

NOWA ODŚLONA

Matematyka

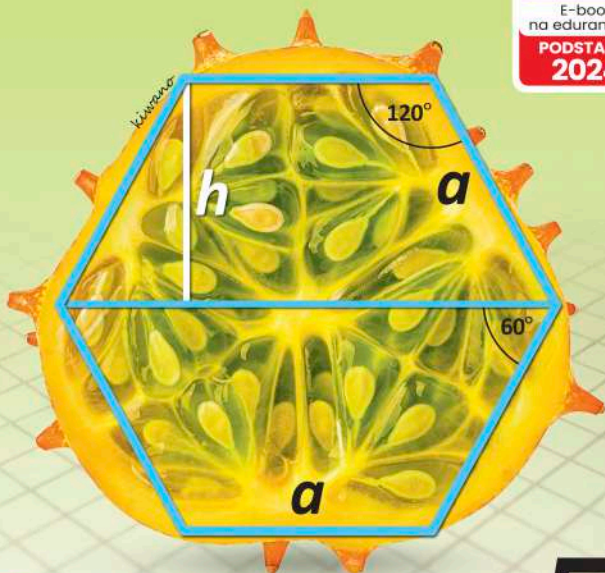
wokół nas

podręcznik do szkoły podstawowej

Oznaczono
zmiany
i wykreślenia

E-book
na eduranga.pl

**PODSTAWA
2024**



5

Drogi WSiP,

Nigdy bym nie publikowała publicznie książek wydawnictw, które działają na uczciwych zasadach.

Wasza firma jednak promuje masowy dodruk, całkowicie niepotrzebnych książek, które mogłyby być zastąpione wersjami elektronicznymi!

Co prawda e-booki są dostępne na waszej stronie, jednak:

- W przeciwieństwie do fizycznej książki, licencja na e-book kończy się po roku. Oznacza to, że jeżeli moja córka chciałaby powtórzyć sobie całą wiedzę do matury, musiałabym jej kupić wszystkie wasze książki od nowa.
- Waszych e-booków nie da się pobrać! Wymagają one dostęp do internetu, co uniemożliwia ich użycie na naszej wsi, gdzie zasięg jest ograniczony.
- Wasze e-booki nie działają na telefonach komórkowych!
- Wasze e-booki sprzedawane są po tej samej (albo wyższej) cenie co regulame książki. Cena e-booka powinna być niższa, gdyż e-booki wymagają elektronicznego czytnika (tabletu)!

Czas rozpocząć nową erę, w której papier nie jest bezczelnie marnowany dla pieniędzy.

Przedstawiam e-book, który spełnia wszystkie oczekiwania uczniów.

Dbajmy o środowisko, zróbmy to dla młodych pokoleń.

SPIS TREŚCI

Jak korzystać z podręcznika	6
Wakacje, wakacje i... po wakacjach	7

I. Liczby naturalne

1. Systemy zapisywania liczb	12
2. Pamięciowe dodawanie i mnożenie	18
3. Pamięciowe odejmowanie i dzielenie	23
4. Kolejność wykonywania działań	28
5. Droga, prędkość i czas	32
6. Pisemne dodawanie i odejmowanie	35
7. Pisemne mnożenie i dzielenie	39
8. Podzielność liczb	44
9. Zaokrąglanie liczb	49
Zadania utrwalające	53
Zadania sprawdzające	55
Rekordy prędkości – infografika	56

II. Figury geometryczne

1. Punkt, prosta, półprosta, odcinek	58
2. Kąty przyległe i kąty wierzchołkowe	65
3. Własności wielokątów	71
4. Obwód wielokąta	77
5. Figury w skali	81
Zadania utrwalające	86
Zadania sprawdzające	88

III. Ułamki zwykłe

1. Iloraz dwóch liczb	90
2. Rozszerzanie i skracanie ułamków	93
3. Porównywanie ułamków	96
4. Dodawanie i odejmowanie ułamków o jednakowych mianownikach	99
5. Dodawanie i odejmowanie ułamków o różnych mianownikach	103
6. Mnożenie ułamków	108
7. Obliczanie ułamka danej liczby	111
8. Dzielenie ułamków	114
9. Obliczanie liczby z danego jej ułamka	119
10. Działania na ułamkach	122
Zadania utrwalające	125
Zadania sprawdzające	127
Matematyka w kuchni – infografika	128

IV. Wyrażenia algebraiczne

1. Zapisywanie wyrażeń algebraicznych	130
2. Obliczanie wartości liczbowych wyrażeń algebraicznych	135
3. Rozwiązywanie równań	138
Zadania utrwalające	144
Zadania sprawdzające	145

V. Trójkąty

1. Trójkąt różnoboczny	146
2. Trójkąt równoramienny	150
3. Trójkąt równoboczny	152
4. Podział trójkątów ze względu na kąty	154
5. Wysokości trójkątów	157
6. Klasyfikacja trójkątów	161
Zadania utrwalające	165
Zadania sprawdzające	167

VI. Ułamki dziesiętne

1. Ułamki o mianowniku 10, 100, 1000... ..	168
2. Dodawanie i odejmowanie ułamków dziesiętnych	172
3. Mnożenie i dzielenie ułamków dziesiętnych przez 10, 100, 1000... ..	175
4. Mnożenie ułamków dziesiętnych przez liczbę naturalną	178
5. Mnożenie ułamków dziesiętnych	180
6. Dzielenie ułamków dziesiętnych przez liczbę naturalną	182
7. Dzielenie ułamków dziesiętnych	184
8. Ułamki dziesiętne o mianowniku 100	187
9. Diagramy procentowe	191
Zadania utrwalające	195
Zadania sprawdzające	197
Zwierzęta domowe – infografika	198

VII. Czworokąty

1. Prostokąt	200
2. Równoległobok	203
3. Trapez	208
4. Klasyfikacja czworokątów – zadania	212
Czworokąty na czacie – infografika	216
Zadania utrwalające	218
Zadania sprawdzające	219

VIII. Pola figur płaskich

1. Pole prostokąta i kwadratu	221
2. Pole równoległoboku i rombu	225
3. Pole trójkąta	229
4. Pole trapezu	232
Zadania utrwalające	235
Zadania sprawdzające	237
Figury na plaży – infografika	238

IX. Liczby całkowite

1. Liczby ujemne	240
2. Dodawanie liczb całkowitych	244
3. Odejmowanie liczb całkowitych	248
Zadania utrwalające	252
Zadania sprawdzające	253

X. Graniastosłupy

1. Prostopadłościan	254
2. Graniastosłup prosty	257
3. Pole powierzchni graniastosłupa	262
Zadania utrwalające	267
Zadania sprawdzające	268
Odpowiedzi do zadań	270

JAK KORZYSTAĆ Z PODRĘCZNIKA

Przeczytaj, zrozum, zapamiętaj

Sowa uczy

Aby znaleźć odwrotność liczby, należy tę liczbę zapisać w postaci ułamka zwykłego i zamienić miejscami licznik z mianownikiem.

Liczba	Odwrotność liczby	Iloczyn liczb
$\frac{3}{5}$	$\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$	$\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{3} = 1$
$2\frac{1}{3} = \frac{7}{3}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{7}{3} \cdot \frac{3}{7} = 1$
$\frac{1}{4}$	$\frac{4}{1} = 4$	$\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{1} = 1$
$10 = \frac{10}{1}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{10}{1} \cdot \frac{1}{10} = 1$



Suma miar kątów wewnętrznych trójkąta jest równa 180° .

ważne informacje do zapamiętania

wprowadzenie nowych treści

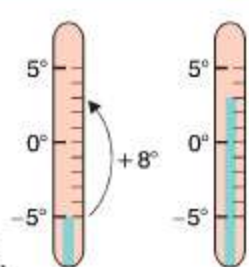
Ćwicz i rozwiązuj zadania

Przykład 1.

Rano temperatura była równa $(-5)^\circ\text{C}$. Do południa wzrosła o 8°C . Jaka była temperatura w południe?

Termometr wskazywał $(-5)^\circ\text{C}$.
Temperatura wzrosła o 8°C .
 $(-5) + 8 = 3$

Odpowiedź. W południe temperatura była równa 3°C .



Sprawdź się!

- Oblicz.
a) $14 + (-14)$ b) $(-3) + (-6)$ c) $7 + (-11)$ d) $(-12) + 18$
- W którym wyrażeniu suma **nie jest** równa (-12) ?
A. $(-7) + (-5)$ B. $(-8) + 20$
C. $(-6) + (-6)$ D. $(-22) + 10$

wzorcowo rozwiązane zadania

zadania na zakończenie każdego tematu

Utrwal i sprawdź swoje umiejętności

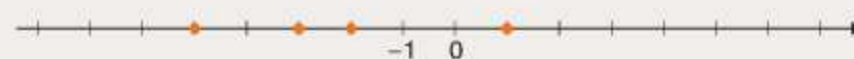
Zadania utrwalające

- Podaj nazwę wyrażenia.
a) $\frac{1}{2}xyz$ b) $p + t + z$ c) $c - d$ d) a^2 e) $\frac{m}{6}$
- Zapisz w postaci wyrażenia algebraicznego:
a) iloraz liczb 11 i a , b) czwartą potęgę liczby m .

Zadania sprawdzające

Obliczenia i odpowiedzi zapisz w zeszycie.

- Termometr wskazuje temperaturę
A. 7°C B. -7°C C. -6°C D. -8°C
- Wyróżnionym punktem odpowiadają liczby



powtórzenie wiadomości

sprawdzenie umiejętności

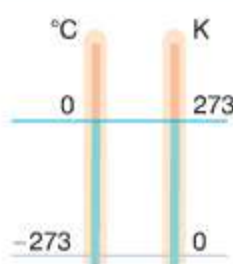
Zwróć uwagę na ciekawostki i wyzwania

A to ciekawe!

Na termometrach temperatura jest czasem podana w dwóch skalach:

Celsjusza: 0°C – to temperatura zamarzania wody
C 100°C – to temperatura wrzenia wody

Kelvina: 0 K – to tak zwane zero bezwzględne
K $0\text{ K} = -273^\circ\text{C}$



Wyzwanie

Staś napisał dwie liczby złożone. Każda z nich ma cztery dzielniki oraz:

- jedna jest sumą dwóch jednocyfrowych liczb pierwszych i jednym z jej dzielników jest liczba 4,
- druga jest dwucyfrowym, parzystym iloczynem dwóch jednocyfrowych liczb pierwszych.

Jakie liczby napisał Staś? Ile rozwiązań ma to zadanie?

interesujące wiadomości matematyczne

zadania dla dociekliwych

Pamiętaj!

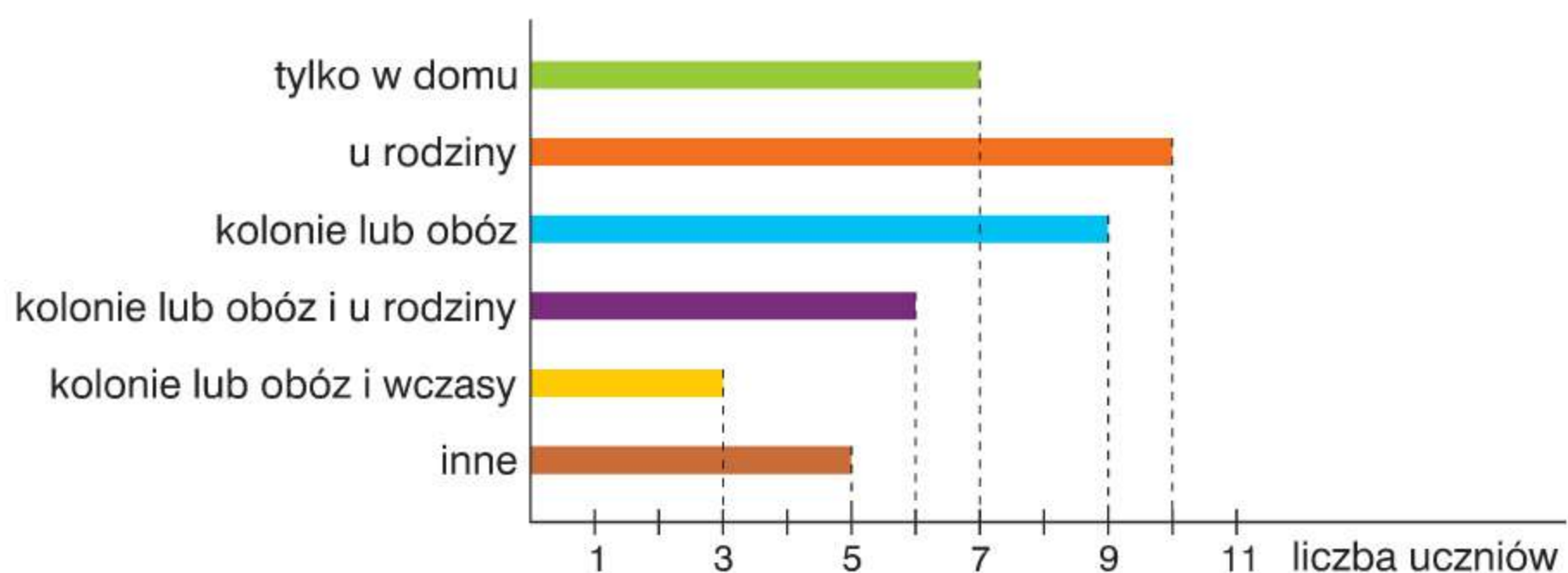
Odpowiedzi do wszystkich zadań zamieszczonych w podręczniku zapisuj w zeszycie przedmiotowym.

Wakacje, wakacje i... po wakacjach

Rozpoczynamy nowy rok pracy. Wciąż wspominając wakacje, sprawdźcie, ile zostało w waszej pamięci najważniejszych wiadomości z klasy 4.

Przykład 1.

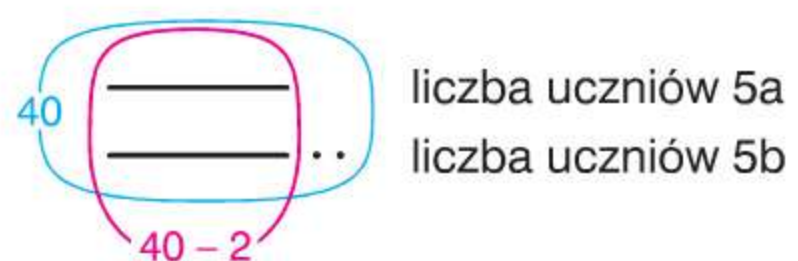
W pewnej szkole wszyscy uczniowie klas 5a i 5b wzięli udział w ankiecie dotyczącej sposobów spędzania wakacji. Wyniki tej ankiety przedstawiono na diagramie.



- a) Ilu uczniów było w każdej z tych klas, jeżeli w klasie 5a było o dwóch uczniów mniej niż w klasie 5b?

Obliczmy na podstawie diagramu, ilu uczniów było łącznie w klasach 5a i 5b.

$$7 + 10 + 9 + 6 + 3 + 5 = 40$$



W klasie 5a liczba uczniów była równa: $(40 - 2) : 2 = 19$.

W klasie 5b liczba uczniów była równa: $19 + 2 = 21$.

Sprawdźmy rozwiązanie z warunkami zadania.

$21 - 19 = 2$, czyli w klasie 5a było o dwóch uczniów mniej niż w klasie 5b.

$19 + 21 = 40$, czyli łącznie było 40 uczniów.

- b) Jaka część uczniów spędzała wakacje tylko w domu?

Wszystkich uczniów było 40, a 7 z nich było tylko w domu.

Zatem $\frac{7}{40}$ to część uczniów spędzających w ten sposób wakacje.



Przykład 2.

Pani Danusia ogrodziła prostokątną rabatę kwiatową płotkiem. Jeden bok tej rabaty ma 4 m długości, a drugi jest 3 razy dłuższy.

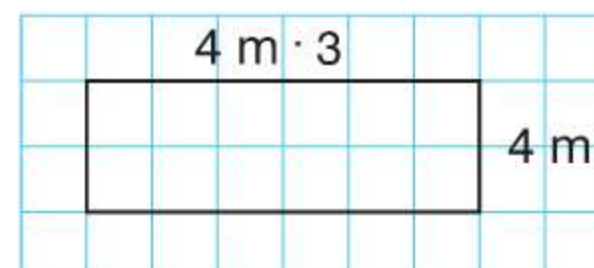
Uzupełnij zdania. Wybierz poprawne odpowiedzi spośród A i B oraz C i D.

Pole powierzchni rabaty jest równe A / B. A. 12 m^2 B. 48 m^2

Płotek ma długość C / D. C. 32 m D. 16 m

Wykonajmy rysunek pomocniczy.

Ponieważ długość drugiego boku prostokąta jest równa 12 m, a pole prostokąta to iloczyn długości jego boków (12 m i 4 m), więc w pierwszym zdaniu eliminujemy odpowiedź A i wybieramy odpowiedź B.



Ponieważ długość płotka wokół rabaty jest równa obwodowi prostokąta, czyli sumie długości wszystkich czterech jego boków, a suma długości dwóch sąsiednich boków tego prostokąta jest równa 16 m, to w drugim zdaniu eliminujemy odpowiedź D i wybieramy odpowiedź C.

- 1 Przeprowadź w swojej klasie ankietę podobną do opisanej w **Przykładzie 1**. Wykonaj diagram ilustrujący jej wyniki. Odpowiedz na pytania:
 - a) Ilu uczniów brało udział w ankiecie?
 - b) Jaka część uczniów spędzała wakacje tylko w domu?Wykorzystaj dane z ankiety, ułóż 2 pytania i odpowiedz na nie.

- 2 Oblicz obwód i pole:
 - a) kwadratu o boku 6 dm,
 - b) prostokąta o wymiarach $7 \text{ m} \times 10 \text{ m}$,
 - c) prostokąta, którego jeden bok ma 3 cm, a drugi jest 2 razy dłuższy.

- 3 Wiktor był na jednym z najwspanialszych XVI-wiecznych placów w Europie – Rynku Wielkim w Zamościu. Rynek ma kształt kwadratu o boku 100 m. Oblicz powierzchnię i obwód tego rynku.

- 4 Ile czasu upłynie:
 - a) od godziny 8:00 do godziny 9:15,
 - b) od godziny 11:20 do godziny 12:45,
 - c) od godziny 7:30 do godziny 11:05?



Rynek Wielki
w Zamościu



- 10 Podczas kolonii grupa Karola była w kinie. Dzieci zajęły miejsca w jednym rzędzie od numeru 5. do 19. Ile miejsc zajęły dzieci z grupy Karola?
- 11 Ania i Ula chcą upiec ciasto. Według przepisu potrzebują 200 g masła. Ula przyniosła 25 dag masła. Ile masła powinny dołożyć lub odjąć, by było zgodnie z przepisem?
- 12 Marcin odczytał z mapy długości boków trójkątnego Nowego Rynku w Łowiczu: 152 m, 148 m, 145 m i miary jego kątów: 58° , 52° i 70° .
a) Oblicz obwód tego rynku.
b) Narysuj kąt, którego miara jest taka, jak miara największego kąta w trójkątnym rynku. Jaki to rodzaj kąta?
- 13 Wiele obiektów i przedmiotów, które widział Rafał podczas wakacji, miało kształt znanych mu brył. Wskaż w swoim otoczeniu po jednym przykładzie przedmiotu w kształcie prostopadłościanu i w kształcie sześciangu. Narysuj takie bryły i o każdej z nich napisz 2 zdania.
- 14 Uzupełnij zdania. Wybierz poprawne odpowiedzi spośród A i B oraz C i D.
Sześciang ma A / B wierzchołków. A. 6 B. 8
Prostopadłościan ma C / D krawędzi. C. 12 D. 16
- 15 Czy potrafisz bez wykonywania obliczeń podać różnicę liczby 126 i liczby o 59 od niej mniejszej? Podaj tę różnicę.



UWAGA. W kolejnych zadaniach podano więcej informacji, niż potrzeba do ich rozwiązania. Zadania z nadmiarem informacji będą pojawiać się również w kolejnych rozdziałach podręcznika i wówczas, podczas ich rozwiązywania, musisz zdecydować, z których danych skorzystać, aby udzielić właściwej odpowiedzi.

- 16 Pan Adam położył się spać, gdy zegar wskazywał godzinę XI, i spał 7 godzin. Gdy się przebudził, przez 3 kwadranse przygotowywał się do wyjścia z domu i wyjazdu do Bydgoszczy. Dojechał do Bydgoszczy, gdy zegar wskazywał godzinę VIII. Od godziny 12.00 do godziny 12.30 był w kawiarni. Do domu wrócił o godzinie III po południu.
a) Ile czasu nie było pana Adama w domu?
b) Jakie pytanie związane z tym zadaniem możesz jeszcze zadać?
Odpowiedz na nie po wykonaniu odpowiednich obliczeń.



- 17** Marysia i Patrycja miały po 12 maskotek i po 7 gier. Marysia podarowała Patrycji 3 maskotki. O ile mniej maskotek niż Patrycja ma teraz Marysia?
- 18** Na trzydniową wycieczkę pojechało 20 uczniów z opiekunem. Za nocleg jednej osoby płacono 18 zł. Po powrocie z wycieczki okazało się, że nie wykorzystano wszystkich pieniędzy. Opiekun wycieczki zwrócił każdemu uczniowi 22 zł i zostało jeszcze 14 zł. Ile pieniędzy nie wykorzystano podczas wycieczki?
- 19** Zuzia robiła z babcią zakupy na przetwory zimowe. Kupiły:
 10 kg ogórków po 3 zł 40 gr za 1 kg,
 2 kg cebuli po 1 zł 60 gr za 1 kg,
 6 kg pomidorów po 2 zł 80 gr za 1 kg.
 Ile łącznie ważyły kupione produkty?



Sprawdź się!

- 1** Pan Jan kupił 1 kg 40 dag rodzynek, a pani Ania 1300 g orzechów. Co ważyło więcej: rodzynki czy orzechy? Odpowiedź uzasadnij.
- 2** Ile czasu upływa od godziny 7:07 do godziny 9:13?
- 3** Ile pełnych tygodni minęło od 1 stycznia 2020 r. do 30 kwietnia 2020 r.?
- 4** W czasie wycieczki rowerowej osoba jadąca na czele grupy zmieniała się co kilka kilometrów. Patryk prowadził grupę od 23 do 29 kilometra. Przez ile kilometrów Patryk prowadził grupę?
- 5** Kwadrat i prostokąt mają taki sam obwód równy 28 cm. Jeden z boków prostokąta jest o 2 cm dłuższy od boku kwadratu. Uzupełnij zdania. Wybierz poprawne odpowiedzi spośród A i B oraz C i D.
 Długości boków prostokąta są równe A / B.
 A. 9 cm i 19 cm B. 9 cm i 5 cm
 Pole prostokąta jest równe C / D.
 C. 45 cm² D. 49 cm²



1. Systemy zapisywania liczb

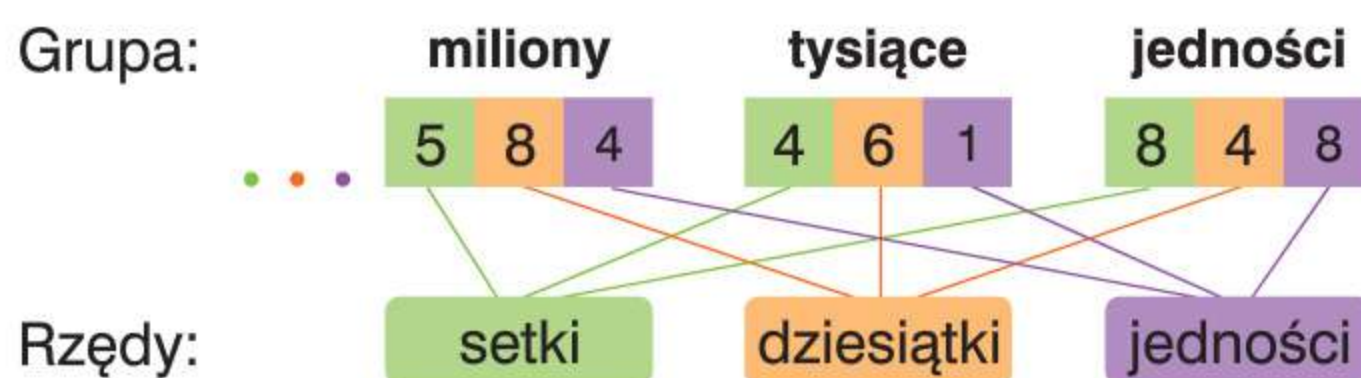


Sowa przypomina

• System dziesiętkowy

Do zapisywania liczb służą cyfry: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Jest to **pozycyjny system** zapisu liczb, ponieważ wartość cyfry zależy od jej miejsca (pozycji) w liczbie.



• System rzymski

Jest 7 znaków, za pomocą których zapisujemy liczby:

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

Wartość liczby może być sumą wartości znaków, np.

$$\text{MDCX} = 1000 + 500 + 100 + 10 = 1610$$

Jeśli znak liczby mniejszej poprzedza znak liczby większej, to wykonujemy odejmowanie, np.

$$\text{IV} = 5 - 1 = 4$$

$$\text{IX} = 10 - 1$$

$$\text{XL} = 50 - 10$$

$$\text{XLIX} = (50 - 10) + (10 - 1) = 49$$

$$\text{CD} = 500 - 100 = 400$$

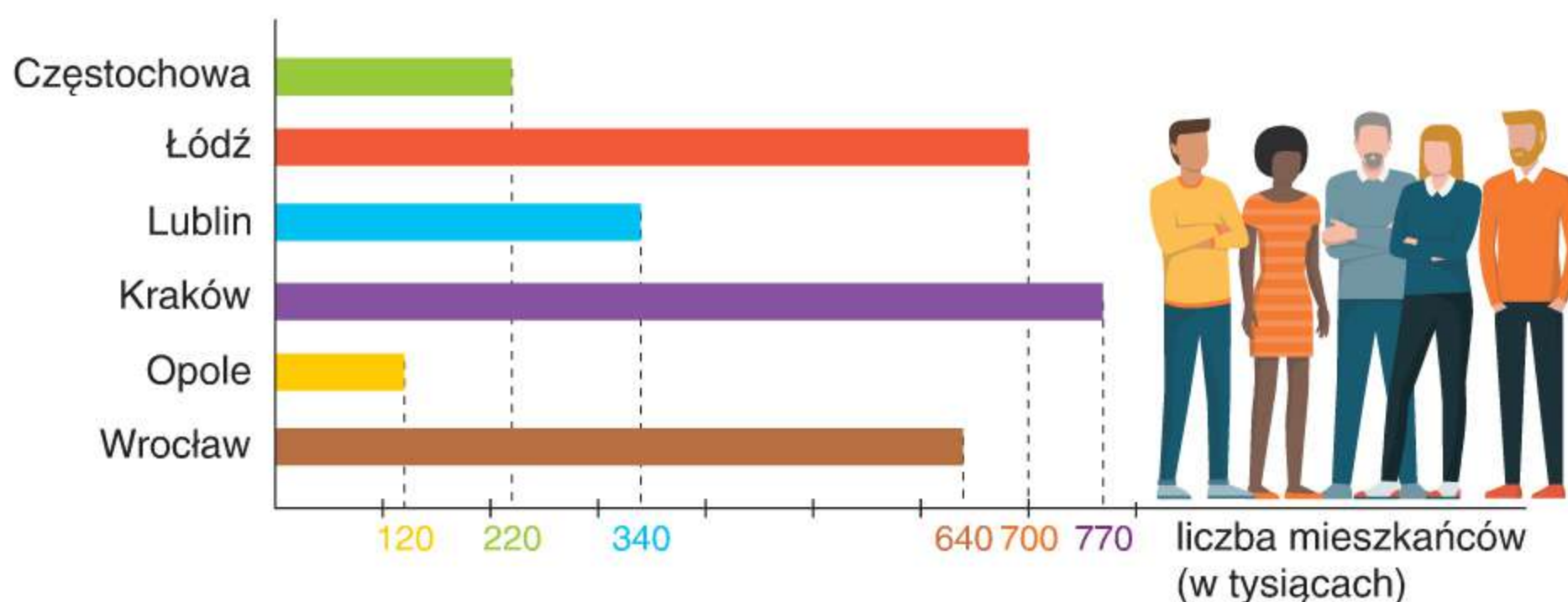
• Oś liczbowa

Na osi liczbowej można zaznaczać liczby. Tu pierwszą zaznaczoną liczbą na prawo od zera jest liczba 100, a następną 200, 300, ...



Przykład 1.

Na diagramie przedstawiono liczbę mieszkańców w wybranych miastach Polski w 2016 roku. Każdemu miastu przyporządkowano słupkę. W którym mieście było najwięcej, a w którym najmniej mieszkańców? Jaka była liczba mieszkańców w tych miastach?



Dane podane przez GUS na koniec 2016 r. (w przybliżeniu do 10 tysięcy)

Najwięcej mieszkańców było w Krakowie – 770 000 (siedemset siedemdziesiąt tysięcy), przyporządkowany im słupkę jest najdłuższy, a najmniej w Opolu – 120 000 (sto dwadzieścia tysięcy), przyporządkowany im słupkę jest najkrótszy.

Przykład 2.

Ile jest liczb nieparzystych większych od 250 i mniejszych od 286?

Ustawmy liczby naturalne większe od 250 i mniejsze od 286 w kolejności rosnącej, a następnie za pomocą koloru połączmy je w pary (liczba parzysta – liczba nieparzysta).

251, 252, 253, 254...279, 280, 281, 282, 283, 284, 285

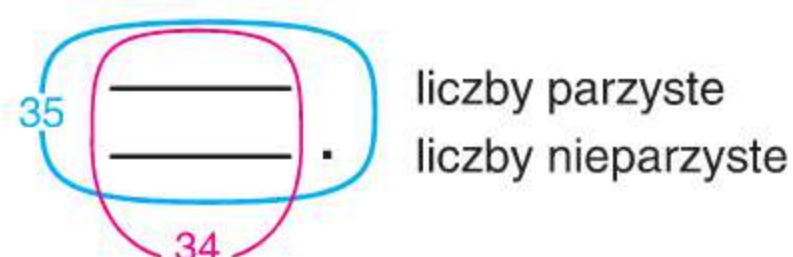
Obliczmy, ile jest tych liczb.

$$285 - 250 = 35$$

Liczb nieparzystych jest o jedną więcej.

$$34 : 2 = 17 - \text{tyle jest liczb parzystych}$$

$$17 + 1 = 18 - \text{tyle jest liczb nieparzystych}$$

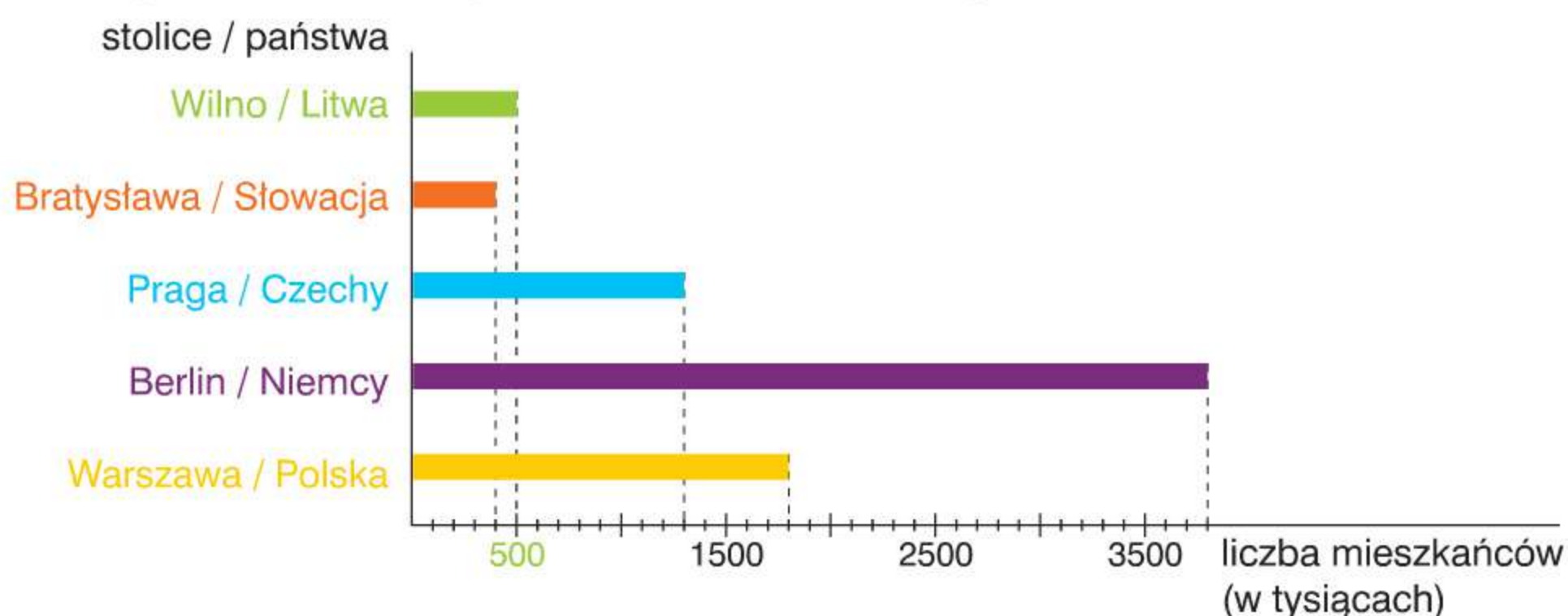


Odpowiedź. Jest 18 liczb nieparzystych większych od 250 i mniejszych od 286.

- 1 Na podstawie diagramu z **Przykładu 1**.
wymień miasta, w których było więcej
mieszkańców niż w Lublinie. Liczbę
mieszkańców tych miast napisz słownie.



- 2 Na diagramie słupkowym przedstawiono
liczbę mieszkańców Warszawy oraz stolic
państw sąsiadujących z Polską i należących
do Unii Europejskiej w 2019 roku.
Liczbę mieszkańców podano z dokładnością do 100 000.



- a) Odczytaj liczbę mieszkańców wymienionych stolic.
b) Największą i najmniejszą liczbę ludności zapisz słowami.
c) W stolicach których państw liczba ludności jest mniejsza niż
1 500 000?
d) Ułóż 2 pytania do tego diagramu i odpowiedz na nie.

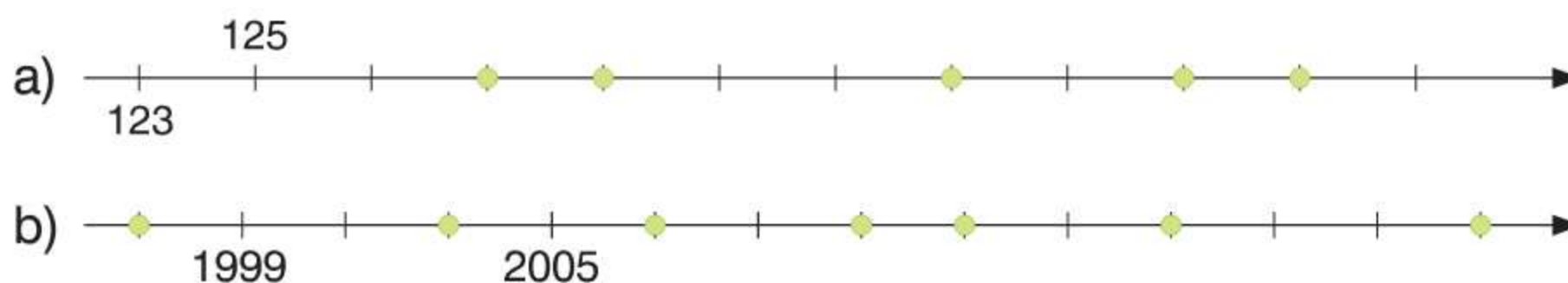
- 3 Zapisz liczby w systemie dziesiętkowym.

- a) XX b) LV c) XLVIII d) CMLIII
XIV XC XXXIX DCXCVI

- 4 Zapisz liczby w systemie rzymskim.

- a) 12, 15, 19, 20, 24, 26, 29, 30
b) 38, 39, 40, 49, 50, 90, 120, 145

- 5 Odczytaj liczby odpowiadające wyróżnionym punktom.



- 15 Liczba CMXCIX zapisana w systemie dziesiętkowym to
A. 1199 B. 999 C. 1009 D. 909
- 16 Napisz cyframi liczby: połowa miliarda, połowa miliona.
- 17 Zapisz po 4 przykłady liczb:
a) dwucyfrowych, których suma cyfr jest równa 7,
b) trzycyfrowych, których suma cyfr jest równa 9.
- 18 Czy 200 miliardów to więcej czy mniej niż połowa biliona?
- 19 Ile jest liczb dwucyfrowych nieparzystych?
A. 50 B. 45 C. 49 D. 46
- 20 Ile jest liczb trzycyfrowych parzystych, które mają w rzędzie setek cyfrę 9? Odpowiedź uzasadnij.
- 21 Ile razy cyfra 7 występuje w zapisie liczb naturalnych od 0 do 100? Odpowiedź uzasadnij.
- 22 Podręcznik ma 288 stron. Ile razy użyto cyfry 7 w numeracji wszystkich stron tego podręcznika?



A to ciekawe!

Nazwy kilku kolejnych, większych od miliarda, grup liczb w systemie dziesiętkowym to:

Grupa	bil ion	try lion	kwadry lion	kwinty lion	seks tylion	septy lion
Liczba	10^{12}	10^{18}	10^{24}	10^{30}	10^{36}	10^{42}

W niektórych polskich publikacjach można znaleźć pojęcia: biliard, tryliard, kwadryliard. Są to nazwy grup liczb odpowiednio między: bilionem a trylionem, trylionem a kwadrylionem, kwadrylionem a kwintylionem.

W praktyce naukowcy nie używają nazw wielkich liczb, posługują się odpowiednią potęgą liczby 10.

Ogromną liczbą jest googol (czyt. gugol) – liczba równa 10^{100} , w zapisie dziesiętnym to jedynka i sto zer! Nazwę tej liczbie wymyślił w 1938 roku dziewięcioletni chłopiec Milton Sirota, a spopularyzował ją jego wuj, amerykański matematyk Edward Kasner.



Wyzwanie

- Masa Ziemi to około 6 kwadrylionów kilogramów. Tę liczbę można zapisać jako $6 \cdot 10^{24}$.
- Masa Księżyca to około 70 000 000 000 000 000 000 000 kg. Zapisz ją w postaci iloczynu liczby 7 i potęgi liczby 10. Ilucyfrową liczbą jest masa Ziemi, a ilucyfrową – masa Księżyca?



Sprawdź się!

- 1 Zapisz liczbę, która w rzędzie jedności ma cyfrę 4, w rzędzie dziesiątek – cyfrę 8, w rzędzie setek – cyfrę 2, w rzędzie jedności i dziesiątek tysięcy – cyfrę 5.
- 2 Liczba 253 zapisana w systemie rzymskim to
A. DCLIII B. CCIII C. CCLIII D. CCLII
- 3 Napisz 5 kolejnych liczb naturalnych takich, aby największa z nich była najmniejszą liczbą pięciocyfrową. Najmniejszą z nich zapisz słownie.
- 4 Dane są liczby:
A. 54 808 B. 34 504 C. 36 310 D. 36 000

Odpowiedz na pytania zamieszczone w tabelce. Przy każdym z nich wskaż litery przypisane poprawnej odpowiedzi.

W której z liczb cyfra jedności jest równa cyfrze jedności tysięcy?	A	B	C	D
Która z liczb jest wielokrotnością liczby 10?	A	B	C	D
W której z liczb tylko jedna cyfra jest nieparzysta?	A	B	C	D
Która liczba jest 1000 razy większa od XXXVI?	A	B	C	D

- 5 Które zdania są fałszywe, a które prawdziwe?
 - a) Jest 50 liczb dwucyfrowych parzystych.
 - b) Największą trzycyfrową liczbą parzystą jest 998.
 - c) Jest 90 liczb dwucyfrowych.
 - d) Liczb trzycyfrowych jest 899.

2. Pamięciowe dodawanie i mnożenie



Sowa przypomina

DODAWANIE

suma liczb 7 i 8

$$\overbrace{7 + 8} = 15$$

składniki suma

- W dodawaniu można zmieniać kolejność liczb i dowolnie je łączyć.

$$57 + 28 + 43 = (57 + 43) + 28$$

- Liczba 0 w dodawaniu

$$79 + 0 = 79$$

Suma jest równa składnikowi.

- Sumę jednakowych składników można zapisać w postaci mnożenia.

$$2 + 2 + 2 = 3 \cdot 2$$

- Liczba **o 6 większa** od liczby 3

Dana liczba 3

Liczba o 6 większa 3 + 6

MNOŻENIE

iloczyn liczb 7 i 8

$$\overbrace{7 \cdot 8} = 56$$

czynniki iloczyn

- W mnożeniu można zmieniać kolejność liczb i dowolnie je łączyć.

$$25 \cdot 5 \cdot 4 = (25 \cdot 4) \cdot 5$$

- Liczby 0 i 1 w mnożeniu

$$79 \cdot 0 = 0, \quad 86 \cdot 0 \cdot 34 = 0$$

Iloczyn jest równy 0.

$$79 \cdot 1 = 79$$

Iloczyn jest równy czynnikowi.

- Iloczyn jednakowych czynników można zapisać w postaci potęgi.

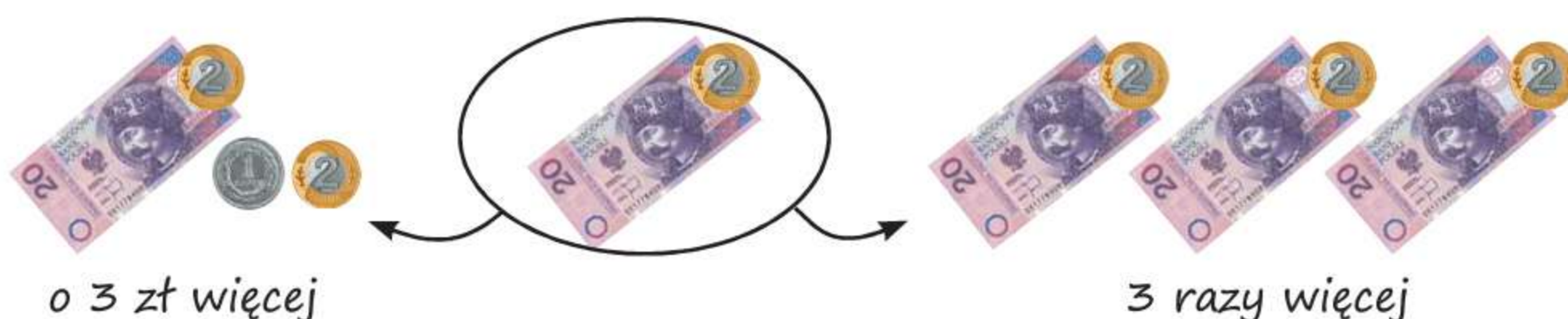
$$2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 \text{ – potęgowanie}$$

podstawa 2^3 wykładnik
potęga

- Liczba **6 razy większa** od liczby 3

Dana liczba 3

Liczba 6 razy większa 6 \cdot 3



- Mnożenie przez 10, 100, 1000

$$87 \cdot 10 = 870$$

$$87 \cdot 100 = 8700$$

$$87 \cdot 1000 = 87\,000$$

$$870 \cdot 100 = 87\,000$$

Do 87 dopisujemy odpowiednią liczbę zer.



Sowa uczy

- W dodawaniu można zmieniać kolejność składników i dowolnie je łączyć, a w mnożeniu można zmieniać kolejność czynników i dowolnie je łączyć:

$$25 + 18 = 18 + 25$$

$$12 + 45 + 148 + 105 = (12 + 148) + (45 + 105)$$

$$6 \cdot 5 = 5 \cdot 6$$

$$2 \cdot 9 \cdot 50 \cdot 7 = (2 \cdot 50) \cdot (9 \cdot 7)$$

Mówimy, że dodawanie i mnożenie są **przemienne** i **łączne**.

- Gdy mnożenie wykracza poza tabliczkę mnożenia, możemy obliczać tak:

$$17 \cdot 5 = (10 + 7) \cdot 5 = 10 \cdot 5 + 7 \cdot 5 = 50 + 35 = 85$$

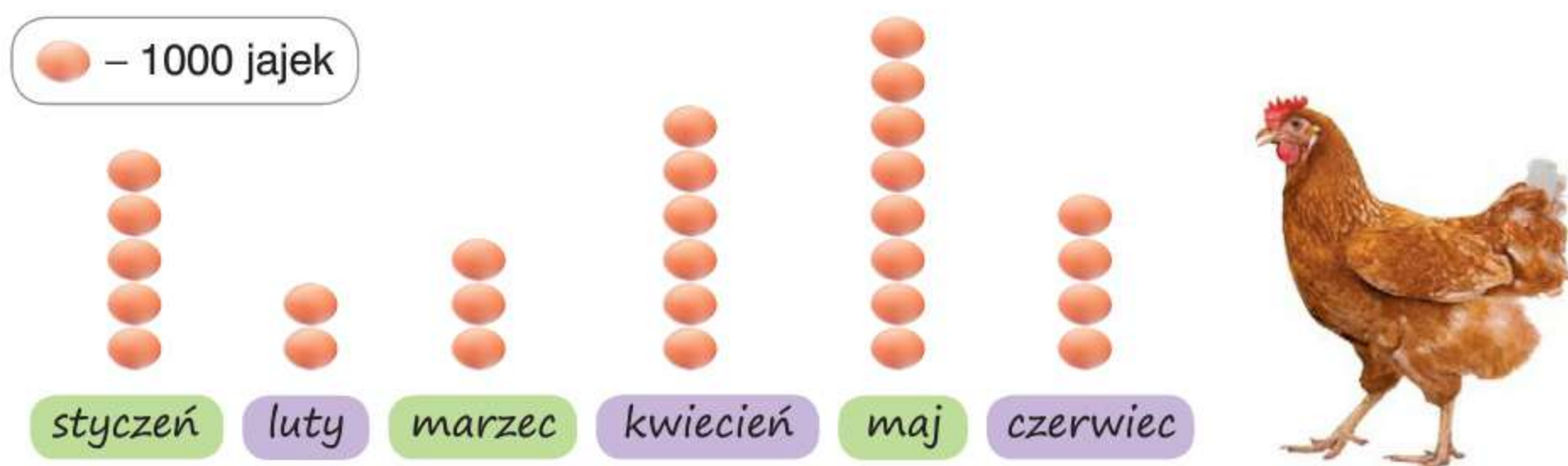
$$17 \cdot 5 = (20 - 3) \cdot 5 = 20 \cdot 5 - 3 \cdot 5 = 100 - 15 = 85$$

Korzystamy z **rozdzielności mnożenia względem dodawania** lub z **rozdzielności mnożenia względem odejmowania**.

- Składnik to
 - liczba, którą dodajemy.
 - liczba, którą mnożymy.
 - wynik mnożenia.
 - wynik dodawania.
- W równości $76 \cdot a = 76$ litera a zastępuje liczbę
 - 0.
 - 1.
 - 76.
 - dowolną.
- Nieprawidłowym** zapisem jest
 - $12 + 12 + 12 + 12 = 4 \cdot 12$
 - $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4$
 - $8^5 = 8 \cdot 5$
 - $3 \cdot 6 = 6 + 6 + 6$
- W wyrażeniu 5^3 liczba 3 to
 - podstawa potęgi.
 - wartość potęgi.
 - wykładnik potęgi.
 - czynnik.

- 5 Oblicz z zastosowaniem przemienności i łączności dodawania lub mnożenia.
- a) $19 + 13 + 11$ b) $15 + 16 + 45$ c) $16 \cdot 5 \cdot 0$ d) $25 \cdot 18 \cdot 40$
 $26 + 34 + 17$ $53 + 27 + 18$ $4 \cdot 27 \cdot 5$ $50 \cdot 36 \cdot 20$
- 6 Oblicz w pamięci.
- a) $28 + 34$ b) $7 \cdot 6$ c) $70 \cdot 60$ d) $3 \cdot 20 \cdot 5$
 $280 + 340$ $70 \cdot 6$ $700 \cdot 6$ $50 \cdot 3 \cdot 20$
 $2800 + 3400$ $7 \cdot 60$ $7 \cdot 600$ $30 \cdot 2 \cdot 50$
- 7 Oblicz.
- a) $30 \cdot 300$ b) $200 \cdot 300$ c) $12 \cdot 500$ d) $50 \cdot 30 \cdot 80$
 $7 \cdot 1600$ $50 \cdot 800$ $200 \cdot 50$ $400 \cdot 7 \cdot 50$
- 8 Oblicz dwoma sposobami: raz zastosuj rozdzielność mnożenia względem dodawania lub odejmowania, drugi raz – kolejność wykonywania działań.
- a) $10 \cdot (17 + 13)$ b) $10 \cdot (25 - 13)$ c) $(23 + 17) \cdot 100$
- 9 Oblicz z zastosowaniem rozdzielności mnożenia względem dodawania lub odejmowania.
- a) $8 \cdot 17$ b) $23 \cdot 5$ c) $4 \cdot 57$ d) $64 \cdot 8$

- 10 Pan Malinowski ma fermę kur niosek. Tak przedstawił na diagramie sprzedaż jajek w pierwszym półroczu:



Odczytaj z diagramu:

- a) Ile jajek sprzedał pan Malinowski w każdym miesiącu?
 b) Ile jajek sprzedał przez pół roku?
 c) W którym miesiącu pan Malinowski sprzedał najwięcej jajek?
 d) Podaj przykład takich dwóch miesięcy, w których liczba sprzedanych jajek w jednym miesiącu była dwukrotnością liczby sprzedanych jajek w innym. Ile par takich miesięcy możesz podać?

- 11** Wiadomo, że $125 \cdot 4 = 500$. Wybierz poprawne wartości poniższych iloczynów spośród A i B oraz C i D.

$$4 \cdot 6 \cdot 125 = A / B \quad A. 2400 \quad B. 3000$$

$$20 \cdot 4 \cdot 0 \cdot 125 = C / D \quad C. 0 \quad D. 10\,000$$

- 12** Skorzystaj z informacji, że $8 \cdot 125 = 1000$ i oblicz w pamięci iloczyny.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } 125 \cdot 13 \cdot 8 & \text{b) } 2 \cdot 4 \cdot 125 \cdot 30 & \text{c) } 125 \cdot 4 \cdot 63 \cdot 2 \\ 2 \cdot 125 \cdot 4 & 4 \cdot 73 \cdot 125 \cdot 2 & 8 \cdot 24 \cdot 125 \cdot 1 \end{array}$$

- 13** Oblicz.

$$\text{a) } 9^2, 6^2, 10^2, 11^2, 30^2, 100^2 \quad \text{b) } 0^3, 1^3, 10^3, 3^3, 20^3, 100^3$$

- 14** Na straganie pan Wojtek kupił 14 kg ogórków, a pani Ala 16 kg ogórków. Kto zapłacił więcej i o ile?



- 15** W pewnej szkole jest 152 uczniów. W klasie piątej jest 20 uczniów. Wszyscy uczniowie tej szkoły poszli do kina, a wraz z nimi 6 osób dorosłych. Bilet dla ucznia kosztował 15 zł, a dla osoby dorosłej był dwa razy droższy. Ile zapłacono za wszystkie bilety?

- 16** Odgadnij regułę i podaj 4 kolejne liczby.

$$\text{a) } 2, 4, 8... \quad \text{b) } 1, 3, 6, 10... \quad \text{c) } 1, 3, 7, 15...$$

- 17** W gospodarstwie pana Jana są następujące zwierzęta: 12 krów, 9 świń, 28 kur, 17 gęsi, 2 koty i pies. Ile łącznie nóg mają czworonożne zwierzęta?

- 18** W sklepie zoologicznym na przyjaciół zwierząt czekało 16 królików, 3 razy więcej papug i chomiki, których było o 27 więcej niż królików. Ile łącznie królików, papug i chomików było w tym sklepie?



- 19** Hania, Jola i Antek odrabiali w świetlicy szkolnej pracę domową z matematyki. Wszyscy rozpoczęli o 13.55. Jola skończyła najszybciej, bo już po 18 minutach, Antek pracował o 13 minut dłużej, a Hani zajęło to 2 razy więcej czasu niż Joli. O której godzinie każde z dzieci skończyło pracę?

**A to ciekawe!**

Na diagramie przedstawiono liczbę mieszkańców Krakowa:



▲ – 100 000 mieszkańców ■ – 10 000 mieszkańców ● – 5000 mieszkańców

Podaj liczbę mieszkańców Krakowa w XV wieku, w 1937 r. i w 2016 r.

**Sprawdź się!**

- Oblicz z zastosowaniem przemienności i łączności dodawania lub mnożenia.

a) $57 + 16 + 33 + 64$ b) $5 \cdot 38 \cdot 2$ c) $80 \cdot 300 \cdot 5 \cdot 10$
- Skorzystaj z informacji, że $8 \cdot 25 = 200$, i oblicz w pamięci iloczyny.

a) $25 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 1$ b) $2 \cdot 2 \cdot 25 \cdot 3 \cdot 2$ c) $2 \cdot 25 \cdot 35 \cdot 4$
- Oblicz z zastosowaniem rozdzielności mnożenia względem dodawania lub odejmowania.

a) $5 \cdot 36$ b) $21 \cdot 4$ c) $8 \cdot 55$ d) $38 \cdot 5$
- Które wyrażenie jest większe?

a) 3^2 czy 2^3 b) 4^2 czy 2^4 c) 3^3 czy 5^2
- Uczniowie ułożyli z kamyków trójkolorowy herb swojego miasta. Wykorzystali 29 białych kamyków i 3 razy więcej zielonych. W mozaice znalazły się także kamiki pomarańczowe, których było o 17 więcej niż białych. Ile łącznie kamyków użyto do wykonania herbu?

3. Pamięciowe odejmowanie i dzielenie



Sowa przypomina

ODEJMOWANIE

różnica liczb 15 i 7

$$\begin{array}{ccccccc} 15 & - & 7 & = & 8 \\ \text{odjemna} & & \text{odjemnik} & & \text{różnica} \end{array}$$

- Odejmowanie i dodawanie to działania odwrotne:
 $8 + 7 = 15$
 $15 - 7 = 8$ i $15 - 8 = 7$
- Liczba 0 jako odjemnik
 $15 - 0 = 15$
 Liczba 0 jako różnica
 $15 - 15 = 0$
- Liczba **o 3 mniejsza** od liczby 12

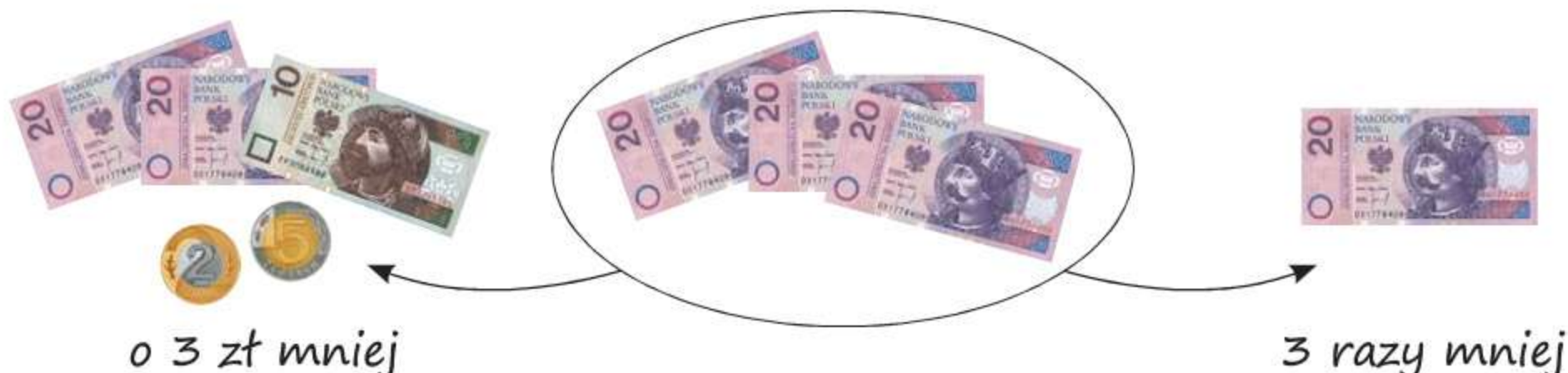
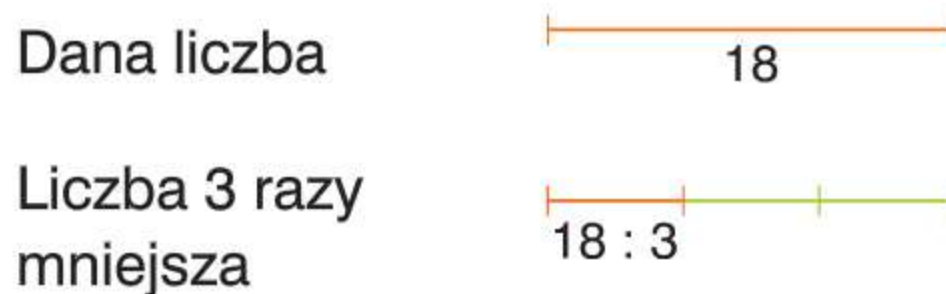


DZIELENIE

iloraz liczb 60 i 12

$$\begin{array}{ccccccc} 60 & : & 12 & = & 5 \\ \text{dzielna} & & \text{dzielnik} & & \text{iloraz} \end{array}$$

- Dzielenie i mnożenie to działania odwrotne:
 $5 \cdot 12 = 60$
 $60 : 12 = 5$ i $60 : 5 = 12$
- Liczba 1 jako dzielnik $15 : 1 = 15$
 Liczba 1 jako iloraz $15 : 15 = 1$
 Liczba 0 jako dzielna $0 : 15 = 0$
- NIE MOŻNA DZIELIĆ PRZEZ 0!**
- Liczba **3 razy mniejsza** od liczby 18



- Dzielenie przez 10, 100, 1000

$$250 : 10 = 25 \quad 8100 : 100 = 81 \quad 420\,000 : 7000 = 60$$

W dzielnej i dzielniku możemy skreślić taką samą liczbę końcowych zer, a wynik się nie zmieni.

- **Gdy dzielenie wykracza poza tabliczkę dzielenia**, obliczamy tak:

$$42 : 3 = (30 + 12) : 3 = 30 : 3 + 12 : 3 = 10 + 4 = 14$$

$$42 : 3 = (45 - 3) : 3 = 45 : 3 - 3 : 3 = 15 - 1 = 14$$

Przykład 1.

Obliczmy ilorazy: $24 : 4$, $144 : 24$. Zwróćmy uwagę, jak zmieniają się w nich dzielna i dzielnik.

$$24 : 4 = 72 : 12 = 6$$

(Dzielnik 4 i dzielna 12 zostały pomnożone przez 3)

$$144 : 24 = 72 : 12 = 6$$

(Dzielnik 24 i dzielna 12 zostały podzielone przez 2)



Jeżeli dzielną i dzielnik zwiększymy lub zmniejszymy tyle samo razy, to wynik się nie zmieni.

- Oblicz i sprawdź.

a) $67 - 14$	b) $95 - 40$	c) $93 - 48$	d) $72 - 39 - 11$
$130 - 37$	$120 - 65$	$142 - 97$	$164 - 79 - 21$
- Oblicz i sprawdź.

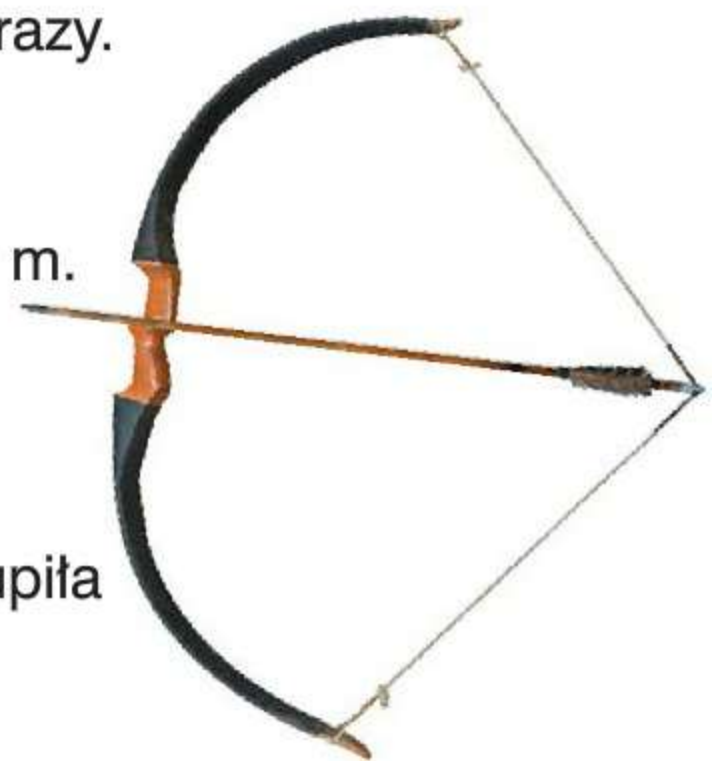
a) $0 : 18$	b) $75 : 5$	c) $56 : 4$	d) $85 : 5$
$308 : 308$	$66 : 11$	$91 : 7$	$108 : 9$
- Oblicz.

a) $400 : 10$	b) $3800 : 100$	c) $600 : 15$	d) $3600 : 900$
$9000 : 100$	$102\ 060 : 10$	$960 : 8$	$6000 : 1500$
- Oblicz i wyjaśnij, dlaczego wyniki wszystkich przykładów są takie same.

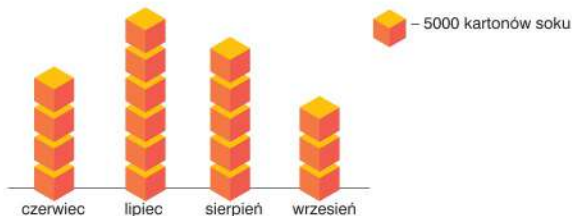
$64 : 8$	$32 : 4$	$16 : 2$	$128 : 16$	$80 : 10$
----------	----------	----------	------------	-----------
- Oblicz, jaką liczbę zastępuje litera.

a) $65 - a = 26$	b) $b + 72 = 100$	c) $15 \cdot c = 60$	d) $d : 7 = 12$
------------------	-------------------	----------------------	-----------------
- Tuzin to 12 sztuk, gros – 12 tuzinów, mendel – 15 sztuk, kopa – 60 sztuk.
 - Ile razy kopa jest większa niż mendel?
 - O ile sztuk tuzin jest mniejszy od grosa?

- 7 Jeżeli w ilorazie $75 : 15$ dzielną i dzielnik zmniejszymy 5 razy, to wynik
- A. zmniejszy się 15 razy. B. pozostanie bez zmian.
C. zwiększy się 15 razy. D. zmniejszy się 5 razy.
- 8 Podczas zawodów łuczniczych zawodniczki oddają do tarcz 144 strzały z odległości: 70 m, 60 m, 50 m i 30 m. Do każdej tarczy oddaje się po tyle samo strzałów. Po ile strzałów oddaje się z każdej z tych odległości?
- 9 Karolina miała 364 zł. Zapłaciła za wycieczkę 180 zł i kupiła prezent dla brata za 49 zł. Ile pieniędzy jej zostało?
- 10 Emisja filmu trwała 108 minut i zakończyła się 13 minut po północy. O której godzinie się rozpoczęła?
- A. O 23.25. B. O 22.20. C. O 22.25. D. O 22.15.
- 11 Po urodzinach babci Helenki rodzina rozjechała się do swoich domów. Wszyscy wyruszyli w podróż o 9.15 rano. Sebastian z rodzicami jechał 4 h 50 min, wuj Stefan o 3 kwadranse krócej, a ciocia Zosia 2 razy krócej niż Sebastian. O której godzinie każdy z nich dotarł do swojego domu?
- 12 Paweł zapłacił za pendrive 93 zł, a jego siostra Zosia – 3 razy mniej. O ile tańszy był pendrive Zosi od pendrive'a Pawła?
- 13 Spódnica jest 3 razy tańsza od żakietu. Za spódnicę oraz żakiet zapłacono razem 320 zł. Ile kosztuje spódnica, a ile żakiet?
- 14 Sebastian ma przeczytać lekturę o 210 stronach. W ciągu 1 godziny chłopiec czyta 30 stron.
- a) Ile godzin zajmie mu przeczytanie lektury?
b) Którego z kolei dnia skończy czytanie tej książki, jeżeli będzie ją czytał przez 2 godziny dziennie?
c) Ile stron przeczytał we wtorek, jeżeli zaczął od 92. strony, a skończył po przeczytaniu 119. strony?
- 15 Asia, Basia i Danusia wybrały się na grzybobranie. Asia zebrała 36 grzybów, Basia o 4 grzyby mniej, a Danusia zebrała 4 razy mniej grzybów niż Asia. Ile grzybów razem zebrały dziewczynki?



- 16 W pewnym mieście obliczono, ile kartonów soku sprzedano w miesiącach letnich. Wyniki przedstawiono na diagramie:



Na podstawie diagramu odpowiedz na pytania.

- Ile kartonów soku sprzedano w każdym z czterech miesięcy?
 - O ile mniej kartonów soków sprzedano w czerwcu niż w lipcu?
 - Ile razy mniej kartonów sprzedano we wrześniu niż w lipcu?
 - Na który miesiąc przyszłego roku należy zamówić najwięcej kartonów soków, a na który najmniej?
- 17 W pewnym pensjonacie 7 noclegów dla czteroosobowej rodziny kosztowało 980 zł, a koszt tygodniowego pobytu ze śniadaniem był równy 1316 zł.
- Uzupełnij zdania. Wybierz poprawne odpowiedzi spośród A i B oraz C i D.
- Jeden nocleg kosztował A / B. A. 35 zł B. 27 zł
- Jedno śniadanie kosztowało C / D. C. 15 zł D. 12 zł

- 18 Ułóż zadanie o zakupach i rozwiąż je.

- 19 Przerysuj do zeszytu poniższe kwadraty. Zamiast  wpisz odpowiednie liczby wybrane spośród: 1, 2, 3, 4 tak, aby w każdym wierszu i w każdej kolumnie liczby się nie powtarzały. Czy wszyscy uczniowie w klasie mają taką samą odpowiedź?

a)

	4	3	
1	3	4	2
		2	
		1	

b)

1			
	1		
		1	
3			1

c)

			2
	3	2	
	2		
2			



A to ciekawe!

W jaki sposób można obliczyć $24 \cdot 36$?

$$24 = 100 : 2 : 2 - 1$$

$$100 : 2 \quad \text{połowa } 100 \quad 100 \cdot 36 = 3600 \quad 50 \cdot 36 = 1800 \quad \text{połowa } 3600$$

$$(100 : 2) : 2 \quad \text{połowa } 50 \quad 25 \cdot 36 = 900 \quad \text{połowa } 1800$$

$$(100 : 2) : 2 - 1 \quad 25 - 1 \quad 24 \cdot 36 = 864 \quad 900 - 36$$

$$24 \cdot 36 = (25 - 1) \cdot 36 = \underbrace{25 \cdot 36}_{900} - 1 \cdot 36 = 900 - 36 = 864$$

Wymyśl sposób mnożenia $26 \cdot 36$.



Sprawdź się!

- Oblicz.
a) $86 - 35$ b) $93 - 59$ c) $84 : 7$ d) $9600 : 80$
- W klasowym konkursie rachunku pamięciowego Kryśia zdobyła 83 punkty, a Maja o 38 punktów mniej. Ile punktów zdobyła Maja?
A. 55 B. 45 C. 65 D. 121
- W sklepie były ciastka po 4 zł za paczkę za łączną kwotę 112 zł i batony po 3 zł za sztukę za kwotę 108 zł. Czego było więcej: paczek ciastek czy batonów?
- Pociąg z Gdyni do Warszawy miał planowo przyjechać o godzinie 14:26. Spóźnił się o 218 minut. O której godzinie przyjechał ten pociąg?
- Na podstawie ilustracji oblicz cenę miseczki i dzbanka.



114 zł



192 zł

4. Kolejność wykonywania działań



Sowa przypomina

- Jeżeli w wyrażeniu arytmetycznym nie ma nawiasów i jest:

– tylko dodawanie lub odejmowanie,

– tylko mnożenie lub dzielenie,

to działania wykonujemy w kolejności występowania, od lewej do prawej.

$$58 + 12 - 23 = 70 - 23 = 47$$

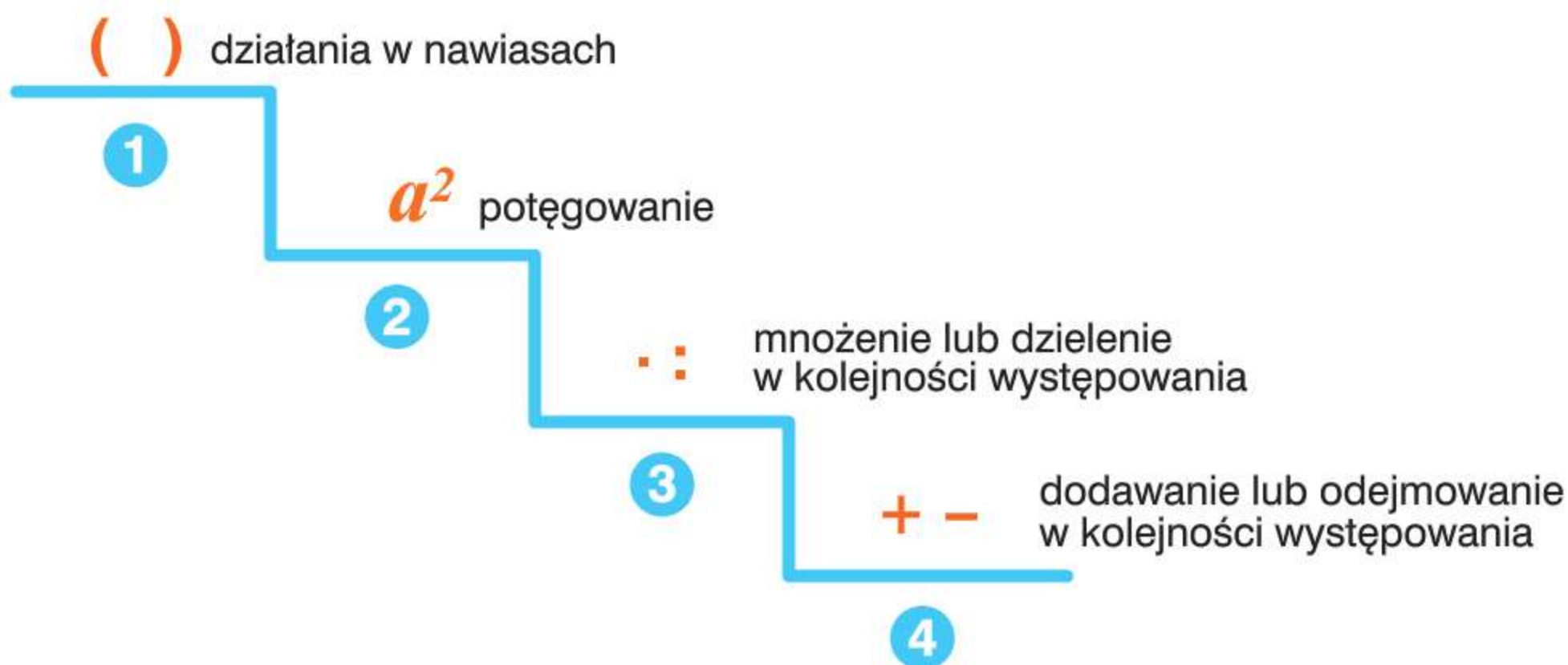
$$62 - 13 + 55 = 49 + 55 = 104$$

$$15 \cdot 3 : 5 = 45 : 5 = 9$$

$$63 : 7 \cdot 2 = 9 \cdot 2 = 18$$

Działanie, które wykonujemy w pierwszej kolejności, można podkreślić.

- Jeżeli w wyrażeniu arytmetycznym występują różne działania i nawiasy, to działania wykonujemy w kolejności:



$$45 : (32 - 17) \cdot 5 = 45 : 15 \cdot 5 = 3 \cdot 5 = 15$$

$$(78 - 2^3 + 5) \cdot 2 = (78 - 8 + 5) \cdot 2 = (70 + 5) \cdot 2 = 150$$

$$155 + (9 \cdot 9 + 19) : 2^2 - 5^3 =$$

$$= 155 + (81 + 19) : 2^2 - 5^3 = 155 + 100 : 2^2 - 5^3 =$$

$$= 155 + 100 : 4 - 125 = 155 + 25 - 125 = 55$$

Przykład 1.

Obliczmy wartość wyrażenia arytmetycznego, w którym występują dwa różne nawiasy (okrągły i kwadratowy).

$$\begin{aligned} \text{a) } & [(3 + 7) \cdot 5 + 10] : 2^2 = \\ & = (10 \cdot 5 + 10) : 2^2 = \\ & = (50 + 10) : 4 = \\ & = 60 : 4 = 15 \end{aligned}$$

Najpierw wykonujemy działanie w nawiasie okrągłym, a po jego wykonaniu nawias kwadratowy zastępujemy okrągłym.

$$\begin{aligned} \text{b) } & 2^3 \cdot [24 : (4 \cdot 3 - 6)] = \\ & = 8 \cdot [24 : (12 - 6)] = \\ & = 8 \cdot (24 : 6) = \\ & = 8 \cdot 4 = 32 \end{aligned}$$

W tym przykładzie można jednocześnie z działaniami w nawiasie wykonać potęgowanie.

Jeżeli w wyrażeniu arytmetycznym występuje kilka nawiasów, to najpierw wykonujemy działania w tym nawiasie, który nie zawiera innych nawiasów.

**1** Oblicz.

$$\begin{aligned} \text{a) } & 32 + 17 + 28 \\ & 2 \cdot 9 \cdot 50 \cdot 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & 92 - 13 - 39 \\ & 46 - (26 + 13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & 140 : 7 : 4 \\ & 250 : 5 : 2 \end{aligned}$$

2 Oblicz.

$$\begin{aligned} \text{a) } & 280 - 50 + 52 \\ & 57 + 16 - 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & 4 \cdot 25 \cdot 12 \\ & 15 \cdot 4 : 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & 72 - 2 \cdot 5^2 \\ & 95 + 5 \cdot 3^3 \end{aligned}$$

3 Oblicz.

$$\begin{aligned} \text{a) } & 96 - 7 \cdot 8 \\ & 3 \cdot 6 - 28 : 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & 5 \cdot (48 : 6) \\ & 90 : (3^2 \cdot 5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & 5 \cdot (85 + 115) \\ & 64 : (100 - 6^2) \end{aligned}$$

4 Oblicz.

$$\begin{aligned} \text{a) } & 70 \cdot 3 + 20 \cdot 40 \\ & 81 - 44 : 2^2 + 30 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & 340 - 4 \cdot (34 + 36) \\ & 9 + 480 : (94 - 34) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & 66 - 6 \cdot (59 - 7 \cdot 8) \\ & (6 \cdot 7 + 12 \cdot 4) : 10 \end{aligned}$$

5 Które zdanie jest **fałszywe**?

- A. Sumą liczb: 21, 3, 0, 9, 17 jest liczba 50.
 B. Zapis: $12 \cdot (2 + 8) = 120$ jest prawdziwy.
 C. Liczba 17 jest wartością wyrażenia: $13 - 3 \cdot (22 - 5 \cdot 4)$.
 D. Liczbą 8 razy mniejszą od $(48 + 24)$ jest liczba 9.

6 Liczba 55 jest wartością wyrażenia

- A. $23 \cdot 0 + 15 \cdot 4 - 32 : 8$
 B. $(56 + 77 : 11) - 8$
 C. $(45 + 5 \cdot 3) : (33 - 28)$
 D. $32 + (28 - 3 \cdot 7)$



7 Oblicz. Pamiętaj o kolejności wykonywania działań.

- a) $6 \cdot 12 - 52 : 4$ b) $(125 : 25 + 50) : 11$ c) $126 - 10 \cdot 2^3$
 $(25 + 75) : (53 - 48)$ $(8 \cdot 7 - 50) \cdot 6 : 4$ $2500 : 10^2 - 5^2$
 $53 - 3 \cdot (43 - 19) : 6$ $98 + 2 \cdot (38 + 31 \cdot 2)$ $2^4 \cdot 4 : (71 - 39)$

8 Oblicz.

- a) $[(7^2 + 61) : 11 + 50] : 12$ b) $[2 \cdot (62 - 20) + 15] : 3^2$
 c) $3 \cdot 90 - 130 : [5 \cdot (81 - 68)]$ d) $48 + [(10^3 - 320) : 20 + 11] : 5$

9 W tabelce przedstawiono informacje dotyczące zadań ze sprawdzianu z matematyki.

Ile co najwyżej punktów można było uzyskać na tym sprawdzianie?

Liczba zadań	Liczba punktów za zadanie
5	1 p.
4	2 p.
3	3 p.

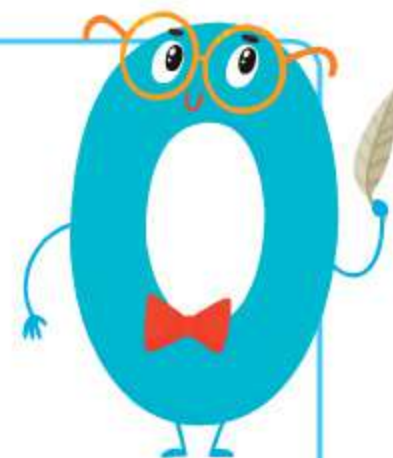
- A. 23 punkty. B. 6 punktów. C. 22 punkty. D. 21 punktów.

10 Komisja przygotowująca Szkolny Konkurs Matematyczny oszacowała czas pracy uczestnika. Ustaliła, że na rozwiązanie każdego zadania za 1 punkt potrzeba 1 minutę, za 2 punkty – 2 minuty, a za 3 punkty – 4 minuty. Uczestnicy konkursu musieli rozwiązać 8 zadań za 1 punkt, 10 zadań za 2 punkty i 7 zadań za 3 punkty. Jaki minimalny czas powinna wyznaczyć komisja na rozwiązanie zadań?

11 Ułóż zadanie, które można rozwiązać za pomocą wyrażenia: $100 - 5 \cdot 16$, a następnie rozwiąż je.

**A to ciekawe!**

W języku arabskim zero określano nazwą *sifr*, czyli pusty. W zapisie liczby, w miejscu, w którym obecnie wstawiamy zero, czasem pozostawiano puste miejsce. Proces kształtowania się zera trwał ponad 1000 lat. W Europie zero zostało rozpowszechnione w XIII w. dzięki włoskiemu matematykowi Leonardowi z Pizy, zwanemu Fibonacci (czyt. fibonaczi). Jaką rolę odgrywa zero w: dodawaniu, odejmowaniu, mnożeniu i dzieleniu?

**Wyzwanie**

Przepisz przykłady do zeszytu. Zamiast $\blacklozenge$ napisz znak działania lub znak działania i nawias tak, aby zapisy były prawdziwe.

a) $625 \blacklozenge 25 \blacklozenge 10 \blacklozenge 1 = 251$

b) $100 \blacklozenge 1000 \blacklozenge 8 \blacklozenge 0 = 225$

**Sprawdź się!**

- 1 W którym wyrażeniu przy obliczaniu jego wartości trzeba wykonać kolejno: dodawanie, mnożenie, odejmowanie?

A. $3 + 7 \cdot 4 - 5$

B. $50 - 2 \cdot (9 + 8)$

C. $7 \cdot 2 - 3 + 8$

D. $5 + 8 - 9 \cdot 2$

- 2 Oblicz.

a) $6 \cdot 24 - 39 : 3 + 2^3$

b) $[(97 + 63) : 20 + 8] : 2$

- 3 Agnieszka kupiła 3 bloki rysunkowe po 7 zł, 4 zeszyty po 6 zł, 2 słowniki po 8 zł i ołówek za 1 zł. Ile zapłaciła za zakupy? Treść zadania przedstaw w postaci wyrażenia arytmetycznego.

- 4 Sebastian ma 3 monety po 5 zł, 2 banknoty po 20 zł i monetę 2 zł. Chce kupić smartwatcha za 105 zł. Ile pieniędzy mu zabraknie?

- 5 Napisz wyrażenie i oblicz jego wartość.

a) Liczba 5 razy większa od sumy liczb 27 i 15.

b) Liczba o 7 mniejsza od ilorazu liczb 72 i 8.



5. Droga, prędkość i czas



Sowa uczy

Jeżeli w czasie 1 godziny samochód przejechał 50 km, choć czasami jechał wolniej, czasami szybciej, to mówimy, że jechał **z prędkością średnią**

50 kilometrów na godzinę, i w skrócie zapisujemy $50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Jeżeli samolot przeleciał 12 000 m w czasie 1 minuty, to mówimy, że leciał z prędkością 12 000 metrów na minutę, i zapisujemy $12\,000 \frac{\text{m}}{\text{min}}$.

W czasie jednej sekundy głos rozchodzi się na odległość około 340 m. Przyjmujemy, że prędkość głosu jest równa $340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.



Przykład 1.

Pan Mateusz jechał samochodem z prędkością średnią $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ od godziny 6.00 do godziny 9.00. Jaką odległość pokonał?

Obliczmy czas jazdy: $9 - 6 = 3$. Jazda trwała 3 godziny.

Obliczmy drogę: $\begin{array}{|c|c|c|} \hline 60 \text{ km} & 60 \text{ km} & 60 \text{ km} \\ \hline 1 \text{ h} & 1 \text{ h} & 1 \text{ h} \\ \hline \end{array} \quad 3 \cdot 60 = 180.$

Odpowiedź. Pan Mateusz pokonał 180 km.

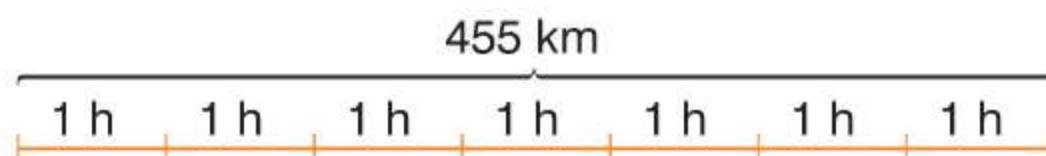
Przykład 2.

Pani Zofia wyjechała z domu samochodem o godzinie 6.00. Po trzech godzinach zatrzymała się na 2-godzinny postój. O godzinie 15.00 zakończyła podróż po przejechaniu 455 km. Z jaką prędkością średnią jechała samochodem pani Zofia?

Obliczmy czas jazdy: $(15 - 6) - 2 = 7$. Jazda trwała 7 godzin.

Obliczmy, ile kilometrów przejeżdżał samochód w czasie 1 godziny.

$$\begin{aligned} 455 : 7 &= (420 + 35) : 7 = \\ &= 420 : 7 + 35 : 7 = 60 + 5 = 65 \end{aligned}$$



Odpowiedź. Pani Zofia jechała z prędkością średnią $65 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

- 1 Pociąg jechał 3 godziny z prędkością średnią $45 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Jaką drogę przejechał ten pociąg?
- 2 Robert pojechał pociągiem do rodziny na wakacje. Pociąg jechał przez 4 godziny z prędkością średnią $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Jak długą trasę pokonał Robert pociągiem?
- 3 Młodzież wyjechała autokarem na obóz o godzinie 7.00. Dojechali na miejsce o godzinie 12.00. Autokar jechał z prędkością średnią $55 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Jak długą trasę pokonał autokar?
- 4 Adam usłyszał grzmot po 6 sekundach od zobaczenia błyskawicy. Jak daleko była wtedy burza, jeżeli dźwięk rozchodzi się z prędkością $340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$? O ile to więcej niż 2 km?
- 5 Ania przeszła 8 km w czasie 2 godzin, a Kinga 2500 m w ciągu pół godziny. Z jaką prędkością średnią szła każda z dziewcząt?
- 6 Adam i Wiktoria mieszkają w odległości 720 m od szkoły. Lekcje rozpoczynają o godz. 8.00. Dzieci wyszły z domu o godz. 7.35. Adam przyszedł do szkoły o 7.44, a Wiktoria przyjechała rowerem 7 minut wcześniej. Ile minut przed rozpoczęciem lekcji przyjechała do szkoły Wiktoria? O ile szybciej poruszała się Wiktoria? Wynik podaj w $\frac{\text{m}}{\text{min}}$.
- 7 Które zdanie jest **fałszywe**?
 - A. W czasie 4 godzin pan Julian przejechał rowerem 120 km, więc jechał z prędkością średnią $30 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.
 - B. Pani Anna przejechała 100 km w czasie od 6.30 do 8.30, więc jechała z prędkością średnią $50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.
 - C. Jeśli kolarze będą jechać z prędkością średnią $40 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, to w czasie 3 godzin przejadą 120 km.
 - D. W czasie 30 minut samochód przejechał 40 km, więc jechał z prędkością średnią $20 \frac{\text{km}}{\text{min}}$.
- 8 Z Radomia, o tej samej godzinie, w przeciwnych kierunkach wyruszyli pani Karolina i pan Jacek. Pani Karolina jechała z prędkością średnią $55 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, a pan Jacek – $52 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Jakiej długości była droga dzieląca ich samochody po 2 godzinach jazdy?



- 9 W wyścigu samochodowym 24h Le Mans startują drużyny 3-osobowe. Kierowcy zmieniają się co 2 godziny. W ciągu godziny samochód przejeżdża średnio 200 km.

- Ile godzin w ciągu doby samochód prowadzi jeden kierowca i ile kilometrów przejeżdża w ciągu jednej zmiany?
- Ile kilometrów przejeżdża samochód w ciągu doby?



- 10 Które zdanie jest prawdziwe, a które fałszywe? W każdym zdaniu fałszywym zmień jedną liczbę tak, by zdanie stało się prawdziwe.
- Pan Franciszek przejechał rowerem 57 km w czasie 3 godzin, więc jechał z prędkością średnią $19 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.
 - Pan Grzegorz jechał autostradą przez 2 godziny z prędkością średnią $122 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, więc przejechał 222 km.
 - Podczas treningu jazdy na rolkach pan Andrzej przejechał 9 km w czasie 20 minut, jechał więc z prędkością średnią $45 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.



Sprawdź się!

- Autobus dalekobieżny jechał 6 godzin z prędkością średnią $55 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Jaką drogę przejechał ten autobus?
- Hania pojechała z rodzicami i bratem na wakacje do Włoch. Podróżowali samolotem, który leciał z prędkością średnią $650 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Lot trwał 2 godziny, więc przelecieli
A. 1950 km B. 652 km C. 1300 km D. 650 km
- W czasie 2-godzinowego treningu kolarze przejechali trasę o długości 70 km. Z jaką prędkością średnią jechali kolarze podczas tego treningu?
- Pan Arek przejechał 26 km w czasie 30 minut, a pani Agata 174 km w czasie 3 godzin. Kto jechał z większą prędkością średnią i o ile większą?
- Na obozie zorganizowano wycieczkę rowerową. Pojechało na nią 16 osób. Uczestnicy ruszyli o godzinie 8:00. O godzinie 10:00, po przejechaniu 38 km, zatrzymali się na pierwszy postój. Z jaką prędkością średnią jechali uczestnicy wycieczki?

6. Pisemne dodawanie i odejmowanie



Sowa przypomina

	1		1	
	6	8	0	5
+		9	7	6
	7	7	8	1

	7	11		
		1	9	10
	8	2	0	0
-	5	7	3	9
	2	4	6	1

W dodawaniu i odejmowaniu zwracamy uwagę na sposób podpisywania liczb:

- jedności pod jednościami,
- dziesiątki pod dziesiątkami...

Zaczynamy dodawać i odejmować od rzędu jedności.

Przykład 1.

Pan Sebastian kupił bilety lotnicze do Toronto w Kanadzie dla siebie oraz syna Mateusza i zapłacił 3706 zł. Bilet dla dorosłej osoby kosztował 2119 zł. Ile kosztował bilet Mateusza?

Treść zadania można zapisać tak:

cena biletu pana Sebastiana

2119

cena biletu Mateusza

a

wartość dwóch biletów

3706

Cenę biletu Mateusza zastąpiono literą a .

Obliczmy cenę biletu Mateusza: $a = 3706 - 2119$

		6	9	16
	3	7	0	6
-	2	1	1	9
	1	5	8	7

$a = 1587$

Sprawdzenie.

		1	1	
	1	5	8	7
+	2	1	1	9
	3	7	0	6

Odpowiedź. Bilet Mateusza kosztował 1587 zł.



- 1 Oblicz sposobem pisemnym.

a) $1594 + 315$	b) $4393 - 1874$	c) $16\,405 + 8685$
$3786 - 1573$	$2070 - 1069$	$3016 - 847$
$3040 + 2060$	$512 + 698$	$2000 - 1526$
- 2 Sumą liczb 15 039 i 142 476 jest liczba
A. 127 437 B. 157 515 C. 257 515 D. 157 513
- 3 Tata Jarka chce kupić meble za 9010 zł. Ma 8727 zł. Brakuje mu
A. 383 zł B. 17 737 zł C. 280 zł D. 283 zł
- 4 Oblicz sumę liczb 2678, 950 i 12 870.
- 5 Oblicz różnicę liczb 16 000 i 9421.
- 6 Rodzice Andrzeja kupili dom. Wydali na niego 134 500 zł oszczędności oraz 290 000 zł pożyczonych z banku. Jaka była cena tego domu?
- 7 Zakład przetwórstwa owocowego kupił 21 000 t jabłek. Do produkcji soków użyto 19 054 t jabłek, resztę stanowiły odpady. Jaka była masa odpadów w kilogramach?
- 8 W szkółce leśnej posadzono wiosną 5600 sadzonek świerków. Zwierzęta i mróz zniszczyły 2950 sadzonek. Ile sadzonek przetrwało?
- 9 W hurtowni było 4300 kg owoców cytrusowych i 3 t jabłek. Do sklepów rozwieziono 568 kg grejpfrutów i 418 kg pomarańczy. Ile kilogramów owoców cytrusowych pozostało w hurtowni?
- 10 Oblicz, jaką liczbę zastępuje litera. Sprawdź otrzymany wynik.

a) $d + 463 = 5010$	b) $p - 12\,641 = 8779$	c) $7001 - b = 456$
---------------------	-------------------------	---------------------
- 11 W pewnej szkole w klasach 4–8 uczy się 503 uczniów, a w klasach 1–3 o 98 uczniów mniej. Ilu uczniów uczęszcza do tej szkoły?
- 12 W konkursie matematycznym KANGUR w kategorii „Beniamin” w 2018 r. brało udział 87 884 uczniów, a rok później o 21 423 uczniów więcej. Ilu uczniów uczestniczyło w tej kategorii w konkursie w 2019 r.?



świerk

- 13 Według danych z czerwca 2019 roku w Siemianowicach Śląskich było 66 963 mieszkańców, a w Świętochłowicach – 49 762. O ile więcej ludności mieszkało w Siemianowicach Śląskich?
- 14 Wczasy w pensjonacie nad morzem kosztują 1260 zł od osoby, a w gospodarstwie agroturystycznym na Mazurach są o 470 zł tańsze.
- Ile kosztują wczasy agroturystyczne dla jednej osoby?
 - O ile więcej kosztują wczasy w pensjonacie niż wczasy agroturystyczne na Mazurach dla czteroosobowej rodziny?
- 15 Oblicz. Pamiętaj o kolejności wykonywania działań.
- $15\,647 + 7816 - 8709$
 - $25\,801 - (8801 + 7945)$
 - $9300 - [4006 - (2149 + 536)]$

Siemianowice
Śląskie**A to ciekawe!**

Napisz 4 różne cyfry. Utwórz z nich największą i najmniejszą liczbę czterocyfrową. Od większej odejmij mniejszą. Otrzymasz nową liczbę. Przetwórz jej cyfry tak, aby utworzyły liczbę największą i najmniejszą. Oblicz różnicę tych liczb. Wykonuj czynności dotąd, aż zauważysz, że różnica będzie zapisana tymi samymi cyframi co odjemna i odjemnik.

Weźmy np. cyfry: 1, 3, 7, 8. Największą liczbą utworzoną z tych cyfr jest liczba 8731, a najmniejszą 1378. Wykonajmy odejmowanie.

Największą liczbą utworzoną z cyfr: 7, 3, 5, 3 jest 7533, a najmniejszą 3357.

Największą liczbą utworzoną z cyfr: 4, 1, 7, 6 jest 7641, a najmniejszą 1467.

	8	7	3	1
-	1	3	7	8
	7	3	5	3

	7	5	3	3
-	3	3	5	7
	4	1	7	6

	7	6	4	1
-	1	4	6	7
	6	1	7	4

Utwórz liczby z cyfr: 2, 7, 3, 8 oraz z cyfr: 2, 4, 5, 9 i postępuj podobnie jak w przykładzie powyżej. Sprawdź tę zasadę dla innej dowolnie wybranej czwórki cyfr.



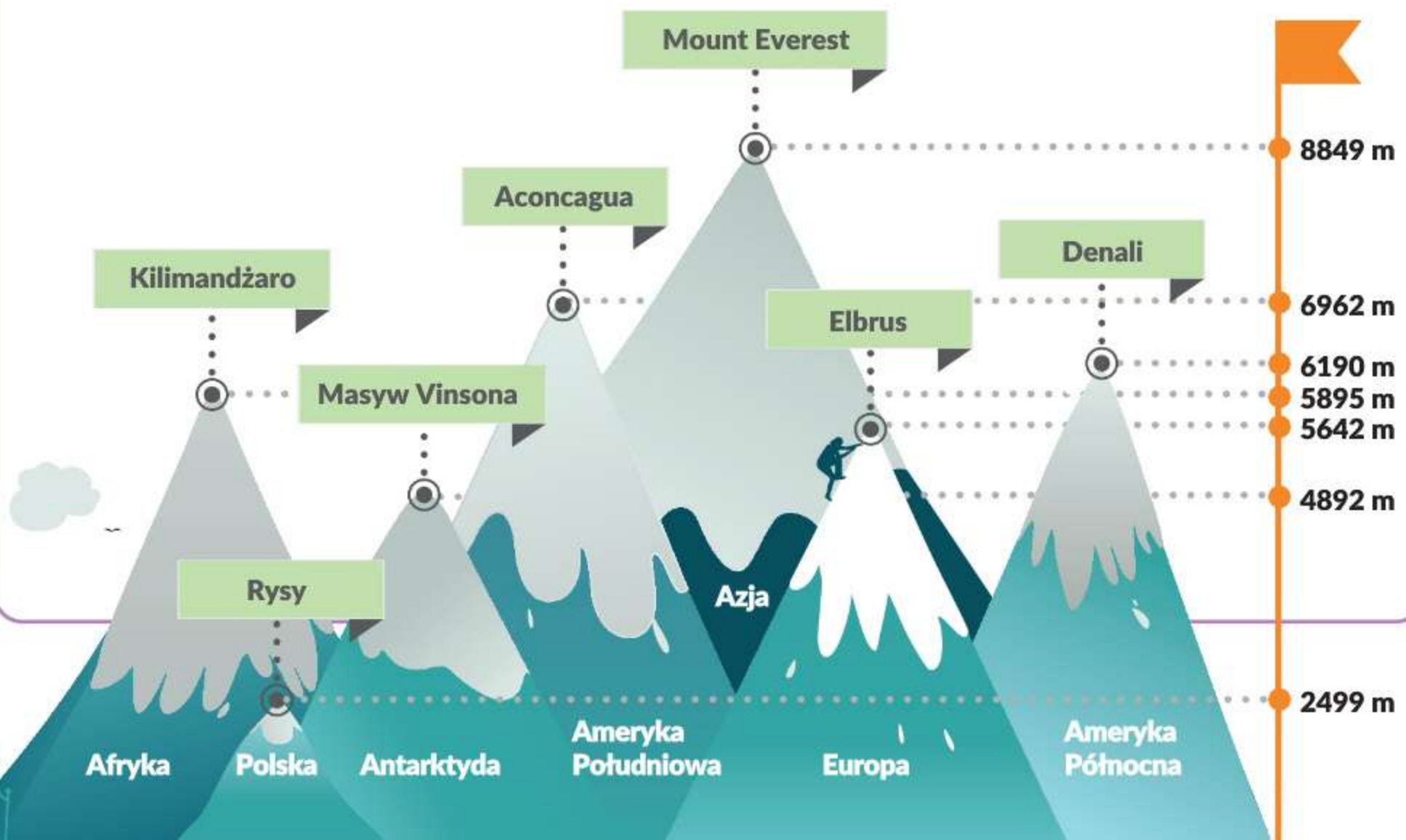
Wyzwanie

1. Napisz liczbę dwucyfrową, w której cyfra dziesiątek jest o 1 większa od cyfry jedności, i liczbę zapisaną tymi samymi cyframi w odwrotnej kolejności. Jaka jest różnica tych liczb?
2. Cyfrą jedności pewnej liczby dwucyfrowej jest 3. Jeżeli między cyfry tej liczby wstawimy 0, to nowo otrzymana liczba będzie o 450 większa od liczby początkowej. Znajdź początkową liczbę.



Sprawdź się!

1. Oblicz sposobem pisemnym.
a) $5704 + 32\,419$ b) $9367 - 7329$
2. Pan Jan otrzymał premię w wysokości 2350 zł. Kupił kino domowe za 1699 zł. Ile pieniędzy mu zostało?
3. Najwyższy szczyt świata to Mount Everest, a najwyższy szczyt górski w Polsce – to Rysy. Skorzystaj z ilustracji na dole strony i oblicz, o ile metrów Mount Everest jest wyższy od Rysów.
4. Oblicz, jaką liczbę zastępuje litera, i sprawdź otrzymany wynik.
a) $2359 - d = 1293$ b) $2305 + p = 6000$
5. Oblicz. Pamiętaj o kolejności wykonywania działań.
a) $(31\,000 - 6508) + (11\,496 - 8377)$
b) $25\,020 - (4206 + 7983) - 173$
c) $(16\,573 + 3718) - (746 + 1519) + 1974$



7. Pisemne mnożenie i dzielenie



Sowa przypomina

- Mnożenie liczb zakończonych zerami

		4	3	8	0		
.				9	0	0	
	3	9	4	2	0	0	0

Mnożymy 438 przez 9 i dopisujemy tyle zer, ile jest na końcu w obu czynnikach razem.

- Mnożenie liczb wielocyfrowych

				6	2	5
			.	3	4	7
			4	3	7	5
		2	5	0	0	
+	1	8	7	5		
	2	1	6	8	7	5

Stosujemy oznaczenia:

j – jedności, dz – dziesiątki, s – setki, t – tysiące

Mnożenie liczb wielocyfrowych rozpoczynamy od mnożenia przez jedności:

7 j · 625 = 4375 – zapisujemy od rzędu jedności

4 dz · 625 = 2500 – zapisujemy od rzędu dziesiątek

3 s · 625 = 1875 – zapisujemy od rzędu setek

- Dzielenie liczb

		3	0	7			
	4	9	1	4	:	1	6
-	4	8					
		1	1				
	-		0				
		1	1	4			
	-	1	1	2			
				2			

Dzielenie rozpoczynamy od lewej strony, tu od tysięcy:

$$4 \text{ t} + 9 \text{ s} = 49 \text{ s}$$

$$49 \text{ s} : 16 = 3 \text{ s reszta } 1 \text{ s}$$

Nad rzędem setek piszemy 3.

$$1 \text{ s} + 1 \text{ dz} = 11 \text{ dz}$$

$$11 \text{ dz} : 16 = 0 \text{ dz reszta } 11 \text{ dz}$$

Nad rzędem dziesiątek piszemy 0.

$$11 \text{ dz} + 4 \text{ j} = 114 \text{ j}$$

$$114 \text{ j} : 16 = 7 \text{ j reszta } 2 \text{ j}$$

Nad rzędem jedności piszemy 7.

Sprawdzenie. $307 \cdot 16 + 2 = 4912 + 2 = 4914$

- 2 Wykonaj działania. Dzielenie sprawdź za pomocą mnożenia.
- | | | |
|-------------------|---------------|--------------------|
| a) $230 \cdot 40$ | b) $2056 : 4$ | c) $521 \cdot 312$ |
| $302 \cdot 26$ | $3760 : 20$ | $406 \cdot 130$ |
| $200 \cdot 330$ | $9300 : 300$ | $23\,178 : 103$ |
| $415 \cdot 121$ | $4623 : 200$ | $69\,800 : 340$ |
- 3 Z Warszawy do Aten jest 1600 km. Samolot leciał z prędkością średnią $800 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Ile czasu trwała podróż tym samolotem?
- 4 Przedsiębiorca budowlany płaci elektrykowi 16 zł za godzinę pracy. Jaką kwotę otrzyma ten elektryk za 20 dni pracy po 7 godzin dziennie?
- 5 Działka pod budowę domu nad morzem kosztuje 156 800 zł, a działka tej samej wielkości znajdująca się daleko od morza jest 8 razy tańsza. Ile kosztuje tańsza działka?
- 6 Na paletach ułożono 15 904 sztuki kostki brukowej, po 56 sztuk na każdej palecie. Ile palet wykorzystano?
- 7 Kanapa z obiciem materiałowym kosztuje 1528 zł, a taki sam model kanapy z obiciem skórzanym kosztuje 6112 zł. Ile razy droższa jest kanapa z obiciem skórzanym od kanapy z obiciem materiałowym? Zanim wykonasz obliczenia, oszacuj wynik.
- 8 Państwo Nowakowie spłacają w równych miesięcznych ratach sprzęt AGD, który kosztował 11 052 zł. Wysokość jednej raty to 307 zł. Uzupełnij zdania. Wybierz poprawne odpowiedzi spośród A i B oraz C i D.
- Liczba rat jest A / B niż 35. A. mniejsza B. większa
- Spłatę należności rozłożono na C / D. C. 36 rat D. 32 raty
- 9 Basia pojechała z rodzicami na wczasy do Chorwacji. Ze swojego domu do granicy w Cieszynie przejechali 156 km, a od granicy do miejsca ich wypoczynku było 7 razy dalej. Ile kilometrów przejechała rodzina Basi?
- 10 Oszacuj, jakie liczby zastępują litery, a następnie oblicz te liczby i sprawdź otrzymane wyniki.
- | | | |
|-----------------------------|--------------------|-------------------------|
| a) $a \cdot 430 = 159\,100$ | b) $c : 680 = 320$ | c) $252\,000 : g = 400$ |
|-----------------------------|--------------------|-------------------------|



Dubrownik (Chorwacja)

- 11 Państwo Wiśniewscy ubezpieczyli dom o wartości 511 000 zł i zapłacili za to ubezpieczenie 3500 zł. Ile razy większa jest wartość domu niż kwota jego ubezpieczenia?
- 12 Właściciel restauracji „Jak u mamy” organizuje imprezy okolicznościowe. Oto jego oferta:

Jak u mamy			RESTAURACJA
	WESELA	PRZYJĘCIA	
	DOROŚLI	DOROŚLI	
	134 zł od osoby	93 zł od osoby	
	DZIECI	DZIECI	
	67 zł od osoby	46 zł od osoby	
	OBIADY		
	DOROŚLI		
	37 zł od osoby		
	DZIECI		
	26 zł od osoby		

- a) Na której uroczystości stawka za uczestnictwo dziecka jest 2 razy mniejsza od stawki za uczestnictwo osoby dorosłej?
- b) Ile zapłacą państwo Kowalscy za organizację w tej restauracji wesela dla 73 osób, w tym 16 dzieci?
- c) Ilu dorosłych, a ile dzieci uczestniczyło w przyjęciu okolicznościowym, jeżeli za dorosłych zapłacono 2511 zł, a za dzieci 874 zł?
- 13 W zakładach mleczarskich rozlano kefir do 718 kubeczków. Kubeczki z kefirem pakowane są do skrzynek, do każdej po 20 kubeczków. Ile skrzynek trzeba przygotować do zapakowania kefiru?
- 14 Do stołówki przywieziono w skrzynkach 148 kg jabłek. W 4 skrzynkach było po 13 kg jabłek, a w pozostałych – po 12 kg.
- a) Ile zapłacono za jabłka, jeżeli 1 kg jabłek kosztował 3 zł?
- b) Ile było mniejszych skrzynek z jabłkami?
- 15 Kwotę równą trzeciej części swojej nagrody pani Ela przeznaczyła na wizytę u kosmetyczki i wycieczkę dla Janka. Za wizytę u kosmetyczki zapłaciła 160 zł, a za wycieczkę 264 zł. Ile złotych nagrody otrzymała pani Ela?
- 16 Oblicz. Pamiętaj o kolejności wykonywania działań.
- a) $2544 : 4 + 99 \cdot 18 - 108 \cdot 7$
 $25^2 \cdot 6 : (302 - 287)$
 $306 - 306 : (3405 - 847 \cdot 4)$
- b) $(12\,406 + 754) : 5 \cdot 6$
 $8 \cdot (9640 - 7826) : 4$
 $9300 - (639 + 546) : 15$



**A to ciekawe!**

Jak inaczej pomnożyć liczbę dwucyfrową przez liczbę dwucyfrową? Można to zrobić tak jak w przykładzie mnożenia liczb $37 \cdot 45$.

.	30	7
40	1200	280
5	150	35

$$1350 + 315 = 1665$$

Liczby 37 i 45 zapisujemy w postaci sumy:

$$37 = 30 + 7 \quad 45 = 40 + 5$$

W tabelce wykonujemy mnożenia częściowe i wyniki dodajemy.

**Wyzwanie**

Jeżeli do liczby dwucyfrowej 21 dopiszemy jej liczbę lustrzaną 12, to liczba 11 jest dzielnikiem utworzonej liczby 2112.

Utwórz w ten sposób kilka innych liczb czterocyfrowych i sprawdź, czy każda z nich dzieli się przez 11.

**Sprawdź się!**

- 1 Która para liczb jest kolejno ilorazem i iloczynem 18 430 i 38?
A. 475, 702 340 B. 475, 700 340
C. 485, 700 430 D. 485, 700 340
- 2 Tomek ma 197 zł oszczędności. Na zakup sprzętu narciarskiego potrzebuje 8 razy więcej pieniędzy. Ile kosztuje ten sprzęt?
- 3 Oszacuj, a następnie oblicz nieznaną liczbę. Sprawdź wynik.
a) $78 \cdot b = 24\,882$ b) $d : 256 = 47$ c) $33\,781 : p = 407$
- 4 Pan Rafał otrzymał nagrodę w wysokości 1920 zł. Kupił 2 wycieczki, za które zapłacił kwotę równą czwartej części nagrody. Jedna z wycieczek była 2 razy droższa od drugiej. Ile kosztowała droższa wycieczka?
- 5 Oblicz. Pamiętaj o kolejności wykonywania działań.
a) $15\,282 - (936 - 116) \cdot 9$ b) $(5028 - 3719) \cdot 18 : 187$
 $404 - 204 : (3^2 + 5^2)$ $(2000 - 782) : 6 + 49 \cdot 54$

8. Podzielność liczb



Sowa przypomina

- To są kolejne, większe od 0, **wielokrotności** liczby **12**:

12	24	36	48	60	72	
↑	↑	↑	↑	↑	↑	
$1 \cdot 12$	$2 \cdot 12$	$3 \cdot 12$	$4 \cdot 12$	$5 \cdot 12$	$6 \cdot 12$	...

- Liczby: 1, 2, 3 i 6 są **dzielnikami** liczby 6.
 $6 : 1 = 6$, $6 : 2 = 3$, $6 : 3 = 2$, $6 : 6 = 1$
 Liczba 6 jest **wielokrotnością** każdego swego dzielnika.
- Liczby: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23... mają tylko dwa dzielniki: 1 i samą siebie. Są to **liczby pierwsze**.
- Liczby: 4, 6, 8, 9, 10... mają więcej niż dwa dzielniki. Są to **liczby złożone**.
- Liczby 0 i 1 nie są **ani liczbami pierwszymi, ani złożonymi**.
 Liczba 1 ma tylko jeden dzielnik, a liczba 0 – nieskończenie wiele.
- Cechy podzielności**

Liczba jest podzielna przez	tylko wtedy, gdy
2	jej ostatnia cyfra to 0, 2, 4, 6, 8
3	suma jej cyfr dzieli się przez 3
4	jej dwie ostatnie cyfry tworzą liczbę podzielną przez 4
5	jej ostatnia cyfra to 0 lub 5
9	suma jej cyfr dzieli się przez 9
10	jej ostatnią cyfrą jest 0
100	jej ostatnie dwie cyfry są zerami

Przykład 1.

Zapiszmy liczbę 30 w postaci iloczynu liczb pierwszych.

Sposób I

Zapiszmy liczbę 30 w postaci iloczynu dowolnych dwóch liczb, a następnie iloczynu liczb pierwszych, np.

$$30 = 3 \cdot 10 = 3 \cdot (2 \cdot 5)$$

liczba pierwsza liczba złożona

liczby pierwsze

Liczba 30 jest zapisana jako iloczyn liczb pierwszych: $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$.
Mówimy, że **liczba 30 jest rozłożona na czynniki pierwsze**.

Sposób II

Można znaleźć czynniki pierwsze liczby 30 w następujący sposób.

Po prawej stronie pionowej linii piszemy najmniejszą liczbę pierwszą, która jest dzielnikiem liczby umieszczonej po lewej stronie.

$$\begin{array}{l|l} 30 & 2 \\ 15 & \end{array} \quad \begin{array}{l} 30 \text{ to liczba parzysta, dzielimy ją przez } 2 \text{ (liczba pierwsza).} \\ 30 : 2 = 15 \quad \text{Wynik dzielenia } 15 \text{ zapisujemy pod liczbą } 30. \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Liczba } 15 \text{ nie jest podzielna przez } 2, \text{ ale jest podzielna} \\ \text{przez } 3 \text{ (liczba pierwsza).} \\ 15 : 3 = 5 \quad \text{Iloraz } 5 \text{ zapisujemy pod liczbą } 15. \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Liczbę } 5 \text{ dzielimy przez } 5 \text{ (liczba pierwsza).} \\ 5 : 5 = 1 \quad \text{Iloraz równy } 1 \text{ zapisujemy pod liczbą } 5. \end{array}$$

Po prawej stronie pionowej linii są tylko liczby pierwsze. Ich iloczyn jest równy 30.

Odpowiedź. Zapis liczby 30 w postaci iloczynu liczb pierwszych to:
 $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$.

Przykład 2.

Rozłóżmy na czynniki pierwsze liczbę 60 i znajdziemy wszystkie jej dzielniki.

$$\begin{array}{r|l}
 60 & 2 \\
 30 & 2 \\
 15 & 3 \\
 5 & 5 \\
 1 &
 \end{array}
 \quad 60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$

Dzielnikami liczby 60 są liczby pierwsze zapisane po prawej stronie pionowej linii, czyli 2, 3 i 5.

Nie są to jednak wszystkie dzielniki. Liczba 1 oraz iloczyny czynników pierwszych też są dzielnikami liczby 60.

**Wszystkie iloczyny
złożone z 2 czynników**

$$\begin{aligned}
 2 \cdot 2 &= 4 \\
 2 \cdot 3 &= 6 \\
 2 \cdot 5 &= 10 \\
 3 \cdot 5 &= 15
 \end{aligned}$$

**Wszystkie iloczyny
złożone z 3 czynników**

$$\begin{aligned}
 2 \cdot 2 \cdot 3 &= 12 \\
 2 \cdot 2 \cdot 5 &= 20 \\
 2 \cdot 3 \cdot 5 &= 30
 \end{aligned}$$

**Iloczyn złożony
z 4 czynników**

$$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

Odpowiedź. Dzielnikami liczby 60 są: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60.

- 1 Wszystkie dzielniki liczby 18 to
 A. 1, 3, 4, 8, 9 B. 1, 2, 3, 6, 9, 18
 C. 1, 2, 4, 6, 9, 18 D. 1, 3, 6, 8, 9, 18
- 2 Podaj 6 kolejnych, większych od 50, wielokrotności każdej z liczb: 4, 7, 9, 12, 15, 20, 25.
- 3 Podaj przykład jednocyfrowej liczby, która ma 4 dzielniki.
- 4 Która liczba ma więcej dzielników i o ile więcej?
 a) 18 czy 28 b) 24 czy 34 c) 20 czy 30
- 5 Znajdź takie 3 kolejne liczby dwucyfrowe, aby liczbą pierwszą była tylko:
 a) najmniejsza z tych liczb, b) największa z tych liczb.
- 6 Przygotuj kartki z cyframi: 3, 4, 5, 6, 0. Ułóż po dwie liczby, co najmniej trzycyfrowe, podzielne przez: 2, 3, 4, 5, 9, 10.

- 7 Dane są liczby: 52, 78, 128, 225, 270, 1452, 1545, 2800, 2871, 333 000. Wypisz liczby podzielne przez:
a) 2, b) 3, c) 4, d) 5, e) 9, f) 10.
- 8 Uzupełnij zdania. Wybierz poprawne odpowiedzi spośród A i B oraz C i D.
Jednocyfrowe liczby pierwsze to A / B.
A. 2, 3, 5, 7 B. 1, 2, 3, 5, 7
Wszystkie liczby złożone większe od 30, ale mniejsze od 40 to C / D.
C. 32, 34, 35, 36, 38 D. 32, 33, 34, 35, 36, 38, 39
- 9 Przedstaw w postaci iloczynu liczb pierwszych liczbę 24 i liczbę 30.
- 10 Rozłóż na czynniki pierwsze liczby: 21, 25, 45, 81, 105.
- 11 Jaka liczba ma rozkład na czynniki pierwsze $2 \cdot 2 \cdot 3$, a jaka $2 \cdot 3 \cdot 3$?
Podaj wszystkie dzielniki każdej z tych liczb.
- 12 Który iloczyn jest rozkładem liczby 42 na czynniki pierwsze?
A. $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$ B. $42 = 6 \cdot 7$
C. $42 = 1 \cdot 2 \cdot 21$ D. $42 = 1 \cdot 3 \cdot 14$
- 13 Do każdego poniższego zdania podaj przykład pokazujący, że jest ono fałszywe.
a) Wszystkie wielokrotności liczby 3 są nieparzyste.
b) Każda wielokrotność liczby 9 jest wielokrotnością liczby 6.
c) W każdej dziesiątce liczb dwucyfrowych jest tyle samo liczb pierwszych.

**A to ciekawe!**

Niektóre liczby pierwsze to palindromy, np. 11, 757, 111 181 111.
Palindromy to liczby lub wyrazy, które czytane od lewej strony do prawej i odwrotnie są jednakowe.
Napisz trzycyfrową liczbę złożoną, która jest palindromem.
Podaj 3 dzielniki tej liczby.

Wśród liczb pierwszych są też liczby lustrzane, np. 17 i 71, 113 i 311.
Znajdź dwie inne liczby pierwsze, które są liczbami lustrzanymi.



Wyzwanie

Staś napisał dwie liczby złożone. Każda z nich ma cztery dzielniki oraz:

- jedna jest sumą dwóch jednocyfrowych liczb pierwszych i jednym z jej dzielników jest liczba 4,
- druga jest dwucyfrowym, parzystym iloczynem dwóch jednocyfrowych liczb pierwszych.

Jakie liczby napisał Staś? Ile rozwiązań ma to zadanie?

Sprawdź się!

- 1 Dane są liczby: 84, 96, 135, 275, 810, 1300.
Które zdanie jest **falszywe**?
A. Przez 10 i 5 podzielne są tylko liczby 810 i 1300.
B. Tylko liczby 810 i 135 są podzielne przez 9.
C. Liczby 84, 96, 1300 są podzielne przez 4.
D. Każda z liczb jest podzielna przez 3.
- 2 Najmniejszą dwucyfrową liczbą pierwszą jest
A. 15 B. 11 C. 13 D. 7
- 3 Wypisz wszystkie liczby pierwsze większe od 20, ale mniejsze od 60. Czy liczb pierwszych większych od 40 i mniejszych od 80 jest tyle samo?
- 4 Liczby 64 i 84 rozłóż na czynniki pierwsze i napisz wszystkie dzielniki liczby 64.
- 5 Dziadek Janka postanowił, że od poniedziałku co trzeci dzień będzie chodził na długie spacery, co czwarty dzień będzie grał w szachy z przyjacielem, co szósty dzień spotka się ze znajomymi, a co ósmy dzień będzie uczestniczył w kursie komputerowym. W którym kolejnym dniu po raz pierwszy wykona wszystkie te postanowienia? Jaki to będzie dzień tygodnia?



9. Zaokrąglanie liczb



Sowa przypomina

W życiu codziennym często dokonujemy **szacowania**.

- Przed zakupami szacujemy, ile pieniędzy trzeba przygotować.

Na przykład:

Pieczewo około 5 zł, owoce około 10 zł, nabiał około 13 zł, więc na zakupy potrzeba 30 zł.

- Podczas zakupów szacujemy, jaki rachunek zapłacimy w kasie.

Na przykład:

Mleko – 2,95 zł to prawie 3 zł, ser – 8,75 zł to prawie 9 zł, masło – 8,20 zł to około 8 zł, zatem rachunek nie powinien być wyższy niż 20 zł.

- Przed wykonaniem obliczeń szacujemy, jakiego rzędu będzie wynik.

Na przykład:

$69 \cdot 19$ to mniej niż $70 \cdot 20 = 1400$ (zwiększone są czynniki),

$210 : 72$ to mniej niż $210 : 70 = 3$ (zmniejszony jest dzielnik).



Sowa uczy

Na tablicach kierunkowych odległość do wymienionych miejscowości jest podana w kilometrach.

Jabłonna	2
Warszawa	20

Tak naprawdę nie jest ważne, czy do danej miejscowości jest o 100 metrów dalej, czy o 223 metry bliżej. Przyjęto umownie, że:

- **liczbę metrów mniejszą niż pół kilometra** (czyli mniejszą niż 500 m) **pomija się**, np. 20 km 234 m zaokrąglamy do 20 km i zapisujemy $20 \text{ km } 234 \text{ m} \approx 20 \text{ km}$, $105 \text{ km } 499 \text{ m} \approx 105 \text{ km}$;
- **liczbę metrów równą lub większą niż pół kilometra pomija się, ale jednocześnie zwiększa się liczbę kilometrów o 1**, np. $20 \text{ km } 500 \text{ m} \approx 21 \text{ km}$, $104 \text{ km } 568 \text{ m} \approx 105 \text{ km}$.

W takiej sytuacji mówimy o **zaokrągleniu liczby kilometrów do 1 kilometra**.

Symbol $\approx$ czytamy: **w zaokrągleniu**.

Od miejsca, w którym stoi powyższy znak drogowy, do Warszawy może być więc najmniej 19 km 500 m, a najwięcej 20 km 499 m.

Przykład 1.

Zaokrąglamy podane masy do 1 kilograma.

1 kg = 100 dag
pół kilograma to 50 dag

6 kg 29 dag $\approx$ 6 kg 29 dag to mniej niż pół kilograma
2 kg 50 dag $\approx$ 3 kg 50 dag to pół kilograma
83 dag $\approx$ 1 kg 83 dag to więcej niż pół kilograma

Przykład 2.

Zaokrąglamy liczby: 123, 136, 115 do dziesiątek.

Zaznaczmy podane liczby na osi liczbowej:



Liczba 123 znajduje się na osi liczbowej między liczbami 120 i 130. **Jest bliżej liczby 120 niż 130.** Mówimy, że liczba 123 w zaokrągleniu do dziesiątek jest równa 120 i zapisujemy: $123 \approx 120$.



Liczba 136 znajduje się na osi liczbowej między liczbami 130 i 140, **bliżej liczby 140**, więc w zaokrągleniu do dziesiątek jest równa 140, co zapisujemy $136 \approx 140$.



Liczba 115 znajduje się na osi liczbowej między liczbami 110 i 120, **w takiej samej odległości od każdej z nich**. Umówiono się, że jeżeli **w rzędzie jedności jest cyfra 5**, to taką liczbę **zaokrąglamy do liczby większej**, czyli $115 \approx 120$.

Przykład 3.

Iloraz liczby 68 przez 7 zaokrąglamy do jedności.

$68 : 7 = 9 \text{ r } 5$ $68 : 7$ to więcej niż 9, ale mniej niż 10



Liczba 68 jest bliżej liczby 70 niż liczby 63. Mówimy, że iloraz $68 : 7$ w zaokrągleniu do jedności jest równy 10, co zapisujemy $68 : 7 \approx 10$.

- 1 Oszacuj, jaką kwotę w banknotach dziesięciozłotowych trzeba przygotować, aby zapłacić łącznie za produkty o wartości: 14,30 zł, 15,92 zł i 16,80 zł.
- 2 Oszacuj wynik działania. Zamiast $\blacklozenge$ napisz odpowiedni znak $>$ lub $<$.
 a) $285 + 396 \blacklozenge 700$ b) $1835 - 799 \blacklozenge 1000$ c) $3280 - 2300 \blacklozenge 1000$
- 3 Oszacuj, jaką największą cyfrę można wpisać zamiast $\blacklozenge$, aby nierówność była prawdziwa.
 a) $468 + 1259 > 1 \blacklozenge 00$ b) $21 \cdot 35 > \blacklozenge 00$ c) $5230 : 50 > \blacklozenge 00$
 $1820 - 456 > 1 \blacklozenge 00$ $29 \cdot 25 > \blacklozenge 00$ $1013 : 25 > \blacklozenge 0$
- 4 Napisz, jaka może być rzeczywista odległość od poniższych znaków drogowych do wymienionych na nich miast.
 a)

Warszawa 246 km

 b)

Katowice 16 km

 c)

Gdańsk 540 km
- 5 Na znaku informacyjnym widnieje napis: Warszawa 123 km. Od miejsca, gdzie stoi ten znak, do Warszawy może być
 A. 122 km 400 m B. 122 km 600 m
 C. 123 km 900 m D. 123 km 600 m
- 6 Zaokrąglij do 1 km:
 35 km 35 m, 20 km 47 m, 13 km 801 m, 32 km 9 m, 43 km 760 m.
- 7 Zaznacz na osi liczbowej liczby: 253, 259, 265, a następnie zaokrąglij je do dziesiątek.
- 8 Zaokrąglij do jedności ilorazy liczb.
 a) $25 : 6$ b) $20 : 3$ c) $41 : 8$ d) $57 : 7$
 $34 : 8$ $34 : 4$ $94 : 10$ $93 : 20$
- 9 Liczby: 1308, 7535, 68 598, 563 451 zaokrąglij do:
 a) dziesiątek, b) setek, c) jedności tysięcy.
- 10 Do każdego poniższego zdania podaj przykład pokazujący, że jest ono fałszywe.
 a) Jeżeli liczba ma w rzędzie jedności cyfrę 5, to zaokrąglenie tej liczby do dowolnego rzędu jest liczbą od niej większą.
 b) Jeżeli liczba ma w rzędzie setek cyfrę 2, to zaokrąglenie tej liczby do dowolnego rzędu jest liczbą od niej mniejszą.

**A to ciekawe!**

W życiu codziennym czasami stosuje się inne przybliżenia. Na przykład, na pewnym parkingu za każdą rozpoczętą godzinę parkowania samochodu płaci się 5 zł. Za 1 godzinę i 1 minutę zapłaci się więc tyle samo, ile za 1 godzinę i 49 minut, czyli 10 zł, mimo że 1 godzina i 1 minuta to w zaokrągleniu 1 godzina. Ile trzeba zapłacić za parkowanie na tym parkingu za:

- a) 30 min, b) 2 h 5 min, c) 2 h 56 min?

**Wyzwanie**

Konstruktorzy mostu obliczyli, że nośność mostu jest równa 9860 kg, czyli że wytrzyma on takie obciążenie. Jaką liczbę naturalną należy umieścić na znaku zakazu, aby było wiadomo, o jakiej maksymalnej masie pojazdy mogą **bezpiecznie** przejechać przez most?

**Sprawdź się!**

- 1 Zaznacz na osi liczbowej liczby: 53, 55, 57, a następnie zaokrąglij je do dziesiątek.
- 2 Zaokrąglij liczbę 11 652 do:

a) dziesiątek, b) setek, c) jedności tysięcy.
- 3 Jak daleko jest do Białegostoku od miejsca, w którym ustawiono ten znak?

A. 140 km 500 m	B. 139 km 490 m	Białystok 140 km
C. 140 km 480 m	D. 139 km 149 m	
- 4 W którym dzieleniu **niepoprawnie** zaokrąglono wynik do jedności?

A. $17 : 3 \approx 6$ B. $28 : 5 \approx 6$ C. $42 : 5 \approx 9$ D. $60 : 8 \approx 8$
- 5 Zaokrąglij podane wielkości do 1 kg.

a) 4 kg 9 dag, 45 dag, 52 dag
b) 10 kg 70 dag, 5 kg 77 dag, 52 kg 50 dag

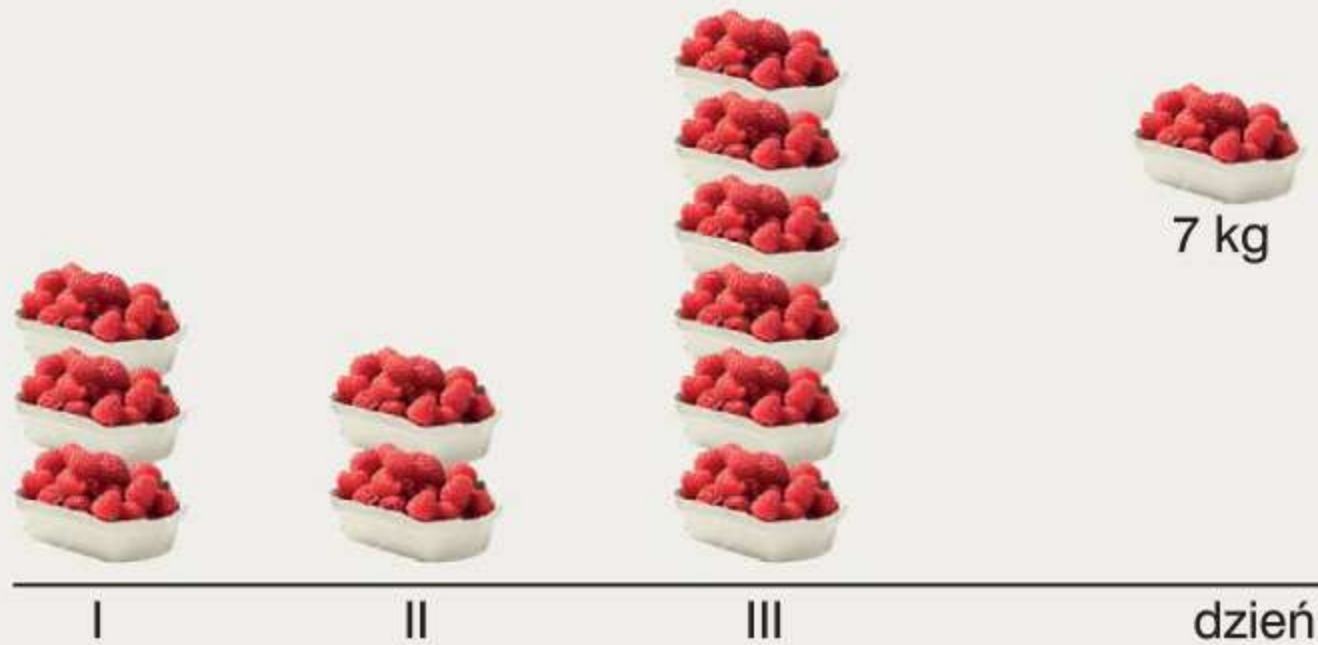
Zadania utrwalające

- 1 Oblicz w pamięci:
 - a) iloczyn liczb 25, 39 i 4,
 - b) różnicę liczb 134 i 69,
 - c) iloraz liczby 5600 przez 700,
 - d) sumę liczb 399 i 2306.
- 2 Zapisz w systemie rzymskim liczby 104 i 95 oraz liczby 10 razy od nich większe.
- 3 Oblicz w pamięci, a następnie podaj wynik w zaokrągleniu do dziesiątek.
 - a) $87 - 58 + 62$
 - b) $138 : 6$
 - c) $5 \cdot 73 \cdot 2 : 5$
- 4 Oblicz sposobem pisemnym.
 - a) $5078 + 569 + 10\,427$
 $63 + 27\,519 + 4316$
 - b) $36\,074 - 8745$
 $9003 - 576$
 - c) $2019 \cdot 239$
 $144\,901 : 47$
- 5 Ile minut trwał koncert muzyczny, który rozpoczął się o godz. 18.10, a zakończył o 19.45?
- 6 Spośród liczb: 56, 66, 92, 180, 275, 360, 1530, 4500 wypisz liczby podzielne przez:
 - a) 2,
 - b) 3,
 - c) 4,
 - d) 5,
 - e) 9,
 - f) 10.
- 7 Rozłóż na czynniki pierwsze liczby 96 i 81.
- 8 Rozłóż na czynniki pierwsze liczbę 72 i podaj jej wszystkie dzielniki.
- 9 Oblicz. Pamiętaj o kolejności wykonywania działań.
 - a) $3020 - 26 \cdot 75 + 4800 : 60$
 - b) $[5 \cdot (17\,230 - 15\,160) - 10\,000] : 70$
- 10 Wymień większe od 70, a mniejsze od 115 wielokrotności liczby:
 - a) 6,
 - b) 15,
 - c) 20.
- 11 Wieża Zamku Królewskiego w Warszawie ma 60 metrów wysokości. Gdyby była ona o 60 decymetrów wyższa, to byłaby akurat 3 razy wyższa od najstarszego i najwyższego świeckiego pomnika w Warszawie – kolumny Zygmunta III Wazy. Oblicz wysokość tej kolumny.



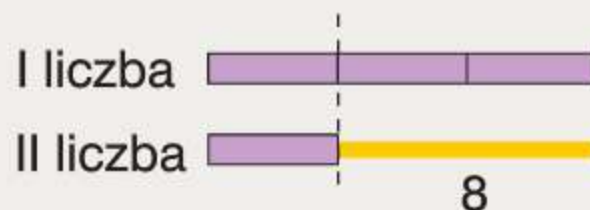
Kolumna Zygmunta w Warszawie

- 12 Uczniowie klasy 5 pojechali na wycieczkę autokarem. Jechali 2 godziny z prędkością średnią $65 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Ile kilometrów przejechali?
- 13 Na diagramie przedstawiono zbiór malin na plantacji pana Nowaka.



- a) Ile kilogramów malin zebrano trzeciego dnia?
 b) Ile kilogramów malin zebrano w ciągu trzech dni?
 c) Porównaj zbiór malin drugiego i trzeciego dnia.
- 14 Krzyś zapłacił za album i słownik 75 zł. Album był o 19 zł droższy od słownika. Ile kosztował słownik?
- 15 Jedna liczba jest 3 razy większa od drugiej. Ich różnica jest równa 8. Co to za liczby?

Wskazówka.

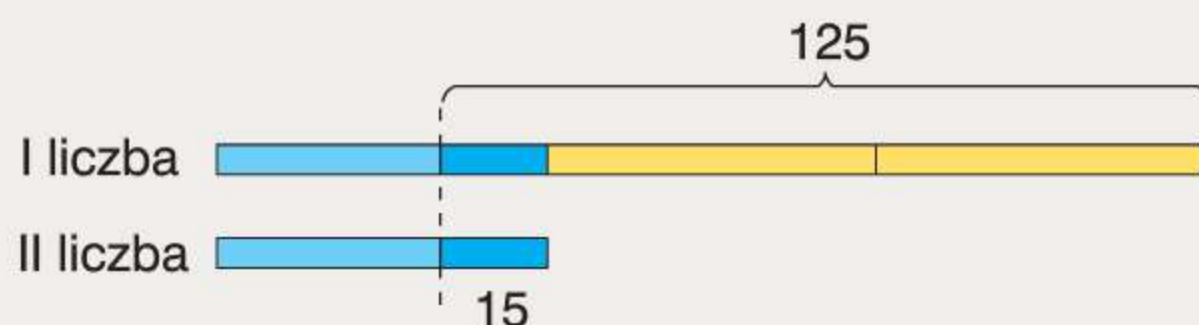


- 16 Hodowca kotów miał 12 kotów trzech ras: sfinksy, persy i norweskie leśne. Persów było 2 razy więcej niż sfinksów, a norweskich leśnych – 3 razy więcej niż sfinksów. Po ile kotów każdej rasy miał hodowca?



- 17 Oblicz liczbę 3 razy mniejszą od liczby 8754. O ile trzeba zwiększyć otrzymaną liczbę, aby była ona podzielna przez 4?
- 18 Z dwóch liczb jedna jest 3 razy większa od drugiej. Jeżeli od większej odejmiemy 125, a od mniejszej 15, to otrzymamy liczby równe. Jakie to liczby?

Wskazówka.



Zadania sprawdzające

Obliczenia i odpowiedzi zapisz w zeszycie.

- 1 Iloraz liczb 12 i 6 to
A. $12 + 6$ B. $12 - 6$ C. $12 \cdot 6$ D. $12 : 6$
- 2 Uzupełnij zdania. Wybierz poprawne odpowiedzi spośród A i B oraz C i D.
Liczbą podzieloną przez 2, 4 i 5 jest A / B. A. 660 B. 658
Liczbą podzieloną przez 3, 9 i 10 jest C / D. C. 1590 D. 990
- 3 Które zdanie jest **fałszywe**?
A. 3 m 98 mm w zaokrągleniu do 1 m to 3 m.
B. Trzecia potęga liczby 5 w zaokrągleniu do dziesiątek jest równa 130.
C. Jeżeli suma dwóch liczb jest równa 95, a jeden ze składników wynosi 95, to drugi składnik jest równy 1.
D. Kolarze, którzy jadą z prędkością średnią $40 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, w czasie 3 godzin przejadą 120 km.
- 4 Samolot wystartował o godzinie 10^{47} i wylądował po 46 minutach. Lądowanie samolotu odbyło się o godzinie
A. 12^{33} B. 11^{23} C. 11^{43} D. 11^{33}
- 5 Rowerzysta, który jedzie z prędkością średnią $27 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, w czasie 3 godzin przejedzie trasę długości
A. 54 km B. 81 km C. 9 km D. 91 km
- 6 Z Siemianowic Śląskich do Zakopanego jest 186 km. Samochód pokonał tę trasę w czasie 3 godzin. Z jaką prędkością średnią jechał?
A. $63 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ B. $62 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ C. $558 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ D. $92 \frac{\text{km}}{\text{h}}$
- 7 Odległość między domami Oli i Marka jest równa 1750 m, a odległość między domami Oli i Basi jest 5 razy mniejsza i wynosi
A. 350 m B. 1745 m C. 360 m D. 450 m
- 8 Mieszkanie kosztuje 195 000 zł, a dom jest o 285 000 zł droższy. Ile kosztuje dom?
A. 495 000 zł B. 470 000 zł C. 90 000 zł D. 480 000 zł
- 9 Wartością wyrażenia $4200 : 70 + 5 \cdot 84 - 71$ jest
A. 401 B. 409 C. 4009 D. 419

Rekordy prędkości

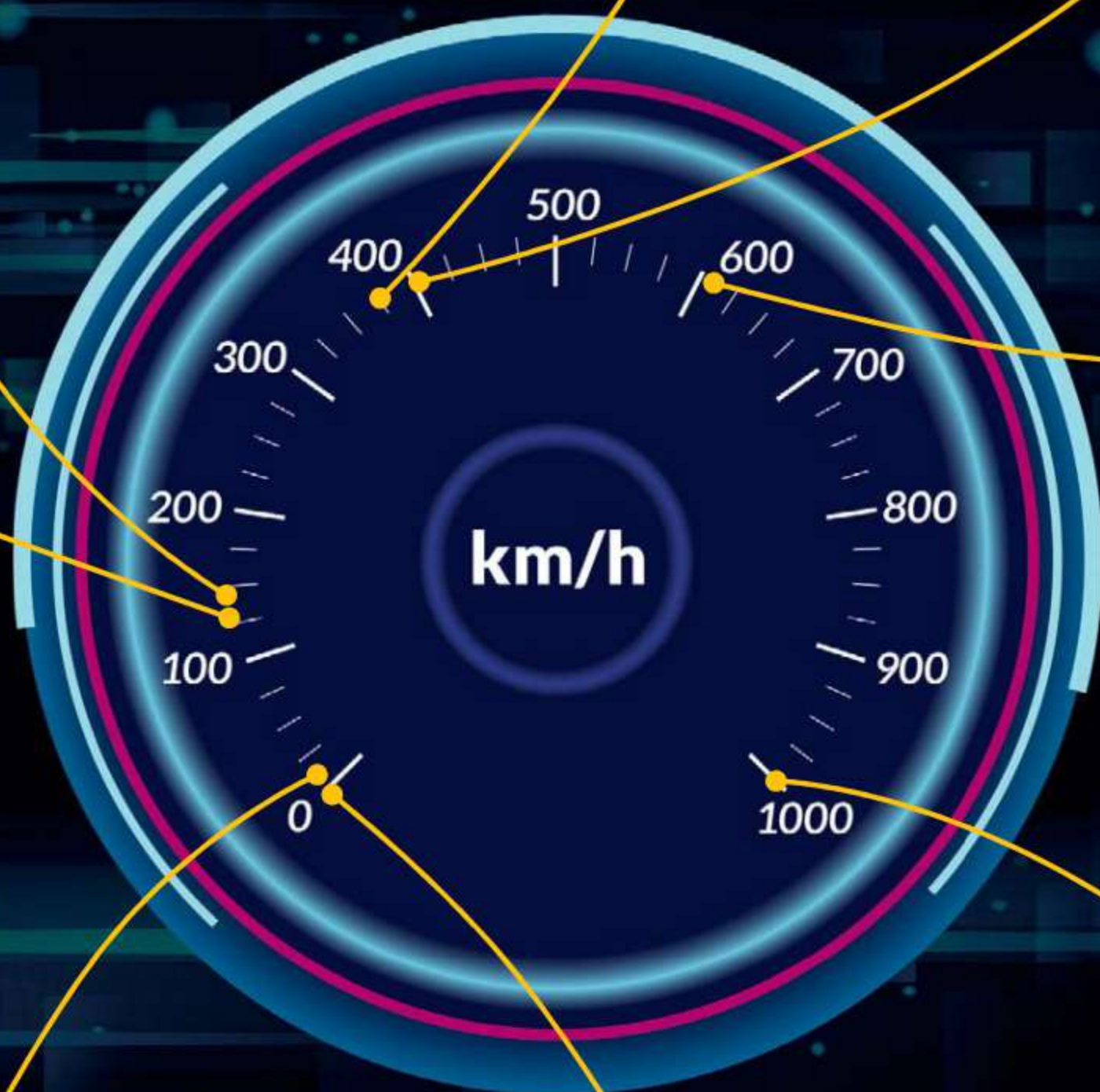
Marlin czarny może popłynąć z prędkością **130 km/h**.



Bolidy Formuły 1 poruszają się na torze z prędkością około **380 km/h**.



Gepard potrafi w ciągu kilku sekund osiągnąć prędkość **75 km/h**. W pogoni za zdobyczą biegnie z prędkością nawet **120 km/h**.



Leniwiec trójpalczasty to najwolniejszy ssak na Ziemi. Wszystko robi rekordowo wolno. Powoli oddycha – zaledwie 6–8 razy na minutę. Porusza się z prędkością do 7 metrów na minutę, czyli **0,42 km/h**.



Ślimak afrykański porusza się z prędkością 5 metrów na godzinę, czyli **0,005 km/h**.





Sokół wędrowny jest najszybszym zwierzęciem na świecie. Podczas lotu poziomego utrzymuje prędkość 100 km/h. W locie nurkowym w kierunku zdobyczy osiąga niemal **400 km/h**.



Superszybki japoński pociąg Maglev podczas jazdy testowej w 2015 roku osiągnął prędkość **603 km/h**. Pojazd ten wykorzystuje zjawisko lewitacji magnetycznej, dzięki któremu pociąg unosi się nawet na 10 cm.



Odrzutowe samoloty pasażerskie latają z prędkością **800–1000 km/h** (220–280 m/s).

Nie wszystkie prędkości mieszczą się na naszej skali...

Około **340 m/s**, czyli **1224 km/h** to prędkość rozchodzenia się dźwięku w powietrzu. Prędkość ta zwana **1 mach (1 Ma)** jest stosowana głównie w lotnictwie.



Samoloty wojskowe mogą poruszać się z prędkością **2–2,5 Ma**, czyli ponad dwa razy szybciej niż dźwięk.

Statki kosmiczne przemieszczają się z iście kosmicznymi prędkościami. Załoga Apollo 10 osiągnęła największą prędkość, z jaką kiedykolwiek podróżował człowiek: **39 896 km/h** (11,1 km/s).



1. Punkt, prosta, półprosta, odcinek



Sowa przypomina

- Punkt A , punkt B



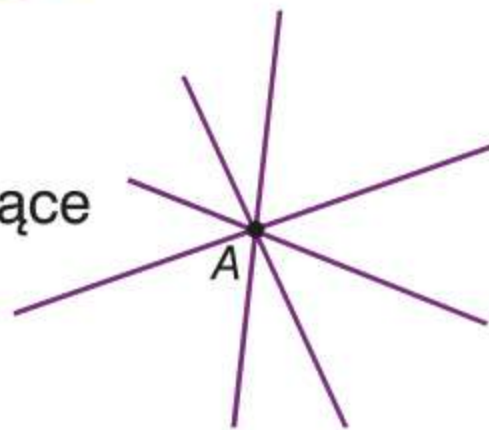
- Odcinek CD



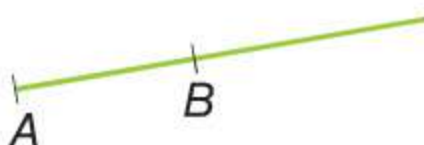
- Prosta a



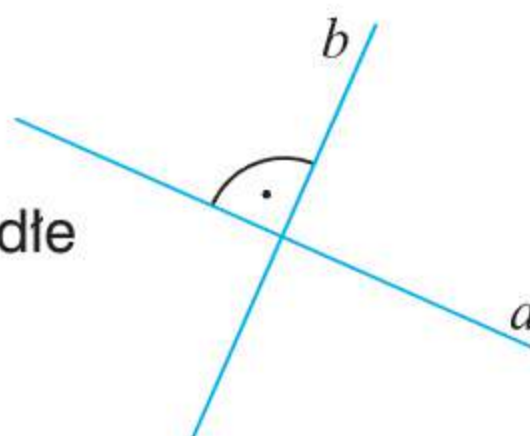
- Proste przechodzące przez punkt A



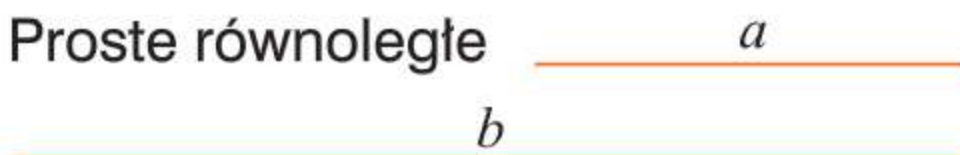
- Półprosta AB



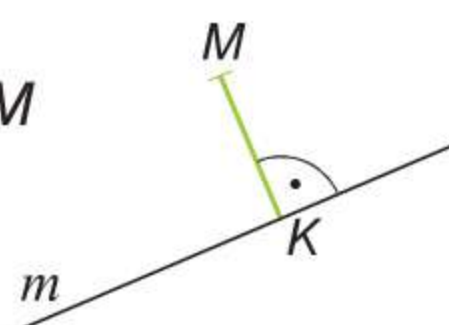
- Proste prostopadłe



- Proste równoległe



- Odległość punktu M od prostej m



Punkty oznaczamy wielkimi literami alfabetu.

Odcinek CD ma długość 2 cm 3 mm, co zapisujemy: $|CD| = 2 \text{ cm } 3 \text{ mm}$.

Proste oznaczamy małymi literami alfabetu.

Przez jeden punkt przechodzi nieskończenie wiele prostych.

Półprostą oznaczamy dwiema literami. Punkt A oznacza początek półprostej, punkt B jest dowolnym punktem tej półprostej, różnym od A .

Proste przecinają się pod kątem prostym, co zapisujemy: $a \perp b$.

Proste nie przecinają się (nie mają punktu wspólnego), co zapisujemy: $a \parallel b$.

To długość odcinka MK . Odcinek MK jest prostokątny do prostej m . Jest to najkrótszy odcinek łączący punkt M z prostą m .

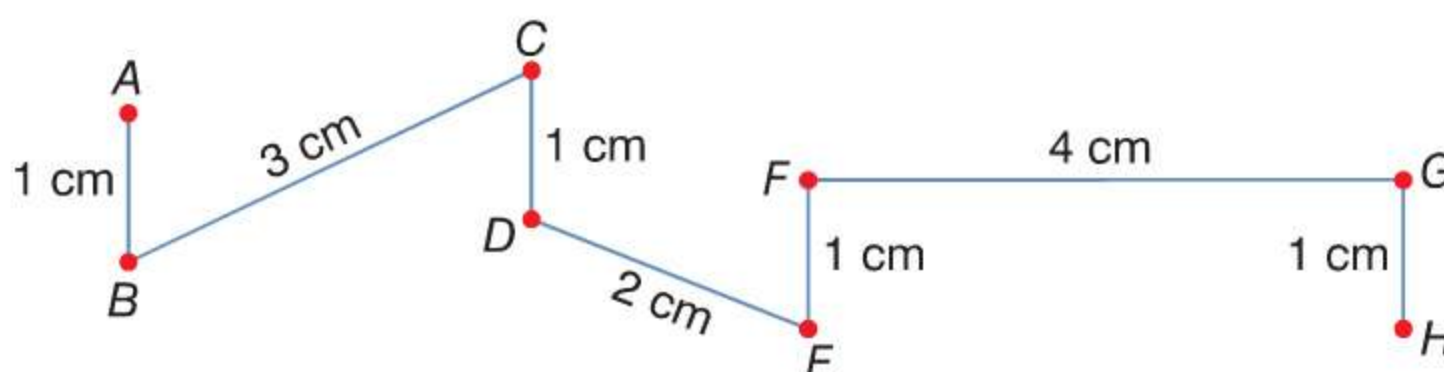


● Jednostki długości

Nazwa jednostki	Skrót	Zależność między jednostkami	
1 milimetr	1 mm		
1 centymetr	1 cm	1 cm = 10 mm	
1 decymetr	1 dm	1 dm = 10 cm	1 dm = 100 mm
1 metr	1 m	1 m = 10 dm	1 m = 100 cm 1 m = 1000 mm
1 kilometr	1 km	1 km = 1000 m	1 km = 10 000 dm
		1 km = 100 000 cm	1 km = 1 000 000 mm

Przykład 1.

Patrycja narysowała figurę złożoną z odcinków. Koniec jednego odcinka jest początkiem następnego.



Taka figura to **łamana**. Wyróżnione czerwonym kolorem punkty to jej **wierzchołki**. Kolejne odcinki to **boki łamanej**.

Ala i Zosia obliczyły **długość** łamanej $ABCDEFGH$.

Obliczenia Ali:

Dodałam po kolei długości wszystkich boków:

$$1 + 3 + 1 + 2 + 1 + 4 + 1 = 13 \text{ [cm]}$$

Obliczenia Zosi:

Widzę, że są 4 boki jednakowej długości, więc mogę zapisać:

$$4 \cdot 1 \text{ cm} + 3 \text{ cm} + 2 \text{ cm} + 4 \text{ cm} = 13 \text{ cm}$$

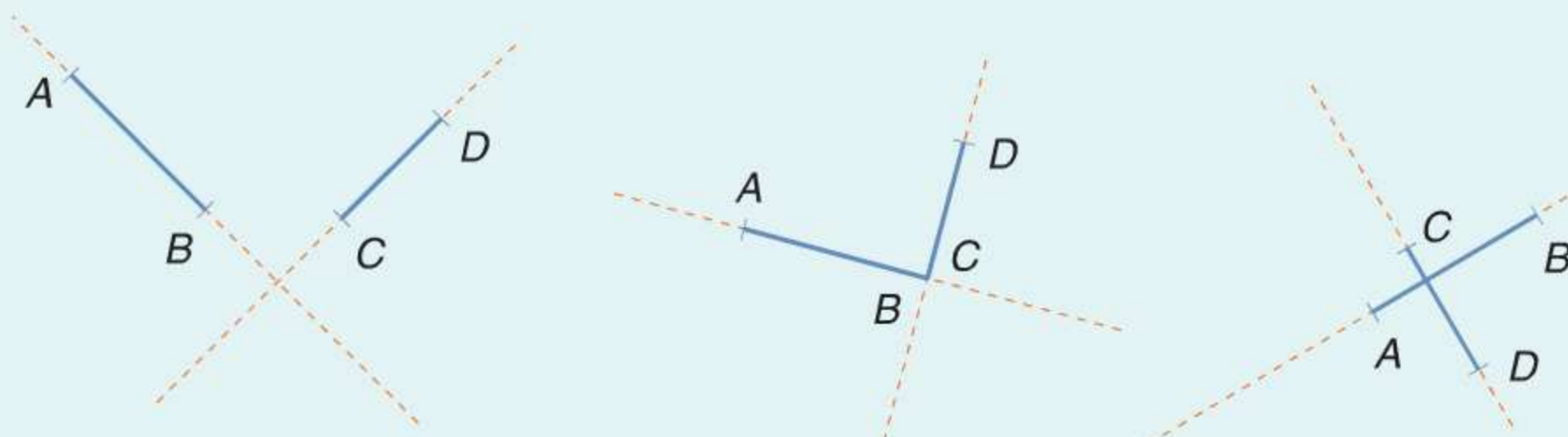
Boki łamanej są wyrażone w tej samej jednostce, więc w trakcie obliczeń Ala nie zapisywała jej i podała ją tylko w wyniku – w nawiasie.

Odpowiedź. Długość łamanej $ABCDEFGH$ jest równa 13 cm.

Sowa uczy

- Na rysunkach są przedstawione odcinki prostopadłe i odcinki równoległe.

Odcinki AB i CD są prostopadłe.



$AB \perp CD$ – mówimy, że odcinki są prostopadłe, jeżeli leżą na prostych prostopadłych.

Odcinki KL , MN , PR są równoległe.

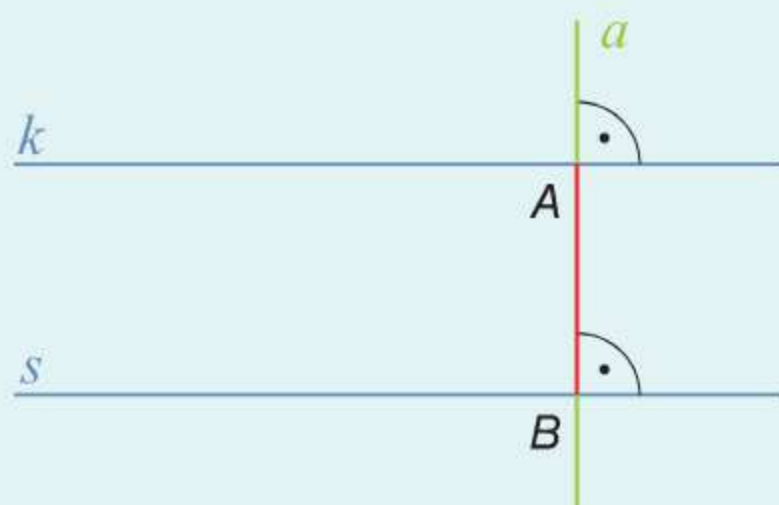


$KL \parallel PR$, $MN \parallel PR$ – mówimy, że odcinki są równoległe, jeżeli leżą na prostych równoległych.



$KL \parallel MN$ – mówimy, że odcinki są równoległe, jeżeli leżą na jednej prostej.

- Na rysunku są przedstawione dwie proste równoległe k i s oraz prosta a prostopadła do nich.



Możemy zapisać:

$$k \parallel s, a \perp k, a \perp s$$

Prosta a przecina prostą k w punkcie A , a prostą s w punkcie B .

Długość odcinka AB to odległość między prostymi k i s .

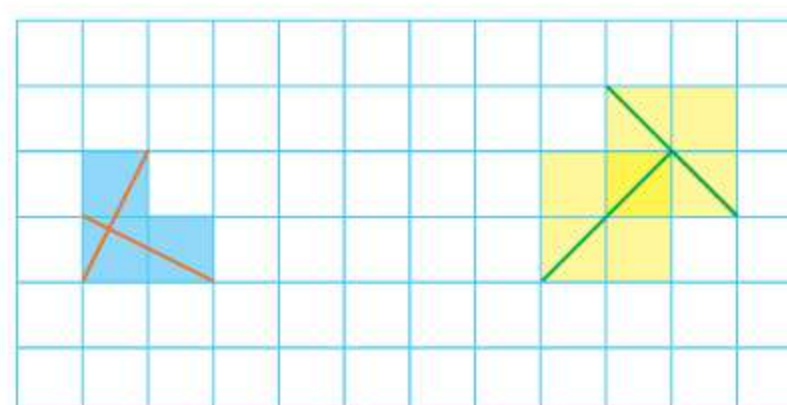


- 1 Wypisz pary boków równoległych i pary boków prostopadłych łamanej z **Przykładu 1**.
- 2 Na prostej s zaznacz punkt K . Znajdź na tej prostej punkty odległe o 2 cm 5 mm od punktu K .
- 3 Narysuj prostą i zaznacz na niej trzy punkty A , B i C . Ile jest wszystkich dwuliterowych nazw powstałych półprostych?
A. 3 B. 4 C. 5 D. 6
- 4 Oceń prawdziwość zdań. Jeżeli zdanie jest prawdziwe, wskaż P, jeżeli fałszywe – F.

Dwa odcinki leżące na jednej prostej są równoległe.	P	F
Proste, które nie są prostopadłe, są równoległe.	P	F
Dwa odcinki prostopadłe zawsze mają punkt wspólny.	P	F
Przez jeden punkt można przeprowadzić tylko jedną prostą.	P	F

- 5 Zapisz wyrażenia w podanych jednostkach.
a) w centymetrach: 5 dm, 2 m, 34 m, 3 dm 8 cm
b) w milimetrach: 5 cm, 42 cm, 11 cm 9 mm
c) w decymetrach: 70 cm, 130 cm, 6 m, 8 m 4 dm
d) w metrach: 4 km, 5 km 200 m, 2300 dm
- 6 Który zapis jest **nieprawdziwy**?
A. $2\text{ m} = 200\text{ cm}$ B. $9\text{ dm } 5\text{ cm} = 95\text{ cm}$
C. $70\text{ cm} = 7\text{ m}$ D. $4004\text{ m} = 4\text{ km } 4\text{ m}$
- 7 Przepisz przykłady, zamiast $\blacklozenge$ napisz odpowiedni znak $>$, $<$ lub $=$.
a) $16\text{ cm } 1\text{ mm } \blacklozenge 99\text{ mm}$ $320\text{ mm } \blacklozenge 33\text{ cm}$
b) $18\text{ dm } 9\text{ cm } \blacklozenge 1799\text{ mm}$ $7\text{ m } 4\text{ cm } \blacklozenge 7040\text{ mm}$
c) $800\,000\text{ cm } \blacklozenge 6\text{ km}$ $4\text{ km } 3\text{ m } \blacklozenge 4030\text{ m}$
- 8 Narysuj 2 proste prostopadłe:
a) za pomocą linijki i ekierki,
b) korzystając z kratki w zeszycie, ale nie rysuj po liniach. Sprawdź za pomocą ekierki poprawność wykonania.

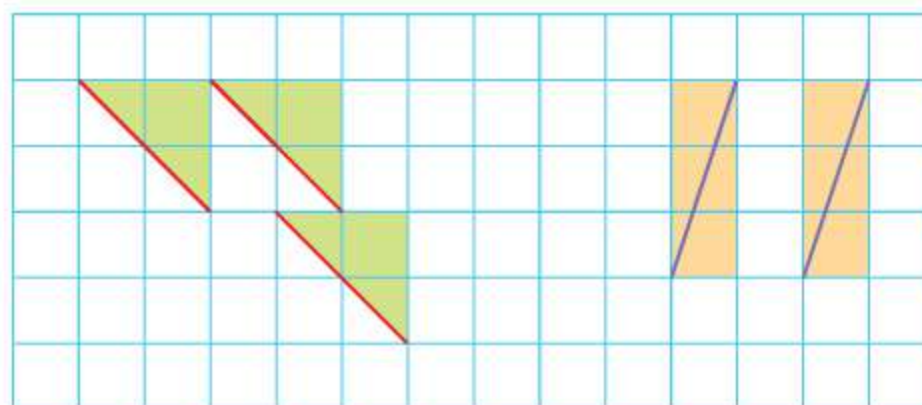
Wskazówka.



9 Narysuj 3 proste równoległe:

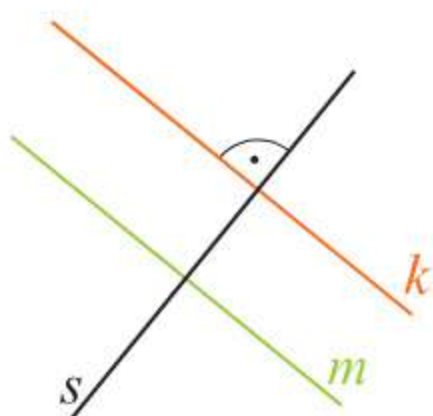
- za pomocą ekierki i linijki,
- korzystając z kratki w zeszycie, ale nie rysuj po liniach.

Wskazówka.

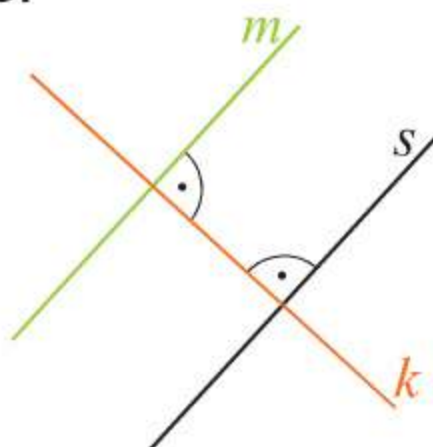


10 Który rysunek ilustruje zależności: $m \parallel s$ i $k \perp s$?

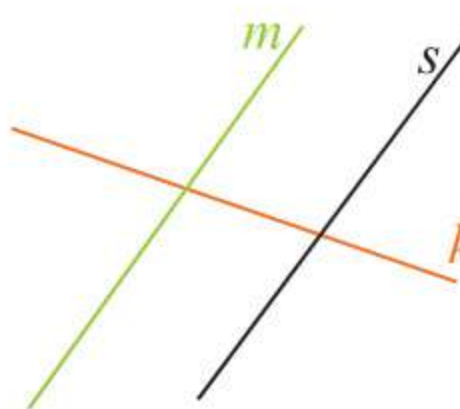
A.



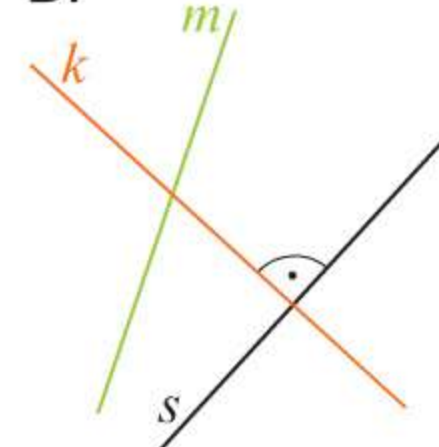
B.



C.



D.



11 Narysuj proste równoległe a i s tak, aby odległość między nimi była równa 2 cm.

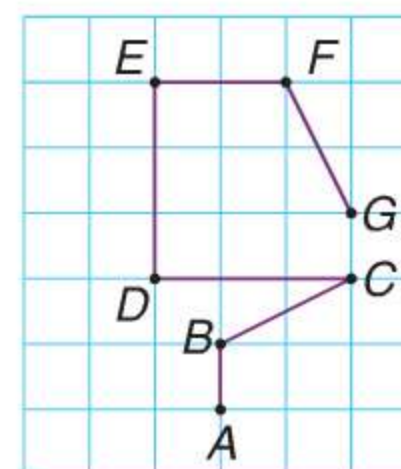
12 Narysuj prostą a i prostą b prostopadłą do niej. Następnie narysuj prostą p równoległą do prostej a oraz prostą l równoległą do prostej b . Jak względem siebie leżą proste b i p oraz proste l i a ?

13 Na rysunku przedstawiono narysowaną w skali łamaną $ABCDEFG$ o wymiarach:

$$|AB| = 2 \text{ cm } 5 \text{ mm}, |CD| = |DE| = 3 \cdot |AB|, \\ |EF| = 2 \cdot |AB|, |FG| = |BC|.$$

Długość łamanej jest równa 33 cm 7 mm.

- Oblicz długości boków BC i FG .
- Wymień pary boków równoległych i pary boków prostopadłych.



14 Które zdanie jest **fałszywe**?

- Przez jeden punkt przechodzi nieskończenie wiele prostych.
- Odcinek SO o długości 2 m 9 cm jest równy odcinkowi WA o długości 209 cm.

C. Na rysunku  przedstawiono półprostą WE .

D. Jeżeli $|SE| = 4 \text{ cm}$, $|ER| = 5 \text{ cm}$, to $|SR| = 9 \text{ cm}$. 



- 15 W ogrodzie Hortulus w Dobrzycy rośnie żywopłot tworzący labirynt.



- a) Napisz, dlaczego nie można powiedzieć, że ma on kształt łamanej.
b) Zaprojektuj żywopłot w kształcie łamanej.

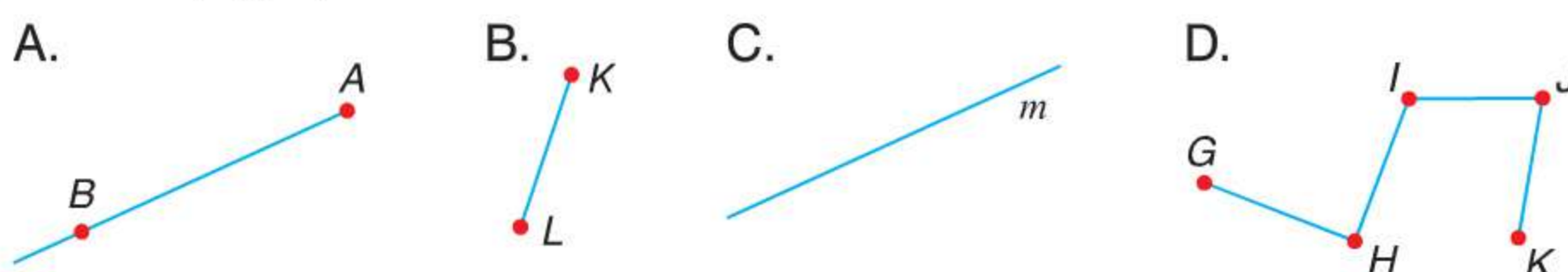
- 16 Na kartce w kratkę narysuj łamaną zgodnie z poniższą instrukcją:

- zaznacz punkt A ,
- narysuj odcinek AB o długości jednej kratki skierowany w dół,
- narysuj odcinek BC o długości jednej kratki skierowany w prawo,
- narysuj odcinek CD o długości dwóch kratek skierowany w górę,
- narysuj odcinek DE o długości dwóch kratek skierowany w lewo,
- narysuj odcinek EF o długości trzech kratek skierowany w dół.

- a) Przyjrzyj się narysowanej łamanej, zauważ prawidłowość i dorysuj 4 kolejne boki.
b) Ile boków miałaby łamana narysowana według tej samej zasady, której ostatnie boki miałyby długość 12 kratek?

- 17 Punkty A , B , C leżą na prostej s . Odległość punktu A od punktu B jest równa 8 cm, a odległość między punktami B i C wynosi 3 cm. Wykonaj rysunek. Zmierz lub oblicz długość odcinka AC . Rozpatrz dwie możliwości: punkt C leży na lewo lub na prawo od punktu B .

- 18 Dane są figury:



Odpowiedz na pytania zamieszczone w tabelce. Przy każdym z nich wskaż litery przypisane poprawnej odpowiedzi.

Długości której figury nie można zmierzyć?	A	B	C	D
Która figura nie jest prostą, ale jest jej częścią?	A	B	C	D

Wyzwanie

Zaznacz 4 punkty: A, B, C, D . Ile odcinków o końcach w tych punktach możesz narysować?

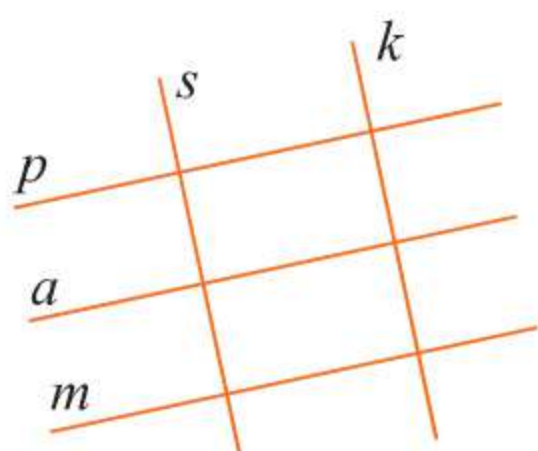
Rozważ przypadki:

- wszystkie punkty leżą na jednej prostej,
- punkty nie leżą na jednej prostej.

Sprawdź, czy inne osoby w klasie rozwiązały to zadanie tak samo.

Sprawdź się!

- 1 Narysuj łamaną o pięciu bokach tak, by jedna para boków była prostopadła, a jedna – równoległa. Zmierz długości boków łamanej i oblicz jej długość.
- 2 Narysuj odcinek JE o długości 5 cm 2 mm, a następnie odcinek SP krótszy o 1 cm 8 mm od odcinka JE i równoległy do niego oraz odcinek EN dwa razy dłuższy od odcinka SP i prostopadły do niego. Jak względem siebie są położone odcinki JE i EN ?
- 3 Przyjrzyj się rysunkowi, przepisuj umieszczone obok niego przykłady, zamiast $\blacklozenge$ napisz odpowiedni znak $\parallel$ lub $\perp$.



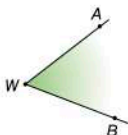
$p \blacklozenge a$	$a \blacklozenge m$
$p \blacklozenge m$	$p \blacklozenge s$
$s \blacklozenge m$	$a \blacklozenge k$

- 4 Narysuj prostą a . Zaznacz na niej punkty R i O oddalone od siebie o 2 cm 5 mm, a następnie – punkt K tak, aby odcinek RK był 2 razy dłuższy od odcinka RO . Jaka jest długość odcinka OK ?
- 5 Narysuj dwie proste równoległe s i m oddalone od siebie o 3 cm. Następnie narysuj dowolną prostą a prostopadłą do prostej s , prostą b równoległą do prostej a w odległości 3 cm od niej i prostą c równoległą do prostej b w odległości 2 cm od prostej b . Określ położenie prostych b i m oraz prostych c i s . Podaj odległość prostej a od prostej c .

2. Kąty przyległe i kąty wierzchołkowe

Sowa przypomina

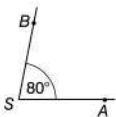
- Kąty oznaczamy trzema wielkimi literami. Litera środkowa oznacza wierzchołek kąta.



Kąt $\sphericalangle AWB$ lub $\sphericalangle BWA$

Półproste WB i WA są **ramionami kąta**,
a punkt W jest **wierzchołkiem kąta**.

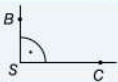
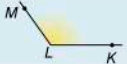
- Miary kątów podajemy w stopniach.



$\sphericalangle ASB = 80^\circ$

czytamy: **kąt ASB ma miarę 80°**

- Rodzaje kątów

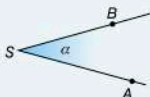
kąt ostry		$\sphericalangle MWN < 90^\circ$ i $\sphericalangle MWN > 0^\circ$
kąt prosty		$\sphericalangle BSC = 90^\circ$
kąt rozwarty		$\sphericalangle MLK > 90^\circ$ i $\sphericalangle MLK < 180^\circ$
kąt półpełny		$\sphericalangle AOB = 180^\circ$
kąt pełny		$\sphericalangle AWA = 360^\circ$



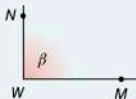
Sowa uczy

- Nazwę kąta lub jego miarę można oznaczać jedną z liter alfabetu greckiego, np. α – alfa, β – beta, γ – gamma, δ – delta, ε – epsilon, η – eta, θ – teta.

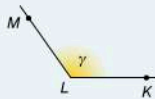
Na przykład:



$\sphericalangle ASB$ lub α
 α – kąt ostry



$\sphericalangle MWN = 90^\circ$
 $\beta = 90^\circ$

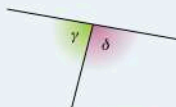


$\sphericalangle KLM$ lub γ
 γ – kąt rozwarty

- Na rysunkach są zaznaczone po dwa kąty, które mają jedno ramię wspólne, a ich dwa pozostałe ramiona tworzą prostą. Są to **kąty przyległe**.



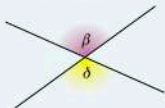
$$\alpha + \beta = 180^\circ$$



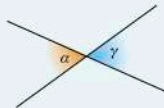
$$\gamma + \delta = 180^\circ$$

Suma miar kątów przyległych jest równa 180° .

- Na rysunkach są zaznaczone po dwa kąty, które mają wspólny wierzchołek, a ich ramiona tworzą proste. Są to **kąty wierzchołkowe**.



$$\beta = 120^\circ \text{ i } \delta = 120^\circ$$



$$\alpha = 60^\circ \text{ i } \gamma = 60^\circ$$

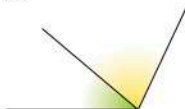
Kąty wierzchołkowe mają równe miary.

Przykład 1.

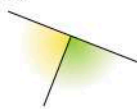
Na którym rysunku przedstawiono kąty przyległe?

Wskaż poprawną odpowiedź A, B lub C i jej uzasadnienie I, II lub III.

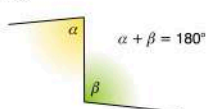
A.



B.



C.



A,	ponieważ	I. mają jedno ramię wspólne.
B,		II. mają jedno ramię wspólne i wspólny wierzchołek.
C,		III. mają jedno ramię wspólne, a dwa pozostałe ramiona tworzą prostą.

Przyjrzyjmy się rysunkom kątów. Na podstawie informacji z **Sowa uczy** wiemy, że kąty przyległe przedstawiono na rysunku B.

Zastanówmy się nad uzasadnieniem:

- I. Na każdym z trzech rysunków kąty mają wspólne ramię, czyli takie uzasadnienie to za mało, aby stwierdzić, że kąty są przyległe.
- II. Wspólne ramię i wspólny wierzchołek mają kąty na rysunkach A i B. Przedstawione na rysunku A kąty nie są przyległe, więc również to uzasadnienie nie jest wystarczające.
- III. To uzasadnienie w pełni opisuje kąty przyległe, czyli kąty przedstawione tylko na rysunku B.

Gdy rozwiązujemy zadania tego typu, podajemy samą odpowiedź. Przedstawione rozważania przeprowadzamy w myślach.

- 1 Kątem rozwartym **nie jest** kąt o mierze

A. 91° B. 150° C. 179° D. 180°

- 2 Tosia stanęła twarzą w kierunku północy. W którą stronę świata będzie zwrócona, jeżeli obróci się w prawą stronę o kąt:

a) półpełny, b) prosty?



- 3 Narysuj 3 zegary tak, by ich wskazówki tworzyły kąty: 30° , 60° , 150° .
Odczytaj godzinę.

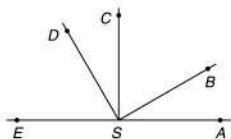
- 4 Na podstawie rysunku zegara odpowiedz na pytanie.
Które zdanie jest **falszywe**?



- A. Kąt między wskazówkami ma miarę 180° .
B. Mała i duża wskazówka zegara są prostopadłe.
C. Wskazówki tworzą kąt 4 razy mniejszy od kąta pełnego.
D. Zegar wskazuje godzinę 9:00 lub 21:00.

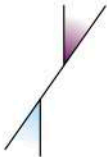
- 5 Zmierz narysowane kąty i odpowiedz na pytania.

- a) Ile razy miara kąta BSA jest mniejsza od miary kąta CSA ?
b) O ile stopni kąt DSA jest większy od kąta CSA ?
c) Ile kątów prostych jest na rysunku?

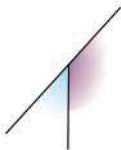


- 6 Na którym rysunku przedstawiono kąty wierzchołkowe?

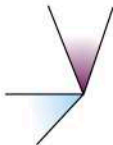
A.



B.



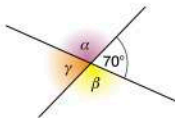
C.



D.



- 7 Podaj miary kątów α , β , γ i uzasadnij swoje obliczenia.



- 8 Kąty α i β są kątami przyległymi. Kąt β jest o 30° większy od kąta α .
Uzupełnij zdania. Wybierz poprawne odpowiedzi spośród A i B oraz C i D.
Suma miar kątów α i β jest równa mierze kąta A / B.

A. prostego

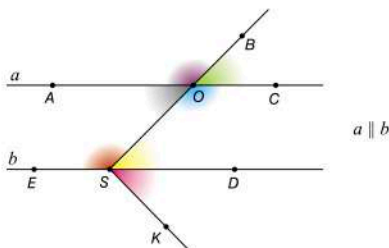
B. półpełnego

Kąty α i β mają odpowiednio miary C / D.

C. 75° , 105°

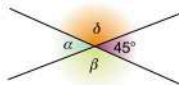
D. 80° , 110°

Na podstawie poniższego rysunku rozwiąż zadania 9.–11.



- 9 Kątami wierzchołkowymi są $\sphericalangle AOS$ oraz
 A. $\sphericalangle AOB$ B. $\sphericalangle BOC$ C. $\sphericalangle ESO$ D. $\sphericalangle SOC$
- 10 Kątem przyległym do kąta ESO jest
 A. $\sphericalangle AOS$ B. $\sphericalangle SOC$ C. $\sphericalangle AOB$ D. $\sphericalangle OSD$
- 11 Które zdanie jest **falszywe**?
 A. Jeżeli $\sphericalangle SOC = 130^\circ$, to $\sphericalangle AOB = 130^\circ$.
 B. $\sphericalangle SOC$ i $\sphericalangle BOC$ to kąty przyległe, suma ich miar jest równa 180° .
 C. $\sphericalangle KSD$ i $\sphericalangle ESO$ to kąty wierzchołkowe.
 D. Jeżeli $\sphericalangle AOS = 55^\circ$, to $\sphericalangle AOB = 125^\circ$.

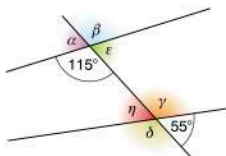
- 12 Jakie miary mają kąty α i δ ?
 Wskaż poprawną odpowiedź A, B lub C i jej
 uzasadnienie I lub II.



A. $\alpha = 135^\circ$, $\delta = 135^\circ$,	ponieważ	I. α i δ są kątami wierzchołkowymi.
B. $\alpha = 45^\circ$, $\delta = 135^\circ$,		
C. $\alpha = 45^\circ$, $\delta = 45^\circ$,		II. α i δ są kątami przyległymi.

- 13 Oceń prawdziwość zdań. Jeżeli zdanie jest prawdziwe, wskaż P, jeżeli fałszywe – F.

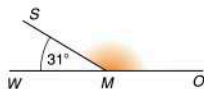
Kąt α jest kątem przyległym do kąta β .	P	F
Kąt γ ma miarę 65° .	P	F
Kąty α i ε oraz δ i γ to kąty wierzchołkowe.	P	F
Kąt η ma miarę 55° .	P	F



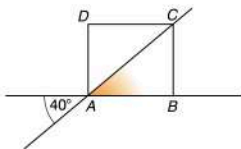
Sprawdź się!

- Kątem ostrym **nie** jest
 - połowa kąta prostego.
 - czwarta część kąta pełnego.
 - trzecia część kąta półpełnego.
 - szósta część kąta półpełnego.
- Podaj miarę i rodzaj kąta, jaki zakreśli duża wskazówka zegara:
 - od godz. 8:15 do 8:30,
 - od godz. 16:20 do 16:45.

- $\sphericalangle SMO$ ma miarę
 - 149°
 - 159°
 - 139°
 - 180°



- Podaj miarę kąta BAC , jaki tworzy przekątna AC z bokiem AB w prostokącie $ABCD$.



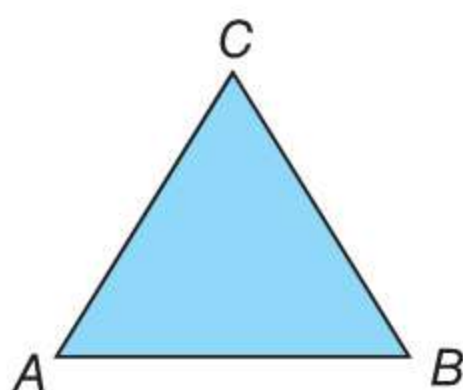
- Narysuj proste równoległe a i b oraz prostą m , która przecina prostą a pod kątem 70° . Podaj miary pozostałych kątów, które tworzą proste a i m . Zmierz jeden z kątów rozwartych, jaki utworzyła prosta m z prostą b , i podaj miary pozostałych kątów. Sprawdź swoje wyniki z wynikami innych osób w klasie.

3. Własności wielokątów



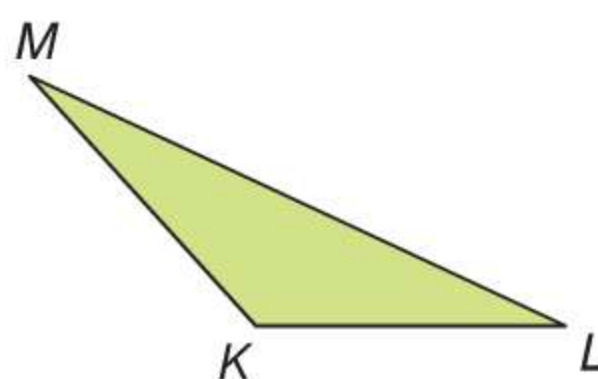
Sowa przypomina

- To są **trójkąty**. Każdy ma 3 wierzchołki i 3 boki.



Wierzchołki: A, B, C

Boki to odcinki: AB, BC, CA



Wierzchołki: K, L, M

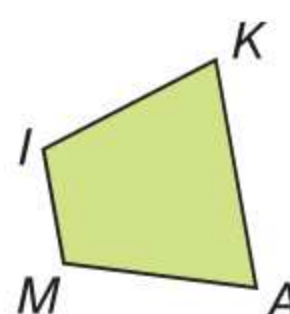
Boki to odcinki: KL, LM, MK

- To są **czworokąty**. Każdy ma 4 wierzchołki i 4 boki.



Wierzchołki: D, E, F, G

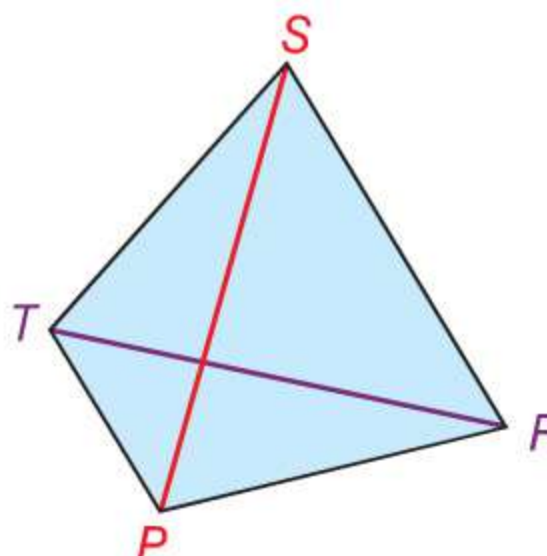
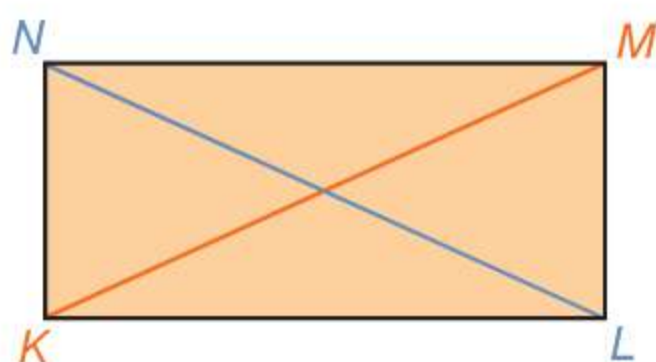
Boki to odcinki: DE, EF, FG, GD



Wierzchołki: M, A, K, I

Boki to odcinki: MA, AK, KI, IM

- Odcinki łączące przeciwległe wierzchołki **KM** i **LN** oraz **PS** i **RT** to **przekątne** czworokątów.



W czworokącie z każdego wierzchołka wychodzi tylko jedna przekątna.



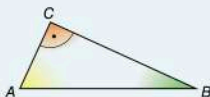
Sowa uczy

- Sąsiednie boki trójkąta tworzą kąt.

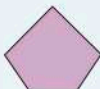
Wierzchołek A trójkąta to wierzchołek kąta BAC .

Kąty: $\sphericalangle BAC$, $\sphericalangle ABC$, $\sphericalangle BCA$ to **kąty wewnętrzne trójkąta** ABC .

W tym trójkącie $\sphericalangle BAC$ i $\sphericalangle ABC$ są kątami ostrymi, a $\sphericalangle BCA$ jest kątem prostym.



- Nazwa wielokąta zależy od liczby kątów wewnętrznych.



Pięciokąty mają
5 boków i 5 kątów
wewnętrznych.



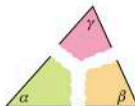
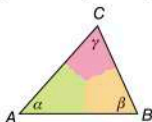
Sześciokąty mają
6 boków i 6 kątów
wewnętrznych.

Możemy narysować jeszcze inne wielokąty o większej liczbie kątów i boków. Liczba kątów wewnętrznych jest taka sama jak liczba boków. Czasami nazwę wielokąta podaje się ze względu na liczbę boków: czworoboki, pięcioboki, sześcioboki itd.

Przykład 1.

Obliczmy sumę miar kątów wewnętrznych trójkąta.

Narysujmy na kartce trójkąt ABC i wytnijmy go. Każdy kąt wewnętrzny zaznaczmy innym kolorem. Podzielmy ten trójkąt na 3 części, a powstałe kąty ułożmy tak, aby wierzchołki znalazły się w jednym punkcie, jak na rysunku poniżej.



Kąty wewnętrzne trójkąta tworzą kąt półpełny: $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$.



Suma miar kątów wewnętrznych trójkąta jest równa 180° .

Przykład 2.

Obliczmy sumę miar kątów wewnętrznych czworokąta.

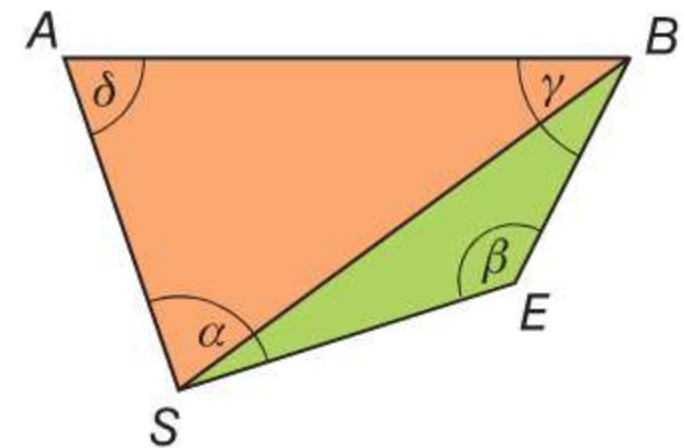
W czworokącie $SEBA$ zaznaczymy przekątną SB .

Przekątna SB podzieliła czworokąt $SEBA$ na dwa trójkąty: $\triangle SEB$ i $\triangle BAS$.

Ponieważ suma miar kątów wewnętrznych w każdym trójkącie wynosi 180° , zatem:

$$\text{w } \triangle SEB: \sphericalangle BSE + \sphericalangle SEB + \sphericalangle EBS = 180^\circ,$$

$$\text{w } \triangle BAS: \sphericalangle ASB + \sphericalangle BAS + \sphericalangle SBA = 180^\circ.$$



Dodajmy kąty wewnętrzne trójkątów:

$$\underbrace{\sphericalangle BSE + \sphericalangle ASB}_{\alpha} + \sphericalangle SEB + \sphericalangle EBS + \underbrace{\sphericalangle SBA + \sphericalangle BAS}_{\gamma} = 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$$

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$$

Suma miar kątów wewnętrznych czworokąta jest równa 360° .

**Przykład 3.**

W czworokącie dane są takie miary kątów, jakie zaznaczono na rysunku. Obliczmy miary kątów wewnętrznych: $\alpha, \beta, \gamma, \delta$.

$\sphericalangle MNO$ i $\sphericalangle ONA$ to kąty przyległe.

$$\beta + 85^\circ = 180^\circ, \beta = 95^\circ$$

$\sphericalangle EPD$ i $\sphericalangle OPM$ to kąty wierzchołkowe.

$$\delta = 90^\circ$$

$\sphericalangle NOP$ i $\sphericalangle NOB$ to kąty przyległe.

$$\gamma + 100^\circ = 180^\circ, \gamma = 80^\circ$$

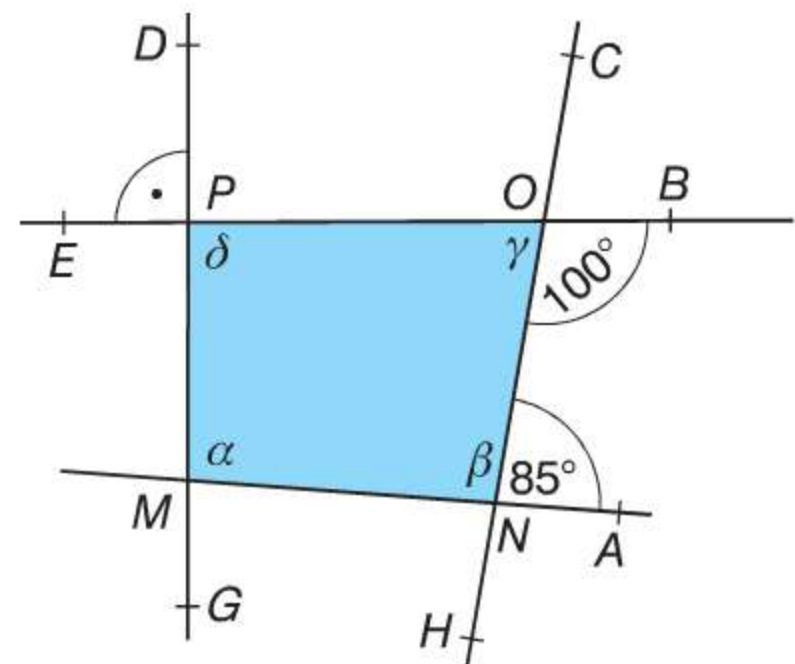
Suma miar kątów wewnętrznych czworokąta wynosi:

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$$

$$\alpha + 95^\circ + 80^\circ + 90^\circ = 360^\circ$$

$$\alpha + 265^\circ = 360^\circ$$

$$\alpha = 95^\circ$$



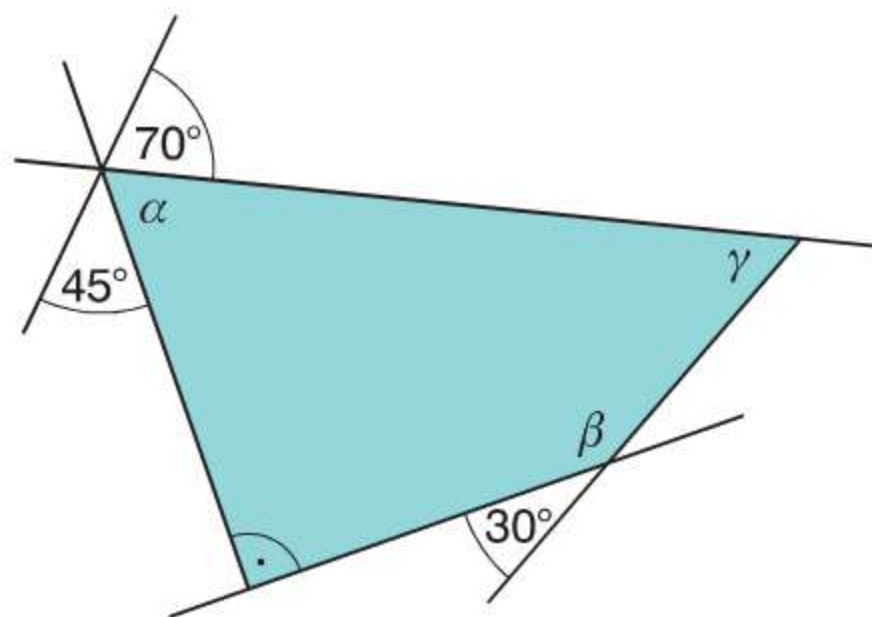
Odpowiedź. Kąty wewnętrzne czworokąta mają miary: $95^\circ, 95^\circ, 80^\circ, 90^\circ$.



- 1 W trójkącie *DEF* miary dwóch kątów wewnętrznych są równe 10° i 70° . Trzeci kąt tego trójkąta ma miarę
A. 80° B. 10° C. 100° D. 20°
- 2 W trójkącie jeden kąt ma miarę 110° . Kąty ostre są równe i mają po
A. 70° B. 35° C. 45° D. 55°
- 3 Uzupełnij zdania. Wybierz poprawne odpowiedzi spośród A i B oraz C i D.
Jeżeli jeden kąt wewnętrzny trójkąta ma miarę 18° , a drugi jest o 106° większy, to trzeci kąt tego trójkąta ma miarę A / B. A. 48° B. 38°
Jeżeli jeden kąt wewnętrzny trójkąta ma miarę 30° , a drugi jest 2 razy większy, to trzeci kąt tego trójkąta ma miarę C / D. C. 90° D. 60°
- 4 Narysuj dowolny czworokąt. Oznacz i pokoloruj jego kąty. Skorzystaj ze sposobu zaprezentowanego w **Przykładzie 1** i pokaż, że suma miar jego kątów wewnętrznych jest równa 360° .
- 5 Narysuj 2 różne czworokąty. Zmierz ich kąty wewnętrzne i oblicz ich sumę.
- 6 Czworokąt ma wszystkie kąty wewnętrzne równe. Ile stopni ma jeden kąt wewnętrzny czworokąta? Narysuj taki czworokąt i podaj jego nazwę.
- 7 Narysuj czworokąt, który ma:
a) 2 kąty proste, b) 2 kąty rozwarte.
- 8 Oblicz miarę czwartego kąta czworokąta, jeżeli miary pozostałych kątów wewnętrznych tego czworokąta są równe:
a) 60° , 80° , 100° , b) 110° , 50° , 90° .
- 9 Tomek narysował 2 czworokąty: *MOPS* oraz *KURS* i zmierzył ich kąty wewnętrzne. Sprawdź, czy wyniki pomiarów Tomka były prawidłowe. Zaznacz TAK lub NIE.
a) Kąty wewnętrzne czworokąta *MOPS* mają miary:
 60° , 100° , 80° , 120° . TAK / NIE
b) Kąty wewnętrzne czworokąta *KURS* mają miary:
 95° , 105° , 50° , 110° . TAK / NIE



- 10** Narysuj pięciokąt *KWIAT*. Z każdego wierzchołka innym kolorem narysuj wszystkie przekątne. Co można zauważyć? Ile wszystkich przekątnych ma pięciokąt? Czy pamiętasz, że przekątna *KA* i *AK* to ta sama przekątna?
- 11** Narysuj wielokąt, który nie ma przekątnych. Podaj jego nazwę.
- 12** Zosia narysowała czworokąt *ABCD*. Kąt przyległy do kąta *DAB* ma miarę 100° , a kąt przyległy do kąta *ABC* – 110° . Kąt wewnętrzny czworokąta o wierzchołku *C* jest o 30° większy od kąta prostego. Wykonaj rysunek pomocniczy i napisz na nim miary kątów wewnętrznych czworokąta.
- 13** Oblicz miary kątów wewnętrznych czworokąta.



- 14** Narysuj sześciokąt i wszystkie przekątne wychodzące z jednego wybranego wierzchołka. Oceń prawdziwość zdań. Jeżeli zdanie jest prawdziwe, wskaż P, jeżeli fałszywe – F.

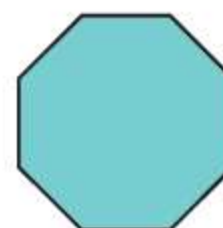
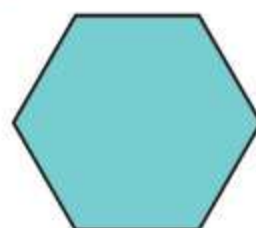
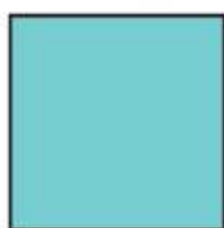
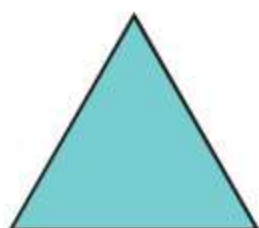
Z jednego wierzchołka wychodzą 3 przekątne.	P	F
Narysowane przekątne podzieliły sześciokąt na 4 trójkąty.	P	F
Suma miar kątów wewnętrznych sześciokąta jest równa 720° .	P	F

- 15** Czy czworokąt może mieć 2 kąty wewnętrzne proste i 1 kąt rozwarty? Odpowiedź uzasadnij.
- 16** W czworokącie *ABCD* kąt przy wierzchołku *B* ma miarę 2 razy większą, kąt przy wierzchołku *C* – 4 razy większą, a przy wierzchołku *D* – 3 razy większą niż kąt przy wierzchołku *A*. Podaj miary kątów tego czworokąta i narysuj go.



A to ciekawe!

Wśród wielokątów wyróżnijmy te, które mają **wszystkie kąty takiej samej miary i boki takiej samej długości**, np.



Są to **wielokąty foremne**.

Wokół siebie możesz poszukać figur, które mają kształt wielokątów foremnych. Zwróć uwagę na płytki w posadzkach lub niektóre okna w starych budowlach. A może przedmioty w kształcie wielokątów foremnych znajdziesz w swoim domu?

Odszukaj znaki drogowe mające kształt wielokąta foremnego. Jak nazywają się te znaki?



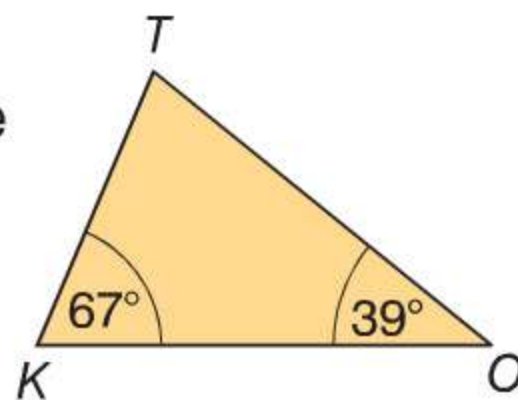
Wyzwanie

Oblicz sumę miar kątów wewnętrznych ośmiokąta foremnego przedstawionego w **A to ciekawe!** oraz miarę jednego kąta wewnętrznego sześciokąta foremnego.



Sprawdź się!

- 1 Narysuj 2 różne trójkąty. Zmierz ich kąty wewnętrzne. Oblicz sumę miar kątów wewnętrznych.
- 2 W trójkącie KOT kąt wewnętrzny KTO ma miarę
A. 64° B. 90° C. 76° D. 74°
- 3 W czworokącie $SOWA$ miary trzech kątów wewnętrznych są równe: 105° , 70° , 83° . Oblicz miarę czwartego kąta tego czworokąta.
- 4 Narysuj dowolny czworokąt i pięciokąt. W każdym z nich narysuj wszystkie przekątne.
- 5 Czy trójkąt może mieć jeden kąt wewnętrzny prosty, a drugi rozwarty? Odpowiedź uzasadnij.



4. Obwód wielokąta



Sowa przypomina

Obwodem wielokąta nazywamy sumę długości wszystkich jego boków.

- Obliczanie obwodu prostokąta

Sposób I

$$\text{obwód} = 2 \cdot (25 \text{ cm} + 12 \text{ cm}) = 74 \text{ cm}$$

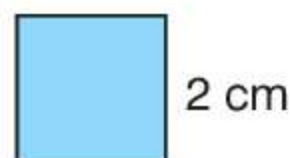
Sposób II

$$\text{obwód} = 2 \cdot 25 \text{ cm} + 2 \cdot 12 \text{ cm} = 74 \text{ cm}$$



- Obliczanie obwodu kwadratu

$$\text{obwód} = 4 \cdot 2 \text{ cm} = 8 \text{ cm}$$



Przykład 1.

Obliczmy obwód czworokąta $KORA$, w którym:

- $|KA| = 10 \text{ cm}$,
- bok AR jest 5 razy krótszy od boku KA ,
- bok KO jest 3 razy dłuższy od boku AR ,
- bok OR jest o 3 cm dłuższy od boku KO .

Uwaga. Literą L zastąpimy wyraz „obwód”.

Wykonajmy rysunek pomocniczy i obliczenia:

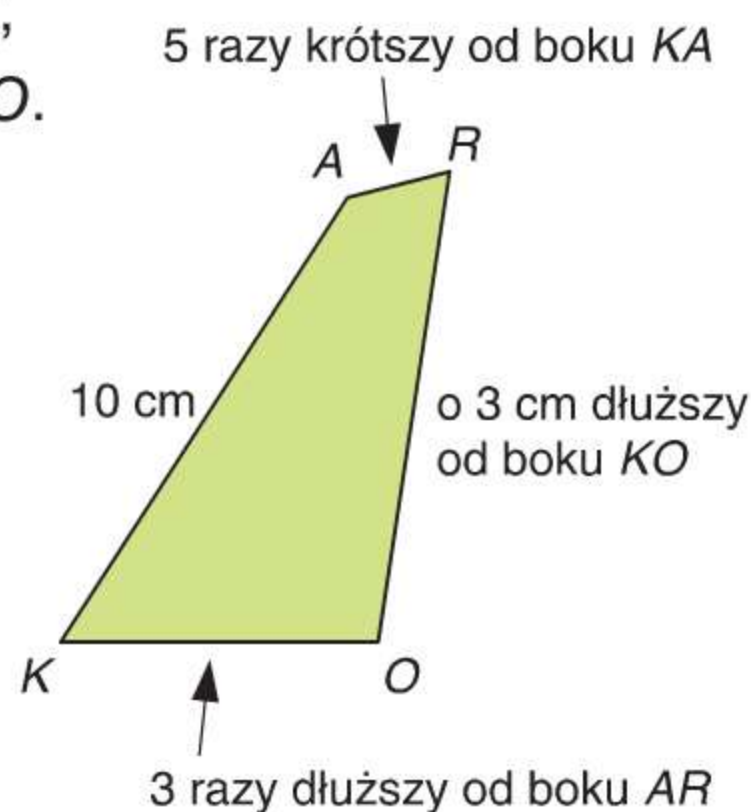
$$|KA| = 10 \text{ cm}$$

$$|AR| = 10 : 5 = 2 \text{ [cm]}$$

$$|KO| = 3 \cdot 2 = 6 \text{ [cm]}$$

$$|OR| = 6 + 3 = 9 \text{ [cm]}$$

$$\begin{aligned} L &= |KA| + |AR| + |KO| + |OR| = \\ &= 10 + 2 + 6 + 9 = 27 \text{ [cm]} \end{aligned}$$



Odpowiedź. Obwód czworokąta $KORA$ jest równy 27 cm.

Przykład 2.

Jeden bok trójkąta ma 9 dm 75 mm długości, drugi jest od niego o 3 dm 8 cm krótszy. Obwód tego trójkąta jest równy 24 dm 15 mm. O ile centymetrów krótszy jest drugi bok trójkąta od trzeciego boku?

Rozwiązanie zadania zaczniemy od wyrażenia danych w milimetrach:

długość pierwszego boku: 9 dm 75 mm = 975 mm

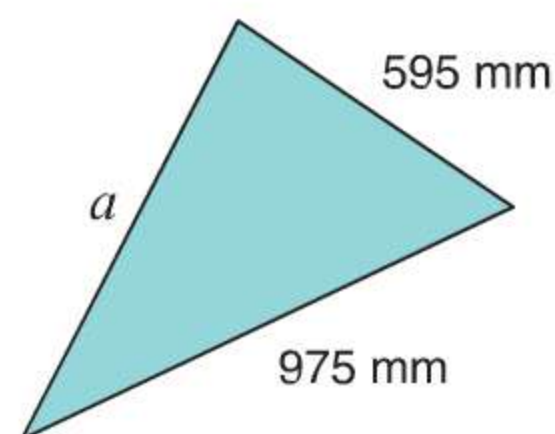
obwód (L): 24 dm 15 mm = 2415 mm

3 dm 8 cm = 380 mm

Obliczmy długość drugiego boku trójkąta:

$975 \text{ mm} - 380 \text{ mm} = 595 \text{ mm}$

Wykonajmy rysunek pomocniczy, na którym długość trzeciego boku oznaczmy literą a .



Obliczmy długość trzeciego boku ze wzoru na obwód trójkąta:

$$975 + 595 + a = 2415$$

Dodajemy długości dwóch boków.

$$1570 + a = 2415$$

Obliczamy drugi składnik sumy.

$$a = 2415 - 1570$$

$$a = 845 \text{ [mm]}$$

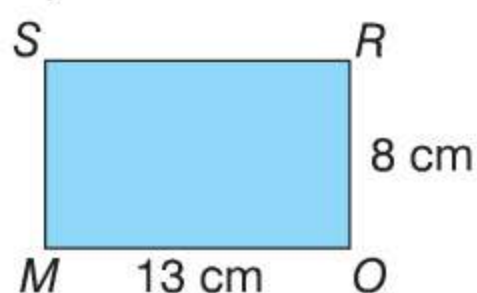
Obliczmy, o ile krótszy jest drugi bok trójkąta od trzeciego boku:

$$845 - 595 = 250 \text{ [mm]} \quad 250 \text{ mm} = 25 \text{ cm}$$

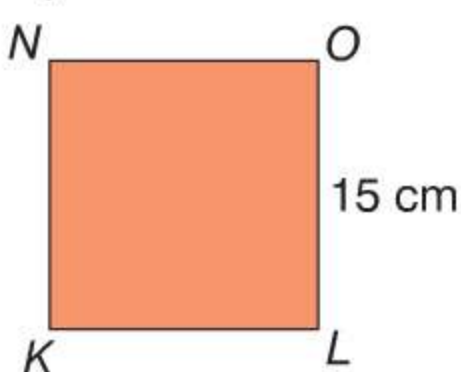
Odpowiedź. Drugi bok trójkąta jest o 25 cm krótszy od trzeciego boku.

1 Oblicz obwód wielokąta.

a)



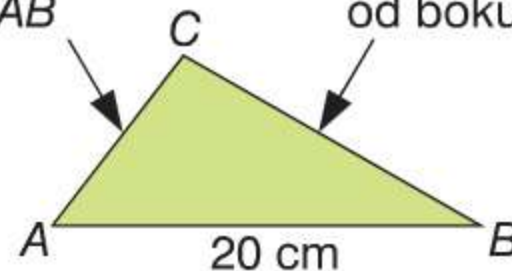
b)



c)

2 razy krótszy
od boku AB

o 4 cm krótszy
od boku AB



2 Narysuj:

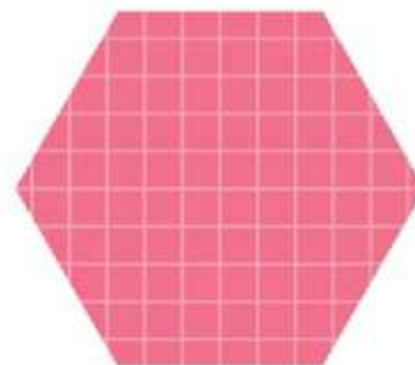
- a) kwadrat o obwodzie 14 cm,
- b) prostokąt o obwodzie 22 cm.

3 Działka ma kształt prostokąta. Jeden bok ma długość 22 m, a drugi jest o 6 m dłuższy. Jaki jest obwód działki?



- 4 Obwód prostokąta ma 80 cm, a szerokość 18 cm. Długość jest równa
A. 22 cm B. 62 cm C. 18 cm D. 20 cm

- 5 Maciek wyciął sześciokąt foremny, czyli sześciokąt o równych bokach i kątach równej miary. Bok sześciokąta miał 15 cm 5 mm długości. Oblicz obwód tej figury.



- 6 Obwód trójkątnej działki jest równy 1150 dm. Jeden bok ma 41 m długości, a drugi jest od niego o 7000 mm krótszy. Oblicz długość trzeciego boku trójkąta.

- 7 Jeden z boków trójkąta ma długość 55 dm, a drugi jest od niego 2 razy dłuższy. Trzeci bok tego trójkąta jest o 2500 mm krótszy od drugiego boku.

Uzupełnij zdania. Wybierz poprawne odpowiedzi spośród A i B oraz C i D.

Trzeci bok trójkąta ma długość A / B. A. 75 dm B. 85 dm

Obwód trójkąta ma długość C / D. C. 25 m D. 19 m

- 8 Obwód trójkąta KOT jest równy 17 dm. Bok KO jest równy 700 mm, a bok OT jest od niego o 30 cm krótszy. Oblicz długość boku KT .

- 9 Na ogrodzenie kwadratowej działki zużyto 176 metrów bieżących siatki. Szerokość furtki i bramy jest równa 4 m. Długość jednego boku tej działki wynosi

A. 44 m B. 86 m C. 88 m D. 45 m



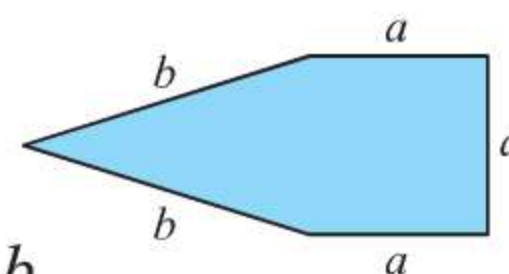
- 10 Obwód prostokąta jest równy 32 cm. Jeden bok jest 3 razy dłuższy od drugiego. Boki tego prostokąta są równe

A. 15 cm, 5 cm B. 7 cm, 9 cm

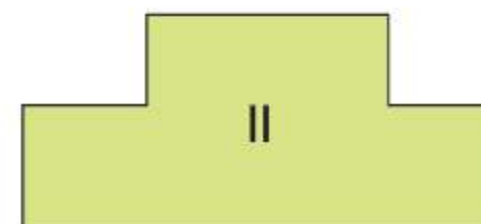
C. 12 cm, 4 cm D. 6 cm, 10 cm



- 11 Suma długości trzech jednakowych boków pięciokąta oznaczonych na rysunku literą a jest równa 24 cm i jest ona 2 razy mniejsza od obwodu tej figury. Dwa pozostałe boki pięciokąta, oznaczone na rysunku literą b , też są równe. Oblicz długości boków tego pięciokąta.



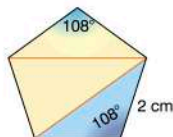
- 12 Która figura ma większy obwód? Odpowiedź uzasadnij.



Na podstawie poniższej informacji rozwiąż zadania 13.–15.

Siedziba Departamentu Obrony USA mieści się w budynku nazywanym Pentagonem. Budynek ten w podstawie ma pięciokąt o równych bokach oraz kątach tej samej miary. Taki pięciokąt nazywa się pięciokątem foremnym. Jego bok ma 280 m długości. Czy wiesz, co oznacza częstka *penta*?

- 13 Narysuj pięciokąt foremnym, którego każdy bok ma 2 cm, a każdy kąt wewnętrzny – 108° .



- 14 Adam planuje przejść w czasie 28 min drogę równą obwodowi podstawy Pentagonu. Z jaką prędkością średnią musi iść Adam? Wynik podaj w $\frac{\text{m}}{\text{min}}$.

- 15 Robert obliczył, że przejście drogi równej długości wszystkich korytarzy w budynku Pentagonu zajęłoby mu 420 min, gdyby szedł z prędkością średnią $4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Jaką długość mają wszystkie korytarze w tym budynku?

Sprawdź się!

- 1 Jeden bok trójkąta ma 8 cm długości, a pozostałe boki są równe i mają po 15 cm. Obwód tego trójkąta jest równy
A. 38 cm B. 15 cm C. 23 cm D. 8 cm
- 2 Pan Adam wyznaczył na działce miejsce w kształcie kwadratu, aby posadzić tam warzywa. Wokół postawił płotek o długości 42 m. Oblicz długość boku tego warzywnika.
- 3 Jeden bok prostokąta ma długość 65 cm, a drugi jest 2 razy dłuższy. Oblicz obwód tego prostokąta. Zapisz ten obwód w mm, cm, dm.
- 4 Prostokąt o wymiarach 6 dm i 420 mm oraz kwadrat i sześciokąt o jednakowych bokach mają taki sam obwód. Oblicz długości boków kwadratu i sześciokąta.
- 5 W czworokącie MEWA długość boku ME jest równa 3 cm, bok EW jest o 2 cm dłuższy od boku ME, bok MA jest połową boku EW, a bok WA jest o 1 cm krótszy od boku EW. Wykonaj rysunek pomocniczy i oblicz obwód czworokąta MEWA.

5. Figury w skali



Sowa przypomina

- Skala 1 : 1



- Skala 2 : 1

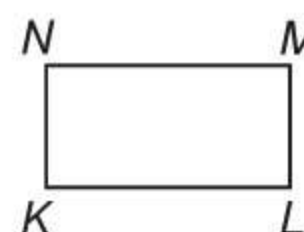


Wymiary drugiej igły są 2 razy większe niż pierwszej.

- Wymiary prostokąta $ABCD$ zostały zmniejszone 3 razy. Prostokąt $ABCD$ został narysowany w skali 1 : 3 i nazwano go prostokątem $KLMN$.



Skala 1 : 1



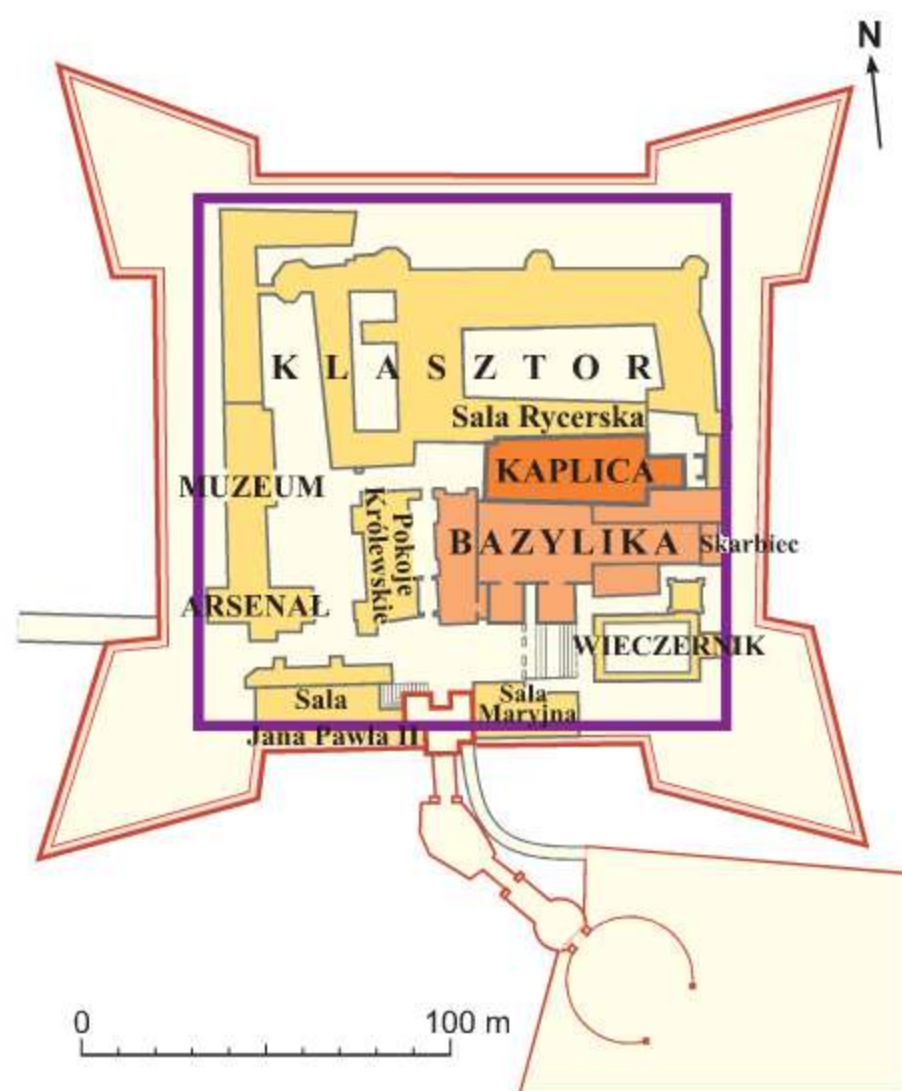
Skala 1 : 3

- Na planie przedstawiono Jasną Górę* w Częstochowie. Wyróżniony obszar ma kształt kwadratu.

Plan wykonano w skali 1 : 4000.

Oznacza to, że każdy przedstawiony element na planie jest w rzeczywistości 4000 razy większy. Przekątna wyróżnionego kwadratu jest odcinkiem o długości około 5 cm. W rzeczywistości jest to odległość równa około:

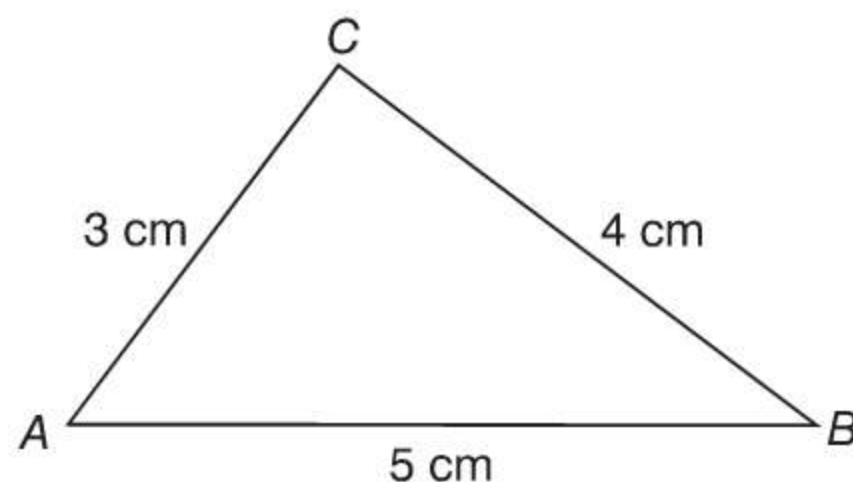
$$4000 \cdot 5 \text{ cm} = 20\,000 \text{ cm} = 200 \text{ m}$$



* Główny ośrodek kultu maryjnego w Polsce, dawniej także twierdza z czterema narożnymi bastionami – miejsce, gdzie znajduje się cudowny obraz Matki Boskiej Częstochowskiej.

Przykład 1.

Trójkąt, taki jak na rysunku obok, narysujemy za pomocą cyrkla i linijki w skali 1 : 1.



1. Kreślimy odcinek AB o długości 5 cm

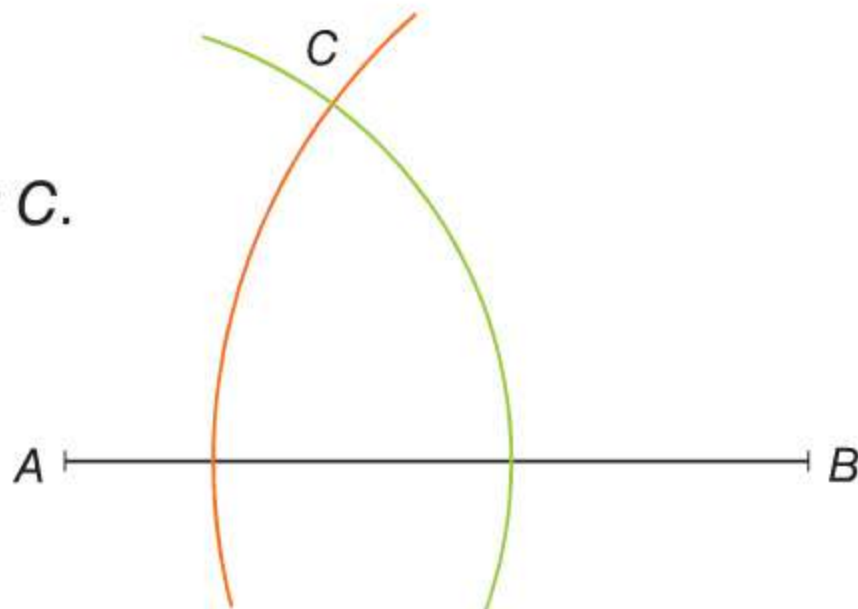


2. Kreślimy łuk okręgu o środku w punkcie B i promieniu 4 cm.

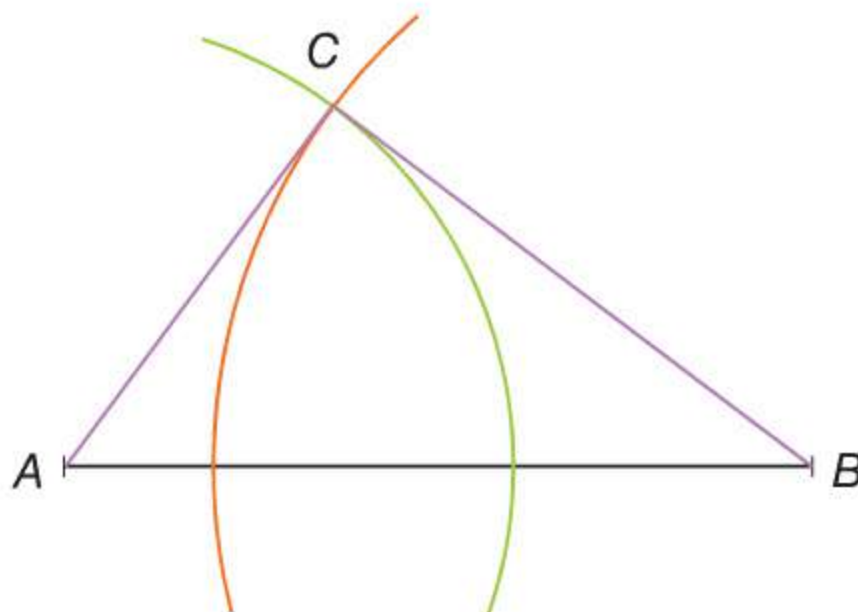


3. Kreślimy łuk okręgu o środku w punkcie A i promieniu 3 cm. Punkt przecięcia łuków oznaczamy C .

Zwróćmy uwagę, by po odmierzeniu odcinka i rozstawieniu nóżek cyrkla na odpowiednią odległość nie zmienić ich położenia.



4. Punkt C łączymy z punktami A i B .



Rysowanie figury z użyciem cyrkla i linijki bez podziałki nazywa się konstrukcją.

Przykład 2.

Trójkąt ABC o bokach długości: 3 cm, 4 cm, 5 cm skonstruujmy w skali 1 : 2.

Skala 1 : 2 oznacza, że każdy bok trójkąta zostanie zmniejszony 2 razy. Narysujemy odcinki 2 razy krótsze niż boki trójkąta ABC :

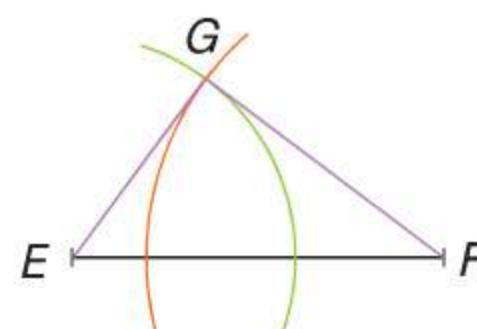
$$5 \text{ cm} : 2 = 2 \text{ cm } 5 \text{ mm} \quad 4 \text{ cm} : 2 = 2 \text{ cm} \quad 3 \text{ cm} : 2 = 1 \text{ cm } 5 \text{ mm}$$



Konstrukcję z wykorzystaniem otrzymanych odcinków wykonujemy według punktów podanych w **Przykładzie 1**.

Otrzymujemy trójkąt EFG .

Trójkąt EFG to narysowany w skali 1 : 2 trójkąt ABC .



- 1 Skonstruuj trójkąt o bokach 4 cm, 6 cm i 8 cm w skali 1 : 1 i w skali 1 : 2. Oblicz obwód każdego z tych trójkątów.

- 2 Wykorzystaj kratki w zeszycie i narysuj przedstawiony obok wielokąt w skali 1 : 1 i 2 : 1. Co to za wielokąt?

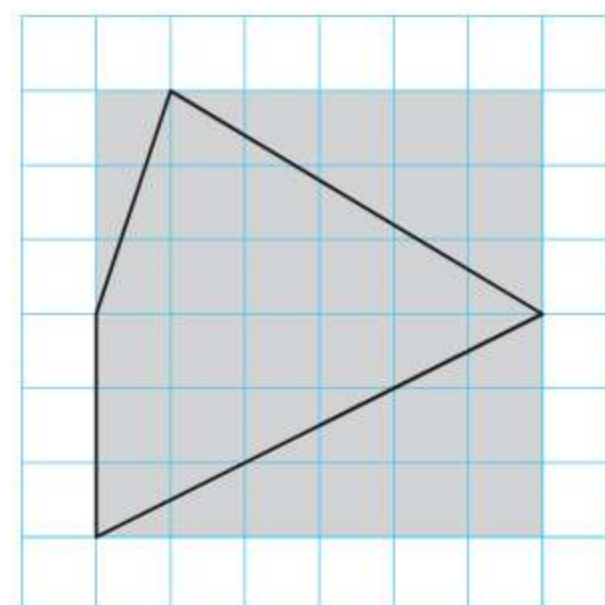
- 3 Prostokąt ma wymiary 25 cm $\times$ 30 cm. W skali 1 : 5 prostokąt ten ma wymiary

A. 4 cm $\times$ 6 cm

B. 5 cm $\times$ 6 cm

C. 12 cm 5 mm $\times$ 15 cm

D. 5 cm $\times$ 7 cm



- 4 Działka ma kształt prostokąta o wymiarach 30 m $\times$ 70 m. Uzupełnij zdania. Wybierz poprawne odpowiedzi spośród A i B oraz C i D.

W skali 1 : 250 działka ma wymiary A / B.

A. 15 cm $\times$ 35 cm

B. 12 cm $\times$ 28 cm

W skali 1 : 250 obwód działki jest równy C / D. C. 100 cm D. 80 cm

- 5 Narysuj koło o promieniu 15 mm w skali 1 : 1 oraz w skali 2 : 1.

a) Narysuj w obu kołach dwie prostopadłe średnice.

b) Napisz, jakie są długości średnic narysowanych kół.

- 6 Brzoza wydziela substancje, które powodują niszczenie szkodliwych bakterii w powietrzu w odległości 3 m od pnia. Piotr chce posadzić 5 brzoź na działce w kształcie kwadratu o boku 20 m. Wykonaj plan działki w skali 1 : 200. Zaznacz na planie punkty, w których można posadzić brzozy. Pokoloruj obszar wokół brzoź, gdzie są niszczone bakterie.

Skorzystaj z mapy województwa podlaskiego i rozwiąż zadania 7.–11.

- 7 Skala 1 : 2 500 000 oznacza, że 1 cm na mapie to w rzeczywistości
A. 2 km 500 m B. 250 km
C. 25 km D. 250 m
- 8 Zmierz na mapie odległość w linii prostej między Białymstokiem a Wysokiem Mazowieckiem. Jaka to odległość w rzeczywistości?
- 9 Jaka jest rzeczywista odległość w linii prostej między Łomżą a Mońkami?
- 10 Znajdź na mapie 2 miasta, które w rzeczywistości są oddalone o 25 km. Porównaj swoją odpowiedź z odpowiedzią innych osób w klasie.
- 11 Wyszukaj na mapie 2 miasta oddalone od siebie o 3 cm. Ile to kilometrów w rzeczywistości?



- 12 Rzeczywista odległość w linii prostej między Łomżą a Sokółką jest równa 100 km. Na pewnej mapie odległość ta jest równa 5 cm. W jakiej skali jest wykonana ta mapa?

Wskaż poprawną odpowiedź A lub B i jej uzasadnienie I lub II.

A. 1 : 200 000,	ponieważ	I. 1 cm na tej mapie to 20 km w terenie.
B. 1 : 2 000 000,		II. $1\,000\,000 : 5 = 200\,000$.



Na podstawie poniższej informacji rozwiąż zadania 13.–15.

Półwysep Helski, którego długość jest równa 35 km, przedstawiono na mapie w skali 1 : 500 000.

13 Długość Półwyspu Helskiego na tej mapie wynosi

- A. 10 cm B. 7 cm
C. 5 cm D. 3 cm

14 Na półwyspie w odległości 10 km od siebie leżą Kuźnica i Jurata. Jaka jest odległość między tymi miejscowościami na tej mapie?

15 Odcinek łączący Chałupy i Hel na tej mapie jest równy 6 cm. Jaka jest w rzeczywistości odległość w linii prostej między tymi miejscowościami?



Półwysep Helski



Sprawdź się!

- 1** Kwadrat o boku 8 dm narysuj w skali 1 : 10. Oblicz obwód narysowanego kwadratu.
- 2** Prostokąt ma wymiary 750 cm × 375 cm. Jego obwód w skali 2 : 1 jest równy
A. 1125 cm B. 45 m C. 220 dm D. 225 dm
- 3** Trójkąt *MAK* ma wymiary: 8 cm, 6 cm, 5 cm. Skonstruuuj trójkąt *MAK* w skali 1 : 2.
- 4** Harcerze schowali list w odległości 4 m od drzewa. Wykonaj rysunek w skali 1 : 200. Zaznacz miejsca, w których można szukać listu. Jak nazywa się narysowana figura?
- 5** Tatrzańska trasa z Hali Ornak do Smreczyńskiego Stawu ma długość 1 km 300 m. Na planie Tomka długość tej trasy jest równa 20 cm, a na planie Ali – 26 cm.
a) W jakiej skali wykonał plan Tomek, a w jakiej wykonała plan Ala?
b) Tomek z Alą przeszli tę trasę w ciągu 30 min. Z jaką prędkością średnią się poruszali?
O której godzinie rozpoczęli wędrowkę, jeżeli do Smreczyńskiego Stawu doszli o godz. 10.16?



Ornak

Zadania utrwalające

- 1 Dane są punkty B , U , K , które nie leżą na jednej prostej. Narysuj wszystkie proste, które przechodzą przez każde 2 wymienione punkty, a następnie prostą a prostopadłą do prostej UK oraz prostą b równoległą do prostej UK . Określ wzajemne położenie prostych a i b .
- 2 Narysuj półprostą AB , odcinek CD oraz proste a , b , takie że $a \parallel b$.
- 3 Narysuj proste przecinające się tak, by jeden z utworzonych kątów miał miarę 40° . Jakie są miary pozostałych kątów? Wyjaśnij, dlaczego.
- 4 Narysuj prostą a oraz punkt B poza tą prostą, a następnie odcinek BC o długości równej odległości punktu B od prostej a .
- 5 Narysuj kąty o miarach: 65° , 135° , 90° , 170° . Nazwij te kąty. Pod każdym z nich napisz, jaki to rodzaj kąta.
- 6 Narysuj proste równoległe odległe od siebie o 1 cm 5 mm.
- 7 Zapisz wyrażenia w podanych jednostkach.
a) w metrach: 700 cm, 2 km, b) w centymetrach: 230 mm, 19 dm.
- 8 Narysuj kąty przyległe, z których jeden ma miarę 75° . Podaj miarę drugiego kąta.
- 9 Dane są kąty przyległe, z których jeden jest o 10° większy od drugiego. Jakie miary mają te kąty?
- 10 Dane są kąty przyległe, z których jeden jest 3 razy większy od drugiego. Jakie miary mają te kąty? Narysuj te kąty.
- 11 Narysuj dowolny trójkąt i czworokąt, a następnie zaznacz kolorem:
a) niebieskim – boki każdej figury, b) żółtym – wierzchołki,
c) czerwonym – kąty wewnętrzne, d) brązowym – przekątne.
- 12 Narysuj łamaną o pięciu bokach i długości 10 cm 5 mm.

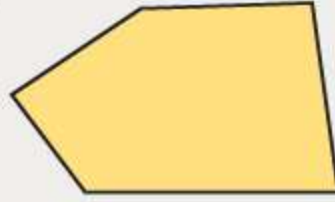


13 Podaj nazwę każdego wielokąta.

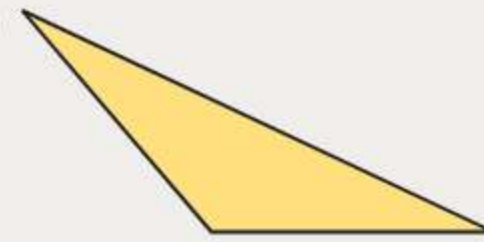
a)



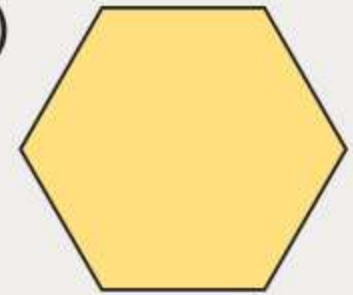
b)



c)



d)



14 Czy te kąty mogą być kątami wewnętrznymi trójkąta?

a) 30° , 90° , 60°

b) 126° , 31° , 23°

c) 85° , 45° , 55°

15 Czy te kąty mogą być kątami wewnętrznymi czworokąta?

a) 45° , 110° , 35° , 170°

b) 90° , 120° , 40° , 120°

c) 58° , 130° , 72° , 100°

16 Skonstruuj trójkąt o podanych bokach.

a) 4 cm, 4 cm, 7 cm

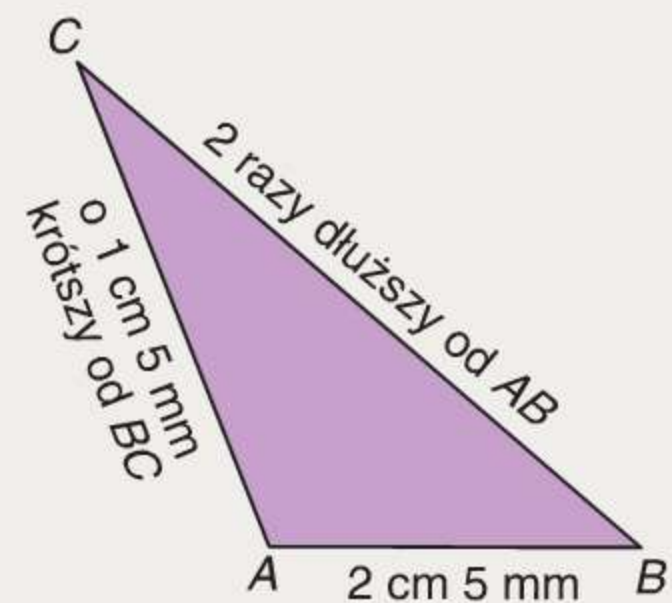
b) 5 cm, 5 cm, 5 cm

c) 3 cm, 4 cm, 5 cm

17 Na rysunku obok przedstawiono trójkąt ABC.

a) Oblicz obwód tego trójkąta.

b) Jakie wymiary będzie miał ten trójkąt w skali 4 : 1?



18 Dany jest kwadrat o boku 6 cm i prostokąt o bokach 6 cm i 9 cm. Narysuj te figury w skali 1 : 3. Oblicz obwody narysowanych figur.

19 Prostokątna działka ma wymiary 50 m $\times$ 120 m.

a) Jaki jest obwód tej działki?

b) Jakie wymiary ma ta działka na planie w skali 1 : 500?

20 Na planie wykonanym w skali 1 : 200 taras w kształcie prostokąta ma wymiary 12 cm $\times$ 9 cm. Oblicz rzeczywiste wymiary i obwód tego tarasu.

21 Plac zabaw ma kształt kwadratu o boku 40 m. Jaką długość ma bok tego placu na planie w skali 1 : 250?

22 Działka ma kształt prostokąta o bokach 60 m i 80 m. Na planie długości boków tej działki są równe 15 cm i 20 cm. W jakiej skali został wykonany ten plan?

Zadania sprawdzające

Obliczenia i odpowiedzi zapisz w zeszytce.

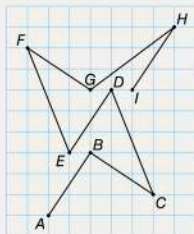
- 1 Na podstawie rysunku odpowiedz na pytania.

a) Który zapis jest **błędny**?

- A. $AB \parallel IH$ B. $AB \parallel ED$
C. $BC \parallel GH$ D. $BC \parallel FG$

b) Ile par odcinków prostopadłych jest na rysunku?

- A. 7 B. 6 C. 5 D. 4

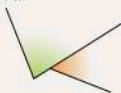


- 2 W której parze wielkości **nie są** równe?

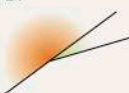
- A. 22 dm i 2200 mm B. 7 km 6 m i 7006 m
C. 5800 cm i 58 m D. 4700 mm i 47 cm

- 3 Na którym rysunku przedstawiono kąty przyległe?

A.



B.



C.



D.



- 4 Uzupełnij zdania. Wybierz poprawne odpowiedzi spośród A i B oraz C i D.
Jeżeli jeden z kątów przyległych ma miarę 99° , to miara drugiego kąta jest równa A / B.

- A. 91° B. 81°

Jeżeli jeden z kątów przyległych ma miarę 2 razy większą od drugiego, to kąt rozwarty ma miarę C / D.

- C. 120° D. 100°

- 5 W trójkącie MAK kąty ostre mają miary 28° i 49° . Jaką miarę ma trzeci kąt tego trójkąta?

- A. 103° B. 93° C. 113° D. 105°

- 6 Kątami wewnętrznymi trójkąta **nie mogą** być kąty o miarach

- A. 115° , 65° , 10° B. 90° , 45° , 45° C. 91° , 82° , 7° D. 70° , 30° , 80°

- 7 Jeżeli trzy kąty wewnętrzne czworokąta mają miary: 170° , 46° , 124° , to czwarty kąt wewnętrzny tego czworokąta ma miarę

- A. 30° B. 100° C. 120° D. 20°



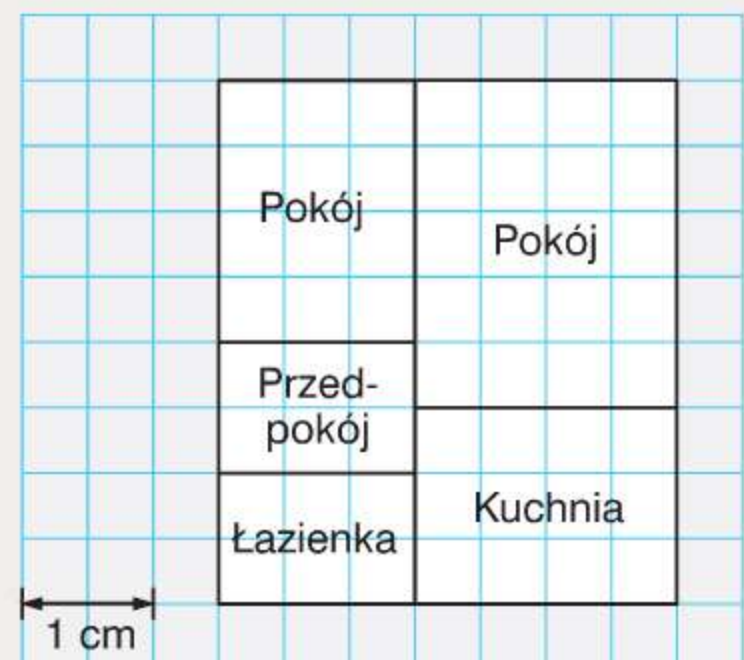
- 8 Obwód kwadratu jest równy 22 m, więc bok tego kwadratu jest równy
A. 5 m 50 cm B. 4 m 50 cm C. 5 m D. 5 m 25 cm
- 9 Jaki jest obwód prostokąta o wymiarach $25 \text{ mm} \times 53 \text{ cm}$?
A. 78 mm B. 11 dm C. 111 cm D. 156 cm
- 10 Obwód prostokątnej działki ma 86 m. Jeden bok działki jest o 7 m dłuższy od drugiego. Dłuższy bok działki ma długość
A. 8 m 50 cm B. 39 m 50 cm C. 25 m D. 50 m
- 11 Obwód prostokąta jest równy 82 cm, a jego szerokość jest o 9 cm krótsza od długości. Długość prostokąta jest równa
A. 32 cm B. 365 mm C. 25 cm D. 16 cm
- 12 Prostokąt *KINO* narysowano w pewnej skali i otrzymano prostokąt *SZYB*. Jaka to skala?



- A. 3 : 1 B. 2 : 1 C. 1 : 2 D. 1 : 1

- 13 Od wsi Kluski do wsi Dalachów jest 8 km. Na mapie w skali 1 : 50 000 odległość ta jest równa
A. 16 mm B. 8 cm C. 16 cm D. 160 cm
- 14 Na mapie wykonanej w skali 1 : 5 000 000 odległość w linii prostej Gdańska od Wrocławia jest równa 7 cm 5 mm. Rzeczywista odległość w linii prostej Gdańska od Wrocławia wynosi
A. 325 km B. 255 km C. 375 km D. 425 km

- 15 Na podstawie planu mieszkania wykonanego w skali 1 : 200 uzupełnij zdania. Wybierz poprawne odpowiedzi spośród A i B oraz C i D.
Większy pokój ma wymiary A / B.
A. $3 \text{ m} \times 4 \text{ m}$ B. $4 \text{ m} \times 5 \text{ m}$
Obwód podłogi w kuchni jest równy C / D.
C. 14 m D. 10 m



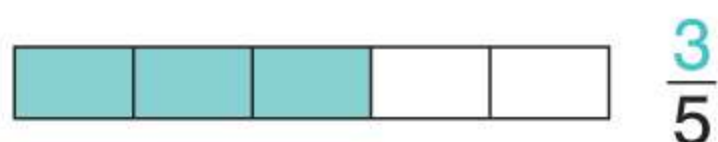
1. Iloraz dwóch liczb



Sowa przypomina

- Ułamek zwykły to iloraz dwóch liczb.

$\frac{3}{5}$
 licznik
 kreska ułamkowa
 mianownik



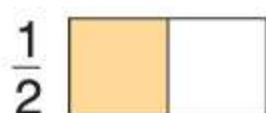
Licznik wskazuje, ile jednakowych części wzięto (wyróżniono).

Kreska ułamkowa zastępuje znak dzielenia: $\frac{3}{5} = 3 : 5$.

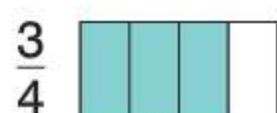
Mianownik wskazuje, na ile równych części podzielono całość.

- Ułamki zwykłe dzielimy na:

właściwe



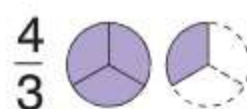
$$\frac{1}{2} < 1$$



$$\frac{3}{4} < 1$$

Licznik jest mniejszy od mianownika.

niewłaściwe



$$\frac{4}{3} > 1$$



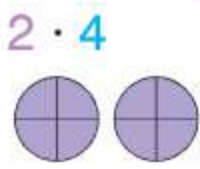
$$\frac{2}{2} = 1$$

Licznik jest większy od mianownika lub licznik jest równy mianownikowi.

- W postaci ułamka niewłaściwego można zapisać:

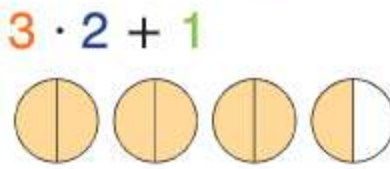
liczbę naturalną

$$2 = \frac{8}{4}$$

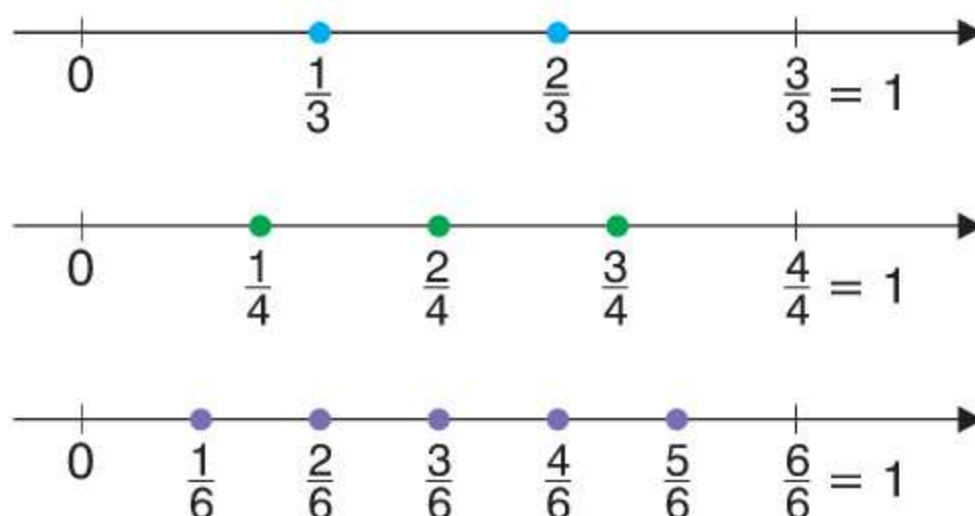


liczbę mieszaną

$$3\frac{1}{2} = \frac{7}{2}$$

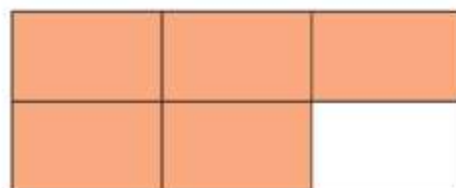


- Każdy ułamek zwykły ma swoje miejsce na osi liczbowej.



- 1 Zapisz w postaci ułamka liczbę:
 a) jedna druga, b) trzy piąte, c) jedna dziesiąta.
- 2 Zapisz słowami: $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{2}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{8}$, $1\frac{1}{3}$, $2\frac{2}{5}$, $3\frac{5}{8}$, $1\frac{3}{10}$.

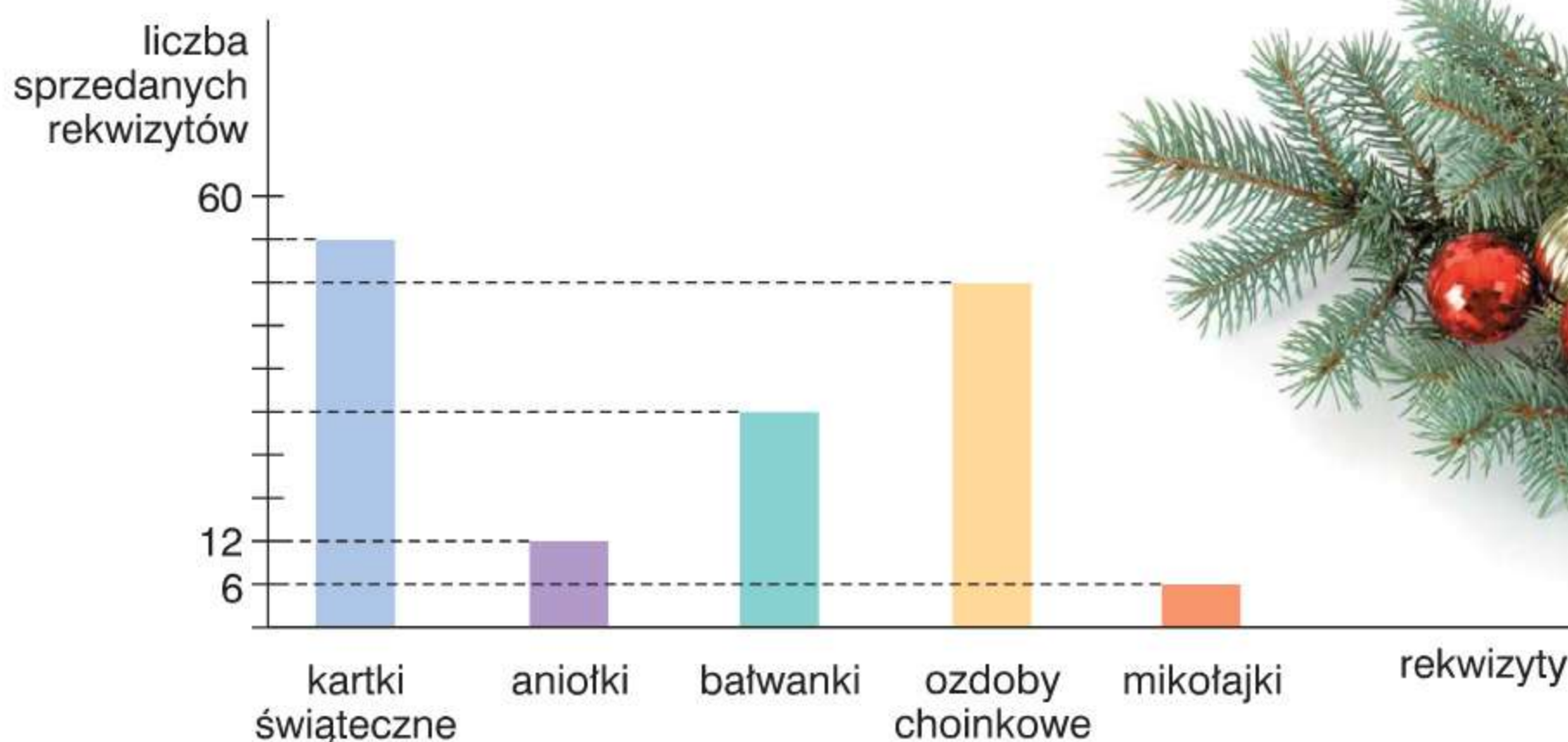
- 3 Jaką część prostokąta zamalowano kolorem pomarańczowym?



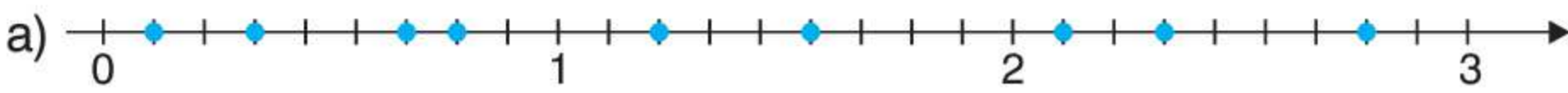
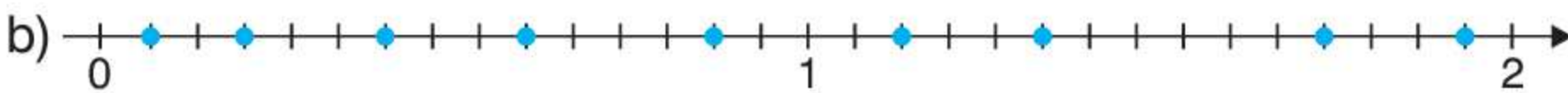
- A. $\frac{5}{6}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

- 4 Narysuj 5 prostokątów o wymiarach 4 kratki na 6 kratek. Pokoloruj odpowiednio: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{7}{12}$ prostokąta.

- 5 Przed mikołajkami uczniowie klas piątych zorganizowali kiermasz świąteczny. Liczbę sprzedanych rekwizytów zilustrowano na diagramie.



- a) Ile sztuk każdego rekwizytu sprzedano na kiermaszu?
 b) Ile rekwizytów sprzedano łącznie?
 c) Jaką część wszystkich sprzedanych rekwizytów były aniołki, jaką mikołajki, a jaką bałwanki?
 d) Ułóż pytanie do diagramu i odpowiedz na nie.
- 6 Spośród ułamków $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{12}{5}$, $\frac{18}{6}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{13}{5}$ wypisz:
 a) ułamki właściwe, b) ułamki niewłaściwe.
- 7 Liczby mieszane: $3\frac{5}{7}$, $1\frac{2}{3}$, $4\frac{3}{5}$ zapisz w postaci ułamków niewłaściwych.

- 8 Liczby naturalne: 1, 2, 4, 5, 10 zapisz w postaci ułamków niewłaściwych:
a) o mianowniku 4, b) o mianowniku 6.
- 9 Odczytaj i zapisz liczby odpowiadające wyróżnionym punktom.
- a) 
- b) 
- 10 Narysuj dwie osie liczbowe. Obierz odpowiednią jednostkę na każdej z nich i zaznacz liczby.
- a) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{6}{8}$ b) $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{5}{6}$
- 11 Zapisz, jaką częścią:
- a) kilograma jest 20 g, b) metra jest 40 cm,
c) godziny jest 45 minut, d) złotówki jest 25 groszy.



Sprawdź się!

- 1 W szkolnej loterii fantowej na 10 losów 3 losy wygrywają. Jaką częścią wszystkich losów są losy wygrywające?
- 2 Zapisz, jaką częścią:
- a) godziny jest kwadrans, b) kilometra jest 750 m.
- 3 Który zapis jest **nieprawdziwy**?
- A. $1\frac{9}{10} = \frac{19}{10}$ B. $\frac{10}{8} = 1\frac{2}{8}$ C. $2\frac{1}{6} = \frac{13}{6}$ D. $\frac{12}{4} = 1\frac{2}{4}$
- 4 Które zdanie jest **fałszywe**?
- A. Ułamek niewłaściwy $\frac{15}{7}$ w postaci liczby mieszanej to $2\frac{1}{7}$.
B. Iloraz liczby 3 przez 5 można zapisać jako ułamek $\frac{3}{5}$.
C. Ułamek niewłaściwy jest równy 1 lub jest większy od 1.
D. Ułamek $\frac{1}{3}$ jest ilorazem liczby 3 przez liczbę 1.
- 5 Zapisz liczby odpowiadające wyróżnionym punktom.



2. Rozszerzanie i skracanie ułamków



Sowa przypomina

● Rozszerzanie ułamków

$$\frac{1}{2} \xrightarrow{\cdot 2} \frac{2}{4} \quad \frac{1}{2} \xrightarrow{\cdot 4} \frac{4}{8} \quad \frac{2}{4} \xrightarrow{\cdot 2} \frac{4}{8}$$

Ułamek można **rozszerzyć**: jego licznik i mianownik mnożymy przez tę samą liczbę różną od zera.

● Skracanie ułamków

$$\frac{2}{4} \xrightarrow{:2} \frac{1}{2} \quad \frac{4}{8} \xrightarrow{:4} \frac{1}{2} \quad \frac{4}{8} \xrightarrow{:2} \frac{2}{4}$$

Ułamek można **skrócić** (uproszczyć): jego licznik i mianownik dzielimy przez tę samą liczbę różną od zera.

● Ułamki nieskracalne

$$\begin{array}{ccc} \text{liczby pierwsze} \rightarrow \frac{5}{7} & \begin{array}{c} \text{liczba pierwsza} \\ \downarrow \\ \frac{3}{4} \\ \uparrow \\ \text{liczba złożona} \end{array} & \frac{9}{10} \leftarrow \text{liczby złożone} \end{array}$$

Licznik i mianownik każdego z tych ułamków nie mają wspólnego dzielnika większego od 1.

Przykład 1.

Przedstawmy iloraz $\frac{8:2}{6+8}$ w postaci ułamka nieskracalnego.

Najpierw musimy wykonać dzielenie w liczniku i dodawanie w mianowniku.

$$\frac{8:2}{6+8} = \frac{4}{14} \xrightarrow{:2} \frac{2}{7}$$

Ułamek $\frac{2}{7}$ jest nieskracalny.

- 7 Które zdanie jest **fałszywe**?
- A. Ułamek $\frac{18}{24}$ można skrócić przez 6.
 B. $\frac{5}{6} = \frac{20}{24}$
 C. Ułamek $\frac{12}{15}$ jest ułamkiem skracalnym.
 D. Ułamek $\frac{6}{15}$ jest ułamkiem nieskracalnym.
- 8 Przedstaw ilorazy w postaci ułamków nieskracalnych.
- a) $\frac{15 \cdot 12}{12 \cdot 17}$ b) $\frac{3 \cdot 7 \cdot 5}{9 \cdot 7 \cdot 5}$ c) $\frac{8 \cdot 10}{2 \cdot 4 \cdot 20}$ d) $\frac{3 + 5}{15 - 3}$

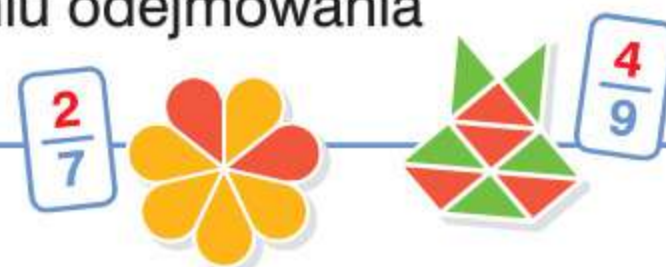


Wyzwanie

Czy można skrócić ułamek $\frac{333}{10^5 - 1}$?

Oceń prawdziwość poniższych odpowiedzi.

- a) Nie można powiedzieć przed wykonaniem obliczeń w mianowniku, czy taki ułamek można skrócić.
 b) Wspólnym dzielnikiem liczb występujących w liczniku i mianowniku jest tylko liczba 1, więc ułamka nie można skrócić.
 c) Ułamek można skrócić przez 9 po wykonaniu odejmowania w mianowniku.



Sprawdź się!

- 1 Rozszerz ułamki: $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{7}{10}$ do mianownika 20.
- 2 Skróć ułamki: $\frac{3}{6}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{8}{12}$, $\frac{5}{15}$, $\frac{15}{25}$ tak, aby otrzymać ułamki nieskracalne.
- 3 Ułamek $\frac{24}{36}$ **nie jest** równy ułamkowi
- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{4}{6}$ C. $\frac{12}{18}$ D. $\frac{8}{12}$
- 4 Zapisz ułamek właściwy, którego licznik i mianownik są liczbami pierwszymi. Rozszerz ten ułamek przez 4.
- 5 Przedstaw ilorazy w postaci ułamków nieskracalnych.
- a) $\frac{2 \cdot 2 \cdot 3}{4 \cdot 10}$ b) $\frac{27 \cdot 49}{18 \cdot 21}$ c) $\frac{10 - 4}{18}$

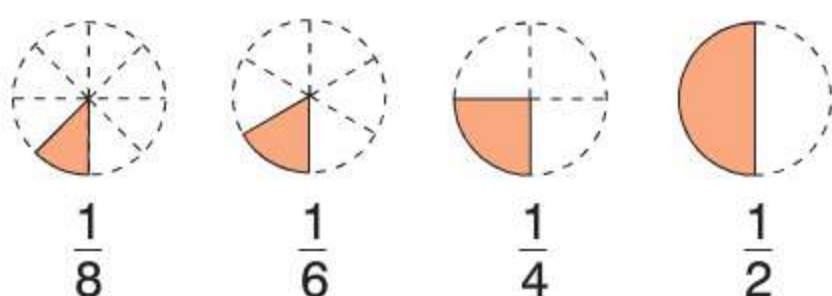


3. Porównywanie ułamków



Sowa przypomina

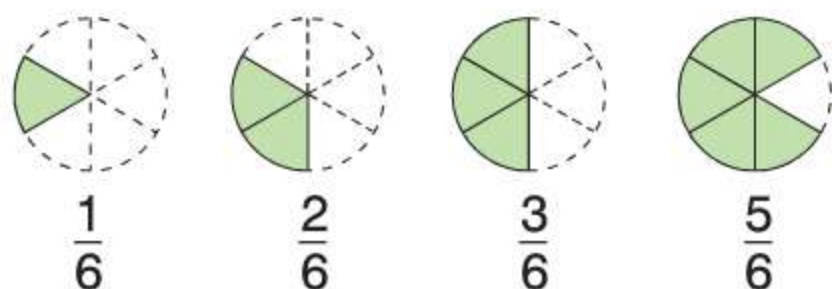
- Porównywanie ułamków o jednakowych licznikach



Ten ułamek jest większy, którego mianownik jest mniejszy (całość podzielono na mniej części).

$$\frac{1}{8} < \frac{1}{6} < \frac{1}{4} < \frac{1}{2}$$

- Porównywanie ułamków o jednakowych mianownikach



Ten ułamek jest większy, którego licznik jest większy (wzięto więcej jednakowych części).

$$\frac{1}{6} < \frac{2}{6} < \frac{3}{6} < \frac{5}{6}$$

Przykład 1.

Karol zjadł $\frac{2}{3}$, a Zosia $\frac{3}{4}$ takiego samego batona. Kto zjadł większą część batona?

Ułamki $\frac{3}{4}$ i $\frac{2}{3}$ mają różne liczniki i różne mianowniki.

Rozszerzmy je tak, by miały jednakowe mianowniki. Liczba 12 jest wielokrotnością liczb 3 i 4, więc rozszerzmy je do mianownika 12.

Ponieważ $12 : 3 = 4$, więc ułamek $\frac{2}{3}$ trzeba rozszerzyć przez 4, a $12 : 4 = 3$, więc ułamek $\frac{3}{4}$ trzeba rozszerzyć przez 3.

Karol $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ Zosia $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$

$\frac{8}{12} < \frac{9}{12}$

Ułamki $\frac{2}{3}$ i $\frac{3}{4}$ sprowadziliśmy do jednakowego mianownika.

Zatem $\frac{2}{3} < \frac{3}{4}$.

Odpowiedź. Większą część batona zjadła Zosia.



Przykład 2.

Porównajmy ułamki $\frac{2}{3}$ i $\frac{10}{12}$.

Sposób I

Rozszerzmy ułamek $\frac{2}{3}$ tak, aby miał mianownik 12.

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{12} \quad \text{Ułamek rozszerzamy przez 4.}$$

$$\frac{8}{12} < \frac{10}{12}, \text{ zatem } \frac{2}{3} < \frac{10}{12}.$$

Sposób II

Rozszerzmy ułamek $\frac{2}{3}$ tak, aby miał licznik 10.

$$\frac{2}{3} = \frac{10}{15} \quad \text{Ułamek rozszerzamy przez 5.}$$

$$\frac{10}{15} < \frac{10}{12}, \text{ zatem } \frac{2}{3} < \frac{10}{12}.$$

Odpowiedź. Ułamek $\frac{2}{3}$ jest mniejszy od ułamka $\frac{10}{12}$.



Jeżeli ułamki mają różne liczniki i mianowniki, to aby je porównać, trzeba sprowadzić je do jednakowego mianownika lub jednakowego licznika.

Przykład 3.

Porównajmy ułamki $\frac{4}{6}$ i $\frac{6}{9}$, sprowadzając je do jednakowego mianownika.

Sposób I

Nie można rozszerzyć ułamka $\frac{4}{6}$ tak, aby miał mianownik 9, ale obydwa ułamki można skrócić.

$$\frac{4}{6} = \frac{2}{3} \quad \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

Sposób II

Rozszerzmy ułamki do mianownika, który jest wielokrotnością liczb 6 i 9. Może to być ich iloczyn: $6 \cdot 9 = 54$.

$$\frac{4}{6} = \frac{4 \cdot 9}{6 \cdot 9} = \frac{36}{54} \quad \frac{6}{9} = \frac{6 \cdot 6}{9 \cdot 6} = \frac{36}{54}$$

Odpowiedź. Ułamki $\frac{4}{6}$ i $\frac{6}{9}$ są równe: $\frac{4}{6} = \frac{6}{9}$.



Aby sprowadzić ułamki do jednakowego mianownika, można je skrócić lub rozszerzyć.

- 1 Przepisz przykłady, zamiast $\blacklozenge$ napisz odpowiedni znak $>$, $<$ lub $=$.

a) $\frac{7}{8} \blacklozenge \frac{5}{8}$

b) $\frac{1}{6} \blacklozenge \frac{1}{8}$

c) $\frac{1}{2} \blacklozenge \frac{3}{4}$

d) $\frac{4}{6} \blacklozenge \frac{1}{9}$

$\frac{7}{3} \blacklozenge 2\frac{2}{3}$

$2\frac{3}{4} \blacklozenge \frac{11}{3}$

$1\frac{1}{2} \blacklozenge \frac{4}{3}$

$\frac{6}{10} \blacklozenge \frac{9}{15}$

- 2 W której parze ułamki **nie są** równe?

A. $\frac{4}{8}, \frac{1}{2}$

B. $\frac{3}{4}, \frac{16}{20}$

C. $\frac{2}{3}, \frac{8}{12}$

D. $\frac{7}{10}, \frac{14}{20}$

- 3 Uporządkuj podane ułamki.

a) rosnąco: $\frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{8}, 1\frac{1}{4}, \frac{5}{16}, \frac{7}{4}, \frac{3}{2}$

b) malejąco: $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{8}{9}, \frac{5}{18}, \frac{2}{6}, \frac{5}{9}$

- 4 Uzupełnij zdanie. Wybierz poprawną odpowiedź spośród A i B.

Ułamki większe od $\frac{2}{5}$, a mniejsze od $\frac{7}{10}$, to A / B.

A. $\frac{9}{20}, \frac{10}{20}, \frac{11}{20}, \frac{4}{5}, \frac{14}{20}$

B. $\frac{9}{20}, \frac{1}{2}, \frac{11}{20}, \frac{3}{5}, \frac{13}{20}$

- 5 Które zdanie jest prawdziwe?

A. Liczbami równymi są $\frac{6}{5}$ i $1\frac{2}{5}$.

B. $\frac{7}{20}$ metra to mniej niż $\frac{8}{25}$ metra.

C. $\frac{5}{6}$ doby to więcej niż $\frac{7}{8}$ doby.

D. Ułamek $\frac{2}{3}$ jest większy od ułamka $\frac{3}{5}$.

- 6 Ula zapisała 45 kartek w 60-kartkowym zeszycie, a Ala 48 kartek w zeszycie 80-kartkowym. Która z dziewcząt zapisała większą część zeszytu?



Sprawdź się!

- 1 Przepisz przykłady, zamiast $\blacklozenge$ napisz odpowiedni znak $>$, $<$ lub $=$.

a) $1\frac{4}{5} \blacklozenge \frac{9}{5}$

b) $1\frac{1}{2} \blacklozenge \frac{3}{4}$

c) $\frac{2}{3} \blacklozenge \frac{5}{6}$

d) $\frac{2}{8} \blacklozenge \frac{6}{7}$

- 2 Napisz 2 ułamki właściwe większe od $\frac{4}{9}$:

a) o liczniku 4,

b) o mianowniku 9.

- 3 Uporządkuj rosnąco ułamki: $\frac{4}{9}, \frac{4}{5}, \frac{4}{7}, \frac{4}{8}$.

- 4 Kasia zrobiła dwa bukiety. W pierwszym było 9 kwiatów, a wśród nich 6 róż, w drugim na 12 kwiatów było 8 róż. W którym bukiecie róże stanowiły jego mniejszą część?

- 5 Beata rozlała 1 l soku po równo do 5 szklanek, a Darek rozlał 2 l soku po równo do 12 kubków. Czy więcej soku było w szklance, czy w kubku? Odpowiedź uzasadnij.

4. Dodawanie i odejmowanie ułamków o jednakowych mianownikach



Sowa przypomina

- Dodawanie ułamków o jednakowych mianownikach

$$\frac{3}{8} + \frac{5}{8} = \frac{3+5}{8} = \frac{8}{8} = 1$$

Dodajemy liczniki, mianownik pozostaje bez zmian.

$$1\frac{2}{3} + 2\frac{2}{3} = 3\frac{4}{3} = 4\frac{1}{3}$$

Dodajemy całości, potem dodajemy ułamki.

- Odejmowanie ułamków o jednakowych mianownikach

$$\frac{5}{6} - \frac{4}{6} = \frac{5-4}{6} = \frac{1}{6}$$

Odejmujemy liczniki, mianownik pozostaje bez zmian.

$$3 - 1\frac{1}{3} = 2\frac{3}{3} - 1\frac{1}{3} = 1\frac{2}{3}$$

Jedną całość zamieniamy na ułamek niewłaściwy.

$$3 - 1\frac{1}{3} = \left(3 + \frac{2}{3}\right) - \left(1\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right) = 3\frac{2}{3} - 2 = 1\frac{2}{3}$$

Do obu liczb dodajemy $\frac{2}{3}$, aby odjemnik był liczbą naturalną.

$$4\frac{2}{5} - 1\frac{4}{5} = 3\frac{7}{5} - 1\frac{4}{5} = 2\frac{3}{5}$$

Jedną całość zamieniamy na ułamek niewłaściwy.

$$4\frac{2}{5} - 1\frac{4}{5} = \left(4\frac{2}{5} + \frac{1}{5}\right) - \left(1\frac{4}{5} + \frac{1}{5}\right) = 4\frac{3}{5} - 2 = 2\frac{3}{5}$$

Do obu liczb dodajemy $\frac{1}{5}$, aby odjemnik był liczbą naturalną.

Przykład 1.

Oszacujmy wyniki, a następnie wykonajmy działania.

a) $3\frac{6}{7} + 4\frac{4}{7}$ b) $5\frac{2}{5} - 2\frac{4}{5}$

a) Ułamki $\frac{6}{7}$ i $\frac{4}{7}$ zastąpmy ułamkiem $\frac{1}{2}$, mniejszym od każdego z nich.

Jeżeli zmniejszamy składniki, to suma maleje, więc:

$$3\frac{6}{7} + 4\frac{4}{7} > 3 + \frac{1}{2} + 4 + \frac{1}{2} = 8.$$

Zatem wynik dodawania powinien być nieco większy od 8.

Obliczmy sumę: $3\frac{6}{7} + 4\frac{4}{7} = 7\frac{10}{7} = 8\frac{3}{7}$.

b) Zaokrąglijmy odjemnik do całości: $2\frac{4}{5} \approx 3$.

Jeżeli zwiększamy odjemnik, to różnica maleje, więc:

$$5\frac{2}{5} - 2\frac{4}{5} > 5\frac{2}{5} - 3 = 2\frac{2}{5}.$$

Zatem wynik odejmowania powinien być nieco większy od $2\frac{2}{5}$.

Obliczmy różnicę: $5\frac{2}{5} - 2\frac{4}{5} = 4\frac{7}{5} - 2\frac{4}{5} = 2\frac{3}{5}$.

Szacowanie wyniku pomaga weryfikować poprawność naszych obliczeń.



Zanim przystąpisz do obliczeń, spróbuj oszacować wyniki działań.

1 Oblicz.

a) $\frac{2}{3} + \frac{1}{3}$ b) $3\frac{5}{8} + \frac{7}{8}$ c) $4\frac{2}{5} + 3\frac{4}{5}$ d) $6\frac{2}{5} + 3\frac{1}{5} + 2\frac{4}{5}$

2 Oblicz.

a) $4\frac{5}{6} - \frac{4}{6}$ b) $5\frac{5}{6} - 4$ c) $5 - \frac{2}{5}$ d) $5\frac{1}{6} - 2\frac{5}{6}$

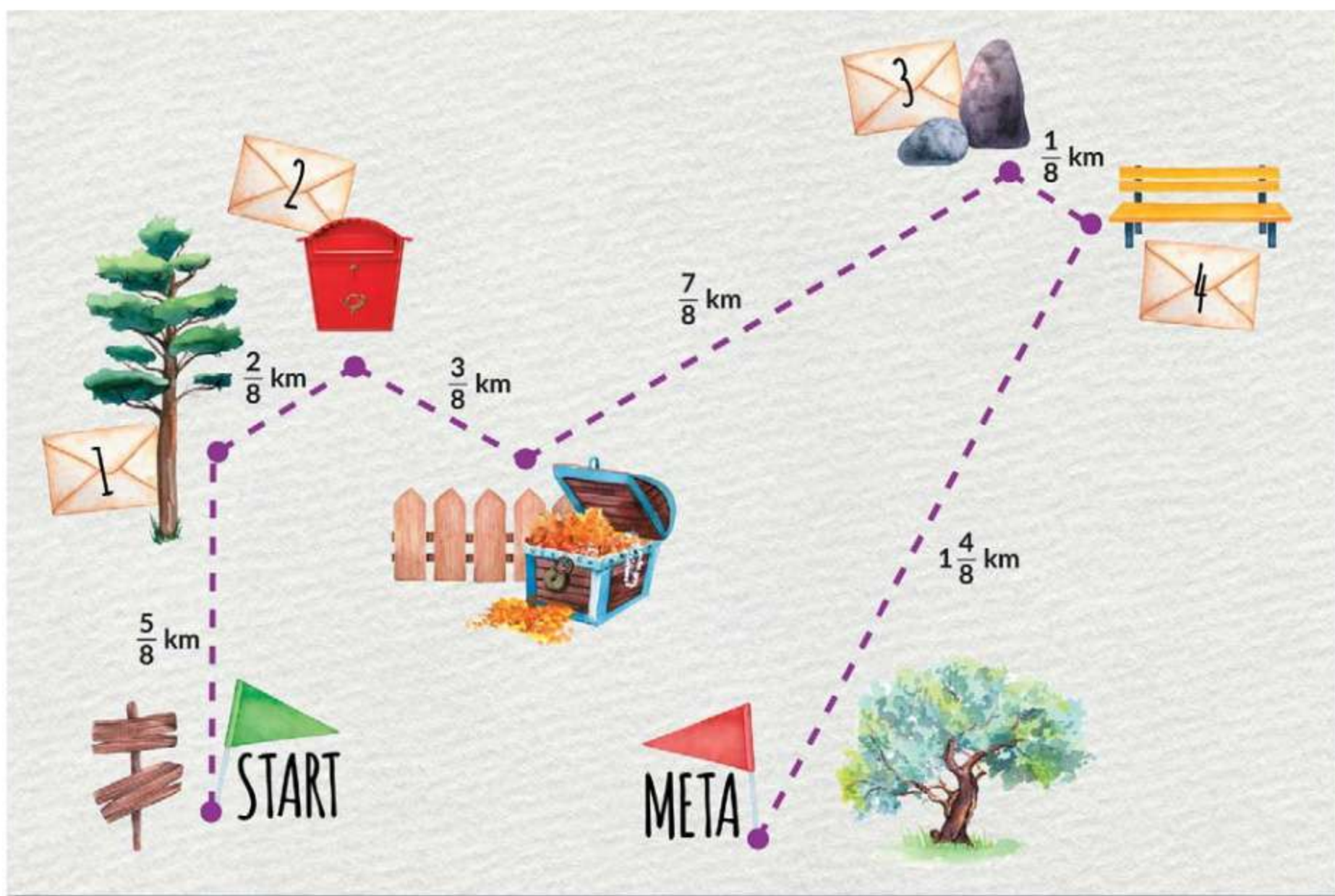
3 Przepisz działania, zamiast $\blacklozenge$ napisz odpowiednią liczbę.

a) $2\frac{3}{5} + \blacklozenge = 3$ b) $1\frac{1}{3} + \blacklozenge = 5\frac{1}{3}$ c) $6 - \blacklozenge = 5\frac{2}{3}$ d) $4\frac{2}{3} - \blacklozenge = 2$
 $\blacklozenge + \frac{5}{8} = 1$ $\blacklozenge + 2\frac{2}{5} = 6\frac{2}{5}$ $2 - \blacklozenge = 1\frac{3}{4}$ $8\frac{1}{2} - \blacklozenge = 5$

4 Aby otrzymać $5\frac{1}{5}$, do liczby $2\frac{3}{5}$ trzeba dodać

A. $3\frac{3}{5}$ B. $7\frac{4}{5}$ C. $2\frac{3}{5}$ D. $1\frac{3}{5}$

Harcerze bawili się w podchody. Na podstawie rysunku trasy podchodów rozwiąż zadania 5.–8.



- 5 Uzupełnij zdania. Wybierz poprawne odpowiedzi spośród A i B oraz C i D.
 Trasa podchodów miała długość A / B. A. $3\frac{5}{8}$ km B. $3\frac{3}{4}$ km
 Skarb ukryto w odległości C / D od STARTU. C. $1\frac{1}{4}$ km D. $1\frac{1}{8}$ km
- 6 Między drugim a czwartym listem trasa miała długość:
 A. $1\frac{3}{4}$ km B. $1\frac{3}{8}$ km C. $1\frac{1}{8}$ km D. $1\frac{1}{4}$ km
- 7 Między którymi kolejnymi listami trasa była najkrótsza, a między którymi – najdłuższa?
- 8 Harcerze wyruszyli na trasę o 10.35. W pierwszym liście znaleźli informację o skarbie i zaczęli go szukać o 12.10. Znaleźli go po 12 minutach. Na mecie byli o 13.23.
 a) Jak długo trwały podchody?
 b) Po jakim czasie od startu harcerze zaczęli szukać skarbu?
 c) Ile czasu upłynęło od znalezienia skarbu do dojścia do mety?
- 9 Asia, Krysia i Marysia kupiły takie same czekolady. Asia zjadła $\frac{3}{8}$ swojej czekolady, Krysia $\frac{7}{8}$, a Marysia $\frac{5}{8}$. Czy z kawałków, które zostały dziewczynkom, można złożyć całą tabliczkę czekolady?

- 10 Jeden z największych jadowitych węży, kobra królewska, ma $5\frac{14}{20}$ m długości, a żyjąca w Polsce żmija zygzakowata – $\frac{15}{20}$ m. O ile metrów żmija jest krótsza od kobry?
- 11 Kinga ma zestaw płyt. Płyty z muzyką pop stanowią $\frac{9}{22}$ zbioru, płyty z muzyką rap – $\frac{7}{22}$, a reszta to płyty z muzyką klasyczną. Jaką część zestawu stanowią płyty z muzyką klasyczną? Wynik zapisz w postaci ułamka nieskracalnego.
- 12 Oblicz nieznane liczby. Która z nich leży na osi liczbowej najdalej od liczby 3?
 a) $3\frac{4}{5} + a = 6\frac{2}{5}$ b) $b - 1\frac{4}{5} = 3$ c) $5 - c = 1\frac{3}{5}$ d) $d + 4\frac{4}{5} = 6\frac{1}{5}$



Sprawdź się!

- 1 Oblicz.
 a) $3\frac{2}{9} + 1\frac{5}{9} + \frac{4}{9}$ b) $3\frac{7}{10} - 2\frac{5}{10}$
 c) $2 - 1\frac{3}{8}$ d) $3\frac{1}{6} - 1\frac{5}{6}$
- 2 Liczbą o $\frac{3}{8}$ mniejszą od liczby $2\frac{3}{8}$ jest
 A. 2 B. $1\frac{1}{4}$ C. $1\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{4}$
- 3 Które zdanie jest **fałszywe**?
 A. Sumą liczb $1\frac{5}{6}$ i $2\frac{3}{6}$ jest liczba $4\frac{1}{3}$.
 B. Liczba $1\frac{5}{8}$ jest różnicą liczb $2\frac{3}{8}$ i $\frac{5}{8}$.
 C. Różnicą liczb $3\frac{1}{3}$ i $1\frac{2}{3}$ jest liczba $1\frac{2}{3}$.
 D. Liczbę 2 można przedstawić jako sumę liczb: $\frac{1}{4}$, $1\frac{2}{4}$ i $\frac{1}{4}$.
- 4 Kasia zbierała truskawki. W jednym koszyczku było $\frac{4}{5}$ kg truskawek, a w drugim o $1\frac{2}{5}$ kg truskawek więcej. Ile kilogramów truskawek było w drugim koszyczku?
- 5 Podczas grzybobrania Ania znalazła borowika, który ważył $2\frac{1}{4}$ kg, a Bartek podgrzybka o $\frac{3}{4}$ kg lżejszego. Ile razem ważyły te dwa grzyby?



5. Dodawanie i odejmowanie ułamków o różnych mianownikach

Przykład 1.

Obliczmy sumę $\frac{3}{5} + \frac{1}{3}$.

Ponieważ możemy dodawać ułamki, które mają jednakowe mianowniki, dlatego najpierw trzeba znaleźć liczbę, która jest wielokrotnością obu mianowników.

Dla liczb 5 i 3 jest to na przykład ich iloczyn, czyli liczba 15.

Rozszerzmy ułamki tak, aby mianownik był równy 15, i wykonajmy dodawanie ułamków o jednakowych mianownikach.

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{3} = \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{9}{15} + \frac{5}{15} = \frac{14}{15}$$

Przykład 2.

W bibliotece domowej państwa Kwiatkowskich $\frac{2}{3}$ liczby wszystkich książek to książki historyczne, $\frac{1}{4}$ to tomiki poezji, a pozostałe książki to albumy. Jaką część liczby wszystkich książek jest liczba albumów?

Wykonajmy rysunek pomocniczy.

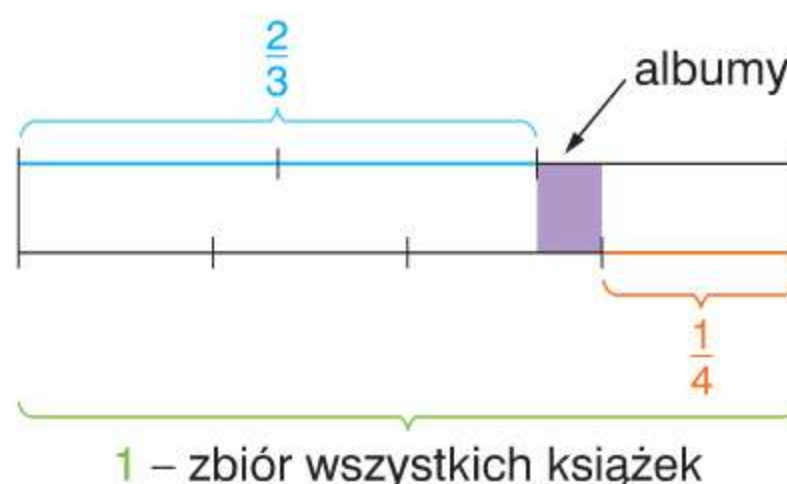
Obliczmy, jaką część liczby wszystkich książek w bibliotece jest liczba książek historycznych i tomików poezji.

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12}$$

Obliczmy, jaką część liczby wszystkich książek jest liczba albumów.

$$1 - \frac{11}{12} = \frac{12}{12} - \frac{11}{12} = \frac{1}{12}$$

Odpowiedź. Liczba albumów to $\frac{1}{12}$ liczby wszystkich książek.



Przykład 3.

Obliczmy różnicę liczb $2\frac{3}{8}$ i $\frac{5}{6}$.

Sposób I

Wspólnym mianownikiem dla tych ułamków może być iloczyn mianowników, czyli liczba 48 lub dowolna jej wielokrotność.

$$2\frac{3}{8} - \frac{5}{6} = 2\frac{3 \cdot 6}{8 \cdot 6} - \frac{5 \cdot 8}{6 \cdot 8} = 2\frac{18}{48} - \frac{40}{48} = 1\frac{66}{48} - \frac{40}{48} = 1\frac{26}{48} = 1\frac{13}{24}$$

Te obliczenia możemy wykonać w pamięci i pominąć zapis.

Wynik skracamy.

Sposób II

Można zauważyć, że liczby 6 i 8 mają mniejszą od ich iloczynu wspólną wielokrotność równą 24, i rozszerzyć ułamki do mianownika 24.

Ułamek $\frac{5}{6}$ trzeba rozszerzyć przez 4, bo $24 : 6 = 4$.

Ułamek $\frac{3}{8}$ trzeba rozszerzyć przez 3, bo $24 : 8 = 3$.

$$2\frac{3}{8} - \frac{5}{6} = 2\frac{3 \cdot 3}{8 \cdot 3} - \frac{5 \cdot 4}{6 \cdot 4} = 2\frac{9}{24} - \frac{20}{24} = 1\frac{33}{24} - \frac{20}{24} = 1\frac{13}{24}$$

Aby dodać lub odjąć ułamki o różnych mianownikach, trzeba najpierw sprowadzić je do jednakowego mianownika.

**1** Oblicz.

a) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$
 $\frac{1}{3} + \frac{7}{9}$
 $\frac{5}{6} + 1\frac{1}{4}$

b) $1\frac{3}{5} + 2\frac{4}{15}$
 $2\frac{1}{4} + 1\frac{2}{3}$
 $1\frac{5}{6} + \frac{7}{9}$

c) $\frac{7}{10} + \frac{4}{5} + \frac{1}{2}$
 $\frac{3}{4} + \frac{5}{7} + 1\frac{1}{2}$
 $\frac{7}{8} + \frac{1}{2} + \frac{2}{4}$

d) $2\frac{1}{6} + \frac{7}{10} + 1\frac{2}{5}$
 $1\frac{7}{8} + \frac{1}{3} + 2\frac{5}{6}$
 $2\frac{7}{12} + 1\frac{1}{15} + \frac{1}{2}$

2 Oblicz.

a) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$
 $\frac{5}{6} - \frac{2}{3}$
 $\frac{3}{4} - \frac{3}{8}$

b) $3\frac{5}{9} - \frac{1}{6}$
 $1\frac{3}{4} - \frac{5}{6}$
 $2\frac{1}{9} - 1\frac{5}{6}$

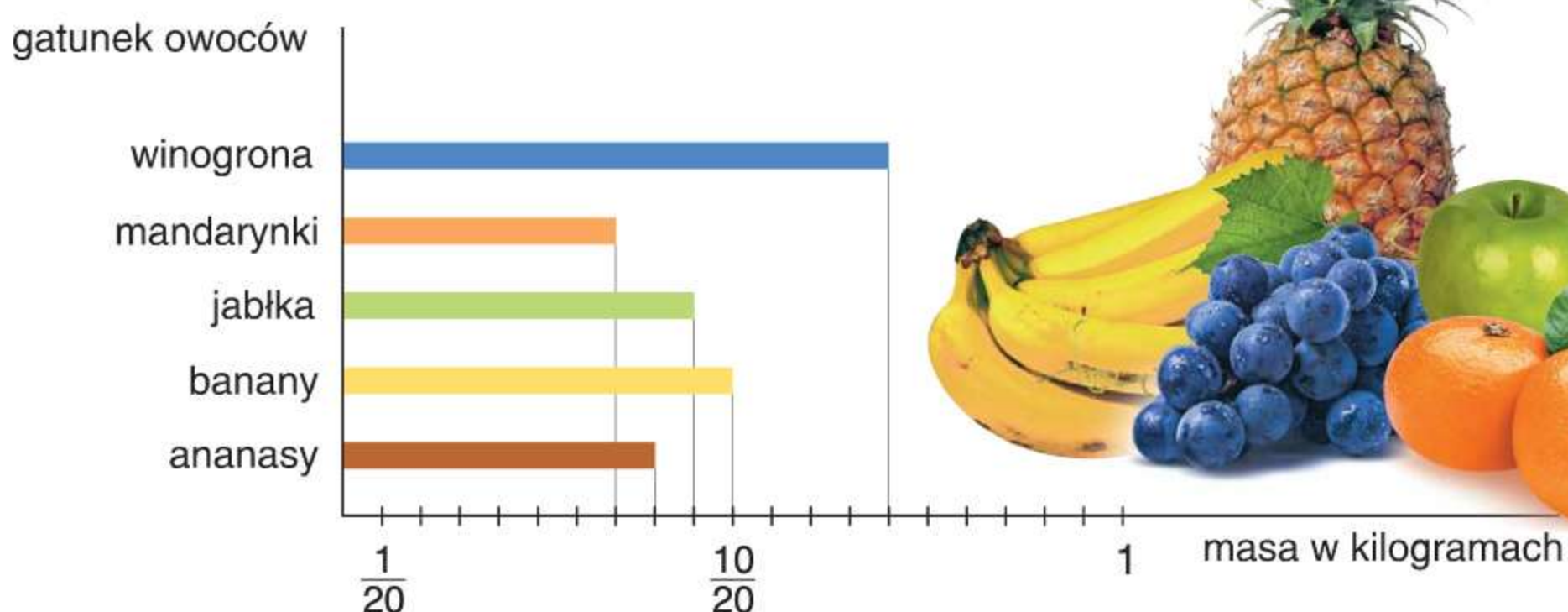
c) $\frac{7}{8} - \frac{1}{4} - \frac{1}{2}$
 $2\frac{3}{7} - \frac{3}{4} - 1\frac{1}{2}$
 $2\frac{5}{6} - \frac{7}{8} - 1\frac{1}{4}$

d) $3\frac{11}{12} - \frac{5}{9} - 1\frac{3}{4}$
 $10 - 3\frac{1}{4} - 1\frac{3}{5}$
 $7 - 2\frac{1}{2} - 1\frac{4}{5}$

- 3 Sławek posegregował zebrane grzyby: $\frac{1}{5}$ częścią wszystkich grzybów były borowiki, $\frac{4}{15}$ – podgrzybki, a $\frac{1}{3}$ – maślaki. Pozostałe grzyby to kozaki czerwone. Jaką częścią wszystkich zebranych grzybów były kozaki czerwone? Których grzybów było najwięcej?
- 4 Uzupełnij zdania. Wybierz poprawne odpowiedzi spośród A i B oraz C i D.
 Liczba $6\frac{1}{2}$ jest większa od liczby $4\frac{5}{6}$ o A / B. A. $1\frac{2}{3}$ B. $2\frac{4}{6}$
 Liczba $7\frac{4}{5}$ jest mniejsza od liczby $10\frac{1}{4}$ o C / D. C. $2\frac{9}{20}$ D. $3\frac{11}{20}$

Skorzystaj z poniższych informacji i rozwiąż zadania 5.–7.

Na przyjęcie imieninowe Kasia zrobiła pyszną sałatkę owocową. Jej skład przedstawiono na diagramie.



- 5 Których owoców było w sałatce najwięcej, a których najmniej?
- 6 O jaką część kilograma mniej było ananasów niż winogron?
- 7 Ile kilogramów wszystkich owoców zużyto do tej sałatki? Podaj ułamek w postaci nieskracalnej.
- 8 Państwo Janiszewscy mają sad wiśniowy. Na sprzedaż przeznaczili $\frac{3}{5}$ zebranych wiśni, na przetwory zimowe – $\frac{1}{3}$, a resztę wiśni zostawili do bieżącego spożycia. Jaką część zebranych wiśni przeznaczili:
 a) razem – na sprzedaż i przetwory na zimę,
 b) do bieżącego spożycia?

- 9 Oblicz, jakie liczby zastępują litery, i sprawdź otrzymane wyniki.

$$\begin{aligned} \text{a) } a + \frac{4}{5} &= 1\frac{1}{4} \\ 1\frac{4}{7} + b &= 3\frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } c - \frac{5}{6} &= \frac{7}{9} \\ d - 1\frac{1}{4} &= 2\frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{1}{2} - p &= \frac{3}{7} \\ 1\frac{1}{5} - u &= \frac{5}{6} \end{aligned}$$

- 10 Pan Kunicki ma pole w kształcie prostokąta. Na $\frac{3}{8}$ powierzchni pola posadził ziemniaki, a na $\frac{1}{3}$ – buraki cukrowe. Resztę pola przeznaczył na pszenicę.

- a) Na co przeznaczył większą część pola: na buraki cukrowe czy na ziemniaki?
b) Jaką część powierzchni pola przeznaczył na pszenicę?



- 11 Uzupełnij zdania. Wybierz poprawne odpowiedzi spośród A i B oraz C i D.

Różnicą liczb $2\frac{4}{9}$ i $1\frac{5}{9}$ jest A / B. A. $\frac{8}{9}$ B. 4

Sumą liczb $3\frac{1}{2}$ i $2\frac{2}{3}$ jest C / D. C. $5\frac{3}{5}$ D. $6\frac{1}{6}$

- 12 Liczbę $2\frac{5}{6}$ przedstaw w postaci sumy ułamków o różnych mianownikach.



A to ciekawe!

Każdy ułamek można przedstawić jako sumę ułamków o licznikach równych 1 i równych mianownikach, np.

$$\frac{2}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \qquad \frac{5}{6} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$$

Ułamki można też przedstawić w postaci sumy ułamków o licznikach równych 1 i różnych mianownikach. Taki sposób przedstawiania ułamków znajduje się w dokumencie matematycznym – papiirusie Rhinda – który poznaliście w klasie czwartej. Prawdopodobnie jest to najstarszy dokument matematyczny znaleziony w Egipcie.

Przedstawione są tam różne ułamki w postaci sumy ułamków o liczniku 1, np.

$$\frac{11}{18} = \frac{1}{9} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \qquad \frac{5}{8} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} \qquad \frac{5}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$$

Oblicz, jaki ułamek został przedstawiony jako suma ułamków.

$$\text{a) } \frac{1}{4} + \frac{1}{7} + \frac{1}{28} \qquad \text{b) } \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{7}$$

**Wyzwanie**

Przedstaw ułamki $\frac{3}{4}$ i $\frac{13}{12}$ w postaci sumy ułamków o licznikach równych 1 i różnych mianownikach.

**Sprawdź się!**

1 Oblicz.

a) $\frac{1}{4} + \frac{2}{3} + \frac{1}{6}$

b) $1\frac{5}{7} + 2\frac{3}{4}$

c) $\frac{7}{8} - \frac{3}{4}$

d) $2\frac{1}{3} - 1\frac{3}{5}$

2 Które zdanie jest **fałszywe**?

A. Sumą liczb $\frac{2}{3}$ i $\frac{5}{6}$ jest $1\frac{1}{2}$.

B. Liczba $1\frac{1}{4}$ jest różnicą liczb $\frac{3}{4}$ i $\frac{1}{2}$.

C. Różnicą liczb $1\frac{1}{4}$ i $\frac{1}{3}$ jest $\frac{11}{12}$.

D. Krawcowa z kawałka materiału o długości $6\frac{1}{2}$ m odcięła $4\frac{3}{4}$ m, więc zostało $1\frac{3}{4}$ m materiału.

3 Uczniowie klasy piątej ustalali, gdzie pojechać na wycieczkę.

Do Krakowa chciała jechać $\frac{1}{2}$ klasy, w góry – $\frac{3}{8}$ klasy, reszta nie miała propozycji. Jaka część klasy nie miała propozycji, dokąd jechać na wycieczkę?

4 Aby równość $a + \frac{1}{3} = 1\frac{1}{8}$ była prawdziwa, literę a należy zastąpić liczbą

A. $1\frac{1}{24}$

B. $1\frac{17}{24}$

C. $\frac{19}{24}$

D. $\frac{17}{24}$

5 Karolina przyniosła z ogródka kwiaty i ułożyła je według kolorów. Okazało się, że $\frac{1}{5}$ wszystkich kwiatów to kwiaty czerwone, $\frac{3}{10}$ – białe, a pozostałe kwiaty były koloru żółtego. Uzupełnij zdania. Wybierz poprawne odpowiedzi spośród A i B oraz C i D.

Kwiaty żółte stanowiły A / B wszystkich kwiatów.

A. $\frac{2}{5}$

B. $\frac{1}{2}$

Najwięcej było kwiatów C / D.

C. żółtych

D. białych



6. Mnożenie ułamków



Sowa przypomina

$$4 \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$$

Takie mnożenie możemy zastąpić dodawaniem jednakowych ułamków.

lub

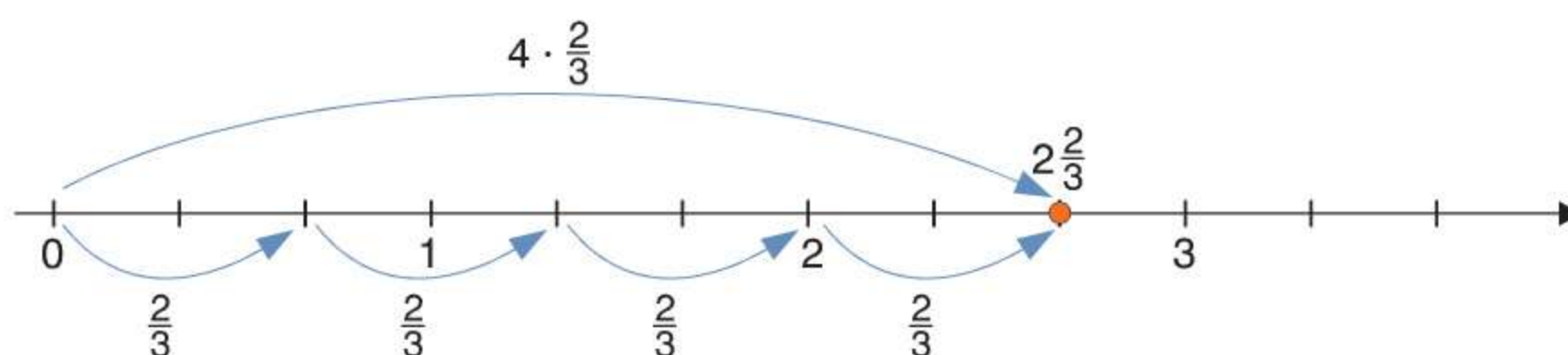
$$4 \cdot \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 2}{3} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$$

Liczbę mnożymy przez licznik ułamka. Mianownik pozostaje bez zmian.

$$4 \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \cdot 4$$

Mnożenie jest przemienne.

Można zilustrować to działanie na osi liczbowej.



Sowa uczy

Ułamki i liczby mieszane mnożymy tak:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5} = \frac{8}{15}$$

$$2\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{8 \cdot 3}{3 \cdot 5} = \frac{24}{15} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$$

lub

$$2\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{8 \cdot \cancel{3}^1}{\cancel{3}_1 \cdot 5} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$$

$$3\frac{3}{4} \cdot 3\frac{1}{3} = \frac{\overset{5}{\cancel{15}} \cdot \overset{5}{\cancel{10}}}{\underset{2}{\cancel{4}} \cdot \underset{1}{\cancel{3}}} = \frac{25}{2} = 12\frac{1}{2}$$

Można skrócić czynniki przed wykonaniem mnożenia.

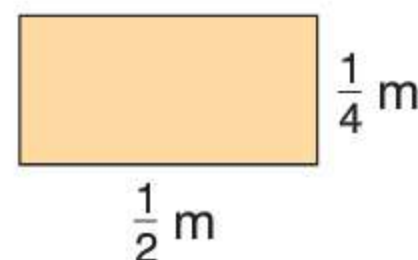
Aby pomnożyć dwa ułamki, mnożymy licznik przez licznik, a mianownik przez mianownik.

Gdy w mnożeniu występują liczby mieszane, to zamieniamy je na ułamki niewłaściwe.



Przykład 1.

Obliczmy pole prostokąta, którego jeden bok ma $\frac{1}{2}$ m, a drugi – $\frac{1}{4}$ m.



Pole prostokąta jest iloczynem jego długości i szerokości.

Podczas wykonywania obliczeń na wyrażeniach mianowanych możemy nie pisać jednostek. Na końcu podajemy jednostkę w nawiasie.

Sposób I

$$\frac{1}{2} \text{ m} = 50 \text{ cm}, \quad \frac{1}{4} \text{ m} = 25 \text{ cm}$$

$$P = 50 \cdot 25 = 1250 \text{ [cm}^2\text{]}$$

$$1 \text{ m}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$$

$$P = \frac{1250}{10\,000} = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8} \text{ [m}^2\text{]}$$

Sposób II

$$P = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 4} = \frac{1}{8}$$

$$P = \frac{1}{8} \text{ [m}^2\text{]}$$

Odpowiedź. Pole prostokąta jest równe $\frac{1}{8} \text{ m}^2$.

Przykład 2.

Obliczmy drugą potęgę liczby $\frac{3}{4}$ i trzecią potęgę liczby $2\frac{1}{2}$.

Druga potęga liczby $\frac{3}{4}$:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 4} = \frac{9}{16}$$

Trzecia potęga liczby $2\frac{1}{2}$:

$$\left(2\frac{1}{2}\right)^3 = 2\frac{1}{2} \cdot 2\frac{1}{2} \cdot 2\frac{1}{2} = \frac{5}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{5}{2} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{125}{8} = 15\frac{5}{8}$$

1 Oblicz.

a) $\frac{3}{4} \cdot 6$
 $3 \cdot \frac{2}{3}$

b) $4 \cdot \frac{5}{6}$
 $\frac{5}{14} \cdot 21$

c) $2\frac{1}{2} \cdot 6$
 $5 \cdot 1\frac{3}{10}$

d) $10 \cdot 1\frac{1}{4}$
 $2\frac{3}{8} \cdot 4$

2 Oblicz.

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4}$
 $\frac{5}{8} \cdot \frac{2}{5}$

b) $\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{6}$
 $\frac{5}{6} \cdot \frac{9}{10}$

c) $\frac{3}{4} \cdot 2\frac{1}{3}$
 $3\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{10}$

d) $1\frac{2}{3} \cdot 1\frac{4}{5}$
 $2\frac{1}{4} \cdot 1\frac{3}{5}$

- 3 Oblicz: $\left(\frac{2}{3}\right)^2$, $\left(\frac{1}{4}\right)^3$, $\left(1\frac{1}{2}\right)^3$, $\left(2\frac{2}{5}\right)^2$.
- 4 Pani Agata kisi ogórki w słojach. Do każdego z nich wkłada po $3\frac{2}{5}$ kg ogórków. Ile kilogramów ogórków potrzeba do pięciu takich słoików?
- 5 Na treningu sportowcy jechali rowerami przez 3 godziny z prędkością średnią $25\frac{1}{2} \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Ile kilometrów przejechali?
- 6 Która liczba jest większa: $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2$ czy $\left(\frac{1}{2}\right)^3$?
- 7 Oblicz pole prostokąta:
 a) o wymiarach $1\frac{2}{5} \text{ dm} \times 2\frac{1}{2} \text{ dm}$,
 b) którego jeden bok ma długość $3\frac{3}{5} \text{ m}$, a drugi jest o $2\frac{13}{20} \text{ m}$ dłuższy.
- 8 Oblicz. Pamiętaj o kolejności wykonywania działań.
 a) $\frac{2}{3} \cdot 1\frac{4}{5} + 2\frac{1}{2}$ b) $\left[\left(1\frac{1}{2}\right)^2 + 1\frac{1}{6}\right] \cdot 3$ c) $4\frac{7}{8} - 1\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{8}$



Wyzwanie

Ala rzuciła trzy razy kostką sześcienną. Po każdym rzucie zapisywała ułamek, którego licznikiem była wyrzucona liczba, a mianownikiem liczba o 1 większa. Jaki najmniejszy iloczyn trzech ułamków mogła otrzymać, jeżeli za każdym razem wyrzuciła inną liczbę?



Sprawdź się!

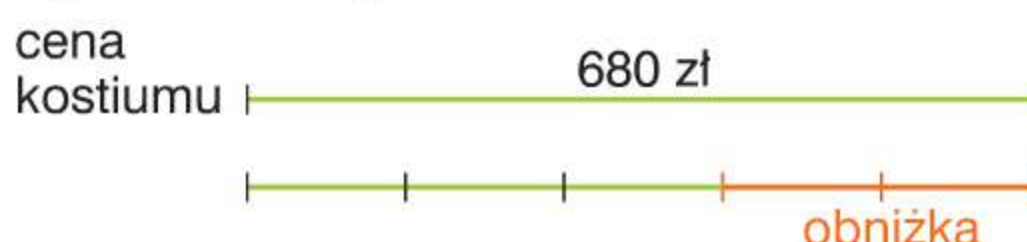
- 1 Oblicz.
 a) $\frac{7}{8} \cdot 12$ b) $2 \cdot 1\frac{1}{6}$ c) $\frac{5}{7} \cdot 1\frac{1}{6}$ d) $2\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{5}$
- 2 Za 4 m koronki po $5\frac{1}{2}$ zł za metr zapłacono
 A. 20 zł B. $22\frac{1}{2}$ zł C. $21\frac{1}{2}$ zł D. 22 zł
- 3 Oblicz drugą potęgę liczby $\frac{3}{4}$.
- 4 Oblicz obwód kwadratu o boku $6\frac{1}{2} \text{ m}$.
- 5 Oblicz. Pamiętaj o kolejności wykonywania działań.
 a) $2\frac{1}{5} \cdot 10 + 1\frac{3}{4}$ b) $3\frac{3}{4} + 2\frac{2}{3} \cdot 2\frac{1}{4}$ c) $2\frac{2}{5} \cdot 1\frac{2}{3} - 1\frac{5}{6}$

7. Obliczanie ułamka danej liczby

Przykład 1.

Kostium kosztował 680 zł. W czasie wyprzedaży jego cenę zmniejszono o $\frac{2}{5}$ wartości. O jaką kwotę zmniejszono cenę kostiumu?

Przedstawmy treść zadania na rysunku pomocniczym.



Sposób I

$$\begin{aligned} \frac{1}{5} \text{ z } 680 \text{ to } 680 : 5 &= 136 \\ \frac{2}{5} \text{ to } 2 \text{ razy więcej niż } \frac{1}{5}, \text{ czyli} \\ \frac{2}{5} \text{ z } 680 \text{ to } 2 \cdot 136 &= 272 \end{aligned}$$

Sposób II

$$\begin{aligned} \frac{1}{5} \text{ z } 680 \text{ to } \frac{1}{5} \cdot 680 &= \frac{680}{5} = 136 \\ \frac{2}{5} \text{ z } 680 \text{ to } \frac{2}{5} \cdot 680 &= \frac{2 \cdot 680}{5} = 272 \end{aligned}$$

Odpowiedź. Cenę kostiumu zmniejszono o 272 zł.

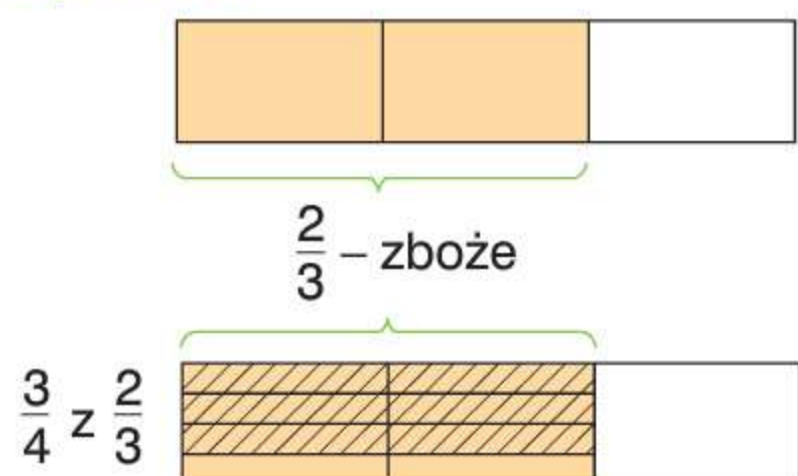


Aby obliczyć ułamek danej liczby, mnożymy ułamek przez tę liczbę.

Przykład 2.

Pan Rybicki $\frac{2}{3}$ swojego pola obsiał zbożem, w tym na $\frac{3}{4}$ powierzchni pszenicą. Jaką część całego pola zajmuje pszenica?

Sposób I



Z rysunku odczytujemy, że $\frac{3}{4}$ z $\frac{2}{3}$ to $\frac{6}{12}$, czyli $\frac{1}{2}$ pola.

Sposób II

Korzystamy z informacji zawartej w ramce pod *Przykładem 1.* i wykonujemy odpowiednie mnożenie:

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{\overset{1}{\cancel{3}} \cdot \overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{2}{4} \cdot \underset{1}{\cancel{3}}} = \frac{1}{2}$$

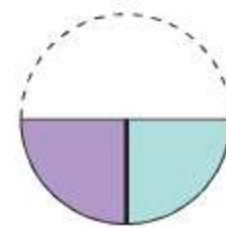
Przed wykonaniem mnożenia warto skrócić ułamki.

Odpowiedź. Pszenica zajmuje $\frac{1}{2}$ powierzchni pola.

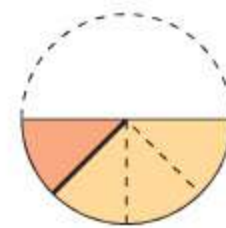
- 1 Oblicz w pamięci $\frac{1}{3}$, a następnie $\frac{2}{3}$, każdej z liczb: 30, 60, 120.
- 2 Uzupełnij zdania. Wybierz poprawne odpowiedzi spośród A i B oraz C i D.
 $\frac{1}{6}$ doby to A / B godziny. A. 2 B. 4
 $\frac{3}{4}$ doby to C / D godzin. C. 16 D. 18

- 3 Oblicz:
 a) $\frac{2}{7}$ liczb 14, 42 i 140, b) $\frac{3}{5}$ liczb 35, 210 i 600.
- 4 Oblicz:
 a) $\frac{2}{3}$ doby – ile to godzin,
 c) $\frac{3}{4}$ km – ile to metrów, b) $\frac{2}{5}$ cm – ile to milimetrów,
 d) $\frac{1}{3}$ lekcji – ile to minut.

- 5 Napisz działania i oblicz:
 a) $\frac{1}{2}$ liczb $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$ i $\frac{1}{6}$,
 b) $\frac{1}{3}$ liczb $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$ i $\frac{1}{6}$.



$\frac{1}{2}$ z $\frac{1}{2}$ koła



$\frac{1}{4}$ z $\frac{1}{2}$ koła

- 6 Każdego dnia przez $\frac{1}{24}$ doby Adam czyta książki. Dwa razy więcej czasu w ciągu dnia poświęca na sport. Ile godzin w ciągu dnia Adam czyta książki, a ile poświęca na zajęcia sportowe?
- 7 Pociąg, który miał planowy przyjazd o godzinie 23:26, spóźnił się o $\frac{2}{3}$ godziny. O której godzinie przyjechał ten pociąg?



- 8 W klasie piątej jest 30 uczniów. Na wycieczkę pojechało $\frac{5}{6}$ wszystkich uczniów. Ilu uczniów pojechało na wycieczkę, a ilu nie?
- 9 Zimą kurtka kosztowała 320 zł. Na wiosnę cenę tę zmniejszono o $\frac{1}{4}$ ceny zimowej. Cena kurtki wiosną była równa
 A. 80 zł B. 240 zł C. $320\frac{1}{4}$ zł D. 400 zł

- 10 Dziewczynki miały posadzić 60 sadzonek porzeczek. Kinga posadziła $\frac{5}{12}$ wszystkich sadzonek, a Ola $\frac{3}{7}$ tych, które zostały. Resztą zajęła się Marta. Ile sadzonek porzeczek posadziła każda dziewczynka?

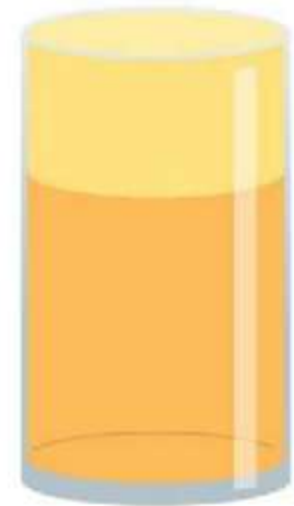


- 11** W klasie 5a uczy się 24 uczniów, w 5b – 28, a w 5c – 25. W klasie 5a rodzeństwo ma $\frac{3}{4}$ uczniów, w 5b – $\frac{5}{7}$ uczniów, w 5c – $\frac{4}{5}$ uczniów. Oblicz liczbę jedynaków w poszczególnych klasach.
- 12** Z dwóch różnych miast oddległych o 110 km wyjechali naprzeciw siebie dwaj koledzy, Piotr i Andrzej. Piotr jechał ze średnią prędkością $54 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, a Andrzej – $56 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. W jakiej odległości od siebie będą koledzy po $\frac{3}{4}$ h?



Wyzwanie

Ola zmieszała $\frac{2}{3}$ szklanki soku pomarańczowego i $\frac{1}{3}$ szklanki soku cytrynowego. Wypiła pół szklanki napoju i dopełniła ją sokiem cytrynowym. Potem wypiła $\frac{1}{3}$ szklanki napoju i dopełniła ją sokiem pomarańczowym. Następnie wypiła $\frac{1}{6}$ szklanki napoju, ale jeszcze jej nie smakował, więc dopełniła szklankę sokiem cytrynowym. Napój okazał się wspaniały. Ola wypiła go do dna. Ile szklanek napoju wypiła Ola i którego soku wypiła więcej: cytrynowego czy pomarańczowego?



Sprawdź się!

- Oblicz:
 - $\frac{5}{6}$ liczby 15,
 - $1\frac{1}{3}$ liczby $1\frac{1}{5}$.
- Ile to minut: $\frac{3}{4}$ godziny?

A. 75 min B. 60 min C. 45 min D. 15 min
- W klasie piątej uczy się 24 uczniów. Do teatru pojechało $\frac{5}{8}$ uczniów tej klasy. Ilu uczniów pojechało, a ilu nie pojechało do teatru?
- Japoński pociąg na poduszce magnetycznej osiągnął prędkość $603 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Jaką drogę pokonałby pociąg poruszający się z tą prędkością przez $\frac{2}{3}$ h?
- Krem w czasie promocji kosztował 80 zł. Później jego cena wzrosła o $\frac{1}{5}$ ceny promocyjnej. Ile kosztował krem po zakończeniu promocji?



8. Dzielenie ułamków



Sowa uczy

Aby znaleźć odwrotność liczby, należy tę liczbę zapisać w postaci ułamka zwykłego i zamienić miejscami licznik z mianownikiem.

Liczba	Odwrotność liczby	Iloczyn liczb
$\frac{3}{5}$	$\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$	$\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{3} = 1$
$2\frac{1}{3} = \frac{7}{3}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{7}{3} \cdot \frac{3}{7} = 1$
$\frac{1}{4}$	$\frac{4}{1} = 4$	$\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{1} = 1$
$10 = \frac{10}{1}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{10}{1} \cdot \frac{1}{10} = 1$

Iloczyn liczby (różnej od zera) i jej odwrotności jest równy 1.



Przykład 1.

W jednym opakowaniu było $\frac{3}{4}$ kg chili (czytaj: czili) – przyprawy do potraw. Rozsypano ją po równo do 10 torebek. Po ile chili było w każdej torebce? Wynik podaj w kilogramach.



Sposób I

Masę chili, $\frac{3}{4}$ kg, przedstawmy w gramach.

$$\frac{3}{4} \cdot 1000 = \frac{3 \cdot 1000}{4} = 750 \text{ [g]} \quad 1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$$

Obliczmy masę chili w 1 torebce.

$$750 : 10 = 75 \text{ [g]}$$

Wyraźmy tę masę w kilogramach.

$$75 \text{ g} = \frac{75}{1000} \text{ kg} = \frac{3}{40} \text{ kg}$$

Sposób II

$\frac{3}{4}$ kg rozsypano do 10 torebek.

Podzielić przez 10, to znaczy wziąć $\frac{1}{10}$ całości.

$$\frac{3}{4} : 10 = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{10} = \frac{3}{40} \text{ [kg]}$$

Mnożenie przez odwrotność liczby 10.

Odpowiedź. W każdej torebce było $\frac{3}{40}$ kg chili.

Przykład 2.

Rozważono 4 kg orzechów do torebek po $\frac{1}{5}$ kg w każdej. Ile torebek potrzebowano?

W 1 kg jest 5 części po $\frac{1}{5}$ kg.

W 4 kg takich części jest 4 razy więcej,

więc $4 : \frac{1}{5} = 4 \cdot 5 = 20$.

Mnożenie przez odwrotność $\frac{1}{5}$.



Odpowiedź. Potrzebowano 20 torebek.

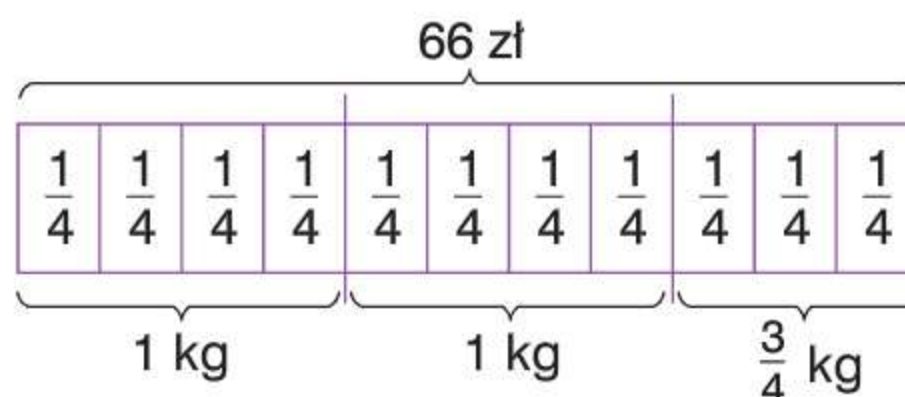


Dzielenie dwóch liczb można zastąpić mnożeniem pierwszej przez odwrotność drugiej.

Przykład 3.

Za $2\frac{3}{4}$ kg cukierków Robert zapłacił 66 zł. Ile trzeba zapłacić za $6\frac{1}{2}$ kg takich cukierków?

Ponieważ $2\frac{3}{4} = \frac{11}{4}$, więc $\frac{11}{4}$ kg to 11 części po $\frac{1}{4}$ kg.

**Sposób I**

Obliczmy, ile kosztuje jedna taka część, czyli $\frac{1}{4}$ kg cukierków.

$$66 : 11 = 6 \text{ [zł]}$$

Ponieważ 1 kg to 4 razy więcej niż $\frac{1}{4}$ kg, więc 1 kg cukierków kosztuje: $4 \cdot 6 = 24$ [zł].

Obliczmy, ile kosztuje $6\frac{1}{2}$ kg cukierków.

$$6\frac{1}{2} \cdot 24 = \frac{13}{2} \cdot 24 = \frac{13 \cdot 24}{2} = 156 \text{ [zł]}$$

Sposób II

Aby obliczyć cenę 1 kg cukierków, podzielmy wartość zakupów przez masę cukierków.

$$66 : \frac{11}{4} = 66 \cdot \frac{4}{11} = \frac{66 \cdot 4}{11} = 24 \text{ [zł]}$$

Za $6\frac{1}{2}$ kg cukierków trzeba zapłacić: $6\frac{1}{2} \cdot 24 = 156$ [zł].



Odpowiedź. Za $6\frac{1}{2}$ kg cukierków trzeba zapłacić 156 zł.

Przykład 4.

W czasie 1 godziny Ola zebrała $3\frac{3}{4}$ kg truskawek.
 Ile czasu potrzebowalaby, aby zebrać 20 kg tych
 owoców w takich samych warunkach? Podaj wynik:
 a) szacunkowy, b) dokładny.



a) Aby podać wynik szacunkowy, zaokrąglimy jedną z liczb.

W ciągu każdej godziny Ola zbiera $3\frac{3}{4}$ kg truskawek, czyli prawie 4 kg. Przy takim zaokrągleniu liczba godzin, którą potrzebuje Ola na zebranie 20 kg truskawek jest równa:

$$20 : 4 = 5.$$

Ponieważ zwiększyliśmy dzielnik, to iloraz otrzymaliśmy nieco mniejszy. Zatem na zebranie 20 kg Ola potrzebowalaby nieco więcej niż 5 godzin.

b) Policzmy teraz dokładnie.

Literą a zastąpmy liczbę godzin. Możemy więc zapisać:

$$a \cdot 3\frac{3}{4} = 20.$$

Obliczmy a .

$$20 : 3\frac{3}{4} = 20 : \frac{15}{4} = 20 \cdot \frac{4}{15} = \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}, \quad a = 5\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3} \text{ h} = 20 \text{ min, więc } 5\frac{1}{3} \text{ h to } 5 \text{ h } 20 \text{ min.}$$



Odpowiedź. Na zebranie 20 kg truskawek Ola potrzebowalaby 5 godzin i 20 minut.

1 Podaj odwrotności liczb.

a) $\frac{3}{4}, \frac{1}{6}, \frac{3}{5}$

b) 2, 4, 12

c) $1\frac{1}{2}, 2\frac{2}{3}, 3\frac{5}{6}$

2 Oblicz.

a) $\frac{5}{8} : 10$
 $\frac{3}{4} : 3$

b) $\frac{1}{2} : 2$
 $\frac{2}{3} : 4$

c) $1\frac{1}{3} : 6$
 $2\frac{1}{5} : 22$

d) $4\frac{2}{3} : 7$
 $5\frac{5}{6} : 5$

3 Oblicz.

a) $3 : \frac{1}{2}$
 $4 : \frac{1}{5}$

b) $2 : \frac{2}{5}$
 $6 : \frac{9}{10}$

c) $3 : 1\frac{1}{2}$
 $10 : 3\frac{1}{3}$

d) $8 : 1\frac{2}{5}$
 $12 : 2\frac{2}{3}$

4 Oblicz.

a) $\frac{1}{2} : \frac{3}{4}$
 $\frac{4}{5} : \frac{6}{7}$
 $\frac{5}{8} : \frac{3}{10}$

b) $\frac{5}{7} : 1\frac{2}{5}$
 $\frac{2}{5} : \frac{4}{9}$
 $\frac{3}{4} : \frac{1}{8}$

c) $1\frac{2}{9} : 1\frac{5}{6}$
 $4\frac{2}{3} : 4\frac{1}{3}$
 $3\frac{1}{8} : 3\frac{3}{4}$

d) $1\frac{1}{2} : 1\frac{1}{5}$
 $1\frac{2}{3} : 1\frac{1}{9}$
 $2\frac{3}{4} : 2\frac{1}{5}$

5 Pani Ania $\frac{3}{4}$ kg ziół rozważyła po równo do 15 torebek. Po ile gramów ziół było w jednej torebce?

6 Pani Ewa 3 kg pierniczek rozważyła do torebek po $\frac{1}{4}$ kg w każdej. Do ilu torebek pani Ewa rozważyła pierniczki?

7 Na ilustracji przedstawiono napoje stojące na półce w spiżarni babci Zosi.



- a) Do ilu najmniej kubków o pojemności $\frac{1}{5}$ l można rozlać sok pomarańczowy?
 b) Ile razy więcej jest soku malinowego niż soku cytrynowego?
 c) Ile najmniej kubków o pojemności $\frac{1}{10}$ l potrzeba, aby rozlać sok wiśniowy?

8 Za $3\frac{1}{4}$ kg mandarynek pan Marek zapłacił 26 zł. Ile kosztował 1 kg mandarynek?



9 Oblicz nieznaną liczbę.

a) $a \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$
 $b \cdot 1\frac{1}{4} = \frac{5}{6}$

b) $c : \frac{1}{2} = \frac{4}{5}$
 $d : 2\frac{2}{3} = 2\frac{1}{4}$

c) $\frac{7}{8} : p = \frac{5}{6}$
 $1\frac{1}{3} : u = 1\frac{1}{6}$

10 Adaś pomyślał pewną liczbę. Pomnożył ją przez $2\frac{2}{3}$ i otrzymał wynik równy 16. Jaką liczbę pomyślał Adaś?

- 11 Motocyklista przejechał $128\frac{1}{2}$ km w czasie 2 godzin. Z jaką prędkością średnią jechał motocyklista? Ile kilometrów przejechałby ten motocyklista w czasie 5 godzin, gdyby jechał z tą samą prędkością średnią?



- 12 Za $2\frac{1}{2}$ m materiału pani Ania zapłaciła 75 zł. Pani Jola kupiła $1\frac{1}{2}$ m takiego materiału. Ile zapłaciła pani Jola?

- 13 Kasia zrywała wiśnie i w czasie 1 godziny wypełniła nimi $2\frac{1}{3}$ pojemnika. Ile czasu będzie potrzebowała Kasia, zrywając wiśnie w takim samym tempie, aby nappełnić 9 takich samych pojemników? Podaj wyniki szacunkowy i dokładny.



- 14 Sok jabłkowy rozlewano do kartonów o pojemności $1\frac{1}{2}$ l. Ile takich kartonów wypełniono sokiem z trzech pojemników po 20 l każdy?



Sprawdź się!

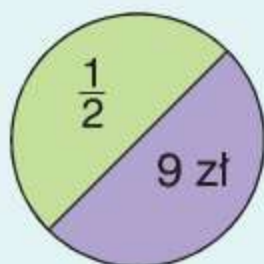
- Oblicz.
a) $\frac{4}{5} : \frac{2}{3}$ b) $4 : \frac{6}{10}$ c) $\frac{3}{7} : 6$ d) $1\frac{7}{8} : 1\frac{1}{2}$
- W mieszance cukierków było: $1\frac{1}{2}$ kg galaretek i 3 razy mniej cukierków owocowych. Ile było cukierków owocowych?
A. $\frac{1}{3}$ kg B. $\frac{1}{2}$ kg C. $\frac{2}{3}$ kg D. 1 kg
- W ilu najmniej butelkach o pojemności $\frac{1}{4}$ l zmieści się 5 l wody mineralnej?
- Za $2\frac{1}{2}$ kg cukierków trzeba zapłacić 50 zł. Za 1 kg takich cukierków trzeba zapłacić
A. 25 zł B. 20 zł C. 10 zł D. 125 zł
- Za $1\frac{1}{2}$ kg tortu zapłacono 90 zł. Ile trzeba zapłacić za 2 kg takiego tortu?



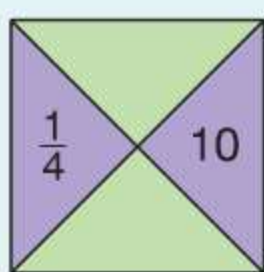
9. Obliczanie liczby z danego jej ułamka



Sowa uczy



Jeżeli $\frac{1}{2}$ kwoty to 9 zł, wówczas cała kwota jest 2 razy większa, czyli jest równa $9 \cdot 2 = 18$ [zł].



Jeżeli $\frac{1}{4}$ pewnej liczby to 10, wówczas szukana liczba jest 4 razy większa, czyli jest równa $10 \cdot 4 = 40$.

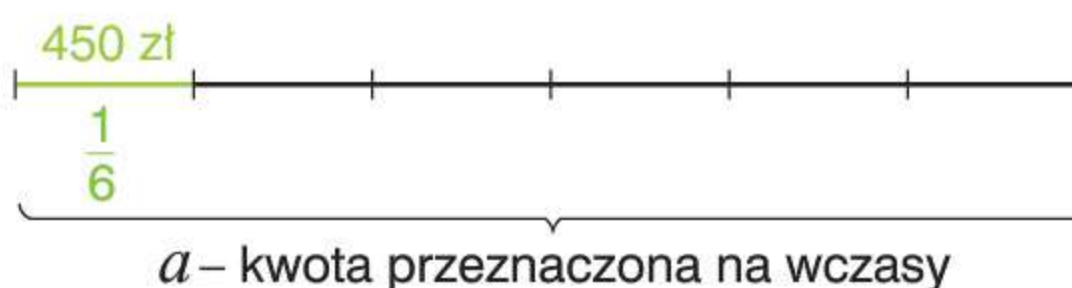
Przykład 1.

Pani Justyna podczas pobytu na wczasach często wyjeżdżała na różne wycieczki, które kosztowały łącznie 450 zł.

Była to $\frac{1}{6}$ wszystkich pieniędzy przeznaczonych na wczasy.

Jaką kwotę przeznaczyła pani Justyna na wczasy?

Wykonajmy rysunek pomocniczy.



Sposób I

$1 = \frac{6}{6}$, a więc takich części po 450 zł jest 6.

Cała kwota jest więc równa $450 \cdot 6 = 2700$, czyli 2700 zł.

Sposób II

Nie znamy całej kwoty przeznaczonej na wczasy. Zastąpmy ją literą a .

$\frac{1}{6}$ całej kwoty (a) jest równa 450 zł, co zapisujemy:

$$\frac{1}{6} \cdot a = 450$$

Aby obliczyć ułamek danej liczby, ułamek ten mnożymy przez daną liczbę.

$$450 : \frac{1}{6} = 450 \cdot 6$$

$$a = 2700 \text{ [zł]}$$

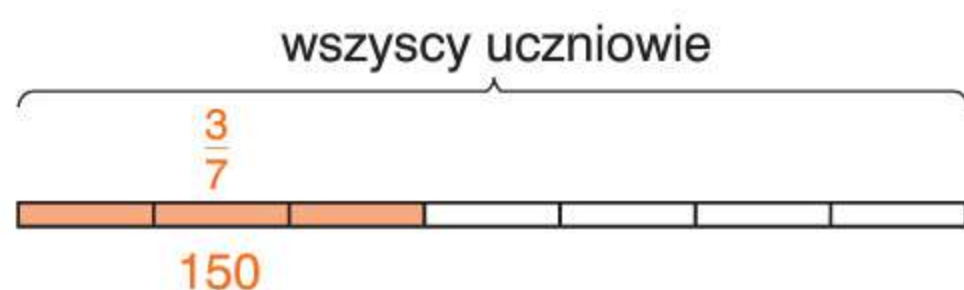
Odpowiedź. Na wczasy pani Justyna przeznaczyła 2700 zł.

Przykład 2.

W pewnej szkole 150 uczniów uczęszcza na dodatkowe zajęcia sportowe i jest to $\frac{3}{7}$ wszystkich uczniów.

Ilu uczniów jest w tej szkole?

Wykonajmy rysunek pomocniczy:

**Sposób I**

Skoro $\frac{3}{7}$ wszystkich uczniów to 150 uczniów, a $\frac{1}{7}$ to 3 razy mniej, więc $\frac{1}{7}$ wszystkich uczniów jest równa $150 : 3$, czyli 50 uczniów. Liczba uczniów w tej szkole jest 7 razy większa, bo $1 = \frac{7}{7}$, więc jest równa $7 \cdot 50$, czyli 350 uczniów.

Sposób II

Literą u zastąpmy liczbę wszystkich uczniów w tej szkole.

$\frac{3}{7}$ wszystkich uczniów (u) to 150 uczniów, więc:

$$\frac{3}{7} \cdot u = 150$$

$$150 : \frac{3}{7} = 150 \cdot \frac{7}{3} = 50 \cdot 7$$

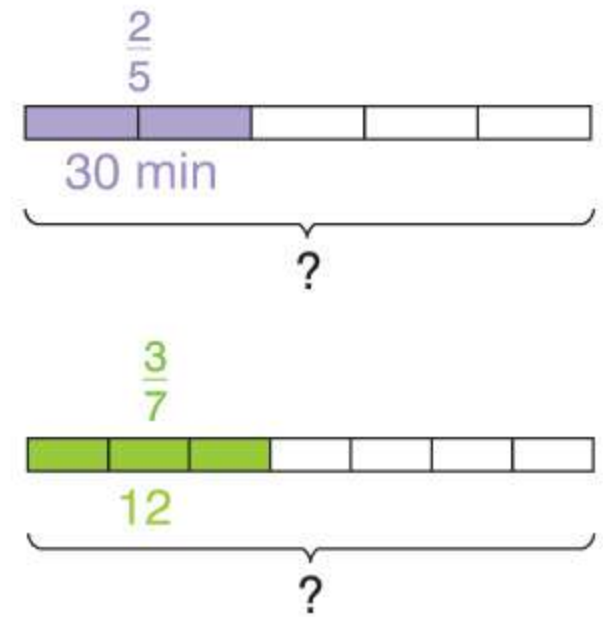
$$u = 350$$

Odpowiedź. W tej szkole jest 350 uczniów.



- 1 Podaj liczbę, której:
 - a) $\frac{1}{3}$ jest równa 9,
 - b) $\frac{1}{5}$ jest równa 12,
 - c) $\frac{1}{10}$ jest równa 15.
- 2 Podaj liczbę, której:
 - a) $\frac{2}{3}$ jest równe 22,
 - b) $\frac{3}{4}$ jest równe 36,
 - c) $\frac{4}{9}$ jest równe 80.
- 3 Podaj liczbę, której:
 - a) $1\frac{1}{3}$ jest równe 32,
 - b) $2\frac{1}{6}$ jest równe 39,
 - c) $1\frac{1}{10}$ jest równe 55.

- 4 Elektryk montował gniazda elektryczne w nowym mieszkaniu państwa Kowalskich i $\frac{2}{5}$ pracy wykonał w czasie 30 minut. W ciągu ilu minut elektryk wykona całą pracę?
- 5 Z klasówki z matematyki 12 uczniów, czyli $\frac{3}{7}$ wszystkich uczniów w klasie, otrzymało stopień dobry. Ilu uczniów było w tej klasie?
- 6 Około $\frac{1}{10}$ powierzchni lądów na Ziemi jest stale pokryta lodem. Lodem pokryte jest 15 000 000 km² lądów. Jaka jest powierzchnia lądów? Liczbę tę zapisz słownie.



Wyzwanie

W oceanarium badano liczbę uderzeń serca wieloryba. Pierwsze wyniki odczytano po 21 minutach, czyli $\frac{3}{7}$ czasu całego pomiaru. Podczas badania serce wieloryba uderzyło 441 razy.

- a) Ile minut prowadzono badanie?
 b) Ile razy na minutę uderzało serce wieloryba?
 Porównaj tę liczbę z liczbą uderzeń twojego serca.



Sprawdź się!

- 1 Podaj liczbę, której:
 a) $\frac{1}{7}$ jest równa 12, b) $\frac{2}{3}$ jest równe 12, c) $\frac{5}{6}$ jest równe 35.
- 2 Janek za $\frac{1}{3}$ swoich oszczędności kupił kwiaty dla mamy, za które zapłacił 15 zł. Ile oszczędności miał Janek?
- 3 Liczba, której $\frac{5}{8}$ to 20, jest równa
 A. 25 B. 32 C. 36 D. 28
- 4 Na obóz sportowy pojechało 72 uczniów, czyli $\frac{4}{5}$ wszystkich uczniów w szkole sportowej. Ilu uczniów jest w tej szkole?
- 5 Krzys na klasówce rozwiązał poprawnie 8 zadań i było to $\frac{2}{3}$ wszystkich zadań. Błędy popełnił w $\frac{1}{4}$ zadań, a reszty nie rozwiązał. Ile zadań było na klasówce? Ilu zadań nie rozwiązał?

10. Działania na ułamkach

Przykład 1.

Obliczmy wartość wyrażenia $6\frac{1}{4} - (2\frac{2}{3} + 5\frac{5}{6}) : 3\frac{7}{9}$.

Wykonajmy obliczenia pamiętając o kolejności wykonywania działań.

$$6\frac{1}{4} - (2\frac{2}{3} + 5\frac{5}{6}) : 3\frac{7}{9} =$$

Najpierw wykonujemy działanie w nawiasie.

$$= 6\frac{1}{4} - (2\frac{4}{6} + 5\frac{5}{6}) : 3\frac{7}{9} =$$

$$= 6\frac{1}{4} - 8\frac{1}{2} : 3\frac{7}{9} =$$

Potem wykonujemy dzielenie.

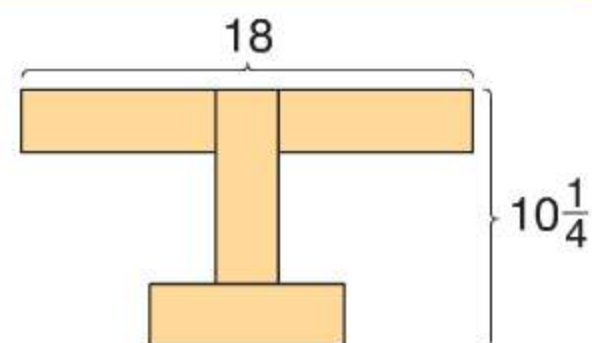
$$= 6\frac{1}{4} - \frac{17\frac{1}{2}}{2} \cdot \frac{9}{34} =$$

$$= 6\frac{1}{4} - \frac{9}{4} = 6\frac{1}{4} - 2\frac{1}{4} = 4$$

Ostatnie wykonujemy odejmowanie.

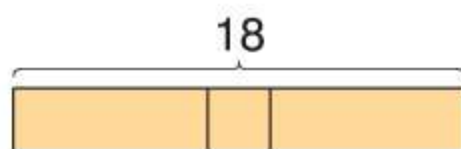
Przykład 2.

Z czterech jednakowych prostokątów Janek ułożył figurę, której kształt i wymiary podane w centymetrach są na rysunku. Podaj wymiary prostokąta.



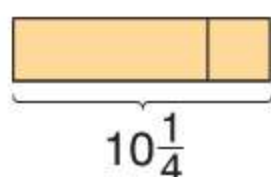
Zauważmy, że suma dwóch długości i jednej szerokości prostokąta jest równa 18 cm, a suma jednej długości i jednej szerokości prostokąta jest równa $10\frac{1}{4}$ cm.

Przedstawmy te informacje na rysunku i wykonajmy potrzebne obliczenia.



Obliczmy długość prostokąta.

$$18 - 10\frac{1}{4} = 7\frac{3}{4} \text{ [cm]}$$



Obliczmy szerokość prostokąta.

$$10\frac{1}{4} - 7\frac{3}{4} = 2\frac{2}{4} = 2\frac{1}{2} \text{ [cm]}$$

Odpowiedź. Prostokąt ma wymiary $7\frac{3}{4}$ cm $\times$ $2\frac{1}{2}$ cm.

- 1 Oblicz wartość wyrażenia.

a) $\frac{2}{3} + \frac{7}{9} - \frac{5}{6}$

b) $1\frac{1}{2} - \frac{3}{4} + \frac{5}{8}$

c) $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} : \frac{1}{2}$

d) $\frac{7}{9} : \frac{2}{3} \cdot \frac{6}{7}$

e) $3\frac{3}{4} \cdot 2\frac{2}{5} - 4\frac{3}{8}$

f) $10 - 1\frac{5}{6} \cdot 4\frac{1}{2}$

- 2 Pani Marta kupiła na wyprzedaży kurtkę, której cena została zmniejszona o 180 zł, czyli o $\frac{2}{5}$ ceny sprzed wyprzedaży. Ile kosztowała kurtka przed obniżką, a ile po obniżce?

- 3 Jurek wszedł na szczyt Trzy Korony z Polany Kosarzyska w czasie $\frac{1}{3}$ h. Ze szczytu zszedł na Przełęcz Szopka w czasie $\frac{1}{2}$ h. O ile dłużej schodził z góry, niż na nią wchodził?

Czas wyraż w godzinach i minutach.



Trzy Korony

- 4 Jaka jest wartość wyrażenia $(\frac{1}{2})^3$ oraz wyrażenia $(\frac{2}{3})^2$?

A. $\frac{1}{4}$ oraz $\frac{8}{27}$

B. $\frac{1}{4}$ oraz $\frac{4}{9}$

C. $\frac{1}{8}$ oraz $\frac{4}{3}$

D. $\frac{1}{8}$ oraz $\frac{4}{9}$

- 5 Uzupełnij zdania. Wybierz poprawne odpowiedzi spośród A i B oraz C i D.

Inny zapis liczby $(1\frac{3}{4})^3$ to A / B.

A. $1\frac{3}{4} + 1\frac{3}{4} + 1\frac{3}{4}$

B. $1\frac{3}{4} \cdot 1\frac{3}{4} \cdot 1\frac{3}{4}$

Liczba $(1\frac{3}{4})^3$ jest równa C / D.

C. $5\frac{1}{4}$

D. $5\frac{23}{64}$

- 6 Oblicz. Pamiętaj o kolejności wykonywania działań.

a) $1\frac{1}{5} - \frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{3}{10}$

b) $(2\frac{1}{4} - 1\frac{2}{3}) : (\frac{1}{6} + \frac{2}{9})$

c) $\frac{5}{7} \cdot 4\frac{2}{3} + \frac{5}{6} : 1\frac{1}{9}$

d) $(\frac{1}{2})^3 + 1\frac{1}{2} : \frac{3}{4}$

e) $\frac{5}{7} \cdot 1\frac{3}{4} - (\frac{1}{2})^2$

f) $(\frac{1}{3})^2 \cdot 1\frac{1}{8} + 1\frac{1}{2}$

- 7 Na imieniny do Basi przyszło 9 koleżanek i 8 kolegów. Basia przygotowała: $4\frac{1}{2}$ kg mandarynek, $2\frac{1}{4}$ kg bananów, $1\frac{4}{5}$ kg nektarynek. Kupiła też słodycze: $2\frac{1}{2}$ kg mieszanki czekoladowej i $1\frac{1}{4}$ kg wafli.

a) Ile mieszanki czekoladowej było na 1 talerzyku, jeżeli rozsypano ją po równo na 5 talerzyków?

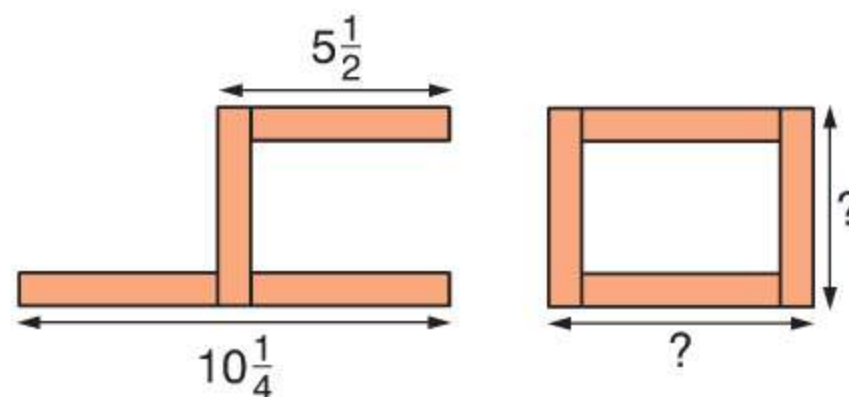
b) Jaka była masa przygotowanych owoców?

- 8 Jaką częścią liczby 35 jest wartość wyrażenia?

a) $3\frac{3}{4} - 1\frac{1}{4} : \frac{5}{6} + 1\frac{3}{4}$

b) $(2\frac{2}{3} + \frac{1}{4} \cdot 1\frac{7}{9}) : 3\frac{1}{9}$

- 9 Ania z ośmiu jednakowych prostokątów ułożyła figury, takie jak na rysunku obok. Podaj wymiary drugiej figury.



- 10 W gospodarstwie agroturystycznym państwa Nowaków żyją 32 zwierzęta: konie, kozy i kury. Kury stanowią $\frac{9}{16}$ wszystkich zwierząt, a kozy $\frac{2}{3}$ wszystkich kur.

Uzupełnij zdanie. Wybierz poprawne odpowiedzi spośród A i B, C i D, oraz E i F.

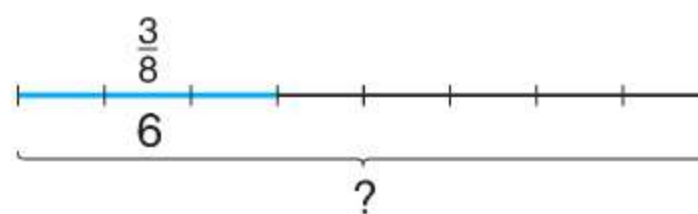
W gospodarstwie jest A / B kur, C / D kóz i E / F konie.

- A. 16 B. 18
C. 12 D. 10
E. 2 F. 4



Sprawdź się!

- 1 Oblicz. a) $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} + 2\frac{4}{5}$ b) $(2\frac{1}{3} - 1\frac{3}{4}) : \frac{7}{8}$
- 2 Rozważono $1\frac{3}{4}$ kg suszonych śliwek do torebek po $\frac{1}{4}$ kg w każdej. Ile torebek potrzebowano?
- A. 7 B. 3 C. 8 D. 2
- 3 Paweł jest fanem gier komputerowych. Ma 6 gier sportowych, które stanowią $\frac{3}{8}$ wszystkich jego gier. Ile gier komputerowych ma Paweł?
- 4 Ula i Karol umówili się, że na prezent dla babci każde z nich przeznaczy $\frac{2}{3}$ swoich oszczędności. Ula miała 72 zł, a Karol 45 zł. Ile pieniędzy razem przeznaczyły dzieci na prezent?
- 5 Długość prostokąta jest równa $2\frac{1}{2}$ m, a jego szerokość jest 5 razy krótsza. Oblicz obwód i pole tego prostokąta.



Zadania utrwalające

- 1 Narysuj 2 prostokąty o wymiarach $6 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}$. Podziel każdy z nich odpowiednio na równe części i pokoloruj:

a) $\frac{1}{2}$ prostokąta, b) $\frac{2}{3}$ prostokąta.

- 2 Zamień ułamki niewłaściwe na liczby mieszane lub odwrotnie.

a) $\frac{5}{4}$ b) $1\frac{1}{7}$ c) $2\frac{4}{5}$ d) $\frac{11}{8}$ e) $\frac{22}{7}$ f) $3\frac{2}{3}$

- 3 Przepisz przykłady, zamiast $\blacklozenge$ napisz odpowiedni znak $>$, $<$ lub $=$.

a) $\frac{7}{5} \blacklozenge 1\frac{1}{5}$ b) $\frac{4}{9} \blacklozenge \frac{4}{3}$ c) $\frac{3}{4} \blacklozenge \frac{2}{3}$
 $\frac{11}{12} \blacklozenge \frac{7}{12}$ $1\frac{2}{5} \blacklozenge \frac{7}{3}$ $1\frac{2}{3} \blacklozenge 1\frac{5}{6}$

- 4 Na osi liczbowej zaznacz liczby: $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{6}$, $1\frac{5}{12}$, $1\frac{1}{3}$.

- 5 Jakie liczby odpowiadają zaznaczonym punktom?



- 6 Na zabawę dzieci przygotowały losy: 16 pełnych i 40 pustych. Jaką część wszystkich losów stanowiły losy pełne, a jaką – puste?

- 7 Najdłuższa noc na biegunie północnym trwa 176 dob. Przez jaką część roku przestępnego trwa noc na biegunie północnym?



zorza polarna

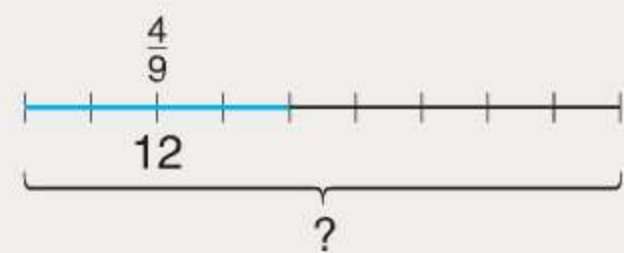
- 8 Oblicz. Wynik zapisz w najprostszej postaci.

a) $3\frac{1}{4} - 1\frac{1}{2} + 2\frac{7}{8}$ b) $\left(\frac{3}{4}\right)^2$ c) $6 : 2\frac{1}{4}$
 $21 \cdot 1\frac{1}{14}$ $\left(1\frac{1}{2}\right)^3$ $3\frac{3}{10} : 11$
 $1\frac{2}{5} \cdot 3\frac{1}{3}$ $\frac{5}{6} : \frac{2}{9}$ $3\frac{1}{3} : 4\frac{1}{3}$

- 9 Oblicz sumy, a następnie uporządkuj je malejąco.

a) $3\frac{2}{15} + 4\frac{14}{15}$ b) $5\frac{1}{15} + 2\frac{11}{15}$ c) $2\frac{7}{12} + 4\frac{9}{12}$ d) $6\frac{5}{12} + \frac{11}{12}$

- 10** W hurtowni były 4 tony mąki. Mąkę rozwieziono do trzech sklepów. Pierwszy otrzymał $1\frac{3}{5}$ t mąki, drugi $1\frac{1}{4}$ t, a trzeci $\frac{1}{2}$ t. Ile ton mąki zostało w hurtowni?
- 11** Oblicz. Pamiętaj o kolejności wykonywania działań.
 a) $(2\frac{2}{3} \cdot \frac{7}{8} - 1\frac{1}{2}) : \frac{4}{9}$ b) $5\frac{1}{6} : [12 \cdot (1\frac{5}{6} + \frac{3}{4})]$
- 12** Krzysiek zebrał w ogródku $2\frac{3}{4}$ kg malin i o $\frac{3}{5}$ kg mniej jeżyn. Ile kilogramów jeżyn i malin zebrał razem?
- 13** Obwód prostokątnej działki jest równy $\frac{57}{500}$ km. Jeden bok tej działki ma 3300 cm długości. Oblicz wymiary działki w metrach.
- 14** Oblicz, jaką częścią:
 a) godziny jest 1 min, 5 min, 20 min i 30 min,
 b) centymetra jest 1 mm, 5 mm i 9 mm.
- 15** Na półkach w sklepie stało 56 kartonów różnych soków. $\frac{2}{7}$ wszystkich soków to soki pomarańczowe, $\frac{3}{8}$ to soki grejpfrutowe, $\frac{3}{14}$ to gruszkowe, a reszta to soki jabłkowe. Ile było kartonów poszczególnych soków?
- 16** Ilu uczniów należy do drużyny szachowej, skoro 12 chłopców stanowi $\frac{4}{9}$ drużyny?
- 17** Pan Wojtek na codzienne wydatki przeznacza $\frac{3}{5}$ pensji, czyli 1680 zł. Ile zarabia pan Wojtek? Wykonaj rysunek pomocniczy.
- 18** W klasie piątej jest 24 uczniów, w tym 9 dziewczynek. Na koncert do filharmonii pojechało $\frac{5}{6}$ wszystkich uczniów. Ilu uczniów nie było na koncercie?
- 19** Pani Monika kupiła materiał na kostium. Na żakiet przeznaczyła $1\frac{7}{20}$ m materiału, a na spódnicę resztę, czyli $\frac{2}{5}$ kupionego materiału. Ile materiału kupiła pani Monika na kostium? Ile materiału przeznaczyła na uszycie spódnicy?

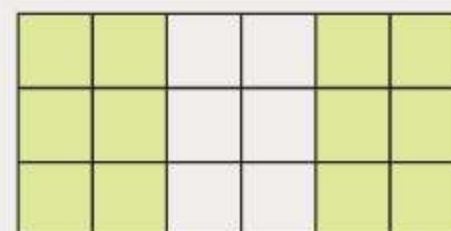


Zadania sprawdzające

Obliczenia i odpowiedzi zapisz w zeszycie.

- 1 Zamalowana część prostokąta to

A. $\frac{11}{18}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{2}$



- 2 Ułamkowi $\frac{4}{9}$ jest równy ułamek

A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{8}{20}$ C. $\frac{10}{18}$ D. $\frac{12}{27}$

- 3 Który ułamek leży najdalej od punktu A na osi liczbowej?



A. $\frac{14}{12}$ B. $\frac{9}{6}$ C. $\frac{5}{4}$ D. $\frac{11}{12}$

- 4 Drugą potęgą liczby $\frac{3}{5}$ jest

A. $2\frac{7}{9}$ B. $\frac{9}{25}$ C. $\frac{27}{125}$ D. $\frac{6}{10}$

- 5 Uzębienie stałe u dorosłego człowieka składa się z 32 zębów. $\frac{1}{4}$ zębów to tzw. siekacze. Dorosły człowiek ma

A. 8 siekaczy. B. 4 siekacze. C. 16 siekaczy. D. 12 siekaczy.

- 6 Pani Natalia kupiła 30 kg jabłek za 75 zł i 16 kg ogórków za 104 zł. Oddała sąsiadce $\frac{2}{5}$ jabłek i $\frac{2}{5}$ ogórków. Jaka była wartość przekazanych zakupów?

A. 71 zł 60 gr B. 18 zł 40 gr C. 41 zł 60 gr D. 90 zł

- 7 Kręgosłup człowieka składa się z 7 kręgów szyjnych i jest to $\frac{7}{24}$ wszystkich kręgów. Z ilu kręgów składa się kręgosłup człowieka?

A. 23 B. 12 C. 24 D. 18

- 8 Po sprzedaniu bluzek w cenie promocyjnej dostarczono do sklepu nową partię 125 takich samych bluzek, których cena była wyższa od ceny promocyjnej o $\frac{1}{5}$, czyli o 22 zł.

Uzupełnij zdania. Wybierz poprawne odpowiedzi spośród A i B oraz C i D.

Promocyjna cena bluzki była równa A / B. A. 110 zł B. 125 zł

Cena bluzki z nowej partii była równa C / D. C. 147 zł D. 132 zł



Matematyka w kuchni

Trzecia część
pierogów ma być
z kapustą.
Hm, jedna trzecia,
czyli ile?



**Ciasto na pierogi
(36 sztuk):**

- 300 g mąki
- 1 jajko
- 150 ml ciepłej wody

ROZWIĄZANIE:

$\frac{1}{3}$ z 36 pierogów
to $\frac{1}{3} \cdot 36$,
czyli 12 pierogów.

Czy mogę
od każdego z was
dostać po takim samym
kawałku
czekolady?

Ja mam
24 kostki
czekolady. Ile kostek
powinam
dać?

Moja
czekolada
ma 6 kawałków.
Proszę, odłam sobie
jeden.

ROZWIĄZANIE:

$\frac{1}{6}$ to tyle samo, co $\frac{4}{24}$,
więc dziewczyna
powinna dać 4 kostki
czekolady.





Muffiny (18 sztuk):

- 3 szklanki mąki
- $\frac{3}{4}$ szklanki cukru
- 3 jajka
- $\frac{3}{8}$ szklanki oleju
- $\frac{3}{4}$ szklanki jogurtu
- 2 łyżeczki proszku do pieczenia
- szczypta soli

Ile produktów potrzebuję, aby upiec 24 muffiny?

ROZWIĄZANIE:

24 muffiny to o $\frac{1}{3}$ więcej niż w przepisie. Zatem trzeba zwiększyć składniki o $\frac{1}{3}$.

$$3 + \frac{1}{3} \cdot 3 = 4 \text{ szklanki mąki}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = 1 \text{ szklanka cukru...}$$

Pozostałe obliczenia wykonajcie sami.

Każde z nas zjadło tyle samo pizzy.

Z całej pizzy została $\frac{1}{8}$.

Jaką część pizzy zjadło każde z nas?

ROZWIĄZANIE:

$1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$, więc zjedzono $\frac{7}{8}$ pizzy. Każdy zjadł tyle samo, zatem $\frac{7}{8} : 3 = \frac{7}{24}$, czyli każdy zjadł $\frac{7}{24}$ pizzy.

1. Zapisywanie wyrażen algebraicznych



Sowa przypomina

- Takie zapisy: $15 \cdot 60$, 5^3 , $100 - 15 \cdot 2$, $(13 + 12) \cdot 4$ to **wyrażenia arytmetyczne**.

$$15 \cdot 60 = 900 \quad 5^3 = 125 \quad 100 - 15 \cdot 2 = 70 \quad (13 + 12) \cdot 4 = 100$$

- Wyróżnione liczby: **900**, **125**, **70**, **100** to **wartości** podanych **wyrażen arytmetycznych**.



Sowa uczy

Najprostszymi **wyrażeniami algebraicznymi** są litery, np. a , b , c , d , x , y , a także liczby, np. $6\frac{1}{4}$; 7,84; 19; $33\frac{1}{2}$. Litera zastępuje liczbę.

Gdy liczby i litery połączymy znakami działań, to również otrzymamy wyrażenia algebraiczne. Takim wyrażeniom nadajemy nazwy, np.

Wyrażenie	Nazwa
$5 + a + b$	suma liczb 5, a i b
$x - y$	różnica liczb x i y
$3 \cdot b$	iloczyn liczb 3 i b lub trzykrotność liczby b
$a : b = \frac{a}{b}$	iloraz liczby a przez liczbę b , $b \neq 0$ (b nie może być równe 0)
x^2	kwadrat liczby x
$\frac{1}{2} \cdot m = \frac{m}{2}$	iloczyn liczb $\frac{1}{2}$ i m lub połowa liczby m , lub iloraz liczby m przez liczbę 2

Przykład 1.

Do pieniędzy, które były w skarbonce, Ola dołożyła 20 zł. Zapiszmy wyrażenie algebraiczne opisujące kwotę, wyrażoną w złotych, która jest teraz w skarbonce, i podajmy jego nazwę.

Kwotę, która była w skarbonce, w złotych, oznaczmy literą p .

Kwota, która jest teraz w skarbonce, to suma 20 zł i kwoty, która już tam była, czyli $20 + p$.

Wyrażenie $20 + p$ to suma liczb 20 i p .

**Sowa uczy**

- W iloczynie liczby i liter możemy opuszczać znaki mnożenia, np.
 $3 \cdot a = 3a$, $\frac{1}{2} \cdot m \cdot x = \frac{1}{2}mx$, $b \cdot c = bc$.
- Nie można** opuścić znaku mnożenia między liczbami, bo $6 \cdot 4 \neq 64$.
- Iloczyny liczb i liter zapisujemy tak, by najpierw była liczba, a później litery w kolejności alfabetycznej, np. $3 \cdot d \cdot a \cdot 5 \cdot x = 15adx$.
 Mówimy, że tak zapisane **wyrażenia są uporządkowane**.
- W iloczynie, którego jednym z czynników jest liczba 1, możemy pominąć czynnik 1, np. $1 \cdot a = 1a = a$.
- Jeżeli w iloczynach litery są te same i każda w tej samej potęgze, to mówimy, że są to **wyrazy podobne**.

Przykłady wyrazów podobnych:

$$3a \text{ i } a, \quad \frac{1}{2}a \text{ i } 5a, \quad \frac{1}{3}a^2b \text{ i } 4a^2b.$$

Przykłady wyrażeń, które **nie są** wyrazami podobnymi:

$$3a \text{ i } 3a^2, \quad a^2b \text{ i } ab^2, \quad 3ab \text{ i } 3ab^3.$$

Przykład 2.

Przedstawmy w prostszej postaci wyrażenie $8 + 7a + a - 3a + 2$.

Podkreślmy wyrazy podobne i zmieńmy kolejność liczb.

$$8 + 2 + \underline{7a} + \underline{a} - \underline{3a} = 10 + 5a$$

Dodajemy
liczby.

Wykonujemy działania
na wyrazach podobnych.

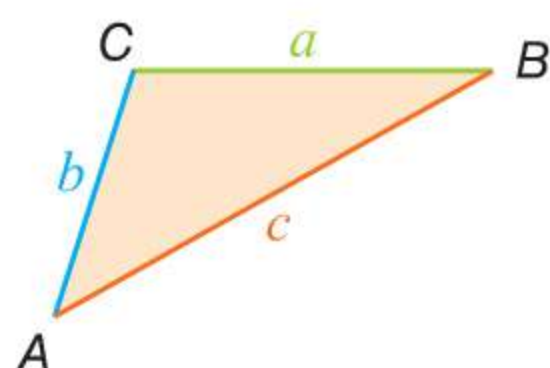
Przykład 3.

Zapiszmy za pomocą wyrażeń algebraicznych obwody każdego z narysowanych wielokątów i pola narysowanych prostokątów.

Przypomnijmy:

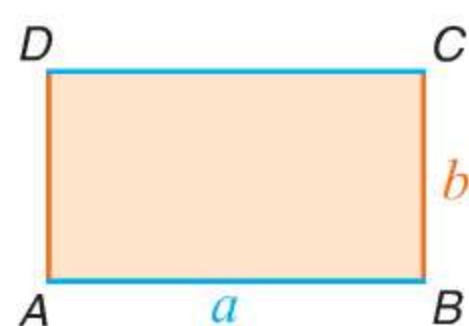
Obwód (L) wielokąta to suma długości jego boków.

Pole (P) prostokąta to iloczyn długości prostokąta przez jego szerokość.



$$L = a + b + c$$

Każdy bok trójkąta może mieć inną długość, dlatego przy każdym boku jest napisana inna litera oznaczająca jego długość.



$$L = a + b + a + b$$

$$L = 2a + 2b$$

$$L = 2(a + b)$$

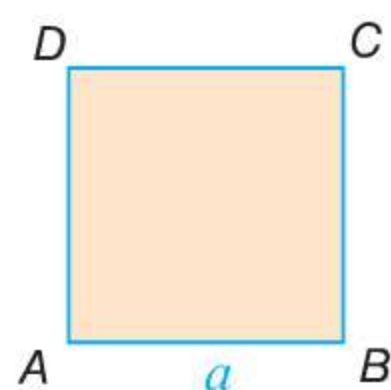
$$P = ab$$

Prostokąt ma boki równoległe równej długości. Wystarczy więc na rysunku podać tylko długości dwóch boków prostokąta.

Tak samo wyróżnione są wyrazy podobne.

Sumę jednakowych składników można zastąpić iloczynem.

Obwód prostokąta jest 2 razy dłuższy od sumy długości sąsiednich boków.



$$L = a + a + a + a$$

$$L = 4a$$

$$P = a \cdot a = a^2$$

Wszystkie boki kwadratu mają taką samą długość, dlatego można oznaczyć literą tylko długość jednego boku.

Dodawanie takich samych składników można zapisać w postaci iloczynu.

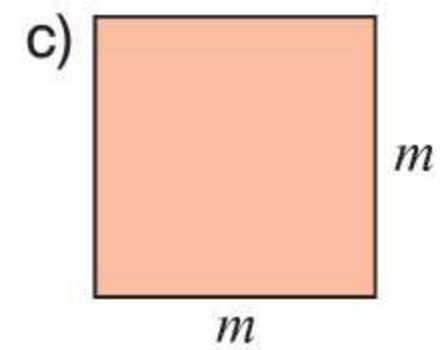
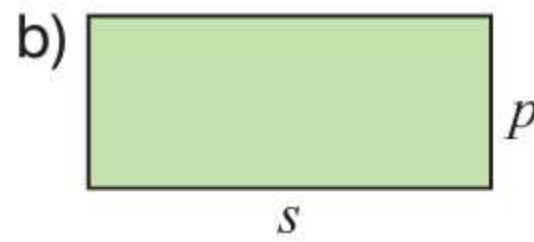
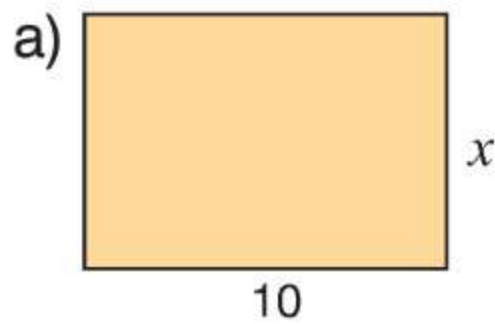
Mnożenie takich samych czynników można zapisać za pomocą potęgi.

- 1 Podaj nazwę wyrażenia algebraicznego.
a) $16 + x$ b) $y - a$ c) $m : 5$ d) $8 \cdot c$
- 2 Wyrażenie algebraiczne opisujące iloraz liczby n przez liczbę 15 to
A. $15 : n$ B. $a : 15$ C. $n \cdot 15$ D. $n : 15$
- 3 Napisz wyrażenie algebraiczne:
a) iloczyn liczb 7, m , x , b) różnica liczb p i 12,
c) trzecia potęga liczby b , d) liczba o 9 większa od a .
- 4 Napisz w prostszej postaci.
a) $a + b + b$ b) $3x + 5x$ c) $4a + 3 + a$
 $z \cdot z \cdot z$ $7b - 4b$ $2xy - 3 - xy$
- 5 Napisz wyrażenie algebraiczne opisujące wartość 2 kg malin po x zł za 1 kg.
- 6 Karol miał b zł. Za zakupy zapłacił 13 zł. Napisz wyrażenie algebraiczne opisujące, jaka jest reszta z zakupów Karola.
- 7 Patrycja kupiła książkę i album. Dała kasjerce 100 zł i otrzymała y zł reszty. Które wyrażenie algebraiczne opisuje wartość jej zakupów?
A. $100 + y$ B. $100 \cdot y$ C. $y : 100$ D. $100 - y$
- 8 Zapisz w postaci wyrażenia algebraicznego długość odcinka AB .

- 9 Obwód trójkąta jest równy 30 dm. Jeden bok ma długość 12 dm, drugi b dm. Napisz wyrażenie algebraiczne opisujące długość trzeciego boku trójkąta.
- 10 Obwód kwadratu jest równy t cm. Napisz wyrażenie algebraiczne opisujące długość boku kwadratu.
- 11 Jeden bok prostokąta ma k cm, a drugi 13 cm. Które wyrażenie algebraiczne opisuje obwód tego prostokąta?
A. $13k$ B. $2(k + 13)$ C. $k + 13$ D. $2k + 13$
- 12 Jeden bok prostokąta ma 8 dm, a drugi m dm. Które wyrażenie algebraiczne opisuje pole tego prostokąta?
A. $8 : m$ B. $m - 8$ C. $8m$ D. $m + 8$



- 13 Zapisz wyrażenia algebraiczne opisujące obwody i pola figur.



- 14 Jaką długość ma obwód kwadratu o boku m w skali 2 : 1?
Wskaż poprawną odpowiedź A lub B i jej uzasadnienie I lub II.

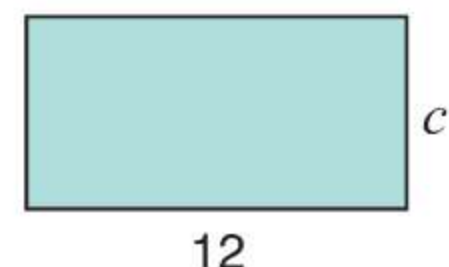
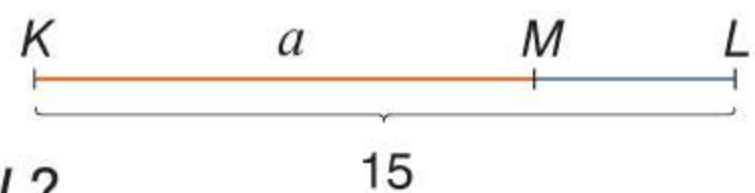
A. $4m$,	ponieważ obwód kwadratu jest	I. czterokrotnością boku o długości m .
B. $8m$,		II. czterokrotnością boku o długości $2m$.

- 15 Na domu państwa Nowaków monterzy instalowali ekologiczne panele słoneczne. Pierwsze 2 dni pracowali po k godzin, a przez następne 3 dni po m godzin. Napisz wyrażenie algebraiczne opisujące liczbę godzin pracy tej ekipy.



 Sprawdź się!

- Napisz wyrażenie algebraiczne:
a) różnica liczb p i m , b) iloczyn liczb: a , 6, b .
- Wyrazem podobnym do $5c$ jest
A. $2c^2$ B. $5ac$ C. $5xc$ D. c
- Basia kupiła książkę za 35 zł i zakładkę za a zł. Napisz wyrażenie algebraiczne opisujące wartość jej zakupów.
- Odcinek KL podzielono na dwie części, jak na rysunku. Które wyrażenie opisuje długość odcinka ML ?
A. $a - 15$ B. $a + 15$ C. $15a$ D. $15 - a$
- Zapisz wyrażenia algebraiczne opisujące obwód i pole narysowanego prostokąta.



2. Obliczanie wartości liczbowych wyrażeń algebraicznych

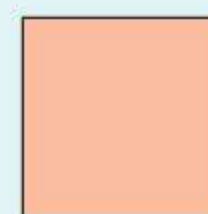


Sowa uczy

Jeżeli w wyrażeniu opisującym obwód kwadratu $4a$ napiszemy zamiast a liczbę 15 i wykonamy wskazane działanie, to otrzymamy: $4 \cdot 15 = 60$.

Liczbę 60 nazywamy **wartością liczbową wyrażenia** $4a$ dla $a = 15$.

W miejsce litery a można wpisać inną dowolną liczbę (w tym przykładzie większą od zera, bo długość odcinka nie może być liczbą ujemną) i wtedy wartość wyrażenia się zmieni, np. dla $a = 10$, $4a = 4 \cdot 10 = 40$.



15

Przykład 1.

Obliczmy wartość liczbową wyrażenia $2a + 2b$ dla:

a) $a = 12$ i $b = 17$, b) $a = 3\frac{1}{2}$ i $b = 5\frac{3}{4}$.

a) $2a + 2b = 2 \cdot 12 + 2 \cdot 17 = 24 + 34 = 58$

Liczba 58 jest **wartością liczbową wyrażenia** $2a + 2b$ dla $a = 12$ i $b = 17$.

b) $2a + 2b = 2 \cdot 3\frac{1}{2} + 2 \cdot 5\frac{3}{4} = 7 + 11\frac{1}{2} = 18\frac{1}{2}$

Liczba $18\frac{1}{2}$ jest **wartością liczbową wyrażenia** $2a + 2b$ dla $a = 3\frac{1}{2}$ i $b = 5\frac{3}{4}$.

Jedno wyrażenie może przyjmować różne wartości liczbowe.



- 1 Oblicz wartości liczbowe wyrażeń dla $a = 12$.

a) $a + 6$

b) $18 - a$

c) $a : 4$

d) $\frac{1}{2}a$

$a - 8$

$2a$

$48 : a$

$4\frac{4}{5} : a$

- 2 Oblicz wartość liczbową wyrażenia.

a) $4a$, dla $a = \frac{3}{4}$

b) $2y$, dla $y = 1\frac{1}{5}$

c) $2a + b$, dla $a = 1\frac{1}{2}$ i $b = 3$

d) $3a : 4$, dla $a = 2\frac{2}{5}$

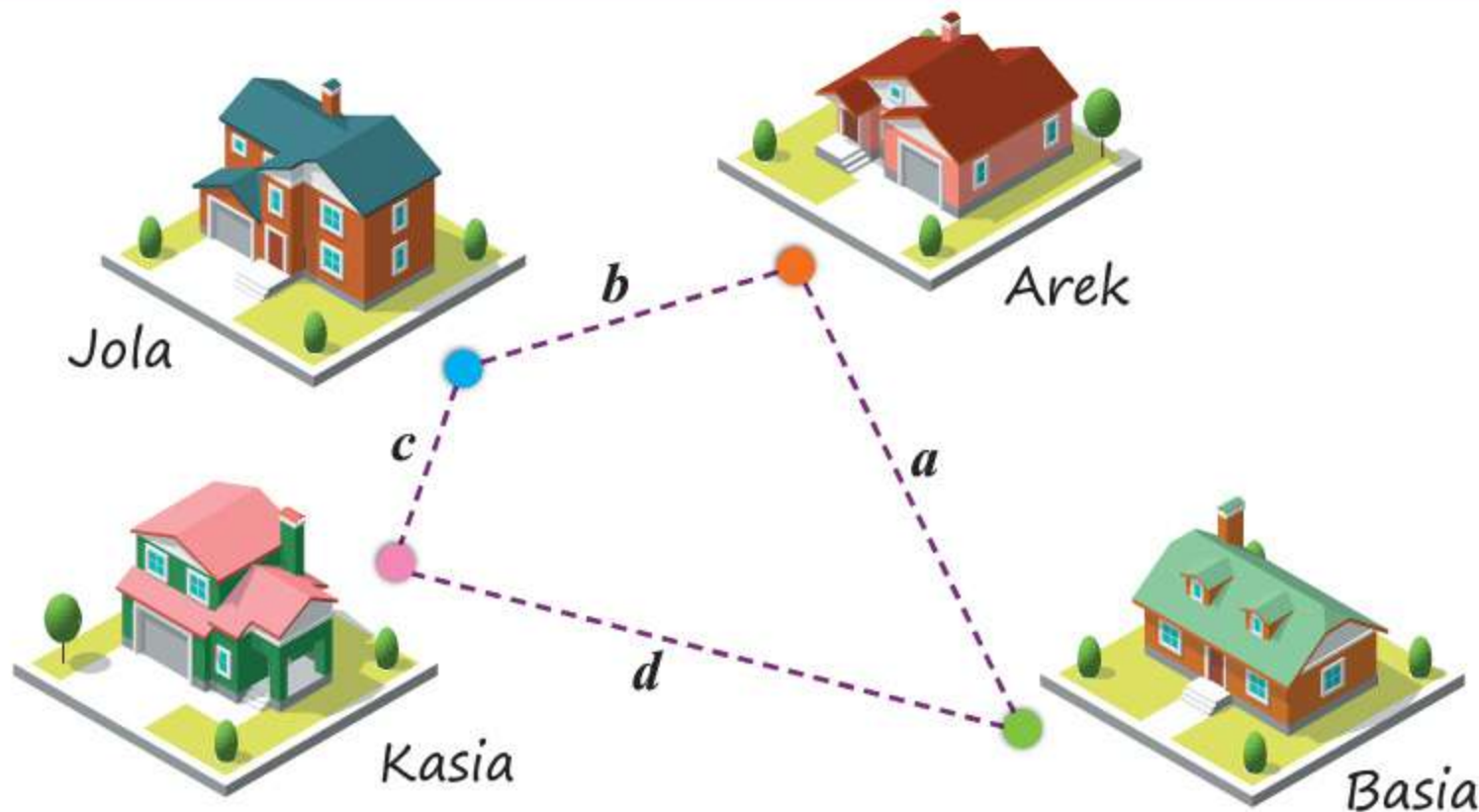
e) $m - 1\frac{1}{2}$, dla $m = 4\frac{1}{6}$

f) $3b + 2\frac{5}{6}$, dla $b = 1\frac{1}{9}$

Na podstawie poniższych informacji rozwiąż zadania 3.–5.

Domy Kasi, Joli, Arka i Basi znajdują się w wierzchołkach czworokąta.

Dzieci oznaczyły literami długości dróg łączących ich domy. Odległość domu Basi od domu Arka jest równa 600 m, domu Arka od domu Joli – $\frac{2}{5}$ km, domu Joli od domu Kasi – $\frac{1}{4}$ km, a domu Kasi od domu Basi – 750 m.



- 3 Uzupełnij zdania. Wybierz poprawne odpowiedzi spośród A i B oraz C i D.

Odległość domu Basi od domu Arka jest równa A / B.

A. $\frac{3}{5}$ km

B. $\frac{2}{5}$ km

Odległość domu Arka od domu Joli jest równa C / D.

C. 600 m

D. 400 m

- 4 Dom Joli dzieli od domu Kasi odległość

A. 250 m

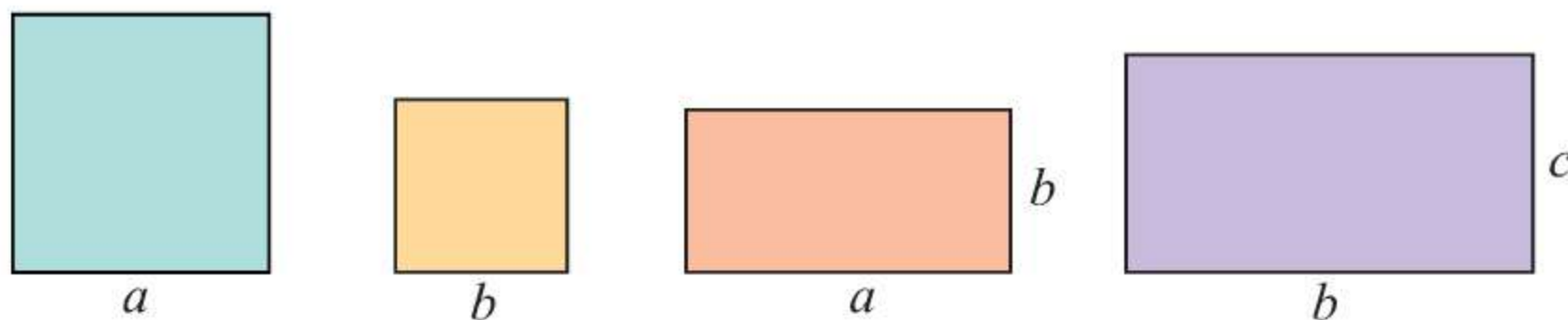
B. $\frac{1}{5}$ km

C. 300 m

D. 200 m

- 5 Napisz wyrażenie algebraiczne opisujące długość drogi, którą musi przejść Kasia, idąc do Arka, odwiedzając po drodze Basię lub Jolę. Rozważ 2 przypadki.

- 6 Napisz wyrażenia algebraiczne opisujące obwody i pola figur. Oblicz wartości liczbowe tych wyrażeń dla: $a = 6$, $b = 5\frac{3}{4}$, $c = 4$.



- 7 Jaka liczba jest wartością wyrażenia $15m + n$ dla $m = 3$, $n = 6\frac{1}{2}$? Wskaż poprawną odpowiedź A lub B i jej uzasadnienie I lub II.

A. $51\frac{1}{2}$,	ponieważ jest	I. iloczynem liczby 15 i sumy liczb 3 i $6\frac{1}{2}$.
B. $142\frac{1}{2}$,		II. sumą iloczynu 3 i 15 oraz liczby $6\frac{1}{2}$.

- 8 Pani Marta kupiła 4 doniczki mięty po a zł i 3 doniczki bazylii po b zł. Uzupełnij zdania. Wybierz poprawne odpowiedzi spośród A i B oraz C i D. Wyrażenie algebraiczne A / B opisuje, ile reszty otrzymała z 50 zł.
- A. $50 - 4a + 3b$ B. $50 - (4a + 3b)$
- Wartość zakupów dla $a = 4$, $b = 6$ była równa C / D.
- C. 34 zł D. 70 zł



Sprawdź się!

- Oblicz wartość liczbową wyrażenia $1 + 2b$ dla $b = 3\frac{2}{5}$.
- Napisz wyrażenie algebraiczne opisujące obwód narysowanego kwadratu. Oblicz obwód dla $u = 1\frac{3}{4}$ dm.
- Wartością liczbową wyrażenia $15\frac{1}{2} - a$ dla $a = 5\frac{1}{4}$ jest
A. $20\frac{3}{4}$ B. $9\frac{3}{4}$ C. $10\frac{1}{4}$ D. $10\frac{3}{4}$
- Wojtek kupił n kg bananów po 4 zł za 1 kg. Zapisz wyrażenie algebraiczne opisujące wartość zakupu Wojtka. Oblicz wartość liczbową tego wyrażenia dla $n = 5\frac{1}{2}$.
- Pomyśl pewną liczbę. Dodaj do niej taką samą liczbę i liczbę 12. Wynik podziel przez 2. Oznacz pomyślaną liczbę literą m i napisz wyrażenie algebraiczne opisujące wykonane działania.



3. Rozwiązywanie równań



Sowa przypomina

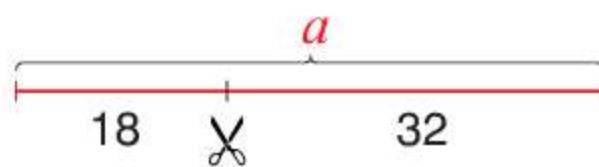
Nieznaną liczbę w równościach zastępowaliśmy kwadracikiem lub dowolną literą.

- Obliczanie niewiadomej, gdy jest ona **odjemną**.

$$a - 32 = 18$$

$$a = 18 + 32$$

$$a = 50$$



Sprawdzenie.

$$50 - 32 = 18$$

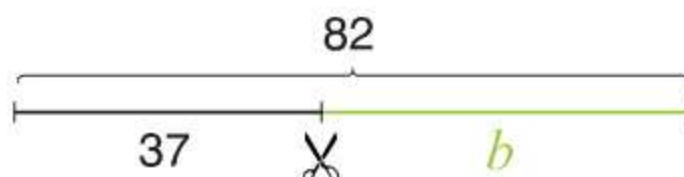
- Obliczanie niewiadomej, gdy jest ona **odjemnikiem**.

$$82 - b = 37$$

$$37 + b = 82$$

$$b = 82 - 37$$

$$b = 45$$



Sprawdzenie.

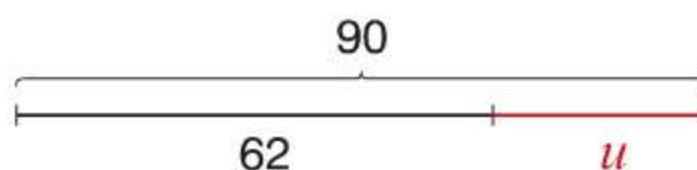
$$82 - 45 = 37$$

- Obliczanie niewiadomej, gdy jest ona **składnikiem**.

$$62 + u = 90$$

$$u = 90 - 62$$

$$u = 28$$



Sprawdzenie.

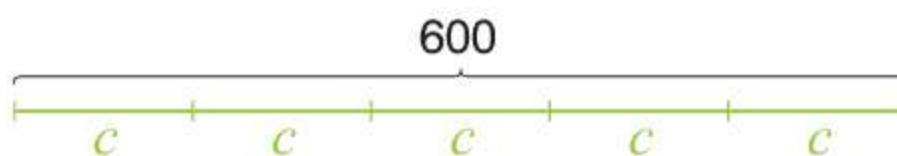
$$62 + 28 = 90$$

- Obliczanie niewiadomej, gdy jest ona **czynnikiem**.

$$5 \cdot c = 600$$

$$c = 600 : 5$$

$$c = 120$$



Sprawdzenie.

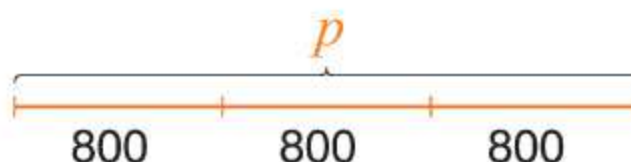
$$5 \cdot 120 = 600$$

- Obliczanie niewiadomej, gdy jest ona **dzielną**.

$$p : 800 = 3$$

$$p = 3 \cdot 800$$

$$p = 2400$$



Sprawdzenie.

$$2400 : 800 = 3$$

- Obliczanie niewiadomej, gdy jest ona **dzielnikiem**.

$$450 : d = 9, d \neq 0$$

$$9 \cdot d = 450$$

$$d = 450 : 9$$

$$d = 50$$



Sprawdzenie.

$$450 : 50 = 9$$

**Sowa uczy**

Zapisy: $15 - 7 = 8$, $6 \cdot 2 = 10 + 2$, $10 : 2 = 5$ to **równości**.

Z kolei zapis: $5 + \blacksquare = 7$ to **równanie**.

Równaniami są też zapisy: $5 + x = 7$, $15 + 3b - 2b = 5$, w których litery x , b to **niewiadome**.

Takie równania to **równania z jedną niewiadomą**.

Wyrażenie algebraiczne stojące po lewej stronie znaku równości nazywamy lewą stroną równania, a wyrażenie stojące po prawej stronie znaku równości – prawą stroną równania.

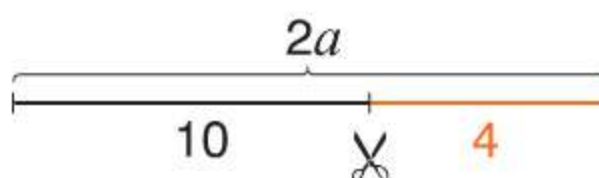
Np.

$\underbrace{5 + x}$	$=$	$\underbrace{7}$
lewa strona równania		prawa strona równania
L = $5 + x$		P = 7

Przykład 1.

Rozwiążmy równanie $2a - 4 = 10$, a następnie sprawdźmy, czy to rozwiązanie jest poprawne.

L		P
$\underbrace{2a - 4}$	$=$	$\underbrace{10}$
odjemna odjemnik		różnica



$$2a = 14$$

$$a = 14 : 2$$

$$a = 7$$

Liczba 7 jest rozwiązaniem tego równania.

Mówimy też, że **liczba 7 spełnia to równanie**.

Sprawdzenie. **L** = $2 \cdot 7 - 4 = 14 - 4 = 10$ **P** = 10 **L** = **P**

Rozwiązać równanie to znaczy znaleźć taką liczbę, aby po podstawieniu jej zamiast niewiadomej wartość liczbową wyrażenia po lewej stronie równania była równa wartości liczbowej wyrażenia po prawej stronie równania.



Przykład 2.

Która liczba: 2 czy $3\frac{1}{2}$ jest rozwiązaniem równania $4x + 5\frac{1}{6} = 19\frac{1}{6}$?

Lewa strona równania to wyrażenie $4x + 5\frac{1}{6}$. Obliczmy jego wartość liczbową dla:

$$x = 2$$

$$L = 4 \cdot 2 + 5\frac{1}{6} = 13\frac{1}{6}$$

$$P = 19\frac{1}{6} \quad L \neq P$$

Liczba 2 **nie jest** rozwiązaniem równania, czyli **nie spełnia** równania $4x + 5\frac{1}{6} = 19\frac{1}{6}$.

$$x = 3\frac{1}{2}$$

$$L = 4 \cdot 3\frac{1}{2} + 5\frac{1}{6} = 19\frac{1}{6}$$

$$P = 19\frac{1}{6} \quad L = P$$

Liczba $3\frac{1}{2}$ jest rozwiązaniem równania $4x + 5\frac{1}{6} = 19\frac{1}{6}$,
czyli liczba $3\frac{1}{2}$ spełnia to równanie.

Przykład 3.

Adam pomyślał pewną liczbę i dodał do niej tę samą liczbę. Do wyniku dodał 21, a następnie odjął 17. Otrzymał 50. Jaką liczbę pomyślał Adam?

Literą p zastąpmy liczbę, którą pomyślał Adam i przedstawmy treść zadania w tabelce.

Pomyślana liczba	Dodał pomyślaną liczbę	Dodał 21	Odjął 17	Otrzymał 50
p	$+ p$	$+ 21$	$- 17$	$= 50$

Zapiszmy równanie.

$$p + p + 21 - 17 = 50 \quad \text{Wykonajmy możliwe działania.}$$

$$2p + 4 = 50 \quad \text{Obliczmy pierwszy składnik } 2p.$$

$$2p = 46 \quad \text{Obliczmy nieznaną czynnik.}$$

$$p = 46 : 2$$

$$p = 23$$

Sprawdzenie warunków zadania.

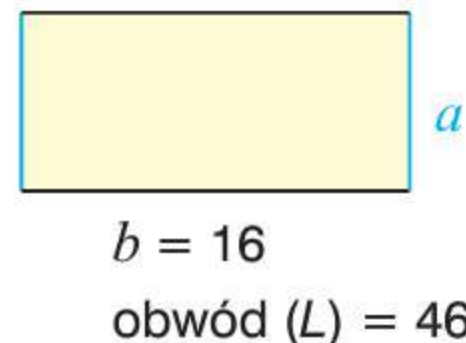
$$23 + 23 = 46, \quad 46 + 21 = 67, \quad 67 - 17 = 50$$

Odpowiedź. Adam pomyślał liczbę 23.

Przykład 4.

Obwód prostokąta jest równy 46 dm. Jeden bok ma długość 16 dm. Jaką długość ma drugi bok tego prostokąta?

Wykonajmy rysunek pomocniczy i zapiszmy dane.
Boki prostokąta oznaczmy przez a i b .

**Sposób I**

Suma dwóch boków prostokąta to połowa jego obwodu: $a + b = \frac{1}{2}L$.

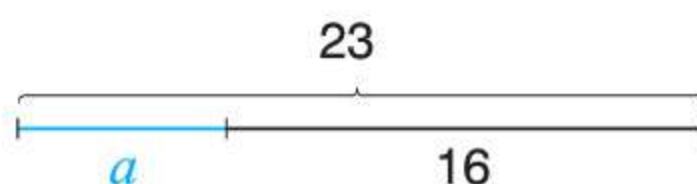
Zatem:

$$a + 16 = 46 : 2$$

$$a + 16 = 23$$

$$a = 23 - 16$$

$$a = 7$$

**Sposób II**

We wzorze $L = 2a + 2b$ litery zastępujemy danymi z zadania i wykonujemy obliczenia.

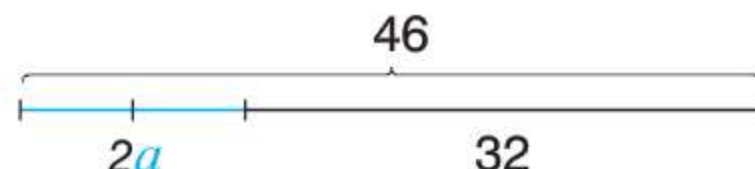
$$46 = 2a + 2 \cdot 16$$

$$2a + 32 = 46$$

$$2a = 46 - 32$$

$$2a = 14$$

$$a = 7$$



Odpowiedź. Długość drugiego boku prostokąta jest równa 7 dm.

- 1 Informację zapisz w postaci równania.
 - a) Suma liczb a i 5 jest równa 15.
 - b) Podwojona liczba b jest równa 18.
 - c) Liczba a pomniejszona o 12 jest równa 35.
 - d) Za dwie butki po x zł zapłacono 5 zł.
- 2 Która liczba jest rozwiązaniem równania $2a - 6 = 15$?

A. 21
B. $10\frac{1}{2}$
C. $4\frac{1}{2}$
D. 11

3 Rozwiąż równania i wykonaj sprawdzenia.

a) $2x = 5$

b) $15 - x = 7\frac{1}{3}$

c) $25 : b = 6$

$a + a + a = 9$

$m - 1\frac{5}{6} = 2\frac{2}{3}$

$d : 4 = 5\frac{1}{2}$

$c \cdot c \cdot c = 27$

$8\frac{5}{8} + \frac{1}{2}b = 15\frac{1}{4}$

$6 : c = 1\frac{1}{2}$

4 Rozwiąż równania.

a) $2c : 8 = 1\frac{1}{2}$

b) $3\frac{3}{4} \cdot 2x = 30$

c) $1\frac{2}{3} - 5c = 1\frac{1}{4}$

$3d : 2 = 2\frac{1}{4}$

$3a + 1\frac{3}{4} = 2\frac{1}{5}$

$\frac{1}{2}p : 1\frac{3}{4} = 8$

5 Które zdanie jest **fałszywe**?

A. Rozwiązaniem równania $2a - 1 = 17$ jest $a = 9$.

B. Liczba $b = 9$ jest rozwiązaniem równania $26 + 3b = 53$.

C. Iloczyn liczb 24 i 4 spełnia równanie $4x = 24$.

D. Równanie $16 + m = 25\frac{1}{2}$ spełnia różnica liczb $25\frac{1}{2}$ i 16.

6 Sprawdź, która z liczb: $\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, $\frac{4}{5}$, $1\frac{1}{4}$, $\frac{7}{10}$ spełnia równanie.

a) $\frac{1}{2}a + 1\frac{3}{4} = 2$ b) $10p - 5\frac{2}{3} = 1\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{2}d = 2 - \frac{3}{4}$ d) $\frac{2}{3} : b = \frac{5}{6}$

7 Skorzystaj z rysunku i wskaż równanie, które opisuje obwód (L) kwadratu.

A. $z^2 = 13$

B. $4z = 13$

C. $2z = 13$

D. $z = 13$



8 Działka ma kształt kwadratu o boku a . Do jej ogrodzenia użyto 60 dwumetrowej długości pręseł ogrodzeniowych. Łączenia pręseł miały razem 6 m długości. Ułóż równanie i oblicz długość boku działki.

9 Działka ma kształt prostokąta o obwodzie 150 m, a jeden z boków ma 30 m długości. Jaką długość ma drugi bok?

Wskaż poprawną odpowiedź A lub B i jej uzasadnienie I lub II.

A. 45 m,	ponieważ liczba określająca długość drugiego boku jest rozwiązaniem równania	I. $60 + 2d = 150$.
B. 60 m,		II. $2d + 30 = 150$.

- 10 Suma pewnej liczby i jej połowy jest równa $\frac{5}{8}$. Co to za liczba?
- 11 W 2015 r. superszybki japoński pociąg osiągnął prędkość $603 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Ile kilometrów przejechałby pociąg jadący z taką prędkością przez $\frac{t}{60}$ godziny? Oszacuj wynik i wykonaj obliczenia dla $t = 20$.

- 12 Dane są liczby:

- A. $6\frac{3}{4}$ B. $1\frac{1}{4}$
C. $5\frac{1}{3}$ D. $6\frac{2}{3}$



Odpowiedz na pytania zamieszczone w tabelce.

Przy każdym z nich wskaż literę przypisaną poprawnej odpowiedzi.

Która liczba spełnia równanie $3x + 4 = 7\frac{3}{4}$?	A	B	C	D
Która liczba spełnia równanie $4\frac{1}{2}a - 3 = 27$?	A	B	C	D

- 13 Ewa otrzymywała stypendium o połowę większe od stypendium Tomka. Odkładała miesięcznie $\frac{1}{3}$ otrzymywanej kwoty. Przez pół roku uzbierała 1200 zł. Ile wynosiło stypendium Tomka?



Sprawdź się!

- Która liczba spełnia równanie $4x - 3\frac{1}{3} = 18\frac{2}{3}$?
A. 2 B. $5\frac{1}{2}$ C. $3\frac{3}{4}$ D. 4
- Rozwiąż równanie i wykonaj sprawdzenie.
a) $4z + 6 = 18$ b) $3p : 5 = 12$
- Pani Zofia kupiła 10 kg jabłek. Ile kilogramów jabłek zużyła pani Zofia na szarlotkę, jeżeli zostało $7\frac{2}{5}$ kg jabłek? Napisz równanie do zadania i je rozwiąż.
- Powierzchnia działki w kształcie prostokąta jest równa 300 m^2 . Jeden bok działki ma 25 m długości, a drugi b metrów. Ułóż odpowiednie równanie i oblicz wymiary działki.
- Pan Marek $\frac{3}{5}$ swojej pensji przeznaczą na wyżywienie. Jaka jest jego pensja, jeżeli na wyżywienie wydaje 1500 zł? Napisz równanie do zadania i je rozwiąż.



Zadania utrwalające

- 1 Podaj nazwę wyrażenia.

a) $\frac{1}{2}xyz$ b) $p + t + z$ c) $c - d$ d) a^2 e) $\frac{m}{6}$

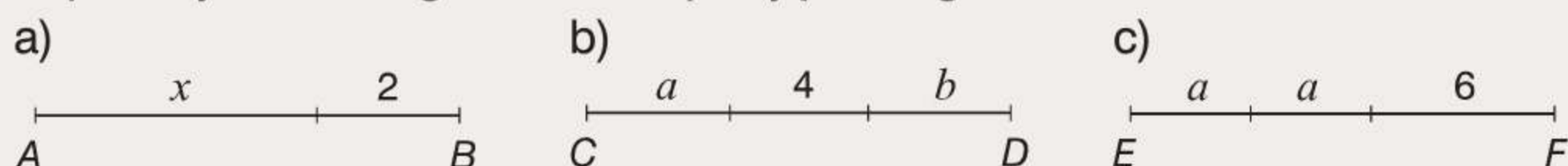
- 2 Zapisz w postaci wyrażenia algebraicznego:

a) iloraz liczb 11 i a , b) czwartą potęgę liczby m .

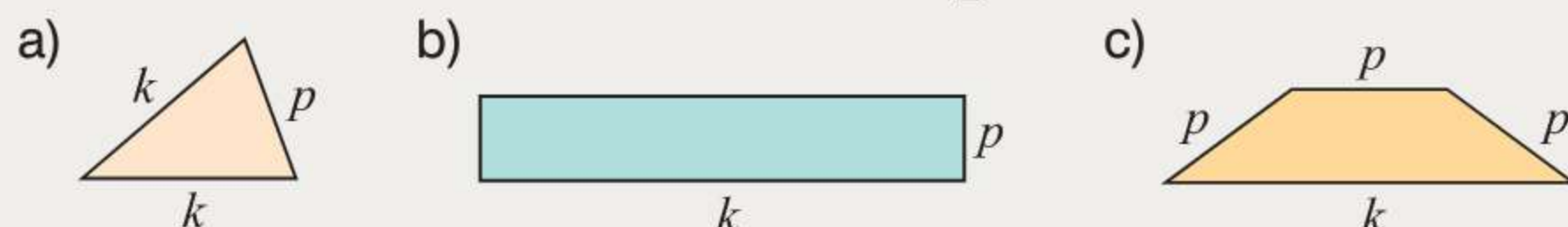
- 3 Napisz w prostszej postaci.

a) $m + m + m + m$ b) $2a + 6a + 3a$ c) $3b + b - 4$

- 4 Zapisz wyrażenia algebraiczne opisujące długości odcinków.



- 5 Napisz wyrażenia algebraiczne opisujące obwody wielokątów. Oblicz wartość liczbową tych wyrażeń dla $p = 3\frac{1}{2}$ i $k = 6$.



- 6 Podaj odpowiedź na każde pytanie w postaci wyrażenia algebraicznego.

a) Ania miała d gier. Oddała 7 z nich. Ile gier jej zostało?
 b) Ile pieniędzy zostanie ze 100 zł po kupnie płyty za a zł i książki za b zł?
 c) Ile zapłacimy za c kg sera po 17 zł za kilogram?
 d) Jaka jest długość boku kwadratu o obwodzie k ?

- 7 Która z liczb: 2, 8, $1\frac{1}{2}$ jest rozwiązaniem równania $\frac{1}{2}a - 1\frac{1}{4} = 2\frac{3}{4}$?

- 8 Rozwiąż równanie i wykonaj sprawdzenie.

a) $15 : a = \frac{3}{2}$ b) $\frac{2}{5}a - 16 = 24$ c) $7a = 3 - 1\frac{5}{6}$

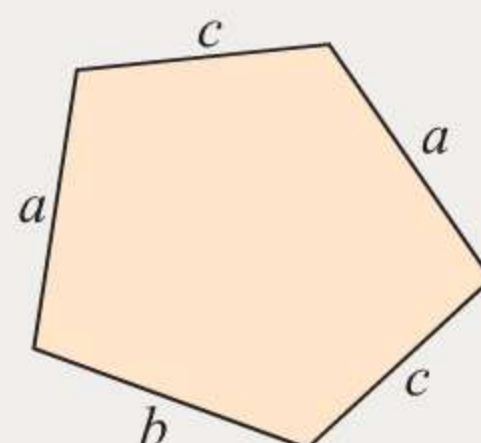
- 9 Jaką liczbę pomyślał Adaś, jeżeli od jej połowy odjął 15 i otrzymał 45?

- 10 Łamana $ABCDE$ ma boki o długościach: $|AB| = a$ cm, BC jest o 2 cm dłuższy od AB , CD jest 2 razy dłuższy od AB , a DE jest o 2 cm krótszy od AB . Napisz wyrażenie algebraiczne opisujące długość łamanej i oblicz jego wartość liczbową dla $a = 5\frac{1}{2}$.

Zadania sprawdzające

Obliczenia i odpowiedzi zapisz w zeszycie.

- 1 Suma dwukrotności liczby a i liczby 5 to
 A. $2a - 5$ B. $2a + 5$ C. $\frac{1}{2}a + 5$ D. $2a : 5$
- 2 Wyrażenie $10 : a$ to
 A. iloczyn liczby 10 i liczby a . B. suma liczby 10 i liczby a .
 C. iloraz liczby a przez liczbę 10. D. iloraz liczby 10 przez liczbę a .
- 3 Wyrazem podobnym do $3z$ jest
 A. z^2 B. $3zz$ C. $3m$ D. $2z$
- 4 Wyrażenie $a + 5 + 4a - 1 + 3a$ przedstawione w prostszej postaci to
 A. $7a + 5$ B. $7a + 4$ C. $8a + 5$ D. $8a + 4$
- 5 Które wyrażenie opisuje obwód pięciokąta?
 A. $2a + b + 2c$ B. $8a + 2b + c$
 C. $a + b + c$ D. $a + 2b + c$
- 6 Liczbą 2 razy większą od liczby a jest
 A. 2 B. $\frac{1}{2}a$ C. $\frac{a}{2}$ D. $2a$
- 7 Wartość liczbową wyrażenia $15 - \frac{1}{2}a$ dla $a = 12$ jest równa
 A. 9 B. 3 C. 12 D. 11
- 8 Rozwiązaniem równania $3a - \frac{4}{5} = 1$ jest liczba
 A. $1\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{15}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $1\frac{3}{5}$
- 9 Mateusz miał 55 zł oszczędności. Za b zł kupił grę komputerową i zostało mu 29 zł. Które równanie opisuje treść tego zadania?
 A. $b - 29 = 55$ B. $55 - b = 29$
 C. $b + 55 = 29$ D. $29b = 55$
- 10 Julia miała 25 zł, dostała a zł. Ile złotych ma teraz?
 A. $25 + a$ B. $25 \cdot a$ C. $a - 25$ D. $25 - a$



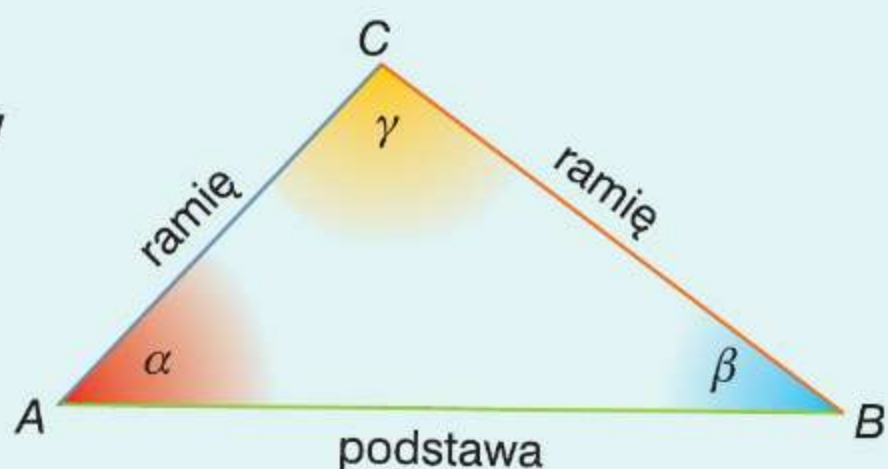
1. Trójkąt różnoboczny



Sowa uczy

Trójkąt to wielokąt o najmniejszej liczbie boków. Często jeden z boków trójkąta nazywamy **podstawą**, a dwa pozostałe – **ramionami** trójkąta.

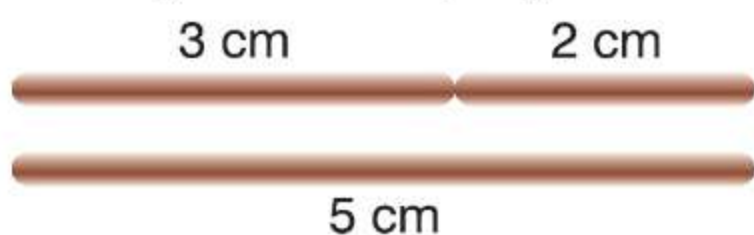
α, β, γ to **kąty wewnętrzne** tego trójkąta.



Przykład 1.

Kinga, Ola i Marta przygotowały patyczki różnej długości. Każda dziewczynka losowała 3 patyczki, z których miała ułożyć trójkąt. Czy każdej z nich to się udało?

Ola wylosowała patyczki o długości: 3 cm, 2 cm, 5 cm.

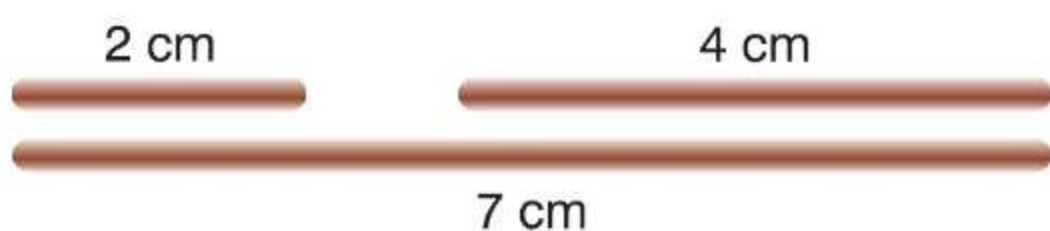


Z patyczków o takiej długości nie można ułożyć trójkąta.

Suma długości dwóch krótszych patyczków jest równa długości trzeciego.

$$2 \text{ cm} + 3 \text{ cm} = 5 \text{ cm}$$

Marta wylosowała patyczki o długości: 2 cm, 4 cm, 7 cm.



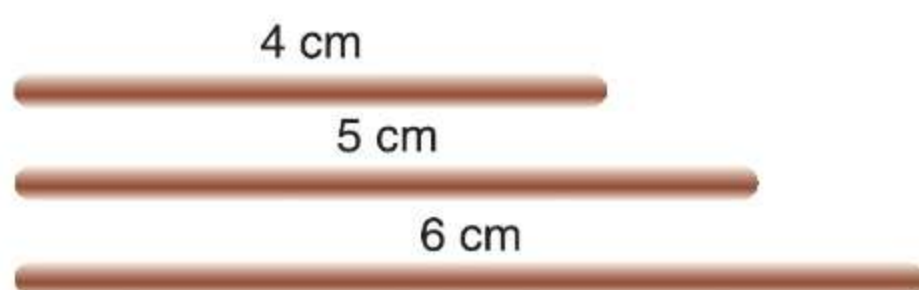
Z patyczków o takiej długości nie można ułożyć trójkąta.

Suma długości dwóch krótszych patyczków jest mniejsza od długości trzeciego.

$$2 \text{ cm} + 4 \text{ cm} < 7 \text{ cm}$$



Kinga wylosowała patyczki o długości: 4 cm, 5 cm, 6 cm.



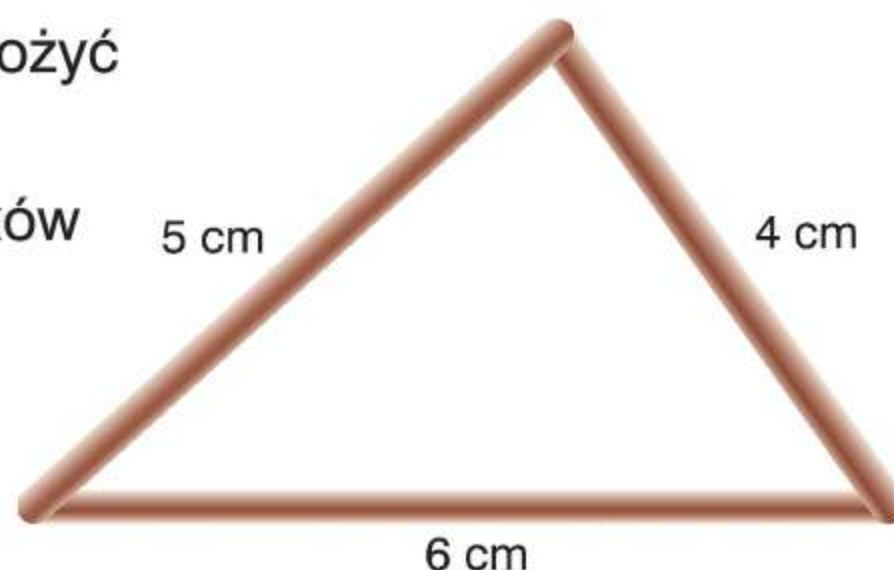
Z patyczków o takiej długości można ułożyć trójkąt.

Suma długości każdych dwóch patyczków jest większa od długości trzeciego.

$$4 \text{ cm} + 6 \text{ cm} > 5 \text{ cm}$$

$$4 \text{ cm} + 5 \text{ cm} > 6 \text{ cm}$$

$$6 \text{ cm} + 5 \text{ cm} > 4 \text{ cm}$$



Aby z trzech odcinków dało się zbudować trójkąt, to suma długości każdych dwóch odcinków musi być większa od długości trzeciego z tych odcinków.



Przykład 2.

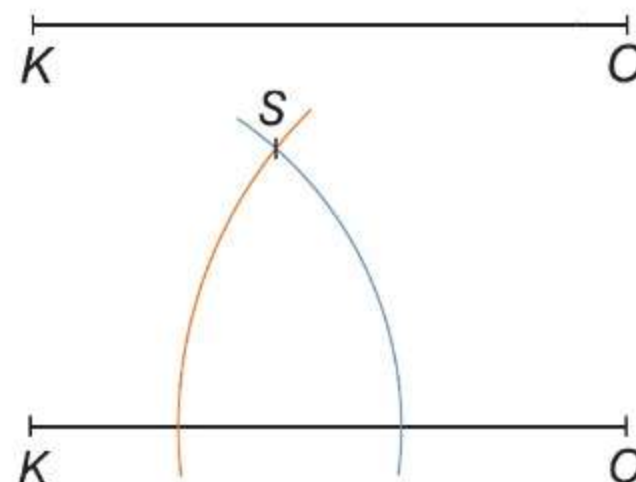
Skonstruujmy trójkąt o bokach: 4 cm, 3 cm, $2\frac{1}{2}$ cm.

Narysujmy odcinki o danych długościach, np. $|KS| = 2\frac{1}{2}$ cm, $|OS| = 3$ cm, $|KO| = 4$ cm.



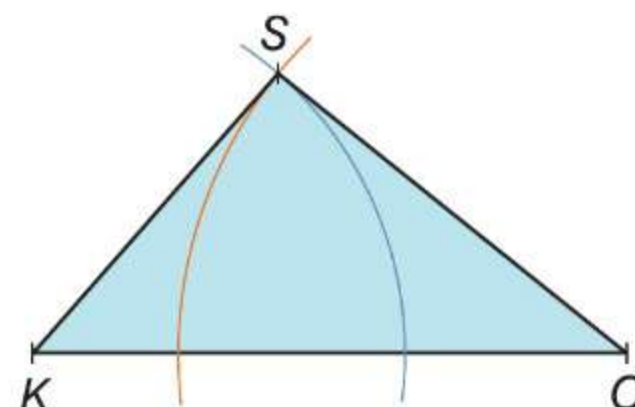
Wykonajmy konstrukcję trójkąta, którego bokami będą narysowane odcinki.

1. Rysujemy odcinek KO o długości 4 cm.
2. Rysujemy łuk okręgu o środku w punkcie K i promieniu $2\frac{1}{2}$ cm oraz łuk okręgu o środku w punkcie O i promieniu 3 cm.
Punkt przecięcia łuków oznaczamy S .



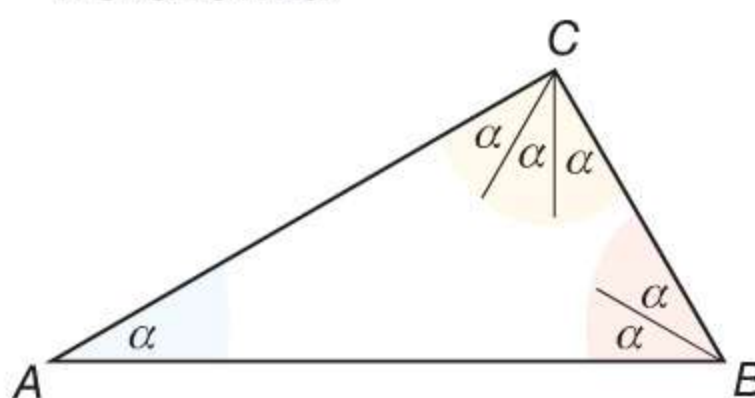
3. Kreślimy odcinki KS i OS i otrzymujemy trójkąt KOS o bokach: 4 cm, 3 cm, $2\frac{1}{2}$ cm.

Trójkąt KOS to **trójkąt różnoboczny**.



- 1 Narysuj 2 dowolne trójkąty. Oznacz literami ich wierzchołki. Napisz nazwy boków i kątów wewnętrznych tych trójkątów. Zmierz miary ich kątów wewnętrznych.
- 2 Narysuj 2 różne trójkąty, w których jeden bok ma 8 cm. Zmierz pozostałe boki tych trójkątów. W każdym trójkącie porównaj sumę długości każdych dwóch boków z długością trzeciego boku.
- 3 Skonstruuj trójkąt o bokach: 7 cm, 5 cm, 6 cm. Oblicz obwód tego trójkąta.
- 4 Oblicz obwód trójkąta o bokach:
 a) $12\frac{1}{4}$ dm, $13\frac{3}{5}$ dm, $8\frac{3}{4}$ dm, b) $10\frac{4}{5}$ cm, $14\frac{3}{4}$ cm, $16\frac{7}{10}$ cm.
- 5 Trójkąta **nie można** zbudować z odcinków o długości
 A. 3 cm, 4 cm, 5 cm B. 1 dm, 2 dm, 3 dm
 C. 7 cm, 7 cm, 12 cm D. 8 dm, 5 dm, 4 dm
- 6 Z których trzech odcinków o podanych długościach **nie można** zbudować trójkąta? Zwróć uwagę na jednostki.
 A. 23 cm, 17 cm, 46 cm B. 12 cm, 3 dm, 19 cm
 C. $5\frac{1}{2}$ dm, $1\frac{1}{2}$ dm, $4\frac{3}{4}$ dm D. $9\frac{1}{4}$ m, $5\frac{1}{2}$ m, 100 dm
- 7 Bez wykonywania pomiarów narysuj 3 odcinki różnej długości. Skonstruuj trójkąt o takich bokach jak narysowane odcinki. Uzasadnij, dlaczego udało się wykonać to zadanie lub dlaczego się nie udało wykonać zadania.
- 8 Długości dwóch boków trójkąta są równe 4 cm i 8 cm. Jaką długość może mieć trzeci bok, aby był to trójkąt różnoboczny? Narysuj te odcinki. Skonstruuj trójkąt o podanych bokach w skali 1 : 2.
- 9 Jeden z kątów wewnętrznych trójkąta *KLM* ma miarę równą 35° , a drugi jest 3 razy większy. Oblicz miary kątów tego trójkąta.
- 10 Jeden z kątów wewnętrznych trójkąta *KOS* ma miarę 52° , a drugi jest o 46° większy. Oblicz miary kątów tego trójkąta.
- 11 W trójkącie *ABC* kąt *ABC* ma miarę 2 razy większą od miary kąta *BAC*, a kąt *BCA* ma miarę 3 razy większą od miary kąta *BAC*. Oblicz miary kątów wewnętrznych tego trójkąta. Który bok jest najdłuższy?

Wskazówka.





A to ciekawe!

Wiele elementów budowli ma kształt trójkąta. Inżynierowie wiedzą, że trójkąt jest figurą sztywną i wzmacnia konstrukcję. Trójkąty możemy zauważyć na przykład w słupach elektrycznych wysokiego napięcia oraz w podpórkach podtrzymujących na płaskim dachu ogniwa fotowoltaiczne.

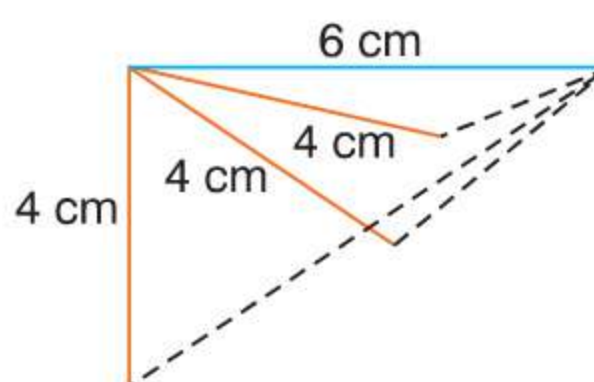
Narysuj prostokąt składający się z co najmniej ośmiu trójkątów.



Wyzwanie

Dwa boki trójkąta różnobocznego mają 4 cm i 6 cm. Jakiej długości może być trzeci bok?

Wskazówka.



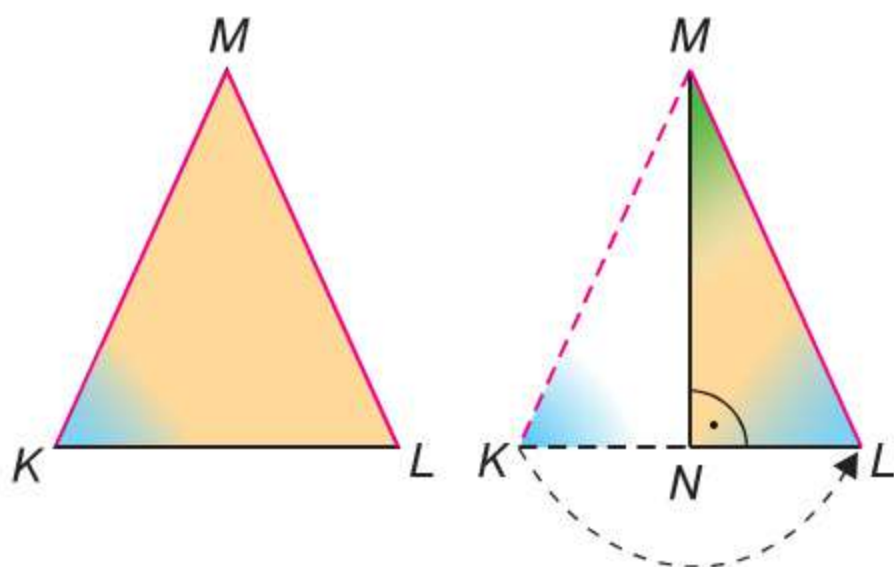
Sprawdź się!

- Podane są długości trzech odcinków. Które z nich mogą być bokami trójkąta? Zwróć uwagę na jednostki.
 A. 14 cm, 6 cm, 3 cm B. 6 cm, 10 cm, 7 dm
 C. 9 m, 11 m, 10 m D. $8\frac{1}{2}$ cm, 4 dm, $5\frac{1}{2}$ cm
- Narysuj dowolny trójkąt różnoboczny i oblicz jego obwód.
- Skonstruuj trójkąt o bokach długości: 5 cm, 4 cm, 3 cm.
- Jeden bok trójkąta ma 12 cm, a drugi jest o 30 mm dłuższy. Uzupełnij zdania. Wybierz poprawne odpowiedzi spośród A i B oraz C i D.
 Drugi bok trójkąta ma długość A / B. A. 42 cm B. 15 cm
 Trzeci bok może mieć długość C / D. C. 14 cm D. 30 cm
- W trójkącie LOS kąt LOS ma miarę 102° , a kąt OLS ma miarę 2 razy mniejszą.
 a) Oblicz miary kątów wewnętrznych tego trójkąta.
 b) Który bok tego trójkąta jest najkrótszy, a który najdłuższy?

2. Trójkąt równoramienny

Przykład 1.

Skonstruujmy trójkąt KLM , którego $|KL| = 3$ cm, $|KM| = 4$ cm, $|ML| = 4$ cm. Wytnijmy go i złożmy tak, aby nałożyły się na siebie równe boki.



Zauważmy, że:

- ramiona są równej długości:
 $|KM| = |LM|$,
- kąty przy podstawie są równej miary: $\sphericalangle MKL = \sphericalangle KLM$,
- linia złożenia jest prostopadła do podstawy: $MN \perp KL$,
- punkt N jest środkiem odcinka KL .

Taki trójkąt nazywamy **trójkątem równoramiennym**.



W trójkącie równoramiennym kąty przy podstawie mają taką samą miarę.

- 1 Skonstruuj dowolny trójkąt równoramienny. Oznacz literami jego wierzchołki. Nazwij jego ramiona. Zmierz kąty przy podstawie.
- 2 Podstawa trójkąta równoramiennego ma 2 cm 4 mm. Ramię jest 3 razy dłuższe. Skonstruuj ten trójkąt w skali 1 : 2 i oblicz obwody obu trójkątów.
- 3 Narysuj taki trójkąt równoramienny, który ma przy podstawie kąt 70° . Podstawa ma 4 cm. Podaj miary pozostałych kątów tego trójkąta.
- 4 W trójkącie równoramiennym kąt między ramionami ma miarę 70° . Kąty przy podstawie mają po
A. 70° B. 110° C. 40° D. 55°
- 5 Ramię trójkąta równoramiennego jest 3 razy dłuższe od jego podstawy, a obwód tego trójkąta wynosi 140 cm. Oblicz długości boków tego trójkąta.



- 6 Obwód trójkąta równoramiennego jest równy 29 cm. Jeden bok ma 12 cm. Oblicz długości pozostałych boków tego trójkąta. Rozpatrz 2 przypadki.
- 7 Karol narysował trójkąt równoramienny o bokach 6 cm i 10 cm. Oblicz obwód tego trójkąta. Rozpatrz 2 przypadki.
- 8 Ramię trójkąta równoramiennego ma 15 cm. Jaką długość może mieć podstawa tego trójkąta?
- 9 Podstawa trójkąta równoramiennego jest równa 3 cm. Jaką długość mogą mieć ramiona tego trójkąta?

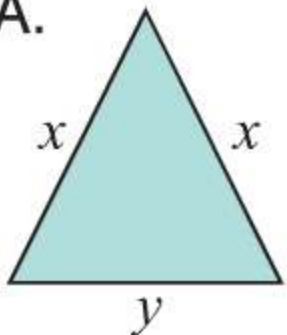
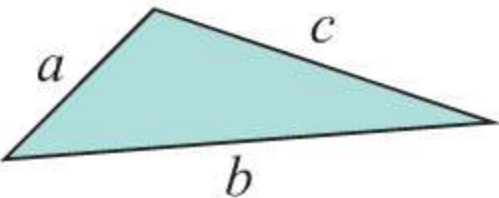
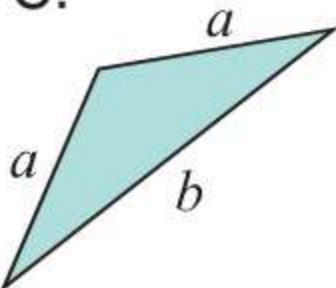
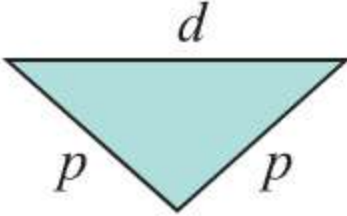


Wyzwanie

Mieszkańcy dwóch miejscowości leżących po tej samej stronie rzeki chcą zbudować most na tej rzece, aby z obu miejscowości do mostu była jednakowa odległość. Jak znaleźć takie miejsce?



Sprawdź się!

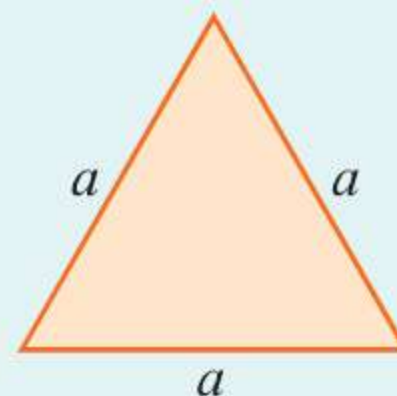
- 1 Na rysunku boki jednakowej długości oznaczono taką samą literą. Trójkątem równoramiennym **nie jest**
 - A. 
 - B. 
 - C. 
 - D. 
- 2 Skonstruuj trójkąt równoramienny, którego podstawa ma 6 cm, a ramiona mają po 8 cm.
- 3 Podstawa trójkąta równoramiennego ma $4\frac{1}{2}$ dm. Ramię jest o 1 dm dłuższe. Oblicz obwód tego trójkąta.
- 4 W trójkącie równoramiennym kąt przy podstawie ma 50° . Oblicz miarę kąta między ramionami.
- 5 Narysuj taki trójkąt równoramienny, w którym kąt między równymi bokami ma miarę 130° . Oblicz miary pozostałych kątów tego trójkąta.

3. Trójkąt równoboczny



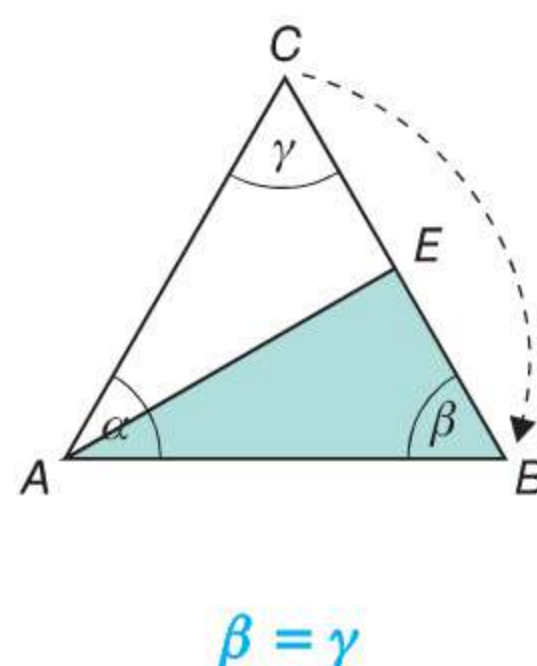
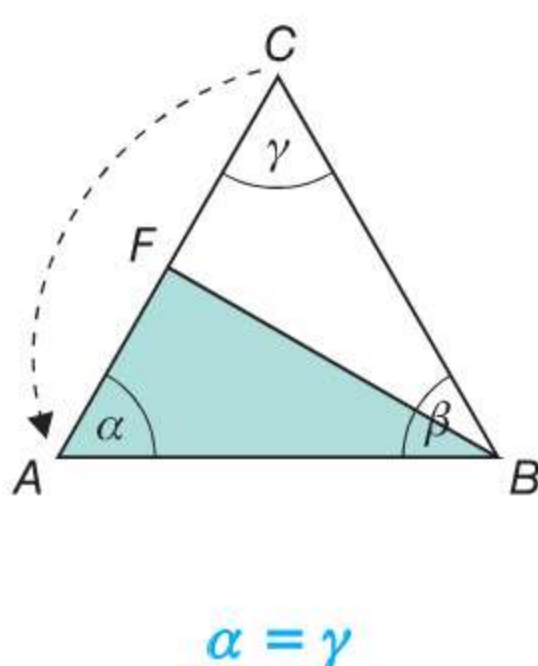
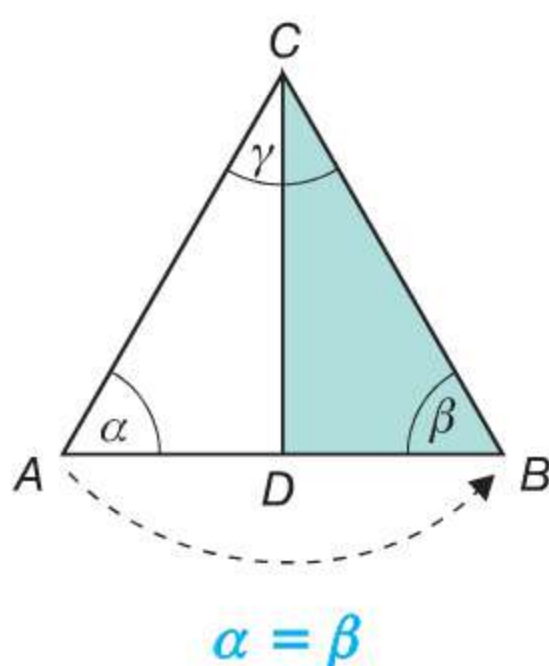
Sowa uczy

Trójkąt równoramienny, którego wszystkie boki mają taką samą długość, to **trójkąt równoboczny**.



Przykład 1.

Skonstruujmy trójkąt równoboczny ABC . Wytnijmy go i składajmy tak, aby nakładały się na siebie dwa boki.



Ponieważ $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ (jako suma miar kątów wewnętrznych w trójkącie), więc: $\alpha = \beta = \gamma = 180^\circ : 3 = 60^\circ$.



Kąty wewnętrzne trójkąta równobocznego są równe i każdy ma miarę 60° .

Trójkąt równoboczny jest trójkątem foremnym.

- 1 Skonstruuj trójkąt równoboczny o boku długości 3 cm.
- 2 Oblicz obwód trójkąta równobocznego o boku:
a) 5 cm, b) 6 cm, c) $4\frac{2}{5}$ cm.



- 3 Obwód trójkąta równobocznego ma $61\frac{1}{2}$ dm. Bok trójkąta ma długość
 A. $20\frac{1}{2}$ cm B. $20\frac{1}{2}$ dm C. $31\frac{1}{2}$ dm D. $21\frac{1}{2}$ dm
- 4 Skonstruuj trójkąt równoboczny o boku 2 cm 5 mm. Na każdym boku tego trójkąta skonstruuj trójkąt równoboczny. Jakim wielokątem jest figura, która powstała? Oblicz jej obwód i miary kątów wewnętrznych.
- 5 Bok trójkąta równobocznego ma długość 18 cm. Skonstruuj ten trójkąt w skali 1 : 3 i oblicz jego obwód.



Wyzwanie

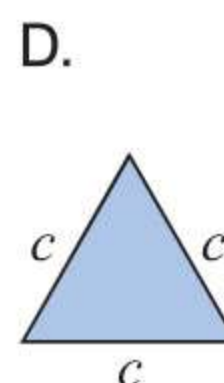
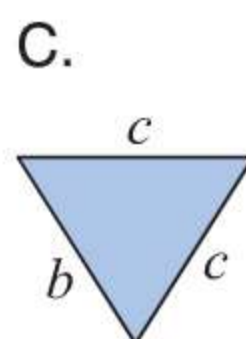
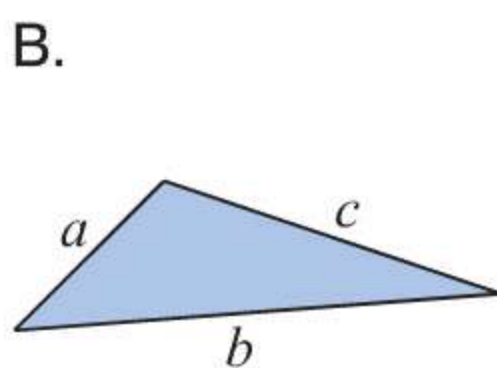
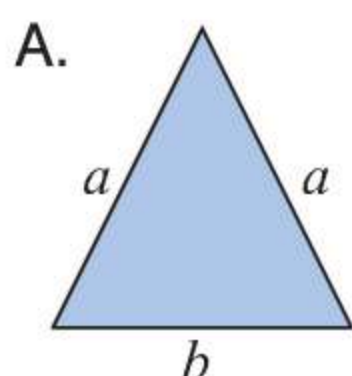
Mateusz narysował trójkąt równoboczny MNO o boku 9 cm. Każdy jego bok podzielił na 3 równe części. Wyznaczone punkty podziału boków łączył tak, by odcinek łączący te punkty był równoległy do jednego z boków. Powstały trójkąty.

- Ile trójkątów powstało?
- Co to za trójkąty?
- Jaką częścią trójkąta MNO jest jeden najmniejszy trójkąt?
- Jaka figura powstanie, jeżeli odetniesz najmniejsze trójkąty o wierzchołkach: M, N, O ? Oblicz miary jej kątów wewnętrznych.



Sprawdź się!

- 1 Na rysunku boki jednakowej długości oznaczono taką samą literą. Trójkątem równobocznym jest



- Narysuj odcinek AB . Skonstruuj trójkąt równoboczny o boku AB .
- Oblicz obwód trójkąta równobocznego o boku długości $4\frac{1}{2}$ dm.
- Obwód trójkąta równobocznego jest równy $19\frac{1}{2}$ cm. Bok tego trójkąta ma długość
 A. 4 cm B. $5\frac{1}{2}$ cm C. $6\frac{1}{2}$ cm D. $8\frac{1}{2}$ cm
- Obwód trójkąta równobocznego jest równy 84 cm. Skonstruuj go w skali 1 : 7 i oblicz jego obwód.

4. Podział trójkątów ze względu na kąt

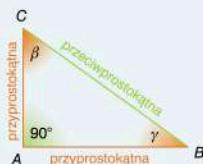


Sowa uczy

- Tak dzielimy trójkąty ze względu na ich kąty wewnętrzne.



- W trójkącie prostokątnym boki mają swoje nazwy.



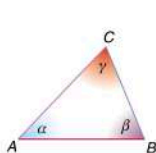
Boki AB i AC to **przyprostokątne**,
leżą na ramionach kąta prostego.

Bok BC to **przeciwprostokątna**,
leży naprzeciw kąta prostego
i jest najdłuższym bokiem trójkąta
prostokątnego.

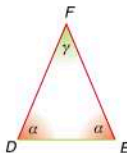
Przykład 1.

Skonstruujmy i wytnijmy różne trójkąty ostrokatne, a następnie zbadajmy, jakie kąty wewnętrzne może mieć **trójkąt ostrokatny**:

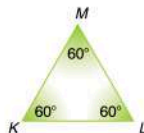
- a) **różnoboczny**, b) **równoramienny**, c) **równoboczny**.



Każdy kąt ma inną miarę.



Kąty przy podstawie mają taką samą miarę.

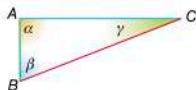


Wszystkie kąty mają taką samą miarę.

Przykład 2.

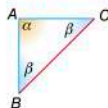
Zbadajmy kąty wewnętrzne **trójkąta prostokątnego**:

a) **równobocznego**,



$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ \text{ i } \alpha = 90^\circ, \\ \text{więc } \beta + \gamma = 90^\circ.$$

b) **równoramiennego**.



$$\alpha + 2\beta = 180^\circ \text{ i } \alpha = 90^\circ, \\ \text{więc } 2\beta = 90^\circ, \text{ a } \beta = 45^\circ.$$

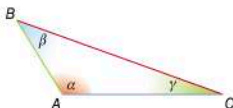
Suma miar kątów ostrych w trójkącie prostokątnym jest równa 90° .



Przykład 3.

Zbadajmy kąty wewnętrzne **trójkąta rozwartokątnego**:

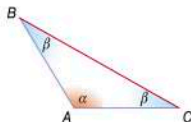
a) **równobocznego**,



Każdy kąt wewnętrzny ma inną miarę.

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ \text{ i } \alpha > 90^\circ, \\ \text{więc } \beta + \gamma < 90^\circ.$$

b) **równoramiennego**.



Kąty przy boku BC mają taką samą miarę.

$$\alpha + 2\beta = 180^\circ \text{ i } \alpha > 90^\circ, \\ \text{więc } 2\beta < 90^\circ.$$

Suma miar kątów ostrych w trójkącie rozwartokątnym jest mniejsza od 90° .



- 1 W trójkącie prostokątnym kąty ostre mogą mieć miary
A. $45^\circ, 55^\circ$ B. $20^\circ, 40^\circ$ C. $30^\circ, 70^\circ$ D. $10^\circ, 80^\circ$
- 2 W trójkącie rozwartokątnym kąty ostre mogą mieć miary
A. $30^\circ, 80^\circ$ B. $45^\circ, 45^\circ$ C. $20^\circ, 40^\circ$ D. $90^\circ, 10^\circ$

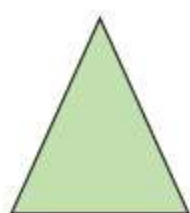
- 3 Skonstruuj trójkąt o bokach:
 a) 4 cm, 5 cm, 6 cm, b) 12 cm, 5 cm, 13 cm,
 c) 4 cm, 6 cm, 8 cm, d) 5 cm, 12 cm, 12 cm.
 Podaj jego nazwę ze względu na kąty.
- 4 Narysuj trójkąt równoboczny ABC o boku 6 cm. Środki jego boków oznacz punktami K, L, M i połącz je odcinkami.
 a) Podaj nazwy otrzymanych figur i miary ich kątów wewnętrznych.
 b) Ile razy obwód trójkąta ABC jest większy od obwodu figury KLM ?
- 5 Narysuj trójkąt równoramienny, którego jeden z kątów ma miarę 45° . Podaj jego nazwę ze względu na kąty. Rozważ 2 przypadki.
- 6 Narysuj prostą p i punkt A w odległości 3 cm od tej prostej. Na prostej p zaznacz punkt B , który leży najbliżej punktu A oraz punkty C i D w odległości 3 cm od punktu B . Połącz wszystkie wyznaczone punkty. Ile trójkątów powstało? Podaj ich nazwy ze względu na kąty i boki.



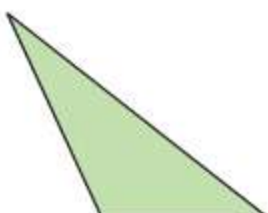
Sprawdź się!

- 1 Na którym rysunku jest trójkąt równoramienny rozwartokątny?

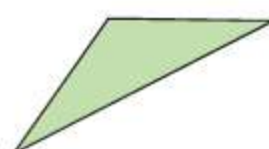
A.



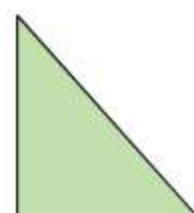
B.



C.

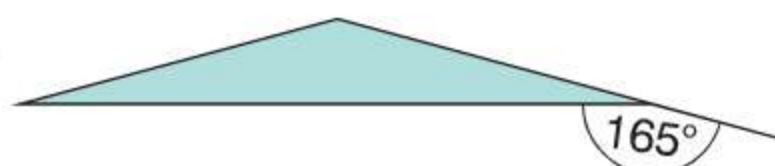


D.

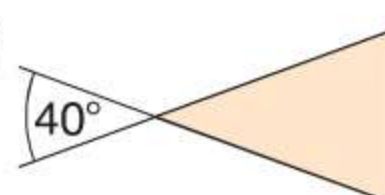


- 2 Skonstruuj trójkąt równoramienny, którego podstawa ma 5 cm, a ramię ma 3 cm. Podaj nazwę tego trójkąta ze względu na kąty.
- 3 Skonstruuj trójkąt o bokach: 3 cm, 5 cm, 5 cm. Podaj jego nazwę ze względu na kąty.
- 4 Trójkąt, którego kąty wewnętrzne mają miary 40° i 50° , to trójkąt
 A. różnoboczny ostrokątny. B. różnoboczny prostokątny.
 C. równoramienny rozwartokątny. D. równoramienny prostokątny.
- 5 Oblicz miary kątów wewnętrznych trójkąta równoramiennego.

a)



b)



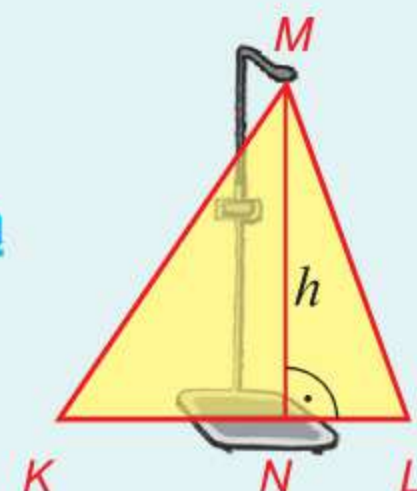
5. Wysokości trójkątów



Sowa uczy

Z wierzchołka M poprowadzono odcinek MN prostopadły do przeciwległego boku – podstawy KL . Odcinek MN lub jego długość h nazywamy **wysokością trójkąta** KLM . Wysokość jest równa odległości wierzchołka od podstawy.

Każdy trójkąt ma 3 wierzchołki, więc **każdy trójkąt ma 3 wysokości**.



Przykład 1.

Za pomocą ekierki i linijki narysujemy wysokości trójkąta ostrokątnego ABC .

Do boku AB przyłożymy linijkę, a do niej ekierkę, jak pokazano na rysunku. Przesuńmy ekierkę po linijce tak, aby wierzchołek C trójkąta znalazł się przy ramieniu ekierki prostopadłym do linijki.

Z wierzchołka C narysujemy odcinek prostopadły do boku AB – wysokość h_1 .

Zapisujemy: $h_1 \perp AB$.

Przyłożymy linijkę do boku BC i do niej ekierkę.

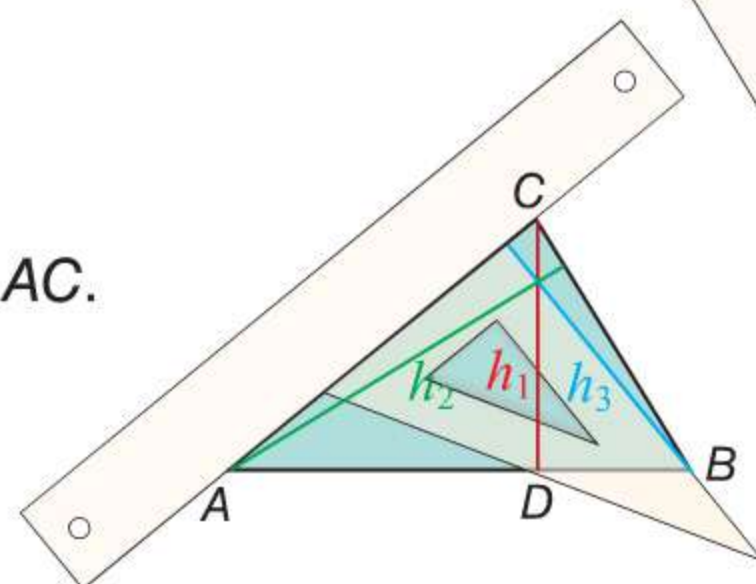
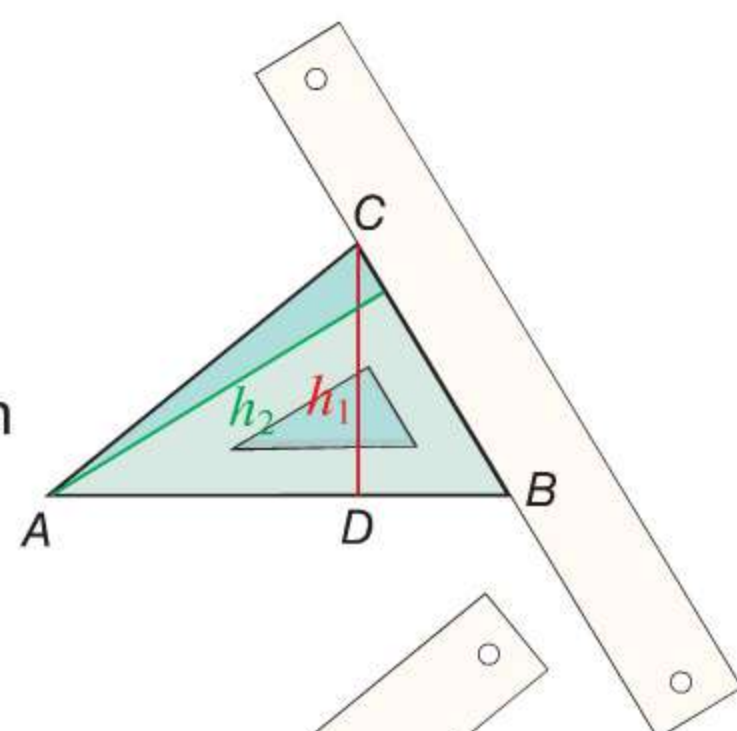
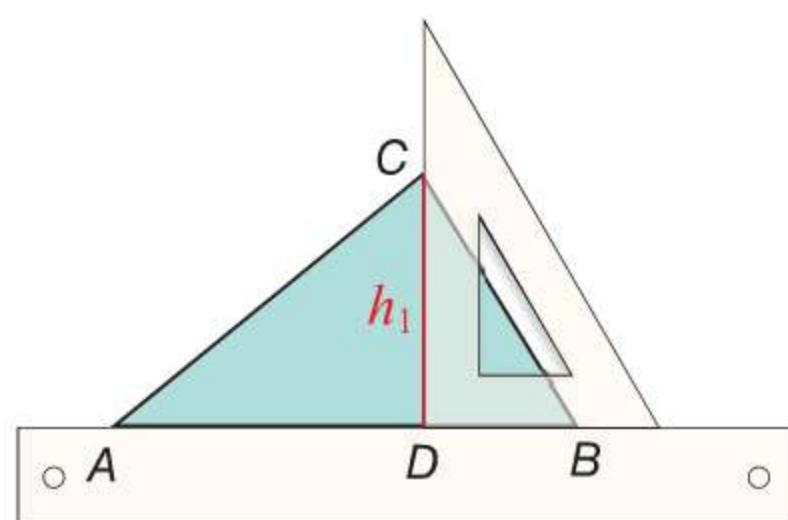
Przesuńmy ekierkę po linijce tak, aby wierzchołek A trójkąta znalazł się przy ramieniu ekierki prostopadłym do linijki. Z wierzchołka A narysujemy wysokość h_2 . Jest ona prostopadła do boku BC .

Zapisujemy: $h_2 \perp BC$.

W taki sam sposób kreślimy wysokość h_3 z wierzchołka B . Jest ona prostopadła do boku AC .

Zapisujemy: $h_3 \perp AC$.

Wysokości przecięły się w jednym punkcie, wewnątrz trójkąta.

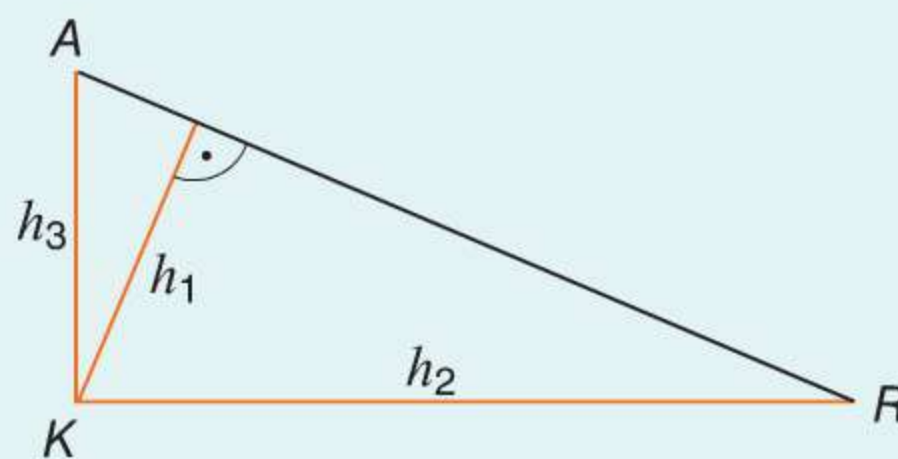


W trójkącie prostokątnym KRA wysokościami są odcinki: h_1, h_2, h_3 .

Wysokość h_1 – to odcinek prostopadły do boku AR , czyli przeciwprostokątnej.

Dwie wysokości h_3 i h_2 pokrywają się z bokami tego trójkąta – jego przyprostokątnymi.

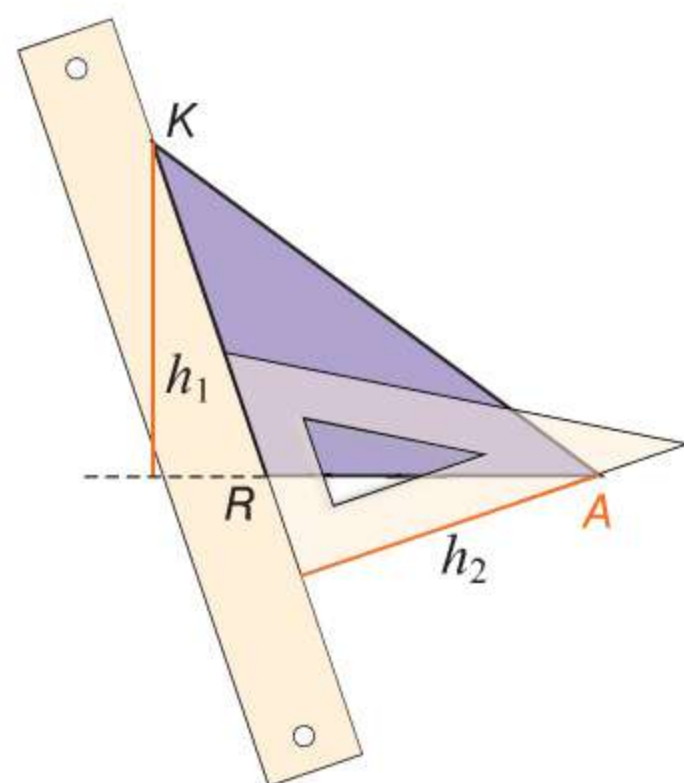
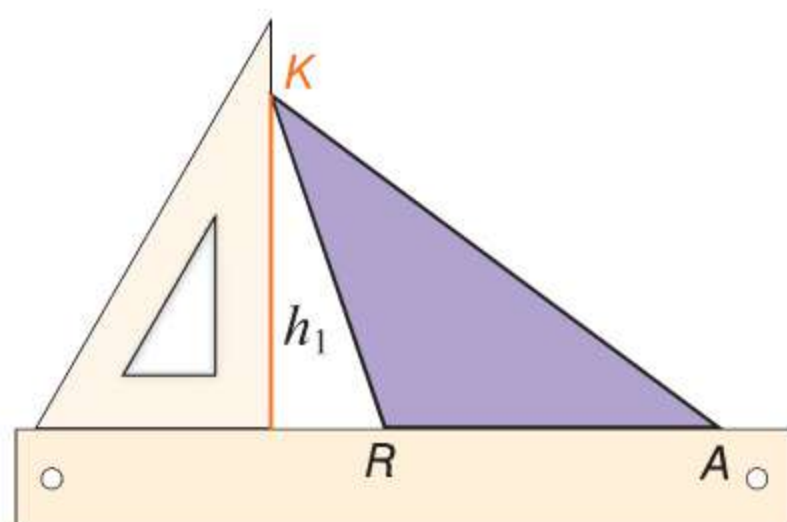
Wysokości: h_1, h_2, h_3 mają punkt wspólny K – wierzchołek kąta prostego.



Przykład 2.

Wykreślmy wysokości w trójkącie rozwartokątnym RAK .

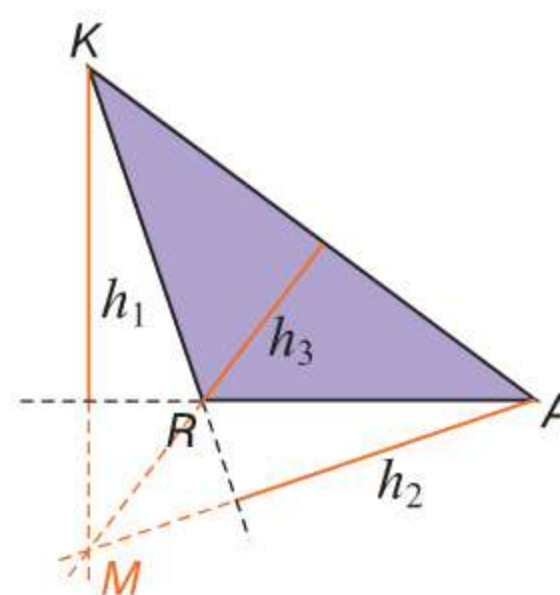
Narysujmy trójkąt rozwartokątny. Przyłóżmy linijkę do kolejnych boków, przesunijmy ekierkę po linijce tak, jak pokazano na rysunkach, i narysujmy dwie wysokości h_1 i h_2 .



Podobnie kreślimy wysokość h_3 .

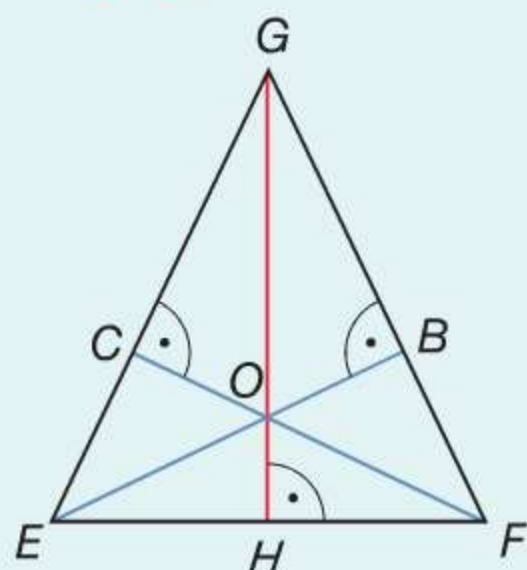
Przedłużamy narysowane wysokości.

Przedłużenia tych wysokości przecięły się w jednym punkcie M , na zewnątrz trójkąta.





• Trójkąt równoramienny



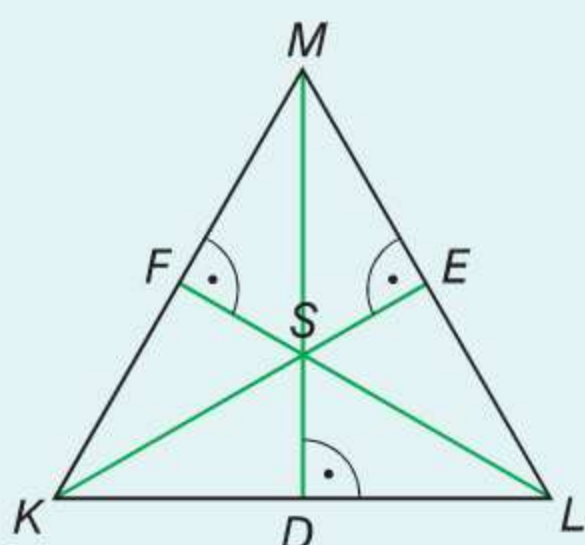
Wysokość poprowadzona z wierzchołka łączącego ramiona dzieli podstawę na dwie równe części.

$$|EH| = |HF|$$

Dwie pozostałe wysokości mają taką samą długość.

$$|FC| = |EB|$$

• Trójkąt równoboczny



Każda wysokość dzieli podstawę na dwie równe części.

$$|KD| = |DL|, |LE| = |EM|, \\ |MF| = |FK|$$

Wszystkie wysokości mają taką samą długość.

$$|KE| = |LF| = |MD|$$

- 1 Narysuj trójkąt ostrokątny i jego wysokości.
- 2 Narysuj trójkąt prostokątny równoramienny i jego wysokości.
 - a) Porównaj, używając cyrkla, wysokość poprowadzoną z wierzchołka kąta prostego z długością przeciwprostokątnej.
 - b) Wysokość poprowadzona z wierzchołka kąta prostego podzieliła trójkąt na dwie części. Podaj miary kątów wewnętrznych powstałych trójkątów. Podaj nazwy tych trójkątów ze względu na boki.
- 3 Narysuj trójkąt rozwartokątny i jego wysokości.
- 4 Skonstruuj trójkąt równoboczny o boku 4 cm. Narysuj jego wysokości i napisz o nich 2 zdania.
- 5 Wysokości są równe w trójkącie

A. ostrokątnym różnobocznym.	B. prostokątnym.
C. rozwartokątnym równoramiennym.	D. równobocznym.

- 6 Podaj nazwy trójkątów ze względu na boki i kąty, których wysokości są opisane poniżej.
- Wysokości przecinają się w wierzchołku jednego z kątów.
 - Co najmniej dwie wysokości mają równą długość.
 - Wysokości są różnej długości, a ich punkt przecięcia leży poza trójkątem.
- 7 Narysuj trójkąt równoramienny ostrokątny i trójkąt równoboczny. Poprowadź w nich wszystkie wysokości i porównaj odległość punktu ich przecięcia od wierzchołków i boków trójkąta.
- 8 Wysokości trójkąta KOT przecinają się w punkcie K . Dwie z nich są do siebie prostopadłe, a ich długości są równe 8 cm i 6 cm. Narysuj ten trójkąt i oblicz jego obwód.

Wyzwanie

Narysuj taki trójkąt o podstawie 4 cm i wysokości poprowadzonej na tę podstawę równej 2 cm, by był to trójkąt:

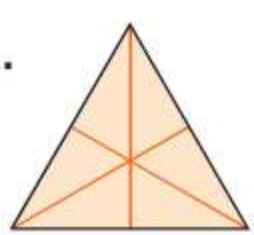
- ostrokątny,
- rozwartokątny,
- prostokątny.

Porównaj, jak to zrobiły inne osoby w klasie. Czy otrzymaliście jednakowe trójkąty? Czy wiesz, dlaczego tak się stało?

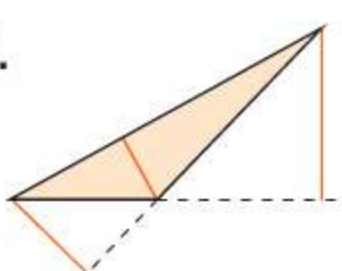
Sprawdź się!

- Skonstruuj trójkąt o bokach: 3 cm, 4 cm, 5 cm. Narysuj jego wysokości.
- Pomarańczowe odcinki **nie są** wysokościami trójkąta na rysunku

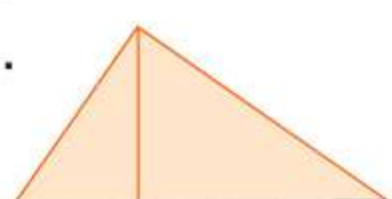
A.



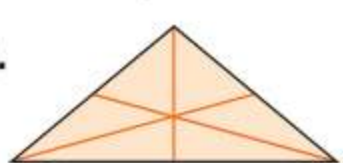
B.



C.



D.


- Trójkąt, który ma dokładnie dwie wysokości równe, to trójkąt

A. ostrokątny różnoboczny.

B. prostokątny różnoboczny.

C. rozwartokątny równoramienny.

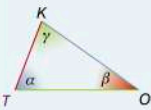
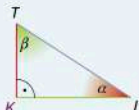
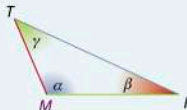
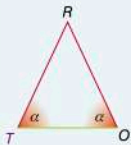
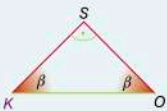
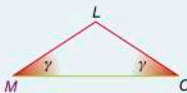
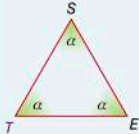
D. równoboczny.
- Narysuj trójkąt rozwartokątny różnoboczny i poprowadź w nim wysokości. Napisz 2 własności tych wysokości.
- Jak nazywa się trójkąt, którego dwie wysokości mają taką samą długość jak dwa jego boki? Narysuj ten trójkąt i jego wysokości.

6. Klasyfikacja trójkątów



Na wcześniejszych lekcjach badaliśmy własności trójkątów, biorąc pod uwagę długości ich boków i rodzaje kątów wewnętrznych.

W poniższej tabelce zostały zebrane i uporządkowane wszystkie omawiane własności, a trójkąty podzielone ze względu na długości boków i rozwartości kątów wewnętrznych.

	Ostrokątne	Prostokątne	Rozwartokątne
Różnoboczne		 $\alpha + \beta = 90^\circ$	
Równoramienne		 $\beta + \beta = 90^\circ \quad \beta = 45^\circ$	
Równoboczne	 $\alpha = 60^\circ$	nie istnieje	nie istnieje

Taki podział trójkątów to **klasyfikacja trójkątów**.

Przykład 1.

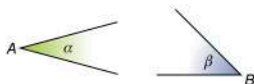
Narysujmy trójkąt ABC , jeśli mamy jego:

– bok AB

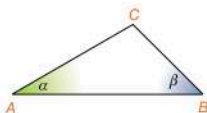


i

– kąty wewnętrzne α, β
przyległe do boku AB .



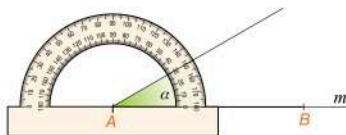
Wykonajmy rysunek pomocniczy.
Wyróżnijmy na rysunku dane.



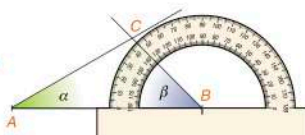
1. Rysujemy prostą m i odmieramy
na niej cyrklem odcinek AB .



2. Mierzmy kątomierzem kąt α .
Rysujemy przy prostej m
ten kąt tak, aby wierzchołek
był w punkcie A , a ramieniem
była półprosta AB .



3. Budujemy kąt β o wierzchołku
w punkcie B , o takiej samej
mierze jak drugi dany kąt. Jedno
ramię kąta to półprosta BA .
Punkt przecięcia ramion
kąta α i β to wierzchołek C
trójkąta ABC .

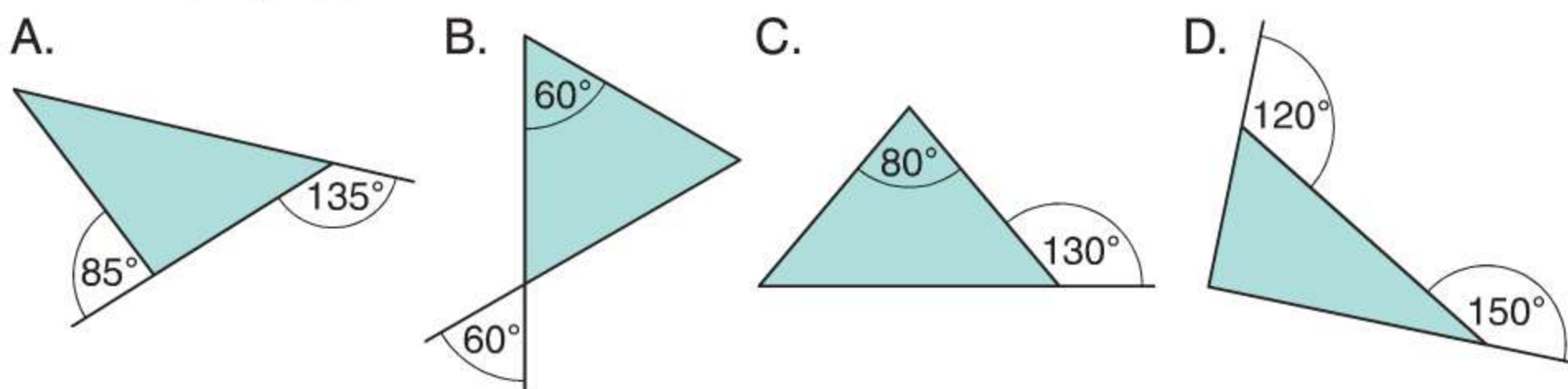


Na podstawie tabelki z części *Sowa uczy* rozwiąż zadania 1.–4.

- 1 Wypisz trójkąty ostrokątne. Jaką nazwę, ze względu na boki, nadano tym trójkątom?
- 2 Wypisz trójkąty równoramienne. Jaką nazwę, ze względu na kąty, nadano tym trójkątom?
- 3 Podaj nazwę trójkąta prostokątnego różnobocznego.
- 4 Trójkąt *MOL* jest trójkątem

A. rozwartokątnym różnobocznym.
B. prostokątnym równoramiennym.

C. rozwartokątnym równoramiennym.
D. ostrokątnym równoramiennym.
- 5 W których trójkątach suma miar dwóch kątów ostrych jest równa 90° ?
- 6 Dlaczego nie można narysować trójkąta prostokątnego lub trójkąta rozwartokątnego o równych bokach?
- 7 Dane są trójkąty:



Oblicz miary ich kątów wewnętrznych i odpowiedz na pytania zamieszczone w tabelce. Przy każdym z nich wskaż litery przypisane poprawnej odpowiedzi.

Który trójkąt jest ostrokątny?	A	B	C	D
Który trójkąt jest prostokątny?	A	B	C	D
Który trójkąt jest równoramienny?	A	B	C	D
Który trójkąt jest rozwartokątny?	A	B	C	D

- 8 Narysuj trójkąt *KOT*, którego $|KO| = 6$ cm, a kąty *TKO* i *KOT* są równe i mają po 30° . Podaj jego nazwę ze względu na boki i kąty.
- 9 Określ rodzaj trójkąta ze względu na boki i kąty, jeżeli jego 2 kąty wewnętrzne mają miary:

a) 20° , 140° ,
b) 30° , 60° ,
c) 60° , 45° ,
d) 30° , 50° .

- 10 Narysuj trójkąt o bokach 4 cm, 6 cm, 9 cm. Uzupełnij zdania. Wybierz poprawne odpowiedzi spośród A i B oraz C i D.

Ze względu na boki jest to trójkąt A / B.

A. różnoboczny
B. równoramienny

Ze względu na kąty jest to trójkąt C / D.

C. prostokątny
D. rozwartokątny

- 11 Narysuj trójkąt prostokątny o przyprostokątnych 3 cm i 4 cm. Zmierz długość przeciwprostokątnej i oblicz obwód tego trójkąta.

- 12 Narysuj trójkąt rozwartokątny różnoboczny i jego wysokości. Uzupełnij zdania. Wybierz poprawne odpowiedzi spośród A i B oraz C i D. Wysokości tego trójkąta są A / B długości.

A. równej B. różnej

Wysokości tego trójkąta przecinają się C / D.

C. w punkcie, który jest przecięciem przedłużeń wysokości

D. w wierzchołku kąta rozwartego

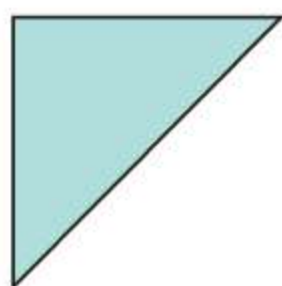


Sprawdź się!

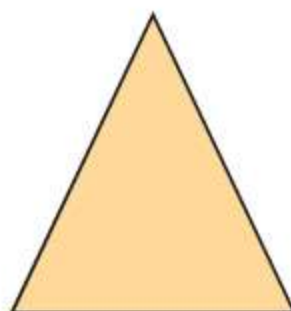
- 1 Narysuj trójkąt, którego boki mają długości: 6 cm, 10 cm, 8 cm. Jaki to trójkąt ze względu na boki i kąty?

- 2 W którym trójkącie każdy kąt jest innej miary?

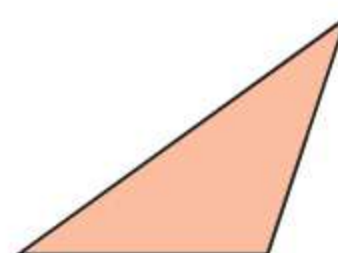
A.



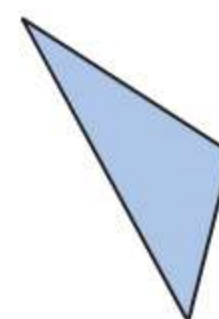
B.



C.



D.



- 3 Dwa kąty wewnętrzne pewnego trójkąta mają miary 80° i 20° . Jaki to trójkąt ze względu na boki i kąty?

- 4 Narysuj trójkąt, którego jeden bok ma 5 cm, a kąty do niego przyległe mają 60° i 50° . W którym okienku tabelki z części *Sowa uczy* powinien być umieszczony ten trójkąt?

- 5 W trójkącie rozwartokątnym kąty ostre **nie mogą** być równe

A. 45° , 40°

B. 75° , 10°

C. 30° , 30°

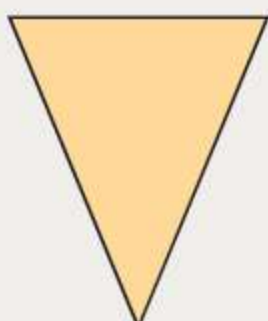
D. 60° , 50°



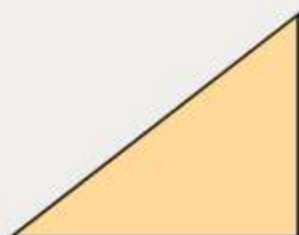
Zadania utrwalające

- 1 Podaj nazwy trójkątów ze względu na boki i kąty.

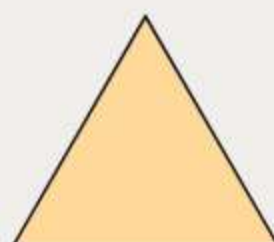
a)



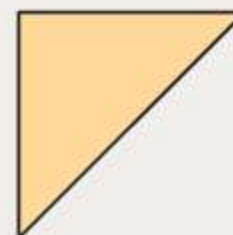
b)



c)



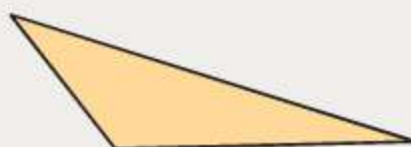
d)



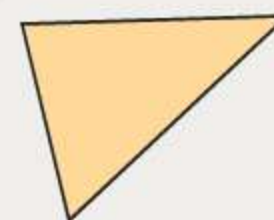
e)



f)



g)



- 2 Podaj nazwy ze względu na boki i kąty opisanych poniżej trójkątów.

a) Ma wszystkie boki równe.

b) Ma boki różnej długości, a suma miar dwóch kątów jest równa 90° .

c) Ma kąty o mierze 20° i 40° .

d) Ma 2 boki równej długości, a jeden z kątów ma miarę 90° .

- 3 Narysuj trójkąt prostokątny o przyprostokątnych 6 cm i 8 cm w skali 1 : 1 oraz w skali 1 : 2. Zmierz, jaką długość ma przeciwprostokątna każdego narysowanego trójkąta. Oblicz obwody narysowanych trójkątów.

- 4 Narysuj trójkąty o podanych własnościach. Podaj ich nazwy ze względu na boki i kąty.

a) Ma 2 kąty wewnętrzne o mierze 45° każdy.

b) Ma 2 boki o długościach 5 cm i 7 cm, a kąt rozwarty między tymi bokami ma miarę 110° .

c) Ma 2 boki równej długości, a jeden z kątów ma 50° .

- 5 Czy odcinki o podanych długościach mogą być bokami trójkąta?

a) 9 cm, 7 cm, 12 cm

b) 10 m, 8 m, 2 m

c) $1\frac{1}{2}$ m, 8 dm, 90 cm

- 6 Czy kąty o podanych miarach mogą być kątami wewnętrznymi trójkąta?

a) 100° , 90° , 20°

b) 72° , 84° , 24°

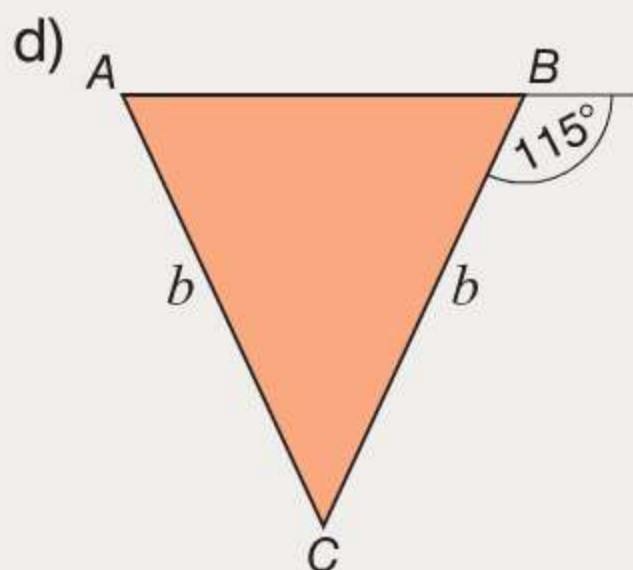
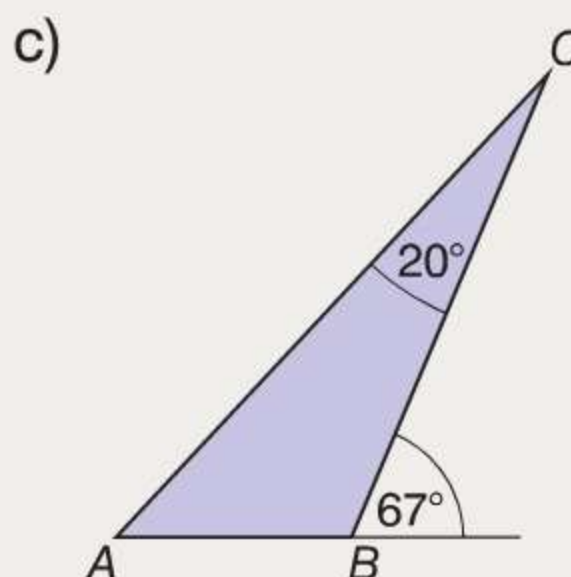
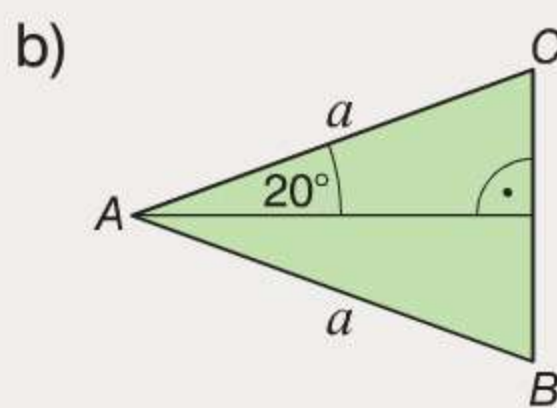
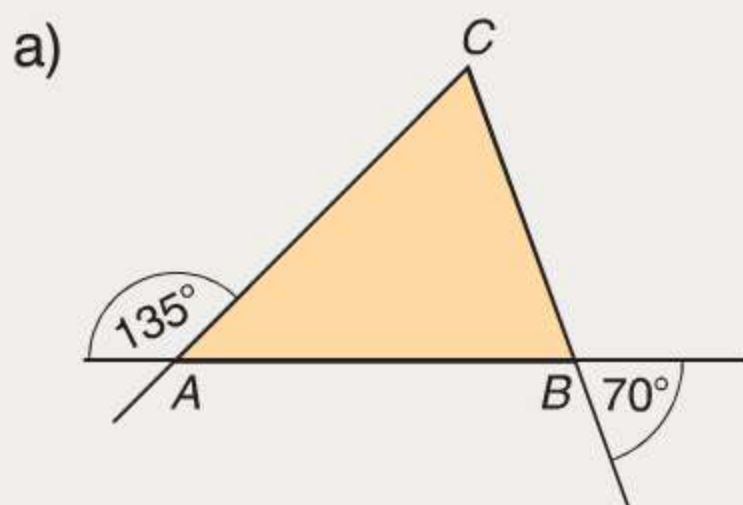
c) 17° , 63° , 100°

d) 75° , 85° , 30°

- 7 Narysuj wysokości w trójkącie:

a) równoramiennym ostrokątnym, b) różnobocznym, c) rozwartokątnym.

- 8 Narysuj trójkąt, w którym tylko dwie wysokości są równej długości.
- 9 Oblicz miary kątów wewnętrznych trójkąta ABC . Na rysunku boki jednakowej długości oznaczono taką samą literą.

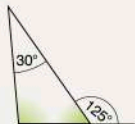


- 10 Miara jednego kąta wewnętrznego trójkąta równoramiennego jest równa 50° . Oblicz miary pozostałych kątów. Rozważ 2 przypadki.
- 11 Narysuj:
- odcinek AB i skonstruuj trójkąt, którego wszystkie boki mają długość $|AB|$,
 - odcinek AB , kąt ostry α i kąt rozwarty β . Skonstruuj trójkąt, którego jednym bokiem jest odcinek AB , kąty α i β mają wierzchołki odpowiednio w punktach A i B , a odcinek AB jest ich wspólnym ramieniem.
- 12 Czy z odcinków o długościach 9 m, 12 dm, 14 m można zbudować trójkąt? Odpowiedź uzasadnij.
- 13 Jaką miarę ma trzeci kąt trójkąta, którego pozostałe kąty są równe 55° i 26° ? Jaki to trójkąt ze względu kąty? Napisz po jednej własności dotyczącej jego boków, kątów, wysokości.
- 14 Jakie są miary kątów wewnętrznych trójkąta, którego wszystkie wysokości są równe? Narysuj taki trójkąt i poprowadź w nim wysokości.
- 15 Narysuj trójkąt KOT , którego $|KO| = 6$ cm, a $|KT| = |OT| = 5$ cm. Poprowadź wysokość TN i zaznacz na niej punkty R i A . Połącz zaznaczone punkty z wierzchołkami K i O . Napisz po 2 zdania o trójkątach KOA i KOR .

Zadania sprawdzające

Obliczenia i odpowiedzi zapisz w zeszycie.

- 1 Z których odcinków można zbudować trójkąt?
- A. 12 cm, 9 m, 14 m B. 12 cm, 9 cm, 5 cm
C. $5\frac{1}{2}$ cm, 3 cm, $1\frac{1}{2}$ cm D. 12 dm, 9 cm, 14 m
- 2 Kątami wewnętrznymi trójkąta **nie mogą** być kąty o miarach
- A. 45° , 90° , 45° B. 20° , 140° , 30°
C. 101° , 15° , 64° D. 80° , 70° , 30°
- 3 W jakim trójkącie każda wysokość jest innej długości?
- A. Równoramiennym. B. Różnobocznym.
C. Nie ma takiego trójkąta. D. Równobocznym.
- 4 Jaki trójkąt ma tylko 2 równe boki i tylko 2 równe kąty?
- A. Równoramienny. B. Równoboczny.
C. Różnoboczny. D. Nie ma takiego trójkąta.
- 5 Trójkąt, którego miary kątów wewnętrznych są równe: 10° , 105° , 65° , to trójkąt
- A. równoramienny rozwartokątny. B. prostokątny różnoboczny.
C. ostrokątny różnoboczny. D. różnoboczny rozwartokątny.
- 6 Kąty wewnętrzne trójkąta obok mają miary
- A. 30° , 125° , 25° B. 30° , 55° , 105°
C. 90° , 45° , 30° D. 55° , 30° , 95°
- 7 Narysowany obok trójkąt jest równoramienny. Kąty przy podstawie mają miary
- A. 70° , 55° B. 30° , 30°
C. 55° , 55° D. 45° , 45°



1. Ułamki o mianowniku 10, 100, 1000...

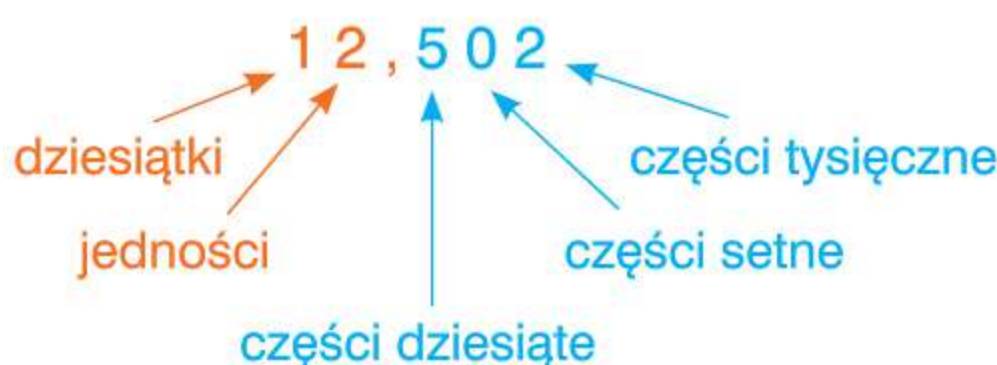


Sowa przypomina

- Ułamki o mianowniku 10, 100, 1000... to ułamki dziesiętne.
- Wyróżnione liczby to postać dziesiętna danych ułamków zwykłych.

$$\frac{2}{10} = 0,2 \quad \frac{9}{100} = 0,09 \quad \frac{28}{1000} = 0,028 \quad 3\frac{1}{10} = 3,1$$

- Liczbę dziesiętną można zapisać w postaci sumy.



$$12,502 = 1 \cdot 10 + 2 \cdot 1 + 5 \cdot 0,1 + 0 \cdot 0,01 + 2 \cdot 0,001 = 12 + 0,5 + 0,002$$

- Liczby w postaci dziesiętnej można:
 - skracać** (upraszczać), pomijając końcowe zera po przecinku,
 $7,5000 = 7,5$ $4,0600 = 4,06$
 - rozszerzać**, dopisując zera za ostatnią cyfrą ułamka,
 a w liczbie naturalnej – dopisując przecinek i zera po przecinku.
 $3,9 = 3,90000$ $83,2 = 83,2000$ $5 = 5,00$
- Porównując liczby zapisane w postaci dziesiętnej, najpierw porównujemy całości, później kolejno poszczególne cyfry: części dziesiątych, części setnych...

takie same cyfry $\begin{matrix} \nearrow 15,029 \\ \searrow 15,031 \end{matrix}$ $2 < 3$ $15,029 < 15,031$

- Wyrażenia dwumianowane można zapisać w postaci dziesiętnej.

$$6 \text{ m } 4 \text{ cm} = 6,04 \text{ m} \quad 1 \text{ m} = 100 \text{ cm} \quad 1 \text{ cm} = 0,01 \text{ m}$$

dwa miana

Przykład 1.

Ułamki $\frac{1}{4}$, $\frac{7}{8}$ zapiszmy w postaci dziesiętnej.

Zastanówmy się, czy wśród wielokrotności liczb, które są mianownikami ułamków, znajduje się liczba 10 lub 100, lub 1000, lub 10 000...

Wielokrotnością liczby 4 jest 100, więc $\frac{1}{4}$ można rozszerzyć do ułamka o mianowniku 100.

$$\frac{1}{4} = \frac{?}{100}$$

$100 : 4 = 25$, więc ułamek rozszerzamy przez 25:

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{25}{100} = 0,25$$

Wielokrotnością liczby 8 jest 1000, więc $\frac{7}{8}$ można rozszerzyć do ułamka o mianowniku 1000.

$$1000 : 8 = 125, \text{ więc } \frac{7}{8} = \frac{7 \cdot 125}{8 \cdot 125} = \frac{875}{1000} = 0,875$$

1 Przeczytaj liczby.

- | | | | |
|---------|----------|------------|-----------|
| a) 0,27 | b) 3,045 | c) 43,6936 | d) 5,7903 |
| 2,64 | 17,928 | 5,9002 | 0,0397 |

2 Zapisz w postaci dziesiętnej.

- | | | | |
|-------------------|-----------------------|-------------------------|----------------------------------|
| a) $\frac{7}{10}$ | b) $\frac{554}{1000}$ | c) $1 \frac{305}{1000}$ | d) $\frac{12\,375}{100\,000}$ |
| $\frac{5}{100}$ | $2 \frac{3}{1000}$ | $5 \frac{8}{10\,000}$ | $2 \frac{345\,708}{1\,000\,000}$ |

3 Zapisz w postaci ułamków zwykłych i skróć.

- | | | | |
|--------|---------|----------|----------|
| a) 0,8 | b) 0,75 | c) 0,625 | d) 1,450 |
| 3,5 | 5,68 | 1,025 | 0,888 |

4 Rozszerz i zapisz w postaci dziesiętnej.

- | | | |
|---|---|---|
| a) $\frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{4}{5}$ | b) $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{7}{25}, \frac{7}{50}$ | c) $\frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{21}{40}, \frac{100}{125}$ |
|---|---|---|

5 Zaznacz na osi liczbowej: 2,25; 2,38; 2,01; 2,6; 2,09.**6** Skróć.

- | |
|--|
| a) 0,3500; 6,200; 18,40; 0,0090; 1,01010 |
| b) 46,0420; 0,004600; 2,4000; 5,0400; 0,0070 |

- 7 Uzupełnij zdania. Wybierz poprawne odpowiedzi spośród A i B oraz C i D.
 Rozszerzony ułamek 2,043 to A / B. A. 2,0043 B. 2,0430
 Skrócony ułamek 5,0030500 to C / D. C. 5,00305 D. 5,35

- 8 Przepisz przykłady, zamiast $\blacklozenge$ napisz odpowiedni znak $>$, $<$ lub $=$.
 a) $0,2 \blacklozenge 0,02$ b) $3,408 \blacklozenge 3,4018$ c) $14,005 \blacklozenge 14,0051$
 $0,461 \blacklozenge 0,459$ $0,999 \blacklozenge 1,1$ $2,306 \blacklozenge 2,30600$

- 9 Przepisz wyrażenia, zamiast $\blacklozenge$ napisz odpowiednią cyfrę.
 a) $7,238 < 7,23 \blacklozenge$ b) $0,52 \blacklozenge > 0,525$ c) $0,7 \blacklozenge 3 < 0,713$
 d) $5,532 < 5, \blacklozenge 32$ e) $1, \blacklozenge 23 > 1,23$ f) $10,99 \blacklozenge < 10, \blacklozenge 999$

- 10 Masę każdego produktu zapisz:

a) w dekagramach,



b) w kilogramach.



86 dag



1 kg 26 dag



2 kg 45 dag

- 11 Długości odcinków zapisz w podanych jednostkach.
 a) w milimetrach: 3 cm 2 mm, 10 cm 6 mm, 1 cm 26 mm, 1 dm 4 cm
 b) w decymetrach: 28 cm, 175 mm, 4 dm 9 cm, 8 dm 3 mm
 c) w metrach: 130 cm, 45 mm, 5 dm 7 cm, 4 m 8 cm
 d) w kilometrach: 1600 m, 56 m, 6 km 345 m, 1 km 26 m
- 12 Kuba zmierzył, że średnia długość jego kroku wynosi 42 cm. Policzył także, że aby pokonać odległość dzielącą jego dom od domu babci, musi przejść 2150 kroków. W jakiej odległości, wyrażonej w kilometrach, leżą domy babci i Kuby?

- 13 Liczba zapisana w postaci $3 + 2 \cdot 0,1 + 4 \cdot 0,01 + 0 \cdot 0,001 + 1 \cdot 0,0001$ to
 A. 32,401 B. 3,241
 C. 3,2401 D. 32,41

- 14 W Polsce stare lasy (powyżej 80 lat) zajmują około 0,23 powierzchni zalesionej, a młode lasy (do 20 lat) – $\frac{2}{23}$ powierzchni zalesionej. Które z wymienionych lasów zajmują większą powierzchnię?



- 15 Dane są ułamki:
 A. 0,75 B. 0,8 C. 0,075 D. $\frac{4}{5}$

Odpowiedz na pytania zamieszczone w tabelce. Przy każdym z nich wskaż litery przypisane poprawnej odpowiedzi.

Które ułamki są równe?	A	B	C	D
Którą częścią 1 kg jest 75 g?	A	B	C	D
Która liczba jest równa $\frac{3}{4}$?	A	B	C	D
Która liczba jest najmniejsza?	A	B	C	D



Sprawdź się!

- Ułamek $3\frac{508}{10\,000}$ zapisany w postaci dziesiętnej to
 A. 3,508 B. 3,0508 C. 3,5008 D. 3,0058
- Zapisz w postaci ułamków zwykłych i skróć.
 a) 0,75 b) 1,350 c) 2,4050
- Zaznacz na osi liczbowej: 1,2; 1,75; 1,55; 1,46.
- Spośród liczb: $\frac{13}{25}$; $\frac{9}{40}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{17}{50}$; 0,375; 0,520; 0,225; 0,340; 0,052 wypisz pary liczb równych.
- Przepisz wyrażenia, zamiast każdego $\blacklozenge$ napisz taką cyfrę, aby otrzymać liczbę największą z możliwych.
 a) $\blacklozenge 2,6 < 32,6$ b) $5,38 > 5, \blacklozenge 7$ c) $21,3 > \blacklozenge \blacklozenge, \blacklozenge$
 $34, \blacklozenge \blacklozenge < 34,2$ $17, \blacklozenge < 17,39$ $4 \blacklozenge, \blacklozenge \blacklozenge < 45,36$

2. Dodawanie i odejmowanie ułamków dziesiętnych



Sowa przypomina

- W dodawaniu i odejmowaniu ułamków dziesiętnych ważny jest sposób podpisywania liczb: całości pod całościami, przecinek pod przecinkiem, części dziesiąte pod częściami dziesiątymi itd.
- Ułamki dziesiętne dodajemy i odejmujemy sposobem pisemnym tak jak liczby naturalne, nie zwracamy uwagi na przecinek w czasie wykonywania działania. Odjemna i odjemnik muszą mieć tyle samo cyfr po przecinku.

$$15,7 + 3,58 + 105,025$$

$$\begin{array}{r} 11 \quad 1 \\ 15,700 \\ 3,580 \\ + 105,025 \\ \hline 124,305 \end{array}$$

Przecinek jest pod przecinkiem.

$$120,7 - 89,675$$

$$\begin{array}{r} 11 \quad 10 \quad 6 \quad 9 \quad 10 \\ 120,700 \\ - 89,675 \\ \hline 31,025 \end{array}$$

Przecinek jest pod przecinkiem.

Przykład 1.

Masa skrzynki ze śliwkami (**masa brutto**) jest równa 11,3 kg, masa śliwek (**masa netto**) to 10,25 kg. Oblicz masę skrzynki (**tara**).

Zauważmy, że:

$$\text{masa brutto} = \text{masa netto} + \text{tara}$$

Obliczmy, ile waży pusta skrzynka.

$$\text{tara} = \text{masa brutto} - \text{masa netto}$$

$$11,3 \text{ kg} - 10,25 \text{ kg} = 1,05 \text{ kg}$$

Odpowiedź. Tara jest równa 1,05 kg.



- 1 Oblicz pisemnie.
- | | | |
|--------------------|----------------------|-----------------|
| a) $48,24 + 123,5$ | b) $51,007 + 13,899$ | c) $20 + 98,38$ |
| $66,53 + 9,047$ | $112,06 + 38,9$ | $15,72 + 0,987$ |
| $72,307 + 0,59$ | $0,405 + 85,947$ | $129,3 + 0,509$ |
- 2 Sumą liczb 26,45 i 7,014 jest
A. 19,436 B. 20,436 C. 33,454 D. 33,464
- 3 Oblicz i sprawdź za pomocą dodawania.
- | | | |
|--------------------|-------------------|-------------------|
| a) $25,76 - 12,72$ | b) $8,53 - 0,856$ | c) $350 - 197,82$ |
| $96,38 - 36,29$ | $18,753 - 17,86$ | $800 - 645,93$ |
| $65,473 - 0,53$ | $37,8 - 18,921$ | $70,05 - 15,128$ |
- 4 Skrzynka z pomidorami waży 14,3 kg. Pusta skrzynka waży 2,1 kg. Uzupełnij zdania. Wybierz poprawne odpowiedzi spośród A i B oraz C i D.
- | | | |
|-------------------------------|------------|------------|
| Masa brutto jest równa A / B. | A. 16,4 kg | B. 14,3 kg |
| Masa netto jest równa C / D. | C. 12,2 kg | D. 2,1 kg |
- 5 Na puszcze z pasztetem był napis: *Masa brutto 538 g*. Pusta puszka miała masę 4,1 dag. Jaka była masa pasztetu? Zapisz masę pasztetu w gramach, dekagramach, kilogramach.
- 6 Liczba 40,86 jest mniejsza od liczby 51,07
A. o 9,21. B. o 10,21. C. o 11,21. D. o 10,27.
- 7 Jedną ciężarówką przewieziono 2 t owoców, a drugą o 300 kg więcej. Ile ton owoców przewieziono razem?
- 8 Rozwiąż równanie.
- | | | |
|-----------------------|--------------------|--------------------|
| a) $b + 34,8 = 73,45$ | b) $x - 0,12 = 90$ | c) $46,4 - p = 35$ |
|-----------------------|--------------------|--------------------|
- 9 Oblicz.
- | | |
|------------------------------------|------------------------------------|
| a) $10,3 + 89,405 - 87,82 - 11,45$ | b) $523,125 - (89,3 + 9,72 + 250)$ |
|------------------------------------|------------------------------------|



- 10 Jeden pręt metalowy ma długość 67 cm, a drugi 48 cm. Oblicz różnicę ich długości wyrażonych w metrach.



- 11 Kilogram szynki kosztuje 25,60 zł, a kilogram kiełbasy szynkowej jest o 3,95 zł tańszy. Ile kosztuje kilogram kiełbasy szynkowej?
- 12 Ułóż zadanie, które można rozwiązać za pomocą działania $16,2 - 1,45$. Rozwiąż je.



Sprawdź się!

- 1 Oblicz.

a) $12,07 + 151,9$

b) $2348,6 - 157,9$

$256,9 + 74,05$

$2010,3 - 243,04$

- 2 Państwo Kwiatkowscy zapłacili w restauracji za obiad bez deseru 132,45 zł. Później zamówili jeszcze deser i zapłacili za niego o 96,02 zł mniej niż za obiad. Za deser zapłacili

A. 36,43 zł B. 218,47 zł

C. 45,43 zł D. 46,53 zł



- 3 Pani Zosia kupiła skrzynkę jabłek ważącą 12,55 kg. Na skrzynce była informacja: *Tara 1,95 kg*. Jaka była masa netto jabłek, które kupiła pani Zosia?

- 4 Rozwiąż równanie i wykonaj sprawdzenie.

a) $12,07 + a = 40,1$

b) $57 - b = 19,87$

c) $c - 49,3 = 16,84$

- 5 Oblicz.

a) $450,02 - (175,3 + 39,94) - 79,8$

b) $42,608 - (8,46 - 2,623) + 6,213$



3. Mnożenie i dzielenie ułamków dziesiętnych przez 10, 100, 1000...



Sowa przypomina

$$10 \cdot 12,4 = 124$$

$$100 \cdot 0,2 = 20$$

$$1000 \cdot 0,2 = 200$$

$$0,72 \cdot 10 = 7,2$$

$$4,726 \cdot 100 = 472,6$$

$$4,726 \cdot 1000 = 4726$$

Jeżeli liczbę mnożymy przez 10, przecinek przesunie się **o jedną cyfrę w prawo**, przez 100 – **o dwie cyfry w prawo**, a przez 1000 – **o trzy cyfry w prawo**.

$$125 : 10 = 12,5$$

$$125 : 100 = 1,25$$

$$125 : 1000 = 0,125$$

$$4,5 : 10 = 0,45$$

$$4,5 : 100 = 0,045$$

$$4,5 : 1000 = 0,0045$$

Jeżeli liczbę dzielimy przez 10, przecinek przesunie się **o jedną cyfrę w lewo**, przez 100 – **o dwie cyfry w lewo**, a przez 1000 – **o trzy cyfry w lewo**. Brakujące cyfry uzupełniamy zerami.

Przykład 1.

Obliczmy iloczyny.

a) $46,095 \cdot 10\,000$

b) $0,27 \cdot 1\,000\,000$

$$\begin{aligned} \text{a) } 46,095 \cdot 1 \overbrace{0\,000}^{4 \text{ zera}} &= \\ &= (46,095 \cdot 1000) \cdot 10 = \\ &= 46\,095 \cdot 10 = 460\,950 \end{aligned}$$

$$10\,000 = 1000 \cdot 10$$

Przecinek przesunął się **o cztery cyfry w prawo**.

$$\begin{aligned} \text{b) } 0,27 \cdot 1 \overbrace{000\,000}^{6 \text{ zer}} &= \\ &= (0,27 \cdot 100) \cdot 10\,000 = \\ &= 27 \cdot 10\,000 = 270\,000 \end{aligned}$$

$$1\,000\,000 = 100 \cdot 10\,000$$

Przecinek przesunął się **o sześć cyfr w prawo**.

Przykład 2.

Obliczmy ilorazy.

a) $12,56 : 100\ 000$

b) $1,43 : 1\ 000\ 000$

$$\begin{aligned} \text{a) } 12,56 : 1 \overbrace{00\ 000}^{5 \text{ zer}} &= \\ &= (12,56 : 100) : 1000 = \\ &= 0,1256 : 1000 = 0,0001256 \end{aligned}$$

$$100\ 000 = 100 \cdot 1000$$

Przecinek przesunął się
o pięć cyfr w lewo.

$$\begin{aligned} \text{b) } 1,43 : 1 \overbrace{000\ 000}^{6 \text{ zer}} &= \\ &= (1,43 : 10) : 100\ 000 \\ &= 0,143 : 100\ 000 = 0,00000143 \end{aligned}$$

$$1\ 000\ 000 = 10 \cdot 100\ 000$$

Przecinek przesunął się
o sześć cyfr w lewo.

- 1 Uzupełnij zdania. Wybierz poprawne odpowiedzi spośród A i B oraz C i D.

Iloczynem liczb 10 000 i 1,009 jest A / B.

A. 10 090

B. 100 900

Ilorazem liczb 7,06 i 10 000 jest C / D.

C. 0,000706

D. 0,00706

- 2 Oblicz.

a) $10 \cdot 23,15$

b) $94,87 \cdot 10\ 000$

c) $85,6198 \cdot 100\ 000$

$100 \cdot 1,354$

$10\ 000 \cdot 0,789$

$1\ 000\ 000 \cdot 0,6258$

$65,24 \cdot 1000$

$10\ 000 \cdot 0,03845$

$0,0073 \cdot 100\ 000$

- 3 Oblicz.

a) $473 : 10$

b) $91,5 : 1000$

c) $5070 : 10\ 000$

$753 : 100$

$15,6 : 100$

$10\ 603,1 : 100\ 000$

$473 : 1000$

$240,1 : 10$

$0,3 : 1\ 000\ 000$

- 4 Połącz odpowiednio czynniki i oblicz.

a) $5 \cdot 3,8 \cdot 2$

b) $25 \cdot 7,3 \cdot 4$

c) $125 \cdot 27,8 \cdot 8$

$2 \cdot 26,08 \cdot 5$

$5 \cdot 0,12 \cdot 20$

$8 \cdot 0,1009 \cdot 125$

$5 \cdot 2,78 \cdot 20$

$250 \cdot 0,625 \cdot 4$

$200 \cdot 4,0031 \cdot 5$

- 5 Klasa 5a wybiera się z przewodnikiem na 10-godzinną wycieczkę autokarową. Za każdą godzinę wynajęcia autokaru trzeba zapłacić 464,40 zł, za godzinę pracy przewodnika – 22,50 zł, a za wstęp do muzeów dla wszystkich uczestników – 420,50 zł. Ile pieniędzy trzeba przygotować, aby opłacić tę wycieczkę?



- 6 Wartość kaloryczna 100 g pieczywa chrupkiego jest równa 1701 kJ. Jaka jest wartość kaloryczna 1 g tego pieczywa?
(1 kJ = 1000 J, 1 dżul [1 J] – jednostka energii).



- 7 Która liczba spełnia równanie $14,6 : a = 0,0146$?
A. 100 B. 10 000 C. 1000 D. 10

- 8 Napisz, jakie liczby zastępują litery.

a) $0,0156 \cdot a = 1560$ b) $106,8 : b = 0,1068$ c) $z : 1000 = 25,36$

- 9 Jezioro Gopło, które leży na Pojezierzu Gnieźnieńskim, ma powierzchnię 10 razy mniejszą od powierzchni jeziora Karun w Egipcie. Powierzchnia jeziora Karun to 218 km². Jaką powierzchnię ma jezioro Gopło?

- A. 2180 km² B. 21,8 km²
C. 218 ha D. 21,8 ha



jezioro Gopło



Sprawdź się!

- Oblicz.
a) $100 \cdot 4,7002$ b) $0,038 \cdot 10\,000$
c) $150,1 : 1000$ d) $2,8 : 100\,000$
- Która liczba spełnia równanie $0,708 \cdot a = 7080$?
A. 100 B. 10 C. 1000 D. 10 000
- W małym opakowaniu jest 0,175 kg rodzynek, a w dużym opakowaniu – 10 razy więcej. Ile kilogramów rodzynek znajduje się w dużym opakowaniu?
- W trzech hurtowniach było łącznie 425,6 t cukru. W pierwszej było 136,4 t, a w drugiej 10 razy mniej niż w pierwszej. Ile cukru było w trzeciej hurtowni?
- Rozpiętość skrzydeł jednosilnikowego samolotu VAN Aircraft wynosi 7,01 m, a jego długość to 6,15 m. Podaj w metrach wymiary modelu tego samolotu wykonanego w skali:
a) 1 : 10, b) 1 : 100.

4. Mnożenie ułamków dziesiętnych przez liczbę naturalną

Przykład 1.

Danusia kupiła 7 opakowań suszonych owoców, po 0,25 kg w każdym. Ile kilogramów suszonych owoców kupiła Danusia?

Wykonajmy rysunek pomocniczy:



Sposób I

$$0,25 \text{ kg} = 25 \text{ dag}$$

$$7 \cdot 25 \text{ dag} = 175 \text{ dag} = 1,75 \text{ kg}$$

Sposób II

$$7 \cdot \frac{25}{100} = \frac{7 \cdot 25}{100} = \frac{175}{100} = 1,75 \text{ [kg]}$$

Sposób III (pisemny)

$$\begin{array}{r} 0,25 \\ \cdot 7 \\ \hline 1,75 \end{array}$$

← dwie cyfry po przecinku

← dwie cyfry po przecinku



Liczby mnożymy tak jak liczby naturalne. Podpisujemy, nie zwracając uwagi na przecinek. Miejsce przecinka ustalamy po wykonaniu mnożenia.

Odpowiedź. Danusia kupiła 1,75 kg suszonych owoców.

1 Oblicz.

- | | | | |
|-------------------|-------------------|--------------------|--------------------|
| a) $0,06 \cdot 9$ | b) $0,18 \cdot 8$ | c) $2,46 \cdot 12$ | d) $15 \cdot 13,6$ |
| $5 \cdot 0,12$ | $0,306 \cdot 7$ | $4,08 \cdot 25$ | $0,028 \cdot 45$ |
| $25 \cdot 0,04$ | $5 \cdot 0,143$ | $7,608 \cdot 85$ | $3,06 \cdot 14$ |

2 Uzupełnij zdania. Wybierz poprawne odpowiedzi spośród A i B oraz C i D.

- Liczbą 2 razy większą od liczby 1,74 jest A / B. A. 3,48 B. 34,8
- 0,8 liczby 3 jest równe C / D. C. 2,44 D. 2,4

- 3 Pan Rafał przygotował 20 opakowań mielonych migdałów po 0,15 kg. Oblicz w kilogramach masę mielonych migdałów.
- 4 Kurtka kosztowała 230 zł. W marcu zmieniono jej cenę. Ile kosztowała ta kurtka po marcowej obniżce?
- 5 Marzena chce kupić 3 zeszyty po 3,20 zł, 4 arkusze kolorowego papieru po 1,80 zł i 2 gumki po 1,25 zł za sztukę. Ile reszty otrzyma z 20 zł?
- 6 Wartość kaloryczna 100 g jogurtu jest równa 379 kJ. Oblicz wartość kaloryczną 1 g jogurtu, a następnie 82 g jogurtu.



Sprawdź się!

- 1 Oblicz.
- | | | |
|-------------------|--------------------|--------------------|
| a) $11 \cdot 4,3$ | b) $28 \cdot 0,05$ | c) $14,9 \cdot 16$ |
| $2,4 \cdot 41$ | $5,04 \cdot 36$ | $2,06 \cdot 33$ |
- 2 Iloczyn liczb 23 i 3,54 zmniejsz 10 razy.
- 3 Tosia posegregowała bilon ze skarbonki. Miała 12 monet po 0,50 zł, 28 – po 0,20 zł, 42 – po 0,10 zł i 32 – po 0,05 zł. Ile pieniędzy w bilonie miała Tosia?
- 4 Sekretarka ma 500 zł. Chce zamówić w hurtowni materiały biurowe: 15 segregatorów po 7,85 zł za sztukę, 8 paczek markerów do białych tablic po 26,40 zł za paczkę oraz 12 ryz papieru po 11,34 zł za ryzę. Czy wystarczy jej pieniędzy na realizację zakupów? Ile złotych jej zabraknie lub zostanie?
- 5 Wartość kaloryczna 100 g pieczywa chrupkiego jest równa 1701 kJ. Jaka jest wartość kaloryczna 30 g pieczywa, a jaka 45 dag takiego pieczywa?



5. Mnożenie ułamków dziesiętnych

Przykład 1.

Zadaniem Stefana i Bartka było obliczenie iloczynu liczb 0,3 i 2,17. Każdy z chłopców zrobił to inaczej. Przeanalizujemy obydwa sposoby.

Sposób Stefana

$$0,3 \cdot 2,17 = \frac{3}{10} \cdot \frac{217}{100} = \frac{651}{1000} = 0,651$$

Sposób Bartka

$$\begin{array}{r} 2,17 \leftarrow \text{dwie cyfry po przecinku} \\ \cdot 0,3 \leftarrow \text{jedna cyfra po przecinku} \\ \hline 0,651 \leftarrow \text{trzy cyfry po przecinku} \end{array}$$



Ułamki w postaci dziesiętnej mnożymy tak jak liczby naturalne. W iloczynie oddzielamy przecinkiem tyle cyfr końcowych, ile cyfr po przecinku było razem w obu czynnikach.

Przykład 2.

Obliczmy sposobem pisemnym drugą i trzecią potęgę liczby 2,5.

$$\begin{array}{r} 2,5 \leftarrow \text{jedna cyfra po przecinku} \\ \cdot 2,5 \leftarrow \text{jedna cyfra po przecinku} \\ \hline 125 \\ + 50 \\ \hline 6,25 \leftarrow \text{dwie cyfry po przecinku} \end{array}$$

$(2,5)^2 = 6,25$

$$\begin{array}{r} 6,25 \leftarrow \text{dwie cyfry po przecinku} \\ \cdot 2,5 \leftarrow \text{jedna cyfra po przecinku} \\ \hline 3125 \\ + 1250 \\ \hline 15,625 \leftarrow \text{trzy cyfry po przecinku} \end{array}$$

$(2,5)^3 = 15,625$

Przykład 3.

Obliczmy w pamięci $0,04 \cdot 0,9$.

$$0,04 \cdot 0,9 = 0,036$$

Diagram illustrating the decimal places in the factors and the result:

- 0,04: części setne (hundredths)
- 0,9: części dziesiąte (tenths)
- 0,036: części tysięczne (thousandths)

Obliczamy: $4 \cdot 9 = 36$.

Określamy, jakie części będą w iloczynie. W czynnikach są dwie cyfry po przecinku i jedna cyfra po przecinku, więc w wyniku są trzy cyfry po przecinku – części tysięczne.

- 1 Oblicz w pamięci.

a) $0,8 \cdot 0,5$	b) $0,02 \cdot 0,12$	c) $0,7 \cdot 0,4$	d) $0,054 \cdot 0,2$
$0,04 \cdot 0,9$	$0,93 \cdot 0,1$	$0,8 \cdot 0,011$	$0,012 \cdot 0,03$
- 2 Oblicz.

a) $5,3 \cdot 1,1$	b) $0,8 \cdot 95,1$	c) $45,01 \cdot 0,5$	d) $15,0402 \cdot 0,09$
$4,86 \cdot 2,4$	$2,07 \cdot 1,03$	$0,006 \cdot 3,54$	$0,45 \cdot 13,004$
- 3 Oblicz.

a) $(0,1)^2$	b) $(0,3)^2$	c) $(2,1)^2$	d) $(0,05)^3$	e) $(1,1)^3$
--------------	--------------	--------------	---------------	--------------
- 4 Skorzystaj z informacji, że $35 \cdot 18 = 630$, i podaj wynik.

a) $3,5 \cdot 1,8$	b) $0,35 \cdot 1,8$	c) $0,18 \cdot 0,35$	d) $0,035 \cdot 0,18$
--------------------	---------------------	----------------------	-----------------------
- 5 Iloczyn liczb 1,75 i 2,8 zwiększ 10 razy.
- 6 Mama kupiła 4,6 kg pomarańczy po 5,50 zł za 1 kg i 3,8 kg grejpfrutów po 6,30 zł za 1 kg. Czy wystarczyło jej 50 zł na zapłacenie za te zakupy? Ile pieniędzy jej zostało lub ile musiała dołożyć?



Sprawdź się!

- 1 Oblicz.

a) $2,3 \cdot 5,63$	b) $0,7 \cdot 0,02$	c) $0,16 \cdot 7,08$	d) $(1,3)^2$
---------------------	---------------------	----------------------	--------------
- 2 Oblicz, ile trzeba zapłacić za 3,4 kg jabłek, jeżeli 1 kg tych jabłek kosztuje 4,75 zł.
- 3 Kuba zebrał w ogrodzie 2,1 kg poziomek i 1,5 razy więcej truskawek. Jaka była masa zebranych truskawek?

A. 1,5 kg	B. 3,15 kg	C. 3,5 kg	D. 0,7 kg
-----------	------------	-----------	-----------
- 4 Pani Joanna zarabia 3216,24 zł miesięcznie. W kwietniu otrzymała premię, która była równa 0,25 miesięcznego wynagrodzenia. Jakie wynagrodzenie łącznie z premią otrzymała w kwietniu pani Joanna?
- 5 Kilogram miodu spadziowego kosztuje 67,75 zł, a miodu lipowego 32,65 zł. W sklepie obydwa gatunki miodu sprzedaje się w słoikach po 0,8 kg. O ile więcej trzeba zapłacić za słoik miodu spadziowego niż za słoik miodu lipowego?

6. Dzielenie ułamków dziesiętnych przez liczbę naturalną



Sowa przypomina

$$32\ 000 : 800 = \underline{320 : 8} = 40$$

$$60\ 050 : 50 = \underline{120\ 100 : 100} = 1201$$

Dzielną i dzielnik możemy zmniejszyć lub zwiększyć tyle samo razy, a iloraz się nie zmieni.

Przykład 1.

Dziadek Edek 1,82 kg suszonych grzybów podzielił na 5 równych części między swoich bliskich. Ile ważyła jedna taka część?

Sposób I

$$1,82\ \text{kg} = 1820\ \text{g}$$

$$1820\ \text{g} : 5 = 364\ \text{g} = 0,364\ \text{kg}$$

Sposób II

Podzielmy $1,82 : 5$ sposobem pisemnym.

Doraźnie, w celu objaśnienia dzielenia, zastosujemy skróty: jedności – j., części dziesiąte – cz. dz., części setne – cz. s., części tysięczne – cz. t.

Przecinek w ilorazie piszemy nad przecinkiem w dzielnej.

$$\begin{array}{r}
 \overset{0}{\overline{)1,82}} : 5 \\
 \underline{1\ 8} \\
 1\ 8\ 2 : 5 \\
 \underline{1\ 5} \\
 3\ 2 \\
 \underline{3\ 0} \\
 2\ 0 \\
 \underline{2\ 0} \\
 0
 \end{array}$$

$1\ \text{j.} : 5 = 0$ reszta 1 j., piszemy 0 nad jednościami,

1 j. zamieniamy na cz. dz.

1 j. to 10 cz. dz. i jeszcze 8 cz. dz. to razem 18 cz. dz.

$18\ \text{cz. dz.} : 5 = 3\ \text{cz. dz.}$ reszta 3 cz. dz.

$3\ \text{cz. dz.} + 2\ \text{cz. s.} = 32\ \text{cz. s.}$

$32\ \text{cz. s.} : 5 = 6\ \text{cz. s.}$ reszta 2 cz. s.

2 cz. s. to 20 cz. t., dopisujemy 0

$20\ \text{cz. t.} : 5 = 4\ \text{cz. t.}$ – piszemy 4 w cz. t.



Odpowiedź. Jedna część grzybów ważyła 0,364 kg.

- 1 Oblicz.
a) $345,6 : 3$ b) $801,6 : 4$ c) $2,405 : 5$ d) $0,504 : 9$
- 2 Rozsypano 0,8 kg nasion po równo do 5 torebek. Ile ważą nasiona w jednej torebce?
- 3 Za 3 kg cukierków zapłacono 73,80 zł. Jeden kilogram takich cukierków kosztuje
A. 25,60 zł B. 24,60 zł C. 49,20 zł D. 23,60 zł
- 4 Sześciokilogramowe opakowanie proszku do prania kosztowało 35,28 zł, a czterokilogramowe opakowanie – 24,12 zł. W którym opakowaniu 1 kg proszku był droższy? O ile?
- 5 Pani Danusia kupiła śliwki za 55,50 zł i 3 kg cukru po 2,86 zł za 1 kg, z których przygotowała powidła śliwkowe. Powidłami wypełniła 9 jednakowych słoików. Jaki był koszt produktów zużytych do przygotowania jednego słoika powideł śliwkowych?
- 6 Rozwiąż równanie.
a) $x \cdot 6 = 25,02$ b) $11 \cdot b = 902,44$ c) $2c : 76,8 = 2,5$
- 7 Za 1 kg szynki trzeba zapłacić 24,50 zł. Ile kosztuje 20 dag takiej szynki?



Sprawdź się!

- 1 Oblicz.
a) $945,27 : 9$ b) $804,05 : 5$ c) $73,012 : 4$ d) $108,72 : 9$
- 2 Pasek ze skóry naturalnej kosztuje 146,70 zł, a ze skóry ekologicznej jest 6 razy tańszy. Ile kosztuje pasek ze skóry ekologicznej?
- 3 Rozwiąż równanie $a \cdot 7 = 187,74$.
- 4 Za 7 dag sera trzeba zapłacić 3,92 zł. Ile kosztuje 1 kg tego sera?
- 5 Wojtek został przewodniczącym szkoły. Głosowało na niego 63 uczniów i było to 0,7 wszystkich oddanych głosów. Ilu uczniów brało udział w głosowaniu?
A. 70 B. 81 C. 80 D. 90

7. Dzielenie ułamków dziesiętnych

Przykład 1.

Obliczmy iloraz liczby 28,5 przez liczbę 0,03.

Ułamek dziesiętny umiemy już dzielić przez liczbę naturalną.

Rozszerzamy więc ułamki tak, by w mianowniku była liczba naturalna.

$$28,5 : 0,03 = \frac{28,5}{0,03} = \frac{28,5 \cdot 100}{0,03 \cdot 100} = \frac{2850}{3} = 950$$

W mianowniku są części setne.
Rozszerzamy ułamek przez 100.

Sprawdzenie. $950 \cdot 0,03 = 28,50 = 28,5$

Przykład 2.

Wiktor kupił 9,5 kg jabłek i zapłacił za nie 25,65 zł.

Ile kosztują 4 kg takich jabłek?

Najpierw trzeba obliczyć, ile kosztuje 1 kg jabłek.

$$25,65 : 9,5 = \frac{25,65}{9,5} \quad \text{Znak dzielenia zastąpiliśmy kreską ułamkową.}$$

$$\frac{25,65}{9,5} = \frac{25,65 \cdot 10}{9,5 \cdot 10} = \frac{256,5}{95}$$

W mianowniku są części dziesiąte.

Rozszerzamy ułamek przez 10.

Wykonajmy dzielenie sposobem pisemnym.

$$\begin{array}{r} 2,7 \\ 95 \overline{) 256,5} \\ \underline{190} \\ 665 \\ \underline{-665} \\ 0 \end{array}$$

$$\text{Sprawdzenie. } 95 \cdot 2,7 = 256,5$$

Zatem:

$$25,65 \text{ zł} : 9,5 = 2,70 \text{ zł} - \text{cena 1 kg jabłek.}$$

Obliczamy, ile kosztują 4 kg jabłek.

$$4 \cdot 2,70 \text{ zł} = 10,80 \text{ zł}$$

Odpowiedź. 4 kg jabłek kosztują 10,80 zł.



1 Oblicz.

a) $25,68 : 0,4$

b) $246 : 0,6$

c) $3,57 : 0,05$

$34,02 : 0,9$

$473 : 1,1$

$14,5 : 0,25$

$14,4 : 1,2$

$288 : 0,12$

$54,6 : 1,05$

2 Ilorazem liczby 0,48 przez liczbę 0,8 jest

A. 60

B. 6

C. 0,6

D. 0,06

3 Maksymalna masa ciała świstaka na koniec jesieni może wynosić 8 kg, a na wiosnę 3,2 kg. Ile razy większa może być masa ciała świstaka jesienią niż wiosną?



4 W tabelce przedstawiono wyniki reprezentacji dziewcząt i chłopców pewnej szkoły na Międzyszkolnych Zawodach Lekkoatletycznych.

Imiona dzieci	Agnieszka	Kasia	Ania	Sebastian	Bartek	Karol
Konkurencje						
Skok w dal z rozbiegu	1,84 m	1,92 m	1,79 m	2,76 m	2,92 m	2,80 m
Rzut piłeczką palantową	13,5 m	14,6 m	14,2 m	19,3 m	22,72 m	18,9 m

a) Ile razy dłuższy był skok w dal z rozbiegu Sebastiana niż Agnieszki?

b) Ile razy bliżej niż Bartek rzuciła Ania piłeczką palantową?

5 Rozwiąż równanie.

a) $2,5 \cdot c = 135,1$

b) $1,2 \cdot b = 38,88$

c) $4c : 6,2 = 5,4$

6 Za 3,5 kg mandarynek mama zapłaciła 23,80 zł. Ile trzeba zapłacić za 2 kg takich mandarynek?

7 Ile Ania zapłaciła za 15 dag twarogu, jeżeli 1 kg kosztował 12 zł?

A. 1,60 zł

B. 1,20 zł

C. 60 gr

D. 1,80 zł

8 Pan Konrad kupił dolary i zapłacił za nie 1728 zł. Kurs dolara w dniu zakupu wynosił 3,60 zł. Ile dolarów kupił pan Konrad?

9 Skorzystaj z informacji, że $60,8 : 16 = 3,8$ i uzupełnij zdania. Wybierz poprawne odpowiedzi spośród A i B oraz C i D.

Ilorazem liczb 6,08 i 1,6 jest liczba A / B.

A. 0,38

B. 3,8

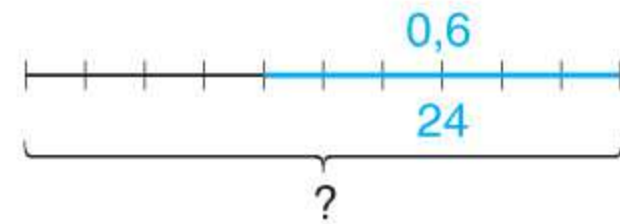
Ilorazem liczb 60,8 i 1,6 jest liczba C / D.

C. 38

D. 380

- 10 W szkolnym konkursie matematycznym 12 uczniów, czyli 0,4 wszystkich uczestników, uzyskało maksymalną liczbę punktów. Ilu uczniów brało udział w konkursie?

- 11 Ułóż zadanie do rysunku obok. Rozwiąż to zadanie i zapisz odpowiedź.



Wyzwanie



Pociąg towarowy składa się z trzech rodzajów wagonów, w których może zmieścić się 21,5 t lub 29,5 t, lub 42,6 t buraków cukrowych. Do samochodu ciężarowego można załadować 6 t lub 8 t buraków cukrowych. Ile samochodów ciężarowych i jakiego rodzaju potrzeba, aby przewieźć wszystkie buraki załadowane do pociągu, który ma w swoim składzie po 10 wagonów każdego rodzaju?



Sprawdź się!

- 1 Oblicz.

a) $47,105 : 0,5$ b) $87,2 : 1,6$ c) $63,801 : 0,09$

- 2 Za 1,50 kg mandarynek Krzyś zapłacił 7,20 zł. Ile kosztował 1 kg mandarynek?

- 3 Rozwiąż równanie.

a) $p : 1,2 = 32,4$ b) $0,176 : m = 0,2$ c) $2a : 4,8 = 3,05$

- 4 Pani Agata zrobiła na zimę 7,35 l soku malinowego i było to 0,3 wszystkich przygotowanych przez nią soków. Ile litrów soków przygotowała na zimę pani Agata?

- 5 Samolot z Krakowa do Chicago przeleciał 7603 km. Wystartował o godz. 18.20, a lot trwał 10,3 h. Ile minut leciał ten samolot? Z jaką prędkością średnią leciał? Wynik podaj w zaokrągleniu do jedności.



8. Ułamki dziesiętne o mianowniku 100



Sowa uczy

Wśród ułamków dziesiętnych wyróżnimy te, których mianownikiem jest liczba 100.

I tak $\frac{1}{100} = 0,01$ pewnej wielkości to 1 procent tej wielkości.

Wyraz procent zastępujemy znakiem %, 1% czytamy: 1 procent.

Procent to inny zapis ułamka o mianowniku 100.

$$5\% \text{ to } \frac{5}{100} = 0,05$$

$$10\% \text{ to } \frac{10}{100} = 0,1$$

$$100\% \text{ to } \frac{100}{100} = 1$$

Przykład 1.

Zamieńmy liczby na procenty.

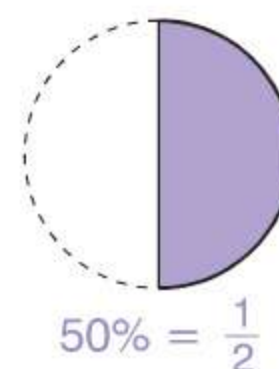
a) $\frac{25}{100}, \frac{7}{100}$ b) $\frac{1}{2}, 3$ c) $\frac{16}{200}, \frac{72}{600}$ d) $\frac{3}{4}, 0,4$

a) Ułamki o mianowniku 100 zapiszmy jako procent.

$$\frac{25}{100} = 25\% \quad \frac{7}{100} = 7\%$$

b) Rozszerzmy ułamki do mianownika 100.

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 50}{2 \cdot 50} = \frac{50}{100} = 50\% \quad 3 = \frac{3}{1} = \frac{3 \cdot 100}{1 \cdot 100} = 300\%$$



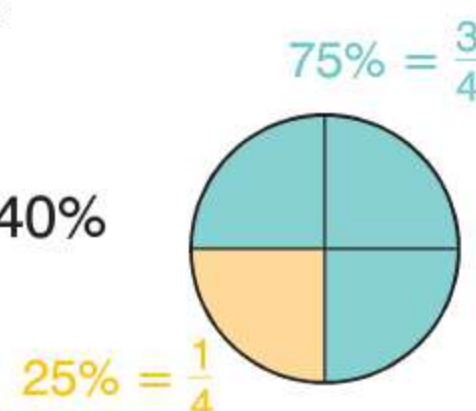
c) Skróćmy ułamki tak, aby miały mianownik 100.

$$\frac{16}{200} = \frac{16 : 2}{200 : 2} = \frac{8}{100} = 8\% \quad \frac{72}{600} = \frac{72 : 6}{600 : 6} = \frac{12}{100} = 12\%$$

d) Liczbę można też zamienić na procent, mnożąc ją przez 100%.

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot \frac{25}{100}}{\frac{4}{1}} = 75\%$$

$$0,4 = 0,4 \cdot 100\% = 40\%$$

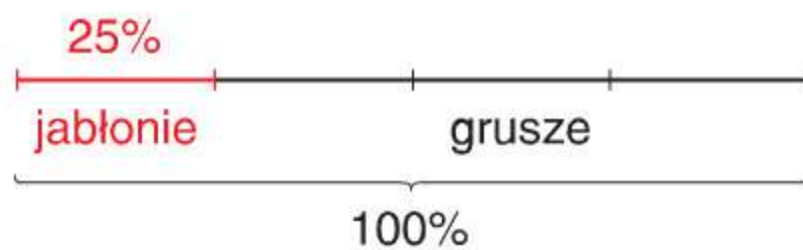


Przykład 2.

W sadzie rosły jabłonie i grusze. Jabłonie stanowiły 25% wszystkich drzew. Jaki procent drzew stanowiły grusze?

Wykonajmy rysunek pomocniczy.

Wszystkie drzewa to 100% – cały odcinek, a 25% to $\frac{1}{4}$ odcinka.



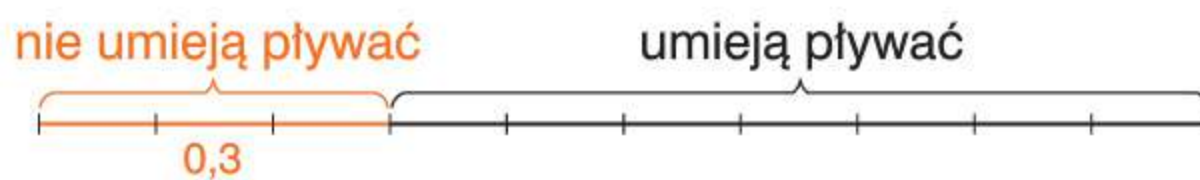
Jabłonie to 25% wszystkich drzew, a grusze to $100\% - 25\% = 75\%$.

Odpowiedź. Grusze to 75% wszystkich drzew w sadzie.

Przykład 3.

Ze wszystkich dzieci przychodzących na basen tylko 0,3 dzieci nie umiało pływać. Ile procent dzieci umiało już pływać?

Przedstawmy dane na rysunku.



Wszystkie dzieci przychodzące na basen to cała grupa, czyli $1 = 100\%$.

Sposób I

Zamieńmy ułamek 0,3 na procent:

$0,3 = 0,30 = 30\%$ – tyle procent dzieci nie umiało pływać.

Procent dzieci, które umiały pływać to:

$100\% - 30\% = 70\%$.

**Sposób II**

Ponieważ 0,3 dzieci nie umiało pływać, to pozostałe stanowią:

$1 - 0,3 = 0,7$ wszystkich dzieci.

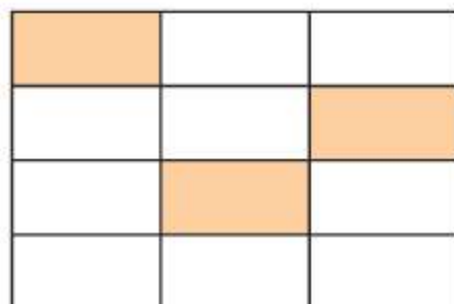
Zamieńmy ten ułamek na procent.

$0,7 = 0,70 = 70\%$

Odpowiedź. Umiało już pływać 70% dzieci przychodzących na basen.

Przykład 4.

Ile procent prostokąta jest zamalowane, a ile procent nie jest zamalowane?

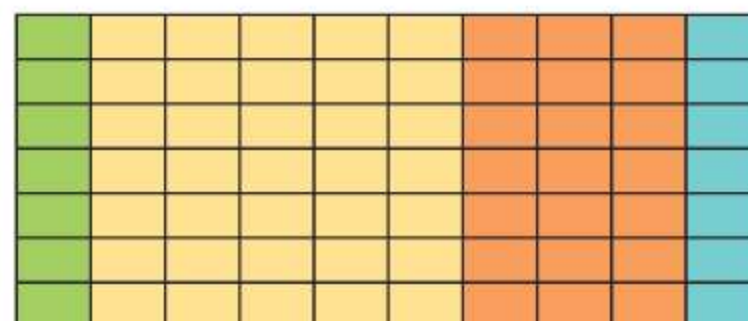


Prostokąt na rysunku jest podzielony na 12 jednakowych części. Zamalowane są 3 części. Jest to $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ prostokąta, $\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 25\%$.

Ponieważ cały prostokąt to 100%, więc część niezamalowana to:
 $100\% - 25\% = 75\%$.

Odpowiedź. Zamalowane jest 25% prostokąta, a nie jest zamalowane 75% tego prostokąta.

- 1 Podaj przykłady stosowania w życiu codziennym procentów.
- 2 Zamień procenty na ułamki.
 a) 25%, 50%, 75%, 90% b) 10%, 500%, 800%, 100%
- 3 Zamień liczby na procenty: 0,02; 0,10; $\frac{25}{500}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{12}{300}$; 3; 2,4.
- 4 Narysuj prostokąt. Zamaluj na zielono 25% tego prostokąta. Ile procent prostokąta jest niezamalowane?
- 5 Firma produkująca środek bakteriobójczy podała w ulotce, że usuwa on 95% wszystkich bakterii. Jaki ułamek wszystkich bakterii nie jest usuwany przez ten środek?
- 6 W pewnej klasie $\frac{2}{5}$ uczniów uprawia sport. Ile procent uczniów tej klasy nie uprawia sportu?
- 7 Na podstawie rysunku odpowiedz na pytania.
 a) Jaka część prostokąta jest pomalowana na kolor: zielony, żółty, pomarańczowy, a jaka na niebieski?
 b) Jakim procentem prostokąta jest każda z pomalowanych części?

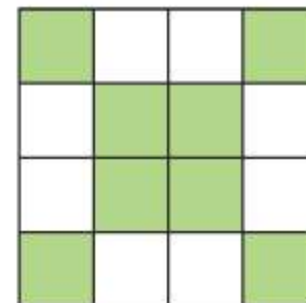


- 8 Uzupełnij zdania. Wybierz poprawne odpowiedzi spośród A i B oraz C i D.
 Połowa zebranych przez Sławka grzybów to maślaki, więc pozostałe to A / B wszystkich grzybów. A. 50% B. 25%
 Ćwierć wszystkich ocen Kuby to stopnie bardzo dobre, więc pozostałe to C / D wszystkich ocen. C. 50% D. 75%
- 9 Drużyna koszykówki wygrała 5 meczów, przegrała 4 mecze, a 1 zremisowała.
 a) Jaką częścią wszystkich meczów są wygrane, a jaką zremisowane mecze?
 b) Ile procent wszystkich meczów wygrała ta drużyna, a ile procent meczów zremisowała?
- 10 Ile to jest:
 a) 50% metra, b) 25% godziny, c) 50% doby?
- 11 Za 140 zł Kuba kupił 3 samochodziki i 4 zwierzaki do swojej kolekcji. Cena zwierzaka była równa 50% ceny samochodzika. Ile trzeba zapłacić za 2 takie samochodziki i 3 zwierzaki?



Sprawdź się!

- 1 Zamień procenty na ułamki: 1%, 25%, 200%.
- 2 Ułamek $\frac{2}{5}$ to
 A. 10% B. 50%
 C. 60% D. 40%
- 3 Ile procent kwadratu zamalowano?
- 4 W sklepie dokonano posezonowej obniżki ceny obuwia letniego o $\frac{1}{5}$ pierwotnej ceny. O ile procent obniżono cenę obuwia?
- 5 Prostokąt podzielono na 24 równe części, z których 6 pokolorowano. Uzupełnij zdania. Wybierz poprawne odpowiedzi spośród A i B oraz C i D.
 Pokolorowano A / B prostokąta. A. 6% B. 25%
 Nie pokolorowano C / D prostokąta. C. 18% D. 75%



9. Diagramy procentowe

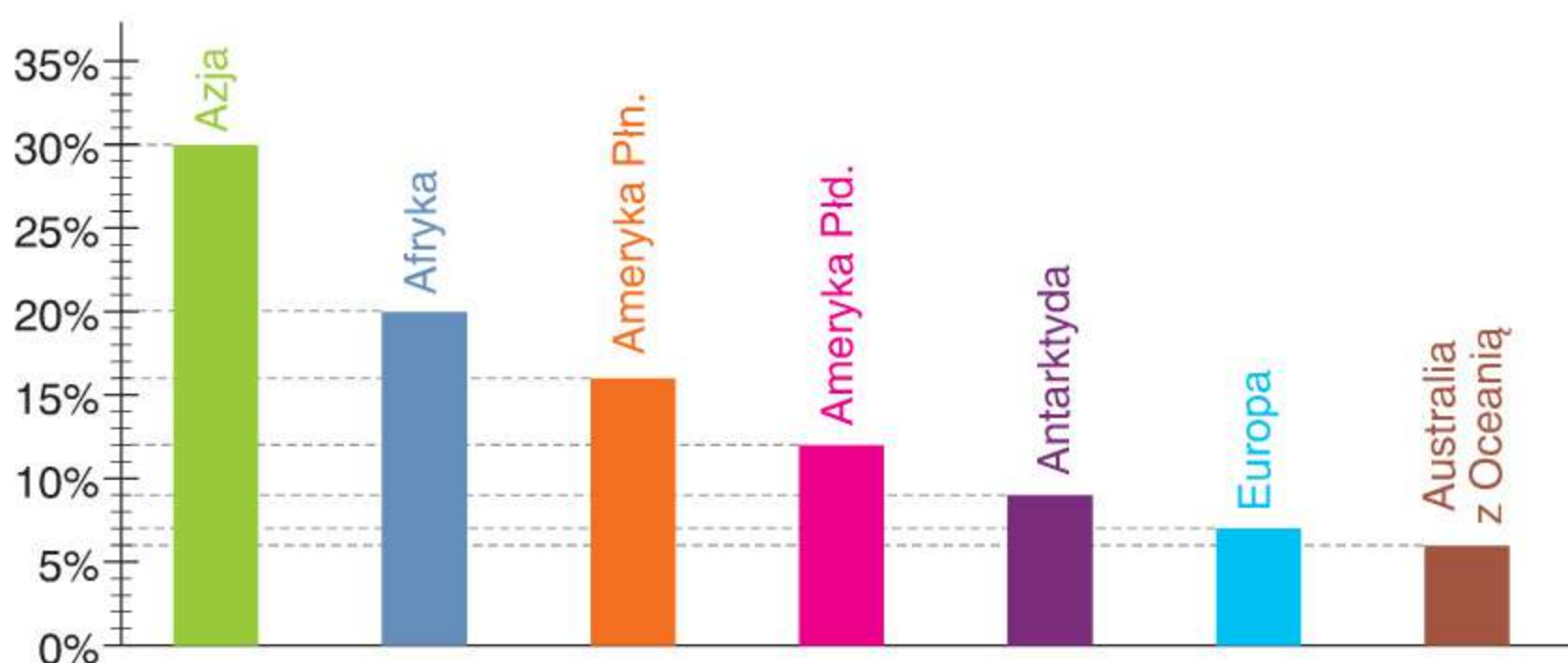


Sowa uczy

Jeżeli na diagramie słupkowym, prostokącie lub kole zależności pomiędzy danymi, zamiast w postaci ułamków, przedstawimy w postaci procentów, to otrzymamy diagram procentowy. Diagramy procentowe mają różnorodne zastosowanie, np. w bankach, w handlu, w reklamach, w zestawieniach statystycznych.

Przykład 1.

Przyjrzyjmy się diagramowi przedstawiającemu, ile procent wszystkich lądów na Ziemi zajmują w przybliżeniu poszczególne kontynenty.



Z diagramu można odczytać, że:

- **Azja** zajmuje około 30% lądów,
- **Ameryka Północna** – około 16%,
- **Antarktyda** – około 9%,
- **Afryka** – około 20%,
- **Ameryka Południowa** – około 12%,
- **Europa** zajmuje około 7% wszystkich lądów, a **Australia z Oceanią** tylko około 6% lądów,
- największym kontynentem jest **Azja**, a najmniejszym – **Australia z Oceanią**,
- **Ameryka Północna** jest większa od **Ameryki Południowej**,
- **Europa** jest mniejsza od **Antarktydy**.



Przykład 2.

W szkole podstawowej w Warszawie przeprowadzono ankietę na temat tego, gdzie uczniowie spędzili wakacje. Oto wyniki tej ankiety:

30% uczniów wyjechało do rodziny pod Warszawę (R),

10% uczniów było nad morzem (M),

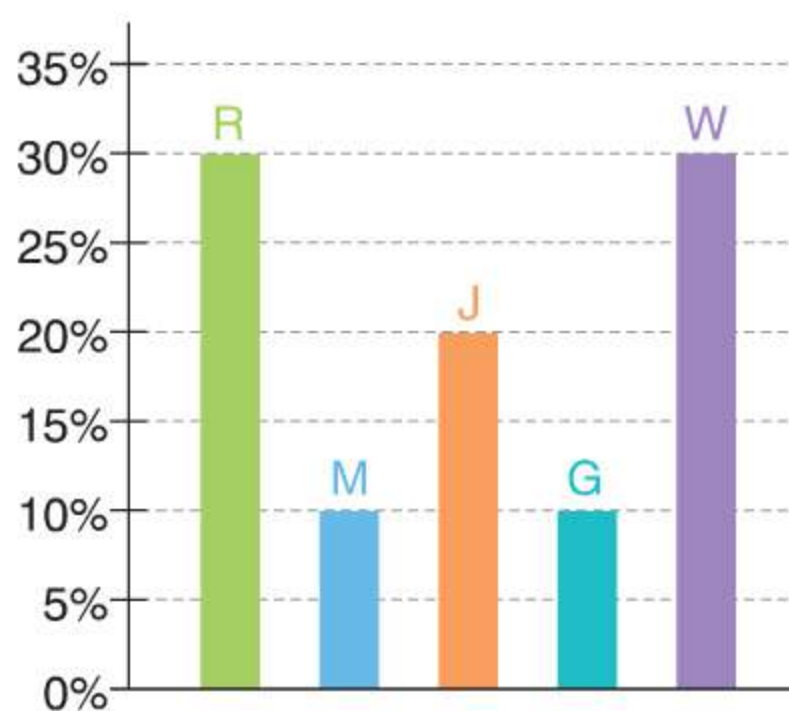
20% uczniów było nad jeziorami (J),

10% uczniów było w górach (G).

Pozostali uczniowie, czyli 30%, spędzili wakacje w Warszawie (W).

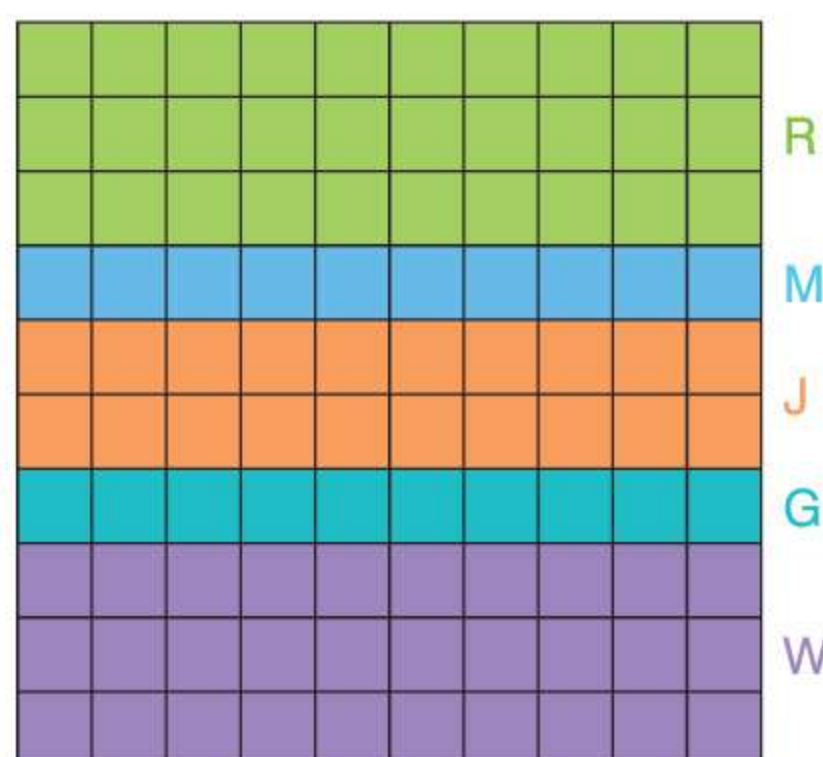
Dane przedstawimy na diagramach słupkowym i prostokątnym. Odczytajmy niektóre dane.

Na diagramie słupkowym tak przedstawimy dane:



Te same dane przedstawimy na diagramie prostokątnym tak:

Prostokąt składa się ze 100 kratek, więc jedna kratka to 1%. Zamalowujemy tyle kratek, ile procent odpowiada danej grupie uczniów.



Z obu diagramów można odczytać, że na wakacje do rodziny wyjechało tyle uczniów, ilu zostało w mieście.

W górach i nad morzem wakacje spędziło też tyle samo uczniów.

Słupki na diagramie słupkowym są takiej samej wysokości, a na diagramie prostokątnym zamalowano tyle samo kratek.

Przykład 3.

W Szkolnym Klubie Sportowym 25% zawodników to lekkoatleci, 25% to członkowie drużyny piłki nożnej, a reszta to pływacy.

Przedstawmy te informacje na procentowym diagramie kołowym.

Wszyscy zawodnicy zrzeszeni w SKS to 100%.

Obliczmy, ile procent wszystkich zawodników stanowią pływacy.

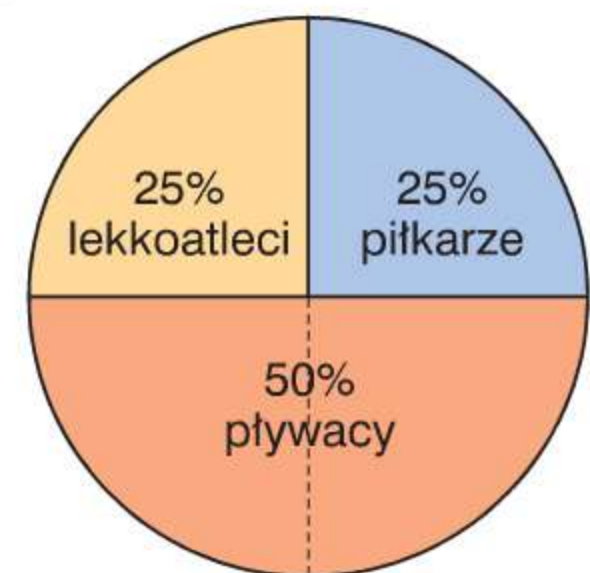
Pływacy to:

$100\% - 25\% - 25\% = 50\%$, czyli jest to połowa wszystkich zawodników.

Wykonajmy diagram kołowy.

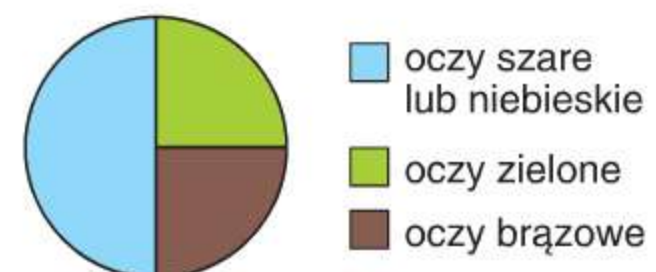
Podzielmy koło (100%) na 4 równe części.

Jedna część to $\frac{1}{4}$ koła, czyli 25%. Jednej części odpowiadają lekkoatleci, drugiej – piłkarze. Pozostałe dwie części to połowa koła, której odpowiadają pływacy.



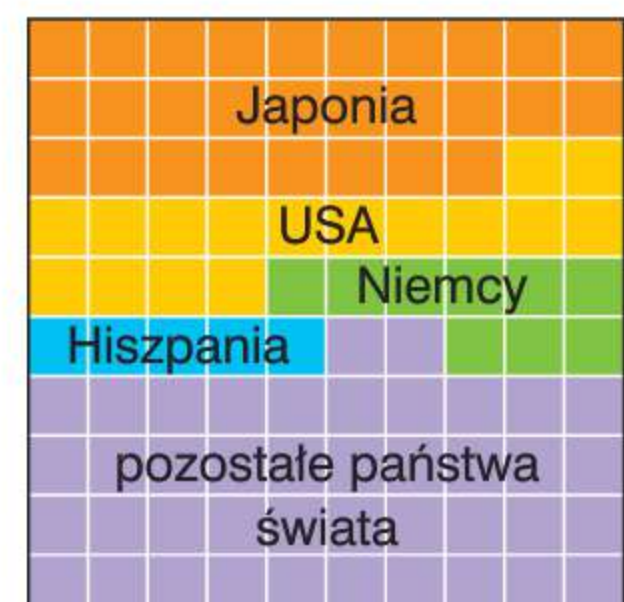
- 1 W lesie mieszanym drzewa iglaste stanowią 25% wszystkich drzew, a pozostałe to drzewa liściaste. Wykonaj diagram kołowy przedstawiający te dane.

- 2 Odczytaj z diagramu, jaki procent uczniów pewnej klasy ma szare lub niebieskie oczy, a jaki – brązowe. Dane z tego diagramu przedstaw na diagramie prostokątnym.



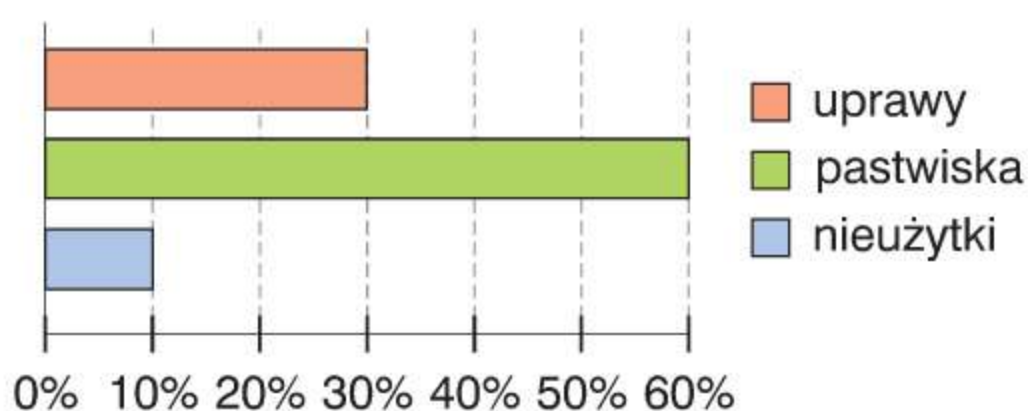
- 3 Na diagramie przedstawiono w procentach produkcję samochodów osobowych w różnych państwach świata. Są to dane przybliżone.

- a) Odczytaj z diagramu, ile procent światowej produkcji samochodów przypada na poszczególne kraje.
b) Dane te przedstaw na diagramie słupkowym.



- 4 Według danych z 1900 r. w Europie mieszkało około 20% ludności świata, w Azji – około 60%, w Afryce – około 10%, a w obu Amerykach, Australii i Oceanii – pozostała ludność. Oblicz, ile procent ludności świata mieszkało w obu Amerykach, Australii i Oceanii. Przedstaw te informacje na diagramach prostokątnym i słupkowym.

- 5 Na diagramie przedstawiono wykorzystanie gruntów w pewnym gospodarstwie rolnym. Czy na podstawie diagramu możesz określić charakter tego gospodarstwa?

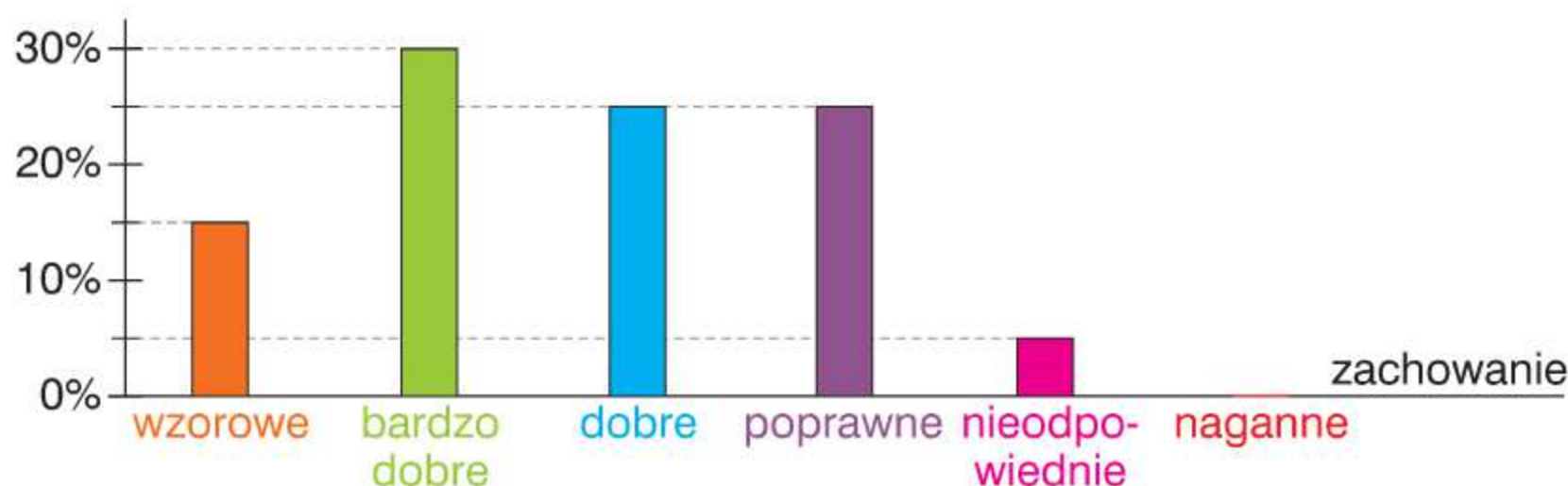


- 6 Dzieci mają razem 1000 zł. Oszczędności Ani to $\frac{1}{20}$ tej kwoty, Bogdana – $\frac{1}{10}$, Zosi – $\frac{3}{20}$, Sebastiana – $\frac{9}{20}$, a Kasi – $\frac{1}{4}$. Przedstaw te dane na dowolnym diagramie procentowym. Ułóż do niego 2 pytania i odpowiedz na nie.



Sprawdź się!

Skorzystaj z diagramu, na którym przedstawiono śródroczne oceny z zachowania uczniów klasy 5, i rozwiąż zadania 1.–3.



- Podaj, jaki procent uczniów otrzymał każdą z ocen.
- Liczbę ocen wzorowych opisuje ułamek
A. $\frac{3}{20}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{20}$ D. $\frac{1}{5}$
- Przedstaw dane na diagramie prostokątnym.
- Piekarnia dostarczała pieczywo do trzech sklepów: do jednego 50% wytworzonego pieczywa, do drugiego 25%, a do trzeciego resztę. Wykonaj procentowy diagram kołowy przedstawiający dostawę pieczywa do poszczególnych sklepów.
- Na wsi w 1920 roku mieszkało 75% ludności Polski, w 1930 roku – 70%, w 1960 roku – 50%, a w 2015 roku – 40%. Wykonaj procentowe diagramy słupkowe przedstawiające zaludnienie wsi i zaludnienie miast.

Zadania utrwalające

- 1 Oblicz w pamięci.

a) $2,17 + 0,15 + 1,3$	b) $1,61 - 0,43$	c) $0,4 \cdot 0,15$
d) $0,84 : 0,12$	e) $25,009 \cdot 1000$	f) $536,1 : 10\ 000$
- 2 Zamień:
 - a) procenty na ułamki: 20%, 45%, 80%, 600%,
 - b) liczby na procenty: 2,25, 1,5, 4, $\frac{128}{400}$, $\frac{16}{100}$, $\frac{3}{20}$.
- 3 Narysuj kwadrat o boku 5 kratek. Zamaluj 4 kratki na czerwono, 8 na zielono, a pozostałe na żółto. Oblicz, jakim procentem kwadratu są kratki poszczególnych kolorów.
- 4 Na ulicy Kwiatowej o długości 413 m trzeba położyć kostkę brukową. Wykonano już pracę na odcinku o długości 197,5 m. Na jakiej długości ulicy należy jeszcze położyć kostkę brukową?
- 5 W jednym kartonie mieści się 8,5 kg cukierków po 18,74 zł za 1 kg. Jaka jest wartość cukierków w 10 takich kartonach?
- 6 Na andrzejki kupiono napoje za 142,25 zł, słodycze za 259,86 zł i materiały dekoracyjne za 47,08 zł. Ile wydano na te zakupy?
- 7 W szkolnym sklepiku batony były po 1,14 zł za sztukę. Ile sprzedano takich batonów, jeśli uzyskano za nie 302,10 zł?
- 8 Rozwiąż równanie i wykonaj sprawdzenie.

a) $0,5a + 2,4 = 3,2$	b) $2,4 - p = 1,2$	c) $0,5m : 3 = 0,9$
-----------------------	--------------------	---------------------
- 9 W konkursie na wystrój sali lekcyjnej klasa 5a zdobyła 216,8 punktu, klasa 5b o 29,3 punktu mniej, a klasa 5c o 9,6 punktu więcej niż klasa 5a. Ile punktów zdobyła 5b, a ile 5c?
- 10 Tona koksu kosztuje 981 zł, a tona węgla jest 1,5 raza tańsza. Ile kosztuje tona węgla?
- 11 Uczniowie klasy 5 wykonali 42 celne rzuty do kosza i było to 0,7 wszystkich rzutów. Ile rzutów do kosza oddali uczniowie?
- 12 Na wycieczce Kuba wydał część swoich oszczędności. Zostało mu 135,75 zł i było to 0,75 wszystkich jego pieniędzy. Ile pieniędzy miał Kuba na początku? Wykonaj rysunek pomocniczy.



- 13 Jacek, Adam i Krzyś pomalowali 20 zniszczonych ławek w szkole. Adam pomalował 40% wszystkich zniszczonych ławek, a Krzyś 25%. Jaki procent wszystkich zniszczonych ławek pomalował Jacek? Przedstaw te dane na dowolnym diagramie procentowym. Oblicz, ile ławek pomalował każdy z chłopców.



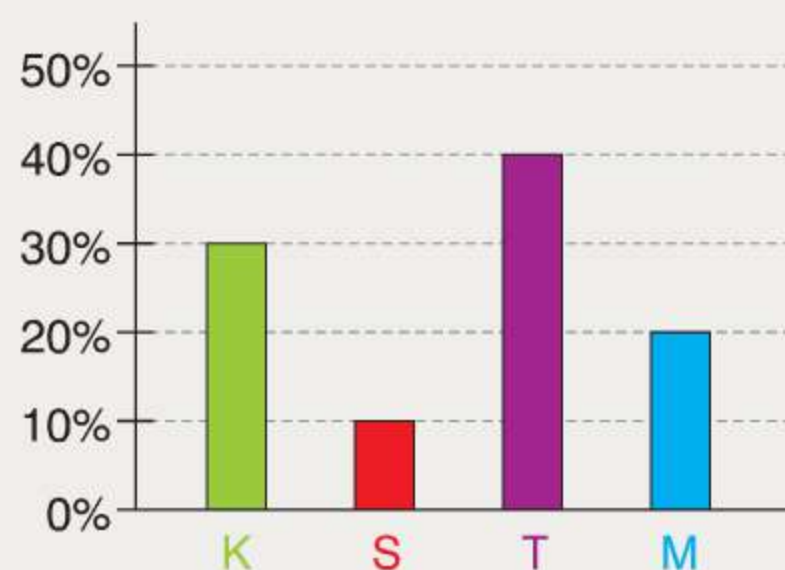
- 14 Na $\frac{3}{4}$ powierzchni ogrodu rośnie trawa, na $\frac{1}{5}$ kwiaty, a pozostała część to ścieżki. Jaki procent ogrodu to trawa, a jaki – kwiaty? Ile procent ogrodu zajmują ścieżki?

- 15 Karol (K), Sebastian (S), Tadek (T) i Maciek (M) kandydowali na przewodniczącego samorządu klasowego. Każdy uczeń mógł głosować tylko na jednego kandydata. Wyniki wyborów przedstawiono na procentowym diagramie słupkowym.

Na podstawie diagramu odpowiedz na pytania:

- Ile procent głosów otrzymali poszczególni kandydaci?
- Kto wygrał wybory?
- Kto otrzymał najmniej głosów?

Wykonaj diagram prostokątny.



- 16 W szkole muzycznej uczniowie klas piątych grają na różnych instrumentach.

Z procentowego diagramu prostokątnego odczytaj, jaki procent uczniów gra na wymienionych instrumentach.

Wykonaj diagram słupkowy.



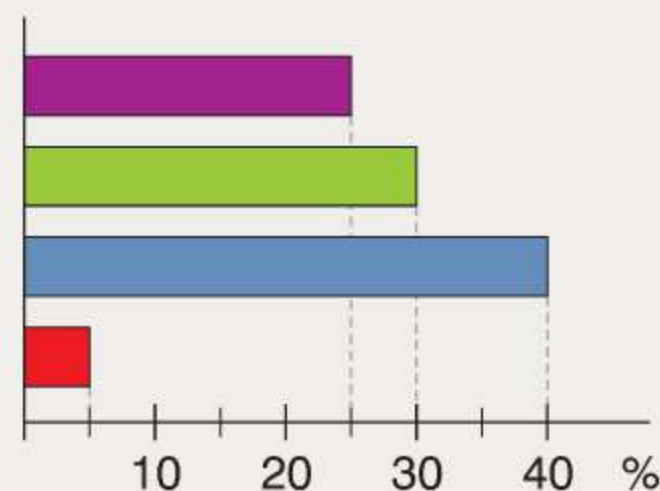
- 17 Na meczu siatkówki 50% wszystkich miejsc na widowni zajęli mężczyźni, 25% kobiety, a 20% dzieci. Pozostałe miejsca były wolne. Jaki procent miejsc na widowni stanowiły miejsca wolne? Przedstaw dane z zadania na diagramie słupkowym.

- 18 W kwietniu było 18 dni słonecznych, a reszta to dni pochmurne. Jaki procent wszystkich dni w kwietniu stanowiły dni słoneczne, a jaki pochmurne?

Zadania sprawdzające

Obliczenia i odpowiedzi zapisz w zeszycie.

- 1 Która liczba **nie jest** równa 3,05?
A. 3,5 B. 3,0500 C. 3,050 D. 3,05000
- 2 Która nierówność jest prawdziwa?
A. $0,31 > 0,119$ B. $0,31 < 0,3$ C. $0,31 > 0,310$ D. $0,301 > 0,31$
- 3 Uzupełnij zdania. Wybierz poprawne odpowiedzi spośród A i B, C i D oraz E i F.
Suma liczb 34,29 i 219,4 jest równa A / B. A. 252,69 B. 253,69
Liczba 48,16 jest mniejsza od 94,2 o C / D. C. 46,04 D. 142,36
Ilorazem liczb 227,01 i 2,3 jest E / F. E. 229,31 F. 98,7
- 4 Wyrażenie $(0,6)^3$ jest równe
A. 0,216 B. 0,18 C. 1,08 D. 0,36
- 5 Pluszak kosztuje 8,50 zł. Domino jest 1,5 raza droższe, więc kosztuje
A. 10 zł B. 7 zł C. 12,75 zł D. 13,90 zł
- 6 Kartkówkę pisało 28 uczniów. Ocenę co najmniej dobrą otrzymało 0,75 uczniów, więc ocenę niższą otrzymało
A. 21 uczniów. B. 14 uczniów. C. 24 uczniów. D. 7 uczniów.
- 7 Kuba przeczytał 24 strony lektury, czyli 0,3 całej książki. Książka ma
A. 86 stron. B. 80 stron. C. 60 stron. D. 90 stron.
- 8 Ułamek $\frac{11}{25}$ to
A. 44% B. 11% C. 22% D. 55%
- 9 Wynik szkolnej ankiety *Jaki kolor lubisz najbardziej?* przedstawiono na diagramie. Ile procent uczniów wskazało kolor zielony?
A. 5% B. 40%
C. 25% D. 30%
- 10 Jaś kupił 40 dag śliwek i 60 dag jabłek. Jaki procent łącznej masy tych owoców stanowiła masa śliwek?
A. 25% B. 50% C. 40% D. 75%



Zwierzęta domowe

Jak powstają dane statystyczne? Jak przygotować się do badania, przeprowadzić je, opracować i upublicznić uzyskane wyniki?

ETAP I

Zdefiniowanie problemu

Zastanawiamy się, czego chcemy się dowiedzieć. Ustalamy treść pytania lub pytań i możliwych odpowiedzi.

PYTANIE:

Jakie jest twoje ulubione zwierzę domowe? Wybierz jedną odpowiedź.

☐

Kot

☐

Pies

☐

Chomik

☐

Rybki

☐

Patyczaki

ETAP II

Zbieranie danych

Zbieramy odpowiedzi na przygotowane przez nas pytanie.

Kot

Pies

Chomik

Rybki

Patyczaki

ETAP III

Liczenie głosów

Obliczamy liczbę głosów oddanych na poszczególne zwierzęta. Dane zapisujemy, np. w tabeli. Jeśli będziemy chcieli narysować diagram procentowy, to również obliczamy procent głosów oddanych na poszczególne zwierzęta.

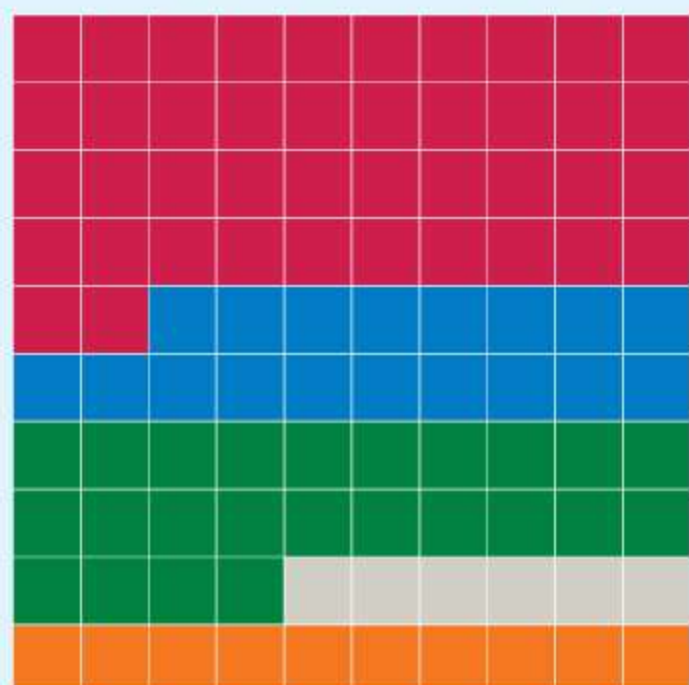
Rodzaj zwierzęcia	Liczba głosów	Procent głosów
Kot	24	24%
Pies	42	42%
Chomik	10	10%
Rybki	18	18%
Patyczaki	6	6%
łącznie	100	100%

ETAP IV

Opracowanie danych

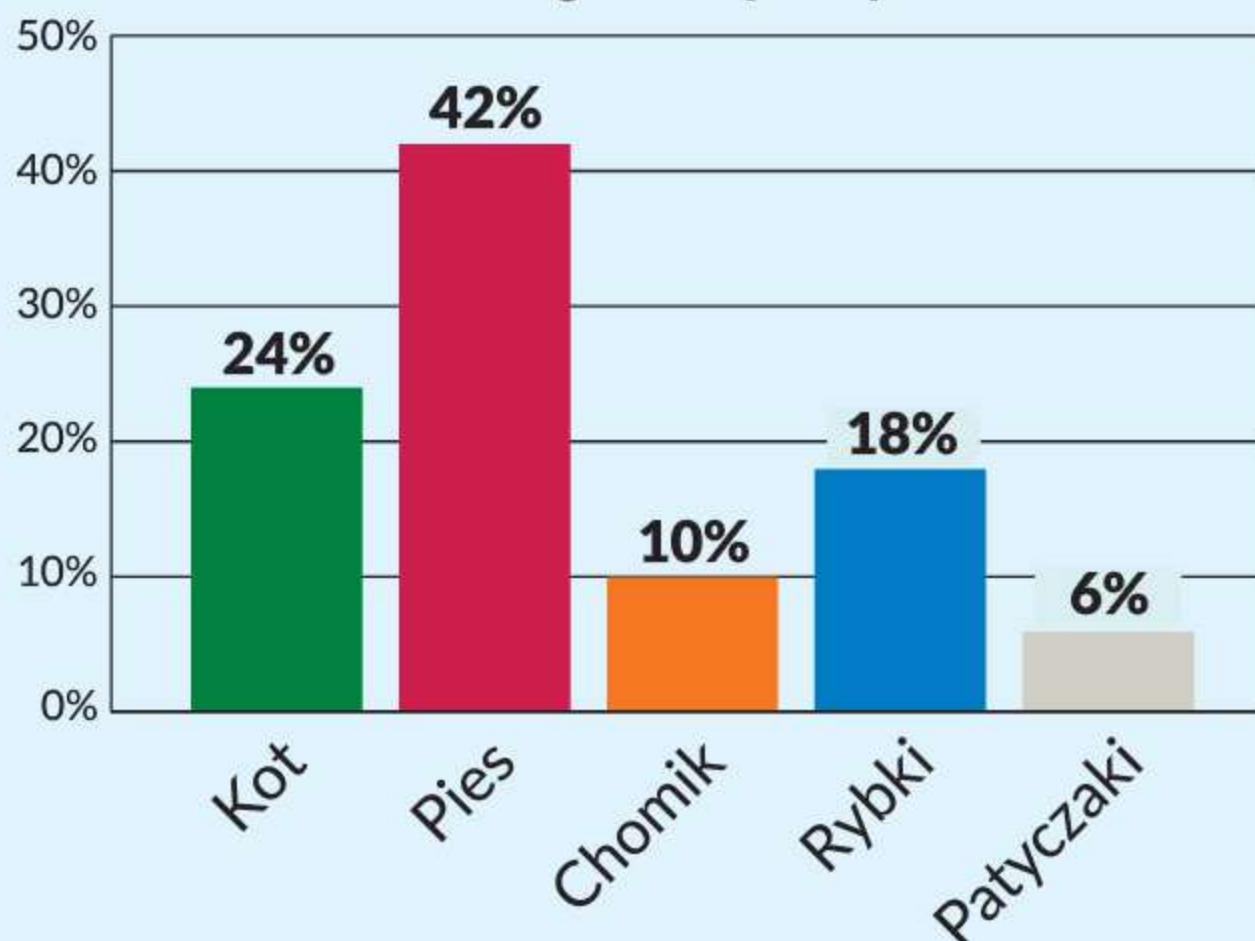
Aby wygodniej było czytać uzyskane informacje, przedstawiamy je w postaci diagramów. Ponieważ w badaniu wzięło udział **100 osób**, odpowiednią formą prezentacji będzie **diagram procentowy**.

Diagram prostokątny



Kot Pies Chomik
Rybki Patyczaki

Diagram słupkowy



ETAP V

Prezentacja wyników

Uzyskane podczas badania wyniki możemy zaprezentować innym osobom, np. w gazetce szkolnej.



1. Prostokąt



Sowa przypomina



Prostokąt ma wszystkie kąty proste.

$$\sphericalangle ABC = \sphericalangle BCD = \sphericalangle CDA = \sphericalangle DAB = 90^\circ$$

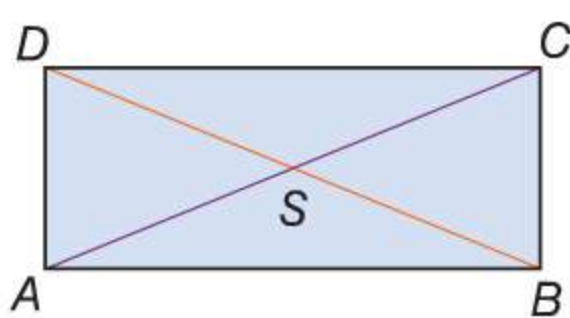
Boki są parami równe i równoległe.

$$|AD| = |BC|$$

$$|AB| = |DC|$$

$$AD \parallel BC$$

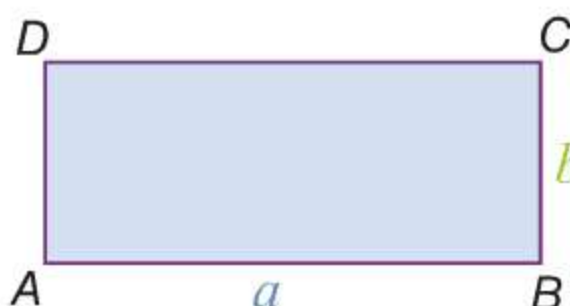
$$AB \parallel DC$$



Przekątne prostokąta są równe: $|AC| = |BD|$.

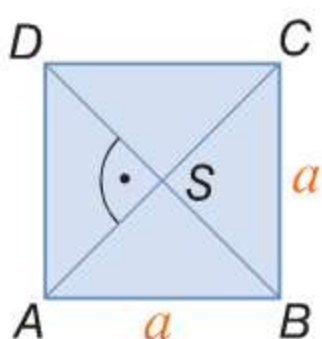
Punkt przecięcia przekątnych dzieli każdą z nich na połowy.

$$|AS| = |SC| = |BS| = |SD| = \frac{1}{2}|AC| = \frac{1}{2}|BD|$$



Obwód (L) prostokąta to suma długości wszystkich jego boków.

$$L = 2 \cdot a + 2 \cdot b \text{ lub } L = 2 \cdot (a + b)$$



Prostokąt o równych bokach to kwadrat.

Przekątne kwadratu przecinają się pod kątem prostym.

$$\text{Obwód kwadratu: } L = 4a.$$

1 Wskaż 2 przedmioty, które mają kształt prostokąta. Narysuj prostokąt. Zaznacz kolorem jedną parę boków prostokątnych.

2 Narysuj kwadrat o boku 4 cm i oblicz jego obwód.



- 3 Narysuj prostokąt, którego przekątne mają po 8 cm długości. Wytnij go i złoż tak, aby otrzymać dwie jednakowe części. Sprawdź, czy otrzymane części są swoimi lustrzanymi odbiciami względem linii złożenia. Rozpatrz wszystkie możliwości złożenia prostokąta w ten sposób.
- 4 Obwód prostokąta jest równy 28 cm. Oblicz długości jego boków, jeśli jeden bok jest 3 razy dłuższy od drugiego.
- 5 Działka ma kształt kwadratu o boku 25 m. Narysuj tę działkę w skali 1 : 1000. Oblicz obwód działki i narysowanego kwadratu. Ile razy mniejszy jest obwód narysowanego kwadratu?
- 6 Prostokąt i kwadrat mają taki sam obwód równy 16 cm. Jeden z boków prostokąta jest połową boku kwadratu. Oceń prawdziwość zdań. Jeżeli zdanie jest prawdziwe wskaż P, jeżeli fałszywe – F.



Bok kwadratu ma długość 50 mm.	P	F
Boki prostokąta mają 2 cm i 6 cm długości.	P	F
Obie figury mają równe kąty i boki.	P	F
Przekątne obu figur dzielą je na trójkąty równoramienne.	P	F

- 7 Narysuj prostokąt o przekątnej 8 cm i kącie między przekątnymi 45° .
- 8 Z trzech kwadratów o boku równym 3,5 cm ułożono prostokąt. Oblicz jego obwód. Wykonaj rysunek.



A to ciekawe!

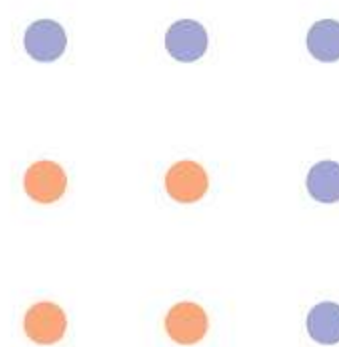
Zauważ, w jaki sposób tworzą się kwadraty układane z kótek. Liczby kótek tworzących kwadraty to liczby kwadratowe. Narysuj w zeszycie 3 następne kwadraty i podaj liczbę kótek, które je tworzą.



1



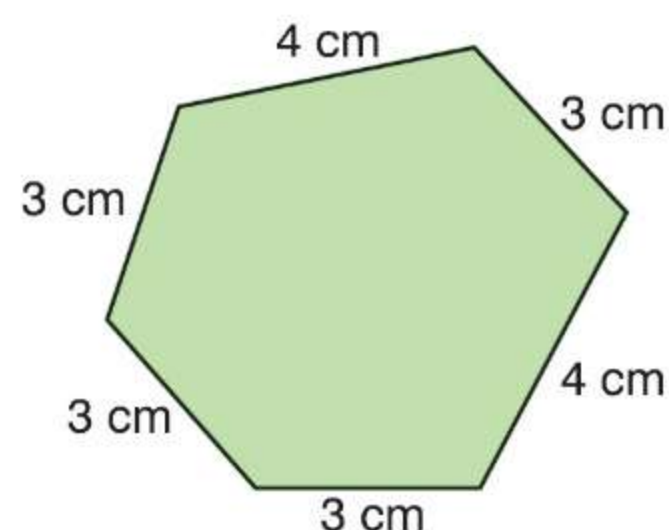
4



9

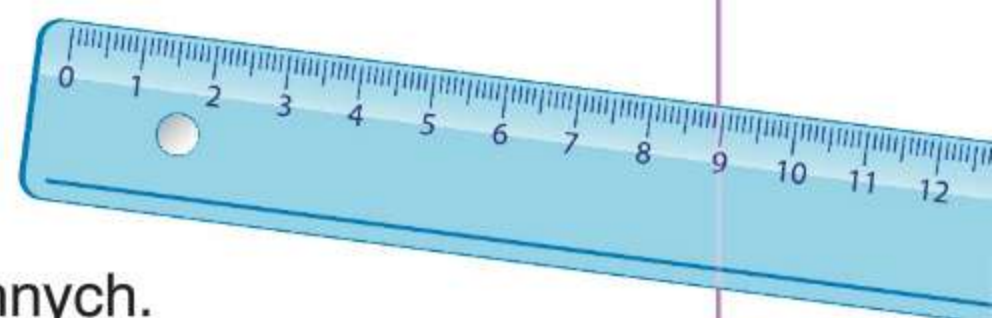
Wyzwanie

Na kartce w kratkę narysuj wszystkie możliwe prostokąty, z których każdy ma obwód równy 20 cm, a długości jego boków są wyrażone liczbami naturalnymi (w cm). Ile jest takich prostokątów? Narysuj 3 inne wielokąty, których obwód ma 20 cm, a długości ich boków są wyrażone liczbami naturalnymi.



Sprawdź się!

- 1 Które zdanie jest **fałszywe**?
 - A. Przekątne kwadratu są równe i prostopadłe.
 - B. Jeżeli boki prostokąta mają długość 1,5 dm i 8 cm, to obwód tego prostokąta jest równy 19 cm.
 - C. Bok kwadratu ma 4,3 cm, gdy obwód jest równy 17,2 cm.
 - D. Jeżeli boki prostokąta mają długości m i n , to jego obwód jest równy: $2 \cdot (m + n)$.
- 2 Narysuj prostokąt $ABCD$ o bokach 8 cm i 6 cm oraz jego przekątne. Punkt przecięcia przekątnych oznacz S .
 - a) Zmierz długości przekątnych.
 - b) Wypisz trójkąty równoramienne. Podaj ich nazwy ze względu na kąty.
 - c) Oblicz obwody trójkątów równoramiennych.
- 3 W prostokącie jeden z jego boków ma długość 0,8 dm, a drugi jest 4 razy krótszy. Oblicz:
 - a) długość drugiego boku,
 - b) obwód prostokąta.
- 4 Które wyrażenie opisuje obwód kwadratu o boku c ?
A. $c + c + c$ B. $2c$ C. $3c$ D. $4c$
- 5 Narysuj prostokąt o bokach m i n oraz kąt między bokiem a przekątną równym 40° .
 - a) Oblicz miary kątów między przekątnymi tego prostokąta.
 - b) Napisz wyrażenie algebraiczne opisujące jego obwód.

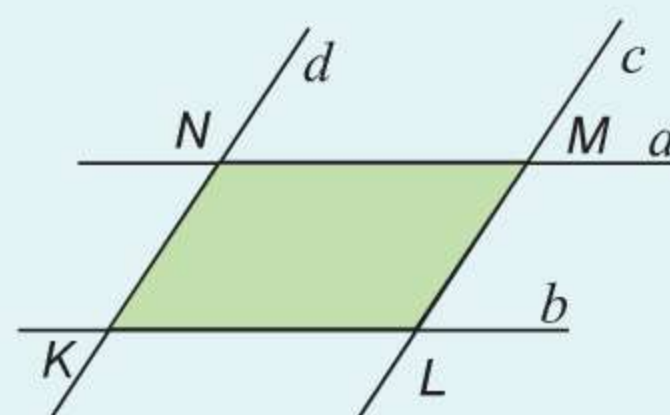


2. Równoległobok



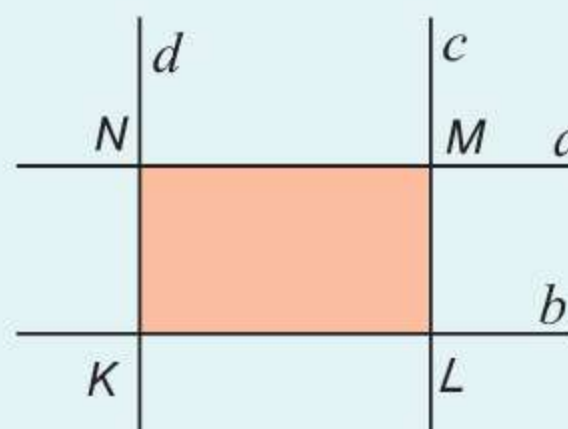
Sowa uczy

Dwie pary prostych równoległych przecinających się tak, jak pokazano na rysunku obok, tworzą czworokąt o przeciwległych bokach równoległych i równej długości. Utworzony czworokąt nazywamy **równoległobokiem**.

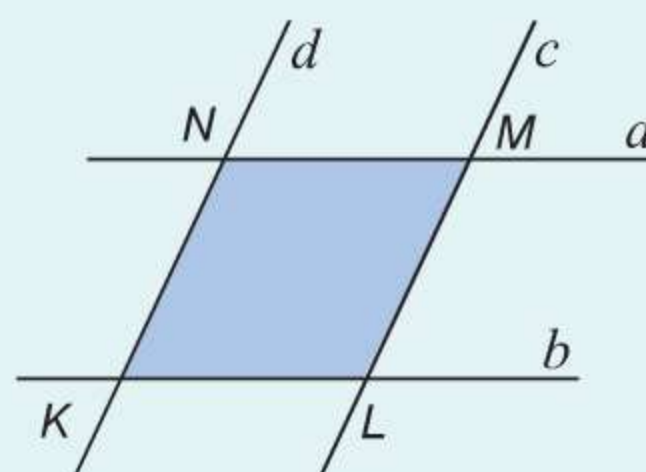


$$|KL| = |NM| \text{ i } |LM| = |KN|$$

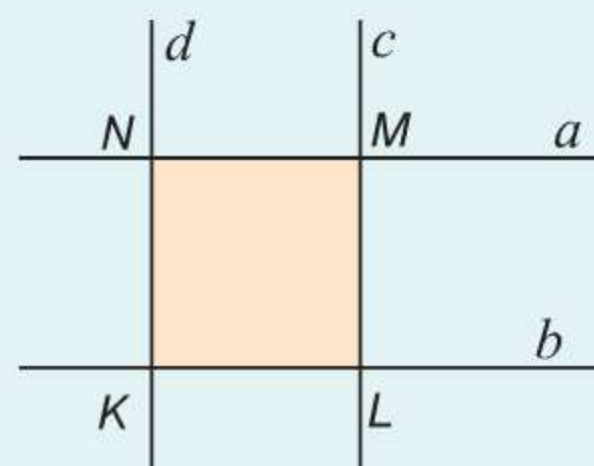
Jeżeli $|KL| = |NM|$ i $|LM| = |KN|$ oraz $\sphericalangle NKL = 90^\circ$, to ten równoległobok jest **prostokątem**.



Jeżeli $|KL| = |NM| = |LM| = |KN|$, to ten równoległobok jest **rombem**.



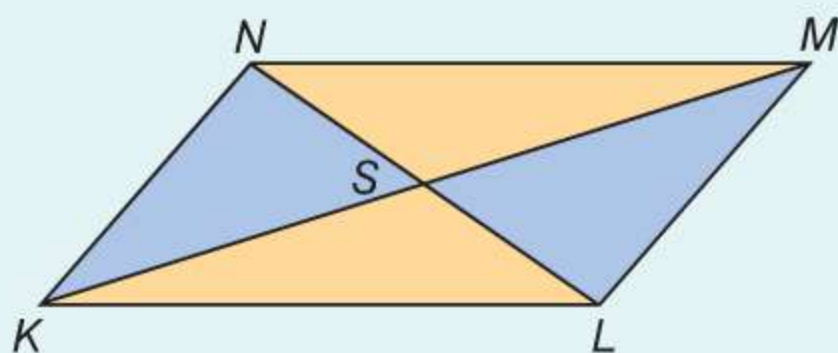
Jeżeli $|KL| = |NM| = |LM| = |KN|$ oraz $\sphericalangle NKL = 90^\circ$, to ten równoległobok jest **kwadratem**.



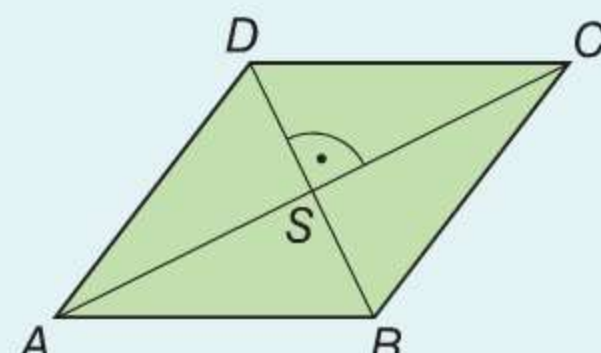
Czworokąty: prostokąt, romb i kwadrat to równoległoboki.



W równoległoboku, który **nie jest** prostokątem:



$$|KL| = |NM| \text{ i } |LM| = |KN|$$



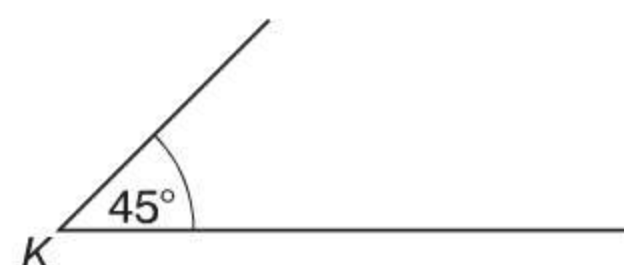
$$|AB| = |BC| = |CD| = |DA|$$

- są 2 równe kąty ostre i 2 równe kąty rozwarte,
- suma miar kątów przy tym samym boku jest równa 180° ,
 - przekątne są różnej długości,
- punkt przecięcia się przekątnych dzieli je na połowy,
- przekątne dzielą go na 4 parami identyczne trójkąty.
- przekątne są prostopadłe,
- przekątne dzielą go na 4 identyczne trójkąty.

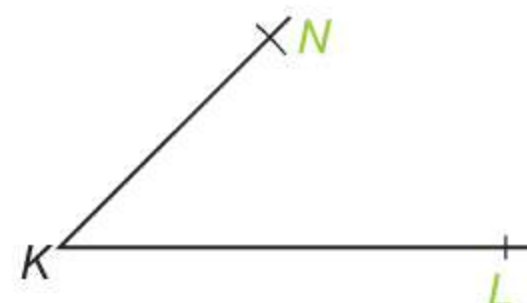
Przykład 1.

Narysujmy równoległobok $KLMN$ o bokach 2 cm i 3 cm i kącie ostrym między nimi równym 45° .

1. Za pomocą kątomierza rysujemy kąt 45° o wierzchołku K .

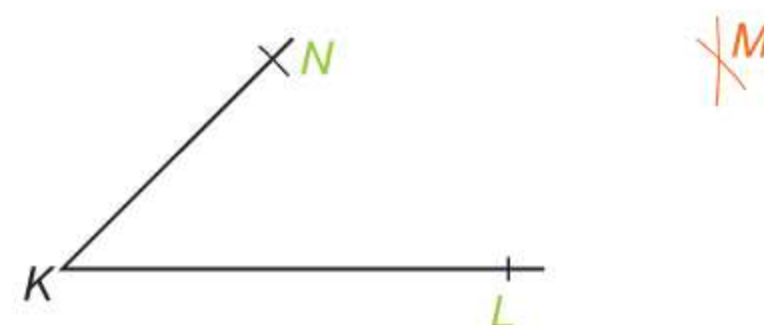


2. Na jednym ramieniu odmierzymy odcinek 2 cm, na drugim 3 cm. Otrzymujemy punkty N i L .

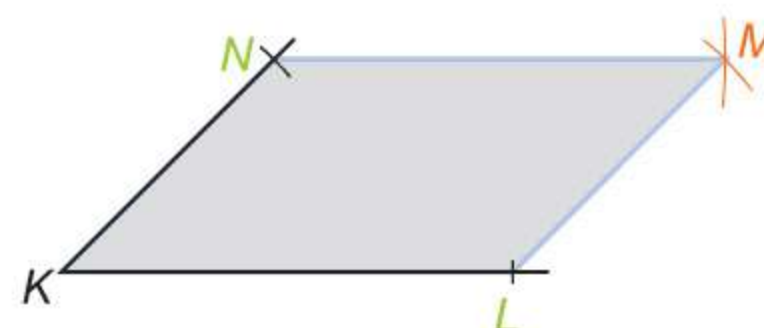


3. Kreślimy łuki okręgów:

- o środku w punkcie N i promieniu 3 cm,
 - o środku w punkcie L i promieniu 2 cm.
- Otrzymujemy punkt M .



4. Rysujemy odcinki LM i NM . Otrzymujemy równoległobok $KLMN$.



Przykład 2.

Narysujmy romb, którego przekątne d_1 i d_2 mają długości 3 cm i 2 cm.

Przekątne przecinają się w swoich połowach i są prostopadłe.

Narysujmy zatem proste prostopadłe $a \perp b$.

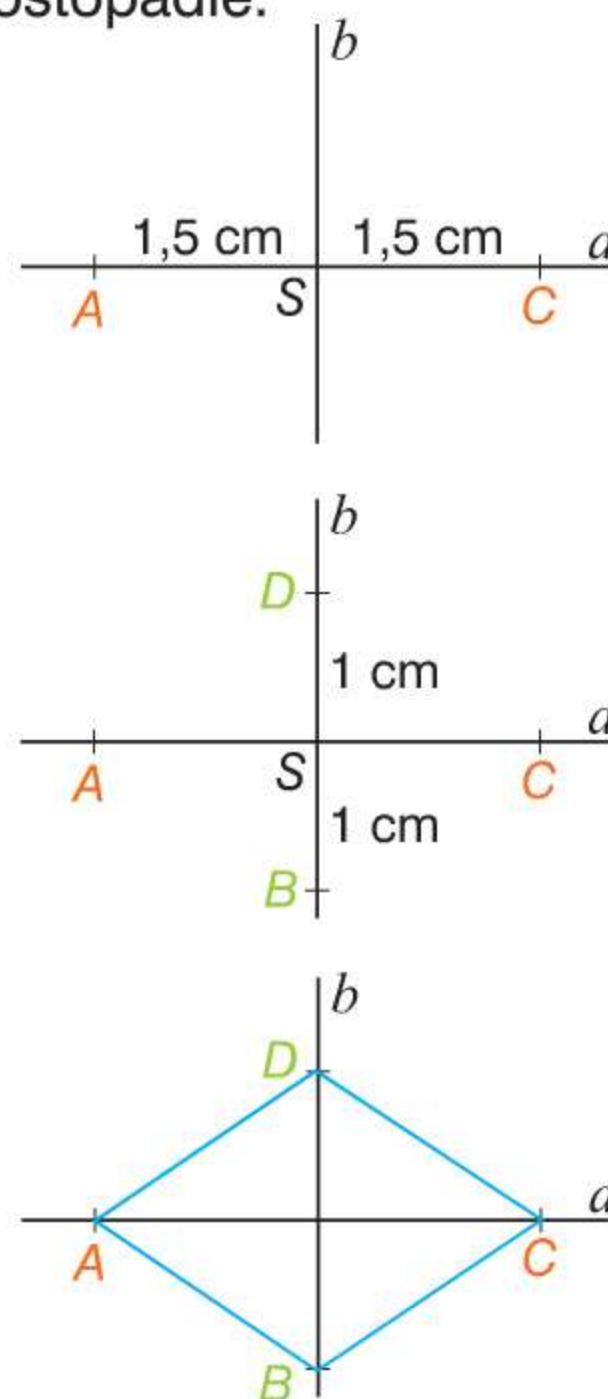
1. Odłóżmy na prostej a , po obu stronach punktu S – przecięcia prostych, połowę przekątnej d_1 , $\frac{1}{2}d_1 = 1,5$ cm.

Otrzymujemy punkty A i C .

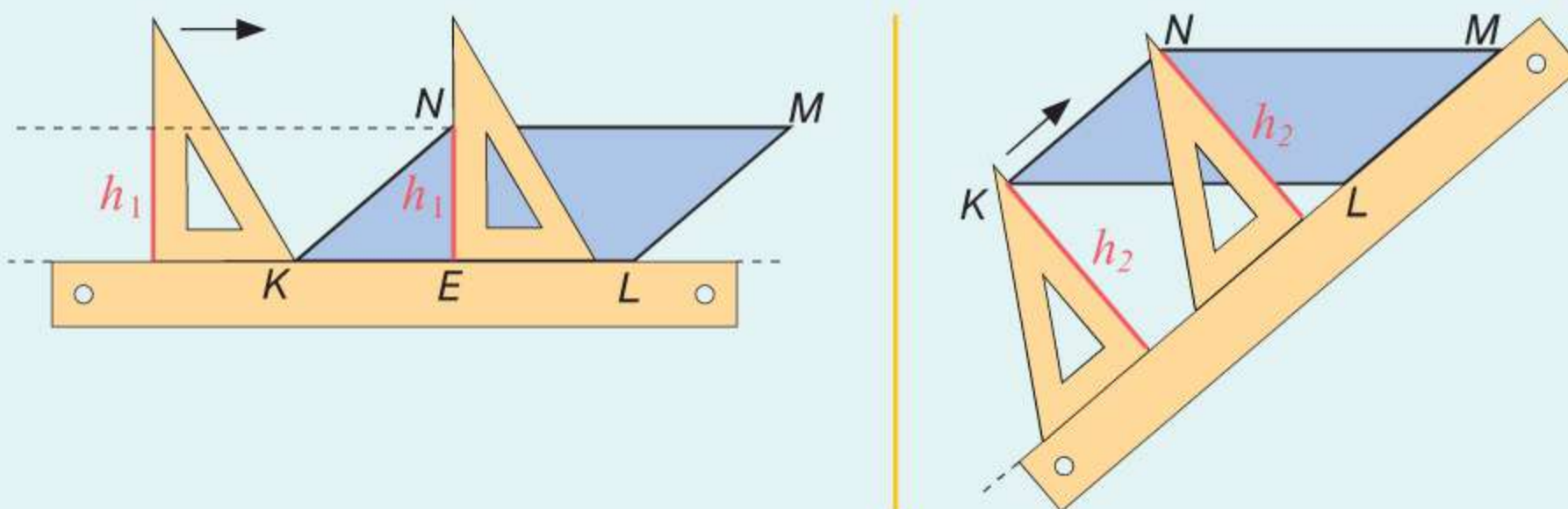
2. Odłóżmy na prostej b , po obu stronach punktu S , połowę przekątnej d_2 , $\frac{1}{2}d_2 = 1$ cm.

Otrzymujemy punkty B i D .

3. Rysujemy odcinki: AB , BC , CD i DA .
Otrzymujemy romb, którego przekątne mają długości 3 cm i 2 cm.

**Sowa uczy**

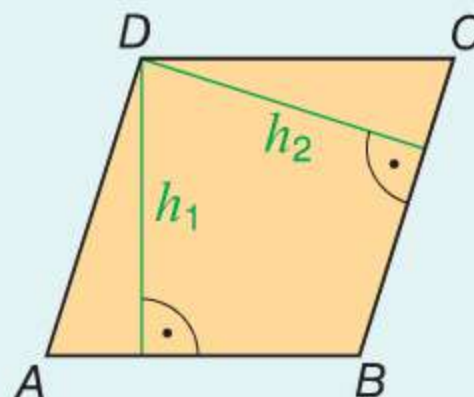
Wysokość równoległoboku to najkrótszy odcinek łączący boki równoległe lub ich przedłużenia. Równoległobok ma dwie pary boków równoległych, zatem ma dwie wysokości: h_1 i h_2 .



Przesuwając ekierkę po linijce, możemy narysować wiele takich odcinków, a każdy z nich będzie wysokością równoległoboku.



Romb ma wysokości tej samej długości.

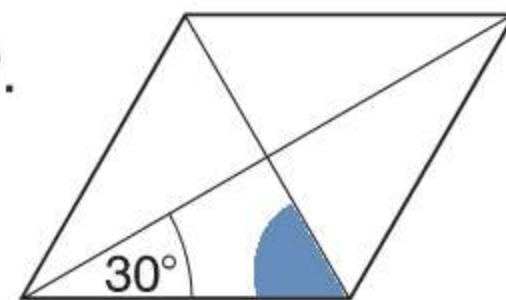


$$\begin{array}{lcl} h_1 \perp AB & \text{ i } & h_1 \perp DC \\ h_2 \perp BC & \text{ i } & h_2 \perp AD \end{array}$$

- 206



- 9 Obwód równoległoboku jest równy 59,6 dm. Jeden bok jest o $\frac{4}{5}$ dm dłuższy od drugiego. Oblicz długość dłuższego boku.
- 10 W rombie jedna przekątna tworzy z podstawą kąt 30° . Druga przekątna tworzy z podstawą rombu kąt
 A. 30° B. 120° C. 80° D. 60°
- 11 Jeden bok równoległoboku ma 2,5 cm długości, czyli $\frac{1}{8}$ obwodu. Oblicz długości pozostałych boków.



Wyzwanie

Narysuj równoległobok o wysokościach 4 cm i 2 cm. Ile takich równoległoboków możesz narysować? Jak będą zmieniały się boki równoległoboku, gdy kąt między sąsiednimi bokami będzie się zwiększał do 90° ? Przy jakim kącie boki będą miały najmniejsze długości?

Wskazówka. Wytnij z papieru dwa paski o szerokościach 4 cm i 2 cm.

Sprawdź się!

- Narysuj równoległobok *MOST* o bokach 6 cm i 4 cm. Poprowadź wysokości z wierzchołka *T*.
- Narysuj romb o obwodzie 10 cm i jego przekątne. Podaj nazwy powstałych trójkątów ze względu na kąty i boki.
- Które zdanie jest **fałszywe**?
 A. Istnieje taki równoległobok, którego kąty wewnętrzne mają miary: 45° , 135° , 45° , 135° .
 B. Suma kątów sąsiednich w równoległoboku jest równa 180° .
 C. W każdym równoległoboku przekątne są prostopadłe.
 D. W rombie o kącie ostrym 50° przekątne są różnej długości.
- Równoległobok ma boki długości 20 m i $15\frac{1}{2}$ m. Oblicz jego obwód.
- Narysuj romb, którego obwód jest równy 20 cm, a kąt między bokami wynosi 30° . Podaj miary kątów wewnętrznych tego rombu.

3. Trapez



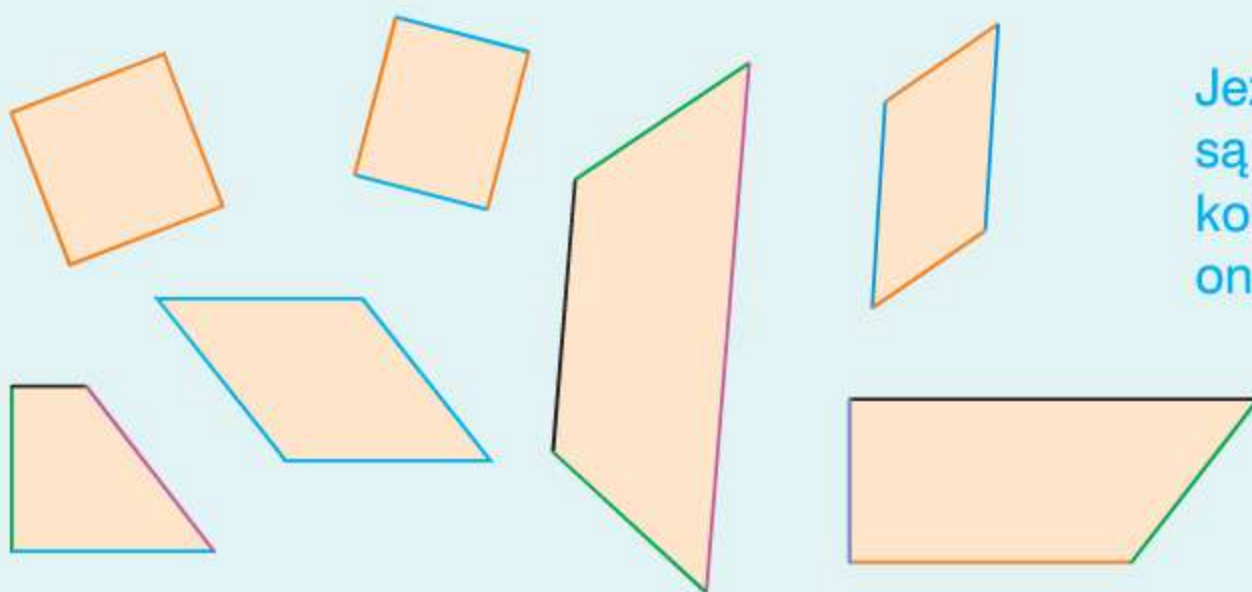
Sowa uczy



Jeżeli prostokątny pasek papieru przetniemy tak, jak pokazano na rysunku:

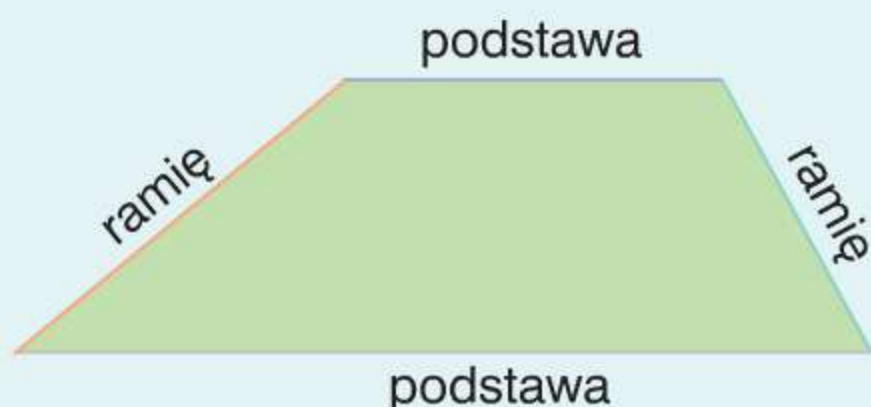


to otrzymane czworokąty będą miały **co najmniej** jedną parę boków równoległych. Są to **trapezy**.

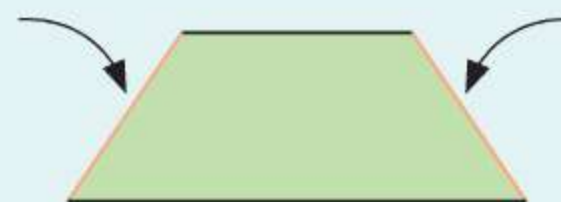


Jeżeli w jednej figurze boki są zaznaczone takim samym kolorem, to znaczy, że mają one taką samą długość.

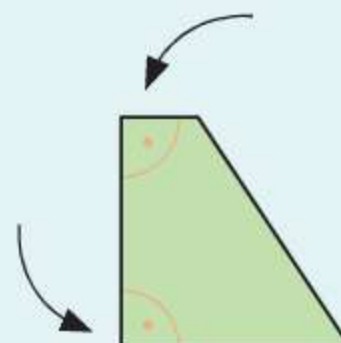
W trapezach wyróżniamy boki równoległe, które nazywają się **podstawami**, i pozostałe boki, które nazywają się **ramionami**.



Trapez, który ma równe ramiona, nazywa się **trapezem równoramiennym**.



Trapez, którego **co najmniej** jedno ramię tworzy kąty proste z podstawami, nazywa się **trapezem prostokątnym**.



Przykład 1.

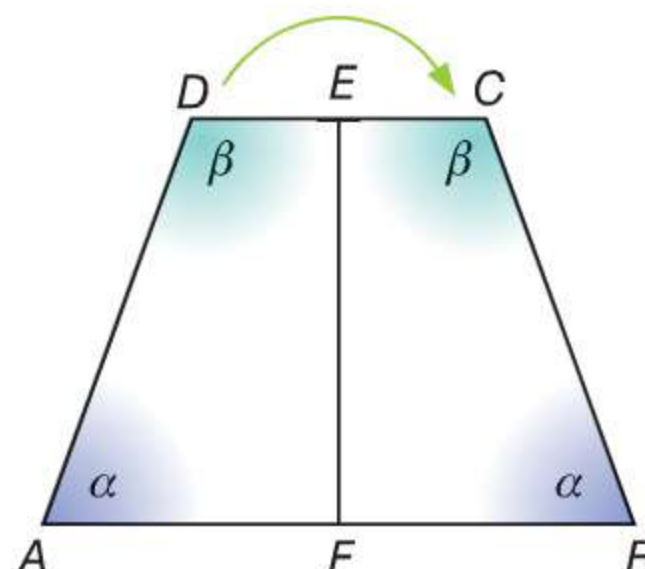
Narysujmy i wytnijmy trapez równoramienny o jednej parze boków równoległych, a następnie składając go tak, aby ramiona nałożyły się na siebie, zbadajmy jego własności.

$$\sphericalangle DAB = \sphericalangle ABC \text{ i } \sphericalangle ADC = \sphericalangle DCB$$

Kąty przy tej samej podstawie trapezu równoramiennego mają takie same miary.

$$2\alpha + 2\beta = 360^\circ, \text{ więc } \alpha + \beta = 180^\circ$$

Suma miar kątów wewnętrznych przy ramieniu trapezu równa jest 180° .



Linia zgięcia trapezu utworzyła odcinek EF .

$$EF \perp AB \text{ i } EF \perp DC$$

Odcinek EF wyznacza odległość między podstawami – jest to **wysokość trapezu**.

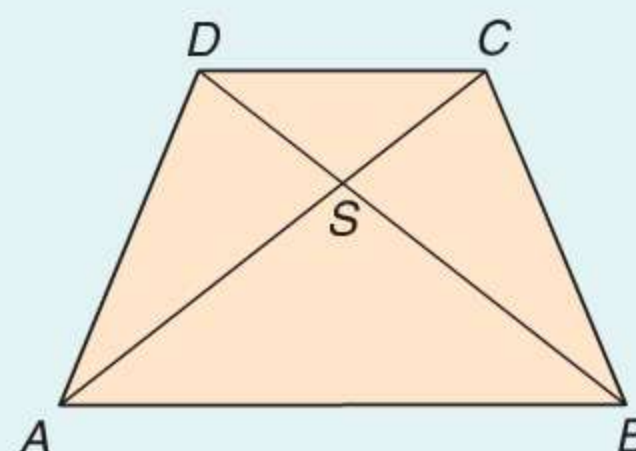
Odcinek EF podzielił trapez $ABCD$ na dwa **trapezy prostokątne**.

Trapez $AFED$ jest lustrzanym odbiciem trapezu $FBCE$ względem odcinka EF .

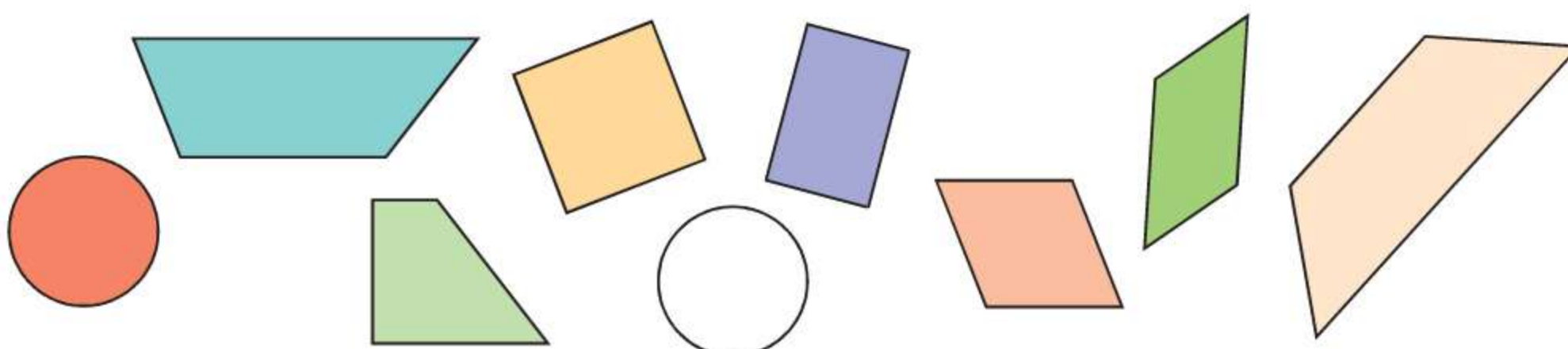
**Sowa uczy**

Przekątne trapezu równoramiennego o tylko jednej parze boków równoległych:

- są równej długości,
 $|AC| = |BD|$
- przecinają się, tworząc dwa trójkąty równoramienne: trójkąt ABS i trójkąt DSC .
 $|AS| = |BS|, |DS| = |CS|$

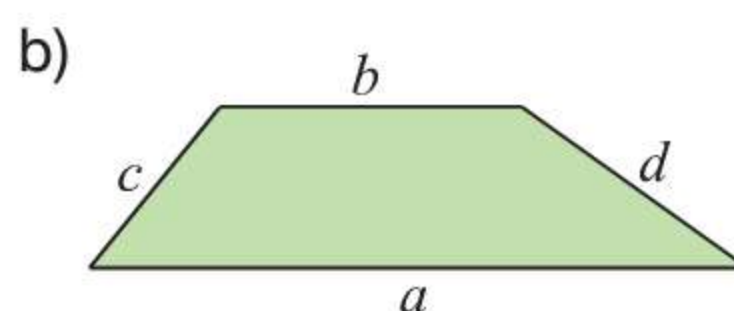
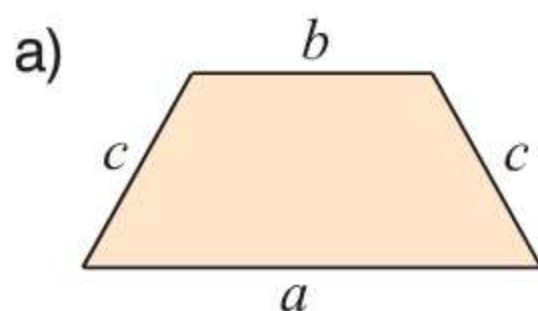


- 1** Podaj nazwę każdej z narysowanych figur. Narysuj 2 figury, które mają tylko jedną parę boków równoległych.



- 2 Narysuj trapez równoramienny o jednej parze boków równoległych i jego wysokość poprowadzoną z wierzchołka przy krótszej podstawie. Jakie figury można wyróżnić?
- 3 Narysuj trapez równoramienny i jego przekątne. Wypisz powstałe trójkąty. Podaj ich nazwy ze względu na kąty i boki.
- 4 Jedna z podstaw trapezu jest równa 9 cm, a kąty przy tej podstawie wynoszą odpowiednio 60° i 45° . Narysuj 2 różne trapezy o podanych własnościach i oblicz miary pozostałych kątów tych figur.
- 5 Kąty wewnętrzne trapezu równoramiennego mogą mieć miary
 A. $30^\circ, 60^\circ, 150^\circ, 120^\circ$ B. $90^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ$
 C. $20^\circ, 160^\circ, 160^\circ, 20^\circ$ D. $20^\circ, 150^\circ, 150^\circ, 20^\circ$

- 6 Napisz wyrażenia algebraiczne opisujące obwody narysowanych trapezów. Oblicz wartość liczbową tych wyrażeń dla:
 $a = 8,5 \text{ cm}, \quad b = 4\frac{3}{5} \text{ cm}, \quad c = 3 \text{ cm}, \quad d = 4,2 \text{ cm}.$



- 7 Dany jest trapez, którego jedno ramię jest równe $c \text{ cm}$, a drugie jest od niego o 1 cm krótsze. Jedna podstawa jest o 3 cm dłuższa, a druga 2 razy dłuższa od dłuższego ramienia. Wykonaj rysunek pomocniczy. Napisz wyrażenie algebraiczne opisujące obwód tego trapezu.
- 8 Obwód trapezu równoramiennego jest równy 48 cm, jedna podstawa ma 20 cm długości, a długość drugiej to $\frac{2}{5}$ długości pierwszej podstawy. Oblicz długość ramienia tego trapezu.
- 9 Narysuj trapez równoramienny, w którym każda z przekątnych jest równa 7 cm, a kąt między przekątnymi ma miarę 100° . Czy można narysować jeszcze inny trapez o takich samych przekątnych i kącie między nimi?



- 10** Jedna z podstaw trapezu równoramiennego ma długość 8 cm i jest to $\frac{1}{4}$ obwodu figury. Ramię tego trapezu jest o 3 cm krótsze od danej podstawy. Oblicz długość drugiej podstawy.
- 11** Narysuj trapez równoramienny, którego podstawy mają długości 8 cm i 4 cm, a wysokość – 3 cm. Ułóż plan, według którego można narysować ten czworokąt.
- 12** Obwód trapezu równoramiennego jest równy 32 cm. Jedna podstawa trapezu ma 8 cm długości i stanowi $\frac{4}{7}$ długości drugiej podstawy. Ile razy ramię trapezu jest krótsze od dłuższej podstawy?

Sprawdź się!

- 1** Podaj nazwy narysowanych figur i napisz o nich po 2 zdania.

a)



b)

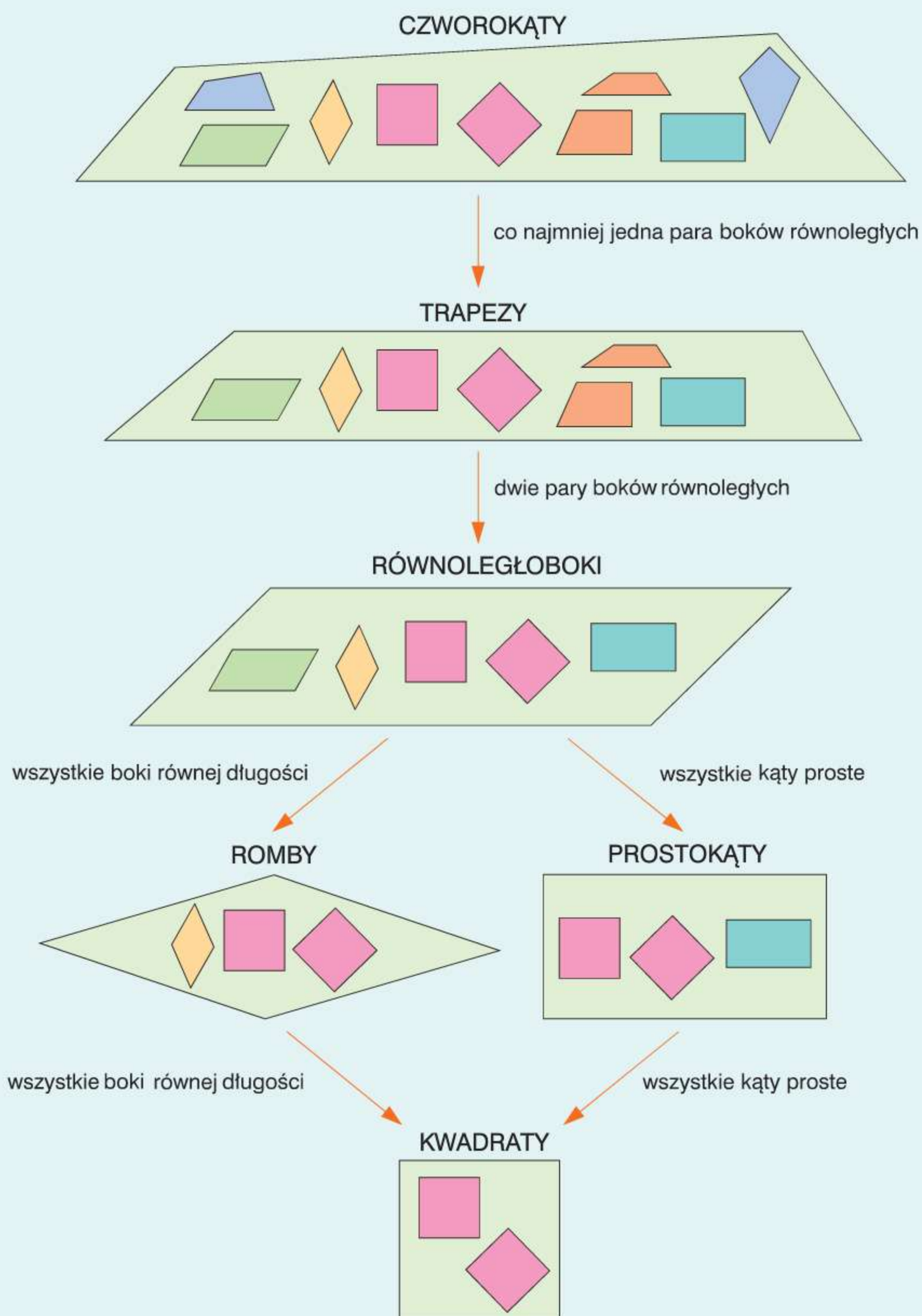


- 2** W trapezie równoramiennym jeden z kątów wewnętrznych ma miarę 75° . Pozostałe kąty wewnętrzne tego trapezu mają miary
 A. $105^\circ, 75^\circ, 105^\circ$ B. $75^\circ, 75^\circ, 105^\circ$
 C. $75^\circ, 100^\circ, 100^\circ$ D. $75^\circ, 75^\circ, 100^\circ$
- 3** Narysuj trapez, którego podstawy mają długości 9 cm i 5 cm, a wysokość trapezu jest równa 4 cm.
- 4** Które zdanie jest **fałszywe**?
 A. Każdy trapez jest rombem.
 B. Wśród trapezów jest taki, którego przekątne są prostopadłe i przecinają się w połowie swoich długości.
 C. Wśród trapezów są takie, w których jeden bok jest prostopadły do boków równoległych.
 D. Każdy równoległobok jest trapezem.
- 5** Narysuj trapez równoramienny, w którym kąt przy podstawie jest równy 70° , a ramię ma 5 cm. Oblicz pozostałe kąty wewnętrzne tego trapezu. Narysuj odcinek, który dzieli figurę na dwie jednakowe części.

4. Klasyfikacja czworokątów – zadania



Sowa uczy





Na podstawie *Sowa uczy* rozwiąż zadania 1.–4.

- 1 Narysuj 4 czworokąty należące do grupy równoległoboków.
- 2 Narysuj 2 różne czworokąty, które mają:
a) jedną parę boków równoległych, b) wszystkie boki równe.
Co to za czworokąty?
- 3 Narysuj czworokąt, który nie jest trapezem.
- 4 Narysuj równoległobok o równych bokach i kątach tej samej miary.
- 5 Które zdanie jest **fałszywe**?
A. Prostokąt ma dwie pary boków równych i równoległych oraz dwie przekątne równej długości.
B. Prostokątem o równych bokach jest kwadrat.
C. Jeżeli kąt ostry rombu ma miarę 80° , to kąt między dłuższą jego przekątną a bokiem ma miarę 40° .
D. We wszystkich czworokątach przekątne przecinają się w połowie swoich długości.
- 6 Podaj przykłady czworokątów, w których przekątne są:
a) równe,
b) przecinają się w połowie swoich długości,
c) przecinają się pod kątem prostym,
d) przecinają się pod kątem prostym i w połowie swoich długości.
- 7 Podaj nazwy czworokątów, które opisują poniższe zdania.
a) Ma dwie pary boków równych i równoległych oraz kąty wewnętrzne o miarach: 25° , 155° , 155° .
b) Ma jedną parę boków równoległych, a dwa pozostałe boki są równej długości.
c) Jego przekątne są różnej długości i przecinają się w połowie swoich długości.
d) Ma równe boki i kąty tej samej miary.
- 8 Narysuj trapez równoramienny o wysokości 3 cm i podstawach 5 cm i 3 cm.

- 9 Narysuj czworokąt, których obwody można opisać wyrażeniem: $2 \cdot (m + n)$. Oznacz odpowiednio boki tych czworokątów. Oblicz ich obwody dla $m = 3,8$ i $n = 5$.
- 10 Narysuj równoległobok, którego jeden bok ma 8 cm długości, długość drugiego boku jest równa 0,75 długości pierwszego, a kąt między tymi bokami wynosi 60° . Narysuj obydwie wysokości tego równoległoboku. Oblicz jego obwód.
- 11 Kąt przyległy do jednego z kątów wewnętrznych rombu ma miarę 125° . Oblicz kąty wewnętrzne tego rombu.
- 12 Bok równoległoboku ma 4 cm długości i jest to 0,2 obwodu tej figury. Oblicz długość drugiego boku równoległoboku.



A to ciekawe!

Latawiec przedstawiony na rysunku obok ma kształt **deltoidu**.

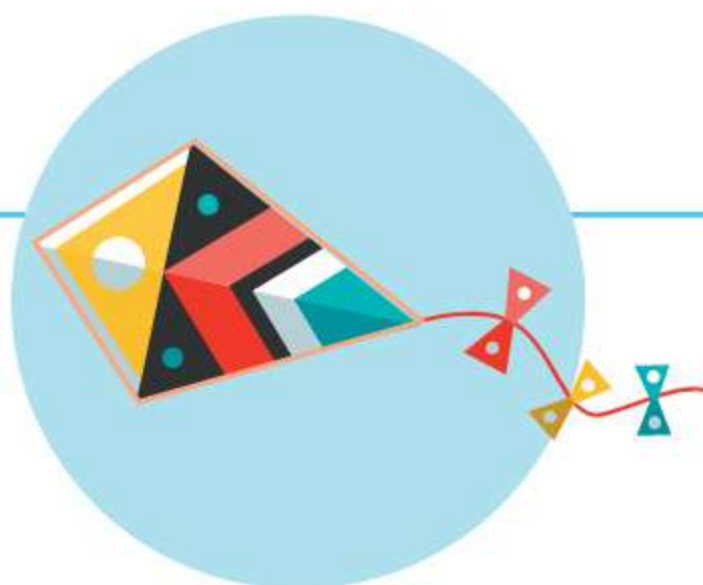
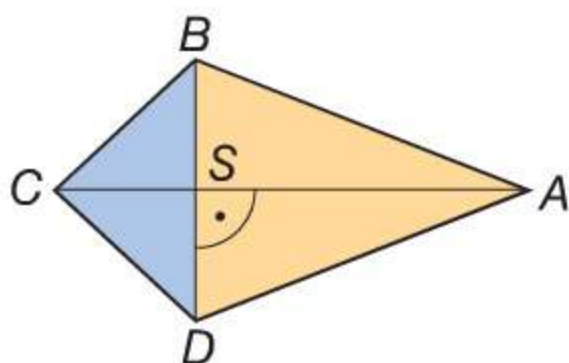


Figura $ABCD$ to deltoid.

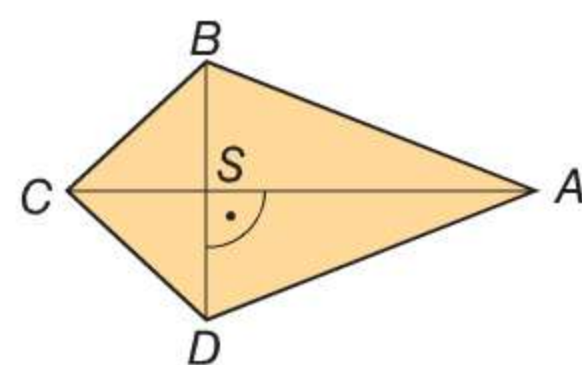
Ma dwie pary sąsiednich boków równych:

$$|AB| = |AD|, |CD| = |CB|.$$

Przekątne są prostopadłe: $DB \perp AC$. Punkt przecięcia przekątnych S dzieli jedną z nich na połowy: $|DS| = |SB|$.



Jedna z przekątnych dzieli deltoid na dwa trójkąty równoramienne o tej samej podstawie.



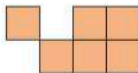
Druga przekątna dzieli deltoid na dwa identyczne trójkąty.

Boki deltoidu mają 3 cm i 6 cm, a przekątna łącząca ich końce ma 7 cm. Skonstruuuj taki deltoid i oblicz jego obwód.

Wyzwanie

Wytnij z kartonu 6 kwadratów o boku 5 cm każdy i ułóż z nich dowolną figurę. Kwadraty można tak układać, aby stykały się bokami lub tylko wierzchołkami. Jak ułożyć kwadraty, żeby obwód otrzymanej figury był najmniejszy, a jak, aby był największy? Kolejno ułożone figury narysuj na papierze w kratkę.

Na przykład kwadraty można ułożyć tak, jak na rysunku obok.



Sprawdź się!

- Uzupełnij zdanie. Wybierz poprawną odpowiedź spośród A i B.
Jeżeli w czworokącie trzy kąty wewnętrzne mają miary: 50° , 130° , 50° , to ten czworokąt **nie może** być A / B.
A. rombem B. trapezem prostokątnym
- Narysuj romb, którego przekątne mają długości 12 cm i 5 cm.
Zmierz długość boku i oblicz obwód tego rombu.
- Narysuj odcinek MS , a następnie kwadrat $MAKJ$, którego przekątne przecinają się w punkcie S . Wymień 2 własności tych przekątnych.
- Oblicz miary zaznaczonych kątów.

a)

b)

c)

d)
- Bok prostokąta ma długość 1,6 dm. Długość drugiego boku jest równa $\frac{3}{4}$ długości pierwszego. Oblicz obwód tego prostokąta i obwód prostokąta narysowanego w skali 1 : 2.

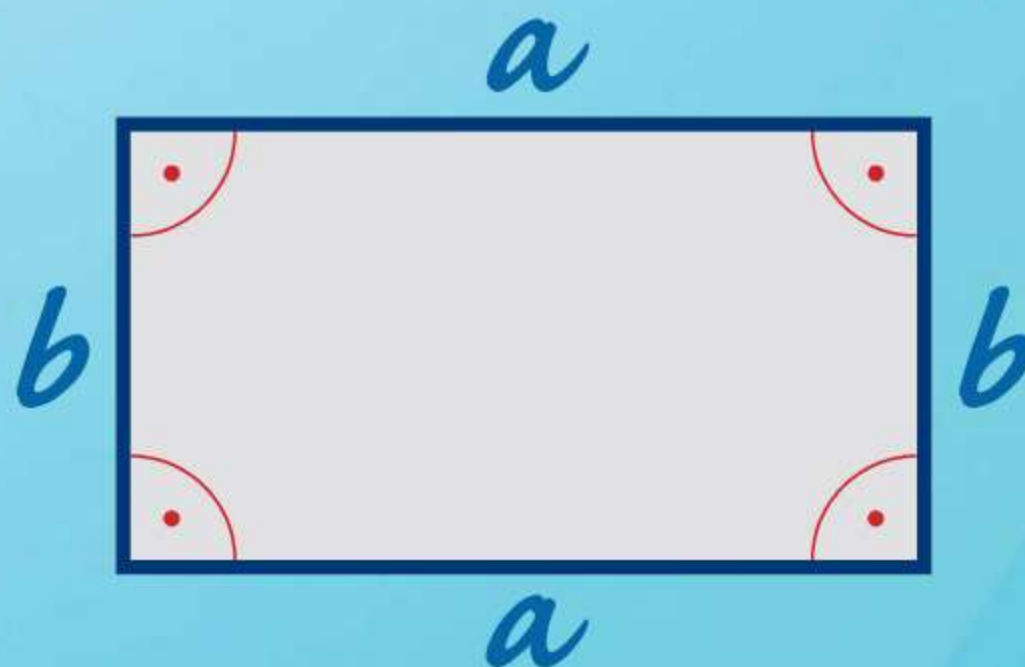
Czworokąty na czacie

Uczniowie klasy 5 utrwalali własności czworokątów. Zadaniem Maćka było podanie nazwy figury o wymienionych przez koleżankę lub kolegę własnościach.



Maciek

Cześć!
Jestem gotowy!

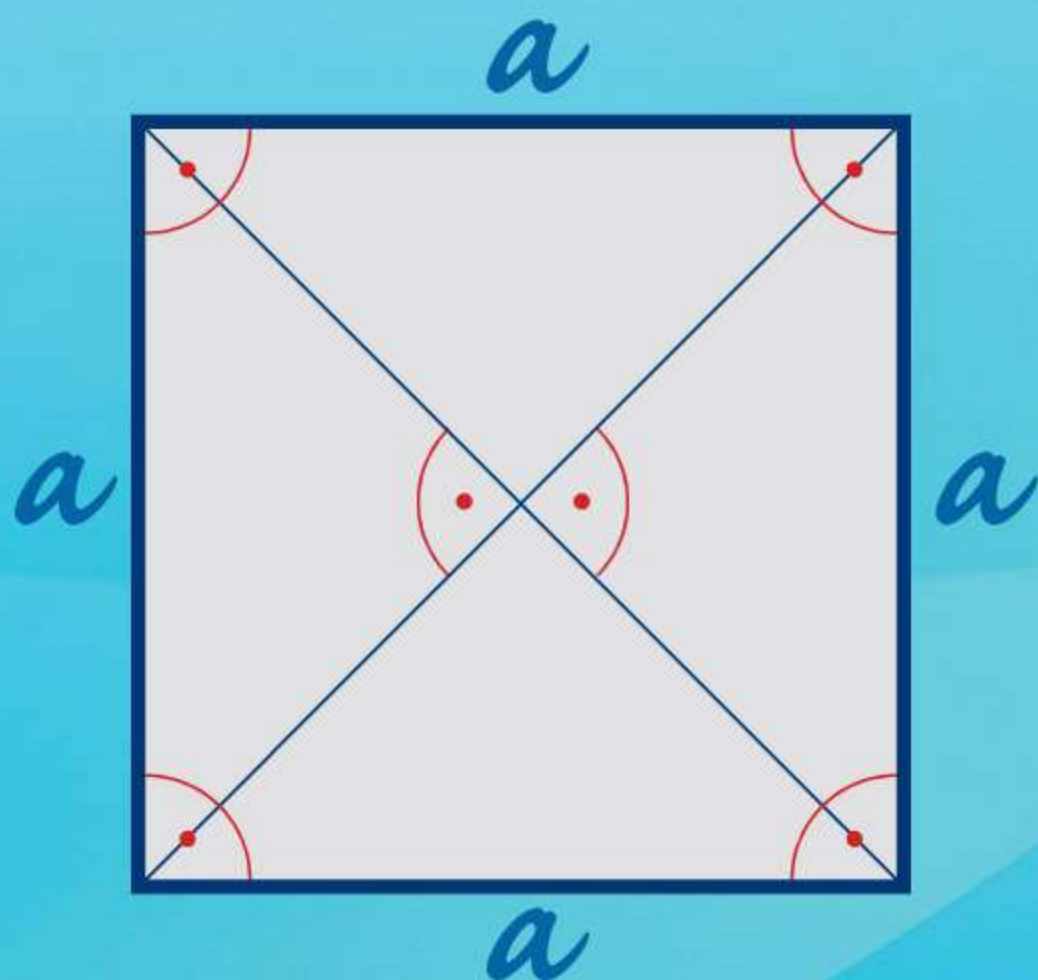


Janek

Cześć!
Mój czworokąt ma wszystkie kąty proste oraz boki parami równe i równoległe!

Prostokąt!

Tak!



Ola

Cześć!
Mój czworokąt ma jedną parę boków równoległych i dodatkowo ma ramiona równej długości.

To trapez równoramienny!

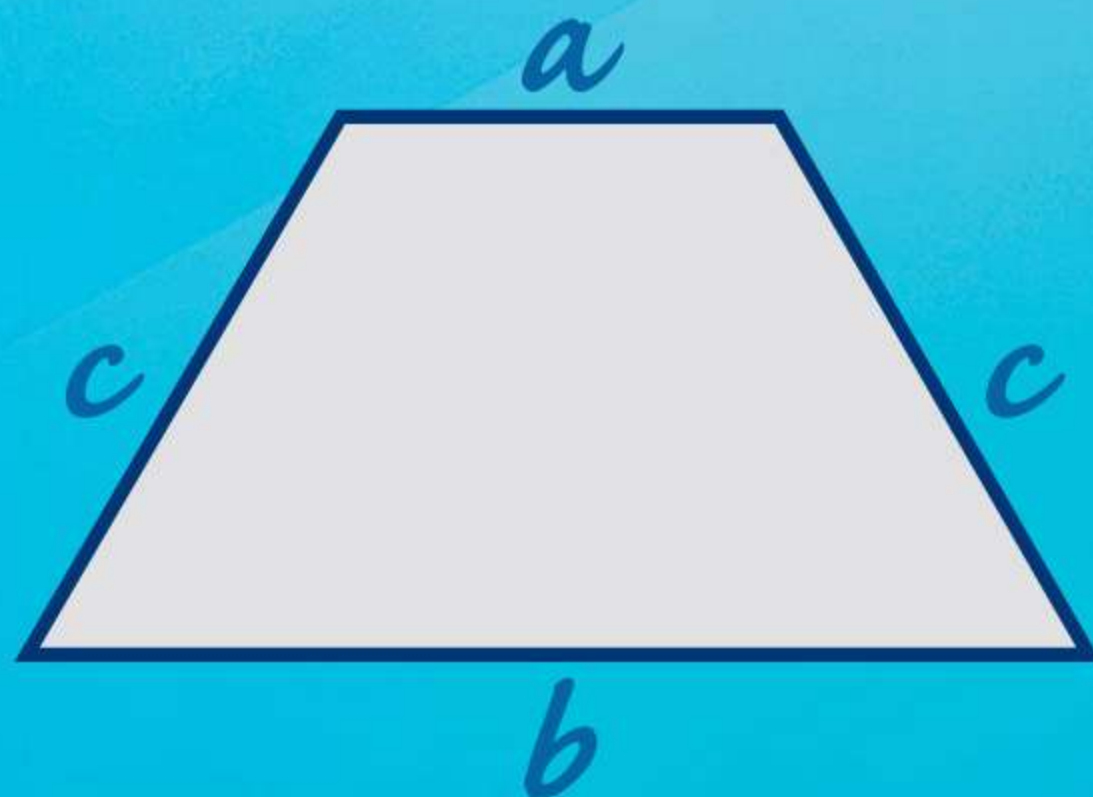


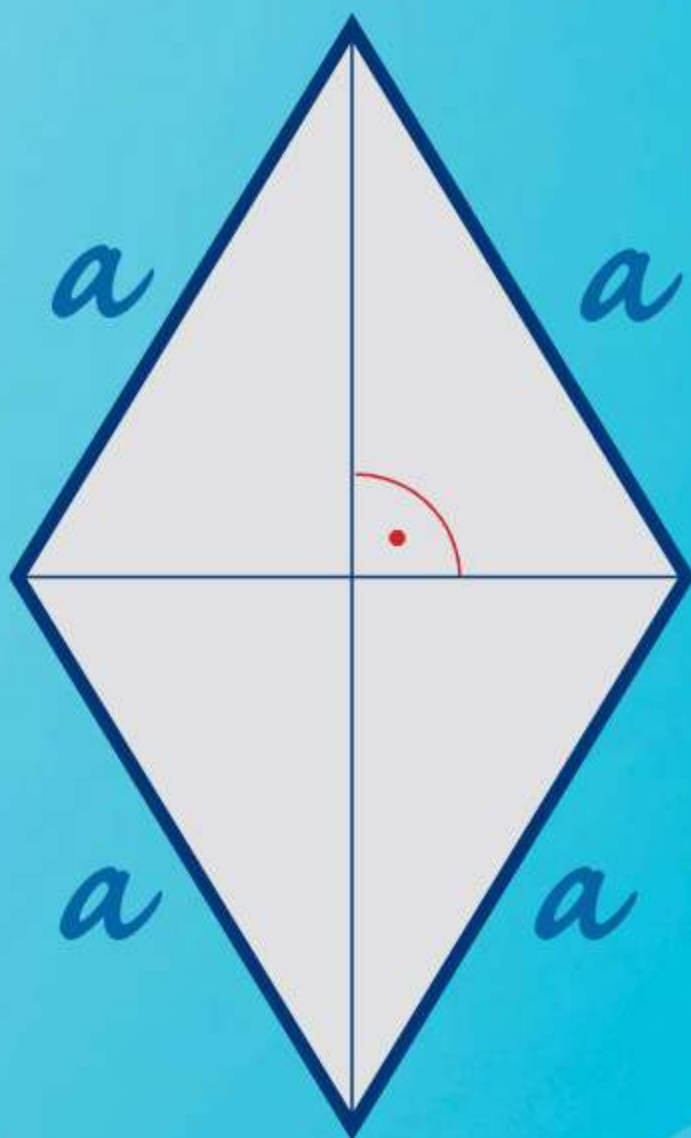
Jola

Cześć!
Mój czworokąt ma wszystkie boki tej samej długości i wszystkie kąty proste.

Wiem! To kwadrat!

Tak! To kwadrat. Ma on również przekątne równej długości, które przecinają się w połowie i pod kątem prostym!





Zuza

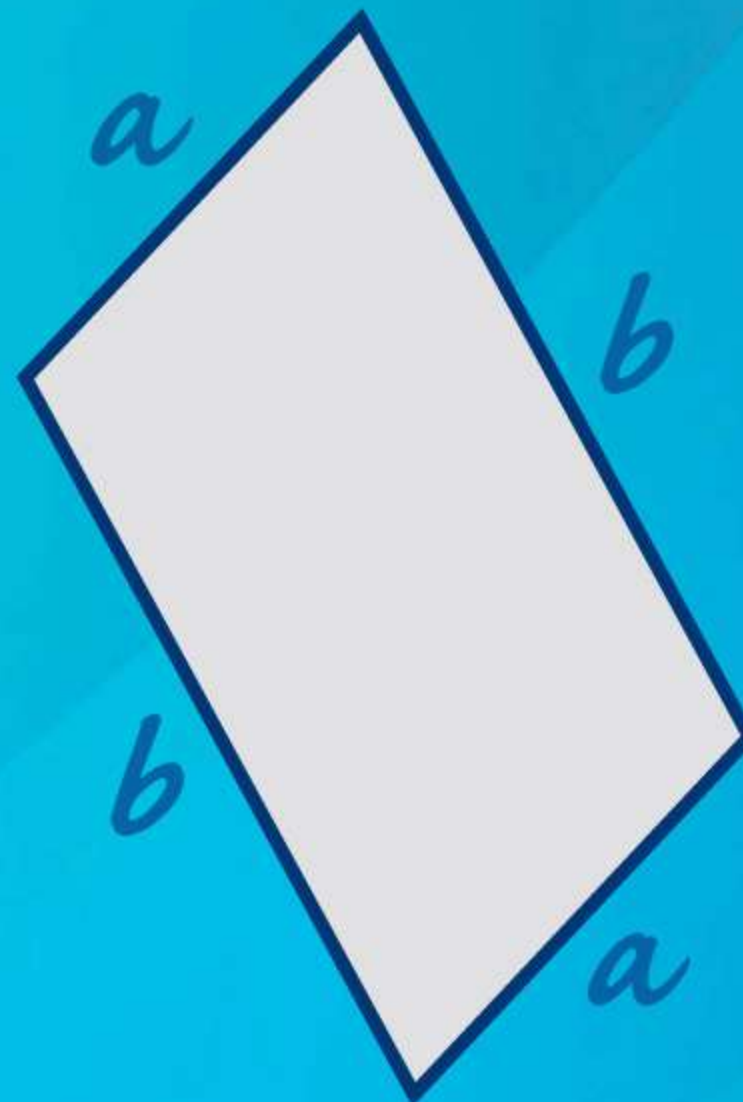
Cześć!
Mój czworokąt ma wszystkie boki równe,
ale nie wszystkie jego kąty są równe.

Uuuuu, szkoda!

Ale za to ma przekątne, które
są do siebie prostopadłe!

To romb!

Tak jest!



Staś

Cześć!
Mój czworokąt
ma kąty ostre
i rozwarte.

Oooo, ciekawe!

Jego boki są parami równe
i równoległe.

Równoległobok :).

Zgadza się!

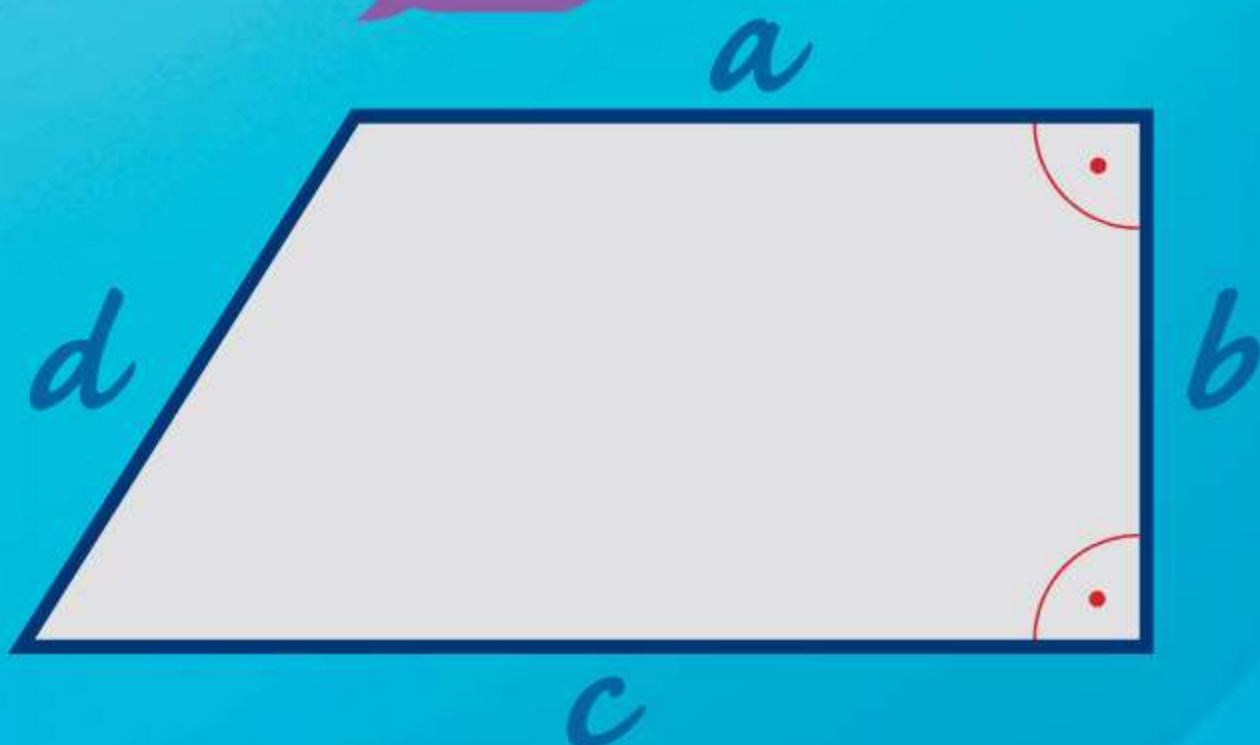


Tomek

Cześć!
Mój czworokąt ma tylko jedną parę
boków równoległych i aż dwa kąty proste.

Łatwizna! Trapez prostokątny!

Brawo!



Dzięki za fajną
powtórkę
własności
czworokątów.
Do zobaczenia!



Maciek

Zadania utrwalające

- 1 Skonstruuj równoległobok *SUMA* o bokach 6,5 cm i 2,8 cm. Oblicz jego obwód.
- 2 Jeden bok prostokąta jest o 7,5 cm dłuższy od drugiego. Obwód prostokąta jest równy 9,9 dm. Oblicz długości boków tego prostokąta.
- 3 Skonstruuj romb *BLAT* o boku 3,6 cm. Poprowadź wysokości z wierzchołka *T*. Oblicz obwód tego rombu.
- 4 Obwód kwadratu jest taki sam jak prostokąta o bokach 0,6 dm i 4 cm. Narysuj te figury.
- 5 Oblicz miary zaznaczonych kątów.

a)



b)



c)



- 6 Narysuj 2 trapezy. Jeden równoramienny, a drugi prostokątny. Zmierz długości boków i oblicz obwody tych trapezów.
- 7 Narysuj równoległobok o bokach 6 cm i 2 cm oraz romb o takim samym obwodzie. Narysuj wysokości tych figur.
- 8 Jeden bok równoległoboku ma długość 8 cm, a wysokość opuszczona na ten bok jest 4 razy krótsza. Narysuj równoległobok o takich własnościach. Sprawdź, czy wszyscy w klasie mają taki sam rysunek.
- 9 Narysuj trapez równoramienny, którego jedna podstawa ma 4 cm długości i jest to $\frac{1}{4}$ sumy długości obydwu podstaw. Wysokość trapezu jest równa połowie długości krótszej podstawy.
- 10 Narysuj 4 różne figury: romb, prostokąt, równoległobok i trapez w taki sposób, aby obwód każdej z tych figur był równy 20 cm. Na bokach każdej narysowanej figury napisz długości jej boków.
- 11 Czy kwadrat jest prostokątem, a prostokąt trapezem? Czy kwadrat jest trapezem równoramiennym? Odpowiedzi uzasadnij.

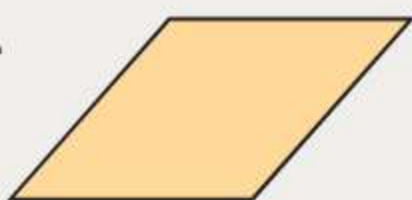


Zadania sprawdzające

Obliczenia i odpowiedzi zapisz w zeszycie.

1 Trapezem **nie** jest

A.



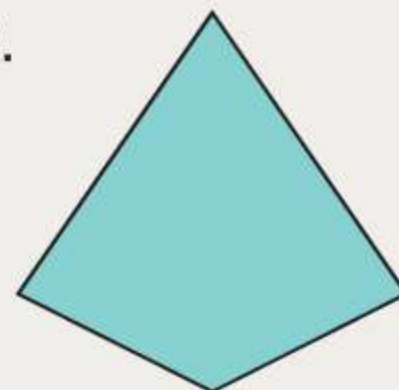
B.



C.



D.



2 Który czworokąt ma równe boki i kąty?

A. Równoległobok.

B. Romb.

C. Prostokąt.

D. Kwadrat.

3 Który czworokąt ma prostopadłe przekątne?

A. Prostokąt.

B. Romb.

C. Trapez.

D. Równoległobok.

4 Dwie pary boków równoległych mają

A. trapezy.

B. dowolne czworokąty.

C. równoległoboki.

D. deltoidy.

5 Uzupełnij zdania. Wybierz poprawne odpowiedzi spośród A i B oraz C i D.

Przekątna dzieli kąt wewnętrzny A / B na dwa kąty o równej mierze.

A. prostokąta

B. rombu

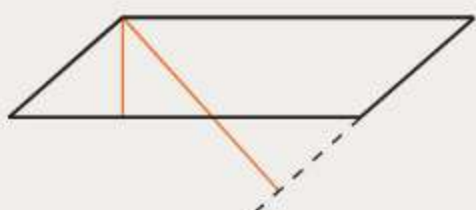
Jeżeli kąt przyległy do jednego z kątów równoległoboku ma miarę 57° , to kąt ostry równoległoboku ma miarę C / D.

C. 57°

D. 67°

6 **Niepoprawnie** poprowadzono wysokości w równoległoboku

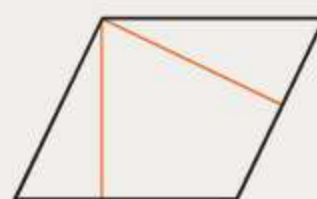
A.



B.



C.



D.



- 7 Długości dwóch boków czworokąta oznaczono p , a długości dwóch pozostałych m oraz $p \neq m$. Wyrażenie $2m + 2p$ to obwód tego czworokąta. Ten czworokąt to
- A. równoległobok. B. kwadrat.
C. romb. D. trapez równoramienny.
- 8 Którego czworokąta przekątne są równe, ale nie przecinają się w połowie swoich długości?
- A. Rombu. B. Równoległoboku.
C. Trapezu równoramiennego. D. Prostokąta.
- 9 Obwód równoległoboku jest równy 26 cm. Boki równoległoboku **nie mogą** być równe
- A. 10 cm i 4 cm. B. 8 cm i 5 cm.
C. 9 cm i 4 cm. D. 7 cm i 6 cm.
- 10 Kąty wewnętrzne czworokąta są równe: 26° , 154° , 154° , 26° . Który czworokąt **nie może** mieć kątów wewnętrznych o tych miarach?
- A. Romb. B. Trapez prostokątny.
C. Równoległobok. D. Trapez równoramienny.
- 11 Obwód kwadratu ma długość 6 cm. Kwadrat ten narysowany w skali 3 : 1 ma obwód równy
- A. 18 cm B. 72 cm C. 24 cm D. 1,5 cm
- 12 Jeden bok równoległoboku jest 4 razy dłuższy od drugiego, a obwód równoległoboku jest równy 18 cm.



Dłuższy bok równoległoboku ma długość

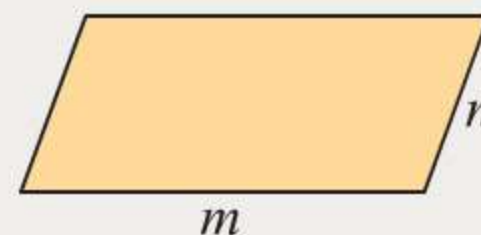
- A. 14,4 cm B. 7,2 cm C. 9 cm D. 10,8 cm

- 13 Na podstawie rysunku uzupełnij zdania. Wybierz poprawne odpowiedzi spośród A i B oraz C i D. Obwód równoległoboku opisuje wyrażenie A / B.

- A. $m + n$ B. $2(m + n)$

Dla $m = 5\frac{1}{2}$ cm i $n = 2\frac{2}{5}$ cm obwód jest równy C / D.

- C. 15,8 cm D. 7,9 cm

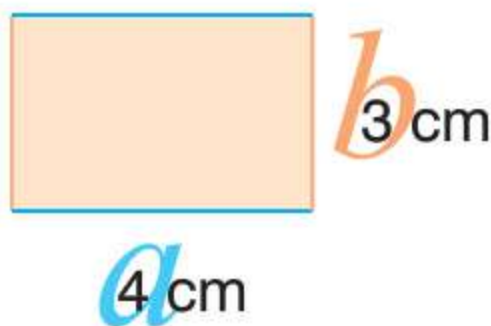


1. Pole prostokąta i kwadratu



Sowa przypomina

• Prostokąt



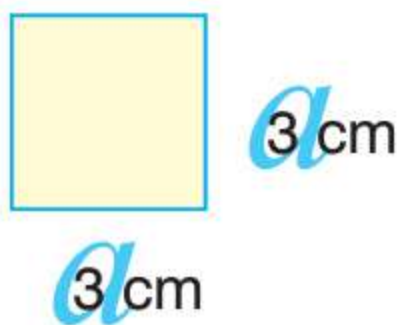
P – pole

$$P = 4 \cdot 3 = 12 \text{ [cm}^2\text{]}$$

$$P = a \cdot b$$

a, b – długości boków prostokąta

• Kwadrat



$$P = 3 \cdot 3 = 9 \text{ [cm}^2\text{]}$$

lub

$$P = 3^2 = 9 \text{ [cm}^2\text{]}$$

$$P = a^2$$

a – długość boku kwadratu

• Jednostki pola

1 milimetr kwadratowy (1 mm²) to pole kwadratu o boku 1 mm

1 centymetr kwadratowy (1 cm²) to pole kwadratu o boku 1 cm

1 decymetr kwadratowy (1 dm²) to pole kwadratu o boku 1 dm

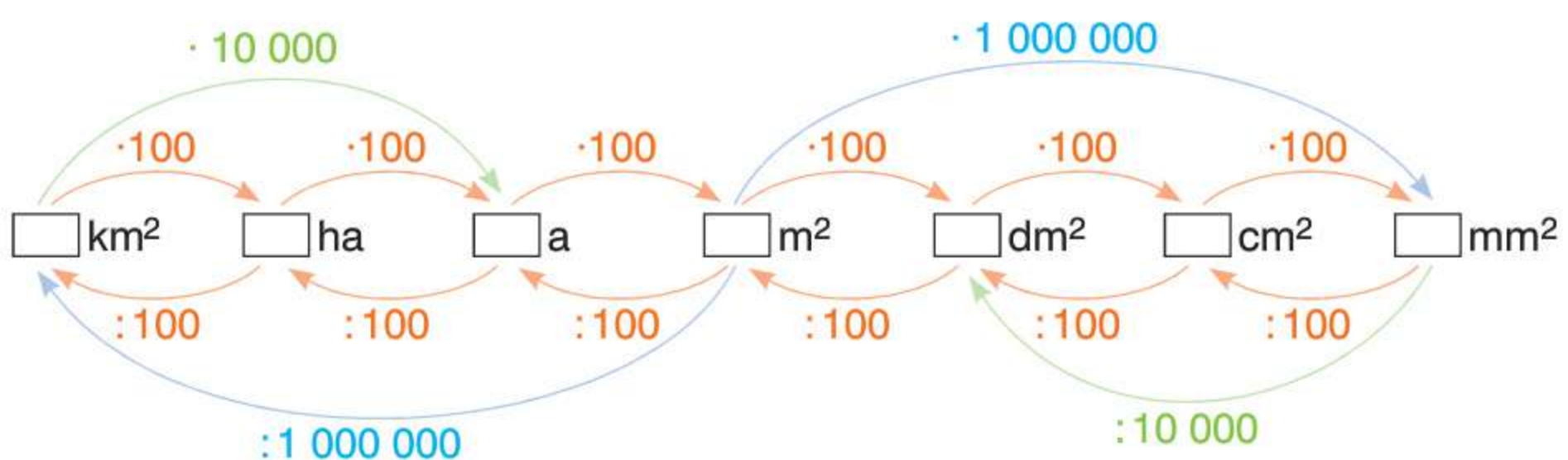
1 metr kwadratowy (1 m²) to pole kwadratu o boku 1 m

1 ar (1 a) to pole kwadratu o boku 10 m

1 hektar (1 ha) to pole kwadratu o boku 100 m

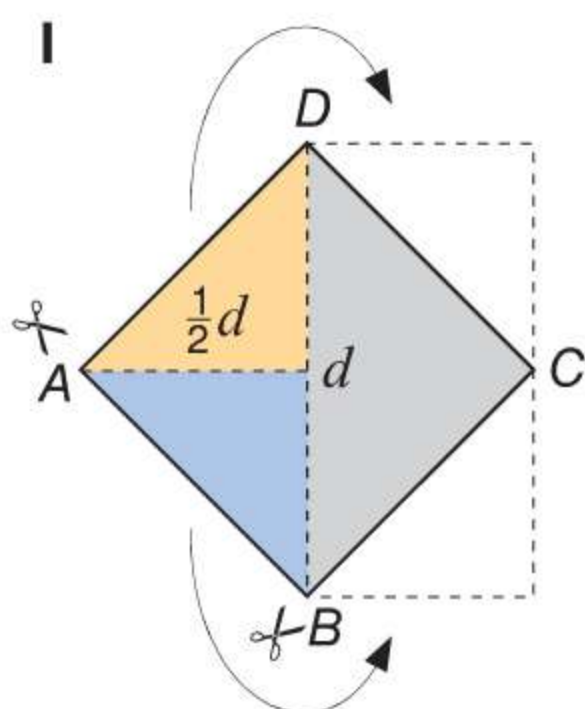
1 kilometr kwadratowy (1 km²) to pole kwadratu o boku 1 km

• Zależności między jednostkami pola



Przykład 1.

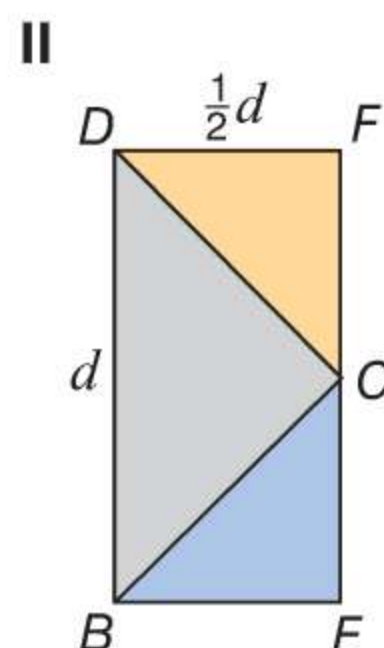
Obliczmy pole kwadratu, gdy mamy daną długość jego przekątnej d .



Narysujmy i wytnijmy kwadrat jak na rysunku I.

Przetnijmy kwadrat wzdłuż przerywanych linii i ułóżmy prostokąt jak na rysunku II.

$$P_{BEFD} = \left(\frac{1}{2}d\right) \cdot d = \frac{1}{2}d^2$$



Pole prostokąta $BEFD$ jest równe polu kwadratu $ABCD$.

Stąd $P_{ABCD} = \frac{1}{2}d \cdot d = \frac{1}{2}d^2 = \frac{d^2}{2}$.



Pole kwadratu jest równe połowie drugiej potęgi długości jego przekątnej.

- 1 Narysuj prostokąt o bokach $a = 5$ cm, $b = 3\frac{1}{2}$ cm i oblicz jego pole.
- 2 Narysuj kwadrat o boku $4\frac{1}{2}$ cm i oblicz jego pole.
- 3 Obwód kwadratu jest równy 120,8 cm. Oblicz pole tego kwadratu.
- 4 Narysuj kwadrat, którego przekątna $d = 5$ cm, i oblicz jego pole.
- 5 Zamień na metry kwadratowe.

a) 400 dm ²	b) 500 a	c) 3 ha	d) 3 km ²	e) 5 ha 20 a
------------------------	----------	---------	----------------------	--------------
- 6 Zamień na hektary.

a) 70 000 m ²	b) 5 000 000 dm ²	c) 120 a	d) 9 km ²	e) 2 km ² 600 a
--------------------------	------------------------------	----------	----------------------	----------------------------
- 7 Obwód kwadratowej działki o powierzchni 900 m² jest równy

A. 120 m	B. 1200 m	C. 120 m ²	D. 90 m
----------	-----------	-----------------------	---------
- 8 Pole prostokąta jest równe 64 cm². Jeden bok ma długość 4 cm. Drugi bok ma

A. 8 cm	B. 15 cm	C. 16 cm	D. 32 cm
---------	----------	----------	----------



9 Obwód prostokątnej działki ma 156 m. Jeden bok działki jest 2 razy dłuższy od drugiego. Jaka jest powierzchnia tej działki?

10 Droga ma 380 m długości i 8 m szerokości. Jaka jest jej powierzchnia?

A. 3140 m²

B. 0,3 ha

C. 30,4 a

D. 3200 m²

11 Prostokątne boisko o wymiarach 72 m × 38 m wysypano żwirem. Jedna przyczepa żwiru wystarcza na 12 m² boiska. Ile przyczep żwiru zużyto?



12 Pan Stanisław ma do sprzedania dwie kwadratowe działki. Przekątna jednej działki ma 25 m, a bok drugiej – 20 m. Która działka ma większą powierzchnię?

13 Jedna puszka lakieru kosztuje 18,50 zł i wystarczy na polakierowanie 6 m², czyli $\frac{3}{8}$ powierzchni podłogi w altanie Kamila.

- Ile takich puszek lakieru trzeba kupić, aby polakierować podłogę w altanie?
- Ile trzeba zapłacić za te puszki?



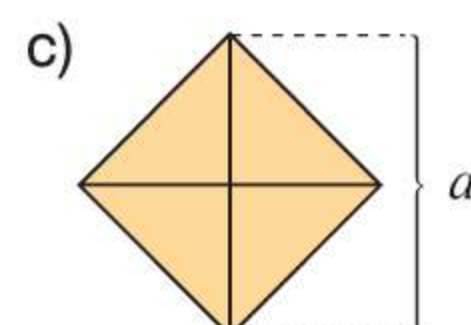
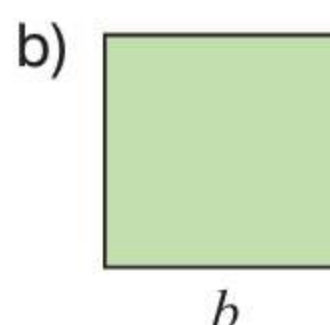
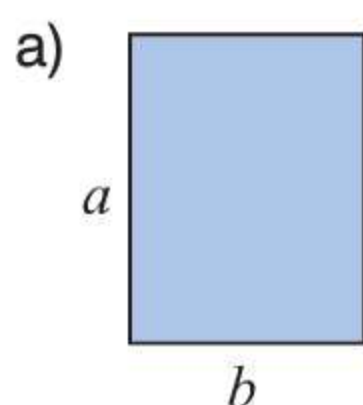
14 Flaga Polski ma kształt prostokąta, którego szerokość jest równa $\frac{5}{8}$ długości. Biały kolor zajmuje 0,5 powierzchni flagi.

Pani Jankowska uszyła flagę o długości 2 m.

Jaka jest powierzchnia uszytej flagi? Narysuj tę flagę w skali 1 : 25.

15 Pokój ma wymiary 4 m × 4,5 m. Za położenie paneli na 1 m² podłogi pani Joanna zapłaciła 45 zł, co stanowiło $\frac{4}{5}$ ceny 1 m² paneli. Ile zapłaciła pani Joanna za panele i ich położenie w tym pokoju?

16 Napisz wyrażenia algebraiczne opisujące pola prostokątów i oblicz ich wartość liczbową dla: $a = 5$ cm, $b = 3,8$ cm.

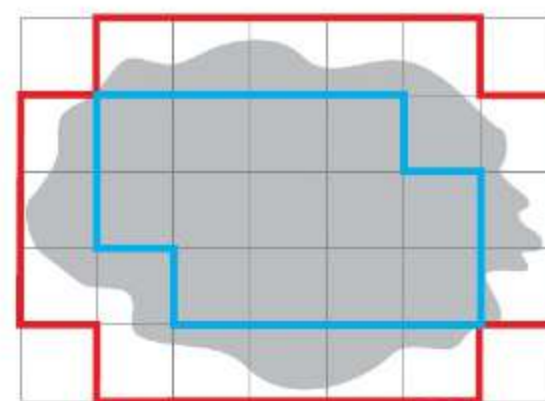


- 17 *Papirus Rhinda*, najstarszy dokument matematyczny, ma wymiary $525 \text{ cm} \times 33 \text{ cm}$. Kartka podręcznika ma wymiary $16\frac{1}{2} \text{ cm} \times 23 \text{ cm}$. Oblicz powierzchnię papirusu i kartki podręcznika. Ile kartek do podręcznika można byłoby wyciąć z prostokątnego arkusza papieru o wymiarach tego papirusu? Ile razy, w zaokrągleniu do części dziesiątych, jest większa powierzchnia papirusu od powierzchni kartki?

Wyzwanie

Obliczmy przybliżoną powierzchnię plamy przedstawionej na rysunku.

Figura składająca się z całych kwadratów, mieszcząca się w plamie, jest obwiedziona linią niebieską, a figura składająca się z całych kwadratów, wewnątrz której jest plama, jest obwiedziona linią czerwoną. Zatem powierzchnia plamy jest większa od 13 kwadratów jednostkowych, a mniejsza od 31 kwadratów jednostkowych.



Narysuj plamę o powierzchni mniejszej niż 8 cm^2 , ale większej niż 5 cm^2 .

Sprawdź się!

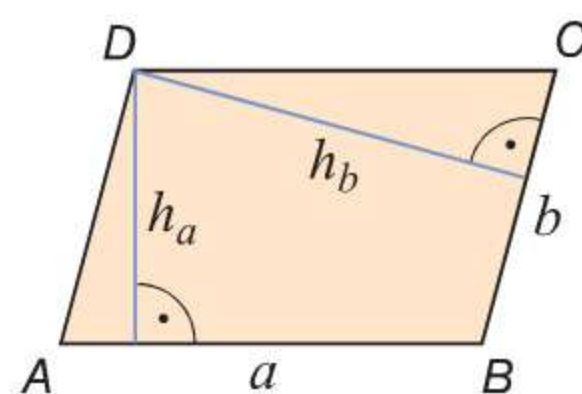
- 1 Prostokąt ma wymiary $15 \text{ cm} \times 24 \text{ cm}$. Pole tego prostokąta jest równe
A. 36 cm^2 B. 360 cm^2 C. 360 dm^2 D. $3,6 \text{ m}^2$
- 2 Kwadrat ma bok o długości 6 cm . Podaj wymiary dwóch prostokątów, których pole jest równe polu tego kwadratu.
- 3 Prostokąt podzielono na 3 kwadraty, każdy o polu 25 cm^2 . Oblicz obwód tego prostokąta.
- 4 Brama ma kształt prostokąta i wymiary $4,5 \text{ m} \times 2 \text{ m}$. Ile puszek farby, takich jak na rysunku, należy kupić na pomalowanie tej bramy z obu stron?
- 5 Działka o powierzchni 1 ha ma kształt prostokąta. Działka **nie może** mieć wymiarów
A. $100 \text{ m} \times 100 \text{ m}$ B. $125 \text{ m} \times 80 \text{ m}$
C. $200 \text{ m} \times 50 \text{ m}$ D. $250 \text{ m} \times 50 \text{ m}$



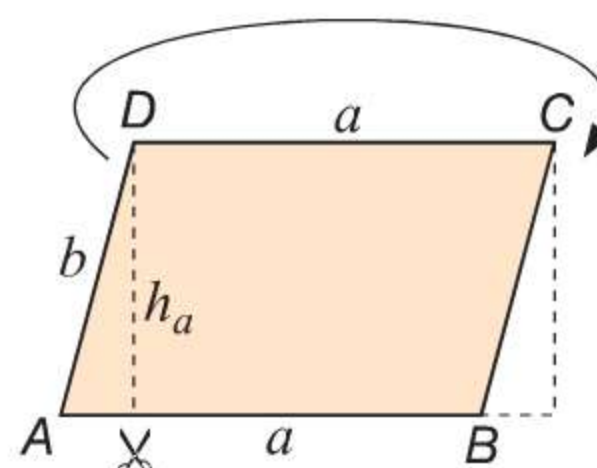
2. Pole równoległoboku i rombu

Przykład 1.

Obliczmy pole równoległoboku $ABCD$ o bokach a i b oraz o wysokościach h_a i h_b .



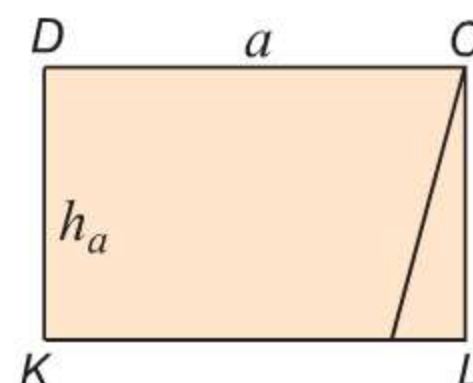
Narysujmy i wytnijmy równoległobok $ABCD$.
Przetnijmy go wzdłuż wysokości h_a poprowadzonej z punktu D .
Przełożmy odcięty trójkąt, tak jak na rysunku.



Otrzymaliśmy prostokąt $KLCD$.

Pole prostokąta $KLCD$ jest równe polu równoległoboku $ABCD$.

Stąd $P_{ABCD} = a \cdot h_a$.



Równoległobok $ABCD$ można też przeciąć wzdłuż wysokości h_b i tym razem otrzymać prostokąt o polu $b \cdot h_b$.

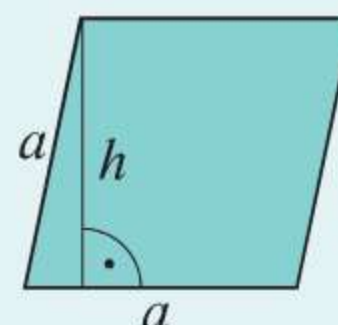
Stąd $P_{ABCD} = b \cdot h_b$.

Pole równoległoboku jest równe iloczynowi długości boku i wysokości poprowadzonej na ten bok.



Sowa uczy

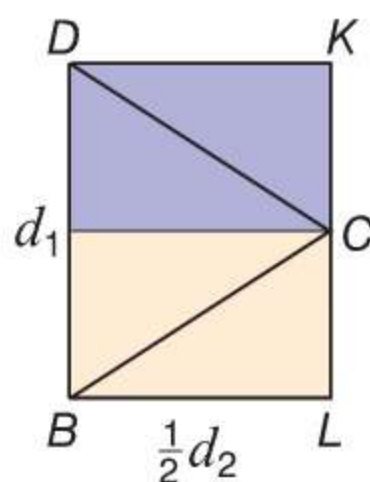
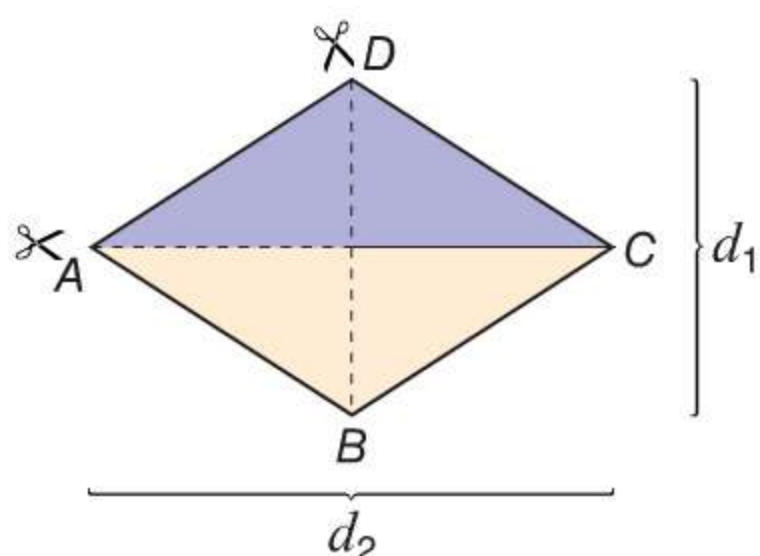
Romb jest równoległobokiem, zatem jego pole można obliczyć ze wzoru: $P = a \cdot h$.



Przykład 2.

Obliczmy pole rombu o danych przekątnych d_1 i d_2 .

Narysujmy romb $ABCD$ i jego przekątne d_1 i d_2 . Wytnijmy go i przetnijmy wzdłuż przerywanych linii. Ułożmy tak jak na drugim rysunku.



Pola rombu $ABCD$ i prostokąta $BLKD$ są jednakowe.

Stąd $P_{ABCD} = \frac{1}{2}d_2 \cdot d_1 = \frac{1}{2}d_1d_2 = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$.



Pole rombu jest równe połowie iloczynu długości przekątnych.

Przykład 3.

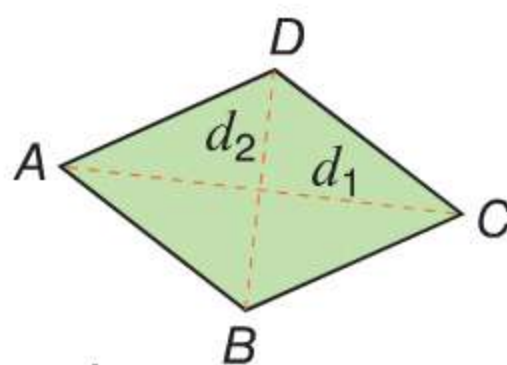
Pole rombu jest równe 6 dm^2 , a dłuższa przekątna AC ma długość 40 cm . Obliczmy długość krótszej przekątnej rombu $ABCD$.

Jednostki używane w obliczeniach muszą być jednakowe.

$$40 \text{ cm} = 4 \text{ dm}$$

Skorzystamy ze wzoru:

$$P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$



Litery we wzorze zastąpimy liczbami danymi w zadaniu: $d_1 = 4 \text{ dm}$, $P = 6 \text{ dm}^2$.

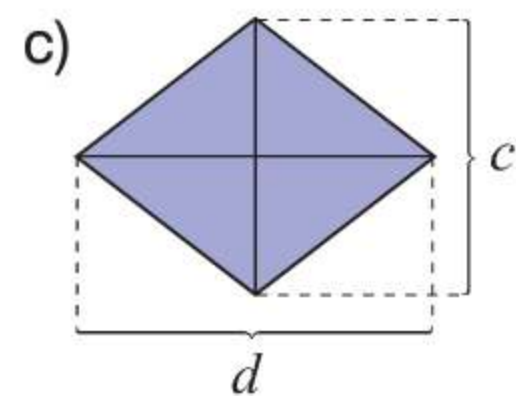
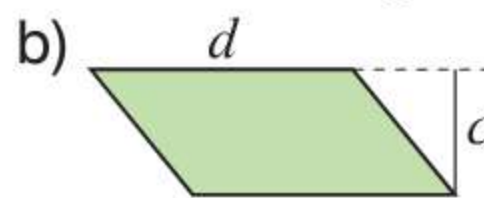
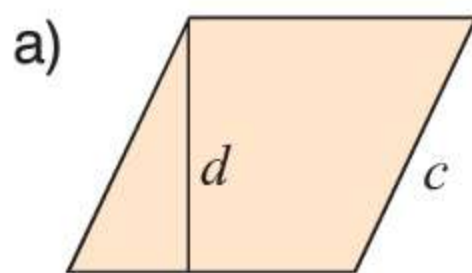
$$6 = \frac{4 \cdot d_2}{2}, \quad 6 = \frac{4 \cdot d_2}{2}, \quad 6 = 2 \cdot d_2, \quad d_2 = 3 \text{ [dm]}$$

Odpowiedź. Krótsza przekątna rombu ma długość 3 dm .



- 1 Bok równoległoboku ma 12 cm długości, a wysokość poprowadzona na ten bok ma 5 cm. Pole tego równoległoboku jest równe
A. 30 cm^2 B. 60 cm^2 C. 60 dm^2 D. 34 cm^2
- 2 Pole rombu o przekątnych długości 12 cm i 8 cm jest równe
A. 96 cm^2 B. 48 dm^2 C. 48 cm D. 48 cm^2
- 3 Oblicz pole rombu o podstawie 6 cm i wysokości 3 razy krótszej.
- 4 Oblicz pole równoległoboku o podstawie 13 cm i opuszczonej na nią wysokości, krótszej od podstawy o 2,5 cm.
- 5 Oblicz długość boku równoległoboku, jeżeli wysokość poprowadzona na ten bok ma 8 cm, a pole figury to 96 cm^2 .

- 6 Zapisz wyrażenia algebraiczne opisujące pola narysowanych figur i oblicz ich wartości liczbowe dla: $c = 7\frac{2}{5} \text{ cm}$ i $d = 2,6 \text{ cm}$.



- 7 Pole równoległoboku jest równe $24,8 \text{ cm}^2$, a wysokość poprowadzona na jeden z boków ma 62 mm. Długość tego boku jest równa
A. 4 cm^2 B. 4 cm C. 4 mm D. $0,4 \text{ cm}$
- 8 Narysuj równoległobok, którego jeden z boków ma 6 cm, a wysokość poprowadzona na ten bok jest równa $\frac{2}{3}$ jego długości. Oblicz jego pole. Narysuj inny równoległobok o takim samym polu.
- 9 Pole równoległoboku $KLMN$ jest równe 60 cm^2 , a bok MN ma 12 cm długości. Ile razy wysokość MP – poprowadzona na bok KL – jest krótsza od boku KL ?
- 10 Narysuj romb o przekątnych 8 cm i 5 cm.
a) Oblicz pole tego rombu.
b) Przez każdy wierzchołek rombu narysuj prostą równoległą do przekątnej rombu. Podaj nazwę otrzymanej figury i oblicz jej pole.
- 11 Jeden bok równoległoboku ma 1,3 dm i jest to $\frac{1}{6}$ obwodu tej figury. Wysokość poprowadzona na dłuższy bok ma 12 cm. Oblicz pole tego równoległoboku.

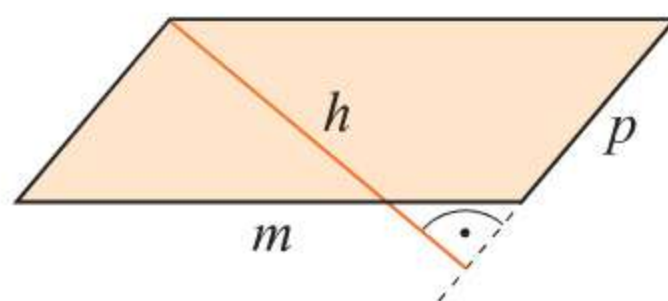
- 12 Wysokość równoległoboku poprowadzona z wierzchołka w kierunku dłuższego boku wyznacza trójkąt prostokątny o bokach wyrażonych w centymetrach kolejnymi liczbami parzystymi. Największa z tych liczb jest najmniejszą liczbą dwucyfrową. Długość krótszej przyprostokątnej to 0,4 długości dłuższego boku równoległoboku. Oblicz obwód i pole tego równoległoboku.

Wyzwanie

Pole równoległoboku o bokach 4 cm i 8 cm jest równe 16 cm^2 . Oblicz wysokości tego równoległoboku. Narysuj ten równoległobok.

Sprawdź się!

- 1 Pole rombu o przekątnych długości 6 cm i 9 cm jest równe
A. 54 cm^2 B. 15 cm^2 C. 27 cm^2 D. 108 cm^2
- 2 Oblicz pole równoległoboku, którego jeden bok ma długość 16 cm, a wysokość opuszczona na ten bok wynosi 7,5 cm.
- 3 Które zdanie jest **falszywe**?
A. Pole równoległoboku o boku 50 mm i wysokości 2 cm opuszczonej na ten bok jest równe 10 cm^2 .
B. Pole narysowanego równoległoboku opisuje wzór: $P = p \cdot h$.
C. Pole rombu, którego przekątne są równe 6 cm i 4 cm, jest równe polu równoległoboku o boku 6 cm i wysokości opuszczonej na ten bok równej 2 cm.
D. Jeżeli przekątne rombu mają długości d_1 i d_2 , to pole tego rombu obliczymy z wzoru: $P = d_1 \cdot d_2$.
- 4 Jedna przekątna rombu jest równa 7,2 cm, a długość drugiej przekątnej to $\frac{5}{9}$ długości pierwszej. Oblicz pole tego rombu.
- 5 Oblicz pole rombu ułożonego z czterech trójkątów prostokątnych o bokach 7 cm, 24 cm, 25 cm.

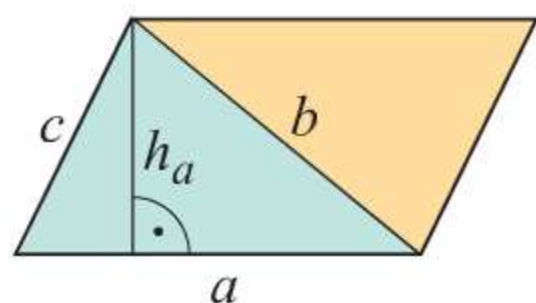


3. Pole trójkąta

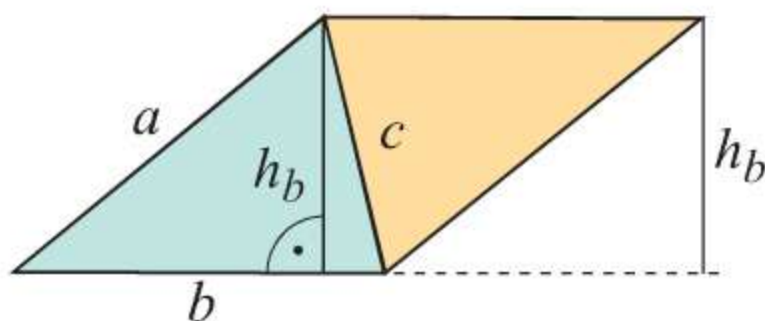
Przykład 1.

Kasia zastanawiała się, jak obliczyć pole trójkąta. Wycięła 2 takie same trójkąty. Przykładała je równymi bokami, tak jak na rysunkach I, II i III. Za każdym razem otrzymywała równoległobok.

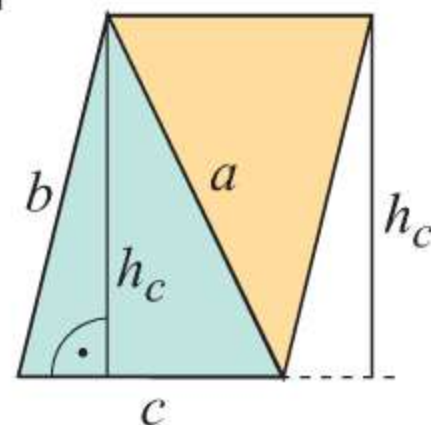
I



II



III



Stąd pole trójkąta, jako połowa pola równoległoboku, jest równe:

$$P = (a \cdot h_a) : 2 = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a \text{ (rys. I)}$$

$$P = (b \cdot h_b) : 2 = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h_b \text{ (rys. II)}$$

$$P = (c \cdot h_c) : 2 = \frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c \text{ (rys. III)}$$

Pole trójkąta jest równe połowie iloczynu długości boku i wysokości poprowadzonej na ten bok.



Przykład 2.

W trójkącie prostokątnym boki mają długości: 4 cm, 5 cm i 3 cm. Obliczmy pole tego trójkąta i wysokość opuszczoną na przeciwprostokątną.

Wykonajmy rysunek pomocniczy.

Przeciwprostokątna jest najdłuższym bokiem trójkąta:

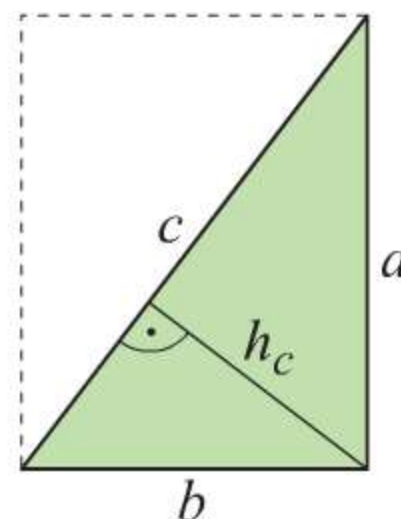
$a = 4$ cm, $b = 3$ cm i $c = 5$ cm.

Pole tego trójkąta to połowa pola prostokąta o bokach a i b .

$$P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b, \quad P = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3, \quad P = 6 \text{ [cm}^2\text{]}$$

Obliczmy wysokość h_c opuszczoną na bok c .

$$P = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c, \quad 6 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot h_c, \quad 6 = 2,5 \cdot h_c, \quad h_c = 2,4 \text{ [cm]}$$

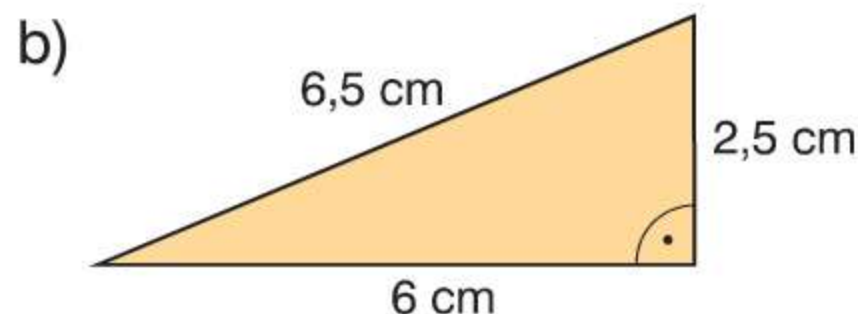
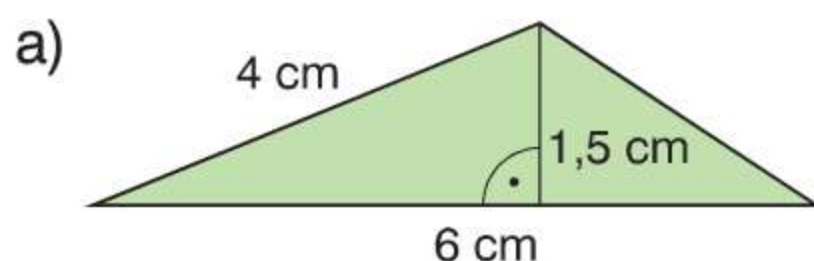


Odpowiedź. Pole trójkąta jest równe 6 cm², a wysokość poprowadzona na przeciwprostokątną ma długość 2,4 cm.



- 1 Podstawa trójkąta ma 6 cm długości, a wysokość poprowadzona na nią – 5 cm. Oblicz pole tego trójkąta.

- 2 Oblicz pole trójkąta.

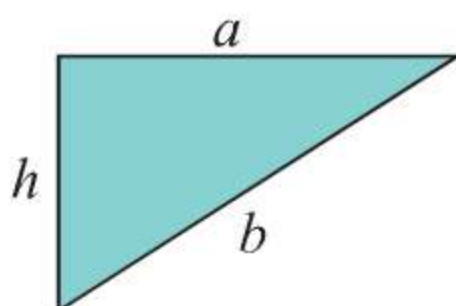


- 3 Narysuj trójkąt prostokątny o przyprostokątnych $6\frac{1}{2}$ cm i 3 cm. Oblicz jego pole.
- 4 Pole trójkąta jest równe 24 cm^2 . Podstawa ma długość 8 cm. Wysokość poprowadzona na tę podstawę jest równa
A. 3 cm B. 3 cm^2 C. 6 cm D. 96 cm
- 5 Oblicz pole trójkąta prostokątnego o bokach: 8 cm, 6 cm i 10 cm.
- 6 Pole trójkąta prostokątnego jest równe 18 cm^2 . Jedna przyprostokątna ma 9 cm. Oblicz długość drugiej przyprostokątnej.
- 7 Długość podstawy trójkąta ma 0,5 km, a wysokość na nią poprowadzona 5 mm. Oblicz pole tego trójkąta.
- 8 Pole trójkąta prostokątnego jest równe 11 m^2 , a jedna przyprostokątna jest równa $5\frac{1}{2}$ m. Oblicz długość drugiej przyprostokątnej i narysuj taki trójkąt w skali 1 : 100.
- 9 Wysokość trójkąta jest równa $12\frac{1}{2}$ m, a podstawa, na którą ona pada, ma 0,4 tej wysokości. Oblicz pole tego trójkąta i wyraż je w m^2 i dm^2 .
- 10 Podstawa trójkąta równoramiennego ma $(2 \cdot 3^2)$ cm długości, wysokość $(2^3 \cdot 5)$ cm, a ramiona są o 0,1 dm dłuższe od wysokości. Oblicz obwód i pole tego trójkąta.
- 11 Obwód trójkąta równoramiennego jest równy 38,4 dm. Podstawa jest o 2,4 dm dłuższa od ramienia. Wysokość opuszczona na podstawę stanowi 0,8 długości ramienia. Oblicz pole tego trójkąta.
- 12 Podstawa trójkąta równoramiennego jest równa 0,1 m i jest to $\frac{5}{18}$ obwodu. Wysokość jest równa 1,2 długości podstawy. Oblicz obwód i pole tego trójkąta.

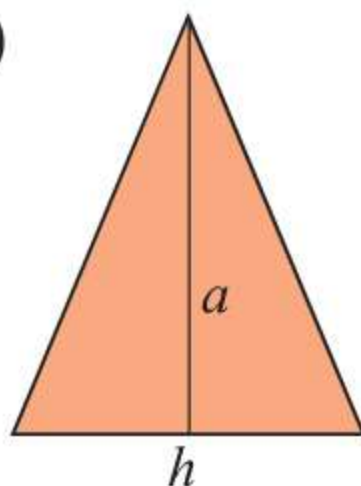


- 13** Zapisz wyrażenia algebraiczne opisujące pola trójkątów i oblicz ich wartości liczbowe dla: $a = 18$ cm, $b = 19,5$ cm, $c = 8,5$ cm i $h = 7,5$ cm.

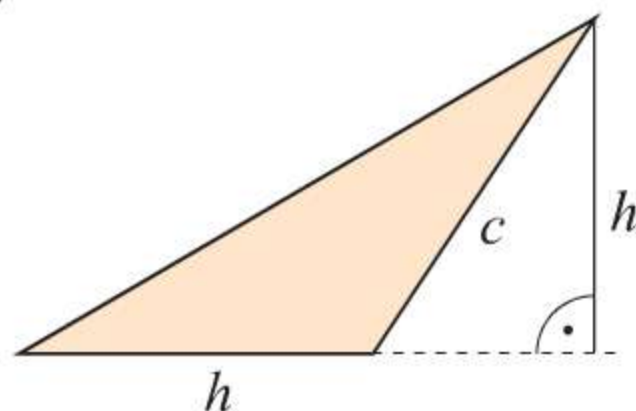
a)



b)



c)

**Wyzwanie**

Wysokość trójkąta jest 3 razy dłuższa niż podstawa, na którą jest ona opuszczona. Pole trójkąta jest równe 24 cm^2 . Oblicz podstawę i wysokość tego trójkąta. Narysuj taki trójkąt w skali 1 : 2.

**Sprawdź się!**

- 1** Narysuj trójkąt, którego podstawa ma długość 5 cm, a wysokość opuszczona na tę podstawę – 4 cm. Oblicz pole tego trójkąta.

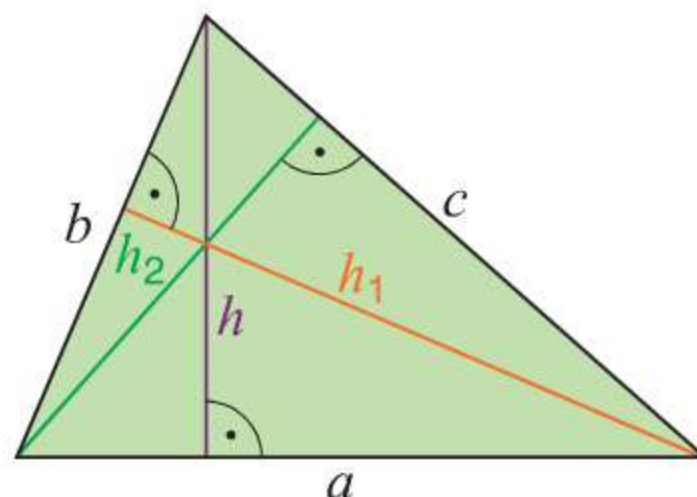
- 2** Który wzór poprawnie opisuje pole narysowanego obok trójkąta?

A. $P = \frac{1}{2} ch$

B. $P = \frac{1}{2} bh_1$

C. $P = \frac{1}{2} ah_1$

D. $P = \frac{1}{2} ah_2$

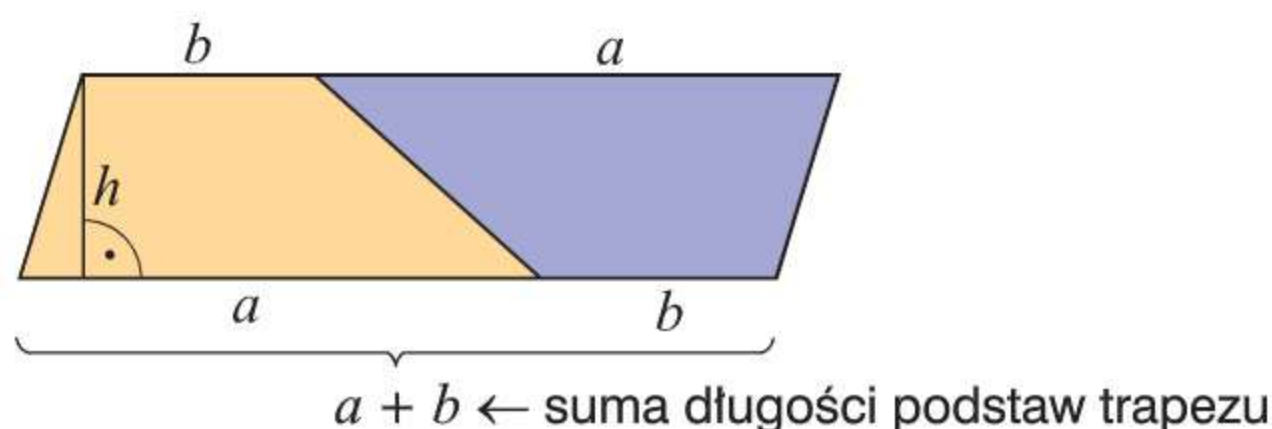


- 3** Trójkąt prostokątny ma boki: 12 m, 5 m, 13 m. Oblicz pole tego trójkąta.
- 4** Podstawa trójkąta ma 12 cm, a wysokość poprowadzona na tę podstawę jest równa $\frac{1}{4}$ długości podstawy. Pole tego trójkąta ma
A. 18 cm^2 B. 36 cm^2 C. 48 cm^2 D. 45 cm
- 5** Podstawa trójkąta KOS ma długość 6 cm, a wysokość opuszczona na tę podstawę jest równa jej połowie. Oblicz pole trójkąta KOS i narysuj inny trójkąt o takim samym polu.

4. Pole trapezu

Przykład 1.

Julia postanowiła obliczyć pole trapezu. Wycięła 2 identyczne trapezy i ułożyła z nich równoległobok, tak jak pokazano na rysunku.



Pole równoległoboku jest równe: $P = (a + b) \cdot h$.

Równoległobok składa się z dwóch jednakowych trapezów, więc pole trapezu jest równe:

$$P = \frac{1}{2} \cdot (a + b) \cdot h \quad \text{lub} \quad P = \frac{(a + b) \cdot h}{2}, \quad \text{lub} \quad P = \frac{a + b}{2} \cdot h.$$

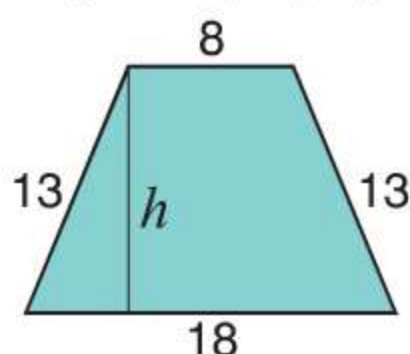


Pole trapezu jest równe połowie iloczynu sumy długości podstaw i jego wysokości.

Przykład 2.

Trapez równoramienny ma boki długości: 18 cm, 13 cm, 13 cm, 8 cm. Wysokość trapezu jest równa $\frac{2}{3}$ długości dłuższej podstawy. Jakie jest pole tego trapezu?

Wykonajmy rysunek pomocniczy.



Ramiona są równej długości, więc mają po 13 cm.
 $h = \frac{2}{3} \cdot 18 = 12$ [cm] – wysokość równa $\frac{2}{3}$ długości dłuższej podstawy

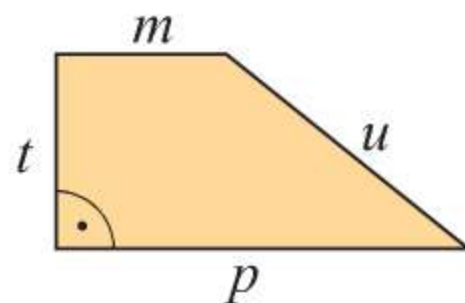
$$P = \frac{(a + b) \cdot h}{2} = \frac{(8 + 18) \cdot 12}{2} = 156 \text{ [cm}^2\text{]}$$

Odpowiedź. Pole trapezu jest równe 156 cm².



- 1 Podstawy trapezu mają długości 14 cm i 8 cm. Wysokość trapezu jest równa 4 cm. Pole tego trapezu to
- A. 88 cm^2 B. 22 cm^2 C. 44 cm^2 D. 44 cm

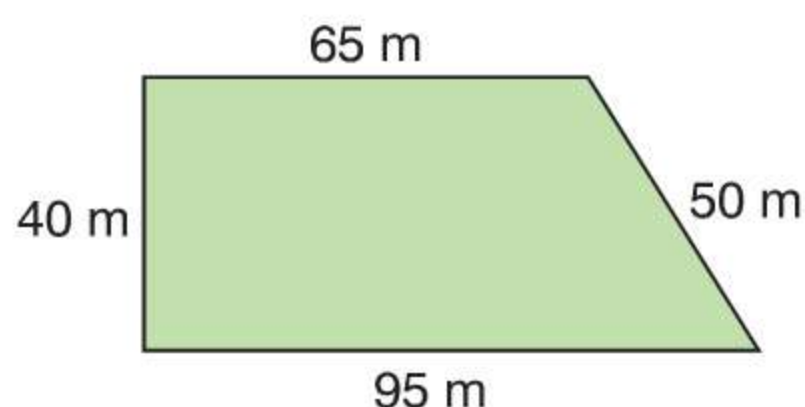
- 2 Zapisz wyrażenie algebraiczne opisujące pole narysowanego trapezu i oblicz jego wartość liczbową dla: $p = 8 \text{ cm}$, $m = 4 \text{ cm}$, $t = 3 \text{ cm}$, $u = 5 \text{ cm}$.



- 3 Wysokość trapezu podzieliła go na prostokąt o wymiarach $3 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$ i trójkąt o bokach: 3 cm, 4 cm, 5 cm. Narysuj ten trapez i oblicz jego pole.
- 4 Pole trapezu jest równe 70 cm^2 . Podstawy mają długości 8 cm i 6 cm. Oblicz wysokość tego trapezu.
- 5 Pole trapezu wynosi 24 cm^2 . Wysokość ma 4 cm. Suma długości podstaw tego trapezu jest równa
- A. 6 cm B. 24 cm C. 12 cm D. 8 cm
- 6 Pole trapezu jest równe 21 cm^2 . Oblicz jego wysokość, jeśli jedna podstawa ma 8,3 cm, a druga jest o 4,6 cm krótsza.
- 7 Podstawy trapezu mają długości 8,4 cm i 2,5 cm. Wysokość jest równa tyle co 0,5 dłuższej podstawy. Pole tego trapezu wynosi
- A. $22,89 \text{ cm}^2$ B. $45,78 \text{ cm}^2$ C. $29,89 \text{ cm}^2$ D. $2,89 \text{ cm}^2$
- 8 Jedna podstawa trapezu jest równa 6 cm. Druga jest 2 razy dłuższa. Wysokość trapezu ma tyle co $\frac{3}{4}$ dłuższej podstawy. Oblicz pole tego trapezu.
- 9 Krótsza podstawa trapezu ma długość 8 m i jest to $\frac{2}{5}$ sumy długości podstaw. Wysokość trapezu jest równa 20 mm. Oblicz pole tego trapezu.
- 10 Ramiona trapezu równoramienne mają po 10 cm długości. Wysokość jest równa 0,8 długości ramienia, a obwód ma 42 cm. Oblicz pole tego trapezu.

Skorzystaj z poniższych informacji i rozwiąż zadania 11.–14.

Działka pana Jerzego ma kształt trapezu prostokątnego o wymiarach podanych na rysunku.



- 11 Narysuj działkę pana Jerzego w skali 1 : 1000.
- 12 Obwód tej działki ma długość
A. 245 m B. 250 m C. 245 m² D. 240 m
- 13 Oblicz powierzchnię tej działki.
- 14 Oblicz, ile kosztowała ta działka, jeżeli 1 m² działki kosztował 80 euro (€). To mniej czy więcej niż 1 000 000 zł, jeżeli w chwili kupna działki 1 € = 4,20 zł?
- 15 Adam narysował prostokąt *ABCD* o polu 120 cm². Na boku *CD* o długości 10 cm obrał punkt *M* i połączył go z wierzchołkiem *B*. Otrzymał trójkąt *BCM* o bokach 12 cm, 5 cm i 13 cm oraz trapez *ABMD*. Oblicz pole i obwód otrzymanego trapezu.

Sprawdź się!

- 1 Podstawy trapezu mają 6 cm i 10 cm długości, a jego wysokość jest równa 5 cm. Oblicz pole tego trapezu.
- 2 Jedna podstawa trapezu ma długość 9 cm, a druga o 6 cm mniej. Wysokość jest równa 3,5 cm. Oblicz pole tego trapezu.
- 3 Pole trapezu wynosi 15 cm², a podstawy mają długości 6 cm i 4 cm. Wysokość tego trapezu jest równa
A. 6 cm B. 3 cm C. 1 cm D. 7,5 cm
- 4 Pole trapezu jest równe 40 cm². Wysokość ma 5 cm. Oblicz sumę długości podstaw tego trapezu. Podaj przykład długości podstaw wyrażonych liczbami naturalnymi.
- 5 Pole trapezu wynosi 9 dm², a wysokość figury jest równa 2 dm. Oblicz długości podstaw, jeżeli jedna z nich jest 2 razy dłuższa od drugiej.



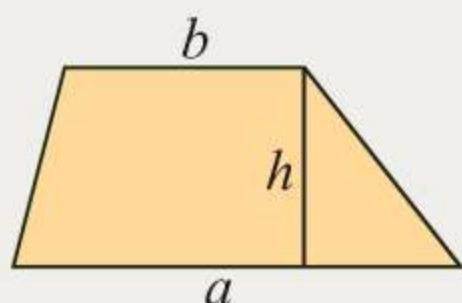
Zadania utrwalające

- 1 W prostokącie jeden bok jest równy 6,5 cm, a drugi jest o 2,9 cm krótszy. Oblicz pole tego prostokąta.
- 2 Narysuj 2 kwadraty: jeden o boku 6 cm, drugi o przekątnej 6 cm. Który z nich ma większe pole i o ile centymetrów kwadratowych?
- 3 W kwadracie o boku długości 5 cm wydłużono 2 równoległe boki o 3 cm każdy. O ile pole powstałego prostokąta jest większe od pola kwadratu?
- 4 Dłuższe boki prostokąta skrócono o 2 cm i powstał kwadrat o boku 7 cm. Jakie było pole tego prostokąta?
- 5 Kwadrat i prostokąt mają takie same pola. Bok kwadratu ma 6 cm. Jeden bok prostokąta jest o 3 cm dłuższy od boku kwadratu. Oblicz długość drugiego boku prostokąta. Narysuj te figury.
- 6 Narysuj 2 romby: jeden o przekątnych 8 cm i 4 cm, a drugi o boku 8 cm i wysokości 4 cm. Oblicz ich pola.
- 7 Trójkąt ma boki o długościach: 26 cm, 26 cm, 20 cm. Wysokość poprowadzona na najkrótszy bok ma 24 cm. Oblicz pole tego trójkąta.
- 8 Jeden bok równoległoboku ma 6,8 cm długości, a wysokość opuszczona na ten bok – 25 mm. Narysuj tę figurę i oblicz jej pole.
- 9 W trapezie równoramiennym podstawy mają długości 8 m i 5 m, a wysokość trapezu jest równa 4,2 m. Oblicz pole tego trapezu.
- 10 Podstawa trójkąta ma 12,6 cm, a wysokość opuszczona na tę podstawę ma 5 cm. Oblicz pole tego trójkąta.
- 11 Skonstruuj trójkąt prostokątny o bokach: 3 cm, 4 cm, 5 cm. Na każdym jego boku narysuj kwadrat. Oblicz pole otrzymanej figury.

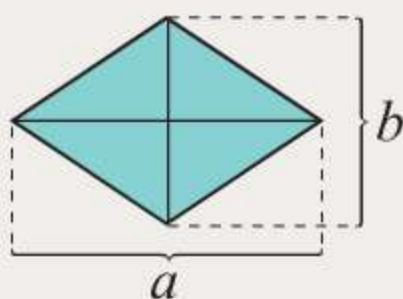
- 12 Wytnij 5 identycznych trójkątów równoramiennych o podstawie 4 cm i wysokości 3 cm. Użyj wszystkich trójkątów, aby ułożyć z nich trapez lub inny wielokąt. Narysuj go i oblicz jego pole.

- 13 Napisz wyrażenia algebraiczne opisujące pola narysowanych figur. Oblicz wartości liczbowe tych wyrażeń dla: $a = 5$ cm, $b = 2,4$ cm, $h = 3,2$ cm.

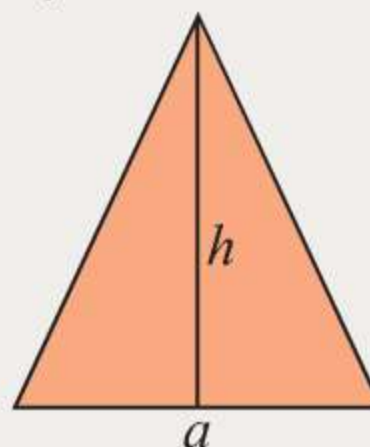
a)



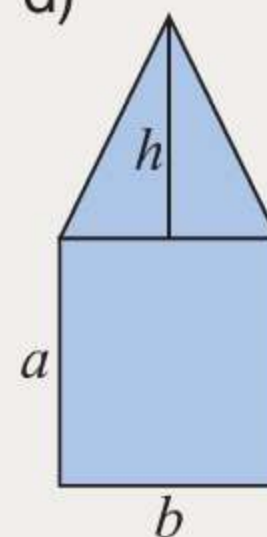
b)



c)



d)



- 14 Przepisz przykłady, zamiast $\blacklozenge$ napisz odpowiednią liczbę.

a) $78\,000\text{ cm}^2 = \blacklozenge\text{ m}^2$

b) $5,06\text{ ha} = \blacklozenge\text{ a}$

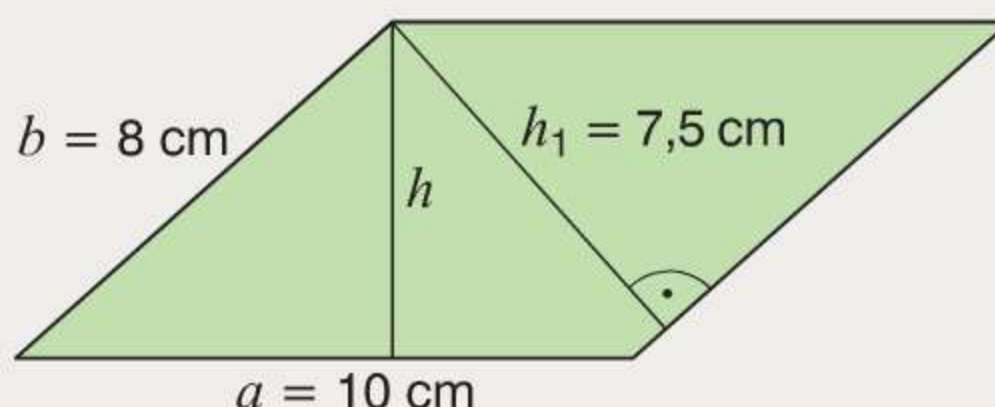
c) $4,1\text{ km}^2 = \blacklozenge\text{ ha}$

d) $0,3\text{ m}^2 = \blacklozenge\text{ dm}^2$

e) $540\text{ m}^2 = \blacklozenge\text{ a}$

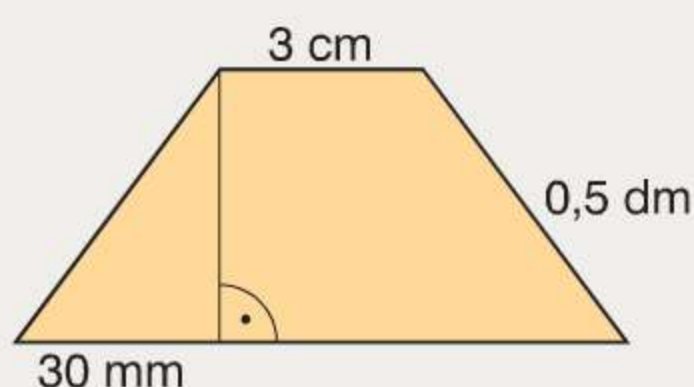
f) $125\text{ a} = \blacklozenge\text{ m}^2$

- 15 Skorzystaj z rysunku i oblicz pole oraz wysokość h równoległoboku.



- 16 Pole równoległoboku jest równe $7,5\text{ cm}^2$, a jeden z boków ma długość 3 cm. Oblicz wysokość równoległoboku opuszczoną na dany bok.

- 17 Pole przedstawionego na rysunku trapezu równoramiennego jest równe 24 cm^2 . Oblicz jego wysokość.

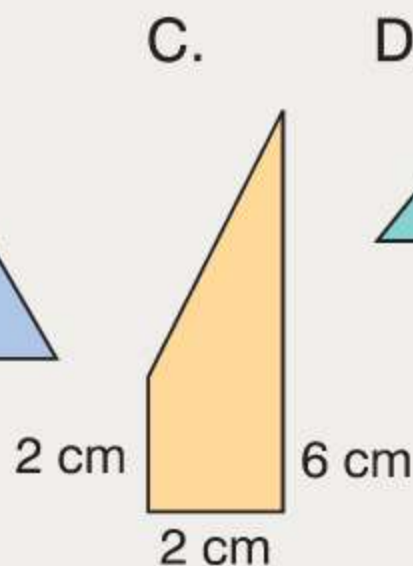
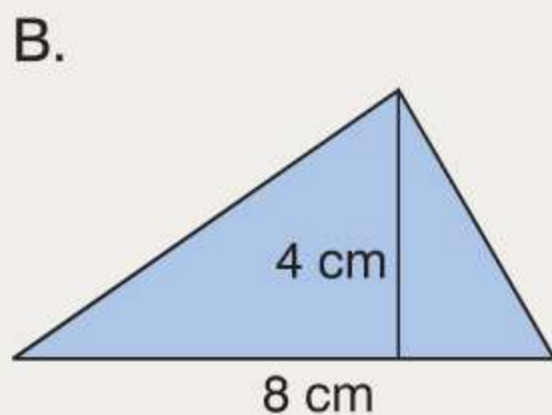
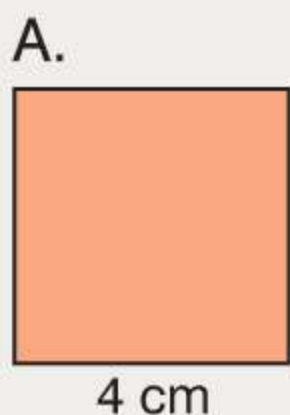




Zadania sprawdzające

Obliczenia i odpowiedzi zapisz w zeszycie.

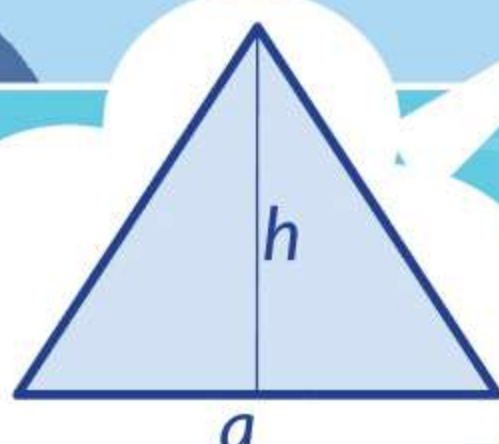
- 1 Jeżeli przyprostokątne trójkąta prostokątnego mają długości 4,8 cm i 6 cm, to pole tego trójkąta jest równe
A. 14,4 cm² B. 28,8 cm² C. 14,4 dm² D. 12,4 cm²
- 2 Pole kwadratu, którego obwód ma długość 14,4 cm, jest równe
A. 7,2 cm² B. 12,96 cm² C. 207,36 cm² D. 12,76 cm²
- 3 Podstawa trójkąta ma 10 cm, a wysokość opuszczona na tę podstawę wynosi 4,8 cm. Pole tego trójkąta jest równe
A. 48 cm² B. 2,4 cm² C. 24 cm² D. 14,8 cm²
- 4 Pole rombu jest równe 120 cm². Jedna przekątna ma 20 cm długości. Długość drugiej przekątnej to
A. 6 cm B. 60 cm C. 24 cm D. 12 cm
- 5 Obwód rombu jest równy 60 cm. Wysokość rombu ma 10 cm. Pole tego rombu wynosi
A. 150 cm² B. 75 cm² C. 600 cm² D. 300 cm²
- 6 Bok równoległoboku ma długość 5,4 cm, a wysokość opuszczona na ten bok jest 3 razy krótsza. Pole tego równoległoboku jest równe
A. 87,48 cm² B. 16,2 cm² C. 12,96 cm² D. 9,72 cm²
- 7 Której figury pole **nie jest** równe 16 cm²?



- 8 Trapez ma podstawy o długościach 6,3 cm i 3,7 cm. Ramię prostopadłe do podstaw ma długość 5 cm. Pole tego trapezu jest równe
A. 15 cm² B. 50 cm² C. 25 cm² D. 12,5 cm²

Figury na plaży

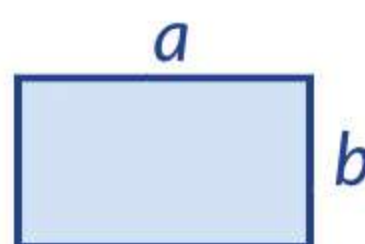
Na wakacjach możesz zaobserwować wiele obiektów, które mają kształt figur geometrycznych poznanych na lekcjach matematyki. To dobra okazja, aby utrwalić wzory na pola...



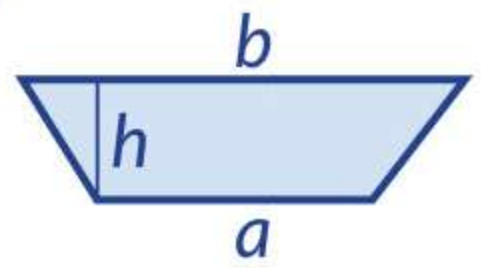
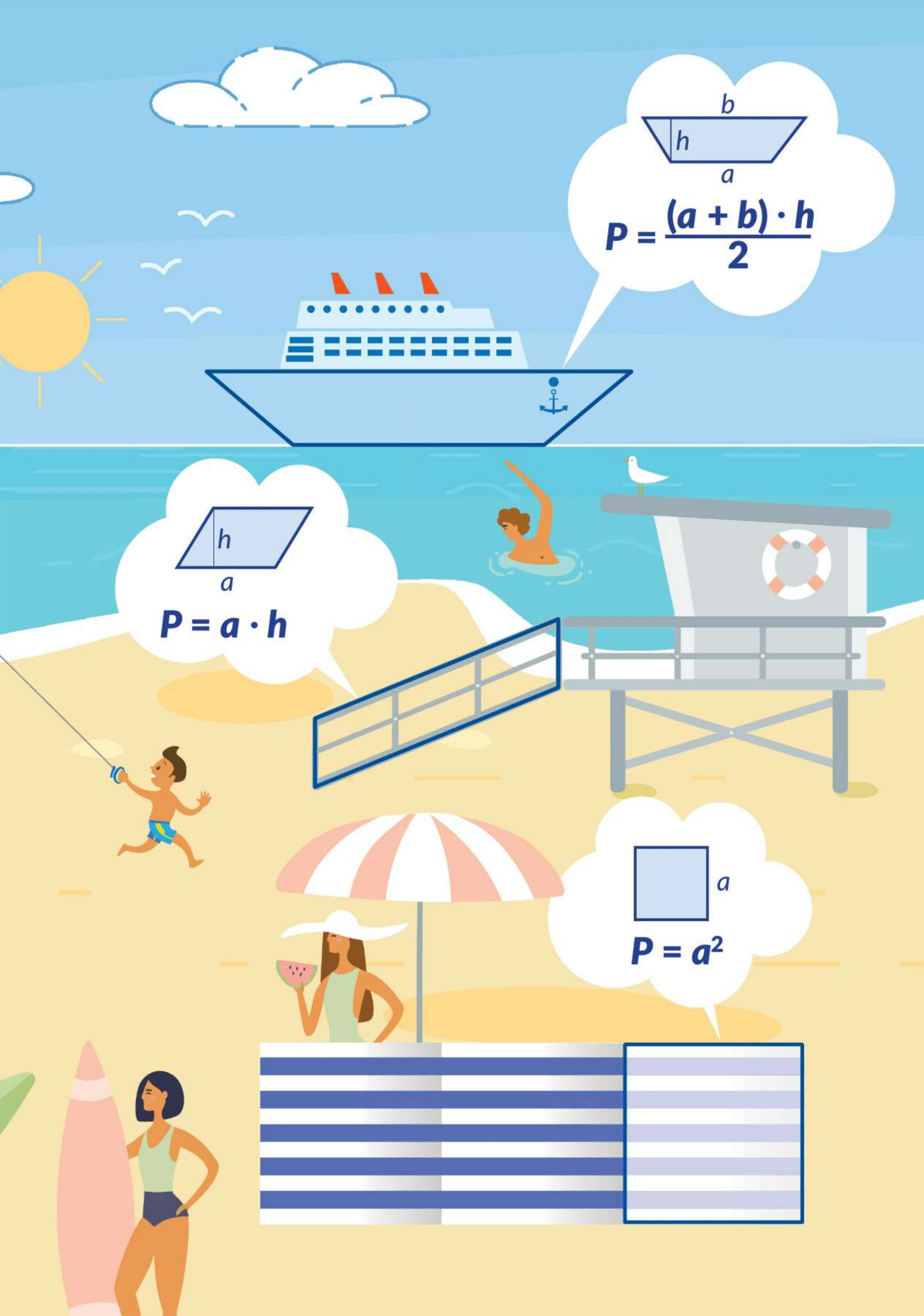
$$P = \frac{a \cdot h}{2}$$



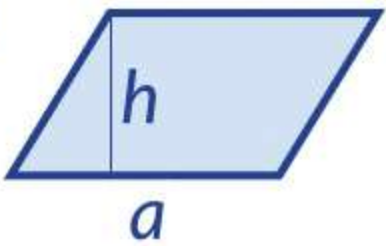
$$P = \frac{e \cdot f}{2}$$



$$P = a \cdot b$$



$$P = \frac{(a + b) \cdot h}{2}$$



$$P = a \cdot h$$



$$P = a^2$$

1. Liczby ujemne



Sowa uczy

Liczb ujemnych używamy np. do oznaczania temperatury.

W naszym klimacie częściej występują temperatury wyższe od zera, czyli **dodatnie**, niż niższe od zera, czyli **ujemne**.

$(+10)^{\circ}\text{C}$ lub 10°C – czytamy: **dziesięć** stopni Celsjusza,

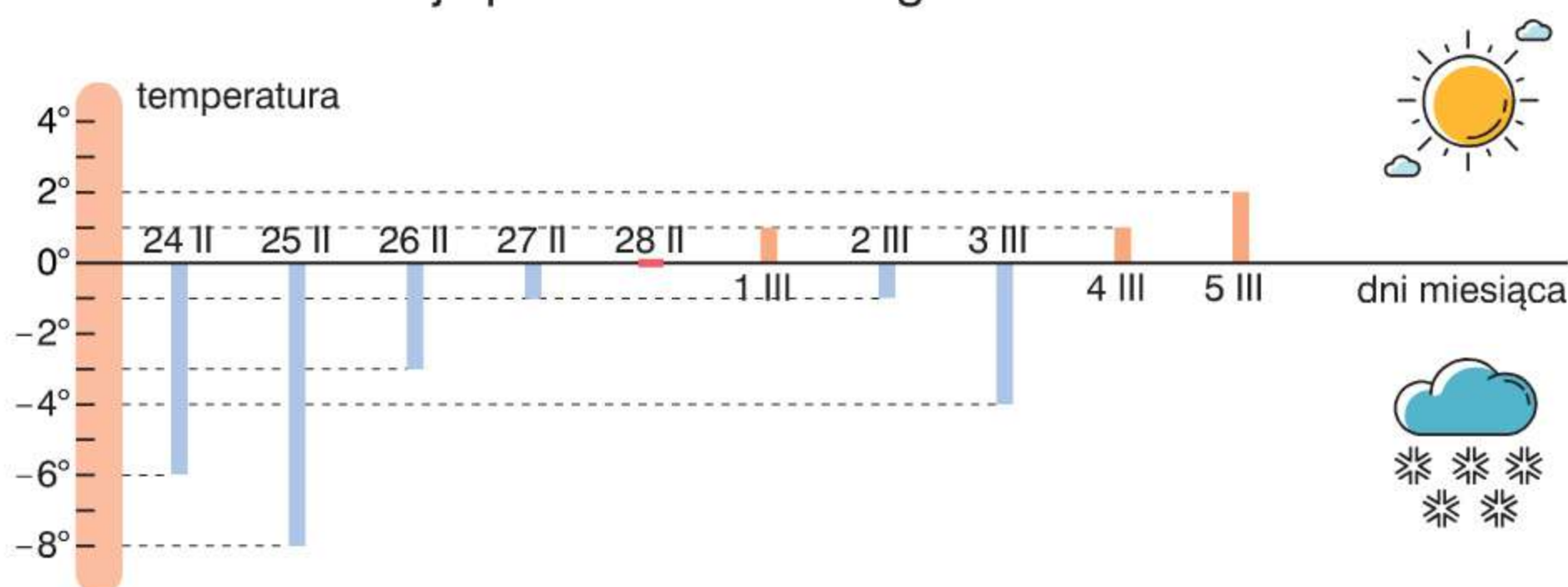
$(-4)^{\circ}\text{C}$ lub -4°C , czytamy: **minus cztery** stopnie Celsjusza,

$(-12)^{\circ}\text{C}$ lub -12°C , czytamy: **minus dwanaście** stopni Celsjusza.

Przed liczbą dodatnią możemy pisać znak $+$. Najczęściej pomijamy go.

Przykład 1.

Uczniowie klasy piątej odczytywali z termometru temperaturę powietrza o tej samej porze, w kolejnych dniach, na przełomie lutego i marca. Obserwacje przedstawili na diagramie.

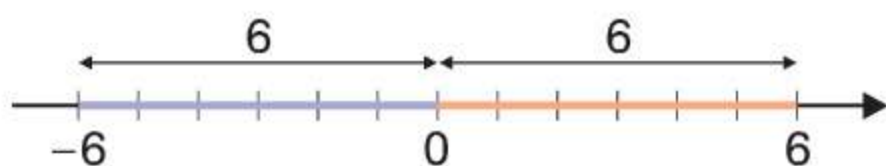


Z diagramu możemy odczytać, że:

- Obserwacje prowadzono przez 10 dni.
- W kolejne dni temperatura była równa:
 -6°C , -8°C , -3°C , -1°C , 0°C , $+1^{\circ}\text{C}$, -1°C , -4°C , $+1^{\circ}\text{C}$, $+2^{\circ}\text{C}$.
- Jednakowa temperatura była 27 II i 2 III oraz 1 III i 4 III.
- Od 25 II do 1 III i od 3 III do 5 III temperatura rosła.

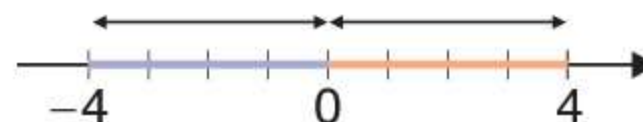
Przykład 2.

Zaznaczmy na osi liczbowej liczby 6 i 4 oraz liczby, które leżą po przeciwnej stronie zera i w takiej samej odległości od zera co liczby 6 i 4.



Po drugiej stronie zera, w tej samej odległości od zera co liczba 6, znajduje się liczba (-6) .

Liczbę (-6) nazywamy **liczbą przeciwną** do liczby 6.



Po drugiej stronie zera, w tej samej odległości od zera co liczba 4, znajduje się liczba (-4) .

Liczbę (-4) nazywamy **liczbą przeciwną** do liczby 4.

Liczbę przeciwną do liczby a zapisujemy jako liczbę $(-a)$.

Liczbą przeciwną do liczby -6 jest liczba $-(-6)$ i jest równa 6.

Liczbą przeciwną do liczby (-4) jest liczba 4, co zapisujemy $-(-4) = 4$.

Liczby przeciwne leżą na osi liczbowej po przeciwnych stronach zera i w takiej samej odległości od zera.

Liczby przeciwne mają różne znaki.

Liczbą przeciwną do liczby dodatniej jest liczba ujemna.

Liczbą przeciwną do liczby ujemnej jest liczba dodatnia.

Liczbą przeciwną do zera jest zero.

**Sowa uczy**

Liczby naturalne i liczby do nich przeciwne nazywamy liczbami całkowitymi.

Są to: ... $-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$...

Liczba całkowita 0 nie jest ani dodatnia, ani ujemna.

Przykład 3.

Porównajmy niektóre liczby zaznaczone na osi liczbowej.



Ponieważ na osi liczbowej liczby są uporządkowane rosnąco (zgodnie z kierunkiem zwrotu osi), więc:

$$-5 < -3 < -2 < -1 < 0 < 2 < 3 < 5.$$

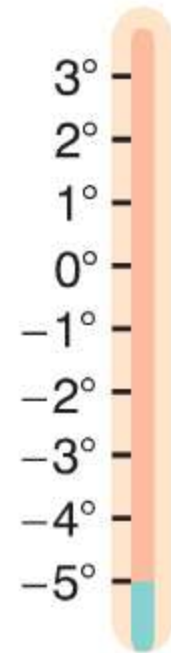
Odczytujemy zatem, że:

$$-1 < 0 \quad -2 < 0 \quad -3 < 0$$

Każda liczba ujemna jest mniejsza od zera.

$$-2 < 2 \quad -3 < 2 \quad -5 < 3$$

Każda liczba ujemna jest mniejsza od każdej liczby dodatniej.



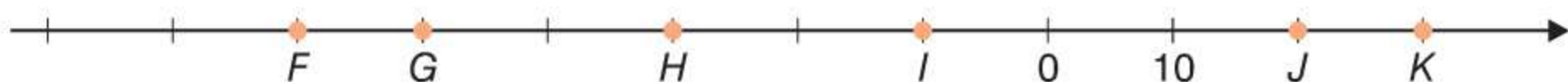
Z dwóch liczb ujemnych ta liczba jest mniejsza, która leży na osi liczbowej dalej od zera. (Odwrotnie niż liczby dodatnie).

- 1 Podaj 2 przykłady zastosowania liczb ujemnych.
- 2 Która liczba **nie jest** liczbą całkowitą?
A. -17 B. $-\frac{4}{1}$ C. $\frac{15}{3}$ D. 6,52
- 3 Napisz liczby przeciwne do liczb: -4, -12, 8, -20, 16.
- 4 Jakie liczby odpowiadają wyróżnionym punktom? Odczytaj pary liczb przeciwnych.

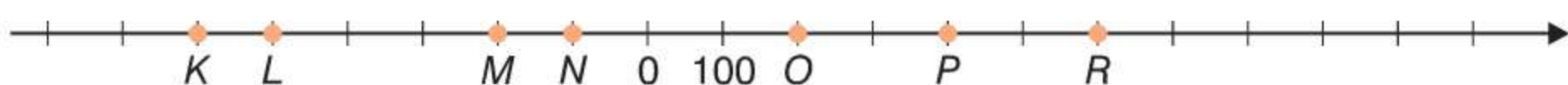
a)



b)



c)



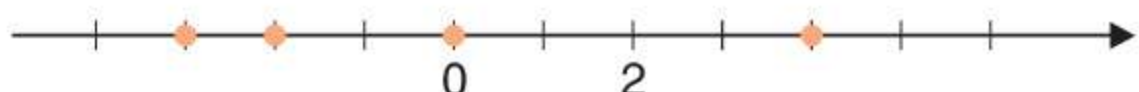
- 5 Narysuj oś liczbową i zaznacz na niej podane liczby. Połącz linią liczby przeciwne.

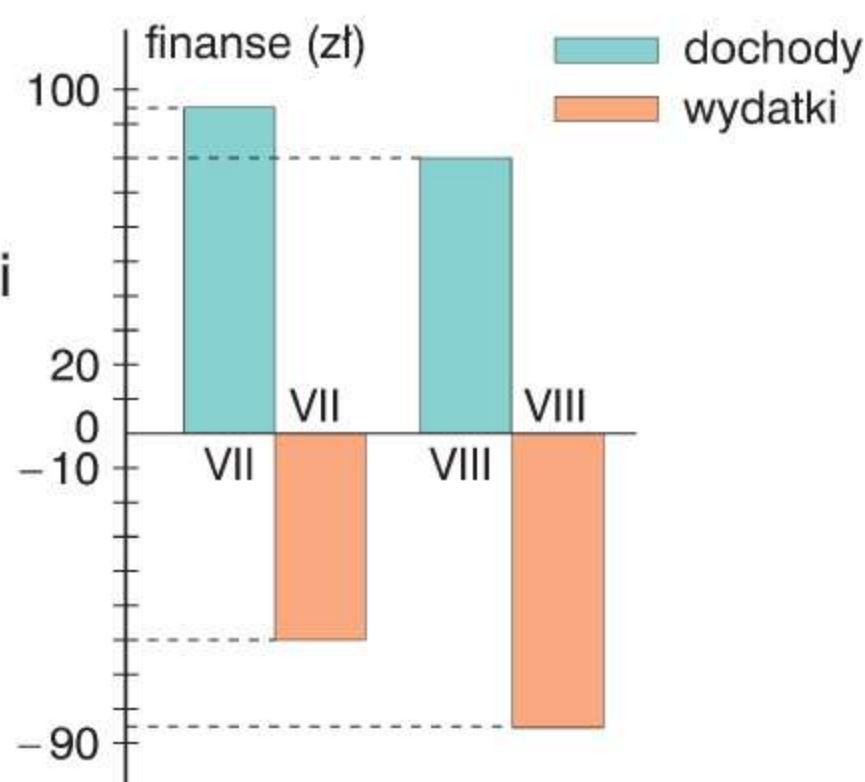
a) 0, 5, 15, -5, -10, -15 b) 0, 20, 40, -20, -60, -100

- 6 Uporządkuj rosnąco liczby: $-105, 9, -21, 12, -8, -39, -12, -30$.
- 7 Rafał notował temperaturę powietrza codziennie od 19 lutego: $-4^{\circ}\text{C}, -6^{\circ}\text{C}, -10^{\circ}\text{C}, -8^{\circ}\text{C}, -5^{\circ}\text{C}, -2^{\circ}\text{C}, 0^{\circ}\text{C}, +1^{\circ}\text{C}, +2^{\circ}\text{C}, -1^{\circ}\text{C}$. Narysuj diagram słupkowy przedstawiający odnotowane temperatury. W jakich dniach temperatura malała, a w jakich rosła?
- 8 Przepisz przykłady, zamiast $\blacklozenge$ napisz odpowiedni znak $>$, $<$ lub $=$.
- a) $-13 \blacklozenge -7$ b) $6 \blacklozenge -6$ c) $-1 \blacklozenge -95$ d) $-52 \blacklozenge -99$
 $-3 \blacklozenge -3$ $-32 \blacklozenge 23$ $-100 \blacklozenge 0$ $13 \blacklozenge -56$



Sprawdź się!

- 1 Liczbą ujemną jest
 A. 0 B. $-(-1)$ C. -3 D. 3
- 2 Jakie liczby odpowiadają wyróżnionym punktom?

 A. $-1, -3, 0, 4$ B. $-2, -3, 0, 3$
 C. $2, 0, -2, -3$ D. $-2, -3, 4, 0$
- 3 Przepisz przykłady, zamiast $\blacklozenge$ napisz odpowiedni znak $>$, $<$ lub $=$.
- a) $-27 \blacklozenge -36$ b) $-8 \blacklozenge 1$ c) $-\frac{8}{2} \blacklozenge -4$
- 4 W czasie wakacji Piotrek i Małgosia zbierali jagody i grzyby. Sprzedawali je w skupie. Swoje wspólne dochody i wydatki w czasie wakacji przedstawili na diagramie słupkowym.
- a) Jakie dochody mieli w lipcu, a jakie w sierpniu?
 b) Ile wydali w lipcu, a ile w sierpniu?
- 5 Wymień 5 liczb całkowitych, które leżą na osi liczbowej dalej od zera niż liczba (-6) , i podaj liczbę przeciwną do najmniejszej z nich.



2. Dodawanie liczb całkowitych



Sowa uczy

Zwróćmy uwagę, że w działaniu $(-2) + (-3) = (-5)$ znak „+” oznacza znak działania (dodawania), natomiast „-” to znak liczby oznaczający, że jest ona ujemna.

$$\begin{array}{ccccc} (-2) & + & (-3) & & \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow & & \\ \text{znak liczby} & \text{znak działania} & \text{znak liczby} & & \end{array}$$

Czytamy: **minus dwa dodać minus trzy.**

Przykład 1.

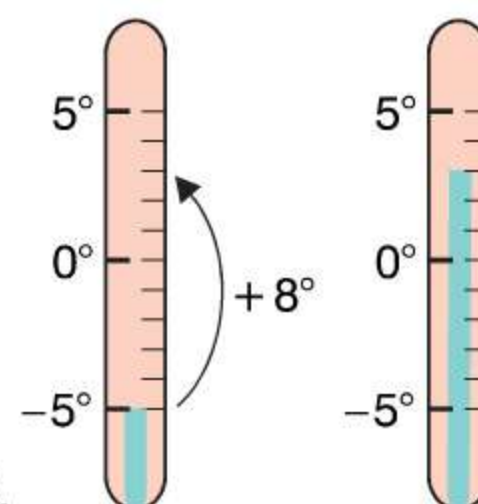
Rano temperatura była równa $(-5)^{\circ}\text{C}$. Do południa wzrosła o 8°C . Jaka była temperatura w południe?

Termometr wskazywał $(-5)^{\circ}\text{C}$.

Temperatura wzrosła o 8°C .

$$(-5) + 8 = 3$$

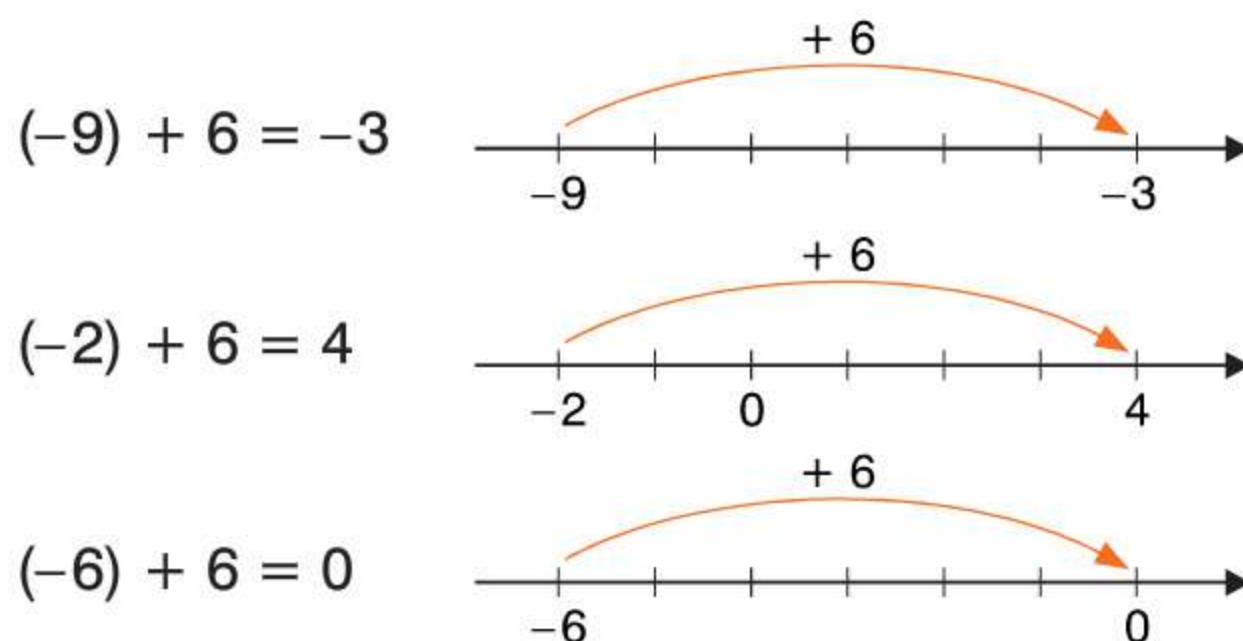
Odpowiedź. W południe temperatura była równa 3°C .



Przykład 2.

Znajdźmy liczby o 6 większe od liczb: -9 , -2 , -6 .

Znaleźć liczbę o 6 większą to obliczyć sumę danej liczby i liczby 6.



Suma liczb przeciwnych jest równa 0.

Przykład 3.

Obliczmy sumy liczb.

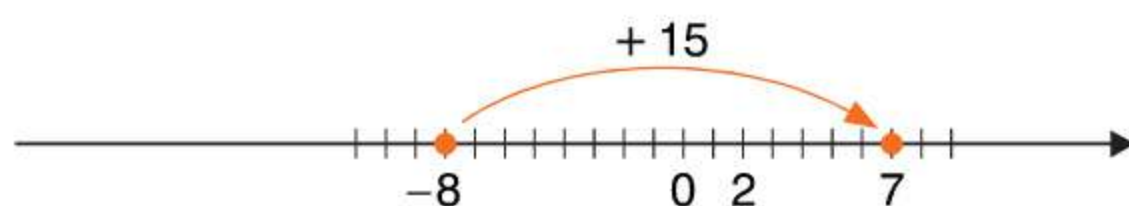
a) $(-8) + 15$

b) $18 + (-30)$

c) $(-4) + (-7)$

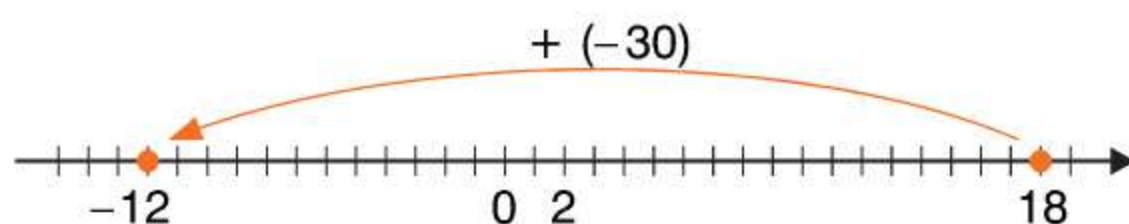
Sposób I

a) $(-8) + 15 = 7$



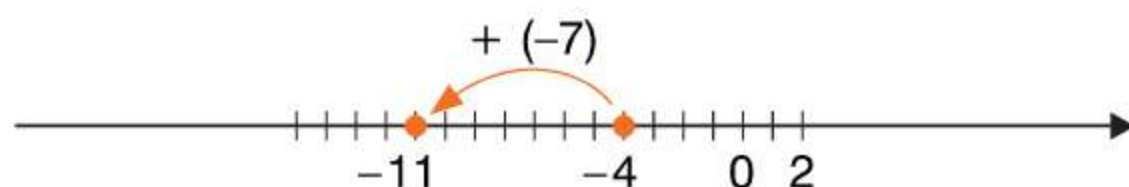
Jeżeli do danej liczby dodajemy liczbę dodatnią, to na osi liczbowej przesuwamy się w prawo.

b) $18 + (-30) = -12$



Jeżeli do danej liczby dodajemy liczbę ujemną, to na osi liczbowej przesuwamy się w lewo.

c) $(-4) + (-7) = -11$

**Sposób II**

$$\text{a) } (-8) + 15 = (-8) + \overbrace{8+7}^{15} = 0 + 7 = 7$$

Suma liczb przeciwnych jest równa 0.

Suma jest dodatnia, bo liczba dodatnia leży na osi liczbowej dalej od zera niż liczba ujemna.

$$\text{b) } 18 + (-30) = 18 + (-18) + (-12) = 0 + (-12) = -12$$

Suma jest ujemna, bo liczba ujemna leży na osi liczbowej dalej od zera niż liczba dodatnia.

c) $(-4) + (-7) = -(4 + 7) = -11$

Suma liczb ujemnych jest liczbą ujemną.

Przykład 4.

Obliczmy sumę liczb: 5, -6, 7, -3, -8.

$$5 + (-6) + 7 + (-3) + (-8) =$$

$$= \underline{5 + 7} + \underline{(-6) + (-3) + (-8)} =$$

$$= 12 + (-17) = -5$$

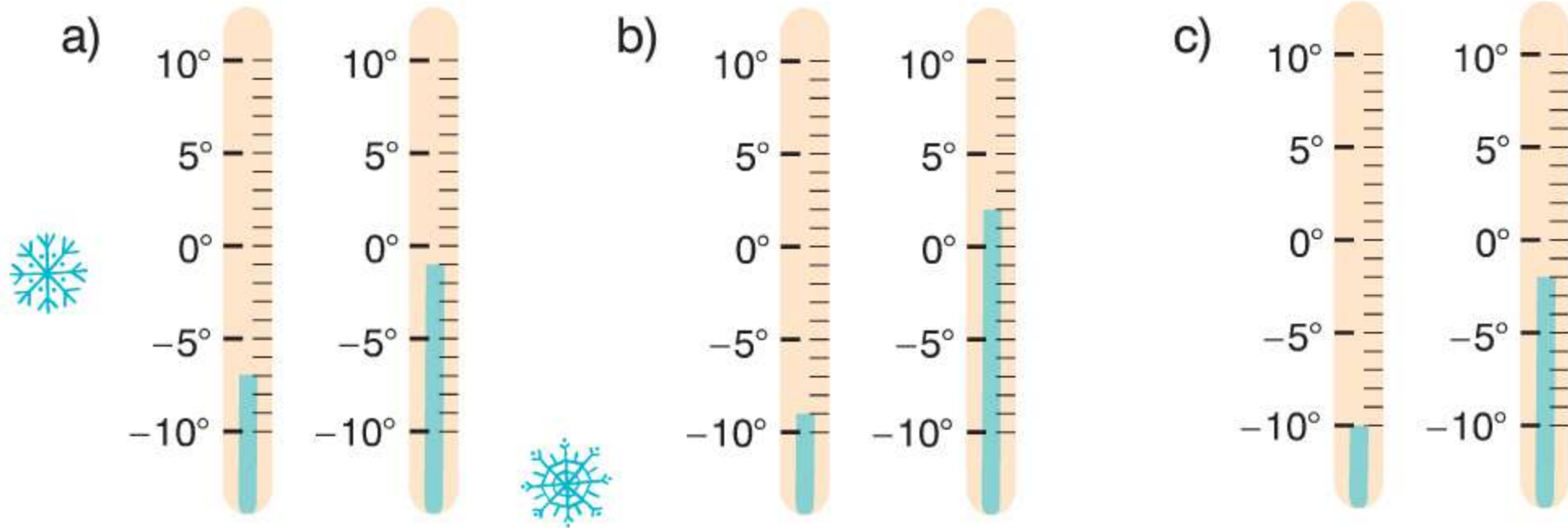
Korzystamy z przemienności dodawania.

Korzystamy z łączności dodawania. Obliczamy sumę składników dodatnich i sumę składników ujemnych.

Obliczamy sumę składników o różnych znakach.



- 1 Napisz, jakie było początkowe, a jakie końcowe wskazanie termometru. Odczytaj, o ile stopni wzrosła temperatura.



- 2 Rano temperatura była równa $(-3)^{\circ}\text{C}$. Do południa wzrosła o 6°C . Jaka była temperatura w południe?
- 3 Podaj liczby o 5 większe od liczb: -8 , 0 , -10 , -5 , -2 .

- 4 Weź dwie różnokolorowe kostki do gry. Przyjmij, że na kostce jednego koloru są punkty dodatnie, a na drugiej ujemne. Rzucaj 5 razy obydwoma kostkami i obliczaj sumę punktów po każdym rzucie. Następnie oblicz sumę otrzymanych wyników.



- 5 Narysuj oś liczbową i przedstaw na niej działanie.
- a) $(-9) + 9$ b) $(-4) + 8$ c) $11 + (-11)$ d) $(-2) + (-7)$

- 6 Oblicz.
- a) $10 + (-6)$ b) $(-20) + (-6)$ c) $8 + (-12)$ d) $(-17) + 33$
 $6 + (-10)$ $(-7) + (-12)$ $(-17) + 20$ $99 + (-3)$

- 7 Oblicz.
- a) $(-9) + 4 + (-5) + (-2) + 8$ b) $15 + (-7) + 10 + (-5) + (-3)$

- 8 W którym wyrażeniu suma jest równa (-2) ?
- A. $4 + (-2)$ B. $2 + (-4)$ C. $(-2) + (-4)$ D. $(-6) + 8$

- 9 Kasia, z garażu znajdującego się 2 piętra niżej niż parter, przejechała windą do góry 5 pięter. Na którym piętrze wysiadła?

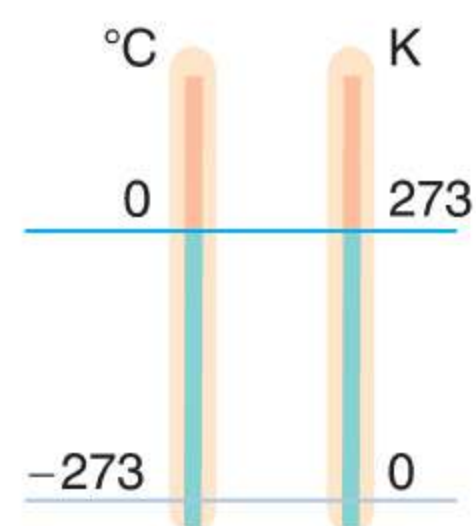
- 10 Napisz dwie takie liczby, aby ich suma była równa:
- a) 3 , b) 0 , c) -4 , d) -10 .



A to ciekawe!

Na termometrach temperatura jest czasem podana w dwóch skalach:

Celsjusza: 0°C – to temperatura zamarzania wody
 100°C – to temperatura wrzenia wody
 Kelvina: 0 K – to tak zwane zero bezwzględne
 $0\text{ K} = -273^{\circ}\text{C}$



- Oblicz, jaka jest temperatura w skali K, jeżeli w skali C jest:
 - 100°C ,
 - 1100°C (temperatura lawy wulkanicznej),
 - 700°C (topnienie szkła),
 - -192°C (skraplanie powietrza).
- Jaka jest temperatura w skali C, jeżeli w skali K zanotowano:
 - 216 K (temperatura na Marsie),
 - 1873 K (średnia temperatura w piecu hutniczym)?



Mars



Sprawdź się!

- Oblicz.

a) $14 + (-14)$	b) $(-3) + (-6)$	c) $7 + (-11)$	d) $(-12) + 18$
-----------------	------------------	----------------	-----------------
- W którym wyrażeniu suma **nie jest** równa (-12) ?

A. $(-7) + (-5)$	B. $(-8) + 20$
C. $(-6) + (-6)$	D. $(-22) + 10$
- Oblicz i przedstaw na osi liczbowej działanie.

a) $2 + (-9)$	b) $(-7) + 12$
---------------	----------------
- Pielęgniarka była na piątym piętrze szpitala. Zjechała windą siedem pięter. Na którym piętrze wysiadła?
- Podaj 8 kolejnych liczb takich, że każda następna jest o 3 większa od poprzedniej, a pierwszą z nich jest (-20) .



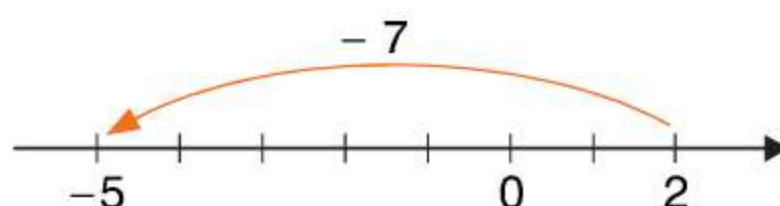
3. Odejmowanie liczb całkowitych

Przykład 1.

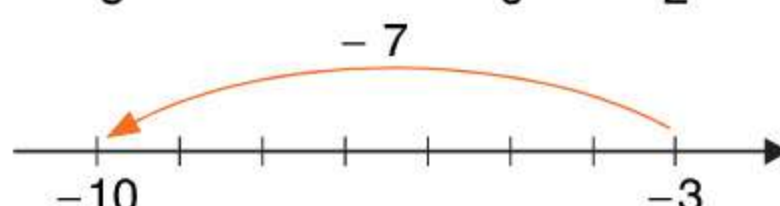
Znajdźmy liczby o 7 mniejsze od liczb: 2, -3.

Znaleźć liczbę o 7 mniejszą to obliczyć różnicę danej liczby i liczby 7.

$$2 - 7 = -5$$



$$(-3) - 7 = -10$$



Przykład 2.

W tabelce przedstawiono punktację klas piątych za udział w konkursie *Klasa twórcza*.

Punkty \ Klasa	V a	V b	V c
dodatnie	•••••	•••••	•••••
ujemne (karne)	o o o o o	o o o o o o	

Dodatkowo za włączenie się do akcji charytatywnej każda z klas zasłużyła na skreślenie 5 punktów karnych.

Która klasa zdobyła najwięcej punktów i wygrała konkurs?

V a ••••• ••••• o o o o o

$$12 + (-5) - \underline{(-5)} = 12 \text{ to znaczy, że } (-5) - \underline{(-5)} = 0$$

punkty skreślone

$$\text{Ponieważ } (-5) + 5 = 0, \text{ zatem } (-5) - \underline{(-5)} = (-5) + 5.$$

V b ••••• ••••• o o o o o o

$$14 + (-6) - \underline{(-5)} = 13 \text{ to znaczy, że } (-6) - \underline{(-5)} = -1$$

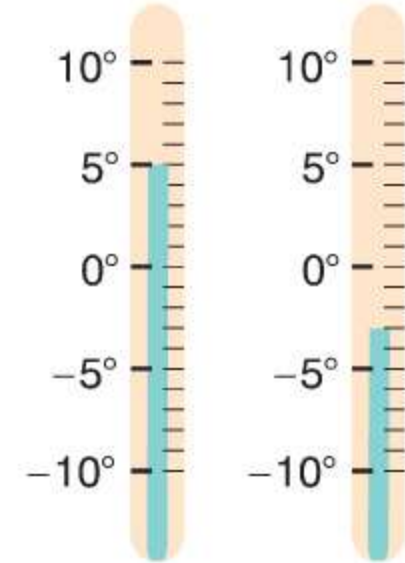
$$\text{Ponieważ } (-6) + 5 = -1, \text{ zatem } (-6) - \underline{(-5)} = (-6) + 5.$$

- 1 Znajdź liczby o 10 mniejsze od liczb: -2 , 0 , 3 , 10 .
- 2 Oblicz temperaturę nad ranem, jeśli w nocy temperatura spadła o 5°C , a wieczorem termometr wskazywał:

a) 2°C b) -5°C c) -7°C d) 0°C

- 3 Maciek zapisywał wzrost i spadek temperatury każdego dnia w porównaniu z dniem poprzednim:

- pierwszego dnia było 5°C ,
- drugiego dnia temperatura zmalała o 8°C ,
- trzeciego dnia zmalała jeszcze o 2°C ,
- czwartego dnia wzrosła o 4°C ,
- piątego dnia zmalała o 5°C .



- a) Którego dnia temperatura była najwyższa, a którego najniższa?
- b) Narysuj diagram słupkowy ilustrujący wskazania termometru.
- c) W jakich dniach temperatura malała?

- 4 W tabelce przedstawiono punkty uzyskane przez uczestników gry edukacyjnej.

	Adam	Mateusz	Wojtek	Kamil
Punkty dodatnie	16	12	15	17
Punkty ujemne	-7	0	-8	-6

Dodatkowo za osiągnięcie dobrego czasu pracy każdemu z chłopców odjęto 6 punktów ujemnych. Jakie wyniki końcowe uzyskali chłopcy?

- 5 Oblicz.
- a) $6 - 12$ b) $(-6) - 12$ c) $(-6) - (-6)$ d) $(-4) - 7$
 $17 - 23$ $(-17) - 23$ $(-17) - (-12)$ $5 - (-2)$
 $15 - 4$ $(-15) - 4$ $(-15) - (-4)$ $(-8) - (-3)$

- 6 Oblicz różnicę temperatur między dniem a nocą, jeśli w dzień było $(-2)^{\circ}\text{C}$, a w nocy $(-5)^{\circ}\text{C}$.

- 7 Najwyższym miejscem na Ziemi jest Mount Everest i ma on 8849 m n.p.m. Najgłębsza depresja – Morze Martwe ma ok. 430 m p.p.m. Ile wynosi różnica poziomów między wymienionymi miejscami?



Morze Martwe

- 8 Napisz takie dwie liczby, aby ich różnica była równa:
- a) -4 i były to liczby ujemne, b) -7 i były to liczby różnych znaków.

9 Jaką liczbę zastępuje litera?

a) $a + (-5) = 10$

b) $(-6) + b = -15$

c) $(-4) - c = 2$

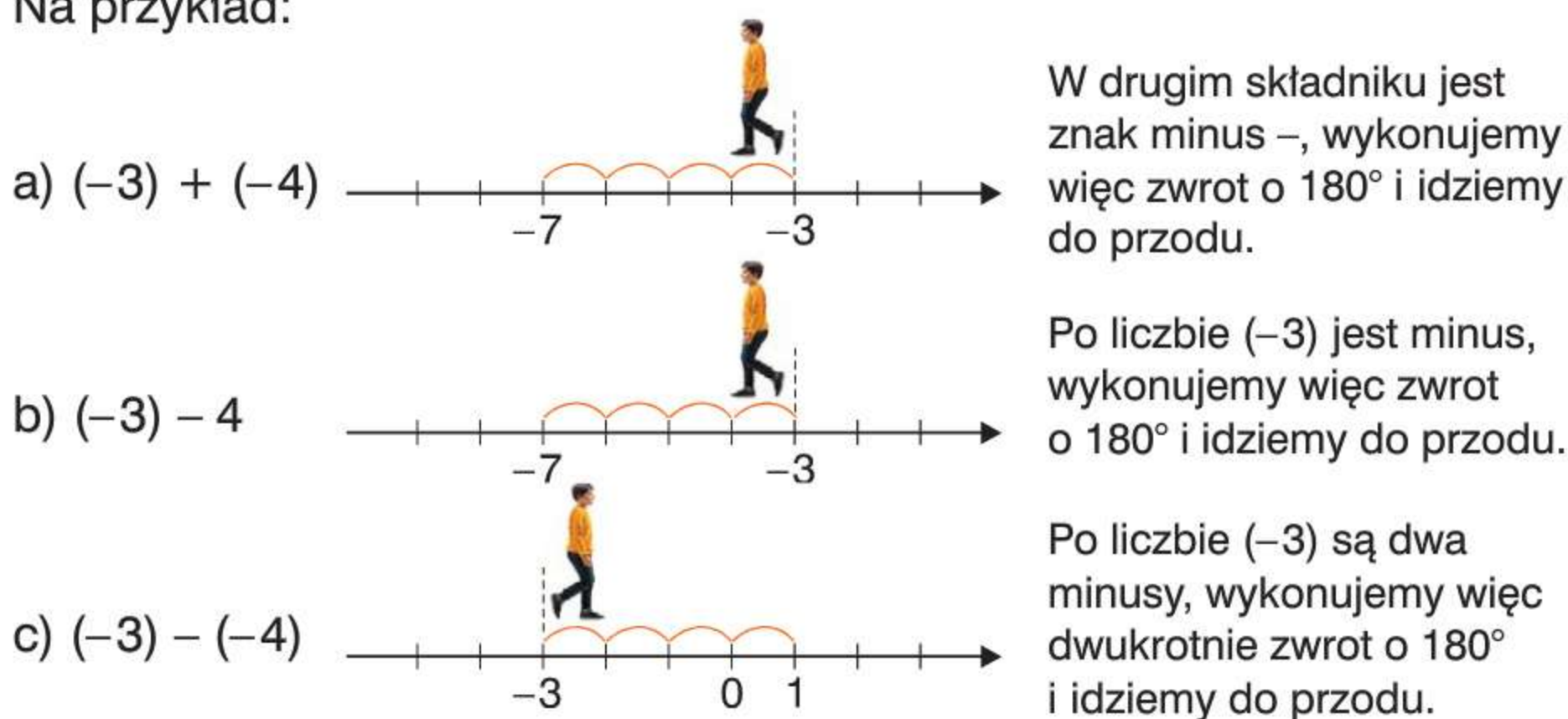


A to ciekawe!

Dodawanie i odejmowanie liczb całkowitych możemy zilustrować chodzeniem po osi liczbowej.

Wędrówkę rozpoczynamy w miejscu, które wskazuje pierwsza liczba. Zwracamy się w kierunku wzrastania liczb zgodnie ze zwrotem osi. Każdy minus zmienia kierunek wędrówki.

Na przykład:



Oblicz: $(-2) - (-3)$, $(-2) + (-3)$, a następnie przedstaw na osi liczbowej te działania i porównaj ich wyniki.



Sprawdź się!

1 Oblicz.

a) $7 - (-5)$

b) $(-6) - 2$

c) $6 - (-15)$



2 W którym wyrażeniu różnica **nie jest** równa (-10) ?

A. $(-5) - (-5)$

B. $10 - 20$

C. $(-16) - (-6)$

D. $(-3) - 7$

3 Rano termometr wskazywał $(-3)^\circ\text{C}$, a po południu 9°C . Jaka była tego dnia różnica temperatur między popołudniem a rankiem?

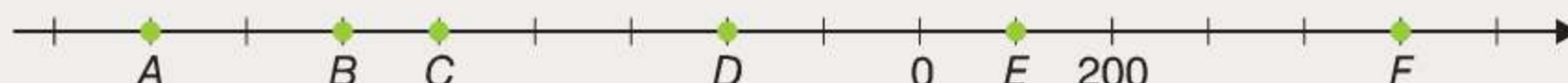
4 Oblicz liczbę o 8 większą od różnicy liczb (-10) i (-3) .

5 Napisz dwie takie liczby ujemne, aby ich różnica była równa 6.

Zadania utrwalające

- 1 Wypisz liczby całkowite spośród liczb: $-\frac{12}{4}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{6}{1}$, 4 , $-\frac{6}{2}$, $-\frac{14}{1}$, $\frac{10}{10}$, $1\frac{3}{4}$.

- 2 Jakie liczby odpowiadają wyróżnionym punktom? Która liczba jest położona najdalej od punktu D ?



- 3 Spośród liczb: 3 , -8 , -14 , -16 , 14 , 8 wypisz liczby:
- mniejsze od (-10) ,
 - których suma jest równa (-5) ,
 - przeciwnie,
 - których różnica jest równa (-2) .

- 4 Na osi liczbowej zaznacz liczby całkowite większe od (-7) i jednocześnie mniejsze od 3 . Ile jest liczb spełniających podany warunek?

- 5 Przepisz przykłady, zamiast $\blacklozenge$ napisz odpowiedni znak $>$, $<$ lub $=$.

a) $-84 \blacklozenge 0$ b) $-199 \blacklozenge 19$ c) $-4 \blacklozenge -\frac{4}{1}$ d) $-(-3) \blacklozenge -3$

- 6 Oblicz.

a) $8 + (-5)$	b) $0 - 6$	c) $7 - (-4)$	d) $(-51) - (-38)$
$(-11) + 9$	$(-2) + (-9)$	$(-3) - (-10)$	$(-46) - (-27)$
$99 + (-99)$	$(-8) + 8$	$(-91) + 47$	$0 - (-17)$

- 7 Rozwiąż równanie.

a) $m + (-7) = -12$ b) $(-9) + p = -12$ c) $10 - h = 16$

- 8 Podaj liczby o 9 większe od liczb: -1 , -5 , -8 , 0 , 18 .

- 9 Podaj liczby o 7 mniejsze od liczb: 7 , 5 , 1 , -2 , -9 .

- 10 W najcieplejszym dniu stycznia średnia temperatura była równa 4°C , a w najzimniejszym dniu tego miesiąca $(-16)^{\circ}\text{C}$. Jaka była różnica temperatur między wymienionymi dniami?

- 11 Pierwszy składnik sumy jest liczbą przeciwną do (-11) , a drugi – liczbą o 8 mniejszą od (-5) . Zapisz tę sumę i oblicz ją.

Zadania sprawdzające

Obliczenia i odpowiedzi zapisz w zeszycie.



- 1 Termometr wskazuje temperaturę
A. 7°C B. -7°C C. -6°C D. -8°C
- 2 Wyróżnionym punktom odpowiadają liczby

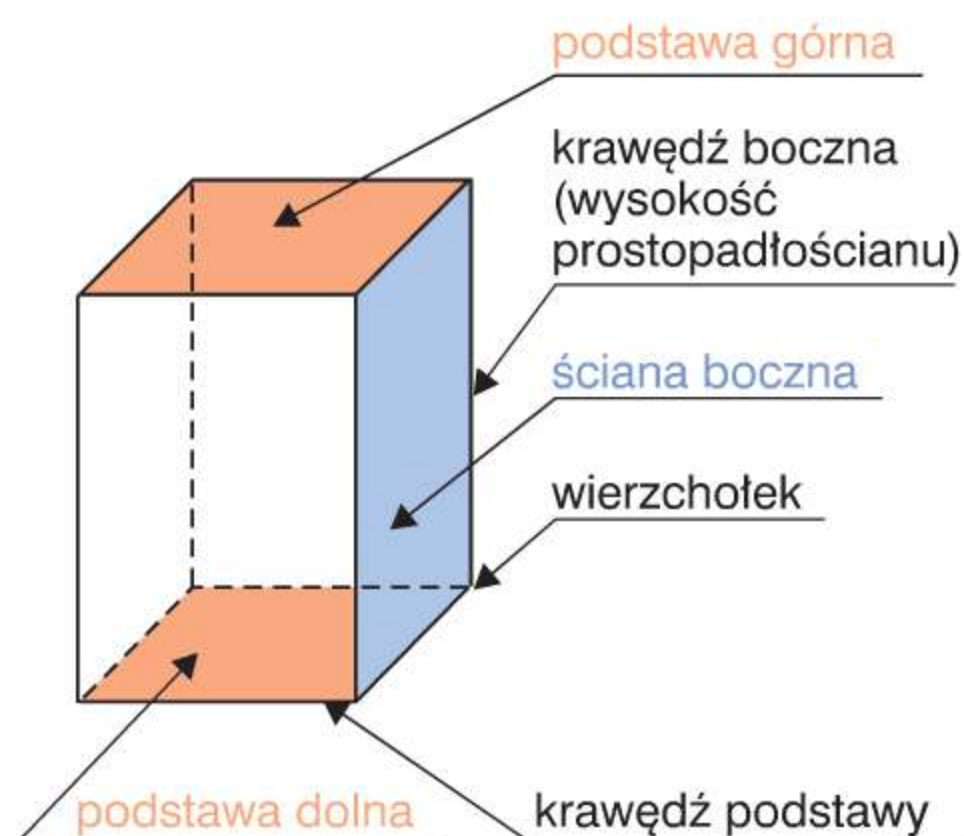

A. $-5, -3, -2, 1$ B. $-5, -4, -2, 1$
C. $-4, -3, -2, 1$ D. $-5, -3, -2, 2$
- 3 Liczbą przeciwną do liczby -12 jest liczba
A. $\frac{1}{12}$ B. -12 C. $-\frac{1}{12}$ D. 12
- 4 Uzupełnij zdania. Wybierz poprawne odpowiedzi spośród A i B oraz C i D.
Wynik działania: $3 + (-3)$ jest równy A / B. A. -6 B. 0
Liczba o 17 większą od (-28) jest C / D. C. 11 D. -11
- 5 Różnicą liczb 16 i (-20) jest liczba
A. -4 B. 36 C. 4 D. -36
- 6 **Nieprawdą** jest, że
A. $-101 > -102$ B. $1 > -7$ C. $0 < -6$ D. $-1999 < 99$
- 7 Temperatura w pokoju była równa 19°C , a na balkonie $(-4)^{\circ}\text{C}$.
Różnica temperatur była równa
A. 23°C B. 15°C C. 22°C D. 24°C
- 8 Pani Krystyna chce kupić pralkę za 1450 zł. Na koncie ma 1270 zł.
Po zakupie pralki stan jej konta będzie równy
A. -280 zł B. -380 zł C. -180 zł D. 80 zł
- 9 Wartość wyrażenia $(-12) - (-16)$ jest równa wartości wyrażenia
A. $12 + 16$ B. $12 - 16$ C. $(-12) - 16$ D. $(-12) + 16$
- 10 Liczba (-10) **nie jest** rozwiązaniem równania
A. $(-6) - a = 4$ B. $x + 3 = -7$ C. $(-18) - p = -9$ D. $y - (-8) = -2$

1. Prostopadłościan

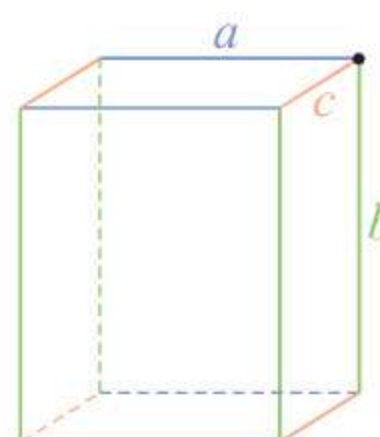


Sowa przypomina

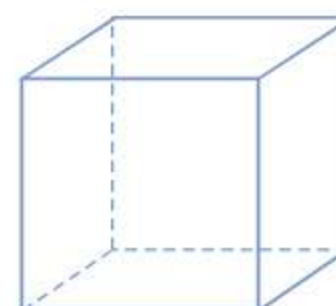
- Prostopadłościan ma 6 ścian. Każda ściana jest prostokątem. Ściany są parami równoległe, a wymiary ścian równoległych są takie same. Krawędzie boczne są prostopadłe do podstaw. Prostopadłościan ma 12 krawędzi: 8 krawędzi podstawy i 4 krawędzie boczne.



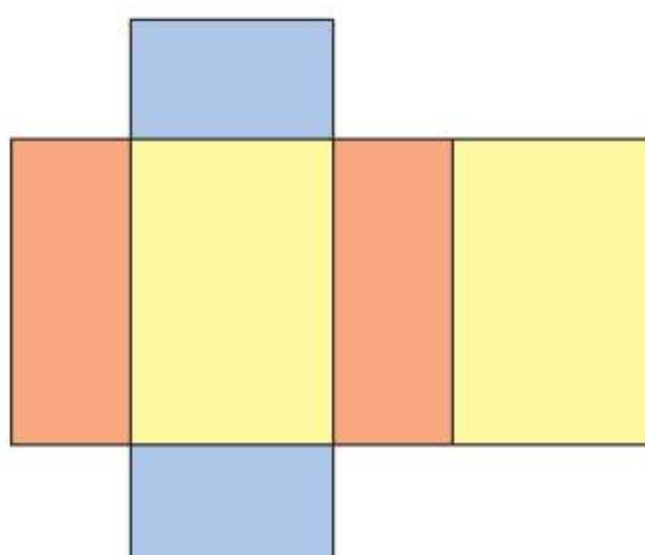
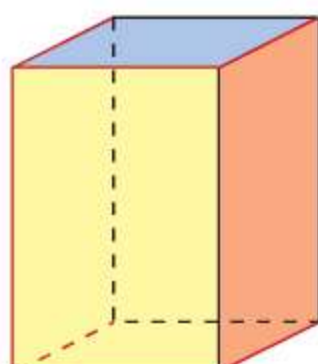
- Każde cztery krawędzie równoległe są oznaczone tym samym kolorem. Długości krawędzi: a , b , c wychodzących z jednego wierzchołka to wymiary prostopadłościanu.



- Prostopadłościan, który ma wszystkie krawędzie takiej samej długości, to **sześcian**. Każda ściana sześcianu jest kwadratem.



- Na rysunku prostopadłościan jest rozcięty wzdłuż zaznaczonych czerwonym kolorem krawędzi. To jest **siatka prostopadłościanu**. Na siatce tym samym kolorem wyróżniono prostokąty o tych samych wymiarach.



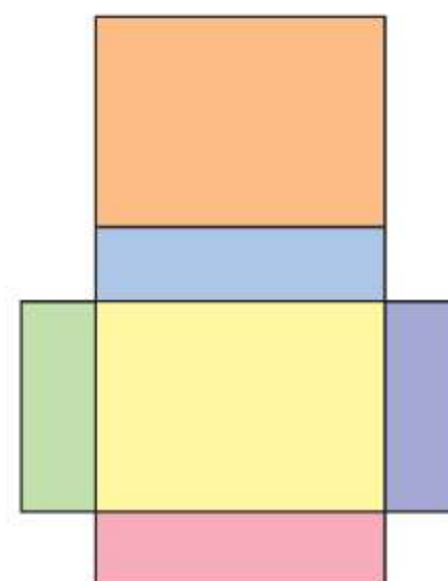


- 1 Wymień 3 przedmioty z twojego otoczenia, które mają kształt prostopadłościanu.
- 2 Narysuj prostopadłościan i napisz o nim 5 zdań. Równoległe krawędzie zaznacz takim samym kolorem.
- 3 Na rysunku przedstawiono siatkę prostopadłościanu. Które zdanie **fałszywie** opisuje ten prostopadłościan?
 - A. Ściana różowa jest równoległa do ściany niebieskiej.
 - B. Ściana różowa jest równoległa do ściany pomarańczowej.
 - C. Ściany różowa i pomarańczowa mają wspólną krawędź.
 - D. Ściany fioletowa i pomarańczowa są prostopadłe.
- 4 Oblicz sumę długości wszystkich krawędzi prostopadłościanu o wymiarach $1\frac{1}{2}$ cm $\times$ 2,5 cm $\times$ 3 cm. Ile jest krawędzi tej samej długości? Narysuj 2 różne siatki tej bryły.
- 5 Prostopadłościan ma w podstawie kwadrat, a jego ściany boczne nie są kwadratami. Narysuj siatkę tego prostopadłościanu, wytnij ją i sklej. (Pamiętaj o dorysowaniu skrzydełek potrzebnych do sklejenia prostopadłościanu). Z ilu jednakowych prostokątów składa się ta siatka?
- 6 Narysuj dwie różne siatki sześcianu o krawędzi 2,5 cm. Pokoloruj po jednej parze ścian prostopadłych. Oblicz sumę długości wszystkich krawędzi tego sześcianu.
- 7 Prostopadłościan ma wymiary 1,5 cm $\times$ 2 cm $\times$ 2,5 cm. Oblicz sumę długości jego krawędzi. Narysuj siatkę tego prostopadłościanu w skali 2 : 1. Wybierz prostokąty, które będą podstawami. Pokoloruj je.
- 8 Suma długości wszystkich krawędzi sześcianu jest równa 90 cm. Podaj długość jednej krawędzi.
- 9 Prostopadłościan ma wymiary 18 dm $\times$ 24 dm $\times$ 48 dm. Uzupełnij zdania. Wybierz poprawne odpowiedzi spośród A i B oraz C i D. Suma długości wszystkich jego krawędzi jest równa A / B.

A. 90 dm	B. 360 dm
----------	-----------

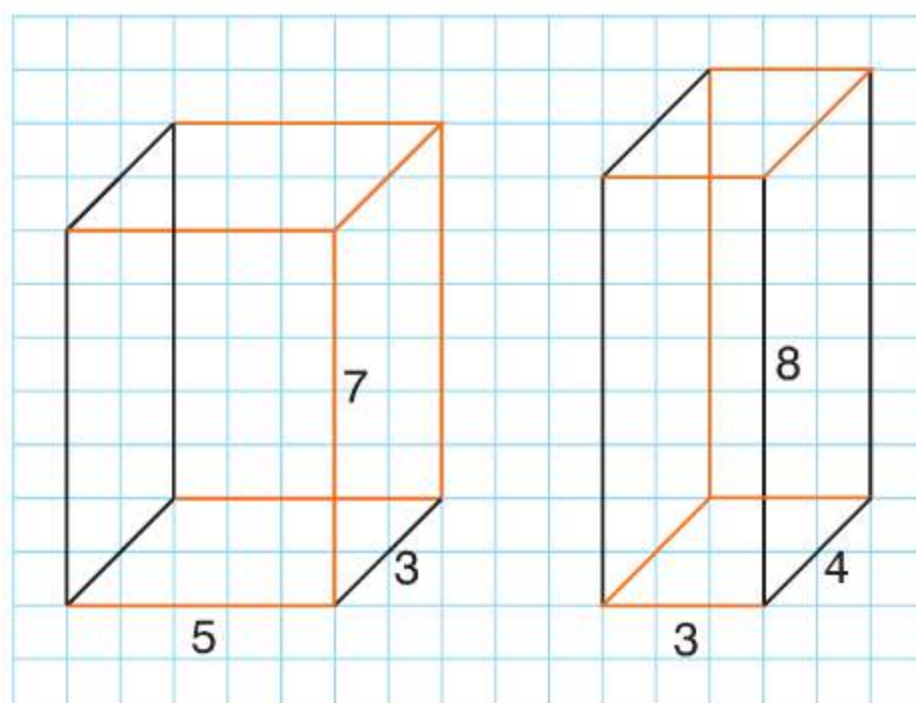
 Jego wymiary w skali C / D to 3 cm $\times$ 4 cm $\times$ 8 cm.

C. 1 : 100	D. 1 : 60
------------	-----------



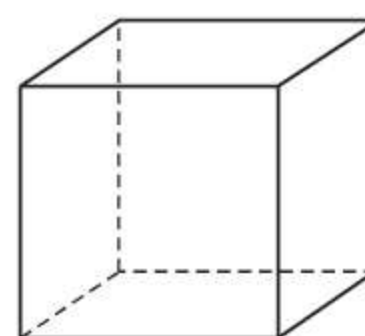
Wyzwanie

Narysuj siatki prostopadłościanów rozciętych wzdłuż krawędzi zaznaczonych kolorem pomarańczowym. Zacieniuj podstawy.



Sprawdź się!

- 1 Suma długości wszystkich krawędzi sześcianu jest równa 60 cm. Krawędź tego sześcianu jest równa
A. 12 cm B. 10 cm C. 5 cm D. 7,5 cm
- 2 Narysuj siatkę prostopadłościanu o krawędziach: 3 cm, 4 cm, 3 cm. Napisz 2 zdania o tym prostopadłościanie.
- 3 Które zdanie **fałszywie** opisuje sześcian?
A. Ma 6 ścian o tych samych wymiarach.
B. Ma 6 wierzchołków.
C. Ma 12 krawędzi jednakowej długości.
D. Jest prostopadłościanem.



- 4 Narysuj siatkę sześcianu o krawędzi 6 dm w skali 1 : 20.
- 5 Suma długości wszystkich krawędzi prostopadłościanu, który w podstawie ma kwadrat, jest równa 96 cm. Suma długości krawędzi bocznych jest równa sumie długości krawędzi podstaw. Uzupełnij zdania. Wybierz poprawne odpowiedzi spośród A i B oraz C i D.

Krawędź podstawy ma długość A / B.

A. 6 cm B. 8 cm

Wysokość prostopadłościanu wynosi C / D.

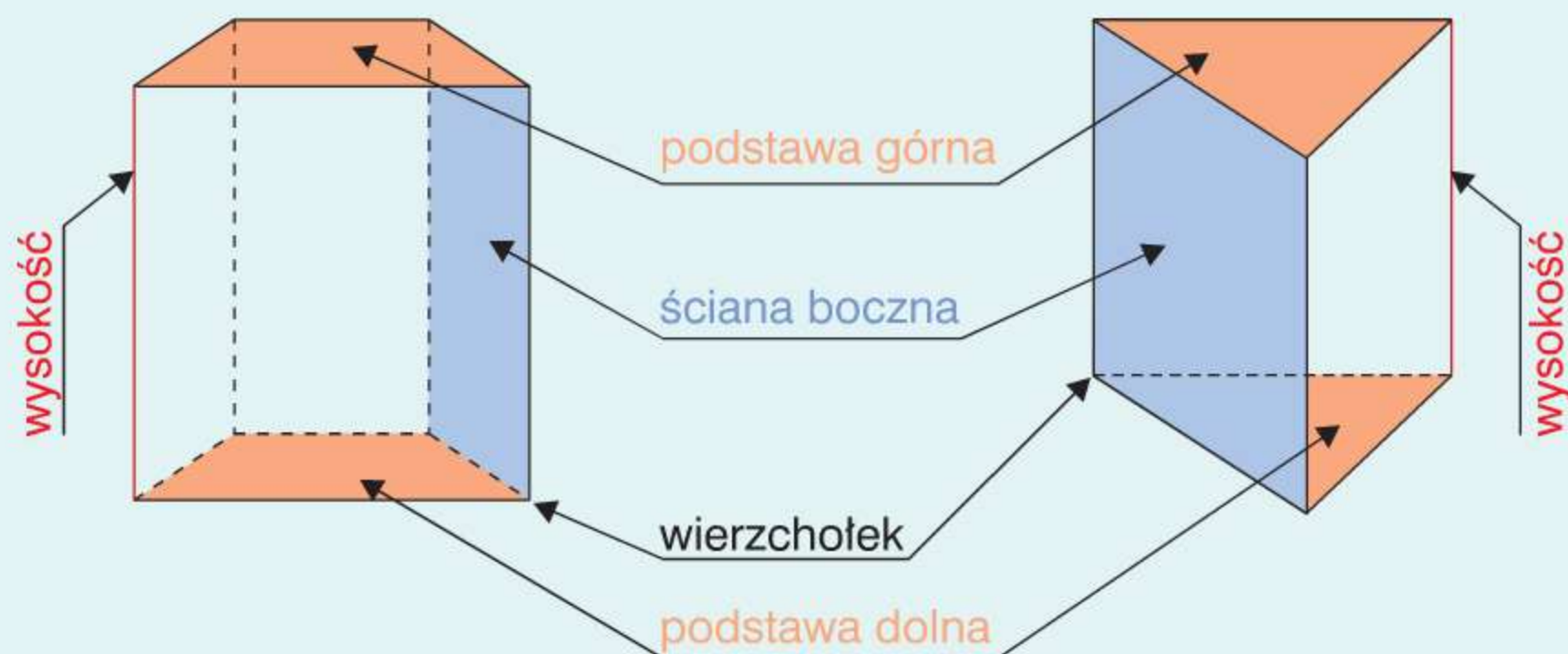
C. 14 cm D. 12 cm

2. Graniastosłup prosty



Sowa uczy

- Przedstawione na rysunkach figury przestrzenne, inaczej zwane bryłami, mają dwie równoległe podstawy. Podstawy te są identyczne. Wszystkie ściany boczne są prostokątami.



Podstawami takich brył mogą być dowolne wielokąty, np. trójkąty, czworokąty, pięciokąty. Ściany boczne są prostopadłe do podstaw. Wszystkie takie bryły nazywamy **graniastosłupami prostymi**. Każda krawędź boczna graniastosłupa prostego jest jego wysokością.

Jeżeli podstawą graniastosłupa prostego jest:

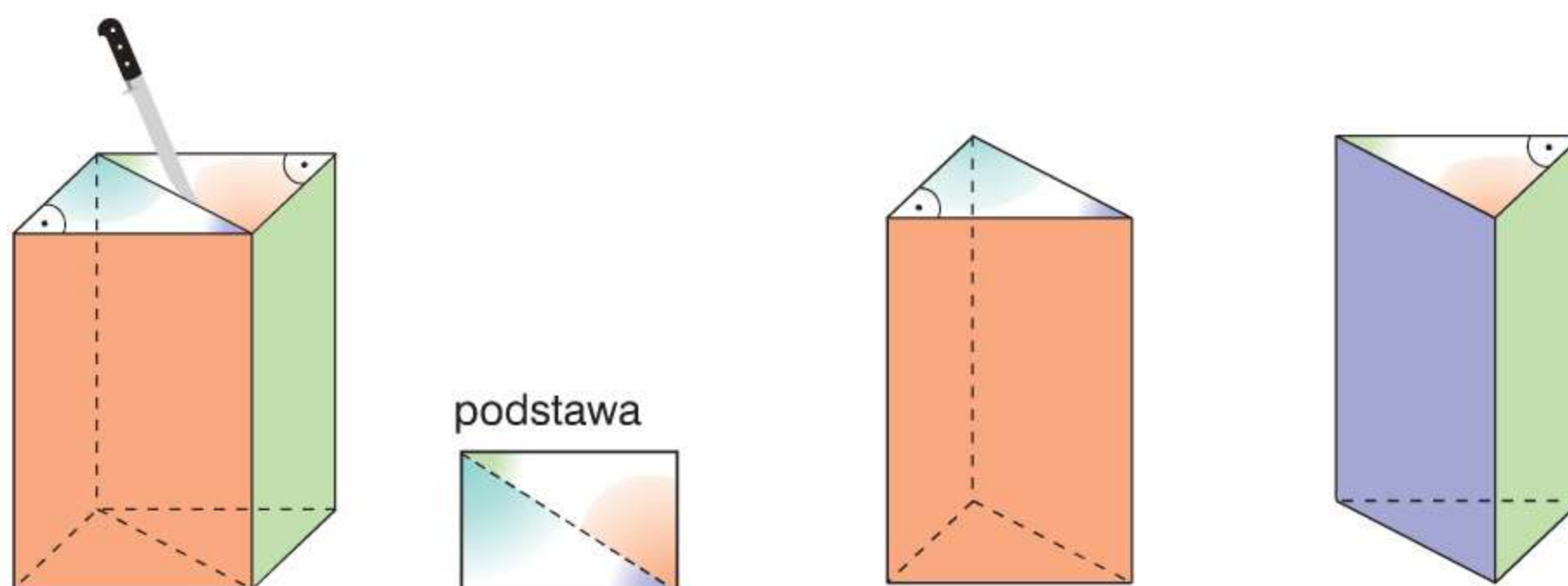
- trójkąt, to nazywamy go **graniastosłupem prostym trójkątnym**,
- czworokąt, to nazywamy go **graniastosłupem prostym czworokątnym**.

- Wokół nas jest wiele przedmiotów, których kształt przypomina graniastosłup prosty. Oto niektóre z nich.



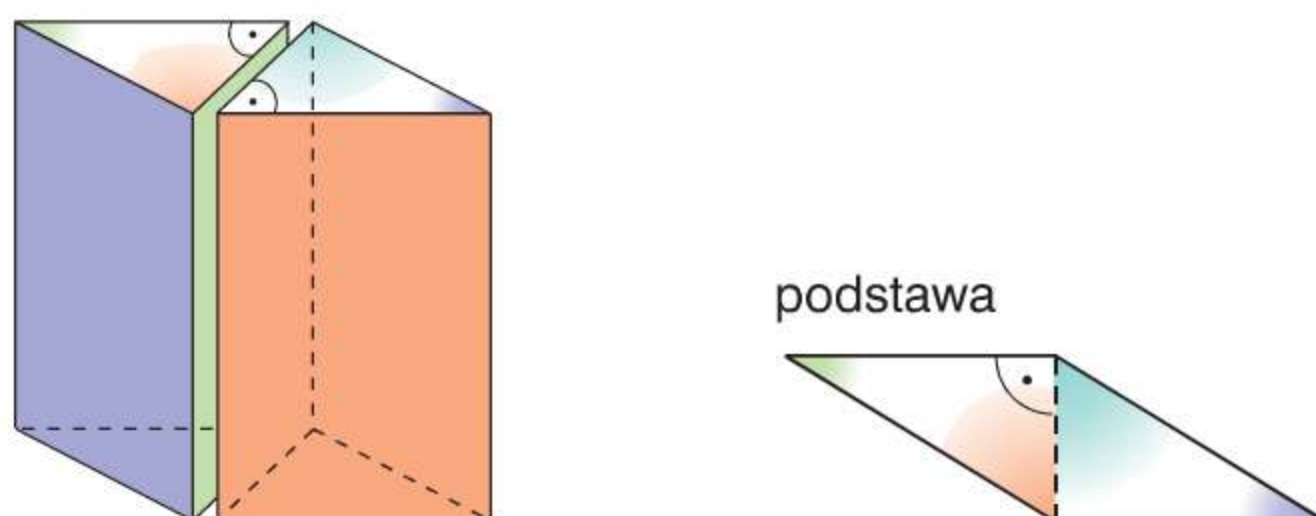
Przykład 1.

Wykonajmy bryłę w kształcie prostopadłościanu z modeliny lub ziemniaka. Przetnijmy ją nożem wzdłuż przekątnej podstawy, jak pokazano na rysunku:

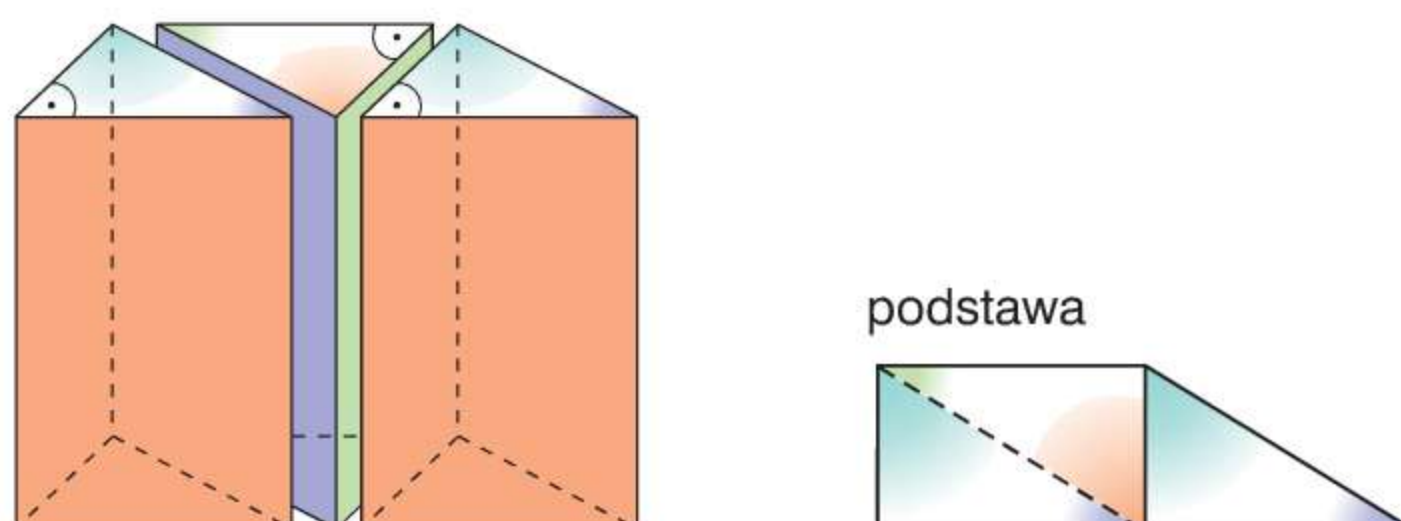


Otrzymaliśmy dwa graniastosłupy proste, których podstawami są trójkąty prostokątne.

Jeżeli przestawimy dwa otrzymane graniastosłupy, tak aby stykały się innymi ścianami, to otrzymamy inny graniastosłup prosty, którego podstawą jest równoległobok.



Gdy połączy się ze sobą odpowiednio trzy takie graniastosłupy, można otrzymać graniastosłup prosty, którego podstawą jest trapez.

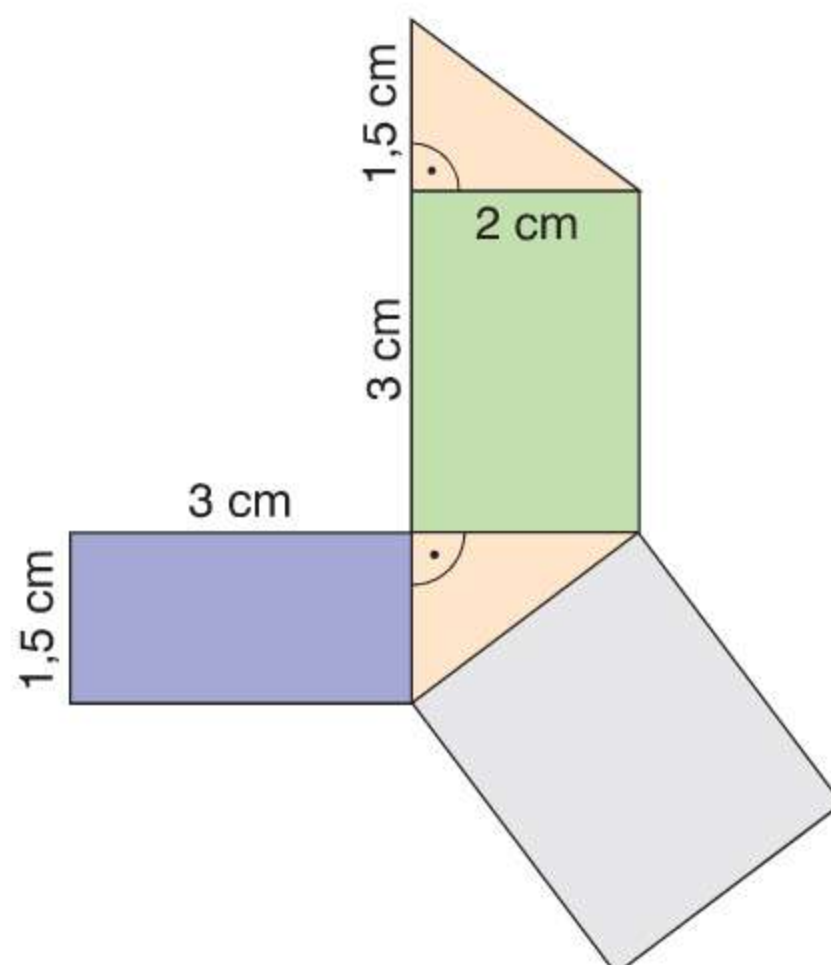
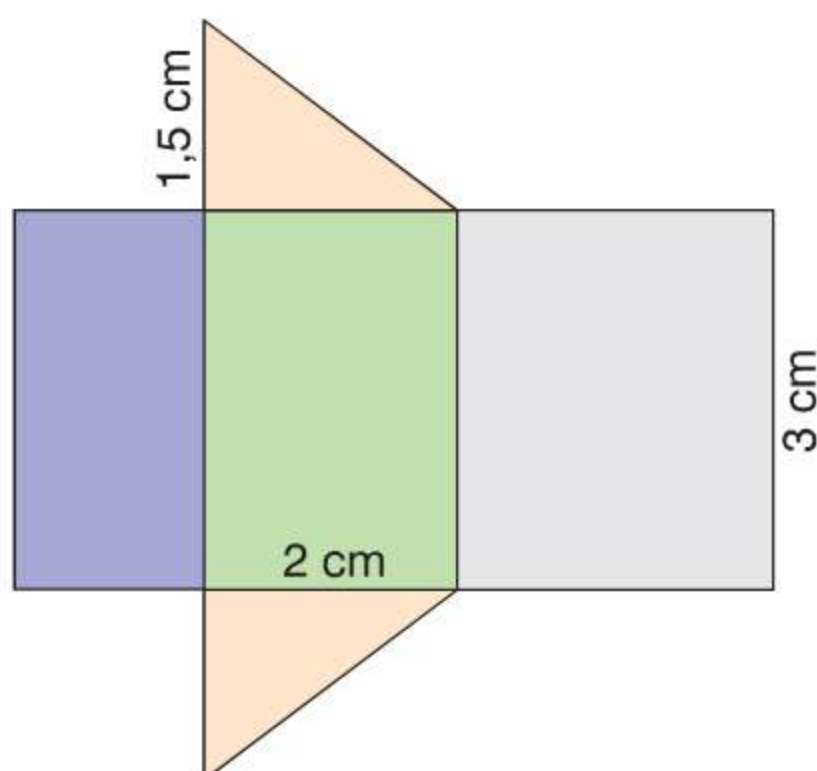


Przykład 2.

Narysujmy siatkę graniastopu prostego, którego podstawą jest trójkąt prostokątny. Krawędzie podstawy są równe: 2 cm, 1,5 cm i 2,5 cm. Wysokość graniastopu jest równa 3 cm.

Siatka składa się z dwóch identycznych trójkątów prostokątnych (dwie podstawy) i trzech prostokątów. Jeden bok każdego prostokąta jest równy 3 cm – jest to wysokość graniastopu.

Można narysować na przykład takie siatki tego graniastopu:



Uwaga. W dalszej części podręcznika, gdy będzie mowa o graniastopach prostych, będziemy pomijać wyraz „prosty”.

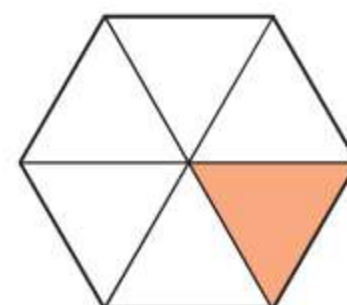
- 1 Wymień 2 przedmioty, które mają kształt graniastopu.
- 2 Narysuj graniastop o wysokości 3 cm i kwadratowej podstawie o boku $1\frac{1}{2}$ cm. Oblicz sumę długości wszystkich krawędzi tego graniastopu. Jak inaczej nazywa się taka bryła?
- 3 Narysuj prostopadłościan o krawędziach: $1\frac{1}{2}$ cm, 3 cm, $3\frac{1}{2}$ cm.
- 4 Graniastop ma w podstawie trójkąt. Krawędzie podstawy są równe: 4 cm, 3 cm, 5 cm. Wysokość graniastopu ma 4,5 cm. Narysuj siatkę tego graniastopu, wytnij ją i sklej. Ile wierzchołków ma graniastop trójkątny? Ile krawędzi ma podstawa, a ile jest wszystkich krawędzi? Wskaż krawędzie równoległe.

- 5 Narysuj siatkę graniastopu o wysokości 5 cm, którego podstawą jest trójkąt równoboczny o boku 3 cm.
- 6 Które zdanie jest **fałszywe**?
- A. Ścianami bocznymi graniastopu są prostokąty.
 - B. Każdy prostopadłościan jest sześcianiem.
 - C. Graniastop, którego podstawą jest trójkąt, ma 3 ściany boczne.
 - D. Graniastop pięciokątny ma 5 krawędzi bocznych.
- 7 Narysuj i wytnij siatkę graniastopu, którego podstawą jest równoległobok o bokach 3 cm i 2 cm. Wysokość graniastopu jest równa 5 cm. Sklej model bryły. Ile wszystkich wierzchołków, a ile krawędzi ma ten graniastop? Wskaż na modelu krawędzie równoległe i ściany równoległe. Oblicz sumę długości wszystkich krawędzi tego graniastopu.
- 8 Narysuj trapez równoramienny, a następnie siatkę graniastopu, którego podstawą jest ten trapez. Wysokość graniastopu ma taką samą długość jak ramię trapezu. Ile ścian bocznych ma ten graniastop? Czy ma ściany równoległe?
- 9 Kształt jakiej bryły ma część domu wyróżniona na rysunku? Ile krawędzi i ile wierzchołków ma taka bryła?



- 10 Narysuj siatkę graniastopu, którego podstawą jest sześciokąt foremny. Wytnij ją i sklej. Na podstawie modelu tego graniastopu napisz o nim 5 zdań.

Wskazówka. Sześciokąt foremny składa się z 6 trójkątów równobocznych.

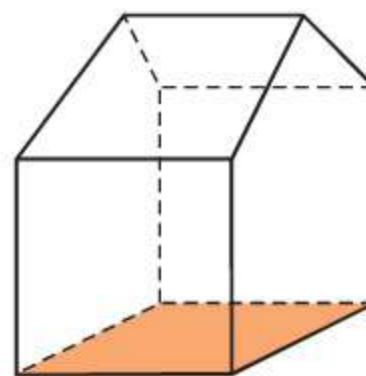




- 11** Dziadek Sebastiana zrobił karmnik dla ptaków. Do jakiej bryły jest podobny kształt tego karmnika? Ile krawędzi bocznych ma ta bryła? Ile krawędzi ma podstawa bryły?



Wskazówka.

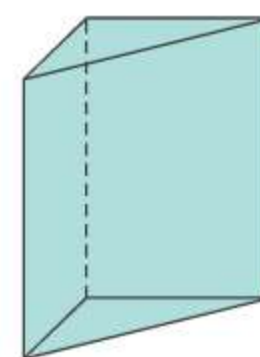


- 12** Podstawą graniastopy jest kwadrat. Suma długości krawędzi bocznych wynosi 24 cm, czyli $\frac{3}{7}$ sumy długości wszystkich krawędzi. Uzupełnij zdania. Wybierz poprawne odpowiedzi spośród A i B oraz C i D.
Suma długości wszystkich krawędzi wynosi A / B. A. 64 cm B. 56 cm
Długość krawędzi podstawy jest równa C / D. C. 3 cm D. 4 cm
- 13** Graniastop ma 24 krawędzie jednakowej długości. Podaj nazwę tego graniastopy i zbuduj jego szkielet z patyczków (np. zapalek, słomek).



Sprawdź się!

- Narysuj siatkę graniastopy, którego podstawą jest trójkąt równoramienny.
- Bryła przedstawiona na rysunku obok to
A. prostopadłościan.
B. graniastop trójkątny.
C. graniastop, którego podstawą jest romb.
D. sześcian.
- Ile krawędzi bocznych ma graniastop, którego podstawą jest trapez?
- Nieprawdą** jest, że graniastop pięciokątny ma
A. 15 wierzchołków. B. 15 krawędzi.
C. 2 podstawy. D. 5 ścian bocznych.
- Graniastop ma 18 krawędzi. Jak nazywamy taki graniastop? Ile ma wierzchołków i ile ścian bocznych?

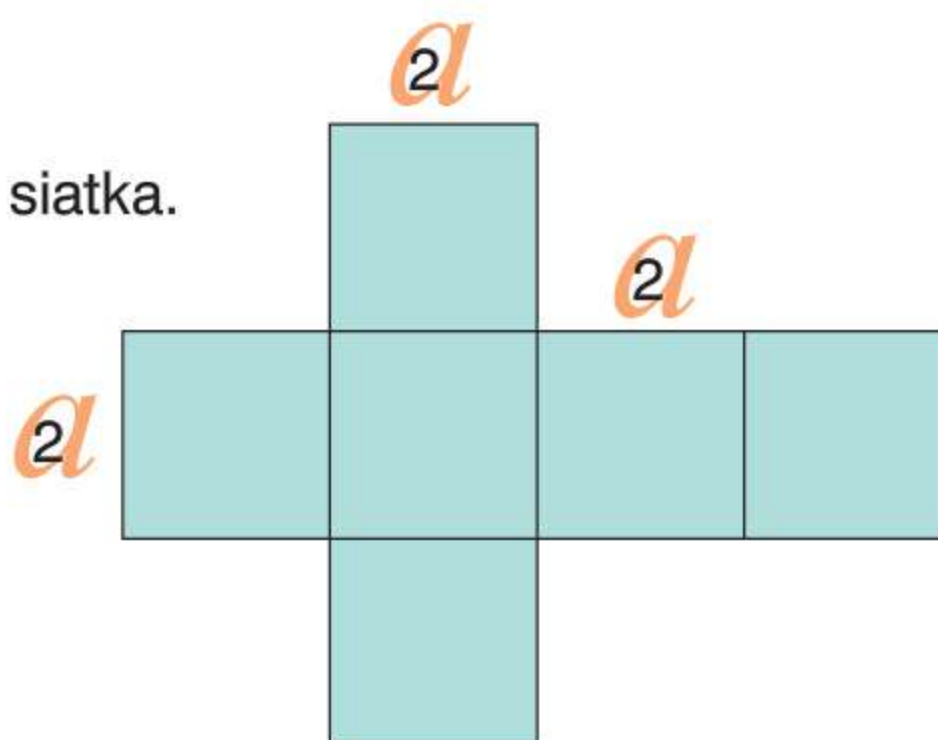
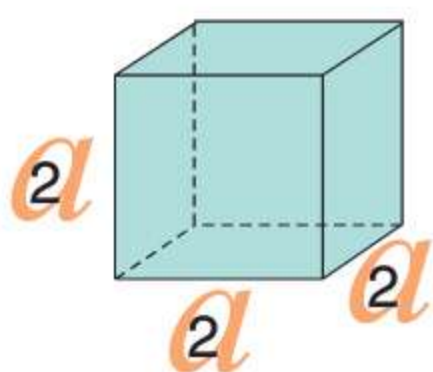


3. Pole powierzchni graniastopu



Sowa przypomina

- To jest rysunek sześcianu i jego siatka.



Oznaczamy:

P_p – pole podstawy,

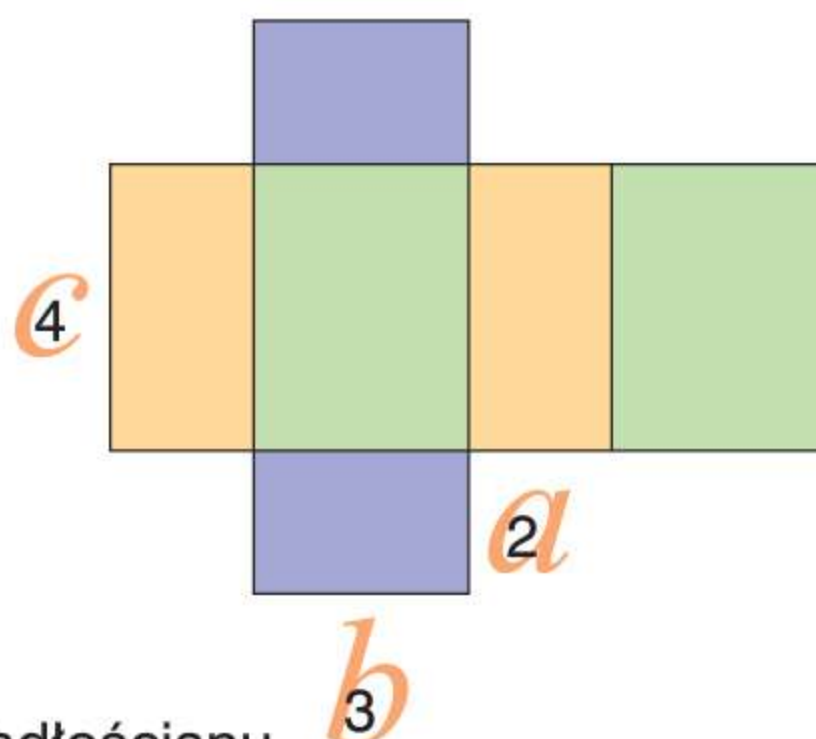
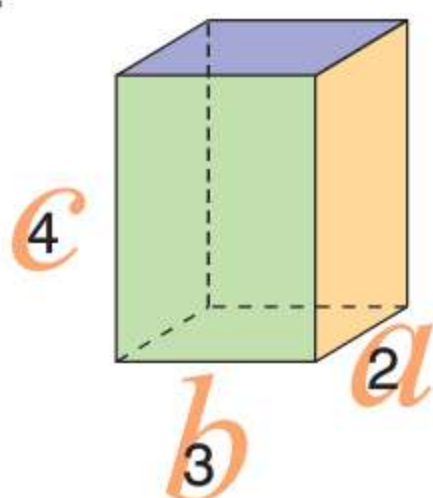
P_b – pole powierzchni bocznej (sumę pól ścian bocznych),

P_c – pole powierzchni całkowitej.

Sześcian ma 6 ścian, które są kwadratami o boku 2 cm, więc:

$$P_c = 6 \cdot 2^2 = 24 \quad \mathbf{P_c = 6a^2}$$

- To jest rysunek prostopadłościanu i jego siatka.



a, b, c to długości krawędzi prostopadłościanu

Prostopadłościan ma 2 pary ścian bocznych równoległych o tych samych wymiarach i 2 identyczne podstawy, więc:

$$\mathbf{P_c = 2 \cdot P_p + P_b}$$

$$P_p = 3 \cdot 2 = 6$$

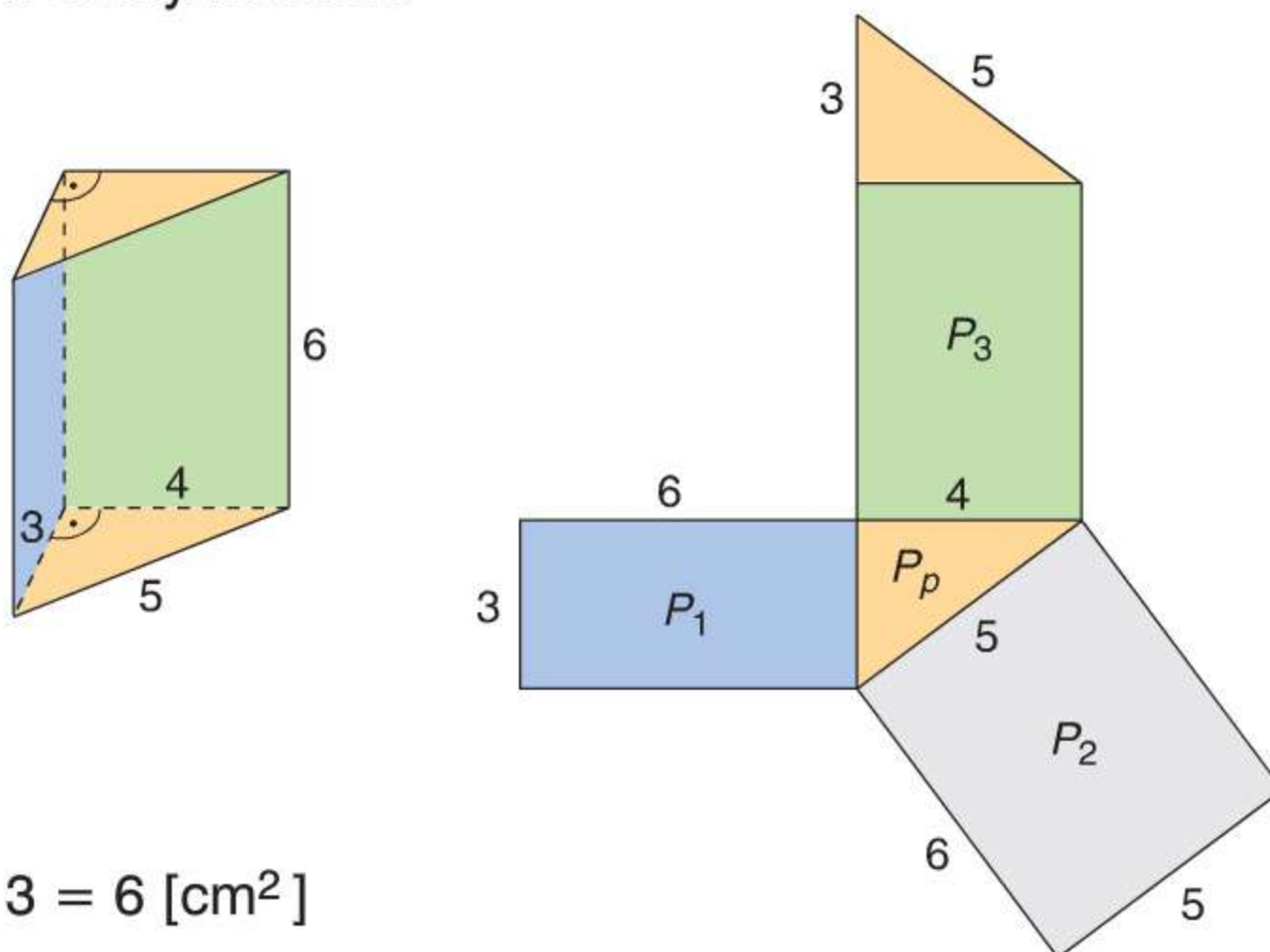
$$P_b = 2 \cdot (3 \cdot 4) + 2 \cdot (2 \cdot 4) = 40$$

$$P_c = 2 \cdot P_p + P_b = 2 \cdot 6 + 40 = 52$$

$$\mathbf{P_c = 2ab + 2bc + 2ac}$$

Przykład 1.

Obliczmy pole powierzchni całkowitej graniastopy, którego podstawą jest trójkąt prostokątny. Wymiary na rysunku pomocniczym są podane w centymetrach.



Obliczmy:

$$P_p = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = 6 \text{ [cm}^2\text{]}$$

$$P_b = P_1 + P_2 + P_3$$

$$P_1 = 6 \cdot 3 = 18 \text{ [cm}^2\text{]} \quad P_2 = 6 \cdot 5 = 30 \text{ [cm}^2\text{]} \quad P_3 = 6 \cdot 4 = 24 \text{ [cm}^2\text{]}$$

$$P_b = 18 + 30 + 24 = 72 \text{ [cm}^2\text{]}$$

$$P_c = 2 \cdot P_p + P_b$$

$$P_c = 2 \cdot 6 + 72 = 84 \text{ [cm}^2\text{]}$$

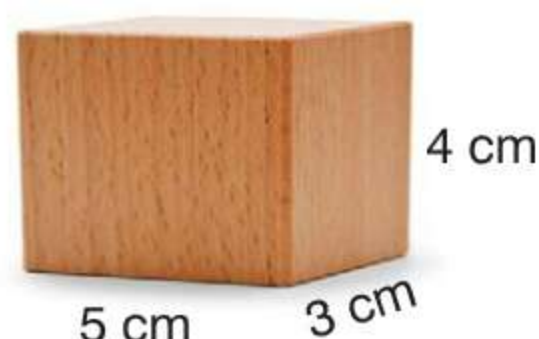
Odpowiedź. Pole powierzchni całkowitej tego graniastopy jest równe 84 cm².

Pole powierzchni całkowitej graniastopy jest sumą pól podstaw i wszystkich jego ścian bocznych.



Uwaga. W zadaniach, zamiast pisać „pole powierzchni całkowitej”, często będziemy stosować tożsamy zapis „pole powierzchni”.

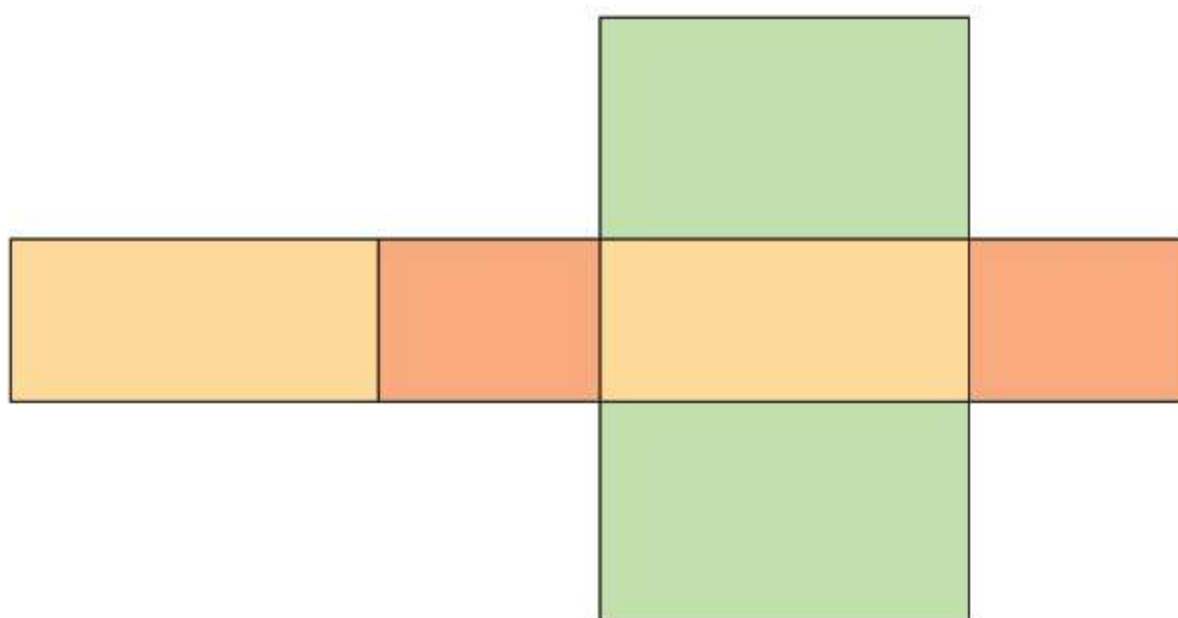
- 1 Pole powierzchni sześcianu o krawędzi 11 cm jest równe
A. 121 cm² B. 726 cm² C. 7,26 cm² D. 1331 cm²
- 2 Kłosek ma kształt prostopadłościanu. Oblicz, ile kolorowego papieru trzeba zużyć na oklejenie tego klocka. Narysuj siatkę takiego prostopadłościanu w skali 1 : 2.



- 3 Podstawą graniastopuła jest kwadrat o boku 10 cm. Wysokość graniastopuła ma 20 cm. Wykonaj rysunek pomocniczy tej bryły. Narysuj jej siatkę w skali 1 : 4. Oblicz pole powierzchni graniastopuła i narysowanej siatki.

Skorzystaj z poniższych informacji i rozwiąż zadania 4.–8.

Karol kupił prezent i postanowił jako opakowanie zrobić pudełko w kształcie prostopadłościanu. Po wykonaniu pomiarów stwierdził, że pudełko powinno mieć wymiary: 25 cm, 15 cm, 11 cm. Na rysunku pokazano siatkę tego pudełka w pewnej skali.



- 4 Oblicz pole powierzchni pudełka wykonanego przez Karola.

- 5 Siatka jest narysowana w skali

A. 10 : 1 B. 1 : 5
C. 1 : 10 D. 1 : 100

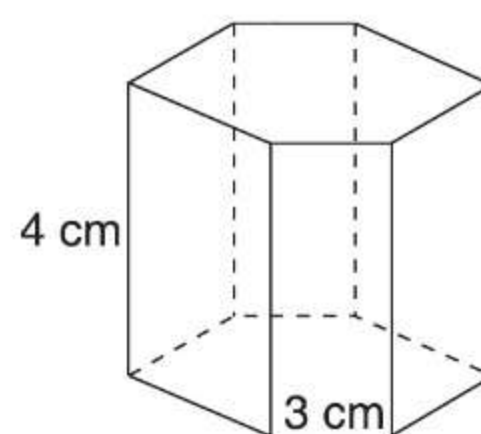
- 6 Narysowana siatka ma pole

A. 163 cm^2 B. $16,3 \text{ cm}^2$
C. $25,3 \text{ cm}^2$ D. $15,3 \text{ cm}^2$

- 7 Ile razy większe jest pole powierzchni pudełka Karola od pola narysowanej powyżej siatki?

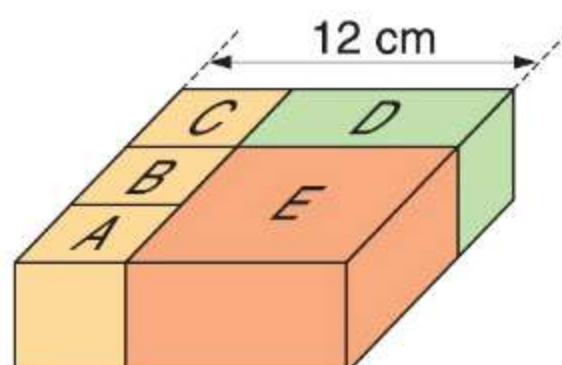
- 8 Jakie najmniejsze wymiary powinien mieć arkusz papieru, aby zmieściła się na nim siatka pudełka Karola?

- 9 Na rysunku pomocniczym jest przedstawiony graniastopuła sześciokątny. Każda krawędź podstawy ma długość 3 cm. Krawędź boczna jest równa 4 cm. Oblicz pole powierzchni bocznej tego graniastopuła.





- 10** Czy arkusz papieru o wymiarach $20\text{ cm} \times 20\text{ cm}$ wystarczy do oklejenia graniastopy, którego podstawą jest trójkąt prostokątny o bokach: 6 cm , 8 cm , 10 cm , a wysokość graniastopy jest 2 razy krótsza od najdłuższego boku podstawy? Narysuj siatkę tego graniastopy w skali $1 : 2$.
- 11** Jaś zbudował bryłę z 3 jednakowych sześciątów i 2 prostopadłościów. Podstawa bryły jest kwadratem o boku 12 cm .



Oblicz wymiary każdej bryły i odpowiedz na pytania zamieszczone w tabelce. Przy każdym z nich wskaż litery przypisane poprawnej odpowiedzi.

W której bryle suma długości wszystkich krawędzi jest równa 48 cm ?	A	B	C	D	E
Pole powierzchni bocznej której bryły jest równe 96 cm^2 ?	A	B	C	D	E
Pole powierzchni której bryły jest równe 160 cm^2 ?	A	B	C	D	E
Który prostopadłowiec ma tylko dwie ściany w kształcie kwadratu?	A	B	C	D	E

- 12** Pole powierzchni bocznej graniastopy, którego podstawą jest kwadrat, wynosi 204 dm^2 . Wysokość bryły jest równa 6 dm . Wykonaj rysunek pomocniczy. Podaj inną nazwę tej bryły. Oblicz długość krawędzi podstawy i pole powierzchni całkowitej tej bryły.
- 13** Podstawą graniastopy jest trójkąt równoramienny o obwodzie $20,8\text{ cm}$. Ramiona trójkąta mają długości po $6,2\text{ cm}$. Wysokość graniastopy jest równa podstawie trójkąta. Oblicz pole powierzchni bocznej tego graniastopy.
- 14** Ile rolek tapety trzeba kupić, aby wytapetować ściany pokoju o wymiarach: 3 m szerokości, $2\text{ m } 50\text{ cm}$ długości i $2\text{ m } 50\text{ cm}$ wysokości (nie odliczamy miejsca na okna i drzwi)? Ile trzeba zapłacić za tę tapetę? Wykonaj rysunek pomocniczy.



- 15 Graniastosłup, którego podstawą jest kwadrat, ma wysokość równą 10 cm. Długość krawędzi podstawy wynosi 0,75 wysokości. Oblicz pole powierzchni całkowitej tej bryły.

Wyzwanie

Jakie najmniejsze wymiary powinien mieć karton w kształcie prostokąta, żeby można było z niego wyciąć siatkę sześcianu o krawędzi 5 cm?

Sprawdź się!

- 1 Narysuj siatkę graniastosłupa czworokątnego tak, by każda krawędź podstawy była równa 3 cm, a krawędź boczna 3,5 cm. Oblicz pole powierzchni bocznej tego graniastosłupa.
- 2 Podstawą graniastosłupa jest trójkąt równoboczny o boku 8 cm. Wysokość bryły wynosi 12,5 cm. Wykonaj rysunek pomocniczy tego graniastosłupa i oblicz jego pole powierzchni bocznej.
- 3 Krawędzie wychodzące z jednego wierzchołka prostopadłościanu mają długości: 4 cm, 2,5 cm i 3 cm. Pole powierzchni tego prostopadłościanu jest równe
A. 29,5 cm² B. 59 cm² C. 59 cm D. 30 cm²
- 4 Podłoga w łazience jest prostokątem o wymiarach $2\frac{1}{2}$ m $\times$ 2,6 m. Wysokość łazienki jest równa 2,6 m.
a) Wykonaj rysunek pomocniczy.
b) Ile kafelków o wymiarach 10 cm $\times$ 20 cm potrzeba na wyłożenie ścian łazienki, jeżeli mają być ułożone do wysokości 2 m? (Nie odliczamy otworu na drzwi).
- 5 Krawędzie podstawy prostopadłościanu mają 5 dm i 9 dm. Jego wysokość jest równa $\frac{2}{3}$ długości dłuższej krawędzi podstawy. Oblicz pole powierzchni tej bryły.





Zadania utrwalające

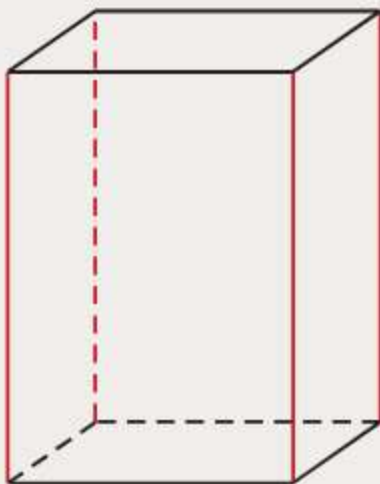
- 1 Z drutu zbudowano szkielet sześcianu o krawędzi 15,5 cm. Ile drutu zużyto?
- 2 Ile krawędzi bocznych ma graniastosłup ośmiokątny?
- 3 Graniastosłup ma 9 krawędzi. Jaki wielokąt jest jego podstawą?
- 4 Prostopadłościan ma wymiary $2,3 \text{ cm} \times 5,8 \text{ cm} \times 7 \text{ cm}$. Ile drutu potrzeba na wykonanie jego szkieletu? Wykonaj rysunek pomocniczy.
- 5 Oblicz pole powierzchni sześcianu o krawędzi:
a) 4 dm, b) 15 m, c) 5,7 cm.
- 6 Podstawą graniastosłupa jest trójkąt równoboczny. Krawędź podstawy jest równa 8,4 cm, a wysokość graniastosłupa wynosi 12,3 cm. Wykonaj rysunek pomocniczy tego graniastosłupa. Oblicz jego pole powierzchni bocznej.
- 7 Prostopadłościan ma wymiary $5 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} \times 3,5 \text{ cm}$. Narysuj jego siatkę. Wykonaj rysunek pomocniczy i oblicz pole powierzchni tego prostopadłościanu.
- 8 Jedna krawędź podstawy prostopadłościanu ma 20 cm, druga jest 2 razy krótsza, a wysokość wynosi tyle, ile 0,75 dłuższej krawędzi. Oblicz pole powierzchni tego prostopadłościanu.
- 9 Narysuj siatkę sześcianu o krawędzi 4 cm i jego siatkę w skali 1 : 2. Ile razy pole powierzchni sześcianu w skali 1 : 2 jest mniejsze od pola powierzchni sześcianu o krawędzi 4 cm?
- 10 Elementami ogrodzenia działki pana Jana są cztery słupki w kształcie prostopadłościanów, których podstawami są kwadraty o boku 0,5 m. Ich wysokości są równe 1,8 m. Ściany boczne i górną podstawę każdego słupka wyłożono ozdobnymi płytkami, których 1 m^2 kosztował 28 zł. Ile co najmniej zapłacił pan Jan za płytki?
- 11 Podstawą graniastosłupa jest sześciokąt, którego wszystkie boki są równej długości. Suma długości krawędzi podstaw wynosi 60 cm i jest to $\frac{5}{11}$ sumy długości wszystkich krawędzi tej bryły. Jaką długość ma krawędź podstawy, a jaką wysokość?

Zadania sprawdzające

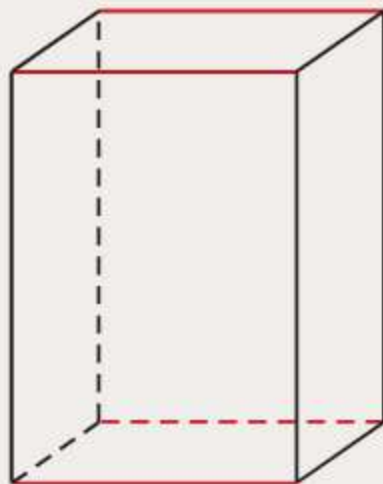
Obliczenia i odpowiedzi zapisz w zeszycie.

- 1 W którym prostopadłościanie wyróżnione na czerwono krawędzie **nie** są równoległe?

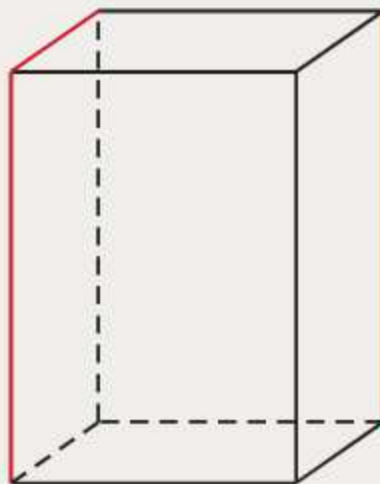
A.



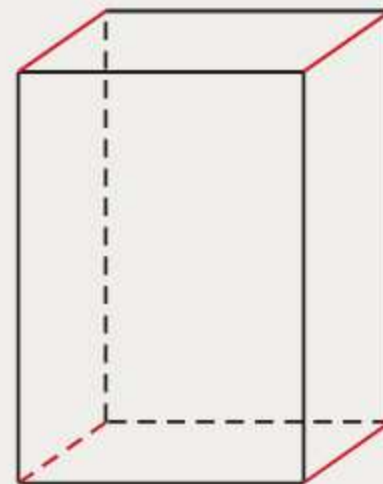
B.



C.

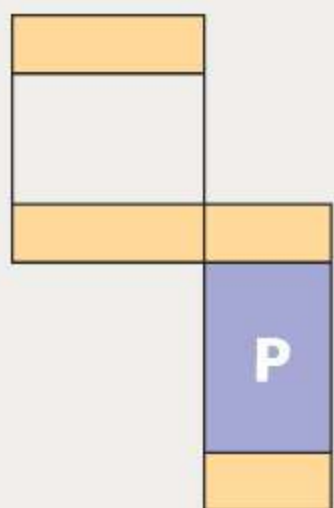


D.

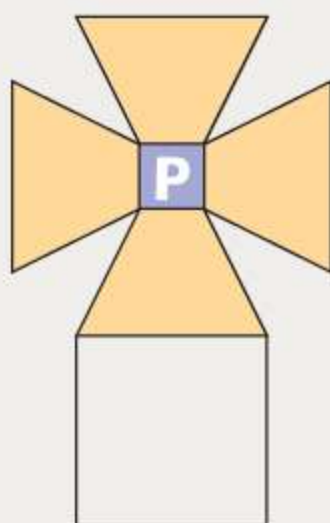


- 2 W której bryle po jej sklejeniu wyróżnione ściany są prostopadłe do podstawy **P**?

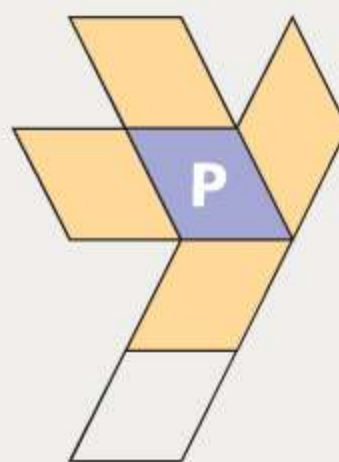
A.



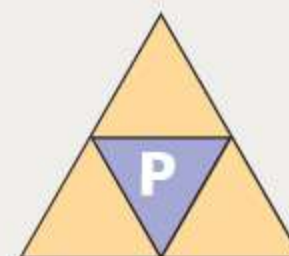
B.



C.

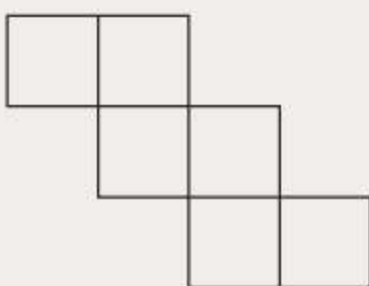


D.



- 3 Siatką prostopadłościanu **nie** jest

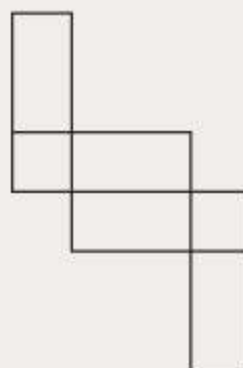
A.



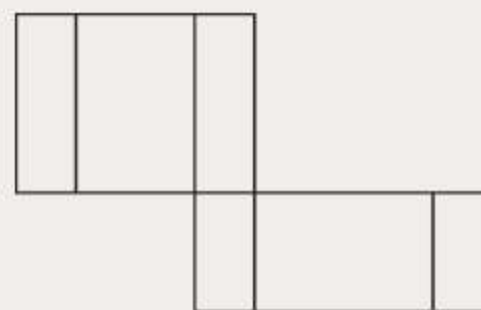
B.



C.



D.



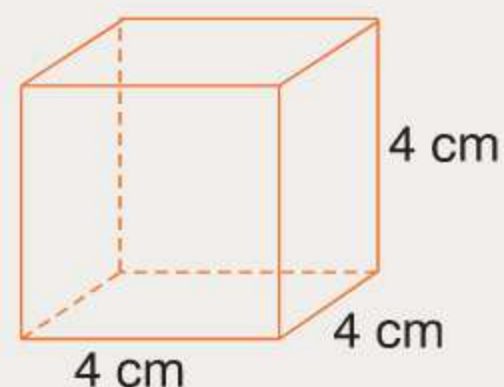
- 4 Suma długości wszystkich krawędzi narysowanego obok sześcianu jest równa

A. 12 cm

B. 16 cm

C. 48 cm

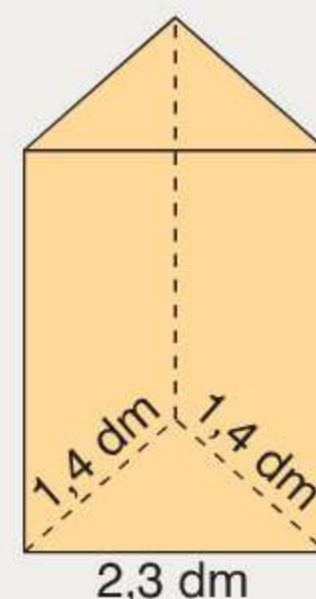
D. 4 dm





- 5 Suma długości wszystkich krawędzi narysowanego obok graniastopy wynosi 24,6 dm. Podstawą bryły jest trójkąt o wymiarach podanych na rysunku. Długość krawędzi bocznej tego graniastopy jest równa

A. 3,8 dm B. 4,8 cm
C. 4,8 dm D. 14,4 dm



- 6 Uzupełnij zdania. Wybierz poprawne odpowiedzi spośród A i B oraz C i D. Graniastop, którego liczba wszystkich krawędzi jest równa 15, to graniastop A / B.

A. trójkątny B. pięciokątny

Graniastop sześciokątny ma C / D krawędzi.

C. 12 D. 18

- 7 Graniastop ma 8 identycznych prostokątnych ścian bocznych. Podstawą tego graniastopy jest

A. trójkąt. B. kwadrat. C. ośmiokąt. D. deltoid.

- 8 Pole powierzchni sześcianu o krawędzi 2,5 m jest równe

A. 375 dm² B. 3750 dm² C. 32,5 m² D. 15 m²

- 9 Suma długości wszystkich krawędzi prostopadłościenu wynosi 60 dm. Krawędzie podstawy są równe odpowiednio 30 cm i 4 dm. Krawędź boczna ma długość

A. 6 cm B. 8 dm C. 10 dm D. 12 cm

- 10 Pole powierzchni graniastopy, którego podstawą jest kwadrat, wynosi 130,5 dm². Krawędź podstawy ma 4,5 dm. Wysokość graniastopy jest równa

A. 7,125 dm B. 5,75 dm C. 5 dm D. 7,125 cm

- 11 Trójkąt prostokątny o bokach: 6 cm, 8 cm, 10 cm jest podstawą graniastopy o wysokości 6,7 cm. Ile wynosi pole podstawy tego graniastopy?

A. 24 cm² B. 48 cm² C. 60 cm² D. Nie da się obliczyć.

Odpowiedzi do zadań

Wakacje, wakacje i... po wakacjach / 8

2. a) 24 dm, 36 dm² b) 34 m, 70 m² c) 18 cm, 18 cm² 3. 10 000 m², 400 m
4. a) 1 h 15 min b) 1 h 25 min c) 3 h 35 min 5. a) $\frac{1}{4}$ b) 30
6. a) 9.40 b) 10.35, 10.55 c) 5 h 25 min
7. a) 72 b) 42 c) 2 d) 4 8. 69 9. BD 10. 15
11. odłożyć 50 g 12. a) 445 m b) ostry 14. BC 15. 59
16. a) 8 h 15 min 17. o 6 18. 454 zł 19. 18 kg

Sprawdź się! / 11

1. rodzyunki 2. 2 h 6 min 3. 17 4. 7 km 5. BC

I. Liczby naturalne

1. System zapisywania liczb / 14

1. Wrocław, sześćset czterdzieści tysięcy; Łódź, siedemset tysięcy; Kraków, siedemset siedemdziesiąt tysięcy
2. a) Wilno 500 000, Bratysława 400 000, Praga 1 300 000, Berlin 3 800 000, Warszawa 1 800 000 b) trzy miliony osiemset tysięcy, czterysta tysięcy
c) Litwy, Słowacji i Czech
3. a) 20, 14 b) 55, 90 c) 48, 39 d) 953, 696
4. a) XII, XV, XIX, XX, XXIV, XXVI, XXIX, XXX
b) XXXVIII, XXXIX, XL, XLIX, L, XC, CXX, CXLV
5. a) 129, 131, 137, 141, 143 b) 1997, 2003, 2007, 2011, 2013, 2017, 2023
6. a) 
b) 
7. a) XI, LI b) XII, LX 8. a) VII – III = IV b) XXXIII – VIII = XXV
10. CDLV 11. 6952 12. a) 25 082 b) 40 960 c) 5 000 506
13. D 14. B 15. B 16. 500 000 000, 500 000
17. a) np. 16, 25, 34, 43 b) np. 108, 270, 333, 621 18. mniej 19. B
20. 50 21. 20 22. 59

Sprawdź się! / 17

1. 55 284 2. C 3. 10 000, 9999, 9998, 9997, 9996;
dziewięć tysięcy dziewięćset dziewięćdziesiąt sześć 4. B, CD, AD, D
5. fałszywe: a), d); prawdziwe: b), c)

2. Pamięciowe dodawanie i mnożenie / 19

1. A 2. B 3. C 4. C
5. a) 43, 77 b) 76, 98 c) 0, 540 d) 18 000, 36 000
6. a) 62, 620, 6200 b) 42, 420, 420 c) 4200, 4200, 4200 d) 300, 3000, 3000
7. a) 9000, 11 200 b) 60 000, 40 000 c) 6000, 10 000 d) 120 000, 140 000

8. a) 300 b) 120 c) 4000 9. a) 136 b) 115 c) 228 d) 512
 10. a) styczeń: 5000, luty: 2000, marzec: 3000, kwiecień: 6000, maj: 8000, czerwiec: 4000 b) 28 000 c) w maju d) marzec i kwiecień, czerwiec i maj, luty i czerwiec; 3 pary
 11. BC 12. a) 13 000, 1000 b) 30 000, 73 000 c) 63 000, 24 000
 13. a) 81, 36, 100, 121, 900, 10 000 b) 0, 1, 1000, 27, 8000, 1 000 000
 14. pani Ala, o 6 zł 15. 2460 zł
 16. a) 16, 32, 64, 128 b) 15, 21, 28, 36 c) 31, 63, 127, 255
 17. 96 18. 107 19. Jola: 14.13, Antek: 14.26, Hania: 14.31

Sprawdź się! / 22

1. a) 170 b) 380 c) 1 200 000 2. a) 1200 b) 600 c) 7000
 3. a) 180 b) 84 c) 440 d) 190 4. a) 3^2 b) są równe c) 3^3
 5. 162

3. Pamięciowe odejmowanie i dzielenie / 24

1. a) 53, 93 b) 55, 55 c) 45, 45 d) 22, 64
 2. a) 0, 1 b) 15, 6 c) 14, 13 d) 17, 12
 3. a) 40, 90 b) 38, 10 206 c) 40, 120 d) 4, 4 4. 8, 8, 8, 8, 8
 5. a) 39 b) 28 c) 4 d) 84 6. a) 4 b) o 132
 7. B 8. 36 9. 135 zł 10. C
 11. Sebastian z rodzicami: 14.05, wuj Stefan: 13.20, ciocia Zosia: 11.40
 12. o 62 zł 13. spódnica: 80 zł, żakiet: 240 zł
 14. a) 7 b) czwartego c) 28 15. 77
 16. a) czerwiec: 20 000, lipiec: 30 000, sierpień: 25 000, wrzesień: 15 000 b) o 10 000 c) 2 d) najwięcej: na lipiec, najmniej: na wrzesień
 17. AD

Sprawdź się! / 27

1. a) 51 b) 34 c) 12 d) 120 2. B 3. batonów
 4. 18:04 5. miseczka: 26 zł, dzbanek: 18 zł

4. Kolejność wykonywania działań / 29

1. a) 77, 2700 b) 40, 7 c) 5, 25 2. a) 282, 53 b) 1200, 10 c) 22, 230
 3. a) 40, 14 b) 40, 2 c) 1000, 1 4. a) 1010, 100 b) 60, 17 c) 48, 9
 5. C 6. B 7. a) 59, 20, 41 b) 5, 9, 298 c) 46, 0, 2
 8. a) 5 b) 11 c) 268 d) 57 9. C 10. 56 min 11. 20

Sprawdź się! / 31

1. B 2. a) 139 b) 8 3. $3 \cdot 7 + 4 \cdot 6 + 2 \cdot 8 + 1 = 62$ [zł]
 4. 48 zł 5. a) $5 \cdot (27 + 15) = 210$ b) $72 : 8 - 7 = 2$

5. Droga, prędkość i czas / 33

1. 135 km 2. 240 km 3. 275 km 4. 2040 m; o 40 m
 5. Ania: 4 km/h, Kinga: 5 km/h 6. 23 minuty; o 280 m/min 7. D
 8. 214 km 9. a) 8 godzin, 400 km b) 4800 km
 10. prawdziwe: a), fałszywe: b), c)

Sprawdź się! / 34

1. 330 km 2. C 3. 35 km/h 4. pani Agata, o 6 km/h 5. 19 km/h

6. Pisemne dodawanie i odejmowanie / 36

1. a) 1909, 2213, 5100 b) 2519, 1001, 1210 c) 25 090, 2169, 474

2. B 3. D 4. 16 498 5. 6579 6. 424 500 zł 7. 1 946 000 kg
 8. 2650 9. 3314 kg 10. a) 4547 b) 21 420 c) 6545 11. 908
 12. 109 307 13. o 17 201 14. a) 790 zł b) o 1880 zł
 15. a) 14 754 b) 9055 c) 7979

Sprawdź się! / 38

1. a) 38 123 b) 2038 2. 651 zł 3. o 6350 m
 4. a) 1066 b) 3695 5. a) 27 611 b) 12 658 c) 20 000

7. Pisemne mnożenie i dzielenie / 40

1. AD
 2. a) 9200, 7852, 66 000, 50 215 b) 514, 188, 31, 23 r 23
 c) 162 552, 52 780, 225 r 3, 205 r 100 3. 2 h 4. 2240 zł
 5. 19 600 zł 6. 284 7. 4 8. BC 9. 1248 km
 10. a) 370 b) 217 600 c) 630 11. 146
 12. a) na weselu b) 8710 zł c) 27 dorosłych, 19 dzieci
 13. 36 14. a) 444 zł b) 8 15. 1272 zł
 16. a) 1662, 250, 288 b) 15 792, 3628, 9221

Sprawdź się! / 43

1. D 2. 1576 zł 3. a) 319 b) 12 032 c) 83 4. 320 zł
 5. a) 7902, 398 b) 126, 2849

8. Podzielność liczb / 46

1. B
 2. 4: 52, 56, 60, 64, 68, 72; 7: 56, 63, 70, 77, 84, 91; 9: 54, 63, 72, 81, 90, 99;
 12: 60, 72, 84, 96, 108, 120; 15: 60, 75, 90, 105, 120, 135;
 20: 60, 80, 100, 120, 140, 160; 25: 75, 100, 125, 150, 175, 200
 3. 6 lub 8 4. a) mają po 6 dzielników b) 24, o 4 c) 30, o 2
 5. a) np. 13, 14, 15 b) np. 15, 16, 17
 7. a) 52, 78, 128, 270, 1452, 2800, 333 000
 b) 78, 225, 270, 1452, 1545, 2871, 333 000 c) 52, 128, 1452, 2800, 333 000
 d) 225, 270, 1545, 2800, 333 000 e) 225, 270, 2871, 333 000
 f) 270, 2800, 333 000
 8. AD 9. $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$, $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$
 10. $21 = 3 \cdot 7$, $25 = 5 \cdot 5$, $45 = 3 \cdot 3 \cdot 5$, $81 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$, $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$
 11. 12, 18; dzielniki 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12; dzielniki 18: 1, 2, 3, 6, 9, 18
 12. A 13. a) np. 12 b) np. 81 c) np. w pierwszej: 4, w drugiej: 2

Sprawdź się! / 48

1. D 2. B 3. 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59; nie
 4. $64 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$, $84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$; dzielniki 64: 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64
 5. w 24; środa

9. Zaokrąglanie liczb / 51

1. 50 zł 2. a) < b) > c) < 3. a) 7, 3 b) 7, 7 c) 1, 4
 5. B 6. 35 km, 20 km, 14 km, 32 km, 44 km 7. 250, 260, 270
 8. a) 4, 4 b) 7, 9 c) 5, 9 d) 8, 5
 9. a) 1310, 7540, 68 600, 563 450 b) 1300, 7500, 68 600, 563 500
 c) 1000, 8000, 69 000, 563 000
 10. a) np. 1005 w zaokrągleniu do setek to 1000
 b) np. 228 w zaokrągleniu do dziesiątek to 230

Sprawdź się! / 52

1. 50, 60, 60 2. a) 11 650 b) 11 700 c) 12 000 3. C
4. C 5. a) 4 kg, 0 kg, 1 kg b) 11 kg, 6 kg, 53 kg

Zadania utrwalające / 53

1. a) 3900 b) 65 c) 8 d) 2705 2. CIV, XCV; MXL, CML
3. a) 91, 90 b) 23, 20 c) 146, 150
4. a) 16 074, 31 898 b) 27 329, 8427 c) 482 541, 3083 5. 95 minut
6. a) 56, 66, 92, 180, 360, 1530, 4500 b) 66, 180, 360, 1530, 4500
 c) 56, 92, 180, 360, 4500 d) 180, 275, 360, 1530, 4500
 e) 180, 360, 1530, 4500 f) 180, 360, 1530, 4500
7. $96 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$, $81 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$
8. $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$; dzielniki 72: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72
9. a) 1150 b) 5
10. a) 72, 78, 84, 90, 96, 102, 108, 114 b) 75, 90, 105 c) 80, 100
11. 22 m 12. 130 km 13. a) 42 kg b) 77 kg c) 14 kg < 42 kg
14. 28 zł 15. 12 i 4 16. 2 sfinksy, 4 persy, 6 norweskich leśnych
17. 2918; o 2 18. 165 i 55

Zadania sprawdzające / 55

1. D 2. AD 3. C 4. D 5. B 6. B 7. A 8. D 9. B

II. Figury geometryczne

1. Punkt, prosta, półprosta, odcinek / 61

1. $AB \parallel CD$, $AB \parallel EF$, $AB \parallel GH$, $CD \parallel EF$, $CD \parallel GH$, $EF \parallel GH$
 $AB \perp FG$, $CD \perp FG$, $FE \perp FG$, $GH \perp FG$
3. D 4. P, F, F, F
5. a) 50 cm, 200 cm, 3400 cm, 38 cm b) 50 mm, 420 mm, 119 mm
 c) 7 dm, 13 dm, 60 dm, 84 dm d) 4000 m, 5200 m, 230 m
6. C 7. a) >, < b) >, = c) >, < 10. B 12. $b \perp p$, $a \perp l$
13. a) 5 cm 6 mm b) $EF \parallel DC$, $DE \parallel AB$;
 $EF \perp ED$, $EF \perp AB$, $DC \perp DE$, $DC \perp AB$, $FG \perp BC$
14. C 16. b) 24 17. 11 cm lub 5 cm 18. AC, AB

Sprawdź się! / 64

2. są prostopadłe 3. $p \parallel a$, $p \parallel m$, $s \perp m$, $a \parallel m$, $p \perp s$, $a \perp k$
4. 2 cm 5 mm lub 7 cm 5 mm 5. są prostopadłe; 5 cm lub 1 cm

2. Kąty przyległe i kąty wierzchołkowe / 67

1. D 2. a) na południe b) na wschód 4. A
5. a) 3 b) o 30° c) 3 6. D
7. $\alpha = 110^\circ$ (przyległy do 70°), $\beta = 110^\circ$ (wierzchołkowy do α),
 $\gamma = 70^\circ$ (wierzchołkowy do 70°)
8. BC 9. B 10. D 11. C 12. B, II 13. P, F, P, P

Sprawdź się! / 70

1. B 2. a) 90° , prosty b) 150° , rozwarty 3. A
4. 40° 5. 110° , 70° , 110°

3. Własności wielokątów / 74

1. C 2. B 3. BC 6. 90° ; prostokąt 8. a) 120° b) 110°

9. a) TAK b) TAK 10. 5 11. trójkąt 12. 80° , 70° , 120° , 90°
 13. $\alpha = 65^\circ$, $\beta = 150^\circ$, $\gamma = 55^\circ$ 14. P, P, P 15. tak
 16. 36° , 72° , 108° , 144°

Sprawdź się! / 76

2. D 3. 102° 5. nie

4. Obwód wielokąta / 78

1. a) 42 cm b) 60 cm c) 46 cm
 2. a) bok kwadratu: 3 cm 5 mm b) wymiary prostokąta: np. 4 cm $\times$ 7 cm
 3. 100 m 4. A 5. 93 cm 6. 40 m 7. BC 8. 6 dm
 9. D 10. C 11. $a = 8$ cm, $b = 12$ cm 12. są równe
 14. 50 m/min 15. 28 km

Sprawdź się! / 80

1. A 2. 10 m 50 cm 3. 3900 mm, 390 cm, 39 dm
 4. bok kwadratu: 51 cm, bok sześciokąta: 34 cm 5. obwód: 14 cm 5 mm

5. Figury w skali / 83

1. 18 cm, 9 cm 2. czworokąt 3. B 4. BD 5. b) 3 cm, 6 cm
 6. bok działki w skali: 10 cm 7. C 8. 50 km 9. 55 km
 10. np. Łomża i Zambrów 11. np. Augustów i Białystok; 75 km
 12. B, I 13. B 14. 2 cm 15. 30 km

Sprawdź się! / 85

1. 32 cm 2. B 3. wymiary trójkąta w skali: 4 cm, 3 cm, 2 cm 5 mm
 4. okrąg 5. a) Tomek: 1 : 6500, Ala: 1 : 5000 b) 2600 m/h; o 9.46

Zadania utrwalające / 86

1. $a \perp b$ 3. 140° , 40° , 140° 5. ostry, rozwarty, prosty, rozwarty
 7. a) 7 m, 2000 m b) 23 cm, 190 cm 8. 105° 9. 85° , 95°
 10. 45° , 135° 13. a) czworokąt b) pięciokąt c) trójkąt d) sześciokąt
 14. a) tak b) tak c) nie 15. a) tak b) nie c) tak
 17. a) 11 cm b) 10 cm, 20 cm, 14 cm
 18. obwód kwadratu: 8 cm, obwód prostokąta: 10 cm
 19. a) 340 m b) 10 cm $\times$ 24 cm 20. 24 m $\times$ 18 m, obwód tarasu: 84 m
 21. 16 cm 22. 1 : 400

Zadania sprawdzające / 88

1. a) C b) B 2. D 3. D 4. BC 5. A 6. A 7. D 8. A
 9. C 10. C 11. C 12. B 13. C 14. C 15. BC

III. Ułamki zwykłe

1. Iloraz dwóch liczb / 91

1. a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{3}{5}$ c) $\frac{1}{10}$
 2. trzy czwarte, dwie drugie, cztery trzecie, pięć ósmych, jeden i jedna trzecia, dwa i dwie piąte, trzy i pięć ósmych, jeden i trzy dziesiąte 3. A
 5. a) kartki świąteczne: 54, aniołki: 12, bałwanki: 30, ozdoby choinkowe: 48, mikołajki: 6 b) 150 c) aniołki: $\frac{12}{150}$, mikołajki: $\frac{6}{150}$, bałwanki: $\frac{30}{150}$
 6. a) $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{8}$ b) $\frac{4}{4}$, $\frac{12}{5}$, $\frac{18}{6}$, $\frac{13}{5}$ 7. $\frac{26}{7}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{23}{5}$

8. a) $\frac{4}{4}, \frac{8}{4}, \frac{16}{4}, \frac{20}{4}, \frac{40}{4}$ b) $\frac{6}{6}, \frac{12}{6}, \frac{24}{6}, \frac{30}{6}, \frac{60}{6}$
 9. a) $\frac{1}{9}, \frac{3}{9}, \frac{6}{9}, \frac{7}{9}, 1\frac{2}{9}, 1\frac{5}{9}, 2\frac{1}{9}, 2\frac{3}{9}, 2\frac{7}{9}$ b) $\frac{1}{15}, \frac{3}{15}, \frac{6}{15}, \frac{9}{15}, \frac{13}{15}, 1\frac{2}{15}, 1\frac{5}{15}, 1\frac{11}{15}, 1\frac{14}{15}$
 11. a) $\frac{20}{1000}$ b) $\frac{40}{100}$ c) $\frac{45}{60}$ d) $\frac{25}{100}$

Sprawdź się! / 92

1. $\frac{3}{10}$ 2. a) $\frac{15}{60}$ b) $\frac{750}{1000}$ 3. D 4. D 5. $\frac{2}{8}, \frac{4}{8}, \frac{7}{8}, 1\frac{4}{8}$

2. Rozszerzanie i skracanie ułamków / 94

1. $\frac{3}{6}, \frac{6}{9}, \frac{9}{12}, \frac{6}{15}, \frac{12}{15}, \frac{3}{18}, \frac{15}{18}, \frac{6}{27}$ 2. $\frac{12}{24}, \frac{16}{24}, \frac{18}{24}, \frac{4}{24}, \frac{15}{24}$ 3. BD
 4. AD 5. $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{2}{3}$ 7. D
 8. a) $\frac{15}{17}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{2}{3}$

Sprawdź się! / 95

1. $\frac{10}{20}, \frac{15}{20}, \frac{16}{20}, \frac{14}{20}$ 2. $\frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{3}{5}$ 3. A 5. a) $\frac{3}{10}$ b) $\frac{7}{2}$ b) $\frac{1}{3}$

3. Porównywanie ułamków / 98

1. a) $>$, $<$ b) $>$, $<$ c) $<$, $>$ d) $>$, $=$ 2. B
 3. a) $\frac{5}{16}, \frac{3}{8}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1\frac{1}{4}, \frac{3}{2}, \frac{7}{4}$ b) $\frac{8}{9}, \frac{5}{6}, \frac{2}{3}, \frac{5}{9}, \frac{1}{2}, \frac{2}{6}, \frac{5}{18}$ 4. B 5. D 6. Ula

Sprawdź się! / 98

1. a) $=$ b) $>$ c) $<$ d) $<$ 3. $\frac{4}{9}, \frac{4}{8}, \frac{4}{7}, \frac{4}{5}$ 4. $\frac{6}{9} = \frac{8}{12}$
 5. w szklance

4. Dodawanie i odejmowanie ułamków o jednakowych mianownikach / 100

1. a) 1 b) $4\frac{1}{2}$ c) $8\frac{1}{5}$ d) $12\frac{2}{5}$ 2. a) $4\frac{1}{6}$ b) $1\frac{5}{6}$ c) $4\frac{3}{5}$ d) $2\frac{1}{3}$
 3. a) $\frac{2}{5}, \frac{3}{8}$ b) 4, 4 c) $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ d) $2\frac{2}{3}, 3\frac{1}{2}$ 4. C 5. BC 6. B
 7. najkrótsza: między 3 i 4, najdłuższa: między 2 i 3
 8. a) 2 h 48 min b) 1 h 35 min c) 1 h 1 min 9. tak 10. o $4\frac{19}{20}$ m
 11. $\frac{3}{11}$ 12. a) $2\frac{3}{5}$ b) $4\frac{4}{5}$ c) $3\frac{2}{5}$ d) $1\frac{2}{5}$; najdalej $4\frac{4}{5}$

Sprawdź się! / 102

1. a) $5\frac{2}{9}$ b) $1\frac{1}{5}$ c) $\frac{5}{8}$ d) $1\frac{1}{3}$ 2. A 3. B 4. $2\frac{1}{5}$ kg 5. $3\frac{3}{4}$ kg

5. Dodawanie i odejmowanie ułamków o różnych mianownikach / 104

1. a) $1\frac{1}{4}, 1\frac{1}{9}, 2\frac{1}{12}$ b) $3\frac{13}{15}, 3\frac{11}{12}, 2\frac{11}{18}$ c) $2, 2\frac{27}{28}, 1\frac{7}{8}$ d) $4\frac{4}{15}, 5\frac{1}{24}, 4\frac{3}{20}$
 2. a) $\frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{3}{8}$ b) $3\frac{7}{18}, \frac{11}{12}, \frac{5}{18}$ c) $\frac{1}{8}, \frac{5}{28}, \frac{17}{24}$ d) $1\frac{11}{18}, 5\frac{3}{20}, 2\frac{7}{10}$
 3. $\frac{1}{5}$; maślaków 4. AC 5. najwięcej: winogron, najmniej: mandarynek
 6. o $\frac{3}{10}$ kg 7. $2\frac{2}{5}$ kg 8. a) $\frac{14}{15}$ b) $\frac{1}{15}$
 9. a) $\frac{9}{20}, 1\frac{16}{21}$ b) $1\frac{11}{18}, 3\frac{11}{12}$ c) $\frac{1}{14}, \frac{11}{30}$ 10. a) na ziemniaki b) $\frac{7}{24}$
 11. AD

Sprawdź się! / 107

1. a) $1\frac{1}{12}$ b) $4\frac{13}{28}$ c) $\frac{1}{8}$ d) $\frac{11}{15}$ 2. B 3. $\frac{1}{8}$ 4. C 5. BC

6. Mnożenie ułamków / 109

1. a) $4\frac{1}{2}$, 2 b) $3\frac{1}{3}$, $7\frac{1}{2}$ c) 15 , $6\frac{1}{2}$ d) $12\frac{1}{2}$, $9\frac{1}{2}$
2. a) $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{4}$ b) $\frac{5}{12}$, $\frac{3}{4}$ c) $1\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$ d) 3 , $3\frac{3}{5}$ 3. $\frac{4}{9}$, $\frac{1}{64}$, $3\frac{3}{8}$, $5\frac{19}{25}$
4. 17 kg 5. $76\frac{1}{2}$ km 6. pierwsza 7. a) $3\frac{1}{2}$ dm² b) $22\frac{1}{2}$ m²
8. a) $3\frac{7}{10}$ b) $10\frac{1}{4}$ c) $3\frac{3}{8}$

Sprawdź się! / 110

1. a) $10\frac{1}{2}$ b) $2\frac{1}{3}$ c) $\frac{5}{6}$ d) 3 2. D 3. $\frac{9}{16}$ 4. 26 m
5. a) $23\frac{3}{4}$ b) $9\frac{3}{4}$ c) $2\frac{1}{6}$

7. Obliczanie ułamka danej liczby / 112

1. 10, 20, 40; 20, 40, 80 2. BD 3. a) 4, 12, 40 b) 21, 126, 360
4. a) 16 b) 4 c) 750 d) 15
5. a) $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{12}$ b) $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{15}$, $\frac{1}{18}$ 6. książka: 1 h, sport: 2 h
7. 00:06 8. pojechało: 25, nie pojechało: 5 9. B
10. Kinga: 25, Ola: 15, Marta: 20 11. 5a: 6, 5b: 8, 5c: 5 12. 27 km 500 m

Sprawdź się! / 113

1. a) $12\frac{1}{2}$ b) $1\frac{3}{5}$ 2. C 3. pojechało: 15, nie pojechało: 9
4. 402 km 5. 96 zł

8. Dzielenie ułamków / 116

1. a) $\frac{4}{3}$, 6, $\frac{5}{3}$ b) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{12}$ c) $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{6}{23}$
2. a) $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$ c) $\frac{2}{9}$, $\frac{1}{10}$ d) $\frac{2}{3}$, $1\frac{1}{6}$
3. a) 6, 20 b) 5 , $6\frac{2}{3}$ c) 2, 3 d) $5\frac{5}{7}$, $4\frac{1}{2}$
4. a) $\frac{2}{3}$, $\frac{14}{15}$, $2\frac{1}{12}$ b) $\frac{25}{49}$, $\frac{9}{10}$, 6 c) $\frac{2}{3}$, $1\frac{1}{13}$, $\frac{5}{6}$ d) $1\frac{1}{4}$, $1\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{4}$
5. 50 g 6. 12 7. a) 10 b) 3 c) 5 8. 8 zł
9. a) $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{3}$ b) $\frac{2}{5}$, 6 c) $1\frac{1}{20}$, $1\frac{1}{7}$ 10. 6 11. $64\frac{1}{4}$ $\frac{\text{km}}{\text{h}}$; $321\frac{1}{4}$ km
12. 45 zł 13. szacunkowy: 4 h, dokładny: $3\frac{6}{7}$ h 14. 40

Sprawdź się! / 118

1. a) $1\frac{1}{5}$ b) $6\frac{2}{3}$ c) $\frac{1}{14}$ d) $1\frac{1}{4}$ 2. B 3. 20 4. B 5. 120 zł

9. Obliczanie liczby z danego jej ułamka / 120

1. a) 27 b) 60 c) 150 2. a) 33 b) 48 c) 180
3. a) 24 b) 18 c) 50 4. 75 5. 28
6. 150 000 000 km², sto pięćdziesiąt milionów

Sprawdź się! / 121

1. a) 84 b) 18 c) 42 2. 45 zł 3. B 4. 90 5. 12; 1

10. Działania na ułamkach / 123

1. a) $\frac{11}{18}$ b) $1\frac{3}{8}$ c) $1\frac{1}{4}$ d) 1 e) $4\frac{5}{8}$ f) $1\frac{3}{4}$ 2. 450 zł, 270 zł
3. o $\frac{1}{6}$ h, o 10 min 4. D 5. BD
6. a) $1\frac{3}{4}$ b) $1\frac{1}{2}$ c) $4\frac{1}{12}$ d) $2\frac{1}{8}$ e) 1 f) $1\frac{5}{8}$
7. a) $\frac{1}{2}$ kg b) $8\frac{11}{20}$ kg 8. a) $\frac{4}{35}$ b) $\frac{1}{35}$ 9. $4\frac{3}{4} \times 6\frac{1}{4}$ 10. BCE

Sprawdź się! / 124

1. a) $3\frac{3}{10}$ b) $\frac{2}{3}$ 2. A 3. 16 4. 78 zł 5. $L = 6$ m, $P = 1\frac{1}{4}$ m²

Zadania utrwalające / 125

2. a) $1\frac{1}{4}$ b) $\frac{8}{7}$ c) $\frac{14}{5}$ d) $1\frac{3}{8}$ e) $3\frac{1}{7}$ f) $\frac{11}{3}$
3. a) $>$, $>$ b) $<$, $<$ c) $>$, $<$
4. 
5. od lewej: $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{11}{20}$, $\frac{3}{4}$, $1\frac{1}{10}$ 6. pełne: $\frac{2}{7}$, puste: $\frac{5}{7}$
7. $\frac{88}{183}$ 8. a) $4\frac{5}{8}$, $22\frac{1}{2}$, $4\frac{2}{3}$ b) $\frac{9}{16}$, $3\frac{3}{8}$, $3\frac{3}{4}$ c) $2\frac{2}{3}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{10}{13}$
9. a) $8\frac{1}{15}$ b) $7\frac{4}{5}$ c) $7\frac{1}{3}$ d) $7\frac{1}{3}$; $8\frac{1}{15} > 7\frac{4}{5} > 7\frac{1}{3}$
10. $\frac{13}{20}$ t 11. a) $1\frac{7}{8}$ b) $\frac{1}{6}$ 12. $4\frac{9}{10}$ kg 13. 33 m $\times$ 24 m
14. a) $\frac{1}{60}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{9}{10}$
15. pomarańczowe: 16, grejpfrutowe: 21, gruszkowe: 12, jabłkowe: 7
16. 27 17. 2800 zł 18. 4 19. $2\frac{1}{4}$ m; $\frac{9}{10}$ m

Zadania sprawdzające / 127

1. C 2. D 3. D 4. B 5. A 6. A 7. C 8. AD

IV. Wyrażenia algebraiczne

1. Zapisywanie wyrażeń algebraicznych / 133

1. a) suma liczb 16 i x b) różnica liczb y i a c) iloraz liczby m przez liczbę 5
d) iloczyn liczb 8 i c
2. D 3. a) $7mx$ b) $p - 12$ c) b^3 d) $a + 9$
4. a) $a + 2b$, z^3 b) $8x$, $3b$ c) $5a + 3$, $xy - 3$ 5. $2x$ 6. $b - 13$
7. D 8. $a + b + 4$ 9. $30 - 12 - b$ 10. $t : 4$ 11. B
12. C 13. a) $L = 20 + 2x$, $P = 10x$ b) $L = 2p + 2s$, $P = ps$ c) $L = 4m$, $P = m^2$
14. B, II 15. $2k + 3m$

Sprawdź się! / 134

1. a) $p - m$ b) $6ab$ 2. D 3. $35 + a$ 4. D 5. $L = 24 + 2c$, $P = 12c$

2. Obliczanie wartości liczbowych wyrażeń algebraicznych / 136

1. a) 18, 4 b) 6, 24 c) 3, 4 d) $6, \frac{2}{5}$
2. a) 3 b) $2\frac{2}{5}$ c) 6 d) $1\frac{4}{5}$ e) $2\frac{2}{3}$ f) $6\frac{1}{6}$ 3. AD 4. A
5. $a + d$ lub $b + c$
6. obwody: $4a, 24; 4b, 23; 2a + 2b, 23\frac{1}{2}; 2b + 2c, 19\frac{1}{2}$
pola: $a \cdot a, 36; b \cdot b, \frac{529}{16} = 33\frac{1}{16}; a \cdot b, 34\frac{1}{2}; b \cdot c, 23$ 7. A, II 8. BC

Sprawdź się! / 137

1. $7\frac{4}{5}$ 2. $4u; 7$ [dm] 3. C 4. $4n; 22$ [zł] 5. $\frac{2m+12}{2} = m+6$

3. Rozwiązywanie równań / 141

1. a) $a + 5 = 15$ b) $2b = 18$ c) $a - 12 = 35$ d) $2x = 5$ 2. B
3. a) $x = 2\frac{1}{2}, a = 3, c = 3$ b) $x = 7\frac{2}{3}, m = 4\frac{1}{2}, b = 13\frac{1}{4}$
c) $b = 4\frac{1}{6}, d = 22, c = 4$
4. a) $c = 6, d = 1\frac{1}{2}$ b) $x = 4, a = \frac{3}{20}$ c) $c = \frac{1}{12}, p = 28$ 5. C
6. a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{7}{10}$ c) $2\frac{1}{2}$ d) $\frac{4}{5}$ 7. B 8. $120 + 6 = 4a, a = 31\frac{1}{2}$ [m]
9. A, I 10. $\frac{5}{12}$ 11. $\frac{t}{60} \cdot 603; 201$ km 12. BD 13. 400 zł

Sprawdź się! / 143

1. B 2. a) $z = 3$ b) $p = 20$ 3. $7\frac{2}{5} + x = 10, x = 2\frac{3}{5}$ [kg]
4. $25b = 300, 25 \text{ m} \times 12 \text{ m}$ 5. $\frac{3}{5}x = 1500, x = 2500$ [zł]

Zadania utrwalające / 144

1. a) połowa iloczynu liczb x, y, z b) suma liczb p, t, z c) różnica liczb c i d
d) kwadrat liczby a e) iloraz liczby m przez liczbę 6
2. a) $11 : a$ b) m^4 3. a) $4m$ b) $11a$ c) $4b - 4$
4. a) $x + 2$ b) $a + b + 4$ c) $2a + 6$
5. a) $2k + p; 15\frac{1}{2}$ b) $2k + 2p; 19$ c) $3p + k; 16\frac{1}{2}$
6. a) $d - 7$ b) $100 - a - b$ lub $100 - (a + b)$ c) $17c$ d) $k : 4$
7. 8 8. a) $a = 10$ b) $a = 100$ c) $a = \frac{1}{6}$ 9. 120
10. $a + a + 2 + 2a + a - 2 = 5a; 27\frac{1}{2}$

Zadania sprawdzające / 145

1. B 2. D 3. D 4. D 5. A 6. D 7. A 8. C 9. B 10. A

V. Trójkąty

1. Trójkąt różnoboczny / 148

3. $L = 18$ cm 4. a) $34\frac{3}{5}$ dm b) $42\frac{1}{4}$ cm 5. B 6. A
8. więcej niż 4 cm i mniej niż 12 cm, z wyjątkiem 8 cm 9. $35^\circ, 105^\circ, 40^\circ$
10. $52^\circ, 98^\circ, 30^\circ$ 11. $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ; AB$

Sprawdź się! / 149

1. C 4. BC 5. a) $51^\circ, 27^\circ$ b) najkrótszy: LO , najdłuższy: LS

2. Trójkąt równoramienny / 150

2. 16 cm 8 mm, w skali: 8 cm 4 mm 3. $70^\circ, 40^\circ$ 4. D

5. podstawa: 20 cm, ramiona: 60 cm 6. 12 cm, 5 cm lub 8 cm 5 mm, 8 cm 5 mm
 7. 22 cm lub 26 cm 8. mniej niż 30 cm 9. więcej niż 1 cm 5 mm

Sprawdź się! / 151

1. B 3. $15\frac{1}{2}$ dm 4. 80° 5. 25° , 25°

3. Trójkąt równoboczny / 152

2. a) 15 cm b) 18 cm c) $13\frac{1}{5}$ cm 3. B
 4. trójkątem równobocznym; 15 cm; 60° , 60° , 60°
 5. bok w skali: 6 cm; $L = 18$ cm

Sprawdź się! / 153

1. D 3. $13\frac{1}{2}$ dm 4. C 5. bok w skali: 4 cm; $L = 12$ cm

4. Podział trójkątów ze względu na kąty / 155

1. D 2. C
 3. a) ostrokątny b) prostokątny c) rozwartokątny d) ostrokątny
 4. a) trójkąty równoboczne o kątach wewnętrznych 60° , czworokąty o kątach wewnętrznych: 60° , 120° , 60° , 120° b) 2
 5. ostrokątny o kątach: 45° , $67\frac{1}{2}^\circ$, $67\frac{1}{2}^\circ$ lub prostokątny o kątach: 45° , 45° , 90°
 6. 3; prostokątne równoramienne

Sprawdź się! / 156

1. C 2. rozwartokątny 3. ostrokątny 4. B
 5. a) 15° , 15° , 150° b) 40° , 70° , 70°

5. Wysokości trójkątów / 159

2. a) wysokość jest połową przeciwprostokątnej b) 45° , 45° , 90° ; równoramienne
 5. D 6. a) trójkąty prostokątne b) trójkąty równoramienne lub równoboczne
 c) trójkąty rozwartokątne różnoboczne 8. $L = 24$ cm

Sprawdź się! / 160

2. D 3. C 5. prostokątny

6. Klasyfikacja trójkątów / 163

1. TOK różnoboczny, TOR równoramienny, TES równoboczny
 2. TOR ostrokątny, KOS prostokątny, MOL rozwartokątny 3. KIT
 4. C 5. prostokątnych 7. BC, D, BC, A 8. równoramienny rozwartokątny
 9. a) równoramienny rozwartokątny b) różnoboczny prostokątny
 c) różnoboczny ostrokątny d) różnoboczny rozwartokątny
 10. AD 11. przeciwprostokątna: 5 cm; $L = 12$ cm 12. BC

Sprawdź się! / 164

1. różnoboczny prostokątny 2. D 3. równoramienny ostrokątny
 4. różnoboczny ostrokątny 5. D

Zadania utrwalające / 165

1. a) równoramienny ostrokątny b) różnoboczny prostokątny c) równoboczny
 d) równoramienny prostokątny e) równoramienny rozwartokątny
 f) różnoboczny rozwartokątny g) różnoboczny ostrokątny
 2. a) równoboczny b) różnoboczny prostokątny c) różnoboczny rozwartokątny
 d) równoramienny prostokątny
 3. w skali 1 : 1 przeciwprostokątna: 10 cm, $L = 24$ cm;
 w skali 1 : 2 przeciwprostokątna: 5 cm, $L = 12$ cm

4. a) równoramienny prostokątny b) różnoboczny rozwartokątny
 c) równoramienny ostrokątny
 5. a) tak b) nie c) tak 6. a) nie b) tak c) tak d) nie
 9. a) 70° , 45° , 65° b) 70° , 70° , 40° c) 20° , 113° , 47° d) 65° , 65° , 50°
 10. 50° , 65° , 65° lub 50° , 50° , 80° 12. nie 13. 99° ; rozwartokątny
 14. 60° , 60° , 60°

Zadania sprawdzające / 167

1. B 2. B 3. B 4. A 5. D 6. D 7. C 8. D

VI. Ułamki dziesiętne

1. Ułamki o mianowniku 10, 100, 1000... / 169

1. a) dwadzieścia siedem setnych, dwa i sześćdziesiąt cztery setne
 b) trzy i czterdzieści pięć tysięcznych, siedemnaście i dziewięćset dwadzieścia osiem tysięcznych
 c) czterdzieści trzy i sześć tysięcy dziewięćset trzydzieści sześć dziesięciotysięcznych, pięć i dziewięć tysięcy dwie dziesięciotysięczne
 d) pięć i siedem tysięcy dziewięćset trzy dziesięciotysięczne, trzysta dziewięćdziesiąt siedem dziesięciotysięcznych
 2. a) 0,7; 0,05 b) 0,554; 2,003 c) 1,305; 5,0008 d) 0,12375; 2,345708
 3. a) $\frac{4}{5}$, $3\frac{1}{2}$ b) $\frac{3}{4}$, $5\frac{17}{25}$ c) $\frac{5}{8}$, $1\frac{1}{40}$ d) $1\frac{9}{20}$, $\frac{111}{125}$
 4. a) 0,5; 0,2; 0,4; 0,8 b) 0,25; 0,75; 0,28; 0,14 c) 0,125; 0,375; 0,525; 0,4
 6. a) 0,35; 6,2; 18,4; 0,009; 1,0101 b) 46,042; 0,0046; 2,4; 5,04; 0,007
 7. BC 8. a) $>$, $>$ b) $>$, $<$ c) $<$, $=$
 9. a) 9 b) 6 lub 7, lub 8, lub 9 c) 0 d) 6 lub 7, lub 8, lub 9 e) 3 lub 4, lub 5, lub 6 lub 7, lub 8, lub 9 f) w pierwszej liczbie dowolna cyfra, w drugiej 9
 10. a) 4 dag; 2 dag; 0,8 dag; 1,6 dag b) 0,86 kg; 1,26 kg; 2,45 kg
 11. a) 32 mm; 106 mm; 36 mm; 140 mm b) 2,8 dm; 1,75 dm; 4,9 dm; 8,03 dm
 c) 1,3 m; 0,045 m; 0,57 m; 4,08 m d) 1,6 km; 0,056 km; 6,345 km; 1,026 km
 12. 0,903 km 13. C 14. stare lasy 15. BD, C, A, C

Sprawdź się! / 171

1. B 2. a) $\frac{3}{4}$ b) $1\frac{7}{20}$ c) $2\frac{81}{200}$
 4. $\frac{13}{25} = 0,520$; $\frac{9}{40} = 0,225$; $\frac{3}{8} = 0,375$; $\frac{17}{50} = 0,340$
 5. a) 2; od lewej: 1, 9 b) 3; 3 c) od lewej: 2, 1, 2; 5, 3, 5

2. Dodawanie i odejmowanie ułamków dziesiętnych / 173

1. a) 171,74; 75,577; 72,897 b) 64,906; 150,96; 86,352
 c) 118,38; 16,707; 129,809 2. D
 3. a) 13,04; 60,09; 64,943 b) 7,674; 0,893; 18,879 c) 152,18; 154,07; 54,922
 4. BC 5. $497 \text{ g} = 49,7 \text{ dag} = 0,497 \text{ kg}$ 6. B 7. 4,3 t
 8. a) $b = 38,65$ b) $x = 90,12$ c) $p = 11,4$ 9. a) 0,435 b) 174,105
 10. 0,19 m 11. 21,65 zł

Sprawdź się! / 174

1. a) 163,97; 330,95 b) 2190,7; 1767,26 2. A 3. 10,6 kg
 4. a) $a = 28,03$ b) $b = 37,13$ c) $c = 66,14$ 5. a) 154,98 b) 42,984

3. Mnożenie i dzielenie ułamków dziesiętnych przez 10, 100, 1000... / 176

1. AC

2. a) 231,5; 135,4; 65 240 b) 948 700; 7890; 384,5 c) 8 561 980; 625 800; 730
 3. a) 47,3; 7,53; 0,473 b) 0,0915; 0,156; 24,01 c) 0,507; 0,106031; 0,0000003
 4. a) 38; 260,8; 278 b) 730; 12; 625 c) 27 800; 100,9; 4003,1
 5. 5289,50 zł 6. 17,01 kJ 7. C
 8. a) $a = 100\ 000$ b) $b = 1000$ c) $z = 25\ 360$ 9. B

Sprawdź się! / 177

1. a) 470,02 b) 380 c) 0,1501 d) 0,000028 2. D 3. 1,75 kg
 4. 275,56 t 5. a) 0,701 m; 0,615 m b) 0,0701 m; 0,0615 m

4. Mnożenie ułamków dziesiętnych przez liczbę naturalną / 178

1. a) 0,54; 0,6; 1 b) 1,44; 2,142; 0,715 c) 29,52; 102; 646,68
 d) 204; 1,26; 42,84
 2. AD 3. 3 kg 4. 161 zł 5. 70 gr 6. 3,79 kJ; 310,78 kJ

Sprawdź się! / 179

1. a) 47,3; 98,4 b) 1,4; 181,44 c) 238,4; 67,98 2. 8,142 3. 17,40 zł
 4. wystarczy; zostało 34,97 zł 5. 510,3 kJ; 765,45 kJ

5. Mnożenie ułamków dziesiętnych / 181

1. a) 0,4; 0,036 b) 0,0024; 0,093 c) 0,28; 0,0088 d) 0,0108; 0,00036
 2. a) 5,83; 11,664 b) 76,08; 2,1321 c) 22,505; 0,02124 d) 1,353618; 5,8518
 3. a) 0,01 b) 0,09 c) 4,41 d) 0,000125 e) 1,331
 4. a) 6,3 b) 0,63 c) 0,063 d) 0,0063 5. 49 6. zostało 76 gr

Sprawdź się! / 181

1. a) 12,949 b) 0,014 c) 1,1328 d) 1,69 2. 16,15 zł
 3. B 4. 4020,30 zł 5. o 28,08 zł

6. Dzielenie ułamków dziesiętnych przez liczbę naturalną / 183

1. a) 115,2 b) 200,4 c) 0,481 d) 0,056 2. 0,16 kg
 3. B 4. w mniejszym; o 15 gr 5. 7,12 zł
 6. a) $x = 4,17$ b) $b = 82,04$ c) $c = 96$ 7. 4,90 zł

Sprawdź się! / 183

1. a) 105,03 b) 160,81 c) 18,253 d) 12,08 2. 24,45 zł
 3. $a = 26,82$ zł 4. 56 zł 5. D

7. Dzielenie ułamków dziesiętnych / 185

1. a) 64,2; 37,8; 12 b) 410; 430; 2400 c) 71,4; 58; 52 2. C
 3. 2,5 4. a) 1,5 b) 1,6 5. a) $c = 54,04$ b) $b = 32,4$ c) $c = 8,37$
 6. 13,60 zł 7. D 8. 480 9. BC 10. 30

Sprawdź się! / 186

1. a) 94,21 b) 54,5 c) 708,9 2. 4,80 zł
 3. a) $p = 38,88$ b) $m = 0,88$ c) $a = 7,32$ 4. 24,5 l
 5. 618 minut; 738 km/h

8. Ułamki dziesiętne o mianowniku 100 / 189

2. a) $\frac{1}{4} = 0,25$; $\frac{1}{2} = 0,5$; $\frac{3}{4} = 0,75$; $\frac{9}{10} = 0,9$ b) $\frac{1}{10} = 0,1$; 5; 8; 1
 3. 2%; 10%; 5%; 50%; 80%; 4%; 300%; 240% 4. 75% 5. $\frac{1}{20} = 0,05$
 6. 60% 7. a) zielony: $\frac{1}{10}$, żółty: $\frac{1}{2}$, pomarańczowy: $\frac{3}{10}$, niebieski: $\frac{1}{10}$
 b) od lewej: 10%, 50%, 30%, 10% 8. AD 9. a) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{10}$ b) 50%, 10%
 10. a) 50 cm b) 15 minut c) 12 godzin 11. 98 zł

Sprawdź się! / 190

1. 0,01; 0,25; 2 2. D 3. 50% 4. o 20% 5. BD

9. Diagramy procentowe / 193

2. szare lub niebieskie: 50%, brązowe: 25%
3. a) Japonia: 28%, USA: 16%, Niemcy: 9%, Hiszpania: 5%, pozostałe państwa: 42%
4. 10% 5. tak, gospodarstwo hodowlane
6. Ania: 5%, Bogdan: 10%, Zosia: 15%, Sebastian: 45%, Kasia: 25%

Sprawdź się! / 194

1. wzorowe: 15%, bardzo dobre: 30%, dobre: 25%, poprawne: 25%,
nieodpowiednie: 5%, naganne: 0% 2. A 4. trzeci sklep: 25%
5. miasto: 1920 r. – 25%, 1930 r. – 30%, 1960 r. – 50%, 2015 r. – 60%

Zadania utrwalające / 195

1. a) 3,62 b) 1,18 c) 0,06 d) 7 e) 25 009 f) 0,05361
2. a) 0,2; 0,45; 0,8; 6 b) 225%; 150%; 400%; 32%; 16%; 15%
3. czerwone: 16%, zielone: 32%, żółte: 52% 4. 215,5 m 5. 1592,90 zł
6. 449,19 zł 7. 265 8. a) $a = 1,6$ b) $p = 1,2$ c) $m = 5,4$
9. 5b: 187,5 p.; 5c: 226,4 p. 10. 654 zł 11. 60
12. 181 zł 13. 35%; Adam: 8, Krzysz: 5, Jacek: 7
14. trawa: 75%, kwiaty: 20%, ścieżki: 5% 15. a) Karol: 30%, Sebastian: 10%,
Tadek: 40%, Maciek: 20% b) Tadek c) Sebastian
16. skrzypce: 32%, perkusja: 31%, trąbka: 14%, wiolonczela: 5%, flet: 18%
17. 5% 18. słoneczne: 60%, pochmurne: 40%

Zadania sprawdzające / 197

1. A 2. A 3. BCF 4. A 5. C 6. D 7. B 8. A 9. D 10. C

VII. Czworokąty

1. Prostokąt / 200

2. $L = 16$ cm 4. 3 cm 5 mm, 10 cm 5 mm 5. działka: $L = 100$ m,
rysunek: $L = 10$ cm; 1000 6. F, P, F, P 8. $L = 28$ cm

Sprawdź się! / 202

1. B
2. a) 10 cm b) 2 identyczne trójkąty rozwartokątne i 2 identyczne trójkąty
ostrokątne c) 18 cm, 16 cm
3. a) 2 cm b) 20 cm 4. D 5. a) $100^\circ, 80^\circ$ b) $2 \cdot (m + n)$

2. Równoległobok / 206

4. $L = 10$ cm 5. $2 \cdot (c + d)$ 6. AC 7. B 8. 6,3 cm
9. 15,3 dm 10. D 11. 2,5 cm; 7,5 cm; 7,5 cm

Sprawdź się! / 207

2. trójkąty: prostokątne różnoboczne, ostrokątne równoramienne i rozwartokątne
równoramienne lub trójkąty prostokątne równoramienne
3. C 4. 71 m 5. $30^\circ, 150^\circ, 30^\circ, 150^\circ$

3. Trapez / 209

4. $120^\circ, 135^\circ$ 5. C

6. a) $a + b + 2c$; 19,1 cm b) $a + b + c + d$; 20,3 cm 7. $5c + 2$
 8. 10 cm 9. tak 10. 14 cm 12. 2,8

Sprawdź się! / 211

1. a) trapez równoramienny b) trapez prostokątny 2. A 4. A
 5. 70° , 110° , 110°

4. Klasyfikacja czworokątów – zadania / 213

5. D 6. a) prostokąty b) równoległoboki c) romby d) romby
 7. a) równoległobok b) trapez równoramienny c) równoległobok
 d) kwadrat
 9. $L = 17,6$ 10. $L = 28$ cm 11. 55° , 125° , 55° , 125° 12. 6 cm

Sprawdź się! / 215

1. B 2. $L = 26$ cm
 4. a) $\alpha = 110^\circ$, $\beta = 140^\circ$, $\gamma = 40^\circ$, $\delta = 70^\circ$ b) $\alpha = 90^\circ$, $\beta = 140^\circ$
 c) $\beta = 120^\circ$, $\alpha = 60^\circ$, $\gamma = 60^\circ$ d) $\alpha = 115^\circ$, $\beta = 65^\circ$
 5. $L = 56$ cm, w skali: $L = 28$ cm

Zadania utrwalające / 218

1. $L = 18,6$ cm 2. 21 cm i 28,5 cm 3. $L = 14,4$ cm
 4. bok kwadratu: 5 cm
 5. a) $\alpha = 145^\circ$ b) $\alpha = 75^\circ$, $\beta = 90^\circ$ c) $\alpha = 35^\circ$, $\beta = \gamma = 145^\circ$
 7. bok rombu: 4 cm 8. wysokość: 2 cm
 9. druga podstawa: 12 cm, wysokość: 2 cm

Zadania sprawdzające / 219

1. D 2. D 3. B 4. C 5. BC 6. B 7. A 8. C 9. A
 10. B 11. A 12. B 13. BC

VIII. Pola figur płaskich

1. Pole prostokąta i kwadratu / 222

1. $P = 17\frac{1}{2}$ cm² 2. $P = 20\frac{1}{4}$ cm² 3. $P = 912,04$ cm² 4. $P = 12\frac{1}{2}$ cm²
 5. a) 4 m² b) 50 000 m² c) 30 000 m² d) 3 000 000 m² e) 52 000 m²
 6. a) 7 ha b) 5 ha c) 1,2 ha d) 900 ha e) 206 ha
 7. A 8. C 9. 1352 m² 10. C 11. 228
 12. druga 13. a) 3 b) 55,50 zł 14. $P = 2\frac{1}{2}$ m²
 15. 1822,50 zł 16. a) $a \cdot b$; 19 cm² b) b^2 ; 14,44 cm² c) $\frac{a^2}{2}$; 12,5 cm²
 17. papiirus: 17 325 cm², kartka: 379,5 cm²; 45 kartek; 45,7

Sprawdź się! / 224

1. B 2. np. 4 cm $\times$ 9 cm, 2 cm $\times$ 18 cm 3. 40 cm 4. 6 5. D

2. Pole równoległoboku i rombu / 227

1. B 2. D 3. 12 cm² 4. 136,5 cm² 5. 12 cm
 6. a) $c \cdot d$; 19,24 cm² b) $d \cdot c$; 19,24 cm² c) $\frac{c \cdot d}{2}$; 9,62 cm²
 7. B 8. 24 cm² 9. 2,4 10. a) 20 cm² b) prostokąt; 40 cm²
 11. 312 cm² 12. $L = 50$ cm, $P = 120$ cm² lub $P = 90$ cm²

Sprawdź się! / 228

1. C 2. 120 cm^2 3. D 4. $14,4 \text{ cm}^2$ 5. 336 cm^2

3. Pole trójkąta / 230

1. 15 cm^2 2. a) $4,5 \text{ cm}^2$ b) $7,5 \text{ cm}^2$ 3. $9\frac{3}{4} \text{ cm}^2$ 4. C
5. 24 cm^2 6. 4 cm 7. $1,25 \text{ m}^2$
8. 4 m ; przyprostokątne w skali: $5,5 \text{ cm}$ i 4 cm
9. $31,25 \text{ m}^2 = 3125 \text{ dm}^2$ 10. $L = 100 \text{ cm}$, $P = 360 \text{ cm}^2$
11. $69,12 \text{ dm}^2$ 12. $L = 36 \text{ cm}$, $P = 60 \text{ cm}^2$
13. a) $\frac{a \cdot h}{2}$; $67,5 \text{ cm}^2$ b) $\frac{a \cdot h}{2}$; $67,5 \text{ cm}^2$ c) $\frac{h^2}{2}$; $28,125 \text{ cm}^2$

Sprawdź się! / 231

1. 10 cm^2 2. B 3. 30 m^2 4. A 5. 9 cm^2

4. Pole trapezu / 233

1. C 2. $\frac{(m+p) \cdot t}{2}$; 18 cm^2 3. 21 cm^2 4. 10 cm 5. C 6. $3\frac{1}{2} \text{ cm}$
7. A 8. 81 cm^2 9. $0,2 \text{ m}^2$ 10. 88 cm^2
11. wymiary w skali: $9,5 \text{ cm}$; 5 cm ; $6,5 \text{ cm}$; 4 cm 12. B
13. 3200 m^2 14. $256\,000$ euro; więcej 15. $P = 90 \text{ cm}^2$, $L = 40 \text{ cm}$

Sprawdź się! / 234

1. 40 cm^2 2. 21 cm^2 3. B 4. 16 cm ; np. 6 cm i 10 cm 5. 6 dm i 3 dm

Zadania utrwalające / 235

1. $23,4 \text{ cm}^2$ 2. pierwszy, o 18 cm^2 3. o 15 cm^2 4. 63 cm^2
5. 4 cm 6. 16 cm^2 , 32 cm^2 7. 240 cm^2 8. 17 cm^2
9. $27,3 \text{ m}^2$ 10. $31,5 \text{ cm}^2$ 11. 56 cm^2 12. 30 cm^2
13. a) $\frac{(a+b) \cdot h}{2}$; $11,84 \text{ cm}^2$ b) $\frac{a \cdot b}{2}$; 6 cm^2 c) $\frac{a \cdot h}{2}$; 8 cm^2
d) $a \cdot b + \frac{b \cdot h}{2}$; $15,84 \text{ cm}^2$
14. a) $7,8$ b) 506 c) 410 d) 30 e) $5,4$ f) $12\,500$
15. $P = 60 \text{ cm}^2$, $h = 6 \text{ cm}$ 16. $2,5 \text{ cm}$ 17. 4 cm

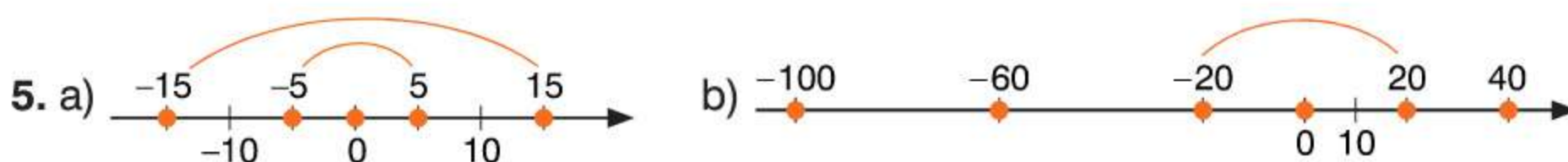
Zadania sprawdzające / 237

1. A 2. B 3. C 4. D 5. A 6. D 7. C 8. C

IX. Liczby całkowite

1. Liczby ujemne / 242

2. D 3. $4, 12, -8, 20, -16$
4. a) $A = -7, B = -5, C = -4, D = -2, E = 2, F = 4$; D i E oraz C i F
b) $F = -60, G = -50, H = -30, I = -10, J = 20, K = 30$; H i K
c) $K = -600, L = -500, M = -200, N = -100, O = 200, P = 400, R = 600$;
K i R oraz M i O



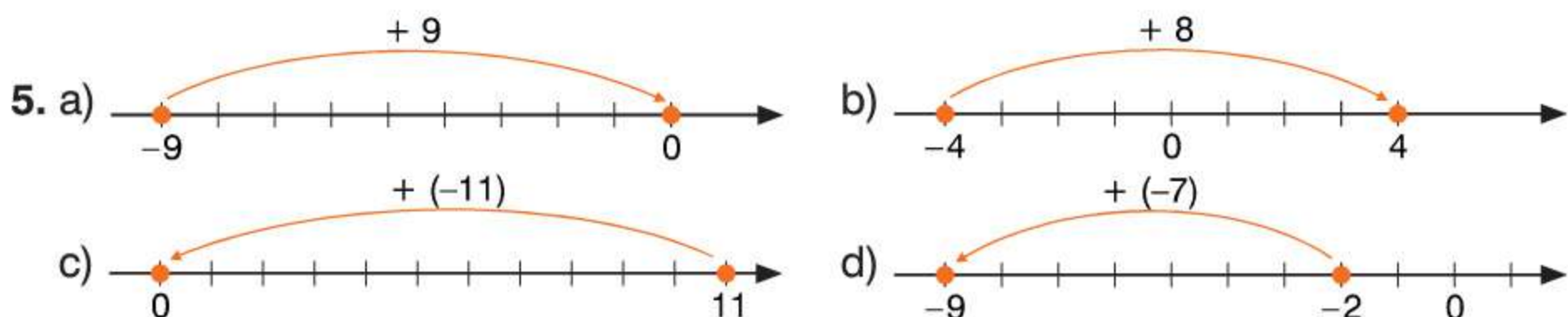
6. $-105 < -39 < -30 < -21 < -12 < -8 < 9 < 12$
7. malała: od 19 II do 21 II i od 27 II do 28 II rosła: od 21 II do 27 II
8. a) $<, =$ b) $>, <$ c) $>, <$ d) $>, >$

Sprawdź się! / 243

1. C 2. D 3. a) $>$ b) $<$ c) $=$
4. a) lipiec: 95 zł, sierpień: 80 zł b) lipiec: 60 zł, sierpień: 85 zł
5. np. -8, -7, 7, 9, 10; 8

2. Dodawanie liczb całkowitych / 246

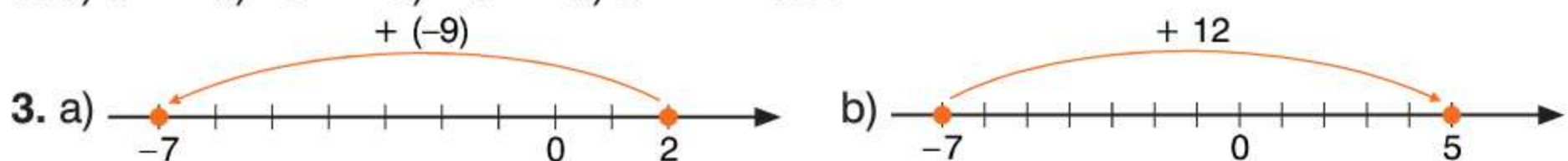
1. a) -7°C , -1°C ; wzrosła o 6°C b) -9°C , 2°C ; wzrosła o 11°C
c) -10°C , -2°C ; wzrosła o 8°C
2. 3°C 3. -3, 5, -5, 0, 3



6. a) 4, -4 b) -26, -19 c) -4, 3 d) 16, 96 7. a) -4 b) 10
8. B 9. na trzecim 10. np. a) 3 i 0 b) 5 i -5 c) 4 i -8 d) -20 i 10

Sprawdź się! / 247

1. a) 0 b) -9 c) -4 d) 6 2. B



4. -2 5. -20, -17, -14, -11, -8, -5, -2, 1

3. Odejmowanie liczb całkowitych / 250

1. -12, -10, -7, 0 2. a) -3°C b) -10°C c) -12°C d) -5°C
3. a) najwyższa: pierwszego dnia, najniższa: piątego dnia
c) od pierwszego do trzeciego i od czwartego do piątego
4. Adam: 15 p., Mateusz: 18 p., Wojtek: 13 p., Kamil: 17 p.
5. a) -6, -6, 11 b) -18, -40, -19 c) 0, -5, -11 d) -11, 7, -5
6. 3°C 7. 9279 m 8. a) np. -8 i -4 b) np. -1 i 6
9. a) $a = 15$ b) $b = -9$ c) $c = -6$

Sprawdź się! / 251

1. a) 12 b) -8 c) 21 2. A 3. 12°C 4. 1 5. np. -6 i -12

Zadania utrwalające / 252

1. $-\frac{12}{4}$, $\frac{6}{1}$, 4, $-\frac{6}{2}$, $-\frac{14}{1}$, $\frac{10}{10}$
2. $A = -800$, $B = -600$, $C = -500$, $D = -200$, $E = 100$, $F = 500$; F
3. a) -14, -16 b) 3 i -8 c) -8 i 8, -14 i 14 d) -16 i -14
4. 9 5. a) $<$ b) $<$ c) $=$ d) $>$
6. a) 3, -2, 0 b) -6, -11, 0 c) 11, 7, -44 d) -13, -19, 17
7. a) $m = -5$ b) $p = -3$ c) $h = -6$ 8. 8, 4, 1, 9, 27
9. 0, -2, -6, -9, -16 10. 20°C 11. $11 + (-13) = -2$

Zadania sprawdzające / 253

1. B 2. A 3. D 4. BD 5. B 6. C 7. A 8. C 9. D 10. C

X. Graniastosłupy

1. Prostopadłościan / 255

3. B 4. 28 cm; 4 5. 4 prostokątów i 2 kwadratów 6. 30 cm
7. 24 cm; wymiary w skali: 3 cm $\times$ 4 cm $\times$ 5 cm 8. 7,5 cm 9. BD

Sprawdź się! / 256

1. C 3. B 4. długość krawędzi sześcianu w skali: 3 cm 5. AD

2. Graniastosłup prosty / 259

2. 24 cm; prostopadłościan
4. 6 wierzchołków; 3 krawędzie podstawy, 9 wszystkich krawędzi
6. B 7. 8 wierzchołków, 12 krawędzi; długość wszystkich krawędzi: 40 cm
8. 4 ściany boczne; tak
9. graniastosłupa trójkątnego; 9 krawędzi i 6 wierzchołków
11. graniastosłupa pięciokątnego; 5 krawędzi bocznych; 5 krawędzi podstawy
12. BD 13. graniastosłup ośmiokątny

Sprawdź się! / 261

2. B 3. 4 4. A
5. graniastosłup sześciokątny; 12 wierzchołków i 6 ścian bocznych

3. Pole powierzchni graniastosłupa / 263

1. B 2. 94 cm²
3. wymiary w skali: 2,5 cm $\times$ 2,5 cm $\times$ 5 cm; 1000 cm², 62,5 cm²
4. 1630 cm² 5. C 6. B 7. 100
8. 41 cm $\times$ 80 cm 9. 72 cm²
10. wystarczy; krawędzie podstawy w skali: 3 cm, 4 cm, 5 cm, wysokość w skali: 2,5 cm
11. ABC, D, D, DE 12. prostopadłościan; 8,5 dm, 348,5 dm²
13. 174,72 cm² 14. 6; 90 zł 15. 412,5 cm²

Sprawdź się! / 266

1. 42 cm² 2. 300 cm² 3. B 4. b) 1020 5. 258 dm²

Zadania utrwalające / 267

1. 186 cm 2. 8 3. trójkąt 4. 60,4 cm
5. a) 96 dm² b) 1350 m² c) 194,94 cm² 6. 309,96 cm²
7. 69 cm² 8. 1300 cm² 9. 4 10. 431,20 zł
11. krawędź podstawy: 5 cm, wysokość: 12 cm

Zadania sprawdzające / 268

1. C 2. A 3. B 4. C 5. C 6. BD 7. C 8. B
9. B 10. C 11. A

Źródła fotografii i ilustracji

Okładka: s. 1 (kiwano) Olga Guchek/iStock Photo/Getty Images, (kratka) Valerio Rosati/EyeEm/Getty Images

Tekst główny: s. 8 (Zamość) Curioso.Photography/Alamy Stock Photo/BE&W; s. 9 (plan lekcji) seamartini/iStock/Getty Images Plus, (kalendarz) Shendart/iStock/Getty Images Plus; s. 10 (wieżowce) Grand Warszawski/Shutterstock.com; s. 11 (pomidory) fcafotodigital/iStockphoto/Getty Images, (ogórki) Yasonya/iStockphoto/Getty Images, (cebula) popovaphoto/iStockphoto/Getty Images, (ludzie na rowerach) nullplus/Shutterstock.com; s. 12 (marmur) dogayusufdokdok/E+/Getty Images; s. 13 (ludzie) elenab/iStock/Getty Images Plus; s. 14 (Lublin) Patryk Kosmider/Shutterstock.com; s. 15 (patyczki) pikepicture/iStock/Getty Images Plus, (znaki rzymskie) LI Cook/Shutterstock.com; s. 17 (Księżyc) kdshutterman/Shutterstock.com; s. 20 (jajko) Nattika/Shutterstock.com, (kura) stockphoto mania/Shutterstock.com; s. 21 (ziemniaki) Africa Studio/Shutterstock.com, (ogórki, buraki) New Africa/Shutterstock.com, (królik) JIANG HONGYAN/Shutterstock.com, (chomik) Happy monkey/Shutterstock.com, (papuga) cynoclub/Shutterstock.com; s. 22 (Kraków) Tomeyk/iStockphoto/Getty Images; s. 25 (łuk) Sanit Fuangnakhon/Shutterstock.com, (pendrive) nidwlv/iStockphoto/Getty Images; s. 27 (chłopiec) Francisco Martinez Saez/Shutterstock.com, (miski) Ivonne Wierink/Shutterstock.com, (dzbanki) volab/Shutterstock.com; s. 30 (dziewczynka) Syda Productions/Shutterstock.com; s. 31 (zero) Sabelskaya/Shutterstock.com, (smartwatch) Berg Dmitry/Shutterstock.com; s. 32 (samochód) DmytroPerov/Shutterstock.com; s. 33 (pociąg) Denis Belitsky/Shutterstock.com; s. 34 (samochód) Pierre Jean Durieu/Shutterstock.com; s. 35 (ręka z telefonem) Denys Prykhodov/Shutterstock.com; s. 36 (świerk) Magdalena Bryk; s. 37 (Siemianowice Śląskie) gebus tomasz/BE&W; s. 38 (góry) jeraart/Shutterstock.com; s. 41 (Chorwacja) emperorcasar/Shutterstock.com; s. 42 (patelnia z mięsem) VICUSCHKA/Shutterstock.com, (warzywa) Olef/Shutterstock.com, (jabłka) Maks Narodenko/Shutterstock.com; s. 47 (lustro) natalushka/Shutterstock.com; s. 48 (ludzie) GoodStudio/Shutterstock.com; s. 49 (znak) 32 pixels/Shutterstock.com; s. 51 (znaki) 32 pixels/Shutterstock.com; s. 52 (znak parking) reprodukcja, (most) vectortatu/Shutterstock.com; (znak) 32 pixels/Shutterstock.com; s. 53 (Kolumna Zygmunta) R. Piątkowski/WSiP; s. 54 (maliny) multiart/Shutterstock.com, (kot) mdmmikle/Shutterstock.com, (koty) Eric Isselee/Shutterstock.com; s. 56–57 (tło) Windows-7/Shutterstock.com, (samochód) ssuaphotos/Shutterstock.com, (sokół) Wang LiQiang/Shutterstock.com, (pociąg) cyo bo/Shutterstock.com, (samolot) Jag_cz/Shutterstock.com, (ślimak) r_silver/Shutterstock.com, (leniwiec) Lukas Kovarik/Shutterstock.com, (gepard) slowmotiongli/Shutterstock.com, (marlin) kelldallfall/Shutterstock.com, (rozbłyśki) Agarín/Shutterstock.com, (rakietą) 3Dsculptor/Shutterstock.com, (samolot wojskowy) Andrew_Howe/E+/Getty Images; s. 63 (labirynt) Jerzy Undro/REPORTER; s. 68 (budzik) Grażyna Bryk, Małgorzata Koziol/WSiP; s. 79 (sześciokąt) cg-art/Shutterstock.com; s. 85 (Hel) winkiel82/Shutterstock.com, (Ornak) tramper79/Shutterstock.com; s. 91 (stroik) billberryphotography/iStockphoto/Getty Images; s. 95 (figury) ratselmeister/iStock/Getty Images Plus; s. 96 (batony) Olga Guchek/Shutterstock.com; s. 98 (zeszyty) Hong Vo/Shutterstock.com; s. 101 (kartka) Tolga TEZCAN/E+/Getty Images, (proporczyk) Julia August/Shutterstock.com, (drogowskaz) KseniaButakova/Shutterstock.com, (sosna) Katrinaku/Shutterstock.com, (list) SvetlanaARTdreams/Shutterstock.com, (skrzynka) Johann Helgason/Shutterstock.com, (płot) Julia August/Shutterstock.com, (skrzynia) curiosity/Shutterstock.com, (kamienie) NatSPACE/Shutterstock.com, (ławka) Julia August/Shutterstock.com, (dąb) Le Panda/Shutterstock.com; s. 102 (grzyby) Coffeemill/Shutterstock.com; s. 105 (banany) Ingram Publishing/ThETA, (winogrono) Kovaleva_Ka/Shutterstock.com, (ananas) Central Stock/ThETA, (jabłko) DiGiTouch, (mandarynki) Yeti studio/Shutterstock.com; s. 106 (burak) Luis Carlos Jimenez del rio/Shutterstock.com, (ziemniaki) Nattika/Shutterstock.com; s. 107 (tulipany) Kisialiou Yury/Shutterstock.com; s. 110 (kostka) David Stuart Productions/Shutterstock.com; s. 112 (pociąg) Oleksiy Mark/Shutterstock.com, (porzeczka) Maks Narodenko/Shutterstock.com; s. 113 (maski) Andrey Burmakin/Shutterstock.com; s. 114 (papryczki) Ingram Publishing/ThETA; s. 115 (orzechy) Africa Studio/Shutterstock.com, (cukierki) Brian A Jackson/Shutterstock.com; s. 116 (truskawki) mario95/Shutterstock.com; s. 117 (butelka 2 l) Evgeny Karandaev/Shutterstock.com, (butelka 3/4 l) Africa Studio/Shutterstock.com, (butelka 1/4 l) Shablon/Shutterstock.com, (butelka 1/2 l) DenisMArt/Shutterstock.com, (mandarynki) Adam Smigielski/E+/Getty Images; s. 118 (motocyklista) sweetmoments/iStockphoto/Getty Images, (wiśnie) Melica/Shutterstock.com, (woda) givaga/Shutterstock.com; s. 120 (sportowcy) Kiselev Andrey Valerevich/Shutterstock.com, (dzieci w szkole) Pressmaster/Shutterstock.com; s. 121 (wieloryb) Digital Storm/Shutterstock.com; s. 123 (Trzy Korony) Milosz Maslanka/Shutterstock.com; s. 124 (zwierzęta) Eric Isselee/Shutterstock.com; s. 125 (zorca) Kevin Schafer/Alamy Stock Photo/BE&W; s. 126 (jeżyny) Nataly Studio/Shutterstock.com; s. 127 (szkielet) Sebastian Kaulitzki/Shutterstock.com; s. 128–129 (czekolada) Mironova Iuliia/Shutterstock.com, (dziewczyna i chłopak) tynyuk/Shutterstock.com, (pierzochy) Yellow Dahlia/Shutterstock.com, (babeczki) Sudowoodo/Shutterstock.com, (tło pod przepisami) JRP Studio/Shutterstock.com, (ludzie przy stole) Oxy_gen/Shutterstock.com, (pizza) Danyliuk Konstantine/Shutterstock.com; s. 131 (świnka) anna-nt/Shutterstock.com; s. 133 (maliny) Nattika/Shutterstock.com; s. 134 (dom) OxfordSquare/Shutterstock.com, (książka) taa22/iStockphoto/Getty Images, (zakładka) Lexi Claus/Shutterstock.com; s. 136 (domki) Ivengo/Shutterstock.com; s. 137 (bazylija) Nattika/Shutterstock.com; s. 143 (pociąg) View Stock/Alamy Stock Photo/BE&W, (jabłka) Africa Studio/Shutterstock.com; s. 145 (laptop) Oleksiy Mark/Shutterstock.com; s. 149 (wieża Eiffla) RomanYa/Shutterstock.com; s. 151 (most) Maria Vonotna/Shutterstock.com; s. 170 (opakowanie) Rvector/Shutterstock.com, (cytryny) dangdumrong/Shutterstock.com, (jabłko) siriratsavett/Shutterstock.com, (mandarynki) Kedsirin.J/Shutterstock.com; s. 171 (las) Stas Moroz/Shutterstock.com; s. 172 (skrzynka śliwek) Simic Vojislav/Shutterstock.com, (śliwki) 5 second Studio/Shutterstock.com; s. 173 (skrzynka pomidorów) mipan/Shutterstock.com, (ciężarówka) Nerthuz/Shutterstock.com; s. 174 (wiertła) marina_ua/Shutterstock.com, (rodzina) Monkey Business Images/Shutterstock.com, (skrzynka jabłek) Africa Studio/Shutterstock.com; s. 176 (autokar) Petr Student/Shutterstock.com; s. 177 (pieczywo chrupkie) chrisdorney/Shutterstock.com, (jezioro Gopło) MrMR/Shutterstock.com; s. 178 (owoce) Berner Andrey/Shutterstock.com; s. 179 (kurtka) Karkas/Shutterstock.com, (flamastry) Pop_Studio/Shutterstock.com; s. 181 (owoce) MaraZe/Shutterstock.com; s. 182 (grzyby) Ndanko/Shutterstock.com; s. 183 (konfitura) Viktoria Hodos/Shutterstock.com; s. 184 (jabłko) Marek R. Swadzba/

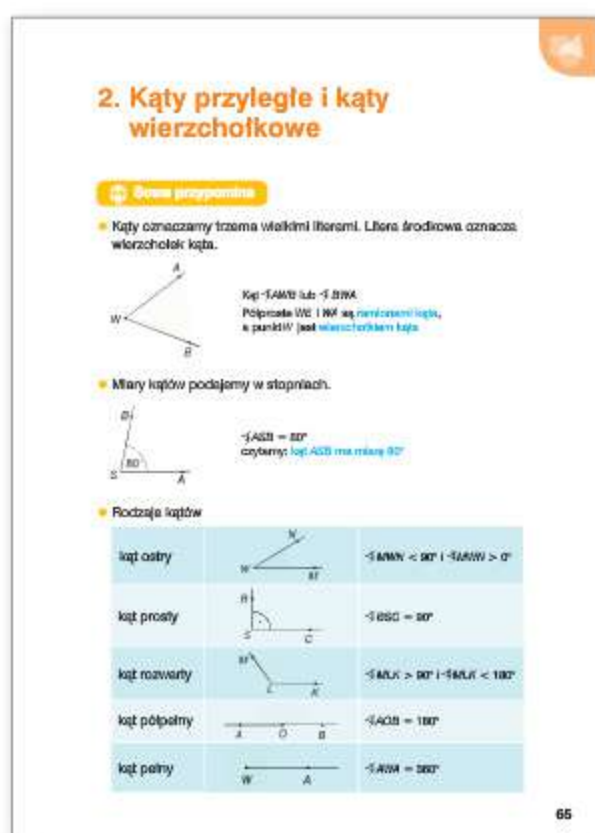
Shutterstock.com; s. 185 (świstak) A-Stop/Shutterstock.com; s. 186 (wagony) John Brueske/iStockphoto/Getty Images, (mandarynki) Africa Studio/Shutterstock.com; s. 188 (ludzie w basenie) ChrisVanLennepPhoto/Shutterstock.com; s. 190 (koszykówka) Fabrizio Andrea Bertani/Shutterstock.com; s. 191 (zebry) Lech Zielaskowski/WSiP; s. 192 (plaża) PAP/Lech Muszyński; s. 195 (lizaki) gresei/Shutterstock.com; s. 196 (ogród) Martin Wahlborg/E+/Getty Images; s. 198–199 (kot) nikitabarphoto/Shutterstock.com, (pies) Eric Isselee/Shutterstock.com, (chomik) stock_shot/Shutterstock.com, (rybki) bluehand/Shutterstock.com, (patyczak) Cristina Romero Palma/Shutterstock.com; s. 201 (ogród) Pefkos/Shutterstock.com; s. 202 (linijka) Dragance137/Shutterstock.com; s. 208 (nożyczki) IB Photography/Shutterstock.com; s. 214 (latawiec) molotoka/Shutterstock.com; s. 215 (papier) Paladin12/Shutterstock.com, (nożyczki) Kozak Sergii/Shutterstock.com; s. 216–217 (Maciek) FabrikaSimf/Shutterstock.com, (Janek) VALUA STUDIO/Shutterstock.com, (Zuza) Dean Drobot/Shutterstock.com, (Staś) Artsplav/Shutterstock.com, (Jola) Roman Samborskyi/Shutterstock.com, (Ola) fizkes/Shutterstock.com, (Tomek) LightField Studios/Shutterstock.com, (tło) Yongcharoen kittiyaporn/Shutterstock.com; s. 223 (boisko) Tinny Photo/Shutterstock.com, (flaga) Maxim Ermolenko/Shutterstock.com; s. 224 (farba) AlexLMX/Shutterstock.com; s. 226 (nożyczki) SmileStudio/Shutterstock.com; s. 238–239 (latawiec) Artisticco/Shutterstock.com, (osoby) robuart/Shutterstock.com, (plaża) Marina Podrez/Shutterstock.com; s. 240 (słońce, śnieg) bsd/Shutterstock.com; s. 246 (kostki) Javier Crespo/Shutterstock.com; s. 247 (Mars) manjik/Shutterstock.com, (panel) Magicleaf/Shutterstock.com; s. 250 (Morze Martwe) vvita/Shutterstock.com; s. 251 (chłopiec) Ljupco Smokovski/Shutterstock.com, (słońce) Liashenko Iryna/Shutterstock.com; s. 253 (śnieg) zizi_mentos/Shutterstock.com; s. 257 (pustak) TAKAZAWA/Shutterstock.com, (pudełko) Digital Assets/Shutterstock.com, (tło za biurkiem) Yoska/Shutterstock.com, (blat biurka) Evgeny Karandaev/Shutterstock.com, (kostka chodnikowa) Boonchai Samboon/Shutterstock.com, (budynek) trabantos/Shutterstock.com, (paczka) Vgstockstudio/Shutterstock.com; s. 260 (dom) Ingram Publishing/ThETA; s. 261 (karmnik) Viacheslav Voloshyn/Shutterstock.com; s. 263 (klocek) Laborant/Shutterstock.com; s. 264 (prezent) Duda Vasilii/Shutterstock.com; s. 265 (tapeta) Africa Studio/Shutterstock.com; s. 266 (łazienka) Who is Danny/Shutterstock.com

Mapa: s. 84 (województwo podlaskie) Adrian Bergiel

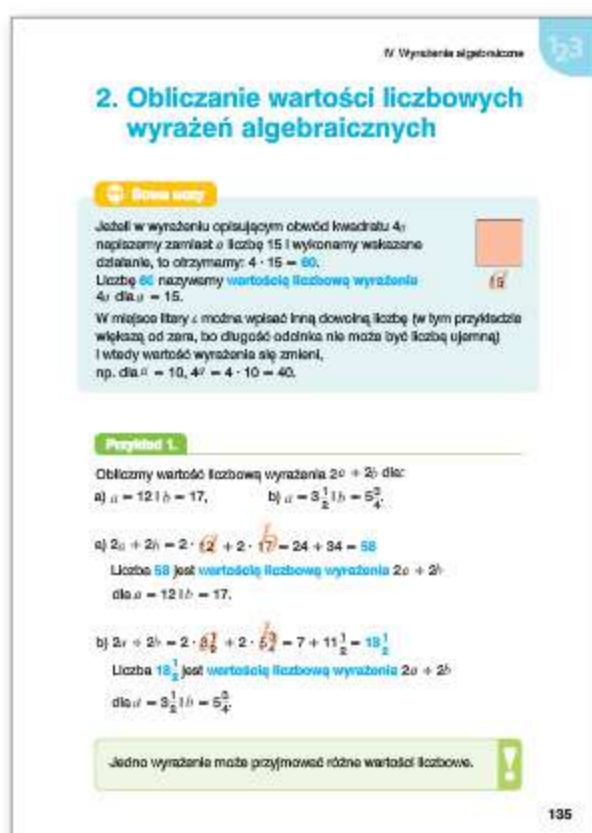
Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne oświadczają, że podjęły starania mające na celu dotarcie do właścicieli i dysponentów wszystkich zamieszczonych utworów. Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, przytaczając w celach dydaktycznych utwory lub fragmenty, postępują zgodnie z art. 27¹ ustawy o prawie autorskim. Jednocześnie Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne oświadczają, że są jedynym podmiotem właściwym do kontaktu autorów tych utworów lub innych podmiotów uprawnionych w wypadkach, w których twórcy przysługuje prawo do wynagrodzenia.

Matematyka wokół nas

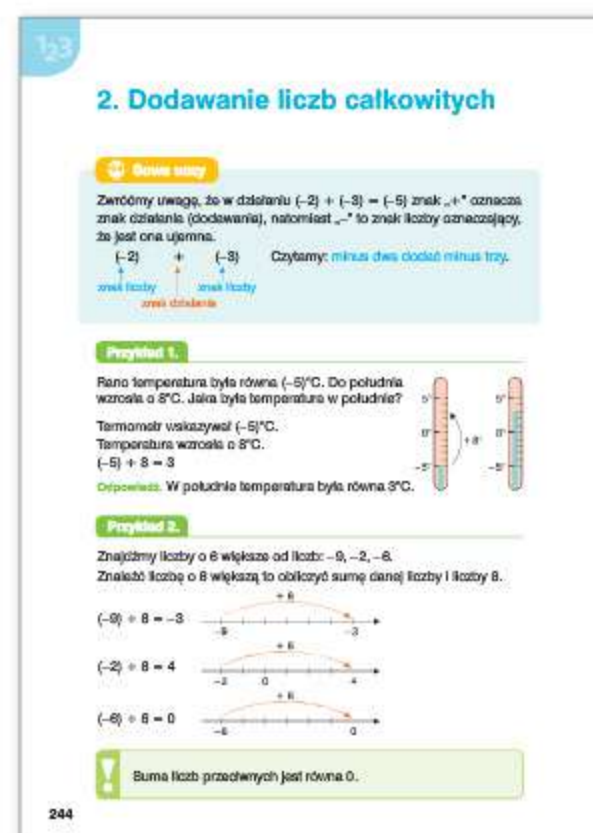
O podręczniku



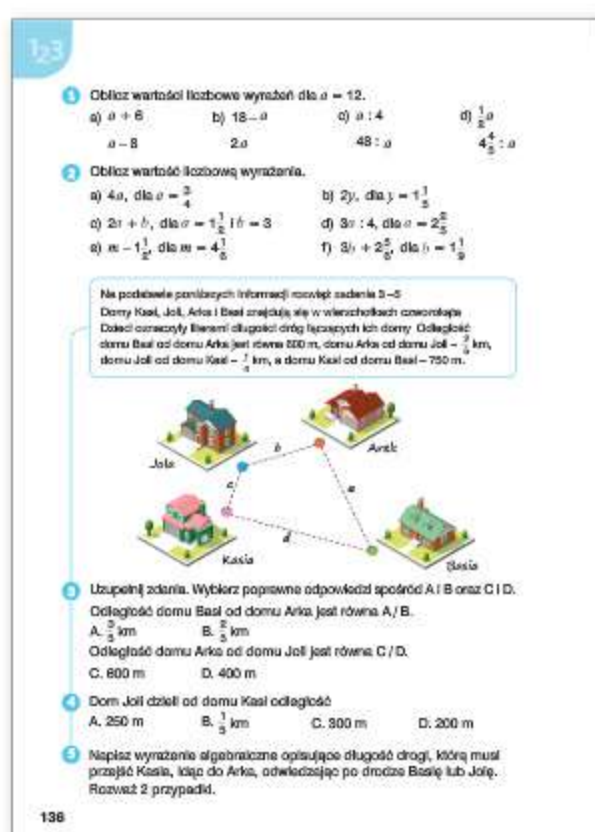
Przypomnienie wiadomości na początku tematu porządkuje je i utrwala.



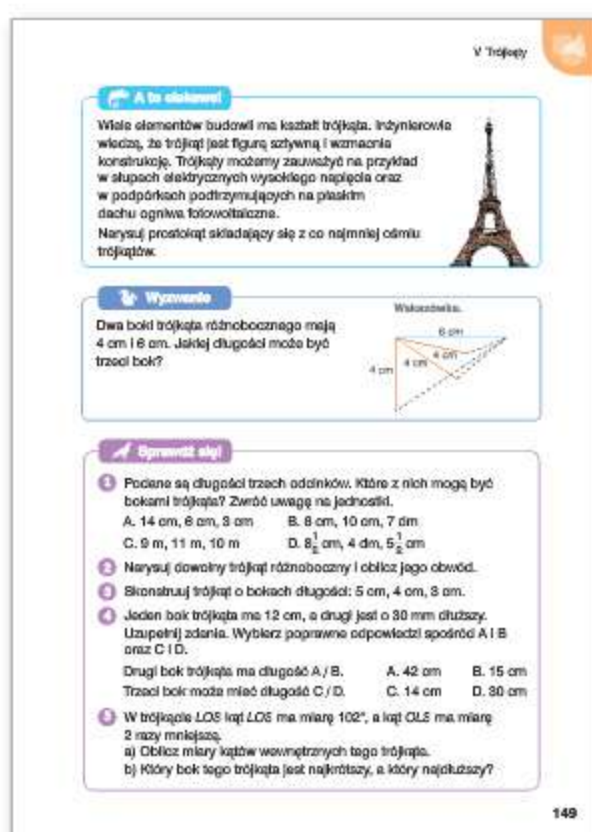
Dobrze wyjaśnione pojęcia matematyczne umożliwiają samodzielną naukę.



Przykłady rozwiązane krok po kroku pomagają w zrozumieniu tematu.



Duża liczba zadań różnych typów pomaga wyćwiczyć wymagane umiejętności.



Ciekawostki matematyczne zachęcają do nauki matematyki.



Zadania utrwalające przygotowują do sprawdzianów.



WYDAWNICTWA
SZKOLNE
i PEDAGOGICZNE

wsip.pl
sklep.wsip.pl
infolinia: 801 220 555

ProfiLingua
profi-lingua.pl