawy 2,5 cm i krawędzi bocznej 2 cm. Podstawą tego graniastosłupa jest:

- A. kwadrat
- B. sześciokąt foremny
- C. ośmiokąt foremny
- D. szesnastokąt foremny

6. Ile krawędzi ma graniastosłup o dziesięciu ścianach bocznych?

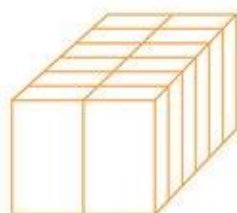
- A. 10
- B. 20
- C. 30
- D. 40

7. Które z podanych zdań jest fałszywe?

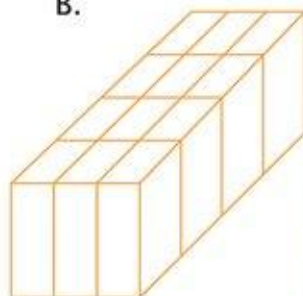
- A. Liczba krawędzi obu podstaw graniastosłupa jest dwa razy większa niż liczba krawędzi bocznych.
- B. Wszystkich krawędzi graniastosłupa jest trzy razy więcej niż ścian bocznych.
- C. Wszystkich krawędzi graniastosłupa jest dwa razy więcej niż wierzchołków.
- D. Wierzchołków graniastosłupa jest dwa razy więcej niż krawędzi bocznych.

8. Kartonik mleka ma wymiary $6\text{ cm} \times 10\text{ cm} \times 16\text{ cm}$. Najmniej folii zużyje się do opakowania 12 kartoników ustawionych w sposób przedstawiony na rysunku:

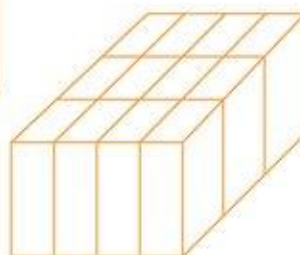
A.



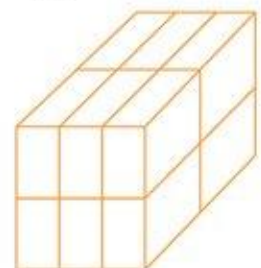
B.



C.

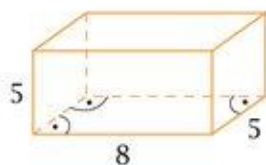


D.

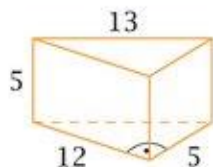


9. Które z narysowanych graniastosłupów prostych mają równe pola powierzchni?

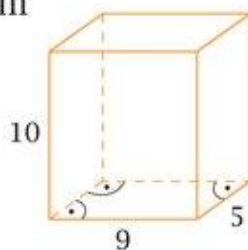
I



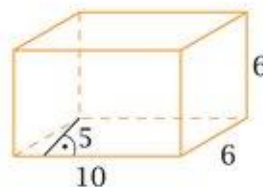
II



III



IV



A. I i II

B. II i IV

C. III i IV

D. I i III

10. Ściany i sufit pokoju trzeba pomalować farbą, której 1 l pokrywa 10 m^2 powierzchni. Pokój ma wysokość 2,5 m, podłoga pokoju ma wymiary $3,5 \text{ m} \times 4 \text{ m}$, a okno i drzwi zajmują 3 m^2 powierzchni. Na jednokrotne pomalowanie pokoju potrzeba około:

A. 4 l farby

B. 5 l farby

C. 7 l farby

D. 10 l farby

11. Objętość $0,6 \text{ m}^3$ jest równa:

A. 6 l

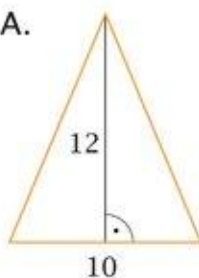
B. $6 \cdot 10^{-10} \text{ km}^3$ C. 6000 cm^3 D. $6 \cdot 10^{10} \text{ mm}^3$

12. Który z prostopadłościanów o podanych wymiarach ma największą objętość?

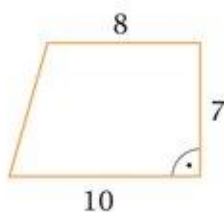
A. $29 \text{ km} \times 5 \text{ m} \times 60 \text{ cm}$ C. $300 \text{ cm} \times 200 \text{ m} \times 500 \text{ dm}$ B. $5 \text{ km} \times 30 \text{ m} \times 400 \text{ mm}$ D. $100 \text{ km} \times 0,1 \text{ m} \times 50 \text{ mm}$

13. Poniższe rysunki przedstawiają podstawy graniastosłupów prostych o jednakowej wysokości. Który z tych graniastosłupów ma największą objętość?

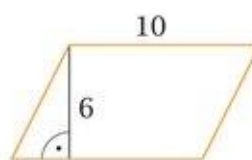
A.



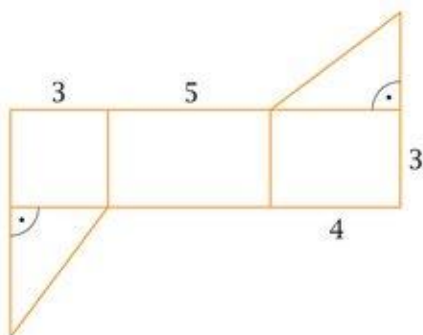
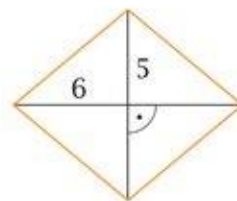
B.



C.



D.



14. Objętość graniastosłupa, którego siatkę przedstawiono na rysunku obok, jest równa:

A. 18

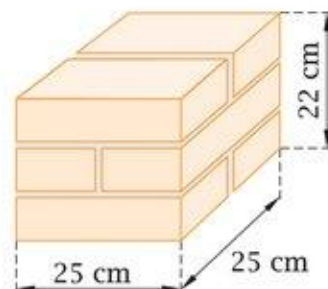
B. 36

C. 45

D. 60

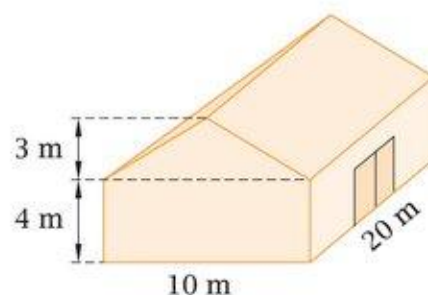
15. Narysowany słupek zbudowano z cegieł o wymiarach $6,5 \text{ cm} \times 12 \text{ cm} \times 25 \text{ cm}$. Objętość zaprawy, którą zespolono cegły tego słupka, jest równa:

A. 205 cm^3 C. 7900 cm^3
 B. $2,05 \text{ dm}^3$ D. $1,95 \text{ dm}^3$



16. Do akwarium wrzucono kamienną kostkę o wymiarach $10 \text{ cm} \times 12 \text{ cm} \times 12 \text{ cm}$, w wyniku czego poziom wody podniósł się o 2 cm . Podstawa tego akwarium może mieć wymiary:

A. $24 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}$ C. $30 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}$
 B. $20 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$ D. $32 \text{ cm} \times 45 \text{ cm}$

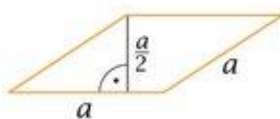


17. Objętość narysowanej obok stodoły jest równa:

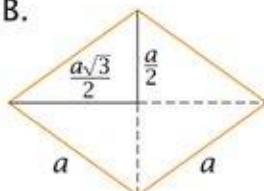
A. 800 m^3 C. 1100 m^3
 B. 1000 m^3 D. 1400 m^3

18. Wszystkie krawędzie graniastosłupa prostego czworokątnego i wszystkie krawędzie sześcianu mają długość a . Objętość sześcianu jest dwa razy większa od objętości tego graniastosłupa. Podstawę tego graniastosłupa przedstawia rysunek:

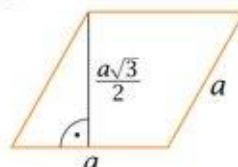
A.



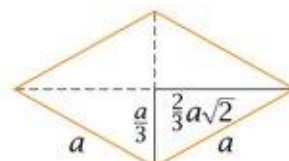
B.



C.



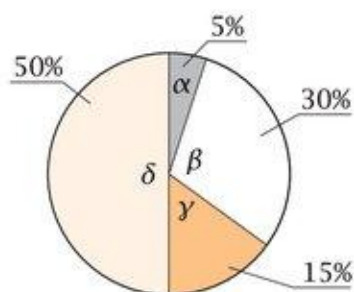
D.



1 Odczytywanie danych statystycznych

Przypomnij sobie

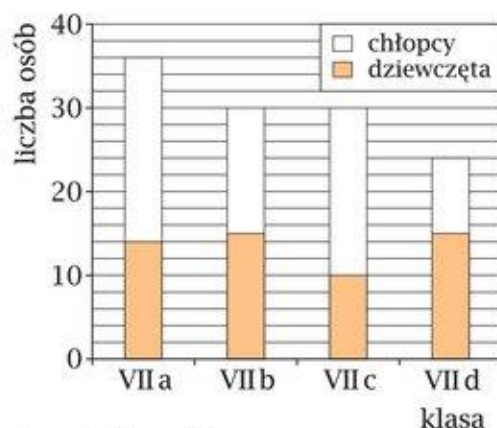
1. Na rysunku przedstawiono diagram kołowy. Ile stopni mają zaznaczone kąty?



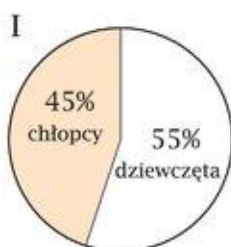
2. W tabeli przedstawiono dane na temat koloru oczu w pewnej grupie osób.
- Ile osób wzięło udział w badaniu?
 - Jaki procent osób badanych stanowią osoby o szarych oczach?
 - O ile procent więcej osób ma szare oczy niż piwne?
 - Przedstaw te dane za pomocą diagramu kołowego.

Kolor oczu	Liczba osób
szare	45
piwne	25
inne	50

3. Na diagramie przedstawiono dane dotyczące liczby dziewcząt i chłopców we wszystkich czterech klasach siódmych pewnej szkoły. Na podstawie diagramu odpowiedz na pytania.



- Ilu uczniów liczą poszczególne klasy?
- W której klasie jest po tyle samo dziewcząt i chłopców?
- W której klasie procent liczby chłopców jest największy?
- W której klasie procent liczby dziewcząt jest największy?
- Który z poniższych diagramów kołowych przedstawia dane na temat liczby dziewcząt i chłopców we wszystkich klasach siódmych tej szkoły?



Poćwicz

4. Na podstawie diagramu odpowiedz na pytania.

- Jaki procent osób mieszka w miastach do 10 tys. mieszkańców?
- Czy więcej osób mieszka na wsi czy w mieście?
- Czy na wsi mieszka więcej czy mniej niż $\frac{1}{3}$ ludności kraju?
- Jaki procent osób mieszka w miastach poniżej 100 tys. mieszkańców?

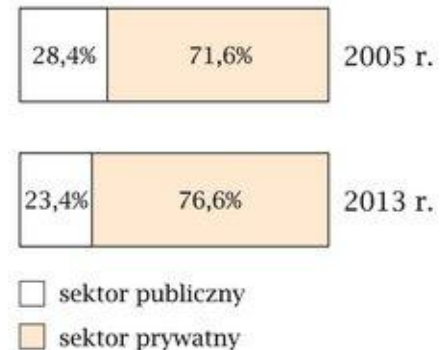
MIEJSCE ZAMIESZKANIA POLAKÓW
W 2013 R.



5. Na diagramach przedstawiono, ile procent osób spośród wszystkich zatrudnionych pracowało w sektorze publicznym (tzn. w przedsiębiorstwach państwowych i gminnych oraz w sferze budżetowej), a ile — w sektorze prywatnym (tzn. w prywatnych firmach i gospodarstwach) w latach 2005 i 2013.

- Ile procent osób pracowało w sektorze publicznym w roku 2005?
- Ile procent osób pracowało w sektorze prywatnym w roku 2005?
- Czy w roku 2013 więcej osób pracowało w sektorze publicznym czy w prywatnym?
- Czy na podstawie diagramów można stwierdzić, że od roku 2005 do 2013 liczba zatrudnionych w sektorze prywatnym się zwiększyła?
- Wyjaśnij, dlaczego stwierdzenie: „W sektorze prywatnym w roku 2013 pracowało o $76,6\% - 23,4\% = 53,2\%$ osób więcej niż w publicznym” jest niepoprawne.
- Zilustruj te dane za pomocą tabeli i diagramów kołowych.

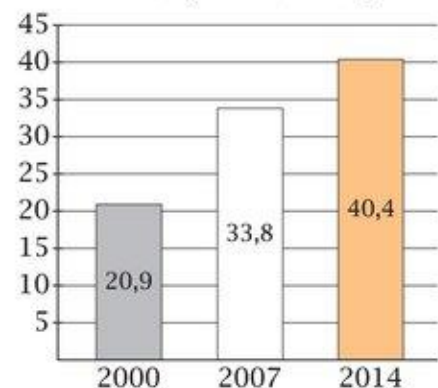
STRUKTURA ZATRUDNIENIA



6. Na podstawie diagramu odpowiedz na pytania.

- O ile osób zwiększyła się widownia w polskich kinach w latach 2000-2007, a o ile — w latach 2007-2014?
- O ile procent wzrosła liczba widzów między rokiem 2000 a 2007, a o ile między rokiem 2007 a 2014?
- *c) Gdyby tempo wzrostu widowni w kolejnych latach było w przybliżeniu takie samo jak w latach 2000-2014, to ilu widzów poszłoby do kina w 2021 roku?

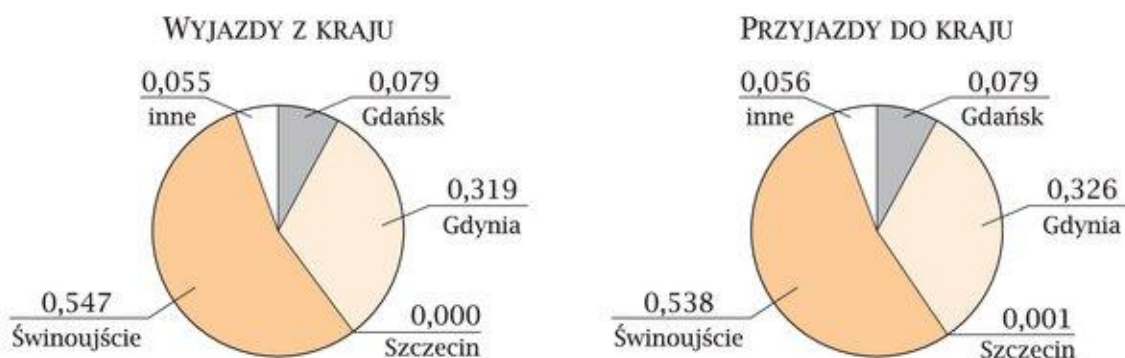
LICZBA WIDZÓW W POLSKICH
KINACH (W MILIONACH)



7. W poniższym tekście znajdują się informacje na temat długości różnych szlaków turystycznych istniejących w Polsce w latach 2005 i 2013. Przedstaw te dane w tabeli i sporządź diagramy kołowe dla wymienionych lat.

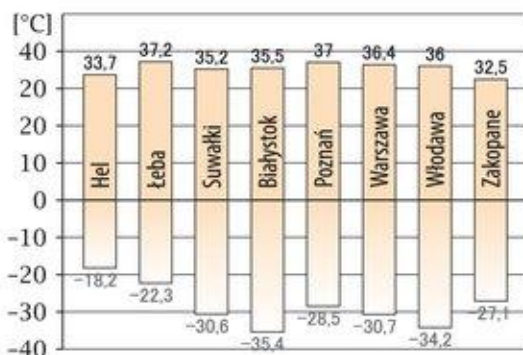
W końcu 2013 roku w Polsce było wyznaczonych 68 125 km szlaków turystycznych, w tym tras pieszych na terenach nizinnych — 37 342 km, a na terenach górskich — 11 007 km. Na szlaki narciarskie przypadają 403 km. W porównaniu z rokiem 2005 długość szlaków turystycznych wzrosła o 6065 km, w tym długość tras pieszych na terenach nizinnych — o 3190 km, na terenach górskich — o 35 km. Jedynie długość szlaków narciarskich zmalała o 93 km.

8. Na diagramach przedstawiono udział poszczególnych portów w ruchu pasażerów wyjeżdżających z Polski i przyjeżdżających do Polski z zagranicy w roku 2013.



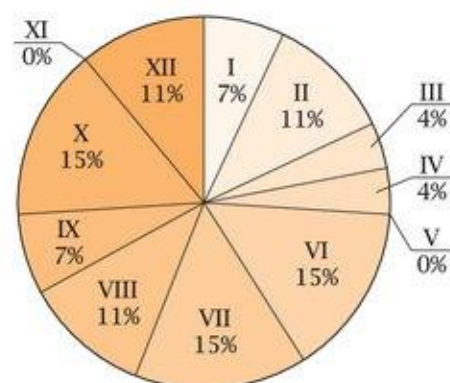
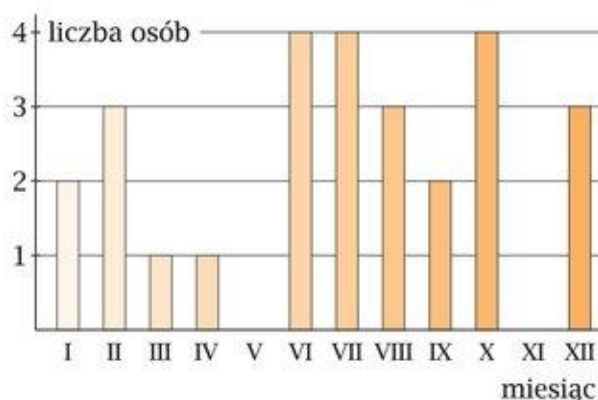
- a) Do którego portu najchętniej wpływali pasażerowie w roku 2013?
- b) W roku 2013 wypłynęło z Polski 808 869 pasażerów. Z portu w Gdyni w tym celu skorzystało 258 351 osób. O ile liczba ta różni się od liczby, którą można otrzymać na podstawie diagramu?
- c) O ile procent mniej pasażerów wyjeżdża z Polski z portu w Gdańsku niż z portu w Gdyni?
- d) Czy na podstawie diagramów można wyciągnąć wniosek, że większość pasażerów powraca do portów, z których wypływała?

9. Na diagramie przedstawiono temperatury minimalne i maksymalne odnotowane w wybranych miastach Polski (pomiarów dokonywano w dłuższym czasie).



- a) W którym mieście zanotowano najwyższą temperaturę, a w którym — najniższą?
- b) O ile stopni najwyższa temperatura w Łebie różni się od najwyższej temperatury w Zakopanem?
- c) O ile stopni najniższa temperatura w Helu była wyższa niż najniższa temperatura w Białymstoku?
- d) Na podstawie powyższego wykresu temperatur wykonaj wykres amplitudy temperatur w poszczególnych miastach.

10. Diagramy i tabela przedstawiają, ilu uczniów pewnej klasy urodziło się w poszczególnych miesiącach.



Miesiąc	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Liczba uczniów	2	3	1	1	0	4	4	3	2	4	0	3

Odpowiedz na poniższe pytania — za każdym razem postaraj się wybrać najdogodniejszy sposób zaprezentowanych danych.

- Ilu uczniów liczy ta klasa?
- W których miesiącach urodziło się najwięcej uczniów?
- Ile razy więcej uczniów urodziło się w miesiącach o numerach parzystych niż w pozostałych?
- W których sąsiednich miesiącach urodziło się po tyle samo uczniów?
- Jaki procent uczniów przyszedł na świat w pierwszym półroczu?
- W ilu miesiącach nie urodził się nikt spośród uczniów tej klasy, w ilu — jeden, dwóch, trzech, a w ilu — czterech?
- Miedzy którymi sąsiednimi miesiącami różnica między liczbami urodzonych w nich uczniów jest największa?

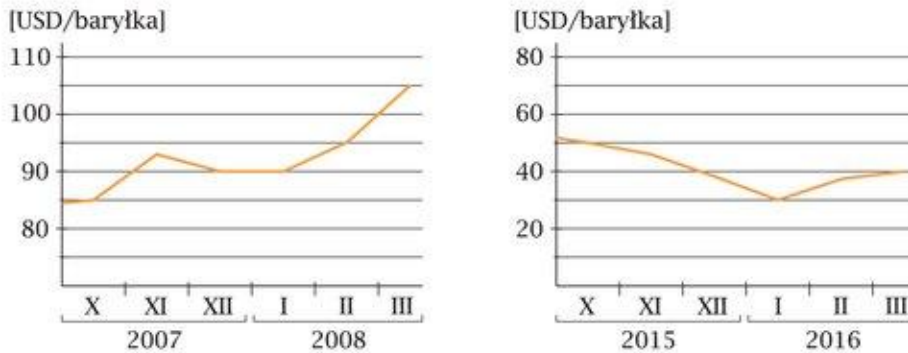
Pomyśl

11. Na podstawie tabeli, w której podano liczby absolwentów szkół podstawowych i gimnazjów w wybranych latach, określ prawdopodobną liczbę nowo przyjętych uczniów gimnazjów i szkół ponadgimnazjalnych w latach szkolnych 2006/2007, 2011/2012, 2013/2014.

Rok szkolny	2005/2006	2010/2011	2012/2013
Szkoła podstawowa	476,7 tys.	378,4 tys.	360,5 tys.
Gimnazjum	527,1 tys.	412,3 tys.	383,0 tys.

14. Wykresy przedstawiają ceny ropy (w USD za baryłkę) odnotowane na giełdzie w Londynie na przełomie lat 2007/2008 i 2015/2016.

ROPA NA GIEŁDZIE W LONDYNIE



- a) W jakim przedziale wahały się ceny ropy naftowej w ciągu sześciu miesięcy wskazanych na każdym z wykresów? Co można powiedzieć ogólnie o zmianie cen ropy w badanych półroczach?
- b) O ile procent wzrosła cena ropy między październikiem 2007 roku a marcem 2008 roku?
- c) O ile procent zmalała cena ropy między miesiącem, w którym cena była najwyższa, a miesiącem, w którym cena była najniższa? Uwzględnij ceny przedstawione na obu wykresach.

Wyjaśnij, dlaczego twoje obliczenia nie są dokładne, i dowiedz się, jakie były przyczyny tak dużych zmian cen ropy na światowych rynkach. Postaw kilka podobnych pytań i odpowiedz na nie.

15. Czy poniższe rozumowanie jest poprawne?

- a) Tylko kilka procent wypadków samochodowych jest powodowanych przez kierowców powyżej 65. roku życia. Wobec tego zatrudnianie emerytów jako kierowców poprawiłoby bezpieczeństwo ruchu.



- b) Więcej niż 50% ludności Polski to kobiety. Rodzi się jednak nieco więcej chłopców niż dziewczynek. Zatem mężczyźni w Polsce żyją krócej.
- c) Zapytano wybranych mieszkańców miasta, czy są przeziębieni i czy zażywają aspirynę. Okazało się, że wśród osób zażywających aspirynę 95% stanowią osoby przeziębione, a wśród osób niezażywających aspiryny tylko 10% to przeziębieni. Można stąd wywnioskować, że nie biorąc aspiryny, mamy większe szanse uniknąć przeziębienia.

Sprawdź się

1. Na wykresie obok przedstawiono liczbę ludności w kilku polskich miastach w latach 1950–2014. Wskaż zdania prawdziwe.

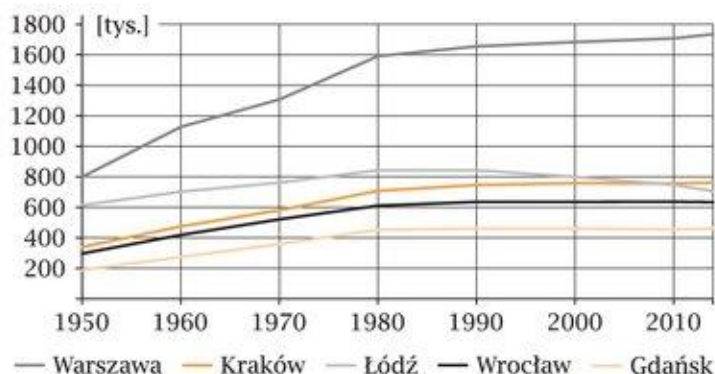
I. Liczba ludności Warszawy była większa od liczby ludności Gdańska, w przybliżeniu, tyle samo razy w 1950 roku co w roku 2014.

II. Liczba ludności w tych miastach stale się zwiększała.

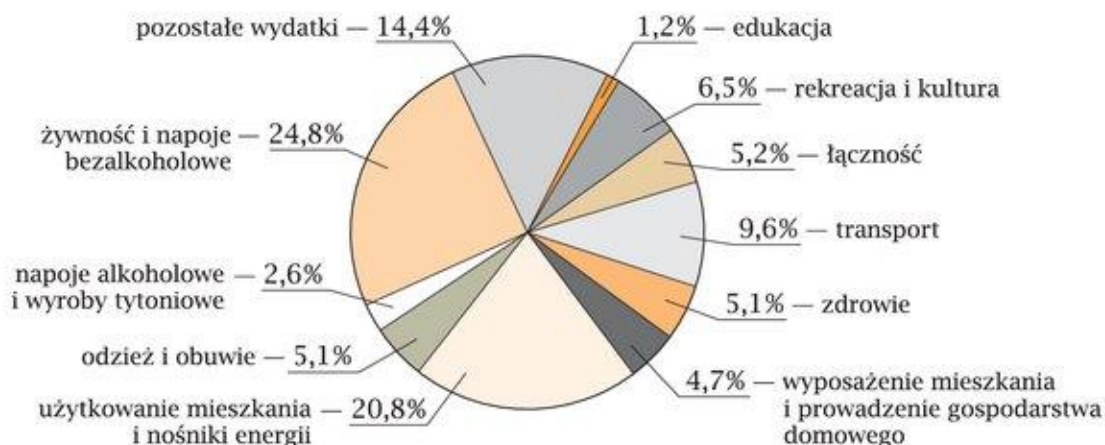
III. W roku 2014 w Warszawie mieszkało (w przybliżeniu) tyle osób, ile łącznie w Gdańsku, Wrocławiu i Łodzi.

IV. Łódź miała największą liczbę mieszkańców w roku 2000.

V. Największy przyrost ludności w tych miastach nastąpił w latach 1980–2014.



2. Na diagramie przedstawiono miesięczne wydatki na jedną osobę w gospodarstwie domowym w Polsce w 2014 r. Dokończ zdania. Wybierz odpowiedzi spośród A i B, spośród C i D oraz spośród E i F.



Wydatki na żywność i napoje bezalkoholowe przewyższają wydatki na użytkowanie mieszkania i nośniki energii:

- A. o 4% B. o ok. 20%

Jeżeli w pewnej rodzinie wydatki na jedną osobę wynoszą 1000 zł, to można przypuszczać, że wydatki na transport jednej osoby w tej rodzinie są równe:

- C. 96 zł D. 9,60 zł

Wydatki na rekreację i kulturę, łączność, transport i zdrowie są w porównaniu z wydatkami na żywność i napoje bezalkoholowe oraz napoje alkoholowe i wyroby tytoniowe:

- E. większe F. mniejsze

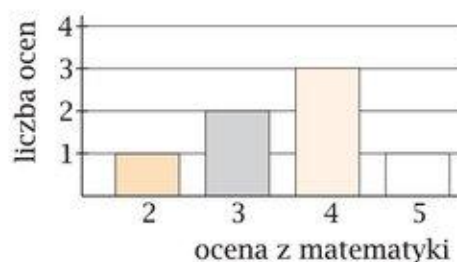
2 Co to jest średnia?

Przypomnij sobie

1. Oblicz średnią arytmetyczną następujących liczb:

- a) 4, 5, 6, 7, 9 b) 4, 5, 6, 7, 7, 9

2. Kacper wykonał diagram swoich ocen z matematyki. Ile wynosi średnia jego ocen? Czy to prawda, że co najmniej połowa ocen to oceny wyższe od czwórki?



Poćwicz

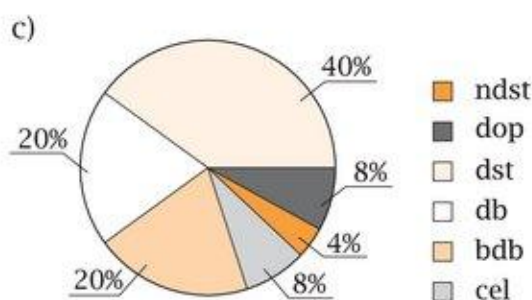
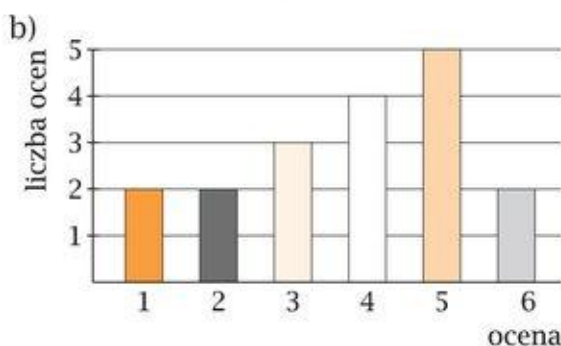
3. Oblicz średnią arytmetyczną liczb.

- a) -2, -5, 0, 7, 0, 3, -4, 8, -4, -2, -1 d) $1\frac{1}{8}$, $4\frac{3}{4}$, $\frac{3}{5}$, $8\frac{1}{2}$, $\frac{7}{10}$, $8\frac{1}{4}$
- b) 1, 2, 5, 7, 2, 5, 3, 11, 1, 3, 5, 3, 7 e) $2\frac{1}{8}$, $3\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $6\frac{3}{8}$, $3\frac{1}{3}$, $8\frac{1}{3}$
- c) 14,2, 18,5, 19,0, 4,7, 5,1 f) $-7\frac{1}{4}$, $-3\frac{1}{4}$, $2\frac{1}{8}$, $3\frac{1}{2}$, $10\frac{1}{2}$

4. Oblicz średnią arytmetyczną wyników klasówki na podstawie danych o jej wynikach.

a)

Numer ucznia	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Ocena	3	5	5	4	2	3	5	6	5	2	5	3	4



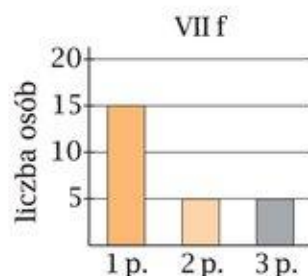
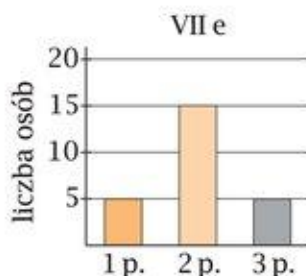
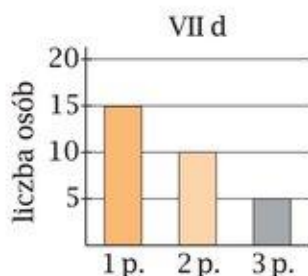
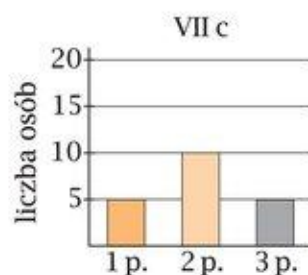
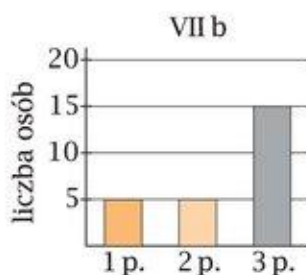
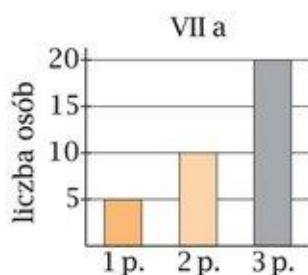
d) W tabeli łodygowo-listkowej przedstawiono wyniki klasówki w punktach. Minimalna liczba uzyskanych punktów wyniosła 1,2, a maksymalna 4,5.

1	2
2	1 2 2 2 4
3	1 2 3 4
4	3 5

5. Oblicz średnią arytmetyczną wzrostu uczniów pewnej klasy na podstawie diagramu łodygowo-listkowego przedstawionego obok.

15	2 2 5 7 7 8 8
16	0 0 1 1 2 4 5 5 7 9
17	2 5 6

6. Z kartkówki można było otrzymać 1, 2 lub 3 punkty. Na poniższych diagramach przedstawiono, ile osób w poszczególnych klasach otrzymało odpowiednie liczby punktów. Oblicz średnią dla każdej z klas.



Pomyśl

7. Znajdź liczby spełniające podany warunek.
- Średnia arytmetyczna trzech kolejnych liczb parzystych jest równa 40.
 - Średnia arytmetyczna trzech kolejnych liczb nieparzystych jest równa 91.
 - Średnia arytmetyczna trzech kolejnych liczb pierwszych jest równa $10\frac{1}{3}$.
 - Średnia arytmetyczna kwadratów trzech kolejnych liczb parzystych jest równa $38\frac{2}{3}$.
 - Średnia arytmetyczna czterech kolejnych liczb, które przy dzieleniu przez pięć dają resztę 1, wynosi 53,5.
8. Średnia arytmetyczna pięciu liczb wynosi 95. Cztery z tych liczb to: 63, 145, 156 i 167. Wyznacz piątą liczbę.
9. Średnia arytmetyczna czterech spośród dziesięciu liczb jest równa 15, a średnia pozostałych sześciu wynosi 40. Oblicz średnią arytmetyczną wszystkich dziesięciu liczb.

*10. Czy może się zdarzyć, że średnia arytmetyczna ocen Jacka z matematyki wynosi 4,2, jeśli:

- a) Jacek nie ma żadnej oceny wyższej niż 4,
- b) Jacek nie ma żadnej czwórki,
- c) Jacek nie ma żadnej oceny niższej niż 4,
- d) oceny od 1 do 4 stanowią większą część ocen Jacka?

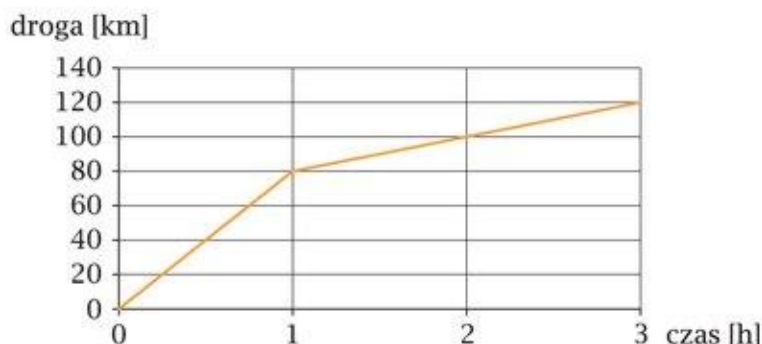
Jeśli któraś z opisanych sytuacji jest możliwa, podaj przykład; jeśli nie — wyjaśnij dlaczego.

11. Z zestawu liczb 18, 11, 10, 5, 6 usunięto jedną i wówczas średnia arytmetyczna pozostałych liczb wzrosła o 1. Którą liczbę usunięto?

12. Średnia wieku rodziców i trójki ich dzieci wynosi 30 lat. Gdyby uwzględnić wiek babci, to średnia wieku w tej rodzinie wyniosłaby 36 lat. Ile lat ma babcia?

13. a) Kierowca jechał przez godzinę ze średnią prędkością $40 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, a przez kolejne trzy — $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Z jaką prędkością średnią poruszał się ten kierowca w ciągu czterech godzin jazdy?

b) Na wykresie przedstawiono, jaką drogę pokonał inny kierowca w czasie trzech godzin jazdy. Oblicz prędkość średnią, z jaką poruszał się ten kierowca na całej trasie.



*14. Średnia wieku kilku osób wynosi 15 lat. Czy z tej informacji wynikają poniższe wnioski? Jeśli tak, uzasadnij dlaczego. Jeśli nie, podaj przykład takiego zestawu danych, przy którym średnia wieku wynosi 15 lat, a jednak „wniosek” nie jest poprawny. (Uwzględniamy tylko całkowitą liczbę lat).

- a) Większość osób w tej grupie ma 15 lat.
- b) Mniej więcej połowa osób w tej grupie ma 15 lat lub więcej.
- c) Przynajmniej jedna osoba w tej grupie ma 15 lat.
- d) Jeśli jest w tej grupie ktoś, kto ma 14 lat, to musi też być ktoś, kto ma więcej niż 15 lat.
- e) Jeśli jest w tej grupie ktoś, kto ma 14 lat, to musi też być ktoś, kto ma 15 lat.
- f) Jeśli nie wszyscy mają po 15 lat, to osób mających więcej niż 15 lat jest tyle samo, co mających mniej niż 15 lat.

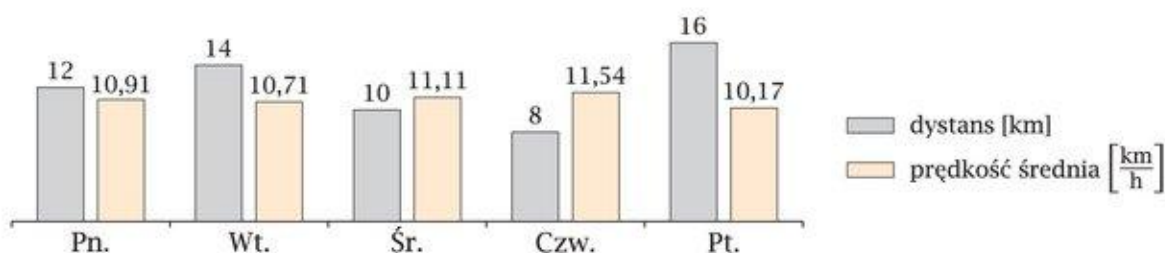
Sprawdź się

- Średnia arytmetyczna sześciu liczb jest równa 7. Gdyby do tych liczb dołączyć liczbę 21, to ich średnia byłaby równa:
A. 28 B. 9 C. 8 D. 7
- Średnia liczb $a, b, c, 12$ jest równa 9. Średnia liczb a, b, c wynosi:
A. 24 B. 9 C. 8 D. mniej niż 8
- Z zestawu siedemnastu liczb, których średnia arytmetyczna wynosi 8, usunięto kilka óseмок. Średnia pozostałych liczb:
A. nie zmieniła się C. zmalała
B. wzrosła D. Nie można tego stwierdzić.

3 Zbieranie i opracowywanie danych statystycznych

Przypomnij sobie

- Pewien biegacz opracował dane swoich treningów z pięciu dni. Oto jego diagram.



- W którym dniu biegacz biegł z największą prędkością średnią?
 - Czy to prawda, że im biegacz pokonywał dłuższy dystans, tym jego prędkość średnia była niższa?
 - Ile kilometrów łącznie pokonał biegacz w poniedziałek, środę i piątek?
 - Ile czasu trwał trening w piątek?
 - Ile wynosi średnia długość pokonanego dystansu w czasie jednego treningu?
- Jakie dane trzeba zebrać, żeby zbadać, ile czasu średnio spędza wybrana grupa osób przed ekranem komputera lub telefonu komórkowego w ciągu tygodnia i na czym polegają główne aktywności?

Poćwicz

3. W rozwinięciu dziesiętnym liczby π (którą poznasz bliżej w klasie 8) zawierającym milion cyfr każda z dziesięciu cyfr mogłaby występować średnio po 100 000 razy. Na podstawie danych zamieszczonych w tabeli można stwierdzić, ile razy faktycznie każda z cyfr występuje w tym rozwinięciu. Liczba dodatnia w dolnym wierszu tabeli informuje, o ile liczba wystąpień danej cyfry przewyższa 100 000, a liczba ujemna — o ile liczba wystąpień jest mniejsza od 100 000.

Cyfra	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Odchylenie od 100 000	-41	-242	26	229	230	359	-452	-200	-15	106

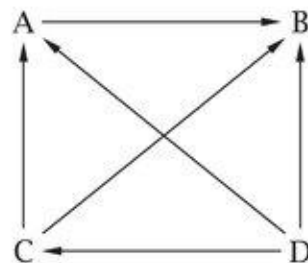
- a) Która cyfra występuje najczęściej w rozwinięciu liczby π , a która najrzadziej?
 b) Ile razy w rozwinięciu występują cyfry parzyste, a ile razy — nieparzyste?
4. Rafał zapytał koleżanki i kolegów (łącznie 25 osób), czy mają w domu zwierzęta, a jeśli tak — to jakie. W ankiecie przyjął następujące oznaczenia: P — mam psa, K — mam kota, Ż — mam żółwia, R — mam rybki, N — nie mam żadnych zwierząt. Oto dane, jakie zebrał (liczba podanych liter odpowiada liczbie posiadanych zwierząt): P, N, N, RRR, K, KKK, N, P, N, P, K, Ż, N, K, N, KK, N, N, RRRRP, N, RRRRR, K, RR, N, N.
- a) Za pomocą diagramów słupkowego i kołowego zilustruj, jaki procent badanych uczniów ma co najmniej jedno zwierzę, a jaki — nie ma żadnego.
 b) Za pomocą diagramu słupkowego przedstaw, ile psów, kotów, żółwi i rybek mają ankietowane osoby.

5. Oto wyniki sprawdzianu w klasach VII a i VII b:

IIa: 2, 1, 2, 2, 4, 5, 6, 5, 1, 1, 3, 5, 2, 4, 3, 1, 5, 2, 2, 5, 2, 3, 2, 2, 5, 5, 2

IIb: 4, 2, 4, 3, 4, 1, 4, 4, 4, 1, 1, 4, 2, 4, 4, 4, 2, 1, 4, 3, 2, 4, 5, 1, 2, 4, 4

- a) Sprawdź, że średnia ocen w obydwu klasach jest taka sama.
 b) Narysuj diagramy słupkowe przedstawiające te wyniki.
 c) Czy na podstawie diagramów można stwierdzić, że uczniowie obydwu klas napisali sprawdzian równie dobrze?
6. Graf przedstawia wyniki meczów turnieju tenisa stołowego, rozgrywanego systemem każdy z każdym, w którym wzięły udział cztery osoby: A, B, C i D. Strzałka wskazuje zwycięzcę pojedynku. Przedstaw na diagramie słupkowym liczbę wygranych meczów przez poszczególnych zawodników i odpowiedz na pytanie, kto wygrał zawody.



Pomysł

7. Oto początek powieści Stanisława Lema pod tytułem „Cyberiada”, składający się z 426 liter:

Konstruktor Trurl sporządził raz maszynę, która umiała robić wszystko na literę n. Kiedy była gotowa, na próbę kazał jej zrobić nici, potem nanizać je na naparstki, które też zrobiła, następnie wrzucić wszystkie do sporządzonej nory, otoczonej natryskami, nastawniami i naparami. Wykonała polecenie co do joty, ale ponieważ nie był jeszcze pewny jej działania, kolejno musiała zrobić nimby, nausznice, neutrony, nurty, nosy, nimfy i natrium. Tego ostatniego nie umiała, i Trurl, bardzo zmartwiony, kazał się jej tłumaczyć.

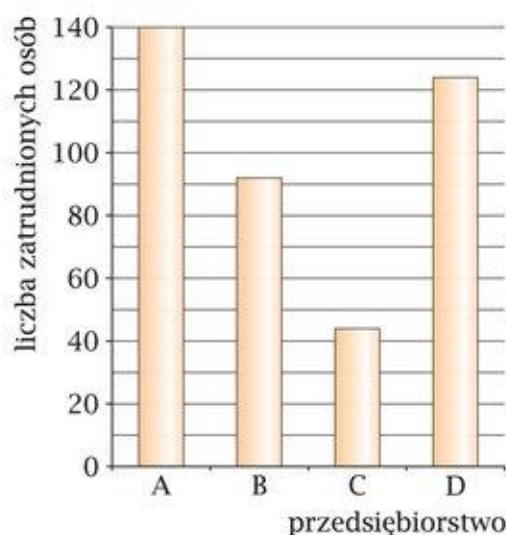
W tabeli wymieniono litery, które występują w tym fragmencie więcej niż 20 razy, oraz liczby tych wystąpień.

a	e	i	n	o	r	t	z
45	28	37	38	33	27	26	23

W kolejnej tabeli znajdują się informacje o tym, jak często te same litery występują w bardzo dużym zestawie tekstów napisanych po polsku.

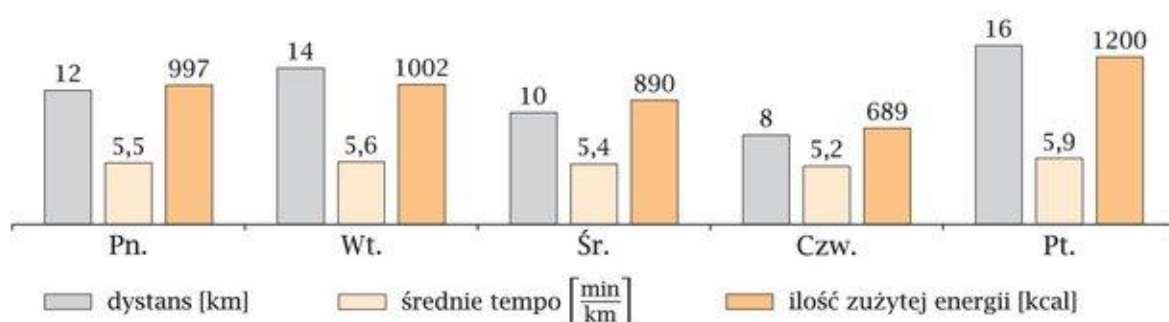
a	e	i	n	o	r	t	z
8,91%	7,66%	8,21%	5,52%	7,75%	4,69%	3,98%	5,64%

- a) Wyraż w procentach (z dokładnością do części setnych) częstość występowania tych liter w danym fragmencie „Cyberiady”.
- b) O ile procent częściej występują litery n, r oraz t w przytoczonym fragmencie „Cyberiady” niż w dużym zestawie tekstów?
8. Oba diagramy powstały na podstawie tego samego zestawu danych dotyczących liczby zatrudnionych osób w czterech przedsiębiorstwach. Odpowiedz na poniższe pytania, podając dokładne wartości.



- a) Ilu pracowników zatrudniają łącznie te przedsiębiorstwa?
- b) Ilu pracowników zatrudnia przedsiębiorstwo C, a ilu — przedsiębiorstwo D?

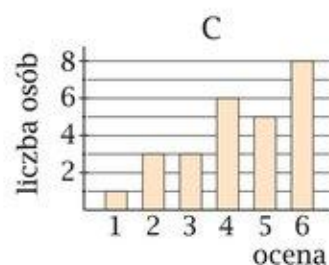
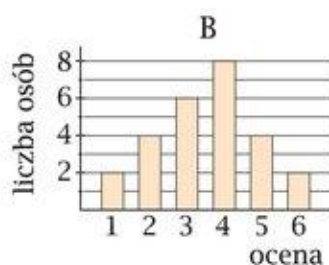
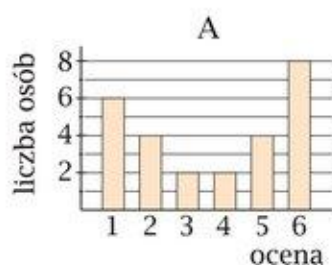
9. Pewien biegacz opracował dane pięciu swoich treningów. Oto jego diagramy:



- W którym dniu biegacz zużył najwięcej energii?
- Czy to prawda, że im biegacz pokonywał dłuższy dystans, tym średnie tempo biegu było mniejsze?
- Czy to prawda, że zużycie energii przez biegacza było tym mniejsze, im dłuższy dystans pokonywał?
- Ile wyniosło średnie zużycie energii przez biegacza w czasie jednego treningu?
- Ile kilometrów pokonał biegacz w ciągu pięciu dni?
- Ile wyniosła średnia długość pokonanego dystansu w czasie jednego treningu?
- Ile czasu trwały w sumie treningi w tym tygodniu?
- W jakim średnim tempie biegacz pokonywał dystans?
- Którego dnia średnie zużycie energii (mierzone w $\frac{\text{kcal}}{\text{km}}$) przez biegacza było największe?



10. W szkole Marka odbył się koncert trzech zespołów muzycznych A, B, C. Marek poprosił uczniów swojej klasy, aby wystawili każdemu zespołowi ocenę (od 1 do 6). Wyniki przedstawił na diagramach.



Na podstawie kształtu diagramów dopasuj recenzje do występów zespołów.

I. Występ podobał się zdecydowanej większości uczniów.

II. Występ średnio się podobał większości uczniów.

III. Występ jednym się podobał, innym się nie podobał, ale niewielu uczniów pozostało obojętnych.

Zadania 11-14 to tematy długoterminowych prac badawczych. Warto pracować nad nimi w grupach.

- 11.** Opracuj kwestionariusz ankiety na podany temat. Postaw hipotezę dotyczącą jej wyniku. Przeprowadź badania w odpowiedniej grupie osób. Opracuj wyniki i wyciągnij wnioski.
- Ulubiona gra komputerowa (wyłącznie wśród osób, które grają).
 - Marka używanego telefonu komórkowego.
 - Ulubiony film obejrzany w ostatnim roku szkolnym (warto porównać z innym rankingiem).
 - Ilość czasu spędzanego na świeżym powietrzu w zależności od dnia tygodnia (z pominięciem okresów ferii i świąt).
 - Ilość cukru używanego do słodzenia herbaty przez uczniów z twojej szkoły.
 - Najczęstsze i najrzadsze imiona uczniów w twojej szkole. Wyniki warto porównać z danymi statystycznymi dla Polski w danym roczniku.
 - Ile osób poprawnie odpowie na pytania dotyczące szkoły, np.: Ile nauczycielek i ilu nauczycieli pracuje w naszej szkole? Ile lat liczy szkoła? Ile ma pomieszczeń? Ile ma sal lekcyjnych? Uwzględnij klasę, do której uczęszcza pytana osoba.



- 12.** Poproś około 20 osób o narysowanie schematycznego słoneczka. Nie sugeruj im w żaden sposób, co jest ważne w badaniu (dlatego nie powinni to być koledzy z klasy, którzy znają to zadanie). Następnie policz, ile promieni mają narysowane słoneczka. Przedstaw wyniki za pomocą diagramu słupkowego, oblicz średnią otrzymanych wyników. Sprawdź, czy więcej osób rysuje parzystą czy nieparzystą liczbę promieni.



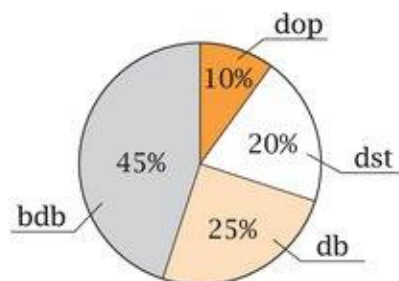
- 13.** Zapytaj 20 osób w jednakowym wieku o rozmiar buta i przedstaw zebrane dane za pomocą diagramów kołowych i słupkowych dla każdej płci z osobna.

- 14.** Zmierz wzrost i rozpiętość ramion dużej liczby osób w różnym wieku. Oblicz różnicę między wynikami tych pomiarów dla każdej osoby. Uporządkuj dane w zależności od płci i grupy wiekowej.

Sprawdź się

1. Diagram przedstawia wyniki sprawdzianu z języka polskiego przeprowadzonego w czterech klasach. Średnia ocen z tego sprawdzianu wynosi:

A. 4 B. 4,1 C. 4,05 D. 4,2



2. W pewnej ankiecie udzielano czterech rodzajów odpowiedzi: TO — tak, oczywiście; TA — tak, ale; NC — nie, chociaż i NA — nie, absolutnie. Otrzymano następujące wyniki:

TO, TA, NC, TO, TO, NC, NA, NA, TO, NA, TO, TO, NA, TO, NA

Które z poniższych zdań są prawdziwe?

- I. Liczba wszystkich odpowiedzi „tak” jest o jeden większa od liczby wszystkich odpowiedzi „nie”.
 II. Najczęściej udzielaną odpowiedzią była odpowiedź „nie, absolutnie”.
 III. Liczba odpowiedzi skrajnych (TO i NA) jest o 60% większa niż liczba odpowiedzi umiarkowanych (TA i NC).
 IV. Wśród odpowiedzi „tak” odpowiedź „tak, oczywiście” stanowi 87,5%.

A. I i III B. II i IV C. II i III D. I i IV

4 Zdarzenia losowe

Przypomnij sobie

- Ile jest możliwych różnych wyników:
 - w jednokrotnym rzucie monetą,
 - w jednokrotnym rzucie sześcienną kostką do gry,
 - losowania jednej karty z talii 52 kart?
- Spośród liter A, B, C, D, E losowo wybieramy jedną. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że wybraną literą:
 - będzie A,
 - nie będzie A.
- Na szachownicy jest tyle samo pól białych co czarnych. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że mucha, która usiadła na szachownicy, wybrała:
 - pole białe,
 - pole zielone,
 - pole kwadratowe.

Poćwicz

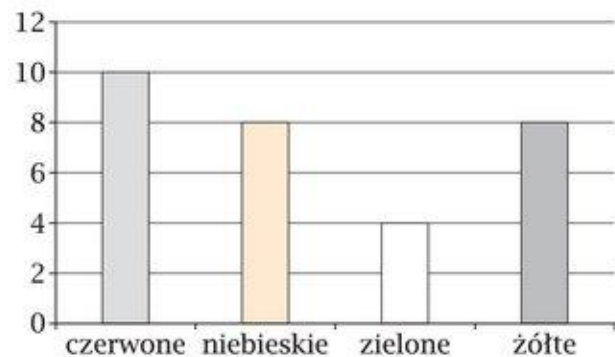
4. Spośród pięciorga dzieci o imionach: Ala, Arek, Janek, Jola i Jurek wybierano losowo jedno dziecko. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że wybrane dziecko:
- to Ala,
 - ma imię zaczynające się na literę J,
 - ma imię zaczynające się na literę B,
 - ma imię zaczynające się na literę A lub J.
5. Rzucamy raz sześcienną kostką do gry. Oblicz, jakie jest prawdopodobieństwo tego, że wynik będzie liczbą:
- | | | |
|-----------------|-----------------------|------------------|
| a) parzystą, | c) podzielną przez 3, | e) jednocyfrową, |
| b) nieparzystą, | d) podzielną przez 5, | f) trzycyfrową. |
6. Spośród liczb całkowitych od 1 do 9 wybieramy losowo jedną. Oblicz prawdopodobieństwo wybrania liczby:
- | | | |
|------------------------|------------------------|---------------------|
| a) parzystej, | c) podzielnej przez 3, | e) ujemnej, |
| b) podzielnej przez 5, | d) pierwszej, | f) mniejszej od 10. |
7. Spośród liter: *P, a, j, g, r, w* wybieramy losowo jedną. Oblicz, jakie jest prawdopodobieństwo tego, że wybraną literą będzie:
- wielka litera,
 - mała litera,
 - jedna z liter występujących w słowie *gaj*,
 - jedna z liter występujących w słowie *Praga*,
 - jedna z liter występujących w słowie *Paragwaj*.
8. Ustal, jakie jest prawdopodobieństwo tego, że losowo wybrany dzień roku nieprzestępnego jest:
- | | |
|------------------------------|---------------------------|
| a) pierwszym dniem miesiąca, | c) jednym z dni stycznia, |
| b) siódmym dniem miesiąca, | d) jednym z dni czerwca. |
9. a) Wybieramy losowo jeden z boków trójkąta prostokątnego. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że wybranym bokiem będzie przeciwprostokątna?
- b) Wybieramy losowo dzień tygodnia. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że wybranym dniem będzie środa?
- c) Chcemy zadzwonić do kolegi, ale zapomnieliśmy ostatniej cyfry numeru jego telefonu. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że wybierając losowo tę cyfrę, dodzwonimy się pod właściwy numer?

10. W sklepie „Bubel” sprzedaje się tanio różne rzeczy bez gwarancji. Na przykład na pięć dobrych żarówek przypadają trzy przepalone. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że kupując żarówkę, trafimy na dobrą, a jakie — że na przepaloną?
11. W torebce znajdują się landrynki w trzech kolorach: 10 czerwonych, 8 żółtych i 2 zielone. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że landrynka losowo wyjęta z torebki będzie: a) żółta, b) czerwona lub żółta.

Pomyśl

12. Wśród 100 losów loterii było 10 wygrywających. Wykupiono już 20 losów, w tym 5 wygrywających. Czy kupując teraz jeden los, mamy większą czy mniejszą szansę trafienia na los wygrywający niż na początku loterii?
13. Na diagramie przedstawiono, ile pinezek w różnych kolorach jest w jednym opakowaniu.

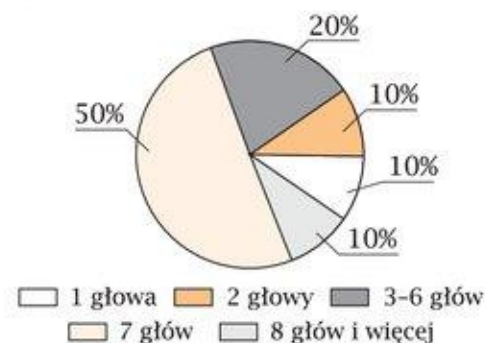
- a) Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że losowo wybrana z opakowania pinezka będzie zielona, a jakie — że czerwona?
- b) Pierwsza wyjęta z opakowania pinezka była czerwona. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że druga wybrana pinezka będzie zielona, a jakie — że czerwona?



14. Na diagramie przedstawiono, po ile procent smoków w Smokonii ma jedną głowę, dwie głowy itd. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że losowo wybrany smok ma:

- a) jedną głowę,
 b) jedną głowę lub dwie,
 c) więcej niż dwie głowy,
 d) co najmniej siedem głów.

LICZBA GŁÓW MIESZKAŃCÓW SMOKONII



- *15. Rzucamy dwiema sześciennymi kostkami do gry. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że otrzymamy:
- a) na obu kostkach po dwa oczka,
 b) na jednej z kostek jedno oczko, a na drugiej — dwa oczka,
 c) dwie takie same liczby oczek,
 d) dwie parzyste liczby oczek.

- *16. W klasie Jasia i Kasi jest 36 uczniów. Jasio ma w dzienniku numer 17, a Kasia 12. Jasio zaproponował nauczycielce, aby rzucała dwiema kostkami, mnożyła liczby oczek i odpytywała osobę, której numer w dzienniku jest równy otrzymanemu iloczynowi. Jasio tłumaczył, że wynik zawsze jest liczbą pomiędzy $1 \cdot 1 = 1$ a liczbą $6 \cdot 6 = 36$, więc losowanie jest sprawiedliwe. Kasia zaprotestowała — twierdziła, że ona wyjdzie na tym najgorzej. Jak sądzisz, czy taki sposób losowania byłby sprawiedliwy? Dlaczego właśnie Kasia zaprotestowała?

Sprawdź się

1. Tomek zabrał na wycieczkę dwie bułki z szynką i trzy z serem. Zapakowane kanapki wyglądają jednakowo. Tomek wyciąga z plecaka jedną kanapkę. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że jest to kanapka z szynką?
A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{2}{6}$
2. W pewnej klasie 55% uczniów to dziewczęta. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że wybierając losowo jedną osobę z tej klasy, trafimy na chłopca?
A. $\frac{9}{20}$ B. $\frac{11}{20}$ C. $\frac{9}{11}$ D. $\frac{54}{55}$
3. Spośród 3 kart czerwonych, 3 niebieskich i 5 białych losujemy jedną kartę. Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F — jeśli jest fałszywe.

Prawdopodobieństwo wylosowania karty niebieskiej jest równe prawdopodobieństwu wylosowania karty czerwonej.	P	F
Prawdopodobieństwo wylosowania karty białej jest większe od $\frac{1}{2}$.	P	F
Prawdopodobieństwo wylosowania karty zielonej jest równe 0.	P	F

5 Zadania testowe

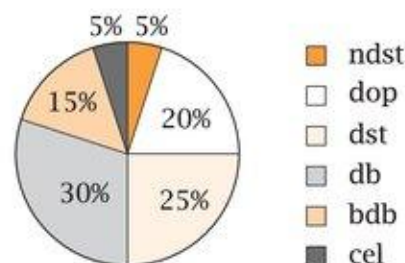
1. Średnia arytmetyczna zestawu liczb: 4, 7, 3, 1, 3, 0, 9 wynosi:
A. 4,5 B. ok. 3,86 C. ok. 3,25 D. 4,7
2. Janek miał 4 oceny, których średnia wynosiła 3. Teraz dostał jedynkę i średnia jego ocen wynosi:
A. 2 B. 2,6 C. 2,9 D. 3,25

3. Do pięciu liczb: 7, 6, 4, 2, 1 dołączono jedną liczbę. Średnia arytmetyczna tych sześciu liczb jest większa o 2 od średniej arytmetycznej początkowego zestawu pięciu liczb. Oznacza to, że dołączono liczbę:

A. 6 B. 10 C. 13 D. 16

4. Na diagramie przedstawiono wyniki pewnej klasówki. Średnia ocen z tej klasówki jest równa:

A. 3 B. 3,45 C. 3,5 D. 4



5. Średnia arytmetyczna sześciu liczb wynosi 28. Pięć z tych liczb to: 6, 24, 32, 36, 42. Szóstą liczbą jest więc:

A. 26 B. 28 C. 30 D. 32

6. Średnia arytmetyczna trzydziestu czterech liczb wybranych z zestawu stu liczb wynosi 50, a średnia pozostałych liczb — 40. Średnia wszystkich liczb tego zestawu wynosi:

A. 43,4 B. 45 C. 46,6 D. 90

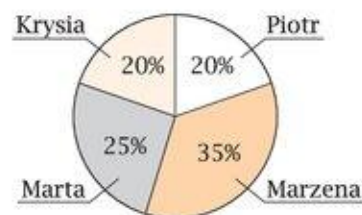
7. Średnia arytmetyczna liczb a , b , c , 20 jest równa 8, a liczb c i 20 wynosi 13. Suma liczb a i b wynosi:

A. 4 B. 6 C. 8 D. 16

8. Średnia arytmetyczna dwudziestu czterech liczb wynosi 9. Spośród tych liczb wybrano siedem, których suma jest równa 60. Średnia arytmetyczna pozostałych siedemnastu liczb — w porównaniu ze średnią zestawu liczb przed usunięciem:

A. nie zmieniła się C. zmalała
B. wzrosła D. jest niemożliwa do ustalenia

9. Na diagramie przedstawiono wyniki wyborów przewodniczącego samorządu w 20-osobowej klasie. Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F — jeśli jest fałszywe.



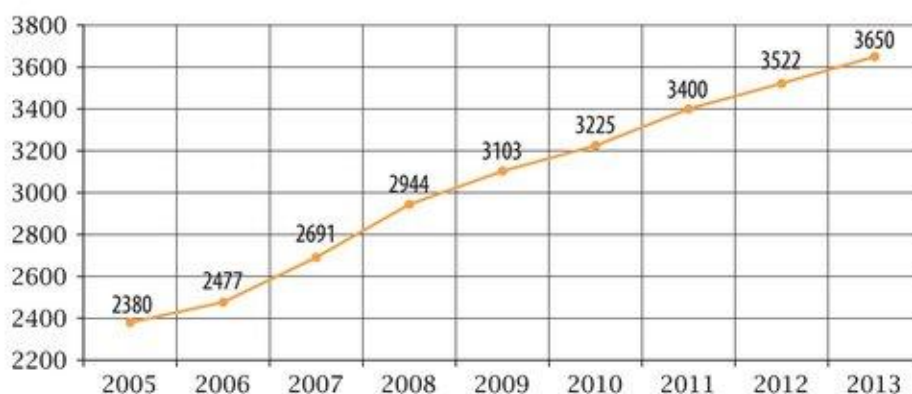
Na Piotra i Martę głosowało więcej osób niż na Krysię i Marzenę.	P	F
Na Marzenę głosowało 7 osób.	P	F
Na Martę głosowało o 5% osób więcej niż na Piotra.	P	F
Na Marzenę głosowało o 75% uczniów więcej niż na Krysię.	P	F

10. Który wniosek z diagramu jest niepoprawny?

- A. Około co czternasty pytany nie ma zdania na temat asortymentu w szkolnych sklepikach.
- B. Około co piąty ankietowany uważa, że sprzedaż słodczy w szkolnych sklepikach powinno się ograniczyć całkowicie.
- C. 75% ankietowanych chce, aby ograniczyć sprzedaż słodczy w szkolnych sklepikach.
- D. 11% ankietowanych nie chce, aby ograniczać sprzedaż słodczy w szkolnych sklepikach.



11. a) Na wykresie przedstawiono średnie miesięczne wynagrodzenie brutto w Polsce w latach 2005–2013.



Które z poniższych zdań są prawdziwe?

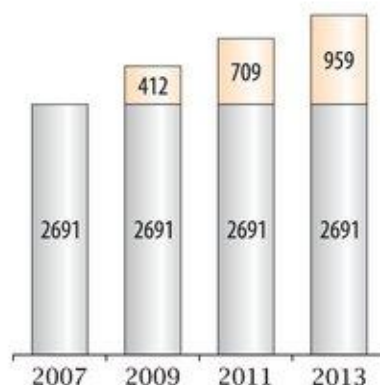
- I. Średnie miesięczne wynagrodzenie w Polsce w roku 2009 wynosiło 3225 zł.
- II. Różnica między średnim wynagrodzeniem w roku 2012 a wynagrodzeniem w roku 2007 wynosiła 578 zł.
- III. Najszybciej zarobki Polaków wzrastały między rokiem 2007 a 2008.
- IV. Między rokiem 2005 a 2013 zarobki wzrosły o ok. 53%.

- A. I, III i IV B. I, II i III C. II i III D. III i IV

b) Na diagramie przedstawiono kwotowy wzrost średniego wynagrodzenia w Polsce w latach 2009, 2011, 2013 w porównaniu z rokiem 2007.

Które z poniższych zdań są prawdziwe?

- I. W porównaniu z 2007 r. wynagrodzenie w 2009 r. wzrosło o ok. 15%.
- II. W porównaniu z 2007 r. wynagrodzenie w 2013 r. wzrosło o ok. 36%.
- III. W porównaniu z 2009 r. wynagrodzenie w 2013 r. wzrosło o ok. 21%.
- IV. W porównaniu z 2011 r. wynagrodzenie w 2013 r. wzrosło o $\frac{959 - 709}{709} \cdot 100\%$.

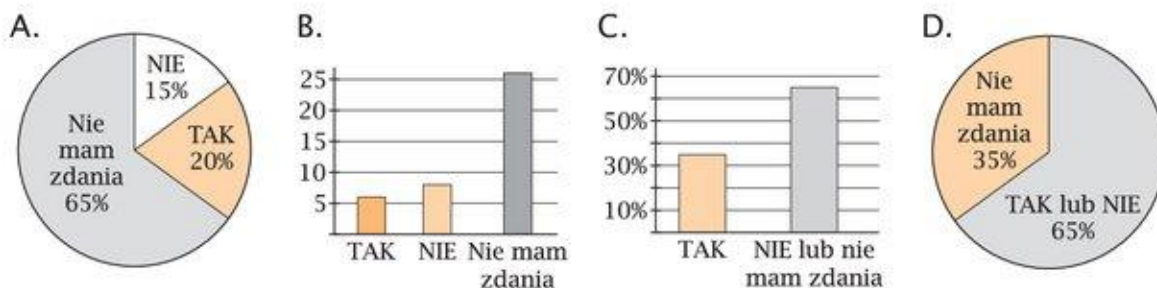


- A. I i II B. I i III C. II, III i IV D. I, II i III

12. W tabeli przedstawiono częściowe wyniki pewnej ankiety.

	Odpowiedź		
	TAK	NIE	Nie mam zdania
Liczba wybranych odpowiedzi	6	8	
Procent wszystkich ankietowanych	15%		65%
Liczba wszystkich ankietowanych			

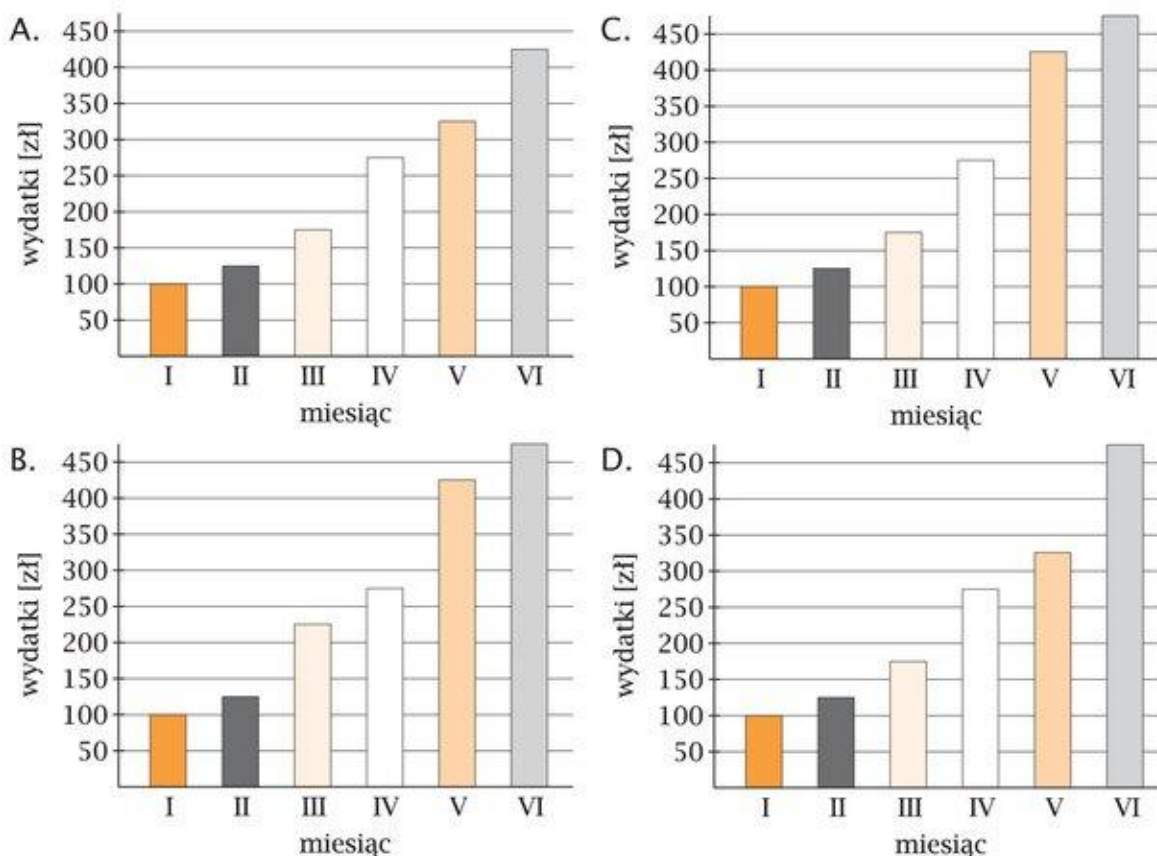
Które opracowania danych tej ankiety są prawidłowe?



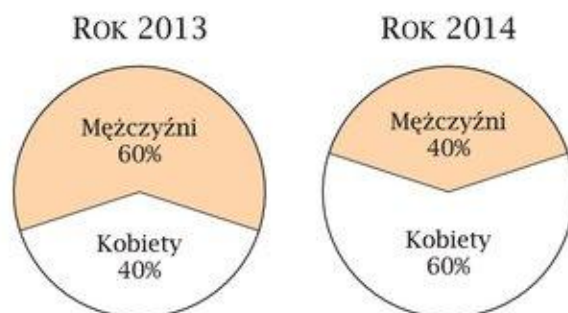
13. Janek przez pół roku zapisywał w tabelce swoje comiesięczne wydatki.

Styczeń	Luty	Marzec	Kwiecień	Maj	Czerwiec
100 zł	25 zł	50 zł	100 zł	150 zł	50 zł

Na którym wykresie przedstawiono sumy wydatków Janka, obliczane w kolejnych miesiącach?



14. Na diagramach zilustrowano zmiany w zatrudnieniu, jakie zaszły w pewnej firmie pomiędzy końcem roku 2013 a końcem roku 2014. Wiadomo, że liczba zatrudnionych zmniejszyła się w tym czasie o połowę i że na koniec roku 2014 pracowało w firmie 150 kobiet.



Które z poniższych zdań są prawdziwe?

- I. W roku 2013 pracowało w firmie 300 mężczyzn.
 II. W roku 2013 pracowało w firmie 250 kobiet.
 III. W roku 2014 pracowało w firmie 125 mężczyzn.
 IV. W roku 2013 pracowało w firmie 500 osób.
- A. tylko I B. tylko III C. I i IV D. II i IV
15. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że liczba oczek w jednokrotnym rzucie kostką do gry będzie większa od 4?
- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{4}$
16. Spośród liczb całkowitych: 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 wybrano jedną. Oznaczmy trzy prawdopodobieństwa następująco:
 P_1 — prawdopodobieństwo wybrania liczby pierwszej,
 P_2 — prawdopodobieństwo wybrania liczby parzystej,
 P_3 — prawdopodobieństwo wybrania liczby podzielnej przez 3,
 Która z nierówności jest prawdziwa?
- A. $P_1 < P_2 < P_3$ B. $P_1 < P_3 < P_2$ C. $P_3 < P_2 < P_1$ D. $P_2 < P_1 < P_3$
17. W bombonierce znajduje się 5 czekoladek o smaku czekoladowym, 4 o smaku orzechowym i 3 o smaku toffi. Dokończ poniższe zdania. Wybierz odpowiedzi spośród A i B oraz spośród C i D.

Prawdopodobieństwo tego, że pierwsza czekoladka wybrana losowo z bombonierki będzie miała smak toffi, jest równe:

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{4}$

Ania wybrała losowo z bombonierki czekoladkę o smaku orzechowym i ją zjadła. Prawdopodobieństwo tego, że druga czekoladka wybrana losowo też będzie miała smak orzechowy, jest równe:

- C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{3}{11}$

ODPOWIEDZI

I Liczby i działania

1. Liczby (s. 6-9): 1. a) -23, b) 122, c) $-\frac{1}{4}$ 2. a) 9, b) 989, c) 0, d) 91, e) 4,2, f) $15\frac{1}{3}$ 3. a) $\frac{5}{8}$, b) $\frac{2}{3}$, c) $\frac{3}{5}$, d) $\frac{4}{9}$ 4. a) 28 kg, b) 16 kg, c) 5 kg, d) 6 kg 5. a) $2\frac{1}{2}$, b) $6\frac{1}{4}$, c) $7\frac{1}{2}$, d) $1\frac{1}{9}$, e) $1\frac{1}{2}$, f) $5\frac{1}{3}$, g) $1\frac{4}{7}$, h) $5\frac{5}{6}$, i) $1\frac{7}{15}$, j) $1\frac{1}{15}$, k) $4\frac{7}{8}$, l) $20\frac{1}{6}$ 6. a) $\frac{3}{4}$, b) $\frac{4}{5}$, c) $\frac{3}{50}$, d) $\frac{11}{25}$, e) $\frac{1}{40}$, f) $\frac{27}{40}$ 7. a) 0,25, b) 0,4, c) 0,42, d) 4,68, e) 2,375, f) 3,65, g) 0,616 8. a) $1\frac{1}{10} = 1,1$, b) $1\frac{17}{20} = 1,85$, c) $4\frac{2}{5} = 4,4$, d) $60\frac{3}{5} = 60,6$, e) $3\frac{6}{25} = 3,24$, f) $1\frac{13}{40} = 1,325$, g) $2\frac{1}{8} = 2,125$ 9. a) są równe, b) $1\frac{3}{50}$, c) $\frac{11}{13}$, d) 0,641, e) 7,77, f) $-\frac{47}{23}$, g) $-2\frac{11}{12}$, h) -2,031, i) -5,6 10. a) $\sqrt{4}$, b) $-\frac{132}{11}$, c) $-\frac{143}{8}$ 11. a) 3, 4, b) 6, 7, 8, 9, 10, c) 12, 13, 14, 15, d) -5, -4, -3, e) -7, -6, -5, f) -9, -8, -7, g) -2, -1, 0, 1, h) -5, -4, -3, -2, -1, 0 12. a) $\frac{5}{4}$, b) 3, c) -3, d) $-\frac{2}{7}$, e) $\frac{3}{5}$, f) $\frac{4}{9}$, g) 4, h) -2, i) $\frac{5}{6}$, j) $-\frac{5}{9}$, k) $\frac{8}{9}$, l) $\frac{2}{5}$ 13. a) -5, b) 7, c) $-\frac{1}{5}$, d) $\frac{2}{3}$, e) 0, f) 7,2, g) -5,4, h) -10, i) 12, j) $3\frac{6}{7}$, k) -3,4, l) $-12\frac{1}{2}$ 14. $A = \frac{1}{3}$, $B = \frac{5}{6}$, $C = 1\frac{1}{6}$, $D = 1\frac{5}{6}$, $E = 2\frac{1}{2}$, $F = 2,28$, $G = 2,35$, $H = 2,4$, $I = 2,53$, $J = -1,75$, $K = -1,25$, $L = -0,75$, $M = 0,75$, $N = 1,5$, $O = -0,11$, $P = -0,09$, $R = -0,075$, $S = -0,05$, $T = -0,015$, $U = -0,01$ 15. a) $T = 2\frac{1}{5}$, $R = 2\frac{1}{2}$, $A = 3,3$, $W = 4,2$, $Y = 4,6$, b) $N = \frac{6}{5}$, $A = 1\frac{1}{4}$, $B = \frac{13}{10}$, $O = 1,32$, $R = \frac{7}{5}$, c) $C = 2\frac{17}{50}$, $N = 2,346$, $E = \frac{47}{20}$, $Y = 2,357$ 17. a) $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$, b) $\frac{7}{1}$, $\frac{7}{2}$, $\frac{7}{3}$, $\frac{7}{4}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{7}{6}$, c) $-\frac{7}{4}$, $-\frac{6}{4}$, $-\frac{5}{4}$, $-\frac{4}{4}$, $-\frac{3}{4}$, $-\frac{2}{4}$, $-\frac{1}{4}$, $\frac{1}{4}$ 18. a) -1, b) -4, c) 5, d) 3, e) -11, f) -7 19. a) $\frac{4}{53}$, b) $\frac{4}{53}$, c) $-\frac{3}{77}$, d) $-\frac{3}{77}$ 20. np. $\frac{22}{35}$, $\frac{23}{35}$, $\frac{24}{35}$

Sprawdź się: 1. D 2. D 3. A

2. Rozwinięcia dziesiętne liczb wymiernych (s. 9-11): 1. a) $\frac{23}{45}$, b) $\frac{67}{11}$, c) $\frac{125}{2198}$, d) $\frac{127}{97}$ 2. a) 3, b) 41, c) 31, d) 102, e) 16, f) 11 3. a) $\frac{1}{8}$, b) $\frac{1}{4}$, c) $\frac{5}{8}$, d) $\frac{9}{20}$, e) $-\frac{24}{25}$, f) $-\frac{17}{20}$ 4. a) 0,425, b) 0,1(7), c) 56,92, d) 18,76, e) 26, f) 17,(714285), g) 38,(6), h) 117,(81); rozwinięcia skończone — a), c), d), e); rozwinięcia nieskończone — b), f), g), h) 5. a) 0,8(3), b) 0,58(3), c) 2,(2), d) 0,875, e) 1,(3), f) 3,(18), g) 4,2(6) 6. a) $\frac{3}{5}$, b) $\frac{3}{8}$, c) $1\frac{5}{8}$, d) $\frac{1}{3}$, e) $4\frac{2}{3}$ 7. a) $\frac{14}{21} = 0,(6)$, b) $2,4 = \frac{36}{15}$, c) $-3\frac{8}{20} = -3,4$ 8. a) 5,2(4), b) 4,3(8), c) 2,5(6), d) 6,(6), e) $7\frac{1}{4}$, f) 3,0(5), g) 0,(123), h) 12,0(70), i) 4,(123) 9. a) 7, b) 1, c) 3, d) 8 10. a) 0,(4), b) 0,(6), c) 1,(2) d) 9,(8) Wskazówka: Ułamek $\frac{4}{9}$ jest 4 razy większy od ułamka $\frac{1}{9}$, ułamek $\frac{6}{9}$ jest 6 razy większy od ułamka $\frac{1}{9}$ itd. 11. a) $\frac{7}{99}$, b) $\frac{19}{99}$, c) $2\frac{49}{99}$, d) $-42\frac{1}{11}$ 12. $A = \frac{1}{3} = 0,(3)$, $B = 1\frac{1}{9} = 1,(1)$, $C = -\frac{2}{3} = -0,(6)$, $D = -1\frac{2}{9} = -1,(2)$, $E = -\frac{4}{9} = -0,(4)$, $F = \frac{8}{9} = 0,(8)$ 13. a) $\frac{2}{7} > \frac{3}{11}$, b) $\frac{5}{6} < \frac{11}{13}$, c) $\frac{1}{57} < \frac{2}{101}$ 14. Wskazówka: Przeanalizuj rozwinięcia dziesiętne ułamków $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{99}$, $\frac{1}{999}$...

Sprawdź się: 1. C 2. Nie, ponieważ okres tej liczby jest czterocyfrowy. 3. FPF

3. Zaokrąglanie liczb. Szacowanie wyników (s. 11-14): 1. 99 000 2. a) 7, b) 8, c) 3, d) 3 3. a) I, b) I, c) II 4. a) $785 \approx 1000$; $5296 \approx 5000$; $172\,529 \approx 173\,000$; $413\,900 \approx 414\,000$; $199\,726 \approx 200\,000$, b) $26 \approx 0$; $245 \approx 200$; $19\,766 \approx 19\,800$; $20\,957 \approx$

$\approx 21\,000$; $79\,975 \approx 80\,000$, c) $8 \approx 10$; $67 \approx 70$; $93 \approx 90$; $167 \approx 170$; $2891 \approx 2890$; $9996 \approx 10\,000$, d) $0,4 \approx 0$; $32,45 \approx 32$; $123,703 \approx 124$; $21,09 \approx 21$; $19,9 \approx 20$ 5. a) $0,087 \approx 0,1$; $1,234 \approx 1,2$; $23,4831 \approx 23,5$; $0,054 \approx 0,1$; $104,26 \approx 104,3$; $2,0076 \approx 2$, b) $0,0052 \approx 0,01$; $0,02651 \approx 0,03$; $20,228 \approx 20,23$; $3,4732 \approx 3,47$; $0,0129 \approx 0,01$; $0,0045 \approx 0$, c) $1,00256 \approx 1,003$; $0,19952 \approx 0,2$; $1091,98612 \approx 1091,986$; $19,09120 \approx 19,091$; $0,1234 \approx 0,123$ 6. a) $4\,231\,000$, $4\,231\,100$, $4\,321\,140$, b) $12\,000$, $12\,300$, $12\,350$, c) $325\,000$, $324\,700$, $324\,730$, d) $30\,000$, $29\,700$, $29\,750$, e) $794\,000$, $794\,000$, $793\,990$ f) $10\,000$, $10\,000$, $10\,000$ 7. a) do dziesiątek lub do setek, b) do części tysięcznych, c) do dziesiątek, d) do tysięcy, e) do jedności lub do dziesiątek, f) do części dziesięciotysięcznych 8. a) I, b) II, c) II, d) I 9. a) II, b) I, c) II, d) I 10. a, c, e 11. b, d, h 12. b, e, g, h 13. d, e, f, h 14. a) II, b) I, c) II, d) I 15. a) I, b) II, c) I, d) I 16. Mars — około 13 min, Saturn — około 80 min, Uran — około 160 min, Neptun — około 250 min 17. a) $a \approx 5,45$, $b \approx 5,46$, $c \approx 5,48$, $d \approx 5,51$, b) $a \approx 5,5$, $b \approx 5,5$, $c \approx 5,5$, $d \approx 5,5$, c) $a \approx 5$, $b \approx 5$, $c \approx 5$, $d \approx 6$ 18. a) nie, b) nie, c) tak

Sprawdź się: 1. FP 2. A 3. a) I, b) II, c) II

4. Dodawanie i odejmowanie liczb dodatnich (s. 14–17):

2. a) $\frac{17}{29} + \frac{14}{29} = 1\frac{2}{29}$, b) $\frac{37}{17} + \frac{14}{17} = 3$, c) $\frac{65}{100} - \frac{15}{100} = \frac{1}{2}$, d) $\frac{120}{16} - \frac{24}{16} = 6$ 4. I 5. a) $\frac{6}{7}$, b) 1, c) $1\frac{1}{6}$, d) $\frac{1}{4}$, e) $15\frac{3}{5}$, f) $8\frac{1}{2}$, g) 7, h) $5\frac{1}{9}$, i) $2\frac{3}{5}$, j) $1\frac{4}{7}$, k) $1\frac{9}{11}$, l) $\frac{2}{3}$ 6. a) $1\frac{3}{20}$, b) $\frac{1}{8}$, c) $1\frac{23}{36}$, d) $\frac{11}{30}$, e) $9\frac{7}{10}$, f) $9\frac{9}{20}$, g) $2\frac{1}{3}$, h) $1\frac{13}{24}$, i) $1\frac{17}{20}$, j) $13\frac{1}{8}$, k) $9\frac{1}{8}$, l) $10\frac{1}{40}$ 7. a) 1,4, b) 22, c) 14,8, d) 6,6, e) 0,9, f) 45,7, g) 7, h) 7,6 8. a) 9,3, b) 5, c) 0,4, d) 3,8, e) 11,8, f) 10,8, g) 9,04, h) 8,9 9. a) 151,53, b) 128,917, c) 9,354, d) 13,54, e) 40,15, f) 0,3242, g) 285,373, h) 8,107, i) 38,413 10. a) 4,55, b) 5,55, c) 4,05, d) $11\frac{23}{28}$, e) 5,45, f) 4,555, g) $8\frac{103}{210}$, h) $\frac{33}{35}$, i) 0,2 11. a) 6,5, b) $4\frac{11}{14}$, c) $2\frac{1}{2}$, d) $11\frac{8}{45}$, e) $\frac{37}{56}$, f) $29\frac{1}{4}$, g) $13\frac{23}{24}$, h) $20\frac{17}{26}$, i) $38\frac{29}{30}$ 12. a) o $4,5^\circ\text{C}$, b) o $22,1^\circ\text{C}$ 17. $\frac{3}{20}$ 18. o $1,24\text{ km}^3$ 19. $\frac{5+4}{4 \cdot 5} = \frac{9}{20}$, $\frac{7+6}{6 \cdot 7} = \frac{13}{42}$, $\frac{9+8}{8 \cdot 9} = \frac{17}{72}$, $\frac{11+10}{10 \cdot 11} = \frac{21}{110}$, $\frac{4+31}{31 \cdot 4} = \frac{35}{124}$; tak, można

Sprawdź się: 1. C 2. PF

5. Mnożenie i dzielenie liczb dodatnich (s. 17–21):

1. a) 2, b) $3\frac{3}{7}$ 2. a) $\frac{1}{10}$, b) $1\frac{2}{7}$, c) 2 3. a) $\frac{4}{21}$, b) $\frac{2}{3}$, c) $1\frac{1}{2}$ 4. a) 2345, b) 3,218, c) 9820, d) 63,981 5. a) 5, b) 3, c) $\frac{5}{6}$, d) $2\frac{2}{9}$, e) 8, f) $\frac{6}{35}$, g) $\frac{1}{5}$, h) $\frac{3}{10}$, i) $\frac{1}{5}$, j) $\frac{1}{33}$, k) $\frac{1}{6}$, l) $\frac{1}{30}$, m) $\frac{1}{3}$, n) $\frac{7}{10}$, o) $\frac{2}{7}$ 6. a) $\frac{2}{11}$, b) $\frac{3}{35}$, c) $\frac{5}{42}$, d) $\frac{2}{25}$, e) 1, f) 35, g) $\frac{7}{9}$, h) $\frac{3}{4}$, i) 6, j) $1\frac{2}{3}$, k) 12, l) 16, m) 125, n) 54, o) 186 7. a) $\frac{35}{48}$, b) $\frac{95}{144}$, c) $\frac{1}{3}$, d) $\frac{13}{20}$, e) 12, f) 16, g) $3\frac{1}{2}$, h) 14, i) 6, j) 4, k) 5, l) 19 8. a) $\frac{2}{7}$, b) $\frac{10}{21}$, c) $6\frac{3}{10}$, d) 9, e) $\frac{2}{3}$, f) $3\frac{3}{4}$, g) $1\frac{1}{2}$, h) $1\frac{1}{5}$, i) $1\frac{2}{3}$, j) $2\frac{1}{12}$, k) $\frac{1}{30}$, l) $12\frac{1}{2}$ 9. a) 327,2, b) 140,5, c) 32,55, d) 2,035, e) 63, f) 0,84, g) 0,0121, h) 0,135, i) 121,3, j) 10,3, k) 12,03, l) 2,02 10. a) 0,18, b) 1,2, c) 0,066, d) 10,65, e) 0,56, f) 100, g) $1\frac{1}{9}$, h) 15 11. a) 300 m, 130 m, 30 m, 3 m, b) 0,007 km, 2,7 km, 8,02 km, c) 2 m 30 cm, 230 cm, 4 m 5 cm, 4,05 m, d) 30 dag, 0,3 kg, 2,25 kg, 225 dag, 2250 g 12. a) 10,8, b) 1,8, c) $1\frac{7}{20}$, d) 8,4, e) 23, f) $2\frac{7}{25}$ 13. a) 40 min, b) 140 m, c) 20 g, d) $\frac{7}{12}$, e) 0,045, f) 0,34 14. a) 36, b) 200, c) 36, d) 30 15. a) $a = 3$,

b) $b = 2$, c) $c = 1$, d) $d = 9$, e) $e = 12$, f) $f = 3$ 16. a) 1 kg — 32 zł, 1 dag — 0,32 zł, b) 2,56 zł, c) 2 kg, d) 15 dag 17. a) 50 dag — 10,25 zł, 20 dag — 4,10 zł, b) 50 dag — 12 zł 40 gr, 25 dag — 6 zł 20 gr, 10 dag — 2 zł 48 gr 18. a) 1,825 m, b) 0,96 m lub 0,375 m, c) $7,5 \text{ m} \times 14 \text{ m}$ 19. a) 20 s, b) $333\frac{1}{3}$, c) $28\frac{1}{3}$ razy 20. Tablet kosztował 798 zł; Krzysztofowi zostało 378 zł. 21. $\frac{2}{5}$; tak Wskazówka: Po wynagrodzeniu poborców zostało $\frac{4}{5}$ zebranej kwoty, po zwrocie kosztów podróży $\frac{9}{11}$ z tych $\frac{4}{5}$ itd.

Sprawdź się: 1. D 2. B

6. Wyrażenia arytmetyczne (s. 21–24): 1. a) 8, 8, 2, 2, b) 34, 160, 2,5, $18\frac{1}{4}$ 2. a) $\frac{23}{45}$, b) $\frac{5}{36}$, c) 225 3. a) równe, b) równe, c) równe 4. a) 68, b) 60, c) 27, d) 40, e) 72, f) 15, g) 50, h) 2, i) 10, j) 1600, k) 230, l) 1700 5. a) $2\frac{1}{10}$, b) $\frac{2}{5}$, c) $2\frac{1}{3}$, d) 1,08, e) $\frac{2}{15}$, f) 15, g) 0,6, h) $15\frac{1}{4}$, i) $\frac{2}{3}$ 6. a) $7\frac{7}{8}$, b) $\frac{1}{14}$, c) $3\frac{3}{4}$, d) $\frac{2}{3}$, e) 2,2, f) 1,975 7. a) 1210, b) $5\frac{1}{4}$, c) $\frac{4}{9}$, d) 75, e) $5\frac{5}{14}$, f) $\frac{9}{11}$ 8. 19,75 zł 9. a) $\frac{1}{12}$, b) $\frac{3}{4}$, c) $\frac{7}{15}$, d) $\frac{7}{9}$, e) $\frac{5}{2}$, f) $\frac{1}{7}$ 10. a) $3 \cdot (\frac{5}{6} - \frac{1}{3}) : 4$, b) $(\frac{2}{3} - \frac{3}{5}) \cdot \frac{15}{17} : \frac{4}{17}$, c) $(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}) : \frac{1}{8} \cdot 0,37$, d) $(1\frac{1}{2} - \frac{3}{4}) : \frac{3}{4} : 1,6$ 11. a) 1,82, b) 1,84, c) 9,65, d) $\frac{5}{6}$, e) $1\frac{1}{2}$, f) 8 12. o 0,0038 13. 80 zł 14. sześciu 15. a) 800 kg, b) 150 kg, c) około 235 kg, d) około 35 kg 16. 5,955 km, około $15\frac{\text{km}}{\text{h}}$

Sprawdź się: 1. A 2. 35 zł 3. D

7. Działania na liczbach dodatnich i ujemnych (s. 24–28): 1. D 2. C 3. Suma liczb przeciwnych jest równa 0; iloczyn liczb, z których jedna jest odwrotnością drugiej, wynosi 1. 4. -1 5. a) kwadrat liczby ujemnej, b) kwadrat tej liczby, c) kwadrat sumy 6. poprawne — a), b), c), błędna — d) 7. a) 32, b) -48, c) -33, d) -71, e) -46, f) 56, g) $\frac{3}{5}$, h) $-10\frac{5}{11}$, i) $-7\frac{2}{3}$, j) -8,5, k) -7,4, l) 0,5 8. a) 3,68, b) -11,613, c) $-7\frac{7}{12}$, d) $\frac{1}{15}$, e) $2\frac{1}{4}$, f) $-\frac{11}{24}$, g) 26,05, h) $-10\frac{1}{15}$, i) -2,125, j) $-8\frac{1}{12}$, k) 0,63, l) -7,5, m) $-5\frac{8}{15}$, n) -1,46, o) -8,7 9. a) 3,2, b) 0, c) 0, d) 0, e) $\frac{3}{4}$, f) 0, g) -1, h) -0,4, i) -2, j) -43,6, k) $-5\frac{5}{7}$, l) -6 10. a) -2, b) $-1\frac{2}{3}$, c) -3,6, d) -9,4, e) 6, f) 4,4, g) 9, h) -16, i) $-\frac{1}{4}$, j) -8, k) -27, l) $-\frac{1}{27}$, m) 1, n) 1, o) 0, p) $-\frac{4}{9}$ 11. a) $-\frac{4}{9}$, b) 9, c) $-\frac{2}{9}$, d) $\frac{4}{15}$, e) $-\frac{7}{24}$, f) -9, g) -12, h) 13, i) $-\frac{1}{14}$ 12. a) $-12\frac{1}{2}$, b) $-\frac{1}{5}$, c) $-\frac{5}{6}$, d) 1, e) -1, f) $2\frac{1}{3}$, g) $-5\frac{4}{7}$, h) $-\frac{3}{5}$, i) $4\frac{2}{5}$ 13. a) 10, b) -36, c) -4, d) 70, e) -24, f) -2, g) -8, h) -8, i) 14, j) 49, k) -8, l) 59 14. a) 3, b) 30, c) 2, d) -4 15. a) 9, b) 15, c) 14, d) -25, e) 3,5, f) -1, g) 3,5, h) -1, i) 2 16. a) 32,5, b) 6,3, c) $-1\frac{4}{5}$, d) 9,2, e) -3,4, f) $11\frac{1}{4}$, g) 50, h) 36, i) -0,075, j) $\frac{1}{12}$ 17. a) ujemna, b) ujemna, c) ujemna, d) ujemna, e) ujemna, f) dodatnia 18. a) -4,95, b) $-14\frac{2}{3}$, c) -7,68 19. a) $k < l < m < n$, b) $l < m < n < k$, c) $m < k < l < n$

Sprawdź się: 1. B 2. B 3. B

8. Oś liczbowa. Odległości liczb na osi liczbowej (s. 28–30): 1. $A = -3$, $B = -2\frac{3}{5}$, $C = -1\frac{2}{5}$, $D = \frac{2}{5}$, $E = 1\frac{3}{5}$, $F = 2$, $G = 2\frac{4}{5}$ 2. a) 16, b) 11, c) 17, d) 9 5. a) 8,9, b) 8,1, c) $8\frac{1}{3}$, d) $2\frac{4}{5}$ 6. a) -13; 7, b) 3,4; 11, c) $5\frac{2}{3}$; 15, d) $-4\frac{1}{5}$; $7\frac{2}{5}$ 11. a) 30, b) 2, c) -18 12. $\frac{5b+a}{6}$ lub $\frac{5b-a}{4}$

Sprawdź się: 1. D 2. ADE

9. Zadania testowe (s. 30–33): 1. C 2. C 3. D 4. C 5. DABC 6. D 7. D 8. B
9. CA 10. D 11. FP 12. AD 13. D 14. PF 15. A 16. D 17. A 18. B 19. FPFP
20. a) B, b) C 21. TN

II

Procenty

1. Procenty i ułamki (s. 34–38): 1. I — D, II — E, III — C, IV — B, V — A, VI — F
2. 50% 3. a) tyle samo, b) 54% masy jabłek, c) 100% jabłek, d) 90% masy jabłek
4. II, IV, V 5. 100% 6. a) $\frac{1}{1000}$, b) 10‰, c) $\frac{1}{10}$ 7. a) $\frac{17}{100}$, b) $\frac{3}{100}$, c) $\frac{4}{5}$, d) $\frac{9}{10}$,
e) $\frac{151}{500}$, f) $\frac{7}{1000}$ 8. a) 20%, b) 4%, c) 45%, d) 80% 9. $\frac{9}{10}$ 10. a) 0,3 pewnej kwoty,
b) 70% jabłka, c) 1% chleba, d) 45% tortu, e) $\frac{1}{3}$ jabłka, f) $\frac{5}{9}$ chleba 11. a) 3,4%,
b) 23,59%, c) 3,59%, d) 0,2%, e) 0,38%, f) 0,09%, g) 0,011%, h) 0,0006% 12. a) 20‰,
b) 38‰, c) 127‰, d) 8‰, e) 1,5 ‰, f) 0,1‰, g) 0,72‰, h) 235 708‰ 13. a) 23%,
b) 15%, c) 14%, d) 40%, e) 22,2%, f) 63,6%, g) 250%, h) 166,7%, i) 112,5%, j) 130,8%,
k) 145%, l) 280% 14. a) Przeciętnie 37% jajek jest znoszonych w Chinach. b) Około
4,3% osób pracujących w Polsce w roku 2013 to nauczyciele. c) Niemal 60% światowego
produktu brutto jest wytwarzane przez pięć krajów (USA, Japonię, Niemcy, Francję, Wielką
Brytanię), które zajmują tylko około 7% powierzchni lądów; w krajach tych mieszka 10%
ludzkości. 15. a) 10,2%, b) Ia — 0,2, Ib — 0,03, Ic — 0,27, IIa — 0,125, IIb — 0,013, IIc
— 0,1327, IIIa — 0,1273, IIIb — 0,102 16. a) Ania — $\frac{1}{2}$, Artur — $\frac{7}{10}$, Basia — $\frac{2}{5}$, Czarek — $\frac{1}{4}$,
Darek — $\frac{1}{5}$, Dorota — $\frac{1}{10}$, Ewa — $\frac{1}{25}$, Grzesiek — $\frac{12}{25}$, Hania — $\frac{3}{20}$, b) Ponieważ uczniowie
mogą mieć drogi do szkoły o różnej długości, więc podstawa obliczenia procentów może
być różna. 17. a) 0,75, b) 0,17, c) 0,2, d) w ciele dorosłego 18. około $\frac{3}{4}$,
około $\frac{1}{3}$, nieco ponad $\frac{1}{2}$, prawie $\frac{2}{5}$ 19. a) np. 1 cm² to 1% dm², b) np. 1 kg to 1‰ t,
c) np. 1 g to 10% dag, d) np. 1 m² to 0,1‰ ha 20. a) 32 punkty, b) co najmniej
8 punktów 21. Średnie zasolenie oceanów na naszej planecie wynosi 3,5‰ i jest około
10 razy mniejsze od zasolenia stawu Don Juan. 22. 62,5‰; o 57 uczniów

Sprawdź się: 1. B 2. AC 3. D

2. Diagramy procentowe (s. 38–43): 1. a) żółty — 78, biały — 12, szary — 125, zie-
lony — 45, czerwony — 100, b) 1 — szary, 2 — czerwony, 3 — żółty, 4 — zielony, 5 —
biały 2. a) 68%, b) 91% 3. 100 osób 4. a) cukier, b) 0,2 kg wody i 0,7 kg
cukru 5. a) z węgla kamiennego — $\frac{1}{2}$, z odnawialnych źródeł energii — $\frac{1}{10}$, b) gaz
ziemny i pozostałe źródła, c) $\frac{1}{3}$ 6. FPFP 9. a) w Azji, b) $\frac{1}{10}$, c) 576 mln Euro-
pejczyków; około 4,2% to Polacy 11. a) tak, b) 2010/11, 2012/13, 2013/14, c) nie,
d) nie 12. Niektórzy uczniowie uczą się kilku języków. 13. a) 120 osób, b) Podział
koła na części nie zmieniłyby się, wystarczyłoby zmienić kolejność opisów: I na IV, II na III,
III na II i IV na I. c) 225 osób, d) tak 14. a) Europa — 576 mln, Afryka — 294 mln,
Australia i Oceania — 27 mln, b) Europa — około 71%, Afryka — około 27%, Australia
i Oceania — około 96%, c) około 65%

Sprawdź się: 1. FPF 2. II, III, IV

3. Jaki to procent? (s. 43–46): 1. a) 0,1, b) 0,2, c) $\frac{1}{3}$, d) 0,5, e) 0,75 2. a) 18° , b) 162° , c) 234° , d) 306° , e) 342° 3. a) $\frac{1}{10}$; 10%, b) $\frac{2}{5}$; 40%, c) 50%, d) 90% 4. a) 322; 32,2%, b) 23,9%, c) 5,3% 5. a) 50%, b) 50%, c) 10%, d) 1%, e) 75%, f) 20%, g) 25%, h) 40%, i) 19% 6. a) 75%, b) 75%, c) 62,5%, d) 98%, e) 300%, f) 2%, g) 190%, h) 400%, i) 120% 7. a) 15‰, b) 7,5‰, c) 1‰, d) 1,25‰, e) 5‰, f) 7,5‰, g) 60‰, h) 180‰, i) 80‰ 8. a) 112%; 89%, b) 396%; 25%, c) 200%; 50%, d) 127%; 79%, e) 526%; 19%, f) 700%; 14%, g) 3000%; 3%, h) 700%; 14%, i) 267%; 38% 9. a) 1,7%, b) 1,7%, c) 4,2%, d) 14,3% 10. a) żywność — 25%, mieszkanie i energia — 21%, transport — 10%, inne — 44%, b) żywność — 90%, mieszkanie i energia — 75,6%, transport — 36%, inne — 158,4° 11. 24% 14. około 0,1% 15. lądy — około 29,2%, morza i oceany — około 70,8% 16. VII a — 48%, VII b — 44%, VII c — około 48%, VII d — około 52%, VII e — około 53%; w VII e; nie 17. około 29%; 37,5% 18. 40% 19. około 29% 20. na początku — 87,5%, po pewnym czasie — około 86%, jeszcze później — około 67%

Sprawdź się: 1. B 2. B 3. PF

4. Obliczanie procentu danej liczby (s. 46–50): 1. a) 384, b) 96, c) 66, d) 9,6 2. a) 1, b) 4, c) 1, d) 150 3. k, l, m, o, n 4. a) 35% badanych, czyli 63 osoby, b) 30% badanych, czyli 54 osoby, c) 25% badanych, czyli 45 osób, d) 65% badanych, czyli 117 osób 5. a) np. 1 a, b) np. 1 m^2 , c) np. 1 dm^2 , d) np. 1 mm^2 6. a) 2880 s, b) 4050 s, c) 12 960 s, d) 0,6 s 7. a) 76 a, b) 800 a, c) 0,57 a, d) 830 a, e) 4 a, f) 2700 a 8. a) 6 m^2 , b) 600 m^2 , c) $5,7\text{ m}^2$, d) 830 m^2 , e) 5000 m^2 , f) 1800 m^2 9. a) 6 cm, b) 30 kg, c) 16 m^3 , d) 9 cm^2 , e) 5 dag, f) 1 m, g) 25 km, h) 1 godzina, i) 9 mm^2 10. a) 8 zł, b) 12 zł, c) 48 zł, d) 348 zł, e) 600 zł, f) 5000 zł 11. Paweł Skowronek — 90 tys. zł, Joanna Bocian — 56 tys. zł, Anna Orzeł — 36 tys. zł, Wojciech Kruk — 12 tys. zł, Adam Sep — 6 tys. zł 12. a) 24 uczniów, b) nie 13. a) Mają równe wartości. b) 45% dwukilogramowej sztabki złota ma większą wartość. 14. a) w VII a; o jedną, b) w VII a, o czterech 15. a) I. 768; 384; 96; 9,6, II. 102,4; 25,6; 12,8; 9,6, III. 512; 384; 38,4; 9,6 16. a) 234° , 342° , b) 18, c) 576, d) 144 17. Wszystkie wyrażenia są równe.

Sprawdź się: 1. B 2. AC 3. C 4. PFFP

5. Podwyżki i obniżki (s. 50–53): 1. 150 i 100, 750 i 500, 225 i 150, 75 i 50, 450 i 300; nie 2. 50 i 100, 500 i 1000, 75 i 150, 250 i 500, 225 i 450; nie 3. a) 13, b) 6, c) 20, d) 27, e) 45 zł, f) 38 zł, g) 9 zł, h) 28 zł 4. a) 92, b) 42, c) 23,6, d) 73,2, e) $55,8\text{ m}^2$, f) $9,8\text{ cm}^2$, g) 21 dm^2 , h) $0,82\text{ km}^2$ 5. pralka: 145 zł, 1305 zł; lodówka: 360 zł, 1440 zł; odkurzacz: 64,50 zł, 365,50 zł; żelazko: 11,50 zł, 218,50 zł 6. a) 79,38 zł, b) 195,30 zł 7. a) Marek — 72 zł, Jarek — 70 zł; Marek 8. 3,12 zł; mniej 9. a) tak, b) pan Y 10. a) 480 zł, b) 499,20 zł, c) 519,17 zł 11. 2,25 razy więcej 12. telewizora i odtwarzacza MP3

Sprawdź się: 1. C 2. I. TAK, B; II. TAK, A 3. PP

6. Obliczanie liczby, gdy dany jest jej procent (s. 53–56): 1. a) 20,80 zł, b) 21,50 zł, c) 30,40 zł, d) 9,15 zł, e) 24 zł, f) 25 zł 2. a) 1700, b) 400, c) 150, d) 240, e) 1700, f) 32 3. 8 4. a) 120 uczniów, b) co dziesiąty, c) 6 uczniów 5. a) 200, b) 40, c) 3, d) 80, e) 400, f) 10 6. a) 1000 zł, b) 1500 zł, c) 7000 zł, d) 7500 zł 7. a) 50, 200, 100, 150, b) 125, 500, 250, 375, c) 70, 280, 140, 210, d) 75, 300, 150, 225 8. a) 2000 zł, b) 4600 zł, c) 9200 zł, d) 10 400 zł 9. a) 1600 zł, b) 2100 zł, c) 4100 zł, d) 6250 zł 10. a) 4,25 zł, b) 250 zł, c) 3240 zł, d) 4700 zł 11. a) 500 zł, b) 700 zł, c) 550 zł, d) 1200 zł 12. a) o 10 zł, 1%; o 40 zł, 4%; o 90 zł, 9%, b) o 160 zł 13. 240 egzemplarzy 14. a) 12, 24, 36, 60, b) 100, 60, 40, 20 15. po 2,40 zł za kilogram

Sprawdź się: 1. D 2. PFP 3. C

7. O ile procent więcej, o ile mniej. Punkty procentowe (s. 56–59): 1. a) o 6 cm^2 , b) $\frac{3}{4}$, czyli 75%, c) o 75%, d) o 300% 2. o 61; 0,2; 20% 3. a) Ania straciła zwolenników, Mateusz zyskał; wynik każdego z nich zmienił się o 10 punktów procentowych. b) o 20 punktów procentowych 4. a) o 300%; o 75%, b) o 50%; o $33\frac{1}{3}\%$, c) o 20%; o $16\frac{2}{3}\%$, d) o $71\frac{3}{7}\%$; o $41\frac{2}{3}\%$, e) o 75%; $42\frac{6}{7}\%$, f) o 70%; o $41\frac{3}{17}\%$, g) $370\frac{10}{17}\%$; o 78,75%, h) o 3150%; o $96\frac{12}{13}\%$, i) o 1150%; o 92% 5. a) o 1‰, b) o 100‰, c) o 0,4‰ 6. a) o 1‰, b) o 8‰, c) o 1,5‰ 7. nowa cena mleka w kartonie — 2,79 zł, nowa cena wafelków — 4,50 zł, stara cena lizaka — 0,50 zł 8. a) W banku, do którego wpłacił pieniądze pan K. b) o 6 zł więcej 9. a) około 27%, b) około 21%, c) o 12 punktów procentowych, d) o 12 punktów procentowych 10. a) 40%, 50%, b) o 10 punktów procentowych, c) o 50% 11. I, IV 12. a) 25%, b) o 25% 13. a) o 300%, b) o 75%

Sprawdź się: 1. AD 2. BC 3. B

8. Obliczenia procentowe (s. 59–62): 1. Obaj mają rację. 2. 75% 3. I, II, III 4. II, V 5. I, V 6. a) 240, b) o 300%, c) o 75% 7. około 4,68% 8. o około 67% 9. a) 2 kg, b) 4 kg, c) 5 kg, d) 10 kg 10. a) 510 zł, b) o około 17,65% 11. a) po pierwszej podwyżce — 990 zł, po drugiej podwyżce — 1188 zł, b) o 32% 12. 18 akcji 13. $104\frac{\text{km}}{\text{h}}$; o 37,5% 14. o 1,25 łyżeczki; 31,25% 15. wydobywanie ropy naftowej — $0,021\% \approx 0,21\text{‰}$, wydobywanie węgla kamiennego — $0,95\% = 9,5\text{‰}$, produkcja cukru — $0,97\% \approx 9,7\text{‰}$, produkcja mleka — $1,6\% \approx 16\text{‰}$; Promili warto użyć, gdy wynik jest mniejszy od 1%. 16. 25 uczniów 17. 56 18. 30 grzybów 19. 240 zł 20. a) o 25%, b) o 20%, c) W styczniu na jednego chłopca przypadało $\frac{12}{13} \approx 0,9$ książki, a na jedną dziewczynę — $1\frac{1}{14} \approx 1,1$ książki. W lutym na jednego chłopca przypadało $1\frac{2}{13} \approx 1,2$ książki, a na jedną dziewczynę — $\frac{6}{7} \approx 0,9$ książki. d) chłopcy 21. a) losy wygrywające — 55%, losy przegrywające — 45%, b) około 63%, c) o około 22% 22. a) 8 chłopców i 2 dziewcząt, b) 15 chłopców i 9 dziewcząt

Sprawdź się: 1. C 2. FFPP

9. Zadania testowe (s. 63–64): 1. A 2. C 3. PP 4. B 5. B 6. A 7. B 8. C 9. AC 10. C 11. PP



Figury geometryczne

Proste i odcinki (s. 65–67): 1. A, B 2. odcinkiem AB 4. I, II — fałsz, III, IV — prawda 5. $AD = 2a$, $BC = 2a$, $AC = 3a$ 6. a) $CD \perp EF$, b) Czworokąt $CEDF$ jest rombem. 7. Wskazówka: Skorzystaj z konstrukcji z poprzedniego zadania. 9. 4 punkty 10. a) Nie ma części wspólnej. b) punkt C , c) odcinek BC , d) odcinek BC 11. a) półprosta o początku w punkcie A przechodząca przez punkty B, C, D , b) Nie ma części wspólnej. c) odcinek BC , d) punkt B , e) odcinek AD , f) odcinek AB 12. $BC = 3$ lub $BC = 7$; $AD = 10$ lub $AD = 6$ 14. a) np. $AD = AC = AG = DE = DC = GC$, b) np. $AC \parallel BC$, $BC \parallel GF$, $AG \parallel DC$, $DC \parallel CF$, $AD \parallel GC$, $GC \parallel CE$, c) np. $AC \perp DG$, $BC \perp DG$, $AG \perp AE$, $EB \perp AE$, $AG \perp GB$, $EB \perp GB$, d) np. AB i DE , AB i GF , AB i AC , AB i CB , AB i AG , AB i CF , e) np. DAC , DCA , CDA , CDE , BCE , CBE , f) np. DAG , DCB , DEB , ADE , BCG , GFB 16. a) Czworokąt $AEFC$ jest rombem, którego przekątnymi są odcinki AC i EF , więc są one prostopadłe. b) Odcinki AE i FC są przeciwległymi bokami rombu $AFCE$. c) Ponieważ $AB = DC$, to $AD = AC - DC = AC - AB = BC$. 17. Wskazówka. Przeciwległe krawędzie linijki są równoległe.

Sprawdź się: 1. BC 2. NIE, A

2. Kąty (s. 68–72): 1. a) kąt prosty, b) kąt półpełny, c) kąt pełny, d) kąt ostry, e) kąt rozwarty, f) kąt wklęsły 2. a) kąty przyległe, b) kąty odpowiadające, c) kąty wierzchołkowe, d) kąty naprzemianległe 3. a) α i β , β i γ , γ i δ , δ i α , b) α i γ , β i δ 4. nie 5. minutowa — 6° , godzinowa — 30° 6. a) β i δ lub γ i δ , b) β i γ , c) α i γ , d) α i β 7. a) 110° , b) 280° , c) 120° 8. a) $\alpha = 90^\circ$, $\beta = 50^\circ$, b) $\alpha = 45^\circ$, c) $\alpha = 36^\circ$ 10. a) $\alpha = 59^\circ$, $\beta = 145^\circ$, $\gamma = 48^\circ$, $\delta = 90^\circ$, b) $\alpha = 82^\circ$, $\beta = 36^\circ$, $\gamma = 80^\circ$, $\delta = 70^\circ$, c) $\alpha = 39^\circ$, $\beta = 28^\circ$, $\gamma = 18^\circ$, $\delta = 20^\circ$ 11. a) $\alpha = 57^\circ$, $\beta = 123^\circ$, $\gamma = 57^\circ$, b) $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 90^\circ$, $\gamma = 30^\circ$, $\delta = 60^\circ$, c) $\alpha = 110^\circ$, $\beta = 30^\circ$, $\gamma = 40^\circ$, $\delta = 30^\circ$ 12. $\alpha = 290^\circ$, $\beta = 30^\circ$, $\gamma = 250^\circ$, $\delta = 105^\circ$ 14. a) $\alpha = 57^\circ$, $\beta = 48^\circ$, $\gamma = 152^\circ$, $\delta = 37^\circ$, b) $\alpha = 18^\circ$, $\beta = 135^\circ$, $\gamma = 78^\circ$, $\delta = 169^\circ$ 15. $\alpha = 54^\circ$, $\beta = 55^\circ$, $\gamma = 130^\circ$ 16. a) 228° , b) 228° 17. a) 24° , b) 17^{12} 18. III — prawda, I, II, IV — fałsz

Sprawdź się: 1. C 2. ACD 3. a) $277,5^\circ$, b) $352,5^\circ$, c) $322,5^\circ$, d) $262,5^\circ$

3. Trójkąty (s. 72–74): 1. a) trzy, b) jeden, c) trzy 2. a) 180° , b) 360° 3. 90° 4. a) tak, b) nie, c) tak, d) nie 5. a) tak, b) nie, c) tak, d) tak, e) nie, f) tak 6. $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 46^\circ$, $\gamma = 105^\circ$ 7. $\alpha = 22^\circ$, $\beta = 100^\circ$, $\gamma = 50^\circ$ 8. $\alpha = 40^\circ$, $\beta = 65^\circ$, $\gamma = 38^\circ$ 12. a) 85° , 85° , 10° , b) 10° , 10° , 160° 13. a) $\alpha = 110^\circ$, b) $\alpha = 110^\circ$ 14. a) nie, b) nie, c) tak, d) tak 15. Wskazówka: $c < a + d$ 16. Wskazówka: Skonstruuj dwie proste równoległe oddalone od siebie o b . 17. $CAB = 30^\circ$, $ABC = 60^\circ$, $BCA = 90^\circ$

Sprawdź się: 1. B 2. PFPF

4. Przystawanie trójkątów (s. 75–78): 1. a) tak, b) tak, c) tak, d) tak 2. a) tak, b) tak, c) tak, d) nie 3. a) tak, b) nie, c) tak, d) nie 4. dwa boki i kąt zawarty między nimi; bok i dwa kąty leżące przy tym boku; trzy boki 5. I i V, II i IV, III i VI

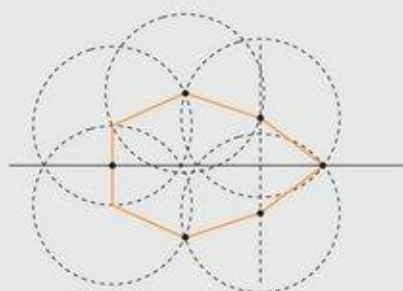
6. ABD i BAC , ADE i BCE , ACD i BDC 7. a) nie, b) nie, c) tak, d) tak 13. Można ułożyć trzy równoległoboki o kątach: 70° , 70° , 110° i 110° albo 60° , 60° , 120° i 120° , albo 50° , 50° , 130° i 130° . 14. Wskazówka: a) Skorzystaj z cechy kbb. b) Skorzystaj z cechy kbb. 17. Wskazówka: Skorzystaj z cechy kbb. 18. Wskazówka: Skorzystaj z cechy bbb. 19. Wskazówka: a) Skorzystaj z cechy kbb. b) Skorzystaj z własności przekątnych równoległoboku.

Sprawdź się: 1. FPPP 2. C 3. B

5. Czworokąty (s. 78–82): 1. a) 2, 4, 5, 6, 9, b) 7, c) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, d) 2, 5, e) 1, 2, 5, 6, 9, 10, f) 2, 5, 9, g) 1, 10 2. I 3. a) 170° , b) 255° , c) 134° , d) 20° 4. PFP 6. a) $\alpha = 56^\circ$, $\beta = 122^\circ$, b) $\alpha = 78^\circ$, $\beta = 102^\circ$, $\gamma = 115^\circ$, $\delta = 65^\circ$, c) $\alpha = 100^\circ$, $\beta = 80^\circ$, $\gamma = 153^\circ$, $\delta = 27^\circ$, d) $\alpha = 130^\circ$, $\beta = 50^\circ$, $\gamma = 50^\circ$, e) $\alpha = 66^\circ$, $\beta = 114^\circ$, $\gamma = 66^\circ$, $\delta = 114^\circ$, f) $\alpha = 111^\circ$, $\beta = 69^\circ$, $\gamma = 111^\circ$, $\delta = 69^\circ$ 7. a) $\alpha = 40^\circ$, $\beta = 50^\circ$, $\gamma = 45^\circ$, b) $\alpha = 25^\circ$, $\beta = 22^\circ$, $\gamma = 90^\circ$ 8. a) 32, b) 32, c) 30 9. $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 30^\circ$, $\gamma = 40^\circ$ 15. Wskazówka: Skorzystaj z cechy bbb. 18. Wskazówka: Dorysuj wzdłuż dłuższego boku danego równoległoboku czworokąt do niego przystający.

Sprawdź się: 1. A 2. PFPP 3. D 4. D

6. Wielokąty foremne (s. 82–85): 1. jeden 2. a) nie, b) tak, c) tak 3. kwadrat — 2, pięciokąt — 5, sześciokąt — 9, siedmiokąt — 14, ośmiokąt — 20 4. $n - 3$ 5. 60° , 60° , 120° , 120° 6. Np.: a) 4, 9, 16, b) 6, 24, 54 7. a) 108° , b) 144° , c) 162° , d) 174° 8. a) 10, b) 12, c) 18, d) 30 9. a) 35, b) 44, c) 90, d) 170 10. d) Wskazówkę zawiera rysunek przedstawiony obok.



11. a) 3, b) 7, c) 4, d) 9, e) n , f) $2n + 1$ 12. a) z 2 kwadratów, 3 trójkątów; nie jest; można, b) 6 kwadratów i 6 trójkątów 13. Wskazówka: Skorzystaj z rysunku przedstawiającego wielokąt foremny wpisany w okrąg. Podziel wielokąt na trójkąty i wyraż kąt pełny o wierzchołku wspólnym dla tych wszystkich trójkątów za pomocą x .

Sprawdź się: 1. FFP 2. C 3. B

7. Pole prostokąta. Jednostki pola (s. 85–88): 1. a) tak, b) tak, c) tak 2. a) $1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$, b) $1 \text{ a} = 10\,000 \text{ dm}^2 = 1\,000\,000 \text{ cm}^2$, d) $1 \text{ ha} = 1\,000\,000 \text{ dm}^2 = 100\,000\,000 \text{ cm}^2$ 3. a) 0,0001, b) 0,0001, c) 0,0001 4. $P_F = 2 \text{ cm}^2$, $P_L = 1,75 \text{ cm}^2$, $P_E = 2,5 \text{ cm}^2$, $P_T = 1,75 \text{ cm}^2$ 5. $P_I = 0,0825 \text{ m}^2$, $P_{II} = 0,075 \text{ m}^2$, $P_{III} = 0,05 \text{ m}^2$

6. a)

	1 cm^2	1 dm^2	1 m^2
... mm^2	100	10 000	1 000 000
... cm^2	1	100	10 000
... dm^2	0,01	1	100
... m^2	0,0001	0,01	1

b)

	10 a	10 ha	10 km^2
... m^2	100	100 000	10 000 000
... a	10	1000	100 000
... ha	0,1	10	1000
... km^2	0,001	0,1	10

7. a) 3 cm^2 , $2,4 \text{ cm}^2$, 1750 cm^2 , 40 cm^2 , 1200 cm^2 , 2115 cm^2 , 120 cm^2 , $10\,300 \text{ cm}^2$, $125\,000 \text{ cm}^2$,
 b) $45,2 \text{ m}^2$, $1,8 \text{ m}^2$, $71,85 \text{ m}^2$, 1640 m^2 , 2000 m^2 , $10\,500 \text{ m}^2$, 4250 m^2 , 325 m^2 , $1\,500\,000 \text{ m}^2$,
 $70\,000 \text{ m}^2$, c) $0,14 \text{ a}$, 27 a , $127,3 \text{ a}$, 40 a , 135 a , 1250 a , 70 a , $12\,000 \text{ a}$, d) $17,45 \text{ ha}$,
 $210,5 \text{ ha}$, $0,3 \text{ ha}$, $2,9 \text{ ha}$, 1020 ha , 75 ha , 160 ha , 2150 ha 8. a) $56 \text{ cm}^2 = 0,56 \text{ dm}^2$,
 b) $7800 \text{ cm}^2 = 78 \text{ dm}^2$, c) $180 \text{ dm}^2 = 1,8 \text{ m}^2$, d) $6600 \text{ dm}^2 = 66 \text{ m}^2$, e) $1020 \text{ mm}^2 =$
 $= 10,2 \text{ cm}^2$, f) $25\,600 \text{ mm}^2 = 256 \text{ cm}^2$ 9. a) $56 \text{ a} = 0,56 \text{ ha}$, b) $60 \text{ a} = 0,6 \text{ ha}$, c) $180 \text{ a} =$
 $= 1,8 \text{ ha}$, d) $330 \text{ a} = 3,3 \text{ ha}$, e) $255 \text{ a} = 2,55 \text{ ha}$, f) $320 \text{ a} = 3,2 \text{ ha}$ 10. a) n, l, m, k , b) $n,$
 k, m, l , c) n, k, l, m 11. a) 5 m , b) 200 m , c) $0,003 \text{ m}$, d) $30\,000 \text{ m}$ 12. a) $2,28 \text{ km}$,
 b) $5,12 \text{ km}$ c) $3,2 \text{ km}$, d) $10,34 \text{ km}$ 13. 2275 m^2 14. a) $21,6 \text{ m}^2$, b) 504 płytki
 15. a) 38, b) 60, c) 37,5 16. 1 morga $\approx 0,56 \text{ ha}$, 1 włóka $\approx 16,8 \text{ ha}$ 17. a) $\frac{1}{4}$, b) nie

Sprawdź się: 1. C 2. BD 3. B

8. Pola wielokątów (s. 89–93): 1. a) III, b) II 2. $P_A = 60$, $P_B = 92$, $P_C = 48$, $P_D = 56$
 3. $P_I = 225 \text{ mm}^2$, $P_{II} = 237,5 \text{ mm}^2$, $P_{III} = 275 \text{ mm}^2$, $P_{IV} = 187,5 \text{ mm}^2$ 4. a) np. BCG , CDG ,
 b) np. BDG , CEG , c) np. ACG , BDG , d) AEG , BFG 5. a) 42, b) 30, c) 32 6. III
 7. a) 96 cm^2 , b) 24 cm^2 , c) 384 cm^2 , d) 192 cm^2 8. a) $2,4 \text{ cm}$, b) $4,8 \text{ mm}$, c) $4\frac{8}{13} \text{ dm}$,
 d) $2\frac{5}{6} \text{ m}$ 9. a) $h_a = 3 \text{ cm}$, $b = 4 \text{ cm}$, b) $h_a = 24 \text{ m}$, $b = 30 \text{ m}$, c) $h_a = 12 \text{ km}$, $b = 18 \text{ km}$
 10. a) 30, b) 36, c) 35 11. a) 59, b) 42, c) 45 12. 16 cm^2 , 144 cm^2 13. tak
 14. 52 cm 15. a) 32 i 68, b) 8 i 92 16. 20 cm lub 5 cm 17. 5 cm 18. 20 cm^2
 19. 32 cm 20. $P_V = 3,2$, $P_Z = 5,6$, $P_K = 5,6$, $P_M = 5,44$ 21. sypialnia — około 14 m^2 ,
 pokój dzienny — około 27 m^2 , kuchnia — około 11 m^2 , łazienka — około 6 m^2 , przedpokój
 — około 10 m^2

Sprawdź się: 1. A 2. C 3. AD

9. Układ współrzędnych (s. 93–96): 1. a) $A = (4, 2)$, $B = (2, 4)$, $C = (-4, 2)$, $D = (-2, -2)$,
 $E = (2, -4)$, b) $A = (2, 1)$, $B = (1, 2)$, $C = (-2, 1)$, $D = (-1, -1)$, $E = (1, -2)$ 2. a) $(1, 4)$, $(1, 1)$,
 $(23, 78)$, b) $(-3, 6)$, $(-1, 67)$, c) $(-4, -6)$, $(-2, -45)$, $(-23, -76)$, d) $(6, -4)$, $(8, -12)$, $(98, -123)$
 3. a) na osiach — A, C, G, H, K , w I ćwiartce — B, J , w II ćwiartce — D, F , w III ćwiartce
 — I , w IV ćwiartce — E , b) odległość od osi x : $A = 0$, $B = 2$, $C = 3$, $D = 2$, $E = 2$, $F = 1$,
 $G = 0$, $H = 0$, $I = 2$, $J = 1$, $K = 0$; odległość od osi y : $A = 3$, $B = 5$, $C = 0$, $D = 2$, $E = 6$,
 $F = 3$, $G = 4$, $H = 5$, $I = 2$, $J = 2$, $K = 0$ 4. a) 9, b) 6, c) 19,5, d) 16 5. a) 7,5,
 b) 8, c) 7,5, d) 14 6. a) 14, b) 35,5, c) 30 8. a) 45, b) 36, c) 39 9. $BFDE$,
 $ACGH$ 10. a) 2, b) 7, c) 2, d) 3, e) 2, f) 7, g) 7, h) 27 11. a) $C = (-2, 7)$ lub
 $C = (8, 7)$, b) $C = (-2, 4)$, $C = (-2, 10)$, $C = (8, 4)$ lub $C = (8, 10)$, c) $C = (-2, -3)$ lub $C = (8, -3)$
 12. $(9, 6)$ 13. $(3, -2)$ 14. $(-2, 9)$ i $(4, 9)$ lub $(-2, -3)$ i $(4, -3)$ 15. $(-1, -1)$, $(2, 2)$ lub $(8, 2)$

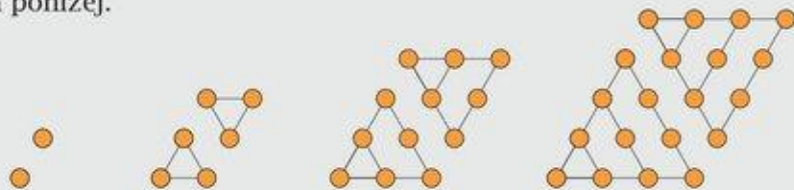
Sprawdź się: 1. A 2. FPFP 3. B

10. Zadania testowe (s. 96–101): 1. D 2. D 3. PP 4. AC 5. C 6. D 7. B 8. ACF
 9. B 10. C 11. FP 12. C 13. D 14. B 15. D 16. D 17. A 18. C 19. D 20. PP
 21. C 22. PFP 23. D 24. C 25. C 26. D 27. D 28. AC 29. D 30. A 31. C
 32. AC

IV

Wyrażenia algebraiczne

1. Do czego służą wyrażenia algebraiczne? (s. 102–108): 1. a) $x+47$, b) $19a$, c) $\frac{p}{57}$, d) $m-867$ 2. a) $x+9$, b) $\frac{1}{2}w$, c) $5n$, d) $8-t$ 3. a) 1 cięcie, 2 cięcia, 19 cięć, $(n-1)$ cięć, b) 90 minut, 135 minut, 225 minut, $45n$ minut, c) 9 zawodników, 10 zawodników, 12 zawodników, $(6+n)$ zawodników, d) 1 kg, $\frac{1}{2}$ kg, $\frac{1}{30}$ kg, $\frac{2}{n}$ kg 4. a) 15, 20, 25, $5n$, b) 1, 4, 625, $(\frac{n}{4})^2$ 5. a) 1, 2, 3, $n-3$, b) 2, 3, 4, $n-2$ 6. a) $n+1$, $n+1$, $2n$, b) $2n$, $n+2$, $3n$ 7. a) $x+17$, b) $8p$, c) $a-19$, d) $\frac{m}{6}$, e) $2b+5$, f) $3(y+8)$, g) $\frac{1}{2}n-11$, h) $\frac{d-9}{4}$ 8. a) $3k+5[z]$, b) $\frac{V}{2}-6[l]$, c) $\frac{5+p}{4}[m^2]$, d) $5(m-7)[kg]$ 9. a) $a+b+15$, b) $y-x$, c) $\frac{st}{2}$, d) $\frac{m}{2n}$, e) $\frac{c+d}{2}$, f) $\frac{p-r}{5}$, g) $\frac{e}{f}+9$, h) $\frac{4n}{k}$ 10. a) a^2 , b) $(u+w)^2$, c) $\frac{1}{2}c^3$, d) x^3+2 , e) y^2+y^3 , f) $(3z)^2$, g) $(\frac{m}{5})^3$, h) $4-n^2$ 11. a) $0,7p$, b) $0,08x$, c) $1,3t$, d) $4m$, e) $1,4a$, f) $2,1k$, g) $0,2h$, h) $0,93w$ 12. a) $(30+k)$ kasztanów, b) $400b$ metrów, c) $(1600-t)$ metrów, d) $\frac{a}{100}$ centymetrów, e) $(3+1,5d)$ złotych, f) $(2+\frac{s}{4})$ litrów, g) $10(80+l)$ groszy, h) $\frac{c+4}{5}$ cukierków 13. Ania — $(n-3)$ lat, Beata — $(n-5)$ lat, tata — $(n+30)$ lat, mama — $(n+28)$ lat 14. a) brat — $2x$ lat, siostra — $(x+2)$ lat, b) $(4x+2)$ lat 15. a) 20; $2n$, b) 30; $3n$, c) 21; $2n+1$, d) 31; $3n+1$, e) 32; $3n+2$ 16. a) 10; $2n$, b) 11; $2n+1$, c) 21; $5n-4$, d) 18; $3n+3$, e) 32; 2^n 17. a) $4a+2b$, b) $4(a-1)+2b$ 18. a) $x+y$, b) $x-y$, c) $\frac{x+y}{3}$, d) $\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}y$, e) $x-5+y-7$, f) klocki w dużym pudełku — $(x-4)$, klocki w małym pudełku — $(y+4)$, g) $\frac{x+y-3}{5}$, h) $\frac{x+y-12}{2}$ 19. a) $(x+y+1)$ osób, b) $(x+2y-2)$ osób 20. I. $4b$, II. $2a+2c$, III. $3a$, IV. $b+3c$, V. $b+c$, VI. $a+c$, VII. $2b+2c$, VIII. $a+2b$, IX. $3a+2c$, X. $a+b+c$, XI. $a+2b+2c$ 21. a) n , $n+1$, $n+2$, b) $k-1+k+k+1$, c) $(m-2)^2+(m-1)^2+m^2$ 22. $p+2$, $p+9$, $p+16$ 23. Abel — $0,85x$, Babel — $2,15x$, Kabel — $1,15x$ 24. $(4x+32)$ lat 25. piąta figura — 15 kropek, setna figura — 5050 kropek, n -ta figura — $\frac{n(n+1)}{2}$ kropek Wskazówka: Znajdź wyrażenie, za pomocą którego można wyznaczyć liczbę kropek w figurze o numerze n w szlaczku narysowanym poniżej.



26. $8n+4$ Wskazówka: Policz patyczki modelu złożonego z dwóch, trzech, czterech sześciątów.

Sprawdź się: 1. B 2. B 3. BC

2. Wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych (s. 108–112): 1. a) 8, b) 60, c) 3, d) 18 2. a) 21, b) 4 3. a) I. 11, II. $5\frac{1}{2}$, III. -1 , IV. 4, b) I. $-\frac{1}{2}$, II. $3\frac{1}{2}$, III. 1, IV. $4\frac{1}{2}$, c) I. 15, II. 7, III. 319, IV. 0, d) I. 0, II. 70, III. 30, IV. $\frac{2}{3}$ 4. a) 11; 16; 21, b) -2 , -6 , -10 , c) 9; 5; 12, d) 9; 3; 12 5. a) -6 , b) 9, c) $-0,5$, d) 3, e) 8, f) 2,5 6. a) 3, b) -5 , c) -8 , d) -70 7. a) -1 , b) -6 , c) 35, d) 1020, e) -30 , f) 13 8. a) 43, b) 128, c) $\frac{11}{12}$, d) $\frac{9}{80}$, e) 12, f) 0 9. a) 3, b) 3, c) 1, d) 1, e) 0, f) 16 10. a) 0, b) 6, c) 16, d) 16, e) 6, f) 28 11. a) $-2,6$, b) $\frac{9}{7}$, c) 8, d) 1,5 12. a) -1 , b) 1, c) 0, -1 , d) 0 13. a) około $14,5^\circ\text{C}$, b) około $27,8^\circ\text{C}$, c) około $32,2^\circ\text{C}$

14. a) -63°C , 45°C , b) 201 cm, c) o 3,3 kg, d) 84,4 l 15. a) 163,9 cm, b) 179,6 cm, c) wzrost kobiety — 170,1 cm, wzrost mężczyzny — 176,7 cm 16. a) nie, b) tak, c) nie 17. a) $x = -1$, $x = 9$, b) $x = 2$, $x = 8$, c) $x = -5$, $x = -13$

Sprawdź się: 1. FFP 2. D

3. Jednomiany (s. 112–115): 1. a) $38n$, b) $3a$, c) $3ds$, d) $5a^2$ 2. a) 4^2 b) 5^3 , c) 7^5 , d) 10^8 , e) m^2 , f) x^3 , g) $2a^2$, f) $-4b^3$ 3. a) $15a$, b) $12b^2$, c) $-5c^2$, d) $35d^3$, e) $8e^3$, f) $\frac{2}{15}f^3$, g) $-6g^4$, h) $\frac{1}{2}h^4$, i) $6i^4$ 4. a) I, II, IV, b) I, II, III, V, c) II, III, V 5. a) a^2b , b) a^3b^2 , c) $30a^2$, d) $14a^2b$, e) $-12ab^2$, f) $-30ab^3$, g) $-30a^2b^2$, h) $-14a^2b^3$, i) $15a^2b^4$ 6. a) a^2bc , b) aj^2o , c) a^2b^2 , d) a^2n^2w , e) e^2kl^2 , f) a^3dpr , g) a^3n^2s , h) a^3krt^2 , i) $a^3b^2r^3$, j) $a^3ekm^2t^2y$, k) $eklo^3t^3$, l) i^2m^3nu 7. I. $12a^3kr$, II. $12a^2kr$, III. $-12a^2kr$, IV. $12a^2k^2r^2$, V. $12a^2kr$, VI. $12a^2k^2r^2$; IV = VI i II = V 8. a) okno b) kakao, c) kajak, d) makaron, e) papaja, f) manna 9. a) $6a^3b$, b) $-30a^2b^3$, c) $-8a^3b^2$, d) $20a^2b^3$, e) $-6a^2bc$, f) $40a^3b^2c^2$ 10. a) $8x \cdot 12y = 96xy$, b) $a \cdot (-2b) = -2ab$, c) $\frac{1}{4}x^2 \cdot \frac{1}{3}xy = \frac{1}{12}x^3y$, d) $-mn^2 \cdot (-5m^3) = 5m^4n^2$, e) $5a^2b \cdot 0,4ab^3 = 2a^3b^3$, f) $9baca \cdot 0,1baba = 0,9a^4b^3c$ 11. a) I, IV, b) II, V, c) II, III, V 12. a) $\frac{6}{5}ac$, b) $15xy^2$, c) $6q^2$ 14. a) $4p^2$, b) $\frac{1}{5}d^2$, c) $162p^2$ 15. a) a , $12b$; $2a$, $6b$; $4a$, $3b$; $6a$, $2b$; $12a$, b , b) dziewięć

Sprawdź się: 1. A 2. B

4. Sumy algebraiczne (s. 115–120): 1. a) 8, b) $-3,5$, c) $-4,17$, d) 25 2. a) $22z + 40s$, b) $29z + 49s$ 3. a) $2x^2$, $-7x$, y , -1 , b) $\frac{1}{3}ab$, $2a^2 - 0,2b$, c) $0,5a^2$, $-ab$, $-b^2a$, d) $3x$, $-4y^2$, 5 e) $23c^2$, $5a$, -7 , f) $\frac{2}{5}x^2$, $-4y^2$, $-3y$, 5, g) $-2m^3n$, m^3 , $-2mn^2$, -1 , h) $-6xy^4$, $-x$, y , -6 4. a) $8a$, b) $10b$, c) $31c$, d) $4d$, e) $3e$, f) $-4f$, g) $-8g$, h) $2h$, i) $-6i$, j) $-5j$, k) $-11k$, l) $-11l$ 5. a) $2\frac{2}{7}a$, b) $4\frac{3}{5}b$, c) $\frac{6}{7}c$, d) $1\frac{1}{4}d$, e) $4\frac{2}{5}e$, f) $\frac{1}{4}f$, g) $1\frac{5}{6}g$, h) $1\frac{1}{3}h$, i) $1\frac{4}{7}i$, j) $2\frac{1}{4}j$, k) $-\frac{1}{3}k$, l) $-\frac{1}{3}l$ 6. a) $5,6a$, b) $1,23b$, c) $4,2c$, d) $1,7d$, e) $4,6e$, f) $0,2f$, g) $1,7g$, h) $-2,9h$, i) $-1,2i$, j) $-0,2j$, k) $-2,5k$, l) $-1,8l$ 7. a) $9x$, b) $2m$, c) $-3p$, d) $-5a$, e) $7\frac{1}{3}n$, f) $\frac{4}{5}t$, g) $-2\frac{1}{3}b$, h) $-\frac{6}{7}c$, i) $-4,1y$, j) $3,9u$, k) $-1,9w$, l) $-3k$ 8. a) tak, b) nie, c) tak, d) nie, e) tak, f) tak, g) tak, h) nie, i) nie, j) tak, k) tak, l) nie, m) nie, n) tak, o) nie 9. a) $2a + 2k + o$, b) $-o$, c) $a + 3k + t + 2u$ d) $a - k + t$, e) $3a + 2b + 3r$, f) $-a + r$, g) $4a + 2b + 2p + r$, h) $-4a - 2p - r$ 10. a) prostokąt — $3ab$, kwadrat — a^2 , trójkąt — $\frac{ac}{2}$, trapez — $\frac{5}{2}a^2$, równoległobok — ab , romb — $2xy$; pola kwadratu i trapezu oraz pola prostokąta i równoległoboku 11. a) $3x + 8y$, b) $-9a^3 + 2a^2 + 2a + 5$, c) $9a + b$, d) $-2x^3 + 4x^2$, e) $4x^2 - y^2 + 2$, f) $-8u^2 + u - w$ 12. a) $2ax - x + a$, b) $uw + 8u - 4w$, c) $-8xy + 2y$, d) $15ab$, e) $-2a^2b + 3ab^2 + 6ab + 2a$, f) $-2x^2y + 7xy - 2x$ 13. a) $30a^2b + 3ab^2$, b) $u^2v^2 + 5u^2v$, c) $15x^2y^2 - 10xy^2 - 20xy + 21x + 6y$, d) $3a^2b^2 + ab^2 + 2a - 12b$, e) $5xy^2$, f) 0 14. a) $-x^2 + y^2$; 3, b) xy ; -2 , c) $2x^2y$; 4, d) xy ; -2 , e) $-3x^2 + 3x$; -6 , f) $-5x^2y^2$; -20 15. a) $5m^2n + m^3n$, b) $ab - 4a^2b - 2a$ 16. I. $2a + 2b + 2$, II. $a + 2b + 3$, III. $4b + 4$, IV. $a + 2b + 1$, V. $2a + 4b$, VI. $2a + 3b + 4$ 17. a) $13m^2$, b) $4a^2 + 2b^2 + 2ab$, c) $4x^2 + 7xy$ 18. $(3x + 1)$ siódmoklasistów 19. $(3x + 2)$ punktów 20. $(5x + 5)$ złotych 21. $(6x + 100)$ km 22. $(2x + 2y - 8)$ książek 23. $(3x + 2y + 10)$ drzew 24. $(1,5x + 2y - 10)$ kwiatów 25. a) -5 , b) 7

26. Wskazówka: a) Przedstaw wyrażenie jako iloczyn, którego jednym z czynników jest liczba 2. b) Przedstaw wyrażenie jako iloczyn, którego jednym z czynników jest liczba 5.

Sprawdź się: 1. a) B, b) D 2. A

5. Dodawanie i odejmowanie sum algebraicznych (s. 120–123): 1. a) $9ab - 3a - 4b$,

b) $-9x^2 - x + 3$ 2. a) 16, b) 1 3. a) $4b + 1$, b) $3n + 4$, c) $4a - 1$, d) $x - 3$

e) $-2y + 10$, f) $3u - 4$, g) $12z + 2$, h) $-10w + 4$ 4. a) $x + 4y + 2$, b) $u - 3w + 7$,

c) $6a - b$, d) $4t + 5$, e) $3m + 6n$, f) $-5a - b + 5$, g) $-5c - 7d + 6$, h) $9p - 4r - 5$

5. a) $6a - 5b + 10c$, b) $5x - 10z$, c) $-11r - s + t$, d) $5k + 2m - 2n$, e) $-4ab + 8a - b$,

f) $9xy + 3x - 4y$, g) $-7m^2 + 9m - 3n$, h) $-t^2 - 9t - 4s$ 6. a) $-\frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$, b) $-\frac{1}{9}x + \frac{7}{9}y - \frac{2}{9}$,

c) $-\frac{7}{12}a - \frac{7}{6}b + \frac{2}{3}$, d) $2,5a + 0,2b + 4$, e) $1,3x - 0,9y - 1,7$, f) $1,4x - 0,7y - 6$ 7. a) $4a$,

b) $2a + 2b + 2$, c) $4a + 4b - 6$ 8. a) $3 - 3m + (2m - 2)$, b) $5y - (3y + x)$, c) $p^2 - (2p^2 + 5p)$,

d) $a + b - c - (a + b)$ 9. $x = 3a + 5$, $y = 2a + 1$, $z = 3a$, $w = 5a + 2$; $a = 2p$, $b = 7$, $c = 3p + 2$,

$d = p + 5$; $e = -4m + 15$, $f = 3m$, $g = m - 5$, $h = m + 11$ 10. $a = 2p + 1$, $b = 6p + 2$, $c = p$,

$d = 3p + 1$, $e = 4p + 2$; $f = 0$, $g = 2n$, $h = 2m + n$, $i = m + 2n$, $j = m + n$; $x = 2a$, $y = a + c$,

$z = 6a + 2b$, $u = 5a + 2b + c$, $w = 4a + 2b + 2c$ 11. pierwszy wiersz: $x + 2y$, 0, $2x + y$; drugi

wiersz: $2y$; trzeci wiersz: y , $2x + 2y$ 12. a) $2x + y - x = x + y$, b) $3y - (x + 2y) = y - x$,

c) $x + y + z - (x - z) = y + 2z$ 13. $(7p - 6)$ punktów 14. $(6s + 1)$ dni słonecznych

15. $(4,5a - 10)$ lat 16. $(\frac{1}{3}x - 20)$ stron 17. $(0,6w - 4)$ litrów 18. $(\frac{1}{6}m + 1)$ minut

19. a) $(x - 23)$ — wiek Marcina, $(\frac{1}{2}x - 1)$ — wiek Krzysia, b) o $(\frac{1}{2}x - 22)$ lat

Sprawdź się: 1. A 2. BCF

6. Mnożenie jednomianów przez sumy algebraiczne (s. 123–127): 1. a) $a^2 - a - 5$,

b) $3xy + 4x + 3y$ 2. a) $20x^2y$, b) $9a^2$, c) $21m^3$, d) $-8u^2w^2$ 3. a) $2a + 2b$, b) $12x - 20y$

c) $-10m + 15n$, d) $3x + 6y - 18$, e) $-8 + 6s - 10t$, f) $2xy - 54x$, g) $2x^3 - x^2 + 7x$,

h) $-6p^3 + 15p^2 - 6p$, i) $ab + a^2 - a^2b$ 4. a) $7m + 42$, b) $21p$, c) $5u + 14$, d) $-3t^2 - 2t + 6$,

e) $12w^2 + 11w$, f) $17n^2 - 15n$, g) $9ab - 15a + 10b$, h) $uv + 2u + 4v$, i) $2m^2 + mn - 8n$,

j) $-2x^2 + 3xy - 8y^2$ 5. a) $2a^2 + 2b^2$, b) $3x^2 + 3y^2 - 10xy$, c) $3x - 4y + 7z$, d) $5b^2 - 6ab$,

e) $12x^2 - y^2$, f) $1,5a$, g) $-\frac{1}{3}a$, h) $1,2x^2 + 4,1x$ 6. a) $7p + 3$, b) $3m - 5n$, c) $3t - 2$,

d) $2a + b$, e) $x + 5y - 2$, f) $-4n^2 + 5n + 3$, g) $4a - b + 7$, h) $-3w^2 + 4w - 1$, i) $3a - 1$

7. a) $5a + 3$, b) $8m - 3$, c) $2a + 5b$, d) $-5x + 6y$, e) $p + 4$, f) $3x - y$, g) $a + 3b$,

h) $2,5x - 1$ 8. a) $\frac{6m^2 + 36m}{6}$, b) $6(a - 2b)$, c) $\frac{32p^2 - 16p}{4}$, d) $-6(y + 2x)$ 9. a) $5x - 1$,

b) $7 - 10a$, c) $-2m + 1$, d) $7p - 5$, e) $4n + 1$, f) $3y - 1$, g) $12t - 5$,

h) $-d - 3$, i) $3s + 0,5$ 10. a) $13a + b - 10c$, b) $12a - 3b - 7c$, c) $-3a - 11b + 11c$,

d) $-2x^2 - 2x + 5$, e) $-3a^2 + 8ab - 5ac$, f) $-10x^3 + 14x^2 + 3x + 5$, g) $4x^2 - 5x - 4$,

h) $7x^3 + 7x^2 - 6x - 6$, i) $7a - 3b + 16c$, j) $4x^3 - 3x^2 - 3x$ 11. a) $10a^2 - b^2 + 10ab + 10a - b$,

b) $10ab + 8b$, c) $2a^2 + 4b^2 + 3ab$ 12. Tomek: $5(b - 2) + (a - 5)b = ab - 10$; Bartek:

$2(a - 5) + a(b - 2) = ab - 10$; Celina: $ab - 2 \cdot 5 = ab - 10$ 13. a) $12,5a^2 - 75a + 200$,

b) $1,5a^2 + b^2 - 25a - 20b + 2,5ab + 200$, c) $24a^2 - 85a + 200$, d) $-15a + 100$

14. $(120 - 2x)$ nóg 15. $(30\text{ż} + 48)\text{km}$ 16. 6; tak 17. $(5x + 19,9y)$ złotych; o 8,3y

złotych 18. $(a + 3b)$ jabłek 19. a) $2x - 12$, b) $1,2x + 18$, c) $0,7x + 7$, d) $2,5x + 5$

Sprawdź się: 1. B 2. D

- 7. Mnożenie sum algebraicznych (s. 127–130):** 1. a) $20p^2 + 30p$, b) $-9x^2y + 15x^2$, c) $10a^2 + 4a^2b - 6a$, d) $-8m + 12m^2 + 20m^2n$ 2. a) $-14m + 3$, b) $-5p^2 + 6q - pq$, c) $6x^3 + 2x^2$, d) $5a^2b - 10a - 9b$ 3. a) $ac + ad + bc + bd$, b) $ac + ad - bc - bd$, c) $ac - ad + bc - bd$, d) $ac - ad - bc + bd$ 4. a) $ab + a + 5b + 5$, b) $xy - 3x + 2y - 6$, c) $mn + 7m - 3n - 21$, d) $pq - 5p - 4q + 20$ 5. a) $p^2 + 6p + 8$, b) $a^2 - 4a - 12$, c) $m^2 - 9$, d) $x^2 - 8x + 16$ 6. a) $2p^2 + 15p + 28$, b) $3a^2 - 7a - 20$, c) $4w^2 - 37w + 40$, d) $12t^2 + 33t + 18$, e) $-28b^2 + 2b + 6$, f) $12u^2 + 8u - 15$ 7. a) $-6c^2 + 4cd + 18c - 12d$, b) $15n^2 - 50mn + 40m - 12n$, c) $-9s^2 + 65st - 14t^2$, d) $6a^2 + 31ab + 35b^2$, e) $20m^2 - 19mn + 3n^2$, f) $-6x^2 - 22xy - 20y^2$ 8. a) $-6kl^2 - 4kl + 32k$, b) $-8a^2b - 4ab^2 + 6a^2 + 3ab$, c) $20x^3y^2 + 15x^3y + 8xy^2 + 6xy$, d) $12x^3y^2 - 6x^4 - 20xy^3 + 10x^2y$, e) $-2m^3n^2 - 3m^2n^3 + 10m^2 + 15mn$, f) $6p^4q^3 - p^3q^2 - 15p^2q$ 9. a) $4 + 3\sqrt{2}$, b) $7 + 3\sqrt{3}$, c) $38 - 16\sqrt{5}$, d) $4 + \sqrt{6}$, e) $2 + 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + \sqrt{6}$, f) $-30 + 10\sqrt{2} - 6\sqrt{5} + 9\sqrt{10}$ 10. a) $x^2 + 2xy + y^2$, b) $t^2 + 10t + 25$, c) $9 + 6p + p^2$, d) $4w^2 + 28w + 49$, e) $m^2 + 12mn + 36n^2$, f) $25a^2 + 20ab + 4b^2$ 11. a) $x^2 - 2xy + y^2$, b) $t^2 - 18t + 81$, c) $16 - 8p + p^2$, d) $9w^2 - 30w + 25$, e) $m^2 - 12mn + 36n^2$, f) $4a^2 - 28ab + 49b^2$ 12. a) $x^2 - y^2$, b) $t^2 - 49$, c) $4p^2 - 9$, d) $25m^2 - n^2$, e) $w^2 - 16u^2$, f) $36a^2 - 25b^2$ 13. a) $2a^2 - 38$, b) $-7b^2 + 32b - 3$, c) $-41c^3 + 44c^2 + 6c$, d) $21m^3 - 53m^2 - 36m$, e) $-9x^2 + 5xy + 2y^2$ 14. a) $x^3 + 1$, b) $2p^3 + 3p^2 - 8p + 3$, c) $10u^3 + 13u^2 + 5u + 12$, d) $y^4 + 2y^3 + 2y^2 + 2y + 1$, e) $s^4 - 3s^3 + 3s^2 - 3s + 2$, f) $-2m^4 + 11m^3 - 11m^2 + 7m - 2$ 15. a) $x^2y + xy^2 + x^2 + 2xy + y^2 + x + y$, b) $a^2b^2 + a^2b + ab^2 + 2ab + a + b + 1$, c) $-2m^2n + 4m^2 - 3mn + 4m + 2n - 3$, d) $-p^2 - 2pq - q^2 + 1$, e) $-a^4 + 5a^3 - 7a^2 + a + 2$, f) $m^3 + n^3 + m^3n + mn^3 + 2m^2n^2 + m^2n + mn^2 + mn$ 16. a) $a^3 + b^3$, b) $a^3 - b^3$, c) $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$, d) $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ 17. $(10d + 3c + 30)$ drzew 18. $(2ab - 2a + 30b - 60)$ zł 19. Wojtek ma x^2 zapalek, Ania i Maciek $x^2 - 2x - 3$; najwięcej zapalek ma Wojtek. 20. a) $3x^2 + 5x + 10$, b) $3x^2 + 3x + 4$, c) $5x^2 - 5$

Sprawdź się: 1. PP 2. D 3. A

- 8. Zadania testowe (s. 130–133):** 1. A 2. BC 3. PPP 4. BC 5. BC 6. AD 7. PFP 8. FPF 9. A 10. D 11. A 12. D 13. B 14. C 15. C 16. C 17. Nie, A 18. C 19. B

V

Równania

- 1. Do czego służą równania? (s. 134–138):** 1. $3x = 3$, $x + 2 = 6$ 2. a) $x + 7 = 4$, b) $5 - x = 9$, c) $x \cdot 8 = 3$, d) $x : 2 = 6$, e) $x + 3x = 7$, f) $x : (x - 9) = 4$ 3. a) $17 = x - 3$, b) $x = 5 + 9$, c) $2x = \frac{3}{4}x + 5$, d) $\frac{x}{2} - 1 = \frac{1}{2}$, e) $(x + 5)^2 = 2x$, f) $x - x^2 = \frac{1}{4}$ 4. a) $0,05x = 10$, b) $x = 0,05 \cdot 10$, c) $x + 0,05x = 10$, d) $x = 10 - 0,05 \cdot 10$ 5. a) $x - \frac{1}{2}x = 3$, b) $4x = x + 10$, c) $x + x - 3 = 8$, d) $x + x + 12 = 60$, e) $x + x : 3 = 160$, f) $x = 3(x - 10)$, g) $x + x + 2 + 3x = 22$ 6. a) $0,02x = 3$, b) $x + 4 = 1,2x$, c) $1,1x = 55$, d) $0,3x = 24$, e) $1,15x = 230$, f) $1,22x = 3000$, g) $0,9x = 28000$ 7. a) $9 \cdot x + 5 \cdot 1 = 50$, b) $5 \cdot 3x + 3 \cdot x = 50$, c) $8 \cdot (x + 3) - 2 \cdot x = 50$ 8. a) $3x = 4(x - 5)$, b) $4x = 3(x + 7)$, c) $5x = 4(x + 9)$, d) $4x = 6(x - 3)$ 9. a) $x + x + x + 20 = 180$, b) $x + x + 50 + x + 50 - 70 = 180$,

- c) $x + x - 15 = 180$, d) $x + 3(x + 10) = 360$ 10. a) x — długość podstawy trójkąta, $x + 2(x + 5) = 60$, b) x — długość dłuższego boku, $2x + 2(x - 7) = 60$, c) x — długość ramienia, $2x + x - 4 + x + 1 = 60$, d) x — długość średniego boku, $2x + x + 7 + x + 7 - 10 = 60$
11. a) x — liczba uczniów w klasie, $\frac{1}{2}x = 12$, b) x — cena bułki w zł, $3x = 5 - 2,75$, c) x — oszczędności Maćka, $3x = x + 120$, d) x — wiek Ali, $\frac{1}{2}x = x - 15$, e) x — dystans pokonany pierwszego dnia, $x + x + 5 + x + 8 = 60$, f) x — liczba stron pierwszego tomu, $x + 2x + 2x - 30 = 620$
12. a) x — pewna liczba, $0,3x = 75$, b) x — cena jogurtu w zł, $0,1x = 0,2$, c) x — pewna liczba, $x - 10 = 0,6x$, d) x — powierzchnia ogrodu w m^2 , $0,3x = 0,7x - 280$, e) x — masa jednej pizzy w kg, $2x + 0,8x = 3 \cdot 0,75$, f) x — liczba posadzonych cebulek przez jedną z koleżanek, $0,9x + 0,8x = 51$
13. x — początkowa cena płaszcza, $x \cdot 0,7 \cdot 1,3 = x - 18$ 15. a) a — najmniejsza z rozważanych liczb, $\frac{a+a+1+a+2+a+3}{4} = 15,5$, b) b — najmniejsza z rozważanych liczb, $\frac{b+b+7+b+14+b+21}{4} = 24,5$

Sprawdź się: 1. C 2. C

- 2. Liczby spełniające równania (s. 138–140):** 1. a) 13, b) -1 2. a) tak, b) nie 3. a) tak, b) nie, c) nie, d) nie, e) tak, f) tak 4. a) nie, b) nie, c) tak, d) nie, e) tak, f) tak 5. a) $p = -3$, b) $p = -1$, c) $p = 199$, d) $p = -21$, e) $p = -7$, f) $p = -2\frac{1}{3}$ 6. $3x - 9 = x + 1$, $4 - x = 9 - 2x$, $-4x + 9 = -1 - 2x$ 7. a) 2, b) 3, c) 9, d) 2, e) 4, f) 4 8. a) 0, b) 2, c) 2 9. a) jedno, b) jedno, c) jedno, d) jedno, e) dwa, f) jedno, g) nie ma rozwiązania, h) jedno, i) jedno, j) jedno 10. a) tożsamościowe — I, sprzeczne — II, b) sprzeczne — I i III, c) tożsamościowe — II i III, d) tożsamościowe — III, e) tożsamościowe — III, sprzeczne — II, f) sprzeczne — II 11. tożsamościowe — I, II, III, sprzeczne — IV 12. a) $x = \frac{x}{2} + 5$; $x = 10$, b) $3x = 6 \cdot \frac{x}{2}$; Każda liczba jest rozwiązaniem tego równania. c) $x^2 = x$; $x = 1$ lub $x = 0$ 13. a) tak, b) nie, c) nie, d) tak

Sprawdź się: 1. BC 2. PPF

- 3. Rozwiązanie równań (s. 140–144):** 1. a) $x = 15$, b) $x = 7$, c) $x = 12$, d) $x = 5$ 2. a) $x = 6$, b) $x = -8$, c) $x = 21$, d) $x = -5$, e) $x = 9$, f) $x = -8$, g) $x = 35$, h) $x = 18$ 3. a) $x = 1,4$, b) $x = -\frac{1}{2}$, c) $x = 1,3$, d) $x = -1\frac{4}{5}$, e) $x = 20$, f) $x = 1\frac{1}{2}$, g) $x = -2,3$, h) $x = -1\frac{1}{2}$ 4. a) $x = 6$, b) $x = 2$, c) $x = 12$, d) $x = 10$, e) $x = -6$, f) $x = 7$, g) $x = -5$, h) $x = 9$, i) $x = 3$, j) $x = -4$, k) $x = -9$, l) $x = 2$ 5. a) $x = 2$, b) $x = 3$, c) $x = 8$, d) $x = 4$, e) $x = -4$, f) $x = -\frac{1}{3}$, g) $x = 2$, h) $x = -1,5$, i) $x = -0,1$ 6. a) $x = -2$, b) $x = 9$, c) $x = 3$, d) równanie tożsamościowe, e) równanie sprzeczne, f) $x = -7$, g) $x = \frac{1}{3}$, h) $x = -8,5$, i) $x = -1$ 7. a) równanie tożsamościowe, b) $x = -1$, c) $x = -3$, d) równanie sprzeczne, e) równanie tożsamościowe, f) $x = -1,5$ 8. a) $y = 8$, b) $y = 19$, c) $y = 4$, d) $y = -1$, e) $y = 2$, f) $y = 3$, g) $y = 4,75$, h) $y = 1\frac{2}{3}$, i) $y = 3,5$, j) $y = 0,2$, k) $y = -10$, l) $y = 1,2$ 9. a) $y = 2$, b) równanie tożsamościowe, c) $y = -21\frac{1}{3}$, d) równanie sprzeczne, e) równanie tożsamościowe, f) $y = 6\frac{1}{3}$, g) $y = 1\frac{1}{7}$, h) $y = 6,1$ 10. a) $x = 5$, b) $x = -3$, c) $x = 0,3$, d) $x = 6$, e) równanie sprzeczne, f) równanie tożsamościowe, g) $x = \frac{1}{15}$, h) $x = 0,07$ 11. a) $x = -17,6$, b) $x = 30$, c) $x = 0,6$, d) równanie tożsamościowe, e) $x = -4\frac{2}{3}$, f) $x = 2$, g) równanie sprzeczne, h) $x = 0$ 12. a) $a = 7$, b) $a = 0$, c) $a = 6$, d) $a = \frac{1}{3}$ 13. a) $4x + 2 = 7$; $x = 1,25$ [kg], b) $2x + 5 = 5x$; $x = 1\frac{2}{3}$ [kg],

- c) $5x + 1 = 3x + 3$; $x = 1$ [kg] **14.** a) $x + x + 8 = 40$; $x = 16$, b) $\frac{x}{2} - (x - 20) = 5$, $x = 30$,
 c) $6(x - 7) = 48$; $x = 15$, d) $3x : 4 = 9$; $x = 12$, e) $x + 3 = 3x$; $x = 1,5$, f) $x - 5 = x : 2$; $x = 10$
15. a) $0,05x = 11$; $x = 220$, b) $1,3x = 195$; $x = 150$, c) $1,2x = 84$; $x = 70$, d) $0,4x = 102$;
 $x = 255$, e) $1,2x = 0,5x + 7$; $x = 10$, f) $0,7x = 2x - 2,6$; $x = 2$ **16.** a) $x + x - 5 = 15$; $x = 10$,
 b) $x - \frac{1}{3}x = 18$; $x = 27$, c) $2x + 10 = 16$; $x = 3$, d) $\frac{1}{2}x - 13 = 12$; $x = 50$, e) $4x - 20 = x + 1$;
 $x = 7$, f) $\frac{1}{3}x + 5 = \frac{1}{2}x$; $x = 30$ **18.** a) a może być dowolną liczbą większą od -4 . b) a może
 być dowolną liczbą mniejszą od -4 . c) $a = -4$ **19.** a) $a \neq -2$ i b — dowolne, b) $a = -2$
 i $b \neq 2,5$, c) $a = -2$ i $b = 2,5$ **20.** a) $p = 3$ lub $p = 1$, b) $p = 18$ lub $p = 9$ lub $p = 6$ lub
 $p = 3$ lub $p = 2$ lub $p = 1$, c) $p = 36$ lub $p = 12$ lub $p = 4$ **21.** $x = 2$

Sprawdź się: 1. B 2. BC

- 4. Zadania tekstowe (s. 144–150):** 1. $1,5u + 12$ [zł] 2. a) $40 + 100 + x = 180$,
 b) $30 + 40 + 3x = 360$ 3. a) 125 g, b) $13\frac{1}{3}$ dag, c) 10 dag 4. zając — 5 kg, wilk —
 50 kg 5. a) pierwszy tom — 247 stron, drugi tom — 273 strony, b) 102 km, c) 27 miejsc,
 d) 50 kaw 6. a) 12 rzeźb, b) pierwsza część — 115 minut, druga część — 145 minut,
 trzecia część — 110 min, c) 3 minuty 7. a) $15^\circ, 75^\circ, 90^\circ$, b) $47,5^\circ, 90^\circ, 42,5^\circ$, c) 26° ,
 $90^\circ, 64^\circ$ 8. a) $70^\circ, 10^\circ, 100^\circ$, b) $60^\circ, 20^\circ, 100^\circ$, c) $60^\circ, 60^\circ, 60^\circ$ 9. a) $25^\circ, 25^\circ$,
 130° , b) $16^\circ, 82^\circ, 82^\circ$, c) $54^\circ, 63^\circ, 63^\circ$ 10. a) $72^\circ, 144^\circ, 36^\circ, 108^\circ$, b) $87,5^\circ, 87,5^\circ$,
 $77,5^\circ, 107,5^\circ$, c) $95^\circ, 95^\circ, 42,5^\circ, 127,5^\circ$ 11. a) $105^\circ, 75^\circ, 105^\circ, 75^\circ$, b) $85^\circ, 85^\circ, 95^\circ$,
 95° , c) $85^\circ, 100^\circ, 80^\circ, 95^\circ$ 12. a) 6 cm, 13 cm, 13 cm, b) 9 cm, 9,5 cm, 9 cm, 9,5 cm,
 c) 15 cm, 12 cm, 4 cm, 12 cm 13. a) 3 droższe lizaki, b) 7 osób, c) na 50 miejsc
14. a) 2 zadania, b) na 7 pytań, c) na 20 pytań **15.** a) pióro — 125 zł, długopis —
 42 zł, b) woda — 2,25 l, sok — 0,75 l, c) dystans rowerowy — 54 km, dystans biegowy
 — 12 km **16.** a) 1,20 zł, b) 1,6 g, c) 7,4 l **17.** a) Ula — 7 lat, Ola — 14 lat, Ala
 — 3 lata, b) 15 lat, c) 36 lat **18.** a) 13 lat, b) Tomek — 11 lat, Romek — 8 lat,
 c) Kasia — 16 lat, Basia — 8 lat **19.** 1,30 zł **20.** Rysy — 2499 m n.p.m., Kasprowy
 Wierch — 1987 m n.p.m., Trzy Korony — 982 m n.p.m. **21.** 2 km **22.** 1 km **23.** 14
24. a) $2\text{ m} \times 8\text{ m}$, b) $2\text{ m} \times 6\text{ m}$ **25.** 4

Sprawdź się: 1. D 2. D

- 5. Procenty w zadaniach tekstowych (s. 150–153):** 1. a) 15%, b) 28, c) 120
 2. a) 2060 zł, b) 150 zł 3. a) 20 g, b) 22,5 g, c) 90 g, d) 91 g 4. a) 8 bramek,
 b) o 6 minut, c) pierwszy — 50 minut, drugi — 40 minut 5. a) 16 tulipanów, b) 15 tuli-
 panów 6. rzut gumakiem — około 56,8 m, płucie pestką — około 29,1 m 7. a) 7 kólek,
 b) 12 kólek, c) 27 kólek, d) 2 kółka, e) 3 kółka 8. a) 25 osób, b) 5 czekoladek,
 c) 25 kredek, d) 24 tulipany 9. a) 8 dzieci, b) 36 minut 10. 180 g wody i 20 g soli
11. a) 230 g, b) 10 g **12.** a) 200 g, b) 400 g **13.** a) 100 g, b) 650 g **14.** a) 12,5 g,
 b) 20 g **15.** $1\frac{2}{3}$ litra **16.** Nie można tego ustalić, mogła to być dowolna kwota różna
 od 0. **17.** 4.09.99 było 20 ludzi i 30 kotów, 11.09.99 było 12 ludzi i 28 kotów, 17.09.99
 było 18 ludzi i 12 kotów. **18.** Srebro stanowi $14\frac{62}{67}\% \approx 15\%$, a złoto $85\frac{5}{67}\% \approx 85\%$ masy
 korony.

Sprawdź czy umiesz: 1. A 2. AC

6. Przekształcanie wzorów (s. 154–156): 1. a) P — pole trójkąta, h — wysokość trójkąta, a — długość boku trójkąta, do którego została poprowadzona wysokość h , b) 6
 2. a) $c = a - b$, b) $c = a + b$, c) $c = b - a$, d) $c = \frac{a}{b}$, e) $c = ab$, f) $c = \frac{b}{a}$ 3. a) $c = \frac{a+d}{b}$, b) $c = \frac{a-d}{b}$, c) $c = \frac{a}{b-d}$, d) $c = ad - b$, e) $c = b - ad$, f) $c = \frac{b}{a} - d$, g) $c = \frac{b}{a} + d$, h) $c = d(b - a)$, i) $c = \frac{b}{a-d}$ 4. a) $R = \frac{1}{G}$, b) $k = \frac{1}{B}$, c) $U = IR$, $R = \frac{U}{I}$, d) $F = pS$, $S = \frac{F}{p}$, e) $m = dV$, $V = \frac{m}{d}$, f) $m = \frac{Q}{g}$, $g = \frac{Q}{m}$, g) $P = \frac{V}{h}$, $h = \frac{V}{P}$, h) $U = \frac{P}{I}$, $I = \frac{P}{U}$, i) $R = \frac{2}{5}cM$, $M = \frac{5R}{2c}$, j) $R = \frac{2}{7}cM$, $M = \frac{7R}{2c}$, k) $R = 0,25cM$, $M = \frac{4R}{c}$, l) $N = \frac{cM}{34}$, $M = \frac{34N}{c}$ 5. a) $L = 2a + 2b$, $a = \frac{L-2b}{2}$, b) $L = 2a + b$, $a = \frac{L-b}{2}$, c) $L = 2a + b + c$, $a = \frac{L-b-c}{2}$ 6. a) $P = ab$, $a = \frac{P}{b}$, b) $P = \frac{ab}{2}$, $a = \frac{2P}{b}$, c) $P = \frac{c(a+b)}{2}$, $a = \frac{2P-bc}{c}$ 7. a) $R = \frac{p}{I^2}$, b) $R = \frac{U^2}{p}$, c) $R = \frac{mv^2}{F}$ 8. a) $F = ps$, b) $V = \frac{mRT}{Mp}$, c) $d = \frac{Q}{gV}$, d) $m = \frac{2E}{v^2}$, e) $R = \frac{pV}{nT}$, f) $r = \frac{v^2}{a}$ 9. a) 4 s, 6 s, 0,14 s, b) 0,25 m, 0,0625 m, 0,81 m 10. a) $a = b + d + e$, b) $a = b - d + e$, c) $a = b(d - e)$, d) $a = \frac{be}{d}$, e) $a = \frac{b}{b+d}$, f) $x = \frac{1}{y}$, g) $p = 0,14q^3$, h) $P = I^2R$, i) $P = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$, j) $V = a^2h$, k) $E = \frac{dqv^2}{2}$, l) $s = \frac{1}{2}vt$

Sprawdź się: 1. PF 2. BC

7. Zadania testowe (s. 156–159): 1. D 2. AD 3. D 4. B 5. C 6. PPF
 7. A 8. A 9. C 10. A 11. D 12. FPF 13. B 14. B 15. BD 16. ADF
 17. C 18. B 19. B 20. C 21. C

VI

Potęgi i pierwiastki

1. Potęga o wykładniku naturalnym (s. 160–163): 1. a) 9, b) 27, c) 81, d) 243
 2. a) 4, b) -8, c) 16, d) -32 3. a) $\frac{1}{25}$, b) $\frac{1}{16}$, c) $\frac{4}{9}$, d) $\frac{9}{25}$ 4. a) 1, b) 6, c) 1, d) 0 5. a) a^2 , b) b^3 6. a) 16, b) 49, c) $\frac{1}{81}$, d) $\frac{25}{49}$, e) 100 000, f) -10 000 000, g) 64, h) 81, i) 0, j) 0, k) 1, l) 1, m) 1, n) -1, o) 43, p) -1, r) $\frac{1}{64}$, s) $\frac{1}{16}$, t) 0,0001, u) 0,008 7. a) $\frac{400}{121}$, b) $\frac{1600}{49}$, c) $\frac{125}{8}$, d) $-\frac{125}{27}$, e) $\frac{10000}{81}$, f) $\frac{243}{32}$, g) 0,49, h) -0,064, i) 2,56, j) 1,331 8. a) -8, b) 1, c) 9, d) 10 000, e) -100 000, f) 1, g) -217, h) $-\frac{1}{8}$, i) $\frac{1}{9}$, j) $\frac{25}{4}$ 9. a) 2700, b) 400, c) 8, d) 4000, e) 2, f) $\frac{1}{50}$, g) $\frac{1}{12}$, h) 5 10. a) 5^{31} , b) 3^{69} , c) 2^{98} , d) 2^{53} 11. a) 17 razy, b) 81 razy, c) 125 razy, d) 16 razy 12. a) tak, b) tak, c) nie, b, d) tak, e) nie, a, f) nie, a, g) nie, b, h) nie, a 13. a) a, b) b, c) b, d) b, e) b, f) a, g) b, h) a, i) b, j) b, k) b, l) a 14. a) dbac, b) dbca, c) adcb, d) adbc, e) cabd, f) dbac, g) dbca, h) dabc, i) adbc 15. a) b, b) b, c) b, d) b, e) b, f) b, g) b, h) a 16. a) 1000 000 000, b) 1000 000 000 000, c) 1000 000 000 000 000 000, d) 100 000 000, e) 10 000 000 000, f) 10 000 000 000 000 17. a) 10^4 , b) 3^9 18. 2^{24} ; 2^{8760} 19. O. Fermat: 1,37 euro, C. Vaniaque: 64 000 euro 20. a) $\left(\frac{1}{2}\right)^4$, $\left(\frac{1}{2}\right)^{52}$, b) 25%, c) po trzech tygodniach 21. a) 2 oraz 9, b) 2 oraz 90, c) 3 oraz 44 22. Wskazówka: a) Przedstaw liczbę $3^{95} - 3^{92}$ jako iloczyn największego wspólnego dzielnika liczb 3^{95} i 3^{92} oraz pewnej innej liczby.

Sprawdź się: 1. B 2. D 3. a) FP, b) PF

2. Iloczyn i iloraz potęg o jednakowych podstawach (s. 164–166): 1. a) 17, b) 16, c) 7 2. a) 7^{14} , b) 7^{15} , c) 7^{16} 3. a) 5^{12} , b) 5^{11} , c) 5^{10} 4. a) 3^{15} ,

b) 5^{15} , c) 6^{13} 5. a) 2^{10} , b) 7^{15} , c) 6^{14} 6. a) 6^{23} , b) 56^{10} , c) $2,9^{12}$, d) 13^{13} , e) 5^{15} , f) 11^2 , g) $\left(\frac{5}{6}\right)^8$, h) 35^5 7. a) 5^{16} , b) 3^{14} , c) 17^2 , d) 11^{13} , e) 5^{13} , f) 34^{10} , g) 12^4 , h) $\left(\frac{1}{2}\right)^2$ 8. a) -125 , b) 9 , c) 189 , d) -36 , e) -1 , f) -1 , g) -7 , h) 121 9. a) 3^{13} , b) 2^8 , c) 2^{36} , d) 5^2 , e) 5^1 , f) 20^1 , g) 2^1 , h) 3^9 10. a) x^{18} , b) m^5 , c) a^9 , d) p^3 , e) y^9 , f) w^{11} 11. a) a , b) a , c) a , d) b 12. c, e, b, a, f, d, g, h 13. a) $x = 8$, b) $x = 3$, c) $x = 5$, d) $x = 5$, e) $x = 9$, f) $x = 5$ 14. a) $x = 5$, b) $x = 10$, c) $x = 5$, d) $x = 3$, e) $x = 4$, f) $x = 12$ 15. 10^6 razy 16. $ko\dot{t}i = 10^7$, $ayuta = 10^9$, $niyuta = 10^{11}$, $ka\dot{n}kara = 10^{13}$, $vivara = 10^{15}$

Sprawdź się: 1. a) B, b) C 2. A 3. TAK, TAK, NIE

3. Potęgowanie potęgi (s. 166–169): 1. a) 7^3 , b) 2^7 , c) 5^5 , d) 3^7 2. a) 27 , b) 7 , c) 1 , d) 25 3. a) 3^{14} , b) 2^{27} , c) 7^{24} , d) 6^{65} 4. a) 6^6 , b) 5^8 , c) 3^6 , d) 7^{15} 5. a) p^{21} , b) x^{10} , c) m^{40} , d) a^{30} 6. $3^7 \cdot 3^7 = (3^7)^2 = (3^2)^7$ 7. a) 10^{15} , b) 13^{28} , c) $\left(\frac{3}{7}\right)^{70}$, d) $0,5^{14}$, e) 5^6 , f) $(-3)^{21}$, g) $\left(\frac{5}{9}\right)^{20}$, h) $0,23^{48}$ 8. a) 2^{60} , b) 6^{210} , c) $0,17^{80}$, d) $\left(\frac{2}{3}\right)^{24}$, e) 6^{36} , f) $(-3)^{75}$, g) $(-5)^{27}$, h) 7^{60} 9. a) 3^{41} , b) 5^6 , c) 7^{42} , d) 6^{12} , e) 2^{28} , f) 11^2 , g) 3^{20} , h) 5^6 , i) 4^0 10. a) a^{38} , b) b^2 , c) c^{34} , d) d^{19} , e) e^{24} , f) f^{18} , g) g^9 , h) h^4 , i) i^2 11. a) 6^6 , b) 6^7 , c) $\left(\frac{5}{7}\right)^{23}$ 12. a) $2^{14}, 2^{15}, 2^{50}$, b) $3^{33}, 3^{32}, 3^{24}$, c) $7^4, 5^{12}, 11^{14}$ 13. a) $x = 2$, b) $x = 25$, c) $x = 9$, d) $x = 9$, e) $x = 16$, f) $x = 6$ 14. a) tak, b) tak, c) nie, $b > a$, d) tak 15. a, e, b, f, d, g, c 16. a) $2^4 = 4^2$, b) $2^0 > 0^2$, c) $2^{2^3} > (2^2)^3$, d) $4^{2^4} > (4^2)^4$, e) $3^{3^3} > (3^3)^3$ 17. a) $x = 9$, b) $a = 8$, c) $m = 10$, d) $p = -7$ 18. 1 19. a) 10^9 m^3 , b) 10^{12} m^3 , c) 10^{18} m^3 , d) 10^{36} m^3 20. a) 10^0 km^3 , b) 10^9 m^3 , c) 10^{15} cm^3 , d) 10^{18} mm^3 21. a) 10^6 razy, b) 10^2 razy, c) 10^{12} razy, d) 10^{16} razy Wskazówka: c), d) Najpierw wyraż długości boków w takich samych jednostkach.

Sprawdź się: 1. a) C, b) C 2. C 3. A

4. Potęgowanie iloczynu i ilorazu (s. 169–172): 1. a) 1000 , b) $\frac{8}{125}$, c) 128 , d) 8 , e) 1000 , f) $\frac{8}{125}$ 2. $7^7 : 7^5$, $\frac{7^5}{7^2}$, $7^5 \cdot 7^2$, $(7^5)^2$ 3. a) $16p^4$, b) $49t^2$, c) $-125m^3$, d) $81y^4$ 4. a) $\frac{8}{x^3}$, b) $\frac{m^4}{81}$, c) $\frac{81}{a^6}$, d) $\frac{p^{15}}{125}$ 5. a) $49a^2$, b) $81b^4$, c) $0,001c^3$, d) $\frac{1}{49}d^2$, e) $\frac{e^5}{32}$, f) $\frac{125}{f^3}$, g) $\frac{64}{g^2}$, h) $\frac{h^3}{27}$ 6. a) $a^6b^6c^6$, b) $16m^4n^4$, c) $49x^2y^2z^6$, d) $\frac{125}{p^3q^3}$, e) $\frac{u^4}{81w^4}$, f) $\frac{36x^2}{25y^{10}}$ 7. a) $100w^{14}$, b) $-125a^{15}$, c) $-64n^{12}$, d) $81x^{20}$, e) $-32p^{30}$, f) $-10\,000\,000w^{28}$ 8. a) $25x^2$, b) $400x^2y^2$, c) $225x^4$, d) $\frac{4}{x^2}$, e) $\frac{9x^4}{4y^2}$, f) $\frac{x^2y^2}{z^4}$ 9. a) $\frac{p^2q^6}{25}$, b) $\frac{81m^{12}n^{16}}{16}$, c) $\frac{25a^{14}b^6}{4c^2}$, d) $\frac{8a^9b^3}{27d^6}$ 10. a) 2500 , b) $27\,000\,000$, c) $\frac{1}{10\,000}$, d) $\frac{1}{64}$, e) $\frac{8}{27}$, f) $\frac{121}{10\,000}$, g) $\frac{27}{1000}$, h) $\frac{4}{49}$ 11. a) $100\,000\,000$, b) $160\,000$, c) 27 , d) 1 , e) 32 , f) 81 , g) 16 , h) 125 12. a) 1 , b) 1024 , c) 16 , d) 32 , e) $\frac{1}{27}$, f) $\frac{1}{125}$ 13. a) $(ab)^2$, b) $(mn)^6$, c) $(xyz)^7$, d) $(5a)^2$, e) $(10b)^3$, f) $\left(\frac{c}{3}\right)^3$, g) $\left(\frac{5}{p}\right)^3$, h) $\left(\frac{u}{2}\right)^5$ 14. a) $(pq^2)^2$, b) $(m^2n^3)^3$, c) $(a^2bc^4)^5$, d) $(2u^5w^2)^3$, e) $(5p^5q^4)^2$, f) $(3x^2y^5z)^4$, g) $\left(\frac{2m^2}{5n}\right)^2$, h) $\left(\frac{a^4bc^5}{3d^2}\right)^3$ 15. a) $24\,300\,000$, b) $0,00243$, c) $\frac{1}{243}$, d) -243 , e) $\frac{243}{10\,000\,000\,000}$, f) $\frac{100\,000}{243}$ 16. a) $60\,000\,000$, b) 60 17. a) $3\,200\,000$, b) $64\,000\,000$, c) $0,000001$, d) $0,0081$ 18. a) $10\,000\,000$, b) $1\,000\,000$, c) 16 , d) $\frac{81}{4}$ 19. a) a^3 i $27a^3$; 27 razy, b) x^3 razy

Sprawdź się: 1. B 2. A 3. D 4. NIE, NIE, TAK

5. Działania na potęgach (s. 172–174): 1. a) a^2 , b) b^{28} , c) c^8 , d) d^6 , e) $\left(\frac{x}{y}\right)^6$, f) $(mn)^{10}$ 2. a) 3^{10} , b) 3^9 , c) 3^7 , d) 3^4 , e) 3^{10} , f) 3^7 3. a) 32, b) $\frac{1}{125}$, c) 36, d) 27, e) 1 4. a) 2^7 , b) 2^{14} , c) 2^{23} , d) 2^1 , e) 2^{45} , f) 2^{16} , g) 2^{10} , h) 2^4 5. a) 4, b) 8, c) 8, d) 2, e) 16, f) 1, g) 8, h) 4 6. a) 27, b) 10, c) 27, d) 100, e) 49, f) 7 7. a) a^4 , b) a^5 , c) a^8 , d) a^{15} , e) a^4 , f) 1 8. a) 3^{11} , b) 3^{13} , c) 3^1 , d) 3^5 , e) 3^0 , f) 3^4 9. a) 1, b) 2, c) 1, d) 81, e) 5, f) 1 10. a) 4, b) 5, c) 3, d) 1, e) 1, f) 8 11. a) 1, b) 1, c) 8, d) 1, e) 27, f) 9 12. a) $\frac{3}{4}$, b) $\frac{25}{9}$, c) $\frac{2}{3}$, d) $\frac{32}{3}$, e) $\frac{81}{4}$, f) $\frac{108}{5}$ 13. a) 2^9 , b) 3^{11} , c) 5^{15} , d) 3^{13} , e) 2^{19} , f) 2^{31} 14. a) $x = 4$, b) $x = 10$, c) $x = 8$, d) $x = 11$, e) $x = 14$, f) $x = 10$ 15. a) $x = 2$, b) $x = 9$, c) $x = 10$, d) $x = 2$, e) $x = 1$, f) $x = 5$ 16. a) 10^8 , b) 10^9 , c) 10^{15} , d) 10^{12} , e) 10^{18} , f) 10^{18}

Sprawdź się: 1. A 2. TAK, NIE 3. B

6. Notacja wykładnicza (s. 175–177): 1. a) 1000 000, b) 1, c) 10, d) 100 2. a) 10^3 , b) 10^4 , c) 10^6 , d) 10^8 3. a) 470, b) 5260, c) 8300, d) 17 500 4. a) $a = 2$, b) $b = 4$, c) $c = 3$, d) $d = 4$ 5. a) $3,4 \cdot 10^2$, b) $7,2 \cdot 10^4$, c) $4,51 \cdot 10^4$, d) $3,92 \cdot 10^6$ 6. a) $5,4 \cdot 10^3$, b) $6,73 \cdot 10^5$, c) $1,25 \cdot 10^8$, d) $8,276 \cdot 10^9$, e) $4,6 \cdot 10^5$, f) $7,9 \cdot 10^{10}$, g) $2,56 \cdot 10^{10}$, h) $5,1 \cdot 10^8$ 7. a) 80 000, b) 270 000, c) 7210, d) 5 940 000 8. a) $1 \cdot 10^8$ pręcików; $6 \cdot 10^6$ czopków, b) $1 \cdot 10^{13}$ komórek, c) $8,3 \cdot 10^{24}$ cząsteczek 9. a) $3,17 \cdot 10^5$ m, b) $2,75 \cdot 10^4$ m, c) $3,8 \cdot 10^6$ m, d) $2,52 \cdot 10^{11}$ m 10. a) $6 \cdot 10^9$, b) $6,5 \cdot 10^{11}$, c) $8,32 \cdot 10^7$, d) $4,9 \cdot 10^2$ 11. a) $6 \cdot 10^4$, b) $2 \cdot 10^8$, c) $4,2 \cdot 10^{10}$, d) $3,5 \cdot 10^{10}$ 12. a) $8 \cdot 10^{11}$, b) $3 \cdot 10^{11}$ 13. a) $2 \cdot 10^3$, b) $3 \cdot 10^3$ 14. a) $5,12 \cdot 10^{23}$ m³, b) $1,728 \cdot 10^{72}$ m³ 15. a) $4 \cdot 10^8$ m², b) $6,4 \cdot 10^{15}$ m² 16. ok. $1,8 \cdot 10^{11}$ razy 17. a) ok. $2 \cdot 10^{12}$ dni, b) ok. $4 \cdot 10^7$ min 18. a) ok. $8 \cdot 10^{18}$ ziaren, b) ok. 8 miliardów ton ($8 \cdot 10^9$ t), c) Masa pszenicy należąca za ostatnie pole przewyższa masę rocznych zbiorów pszenicy na świecie.

Sprawdź się: 1. PP 2. a) A, b) B

7. Notacja wykładnicza (cd.) (s. 177–180): 1. a) 0,1, b) 0,01, c) 0,00001, d) 0,00000001 2. a) 10^{-2} , b) 10^{-3} , c) 10^{-6} , d) 10^{-12} 3. a) 0,09, b) 0,0027, c) 0,06, d) 0,00053 4. a) $a = -1$, b) $b = -3$, c) $c = -1$, d) $d = -5$ 5. a) $5 \cdot 10^{-3}$, b) $8,3 \cdot 10^{-3}$, c) $5,4 \cdot 10^{-4}$, d) $2,81 \cdot 10^{-5}$ 6. a) $7 \cdot 10^{-3}$, b) $6 \cdot 10^{-6}$, c) $3,5 \cdot 10^{-4}$, d) $8,5 \cdot 10^{-7}$ 7. a) 0,03, b) 0,00045, c) 0,0000913, d) 0,00701 8. a) $6 \cdot 10^{-6}$ m, b) $9 \cdot 10^{-9}$ m, c) $7 \cdot 10^{-13}$ g, 9. a) $2,5 \cdot 10^{-2}$ m, b) $3 \cdot 10^{-4}$ m, c) $5 \cdot 10^{-1}$ m, d) $2,8 \cdot 10^{-5}$ m 10. a) karta, b) nić, c) kropla rtęci. 11. a) 10^2 , 10^{-2} , b) 10^3 , 10^{-3} , c) 10^5 , 10^{-5} , d) 10^6 , 10^{-6} 12. a) $3 \cdot 10^{-6}$, b) $7,25 \cdot 10^{-6}$, c) $3 \cdot 10^{-7}$, d) $1,4 \cdot 10^{-6}$ 13. a) $8 \cdot 10^{-5}$, b) $1,5 \cdot 10^{-2}$, c) $5,4 \cdot 10^{-5}$, d) $2 \cdot 10^{-5}$ 14. a) $6 \cdot 10^5$, b) $5,6 \cdot 10^{-8}$, c) $1,8 \cdot 10^{-5}$, d) $5,6 \cdot 10^4$ 15. a) $4 \cdot 10^{-6}$, b) $3 \cdot 10^6$, c) $2 \cdot 10^{-13}$, d) $2 \cdot 10^{11}$ 16. a) $7 \cdot 10^{-7}$, b) $2 \cdot 10^8$, c) $8,4 \cdot 10^{-7}$, d) $9,53 \cdot 10^7$, e) $6,5 \cdot 10^9$, f) $8,1 \cdot 10^{-5}$ 17. a) $6 \cdot 10^{-25}$ kg, b) $3 \cdot 10^{24}$ kg, c) $2 \cdot 10^{-4}$ kg 18. a) $7 \cdot 10^{15}$ razy, b) $2 \cdot 10^{23}$ razy, c) $2 \cdot 10^{11}$ ziaren grochu 19. a) ok. $2 \cdot 10^{60}$ razy, b) $6,07 \cdot 10^{24}$ kg 20. a) $2,197 \cdot 10^{-27}$ m³, b) $1,25 \cdot 10^{-88}$ m³ 21. a) $9 \cdot 10^{-12}$ m², b) $1,44 \cdot 10^{-14}$ m², c) $2,5 \cdot 10^{-9}$ m² 22. a) $6,64 \cdot 10^{-24}$ g, b) $3,818 \cdot 10^{-23}$ g, c) $1,7928 \cdot 10^{-22}$ g, d) $2,988 \cdot 10^{-23}$ g

Sprawdź się: 1. C 2. NIE, TAK, TAK

8. Pierwiastki (s. 180–185): 1. a) 5, -5, b) $\frac{3}{7}$, $-\frac{3}{7}$, c) 0,4, -0,4 2. a) 6, b) $\frac{8}{9}$, c) 0,2 3. a) 5, b) $-\frac{2}{3}$, c) 0,1 4. a) 2, b) $\frac{1}{2}$, c) 10, d) $\frac{3}{5}$ 5. a) 2, b) $\frac{1}{2}$, c) -3, d) $\frac{2}{5}$ 6. a) 5, b) 8, c) $\frac{2}{3}$, d) 0,6 7. a) 2, b) -5, c) $\frac{3}{10}$, d) 0,1 8. a) 7, b) 31, c) $\frac{5}{9}$, d) 4,8 9. a) 9, b) -13, c) $\frac{6}{7}$, d) 1,04 10. a) 17, b) 9, c) $20\sqrt{20}$, d) $65\sqrt[3]{65}$ 11. a) 5 i -5, b) 7 i -7, c) 1 i -1, d) 0, e) nie ma takiej liczby, f) $\frac{1}{2}$ i $-\frac{1}{2}$, g) 0,3 i -0,3, h) nie ma takiej liczby, i) $\frac{6}{5}$ i $-\frac{6}{5}$, j) $\frac{5}{2}$ i $-\frac{5}{2}$, k) $\frac{7}{3}$ i $-\frac{7}{3}$, l) 1,5 i -1,5 12. a) 9, b) 100, c) 40, d) 2000, e) 0,2, f) 0,8, g) 0,04, h) 0,03 13. a) $\frac{1}{3}$, b) $\frac{2}{9}$, c) $\frac{4}{7}$, d) $\frac{3}{2}$, e) $\frac{7}{5}$, f) $\frac{8}{3}$, g) $\frac{3}{2}$, h) $\frac{7}{4}$ 14. a) 1, b) -1, c) 2, d) -2, e) $\frac{1}{2}$, f) $\frac{5}{2}$, g) $\frac{3}{2}$, h) $-\frac{3}{2}$, i) 0,2, j) 0,5 k) -0,4, l) -1,1; tak 15. a) 10, b) 4, c) 200, d) -30, e) 0,5, f) -0,3, g) -0,04, h) 0,02 16. a) $\frac{1}{2}$, b) $-\frac{3}{4}$, c) $\frac{1}{4}$, d) $-\frac{7}{6}$, e) $\frac{3}{2}$, f) $-\frac{5}{4}$ 17. a) 8, b) 15, c) 1, d) 4, e) -4, f) -9, g) 10, h) 2,5 18. a) -4, b) 13, c) 50, d) -400, e) 0,75, f) 1,5 19. a) $7\sqrt{3}$, b) $-5\sqrt[3]{5}$, c) $\frac{11\sqrt[3]{6}}{6}$, d) $\frac{57\sqrt{7}}{20}$, e) $2\sqrt{3}$, f) $4\sqrt[3]{4} - 4\sqrt[3]{2}$, g) $7\sqrt{7} - 2\sqrt[3]{7}$, h) $2\sqrt{2} + 10\sqrt[3]{4}$ 20. a) 19, b) 23,86, c) 17, d) $7\frac{2}{3}$, e) 38, f) $9\frac{5}{7}$, g) 12, h) 13,96 21. a) 49, b) 64, c) 25, d) 27, e) 36, f) 10 000, g) 121, h) 64 22. a) 8 m^2 , b) 18 m^2 , c) 500 m^2 , d) 28 m^2 23. a) 2 m^3 , b) 24 dm^3 , c) 1125 cm^3 , d) 324 mm^3 24. x: $\sqrt{13}$, $\sqrt{12}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt[3]{6}$, $-\sqrt{3}$; x^2 : 7, $\sqrt[3]{7^2}$, 12, $\sqrt[3]{6^2}$; x^3 : $7\sqrt{7}$, 7, $13\sqrt{13}$, $8\sqrt{8}$, $-3\sqrt{3}$ 25. Wskazówka: Znajdź dwie kolejne liczby całkowite, między którymi znajduje się podany pierwiastek, np. $3 < \sqrt{10} < 4$. 26. a) <, b) >, c) >, d) >, e) <, f) <, g) >, h) <, i) <, j) >, k) <, l) < 27. a) 200 m, b) 0,01 m, c) 10^4 m , d) $4 \cdot 10^5\text{ m}$, e) 10^{-3} m , f) $7 \cdot 10^{-2}\text{ m}$ 28. $\sqrt[3]{100}\text{ dm} \approx 4,6\text{ dm}$ 29. WARAN 30. 25 Maystrów 31. a) $0,1^2$, 0,1, $\sqrt{0,1}$, b) $\sqrt[3]{\frac{3}{2}}$, $\frac{3}{2}$, $(\frac{3}{2})^3$, c) $\frac{2}{5}$, $\sqrt{\frac{2}{5}}$, $\sqrt[3]{\frac{2}{5}}$, d) $\sqrt[3]{1,2}$, $\sqrt{1,2}$, 1,2 32. a) $x = 25$, b) $x = 9$, c) $x = 144$ 33. a) $x = 390$, b) $x = 995$, c) $x = 6$ 34. $d = 12,5$ 35. a) $x = 49$, b) $x = 64$, c) $x = 9$, d) $x = 4$, e) $x = 25$, f) $x = 100$, g) $x = -27$, h) $x = -4$ 36. a) $\sqrt[3]{3}$, b) $\sqrt[3]{100}$, c) $\sqrt{5}$

Sprawdź się: 1. D 2. B 3. D 4. TAK, NIE, NIE 5. C

9. Działania na pierwiastkach (s. 186–189): 1. a) 30 i 30, b) 12 i 12, c) 10 i 10 2. a) $\frac{1}{9}$ i $\frac{1}{9}$, b) $\frac{2}{5}$ i $\frac{2}{5}$, c) $\frac{3}{5}$ i $\frac{3}{5}$ 3. a) 10, b) 20, c) $\frac{1}{3}$, d) 3 4. a) $2\sqrt{5}$, b) $4\sqrt{2}$, c) $10\sqrt{5}$, d) $9\sqrt{10}$, e) $3\sqrt{11}$, f) $4\sqrt{5}$, g) $4\sqrt{11}$, h) $50\sqrt{5}$ 5. a) $10\sqrt[3]{2}$, b) $-10\sqrt[3]{13}$, c) $2\sqrt[3]{3}$, d) $-2\sqrt[3]{5}$, e) $3\sqrt[3]{3}$, f) $3\sqrt[3]{10}$, g) $5\sqrt[3]{2}$, h) $-4\sqrt[3]{5}$ 6. a) $\sqrt{75}$, b) $\sqrt{28}$, c) $\sqrt{54}$, d) $\sqrt{13,5}$, e) $\sqrt[3]{-54}$, f) $\sqrt[3]{-80}$, g) $\sqrt[3]{320}$, h) $\sqrt[3]{-250}$ 7. a) $\sqrt{21}$, b) $\sqrt[3]{7}$, c) $\sqrt{5}$, d) $\sqrt[3]{6}$, e) $\sqrt{3}$, f) $\sqrt[3]{4}$, g) $\sqrt{30}$, h) $\sqrt[3]{30}$ 8. a) $\sqrt{30}$, b) $\sqrt[3]{50}$, c) $\sqrt{15}$, d) $\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$, e) $5\sqrt{2}$, f) $\sqrt{2}$, g) $\sqrt[3]{4}$, h) $\sqrt[3]{6}$, i) $\sqrt{6}$ 9. a) 4, b) 15, c) 5, d) 20, e) 6, f) 10, g) 2, h) $\frac{1}{2}$ 10. a) 6, b) 20, c) 2, d) 5, e) 10, f) 2, g) 3, h) 7 11. a) 18, b) 50, c) 30, d) 6 12. Nie można wykonać działań: $\sqrt{-6^2}$ oraz $(\sqrt{-6})^2$. Pozostałe mają takie same wyniki równe 6. 13. a) 3, -3, -3, -3, b) -4, 4, 4, -4 14. a) 45, b) 24, c) 250, d) 20 15. a) $7\sqrt{7}$, b) $5\sqrt[3]{5}$, c) $9\sqrt{3}$, d) $4\sqrt[3]{4}$, e) $5\sqrt{5}$, f) $\sqrt[3]{100}$, g) $\sqrt[3]{36}$, h) $2\sqrt{2}$ 16. a) 3621, b) $\frac{51}{71}$, c) 510, d) 0,51, e) 35,5, f) $\frac{5}{51}$ 18. a) 10, b) 0, c) 3, d) -2 19. b 20. a) $a = \sqrt{P}$, b) $R = \sqrt{\frac{S}{4\pi}}$, c) $c = \sqrt{\frac{E}{m}}$, d) $v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}}$, e) $r = \sqrt{\frac{GMm}{F}}$, f) $g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$

Sprawdź się: 1. C 2. TAK, NIE 3. AD 4. BC

10. Zadania testowe (s. 189–193): 1. NIE, NIE, NIE, TAK 2. A 3. D 4. C 5. a) A, b) B 6. C 7. C 8. D 9. NIE, TAK, TAK 10. A 11. C 12. BC 13. B 14. B 15. TAK, NIE, TAK 16. D 17. C 18. C 19. A 20. D 21. D 22. B 23. FFF 24. A 25. C 26. D 27. B 28. B 29. AC 30. a) PP, b) PF 31. C 32. D 33. BD 34. B 35. B 36. BC 37. D 38. A 39. B

VII

Graniastostupy

1. Przykłady graniastostupów (s. 194–197): 1. Tylko w figurach IV i V można wskazać dwie podstawy (czyli równoległe ściany, które są przystającymi wielokątami) oraz ściany boczne w kształcie równoległoboków (prostokątów). 2. a) Tylko w graniastostupach I, III i V ściany boczne są prostokątami. b) Tylko graniastostup V jest graniastostupem prostym, którego podstawą jest wielokąt foremny (kwadrat). 3. I, II, III, IV 4. II, IV 5. a) I — 6 wierzchołków, 9 krawędzi, 5 ścian, II — 10 wierzchołków, 15 krawędzi, 7 ścian, III — 8 wierzchołków, 12 krawędzi, 6 ścian, IV — 12 wierzchołków, 18 krawędzi, 8 ścian, b) I — trójkątny, II — pięciokątny, III — czworokątny, IV — sześciokątny 6. a) 12 krawędzi, 6 ścian, 8 wierzchołków, b) 9 krawędzi, 5 ścian, 6 wierzchołków, c) 18 krawędzi, 8 ścian, 12 wierzchołków, d) 18 krawędzi, 8 ścian, 12 wierzchołków 7. a) nie, tak, b) tak, tak, c) tak, tak, d) tak, tak 8. a) 18 cm, b) 42 cm, c) 60 cm, d) 120 cm 9. a) 230 cm, b) 390 cm 10. a) 10 boków, 24, b) 30, 68, c) 12, d) 20 11. a) dwa: $1 \times 1 \times 4$, $1 \times 2 \times 2$, b) trzy: $1 \times 1 \times 8$, $1 \times 2 \times 4$, $2 \times 2 \times 2$, c) cztery: $1 \times 1 \times 12$, $1 \times 2 \times 6$, $1 \times 3 \times 4$, $2 \times 2 \times 3$, d) sześć: $1 \times 1 \times 24$, $1 \times 2 \times 12$, $1 \times 3 \times 8$, $1 \times 4 \times 6$, $2 \times 2 \times 6$, $2 \times 3 \times 4$ 12. trójkątny — 13 cm, pięciokątny — 7,4 cm, siedmiokątny — 5 cm 13. a) $w = 2w_p$, $k = 3w_p$, $s = 2 + w_p$, b) Wskazówka: Oblicz sumę $w + s$. c) Wskazówka: Zauważ, że $k_b = w_p$, a następnie wyznacz różnicę $k - k_b$. 14. IV

Sprawdź się: 1. PFF 2. B 3. D

2. Siatki graniastostupów. Pole powierzchni (s. 197–200): 1. a) nie, b) nie 2. a) 36, b) 48, c) 72, d) 84 3. 32 4. a) 11 Wskazówka: Wszystkie siatki tego graniastostupa występują w zadaniach tego rozdziału. b) 96, c) 7 5. a) prostopadłościan, b) graniastostup prawidłowy trójkątny, c) graniastostup prawidłowy pięciokątny, d) graniastostup czworokątny 8. 40 9. a) 208 cm^2 , b) 360 cm^2 , c) 340 cm^2 , c) 592 cm^2 , e) 184 cm^2 10. 192 11. 216 cm^2 12. a) 5, b) 7, c) 9, d) $2n - 1$

Sprawdź się: 1. C 2. FPF

3. Objętość prostopadłościanu. Jednostki objętości (s. 200–203): 1. $V = cde$ 2. a) 60 sześciianów, b) 60 sześciianów, c) 120 sześciianów, d) 960 sześciianów 4. a) nie, 40 m^3 , b) nie, 6 dm^3 , c) tak, d) nie, $100\,000\,000 \text{ mm}^3$ 5. a) 40 mm^3 , 40 cm^3 , 40 dm^3 , 40 m^3 , 40 km^3 , b) $100\,000 \text{ mm}^3$, $10\,000 \text{ cm}^3$, $0,04 \text{ m}^3$, 2000 dm^3 , $0,0005 \text{ km}^3$, c) 100 mm^3 , 1 cm^3 , $0,2 \text{ dm}^3$, $0,04 \text{ m}^3$, $0,005 \text{ km}^3$, d) $0,0004 \text{ dm}^3$, 4000 mm^3 , 40 cm^3 , $0,04 \text{ m}^3$, $0,00000004 \text{ km}^3$ 6. a) 8000 cm^3 , b) 36 dm^3 , c) 30 dm^3 , d) 9000 m^3 ,

- e) $0,8 \text{ mm}^3$, f) 750 cm^3 7. a) $3,3 \cdot 10^{-3} \text{ km}^3$, b) $1,693 \cdot 10^{14} \text{ l}$, c) $2,17 \cdot 10^4 \text{ km}^3$,
 d) $1 \cdot 10^{-8} \text{ dm}^3$, e) $5 \cdot 10^3 \text{ cm}^3$, f) $4 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$, g) $2 \cdot 10^5 \text{ dm}^3$ 8. a) 20 cm, b) 25 cm,
 c) 25 cm 9. a) 86,85 kg, b) 94,5 kg, c) 47,25 kg, d) 51,3 kg 10. ok. 4 cm^3
 11. a) 6 m, b) ab 12. a) ok. 1 140 000, b) ok. 110 000, c) ok. 130 000 13. litr
 masła 14. 512 cm^3 15. o 1,25 cm 16. a) około $21 \text{ m} \times 21 \text{ m} \times 21 \text{ m}$,
 b) około trzech 17. a) 256 cm^3 , b) 1 cm Wskazówka: Porównaj podstawy obu brył.
 Sprawdź się: 1. PP 2. A 3. B

4. Objętość graniastoslupa (s. 203–206): 2. a) wielokąt foremny, b) prostopadło-
 ścian, c) $P = \frac{V}{h}$ 3. a) 12, b) 12, c) 21, d) 9 4. 300 cm^3 5. a) 3 cm,
 b) 2 cm, c) 0,5 cm, d) $\frac{9}{7} \text{ cm}$ 6. 2 kg 7. $3\sqrt{3}$ 8. a) 72, b) 81 9. a) 18,
 b) A: $\frac{5}{24}$, B: $\frac{1}{4}$, C: $\frac{1}{4}$, D: $\frac{7}{24}$ 10. a) 480, b) 40, c) 60 11. a) 187,5, b) 67,5
 Sprawdź się: 1. A 2. D

5. Zadania testowe (s. 206–209): 1. B 2. B 3. C 4. D 5. C 6. C 7. C 8. D
 9. A 10. B 11. B 12. A 13. B 14. A 15. B 16. A 17. C 18. A

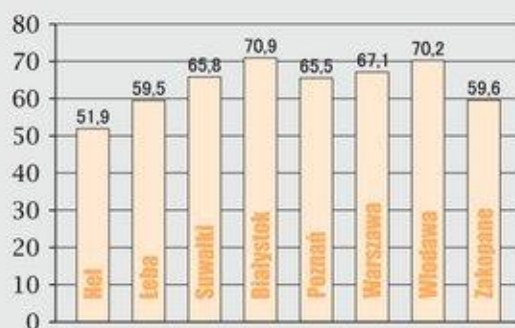
VIII

Statystyka

1. Odczytywanie danych statystycznych (s. 210–216): 1. $\alpha = 18^\circ$, $\beta = 108^\circ$, $\gamma = 54^\circ$,
 $\delta = 180^\circ$ 2. a) 120, b) 37,5%, c) o 80% 3. a) VIIa — 36, VIIb — 30, VIIc — 30,
 VIId — 24, b) VIIb, c) VIIc, d) VIId, e) III 4. a) 6%, b) w mieście, c) więcej, d) 32%
 5. a) 28,4%, b) 71,6%, c) w prywatnym, d) nie można, e) w obliczeniu nie uwzględ-
 niono podstawy, jaką jest liczba zatrudnionych w sektorze publicznym 6. a) o 12,9 mln,
 o 6,6 mln, b) o ok. 62%, o ok. 20%, c) ok. 43,7 mln 8. a) do Świnoujścia, b) o ok. 322,
 c) o ok. 75%, d) nie 9. a) najwyższą w Łebie, najniższą w Białymstoku, b) o $4,7^\circ\text{C}$,
 c) o $17,2^\circ\text{C}$, d) zob. diagram obok.

10. a) 27, b) w czerwcu, lipcu i październiku, c) 2 razy, d) w marcu i kwiet-
 niu oraz w czerwcu i lipcu, e) ok. 41%,
 f) nikt — w dwóch, jeden — w dwóch, dwóch
 — w dwóch, trzech — w trzech, czterech
 — w trzech, g) między majem i czerw-
 cem oraz między październikiem i listopadem

11. Liczby pierwszoklasistów:



Rok szkolny	2006/2007	2011/2012	2013/2014
Gimnazjum	476,7 tys.	378,4 tys.	360,5 tys.
Szkoła ponadgimnazjalna	527,1 tys.	412,3 tys.	383,0 tys.

12. a) 8 minut, b) 32 razy, c) 12 minut, d) najkrótszy — między 17:52 a 18:01 oraz
 między 19:39 a 19:48, najdłuższy — między 19:18 a 19:39 13. 6: $a = 14$, $P = 21$;

7: $a = 16$, $P = 24$; $n: a = 2n + 2$, $P = 3n + 3$ 14. a) na przełomie lat 2007/2008 ceny wahały się od 85\$ do 105\$ za baryłkę, a na przełomie lat 2015/2016 — od 30\$ do 50\$; na przełomie lat 2007/2008 ceny ropy rosły, a na przełomie lat 2015/2016 spadały, b) o ok. 24%, c) o ok. 71% 15. a) nie, b) nie, c) nie

Sprawdź się: 1. I, III 2. BCF

2. Co to jest średnia? (s. 217–220): 1. a) 6,2 b) $6\frac{1}{3}$ 2. ok. 3,57; nie 3. a) 0, b) $4\frac{3}{13}$, c) 12,3, d) $3\frac{79}{80}$, e) 4, f) $1\frac{1}{8}$ 4. a) 4, b) ok. 3,78, c) 3,68, d) ok. 2,84 5. 162,3 cm 6. klasa VII a — $2\frac{3}{7}$ punktu, klasa VII b — 2,4 punktu, klasa VII c — 2 punkty, klasa VII d — $1\frac{2}{3}$ punktu, klasa VII e — 2 punkty, klasa VII f — 1,6 punktu 7. a) 38, 40, 42, b) 89, 91, 93, c) 7, 11, 13, d) 4, 6, 8, e) 46, 51, 56, 61 8. -56 9. 30 10. a) Nie, ponieważ średnia jest liczbą mniejszą od największej liczby z zestawu danych lub jej równą. b) tak, np. 6 piątek i 4 trójki, c) tak, np. 8 czwórek i 2 piątki, d) tak, np. 3 trójki i 2 szóstki 11. 6 12. 66 lat 13. a) $55 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, b) $40 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ 14. a) nie, b) nie, c) nie, d) tak, e) nie, f) nie

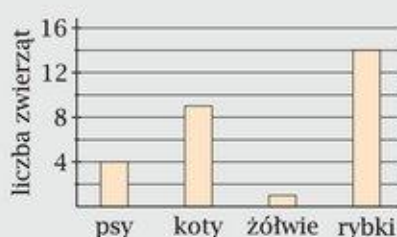
Sprawdź się: 1. B 2. C 3. A

3. Zbieranie i opracowywanie danych statystycznych (s. 220–225): 1. a) w czwartek, b) tak, c) 38 km, d) ok. 1 godzinę i 34 minuty, e) 12 km 2. Ile osób liczy badana grupa, jakie są możliwe rodzaje aktywności (na przykład: poczta elektroniczna, gry, portale społecznościowe, komunikatory, filmy krótkometrażowe i długometrażowe), ile czasu każda z osób poświęca każdej z aktywności. 3. a) najczęściej — 5, najrzadziej — 6, b) parzyste — 499 748, nieparzyste — 500 252

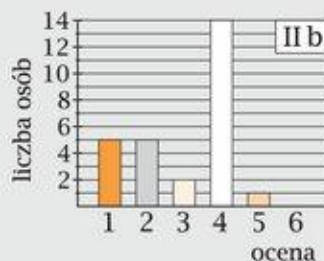
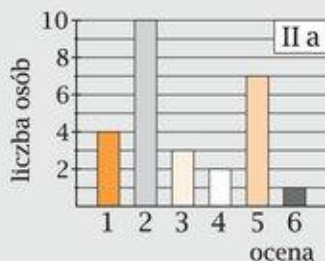
4. a)



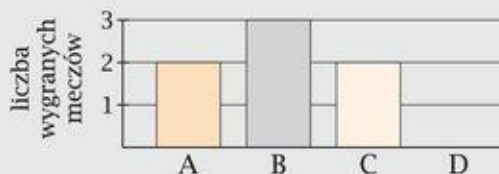
b)



5. a) Sumy ocen w obu klasach są takie same i klasy są równoliczne, więc średnie ocen są równe. b) zob. diagramy poniżej, c) nie



6. B



7. a)

a	e	i	n	o	r	t	z
10,56%	6,57%	8,69%	8,92%	7,75%	6,34%	6,10%	5,40%

b) Litera n występuje częściej o ok. 62%, r — o ok. 35%, a t — o ok. 53%. 8. a) 400, b) C — 44, D — 124 9. a) w piątek, b) nie, c) nie, d) ok. 956 kcal, e) 60 km, f) 12 km, g) 334,4 min = 5 h 34 min 24 s, h) ok. 5,5 $\frac{\text{min}}{\text{km}}$, i) w środę 10. I — C, II — B, III — A

Sprawdź się: 1. C 2. D

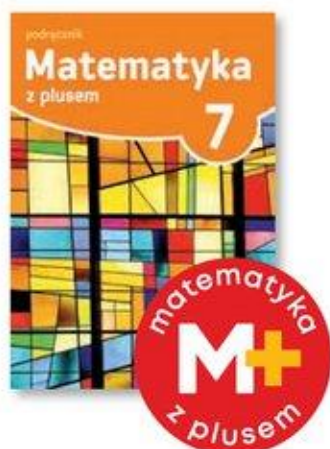
4. Zdarzenia losowe (s. 225–228): 1. a) 2, b) 6, c) 52 2. a) $\frac{1}{5}$, b) $\frac{4}{5}$ 3. a) $\frac{1}{2}$, b) 0, c) 1 4. a) $\frac{1}{5}$, b) $\frac{3}{5}$, c) 0, d) 1 5. a) $\frac{1}{2}$, b) $\frac{1}{2}$, c) $\frac{1}{3}$, d) $\frac{1}{6}$, e) 1, f) 0 6. a) $\frac{4}{9}$, b) $\frac{1}{9}$, c) $\frac{1}{3}$, d) $\frac{4}{9}$, e) 0, f) 1 7. a) $\frac{1}{6}$, b) $\frac{5}{6}$, c) $\frac{1}{2}$, d) $\frac{2}{3}$, e) 1 8. a) $\frac{12}{365}$, b) $\frac{12}{365}$, c) $\frac{31}{365}$, d) $\frac{30}{365}$ 9. a) $\frac{1}{3}$, b) $\frac{1}{7}$, c) $\frac{1}{10}$ 10. $P(\text{dobra}) = \frac{5}{8}$, $P(\text{przepalona}) = \frac{3}{8}$ 11. a) $\frac{2}{5}$, b) $\frac{9}{10}$ 12. mniejszą 13. a) $P(\text{zielona}) = \frac{2}{15}$, $P(\text{czerwona}) = \frac{1}{3}$, b) $P(\text{zielona}) = \frac{4}{29}$, $P(\text{czerwona}) = \frac{9}{29}$ 14. a) $\frac{1}{10}$, b) $\frac{1}{5}$, c) $\frac{4}{5}$, d) $\frac{3}{5}$ 15. a) $\frac{1}{36}$, b) $\frac{1}{18}$, c) $\frac{1}{6}$, d) $\frac{1}{4}$ 16. niesprawiedliwy

Sprawdź się: 1. C 2. A 3. PFP

5. Zadania testowe (s. 228–232): 1. B 2. B 3. D 4. B 5. B 6. A 7. B 8. B 9. PFP 10. A 11. a) D, b) A 12. B 13. C 14. C 15. A 16. B 17. BD

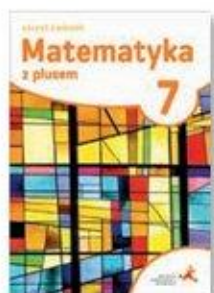
Wszystkie książki Wydawnictwa są dostępne w sprzedaży wysyłkowej.
Zamówienia można składać w księgarni internetowej: www.ksiegarnia.gwo.pl
lub nadsyłać listownie pod adresem:

Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe
80-876 Gdańsk 52, skrytka pocztowa 59
tel. 801 643 917, 58 340 63 63
fax 58 340 63 61, 58 340 63 66
<http://www.gwo.pl> e-mail: handel@gwo.pl

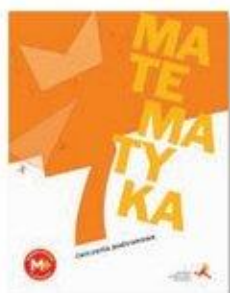


Podręcznik *Matematyka z plusem 7* został dopuszczony przez MEN do użytku szkolnego i wpisany do wykazu podręczników.
Numer dopuszczenia: 780/4/2017

Zestaw dla ucznia składa się z podręcznika i zeszytu ćwiczeń lub ćwiczeń podstawowych. Uczniom poszukującym dodatkowych zadań polecamy dostępny w internecie program *Matlandia 7*.



Zeszyt ćwiczeń



Ćwiczenia
podstawowe



www.matlandia.pl