

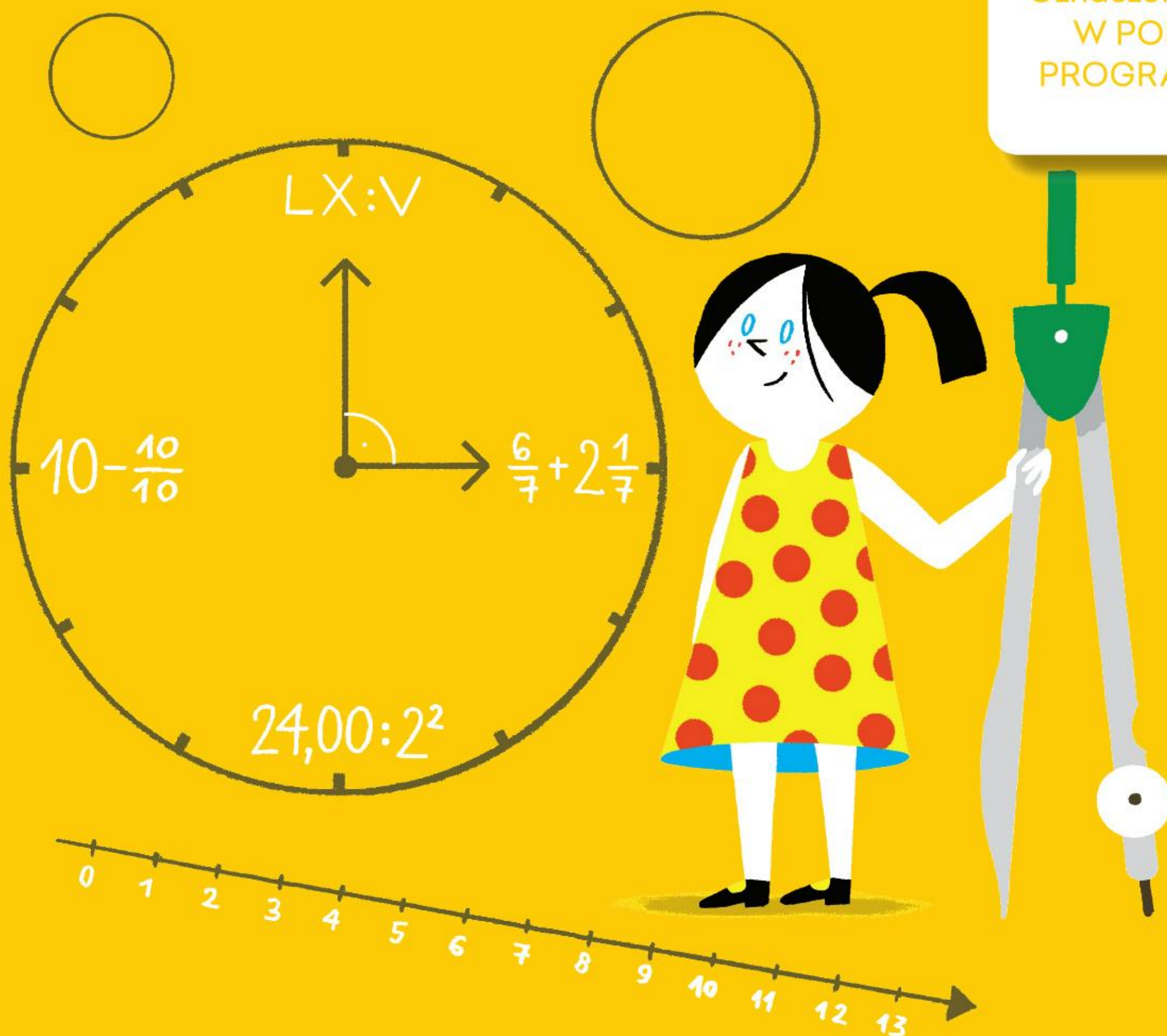
Matematyka

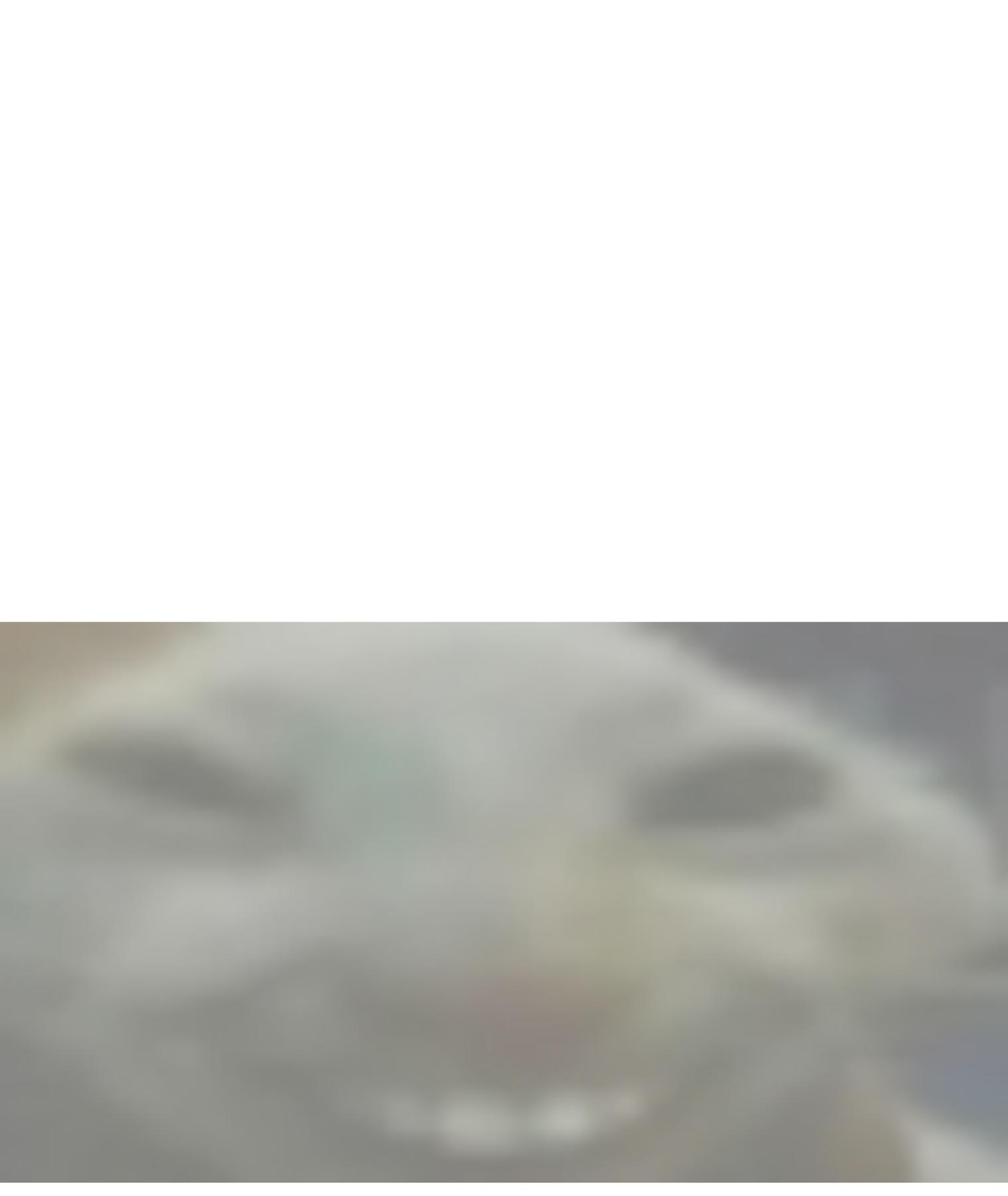
4

Podręcznik
część 2

×

Oznaczono zmiany
W PODSTAWIE
PROGRAMOWEJ
2024



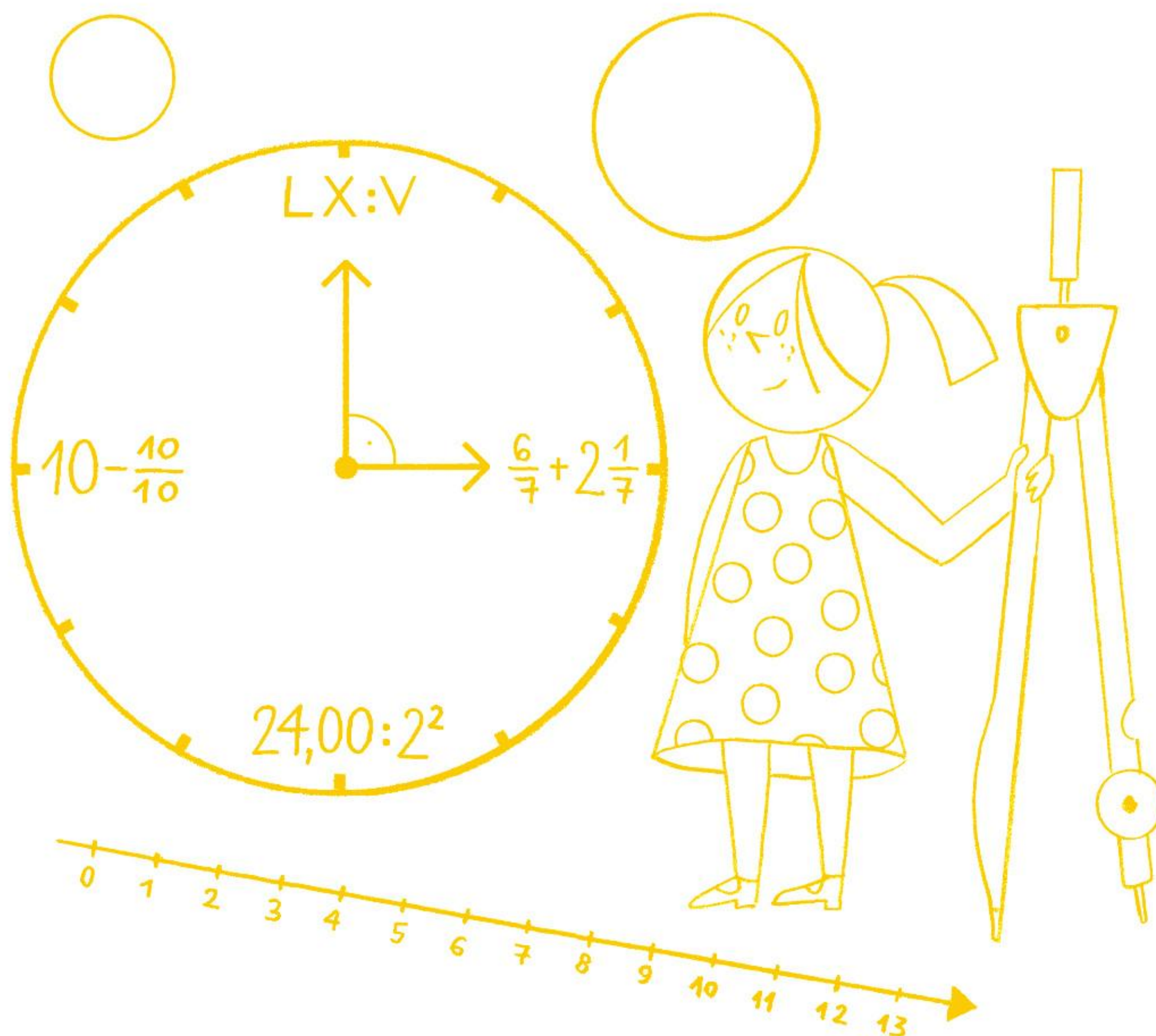


Jolanta Borzyszkowska
Maria Stolarska-Walkowiak

4

Matematyka

Podręcznik dla klasy czwartej szkoły podstawowej
część 2



Redaktor serii
Beata Zawistowska

Redaktor prowadzący
Ewa Kowalik

Redaktor merytoryczny
Ewa Kowalik

Współpraca redakcyjna
Iza Parlicka, Anna Parzęcka, Agata Winiarska

Redakcja językowa i korekta
Anna Kołat

Redakcja techniczna
Paweł Kowalski

Skład i łamanie
ScanSystem.pl / Ewa Szelatyńska oraz Rafał Kwiczor

Redakcja artystyczna
Magdalena Sarnot-Wrzecionowska

Projekt i koncepcja artystyczna
Futu Creative / Kay Humelt i Rafał Kwiczor

Projekt okładki
Futu Creative

Ilustracja na okładce
Paweł Mildner

Opracowanie kartograficzne
Chariza Krystian Carto Team

Fotoedycja
Grzegorz Wrzecionowski

Książka, którą nabyłeś, jest dziełem twórcy i wydawcy. Przestrzegaj praw, jakie im przysługują. Udostępniając książkę lub jej fragmenty, rób to wyłącznie w zakresie dozwolonego użytku, który określają przepisy prawa. Zawartość książki możesz udostępnić nieodpłatnie osobom bliskim lub osobiście znanym, ale nie publikuj jej w internecie. Jeśli cytujesz jej fragmenty, nie zmieniaj ich treści i koniecznie zaznacz, czyje to dzieło. Kopiując jej część, rób to jedynie na użytek osobisty.

© Grupa MAC S.A., Kielce 2017

Wydawca oświadcza, że dołożył wszelkich starań, aby dotrzeć do wszystkich właścicieli i dysponentów praw autorskich. Osoby, których nie udało nam się ustalić, prosimy o kontakt z wydawnictwem.

ISBN: 978-83-7873-766-7

Grupa MAC S.A.
25-561 Kielce, ul. Witosza 76
tel. 41 366 55 55, faks: 41 366 33 02
e-mail: kontakt@mac.pl, www.mac.pl



Treści usunięte z podstawy programowej w 2024 r.

Spis treści

5. Ułamki zwykłe

5.1	Ułamek jako część całości	6
5.2	Liczby mieszane i ułamki niewłaściwe	10
5.3	Ułamek jako iloraz	15
5.4	Ułamki zwykłe na osi liczbowej	20
5.5	Porównywanie ułamków	25
5.6	Rozszerzanie i skracanie ułamków	30
5.7	Dodawanie ułamków zwykłych o jednakowych mianownikach	35
5.8	Dodawanie liczb mieszanych	39
5.9	Odejmowanie ułamków zwykłych o jednakowych mianownikach	42
5.10	Odejmowanie liczb mieszanych	45
	Podsumowanie działu 5	50

6. Ułamki dziesiętne

6.1	Zapisywanie i odczytywanie ułamków dziesiętnych	54
6.2	Zapis cen za pomocą ułamków dziesiętnych	60
6.3	Zapis długości za pomocą ułamków dziesiętnych	63
6.4	Zapis masy za pomocą ułamków dziesiętnych	66
	Link do wiedzy <i>Inny, zdolny, niezwykły</i>	68
	Podsumowanie działu 6	70

7. Figury płaskie

7.1	Podstawowe figury geometryczne	74
7.2	Proste i odcinki prostopadłe	80
7.3	Proste i odcinki równoległe	86
7.4	Mierzenie długości odcinka i łamanej	91
7.5	Kąty i ich rodzaje	96
7.6	Mierzenie kątów	102
7.7	Wielokąty i ich rodzaje	106
7.8	Prostokąt i kwadrat	110
7.9	Obwód prostokąta i kwadratu	117
7.10	Okrąg i koło	122
7.11	Skala	129
	Podsumowanie działu 7	134
	Odpowiedzi do zadań	137
	Indeks	139

Jak korzystać z podręcznika

Numer i temat

Podejmij temat

Pytania do ilustracji wprowadzają do tematu i skłaniają do dyskusji.

Ważne treści matematyczne

Treści, które należy przyswoić, wyróżniają się kolorem.

Ciekawe!

Interesujące wiadomości uzupełniają treść lekcji.

6.1 Zapisywanie i odczytywanie ułamków dziesiętnych

Podejmij temat



Dialogi dzieci

Rozmowy uczniów wyjaśniają problemy matematyczne prostym, potocznym językiem.

Przykład 1

Odczytaj, jaki ułamek kwadratu zamalowano.



4. Sprawdź za pomocą cieni, które z poniższych par prostych to proste prostopadłe. Odpowiedź zapisz w zeszytach za pomocą symbolu prostopadłości.



W więcej na temat

Liniowa, której końce nie przecinają się ze sobą, to linia prosta. Linia, której końce przecinają się ze sobą, to linia zakrzywna. Takie linie nazywamy liniami.



Zadanie

- Narysuj prostą a . Następnie zamaluj punkty A, B, C należące do prostej a oraz punkty D, E, F nie należące do tej prostej.
- Narysuj trzy proste k, l, m w taki sposób, aby spełniały następujące warunki:
 - prosta k i l przecinają się w punkcie P ;
 - prosta l i m przecinają się w punkcie R ;
 - prosta k i m przecinają się w punkcie S .
- Zamieść 3 punkty nie należące do jednej prostej A, B, C . Podaj je na wyrostku możliwie sposobem. Zamieść 3 punkty nie należące do jednej prostej D, E, F, G, H, I, J . Podaj je na wyrostku możliwie sposobem. Kolor z otrzymanych figur umieść na wyrostku.

Zadania

Zadania dotyczą bieżącego tematu i nawiązują do zagadnień wcześniejszych.

Przykłady

Przykładowe rozwiązania zadań ułatwiają samodzielną naukę.

Ćwiczenia

Ćwiczenia pozwalają opanować konkretną matematyczną czynność.

Więcej na temat

Dodatkowe wiadomości rozszerzają podstawę programową.

Podsumowanie działu

Wiadomości zebrane na końcu działu pomagają powtórzyć materiał.

Podsumowanie działu 7

Wzrost i masa

rodzaj	rodzaj	rodzaj	rodzaj	rodzaj
rodzaj	rodzaj	rodzaj	rodzaj	rodzaj
rodzaj	rodzaj	rodzaj	rodzaj	rodzaj
rodzaj	rodzaj	rodzaj	rodzaj	rodzaj
rodzaj	rodzaj	rodzaj	rodzaj	rodzaj

Podstawowe figury geometryczne



Powierzchnie i objętości



Czy już umiesz?

- Zamieść 3 punkty nie należące do jednej prostej A, B, C . Podaj je na wyrostku możliwie sposobem. Zamieść 3 punkty nie należące do jednej prostej D, E, F, G, H, I, J . Podaj je na wyrostku możliwie sposobem. Kolor z otrzymanych figur umieść na wyrostku.
- Oblicz obwód prostokąta, którego jeden z boków ma długość 8 cm, a drugi bok jest:
 - a) o 3 cm dłuższy;
 - b) 5 razy dłuższy;
 - c) o 2 cm krótszy.
- Prostokąt $ABCD$ i kwadrat $EFGH$ są podobne w skali 1:2. Jakie są stosunki wymiarów tych figur? Oblicz ich rzeczywiste obwody.

Czy już umiesz?

Zadania kończące dany dział utrwalają zdobyte umiejętności.

Wskazówki

Podpowiedzi w formie rozmowy dzieci za pomocą komunikatora internetowego ułatwiają samodzielną pracę.

Zadania trudniejsze

Zadania o wyższym stopniu trudności są oznaczone gwiazdką.

Link do wiedzy

Nowe, ciekawe treści nawiązują do innych dziedzin wiedzy i zachęcają uczniów do korzystania z nowoczesnych technologii.

Pamiętaj, że podręcznik ma służyć uczniom z kolejnych klas. Nic w nim nie zapisuj.

Znaczenie ikon



zadanie do wykonania w grupie



pytanie do ilustracji



gra



uwaga



zadanie nawiązujące do innego przedmiotu



zadanie do wykonania z wykorzystaniem nowoczesnych technologii

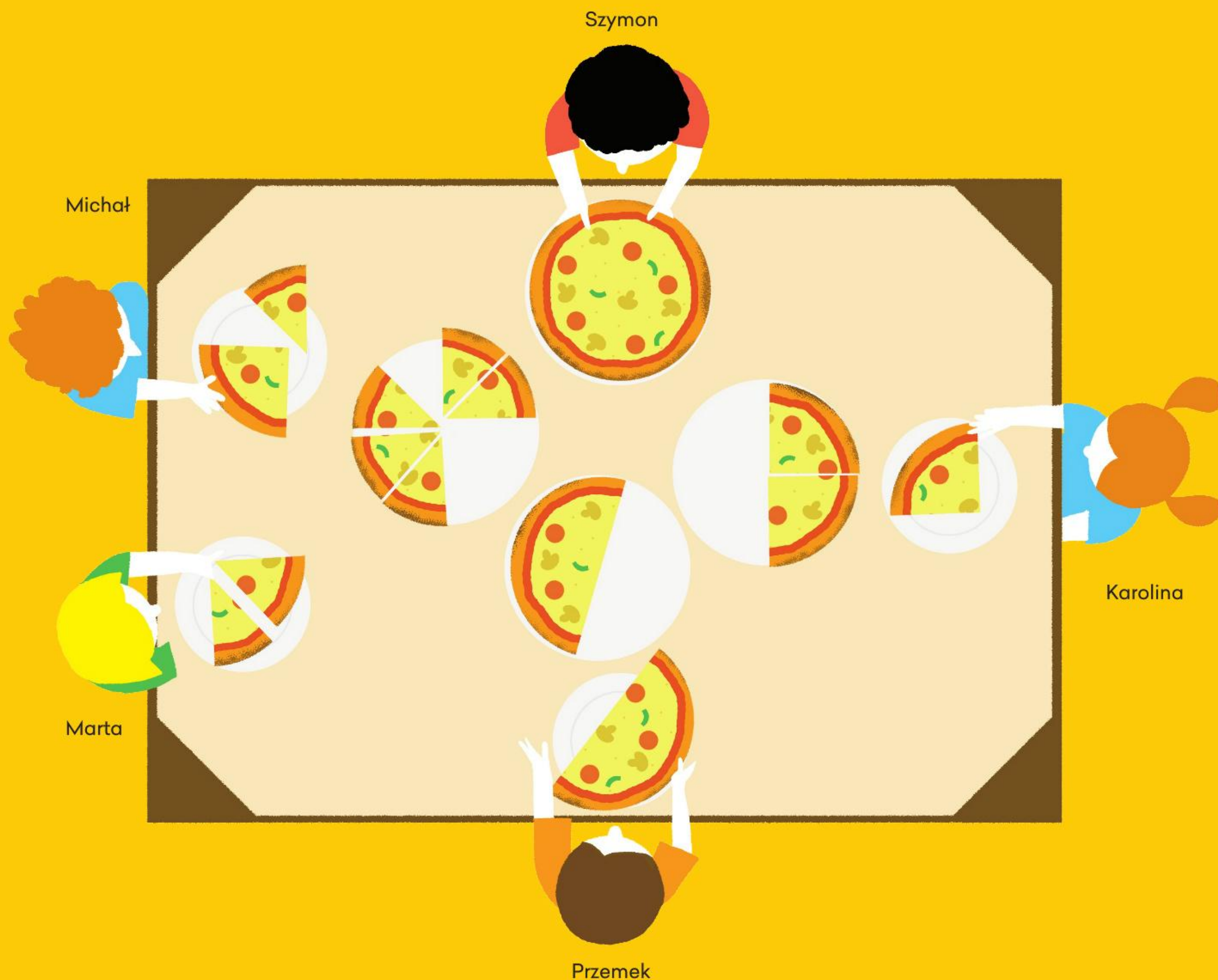


łamigłówka, zagadka, żart



link do wiedzy

5. Ułamki zwykłe



Na imieninach Szymona dzieci jadły pizzę. Do podziału były 4 pizze tej samej wielkości, ale niejednakowo pokrojone. Przyjrzyj się uważnie rysunkowi i odpowiedz na pytania.

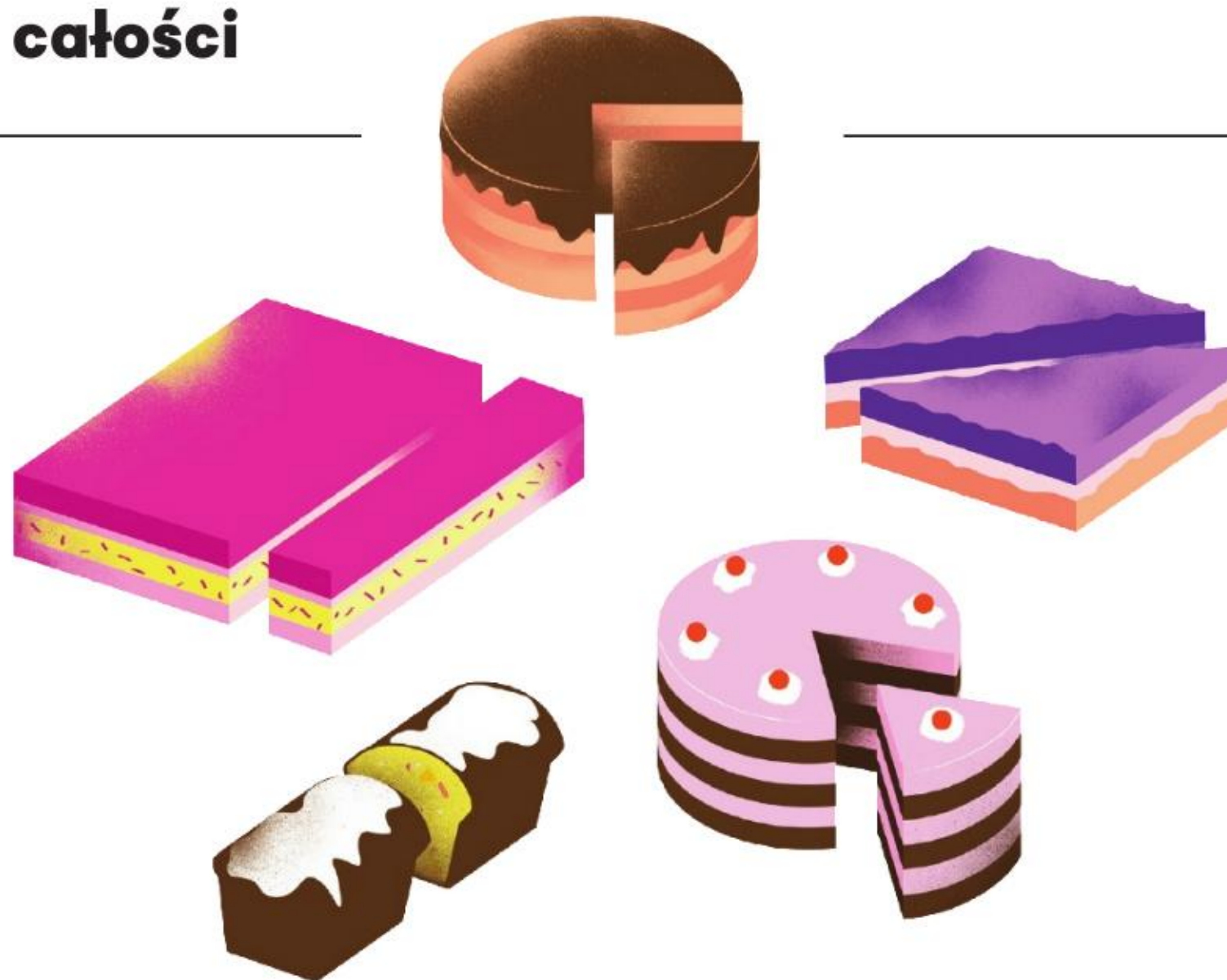
1. Kto zjadł najwięcej pizzy?
2. Które dzieci zjadły taką samą część pizzy?
3. Kto zjadł najmniej?
4. Po zjedzeniu wybranych przez siebie kawałków wszystkie dzieci powiedziały, że pizza jest bardzo smaczna i każdy chętnie zjadłby jeszcze połowę tego co poprzednio. Sprawdź, czy było to możliwe, wiedząc o tym, że każdy mógł sięgać po dowolne kawałki pizzy i je dzielić.

5.1 Ułamek jako część całości

Podejmij temat



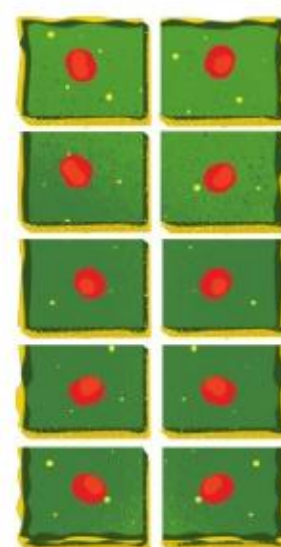
Na którym rysunku odkrojono połowę ciasta?
Powiedz, jak można odkroić ćwierć ciasta.
Narysuj w zeszycie ciasto o dowolnym kształcie (widziane z góry) i zaproponuj jego podział na 4 równe części.



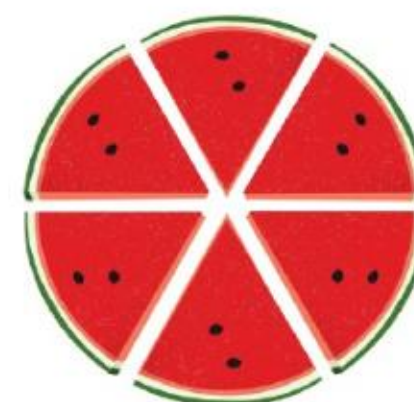
Bułka jest podzielona na 4 równe części.



Kostka masła jest podzielona na 2 równe części.



Tarta jest podzielona na 10 równych części.



Arbuz jest podzielony na 6 równych części.



Pozostały 3 części z czterech, czyli $\frac{3}{4}$ bułki.



Pozostała 1 część z dwóch, czyli $\frac{1}{2}$ kostki masła.



Pozostało 7 części z dziesięciu, czyli $\frac{7}{10}$ tarty.



Pozostały 2 części z sześciu, czyli $\frac{2}{6}$ arbuza.

$\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{2}{6}$ to **ułamki zwykłe**.

Zapisane obok ułamki czytamy: trzy czwarte, jedna druga, siedem dziesiątych, dwie szóste.

1. Odczytaj ułamki: $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{3}{5}$.

Dlaczego *dwie trzecie*, a nie na przykład: *dwa, trzy*?

Dlatego, że ułamek to część całości. Czyli: *dwie części*. Jakie? *Trzecie*.

2. Zapisz podany ułamek za pomocą cyfr.

a) pięć szóstych

b) dziesięć dwunastych

c) cztery ósme

d) siedem dwudziestych

e) jedna trzecia

f) sześć siódmych

W zapisie ułamka zwykłego wyróżniamy: **licznik** – liczbę nad kreską, **mianownik** – liczbę pod kreską i oddzielającą je **kreskę ułamkową**.

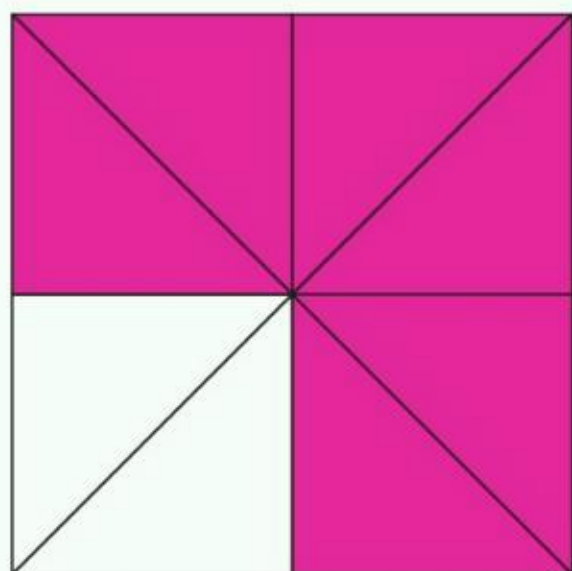
$\frac{3}{4}$

licznik
kreska ułamkowa
mianownik

Mianownik pokazuje, na ile równych części podzielono całość, a licznik – ile tych części wzięto.

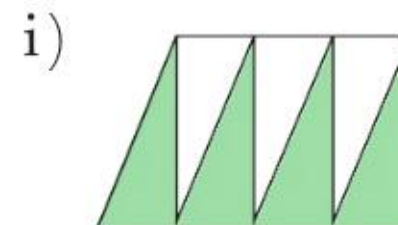
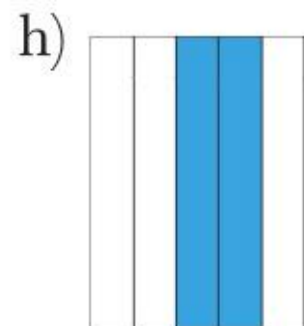
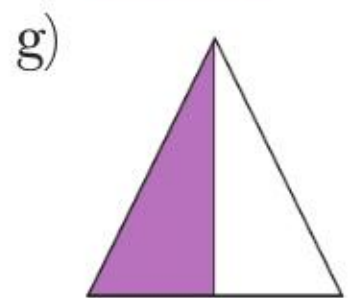
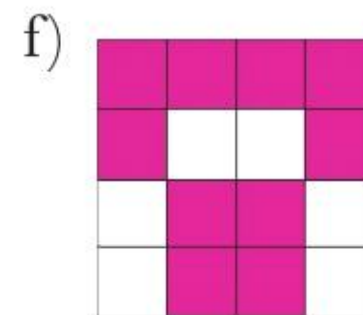
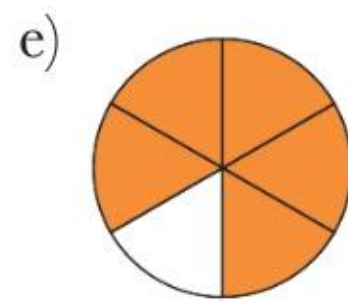
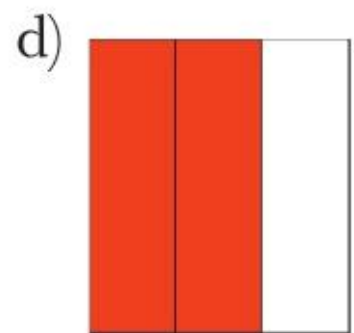
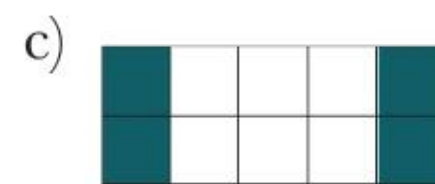
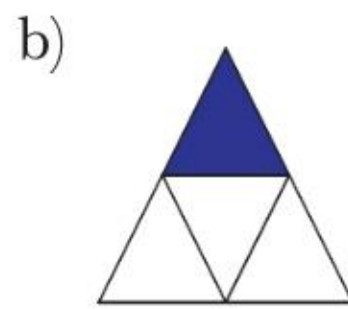
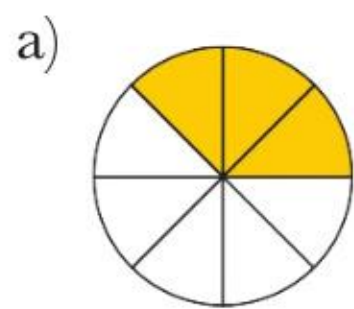
Przykład 1

Określmy, jaki ułamek kwadratu zamalowano.



Kwadrat podzielono na 8 równych części. Zamalowano 6 z 8 części, czyli $\frac{6}{8}$. Mówimy, że zamalowana część **stanowi** $\frac{6}{8}$ całego kwadratu.

3. Jaki ułamek figury zamalowano?



Ciekawe!

Starożytni Egipcjanie znali tylko **ułamki proste**, czyli ułamki o liczniku równym 1. Każdą inną liczbę pokazującą część przedstawiali w postaci sumy ułamków prostych.

Ułamki $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, ... często właśnie z tego powodu nazywa się też **ułamkami egipskimi**.

$\frac{1}{5} =$		$\frac{1}{20} =$	
$\frac{1}{10} =$		$\frac{1}{23} =$	

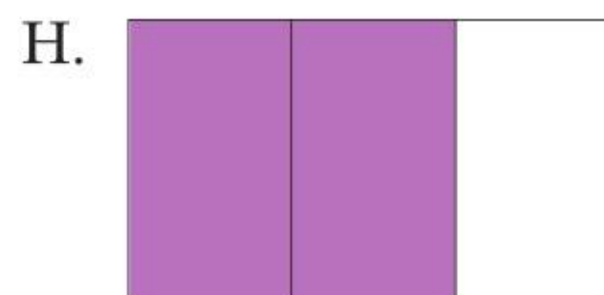
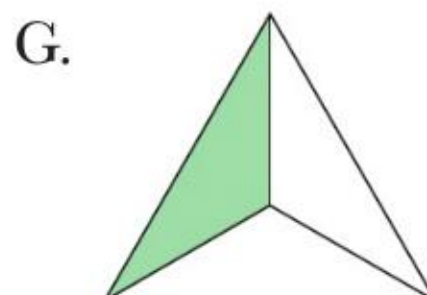
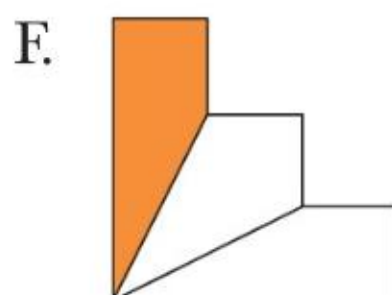
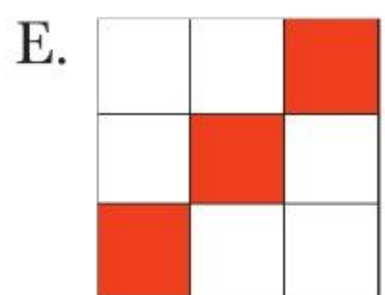
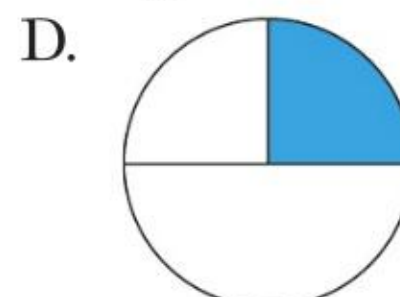
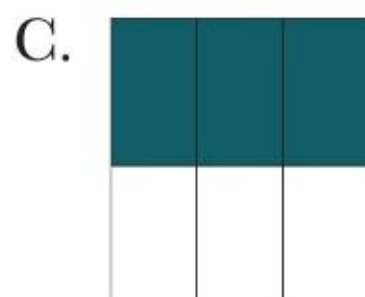
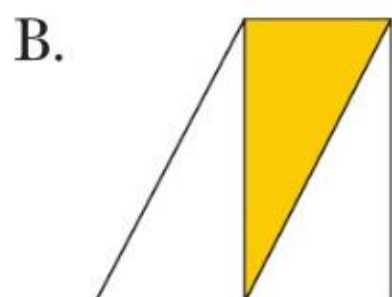
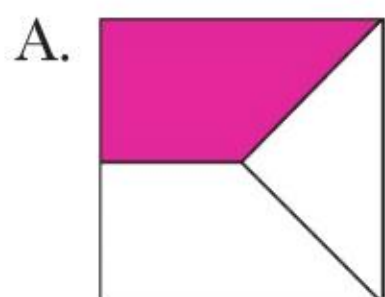
- Narysuj cztery prostokąty o bokach długości 2 cm i 3 cm.
Pokoloruj: $\frac{1}{3}$ pierwszego, $\frac{5}{6}$ drugiego, $\frac{7}{12}$ trzeciego i $\frac{9}{24}$ czwartego.
- Narysuj odcinek o długości 7 cm w pozycji poziomej i podziel go na dwie części tak, aby lewa część stanowiła $\frac{3}{7}$ całego odcinka.
- Na kartce papieru w kratkę wspólnie z koleżanką lub kolegą  narysujcie 10 różnych figur i pokolorujcie $\frac{3}{5}$ każdej z nich.
Zanim zaczniecie rysować, zastanówcie się, jakie wymiary i jaki kształt powinna mieć figura, aby łatwo było pokolorować taką jej część.

Zadania

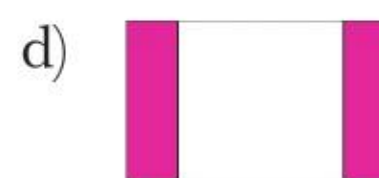
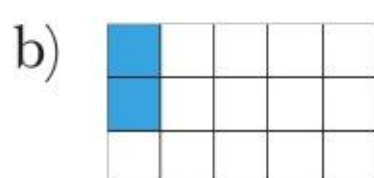
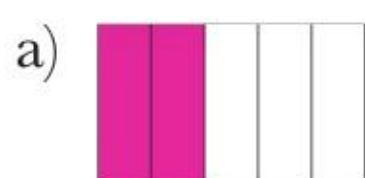
- Zapisz w zeszycie po trzy różne ułamki, których:

- | | |
|---|--|
| a) mianownik jest równy 7, | b) licznik jest równy 3, |
| c) licznik jest o 4 mniejszy od mianownika, | d) licznik jest 2 razy mniejszy od mianownika, |
| e) suma licznika i mianownika wynosi 10, | f) iloczyn licznika i mianownika wynosi 32. |

2 Wymień wszystkie rysunki, na których zamalowana część stanowi $\frac{1}{3}$ figury.



3 Jaka część prostokąta **nie** została zamalowana?



4 Sznur koralików składa się z 20 koralików czerwonych, 20 białych i 60 żółtych. Jaka część wszystkich koralików stanowią koraliki białe, a jaką żółte?

5 Jaka część 1 m są kolejno: 1 cm, 1 dm, a jaką 20 cm?

A. $\frac{1}{1000}, \frac{1}{100}, \frac{2}{10}$

B. $\frac{1}{100}, \frac{1}{10}, \frac{20}{100}$

C. $\frac{1}{1000}, \frac{1}{10}, \frac{20}{100}$

D. $\frac{1}{100}, \frac{1}{10}, \frac{20}{1000}$

6 Jak się nazywa: $\frac{1}{100}$ kg, a jak $\frac{1}{1000}$ kg?

A. dekagram, gram

B. gram, dekagram

C. dekagram, tona

D. gram, tona

7 Jaki ułamek dni całego tygodnia:

a) stanowi niedziela,

b) stanowią dni, których nazwa zaczyna się literą p?

8 Jaki ułamek godziny stanowi:

a) minuta,

b) kwadrans,

c) czas trwania typowej lekcji?

9 Jaki ułamek zwykłego roku:

a) stanowi 1 doba,

b) stanowią 2 tygodnie,

c) stanowi styczeń?

10 Co znajduje się pod licznikiem ułamka zwykłego?

5.2 Liczby mieszane i ułamki niewłaściwe

Podejmij temat



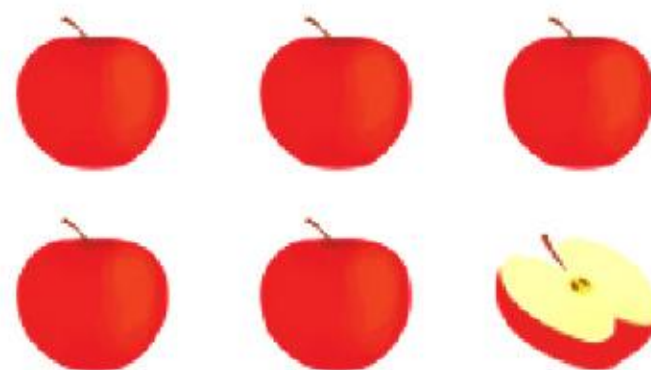
Na rysunkach widzimy:



3 całe bułki i $\frac{1}{4}$ bułki,
czyli $3\frac{1}{4}$ bułki;



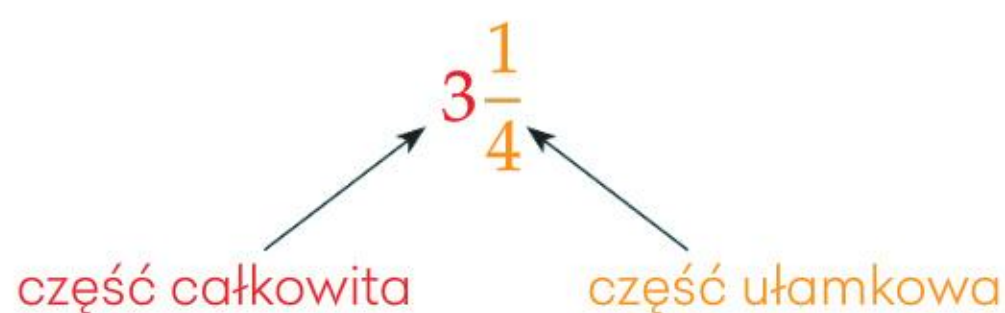
2 całe batoniki i $\frac{3}{5}$ batonika,
czyli $2\frac{3}{5}$ batonika;



5 całych jabłek i $\frac{1}{2}$ jabłka,
czyli $5\frac{1}{2}$ jabłka.

Liczby $3\frac{1}{4}$, $2\frac{3}{5}$, $5\frac{1}{2}$ to **liczby mieszane**.

Liczba mieszana składa się z **części całkowitej** i **części ułamkowej**.



Zapisane obok liczby mieszane czytamy:

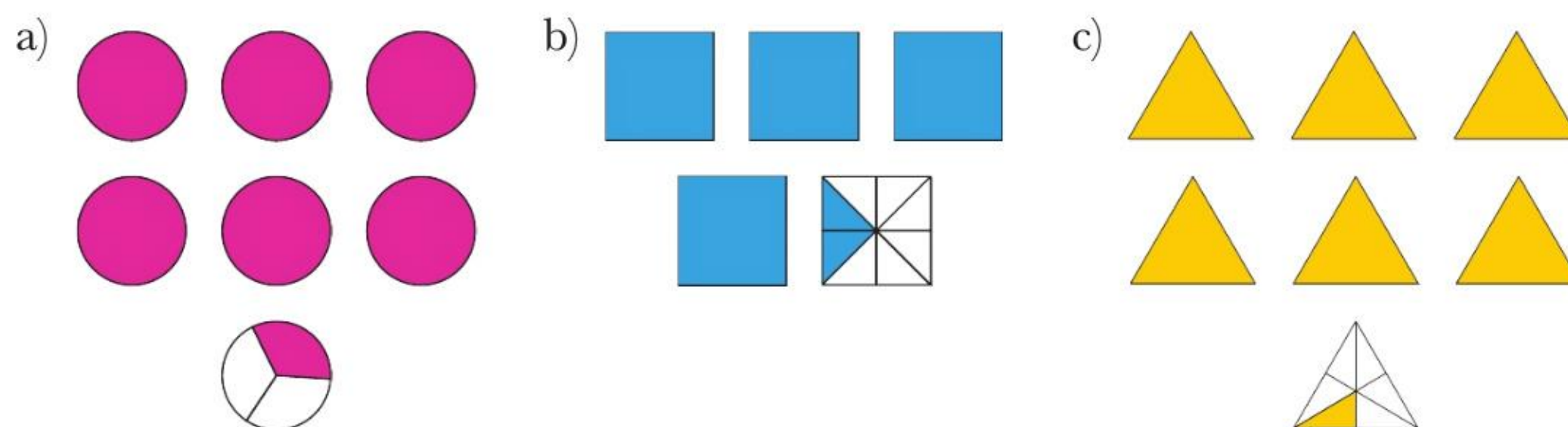
trzy i jedna czwarta,
dwa i trzy piąte,
pięć i jedna druga.

1. Przeczytaj: $1\frac{3}{4}$, $6\frac{5}{7}$, $9\frac{2}{6}$, $4\frac{5}{8}$.

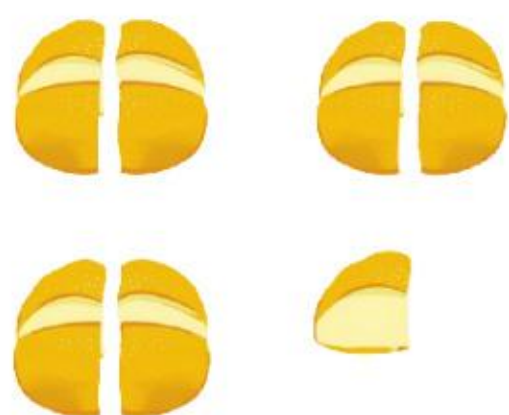
2. Zapisz podaną liczbę mieszaną za pomocą cyfr.

a) dwa i jedna trzecia b) cztery i pięć szóstych c) siedem i cztery dziesiąte

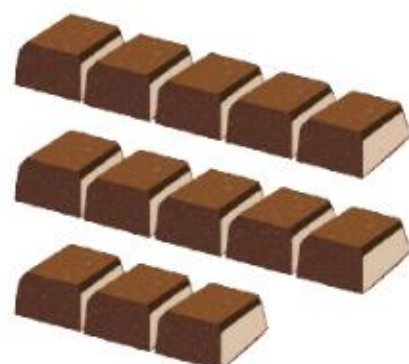
3. Zapisz, jaka liczba mieszaną została zilustrowana za pomocą rysunku.



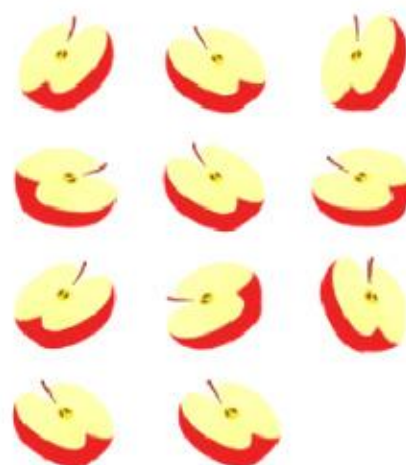
Jakie ułamki ilustrują poniższe rysunki?



Każda bułka jest podzielona na 4 równe części, a tych części jest 13, czyli rysunek ilustruje ułamek $\frac{13}{4}$.



Każdy batonik jest podzielony na 5 równych części, a tych części jest 13, czyli rysunek ilustruje ułamek $\frac{13}{5}$.



Każde jabłko jest podzielone na 2 równe części, a tych części jest 11, czyli rysunek ilustruje ułamek $\frac{11}{2}$.



Pizza jest podzielona na 6 równych części, a tych części jest 6, czyli rysunek ilustruje ułamek $\frac{6}{6}$.

Ułamki $\frac{13}{4}$, $\frac{13}{5}$, $\frac{11}{2}$, $\frac{6}{6}$ to ułamki niewłaściwe.

Jeżeli licznik ułamka jest większy od mianownika lub równy mianownikowi, to taki ułamek nazywamy **niewłaściwym**.

Jeżeli licznik ułamka jest mniejszy od mianownika, to taki ułamek nazywamy **właściwym**.

4. Zapisz w zeszycie pięć przykładów ułamków niewłaściwych.
5. Spośród ułamków: $\frac{9}{8}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{12}{15}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{7}{7}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{6}{4}$, $\frac{2}{2}$, wybierz ułamki niewłaściwe i zapisz je w zeszycie.

Gdy analizujemy rysunki dotyczące liczb mieszanych i ułamków niewłaściwych, możemy zauważyć, że ułamek niewłaściwy jest liczbą większą od 1 lub (jak w przypadku pizzy na rysunku) równą 1, liczba mieszana jest również większa od 1, natomiast ułamek właściwy jest zawsze mniejszy od 1.

Powinien więc istnieć związek między liczbą mieszaną a ułamkiem niewłaściwym. Poszukajmy go.

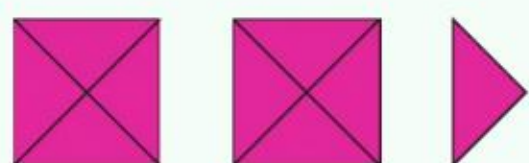
Przykład 1

Obliczmy, ile całych:

- a) kwadratów można ułożyć z narysowanych poniżej dziewięciu ćwiartek kwadratu, czyli z $\frac{9}{4}$ kwadratu,

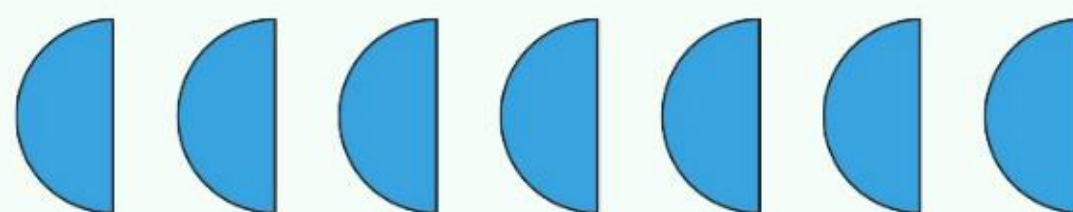


Można ułożyć 2 całe kwadraty.
Pozostaje jeszcze $\frac{1}{4}$ kwadratu.

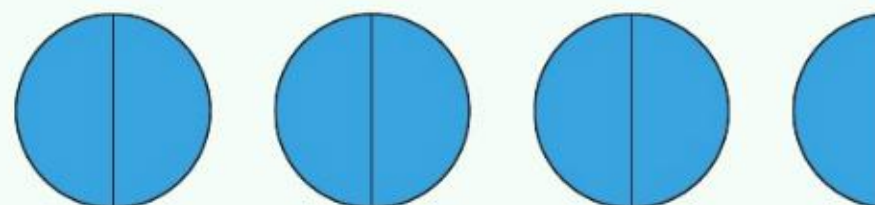


$$\text{Zatem } \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}.$$

- b) kół można ułożyć z narysowanych poniżej siedmiu połówek koła, czyli z $\frac{7}{2}$ koła.



Można ułożyć 3 całe koła.
Pozostaje jeszcze $\frac{1}{2}$ koła.



$$\text{Zatem } \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}.$$

6. Ile całych kwadratów można ułożyć:

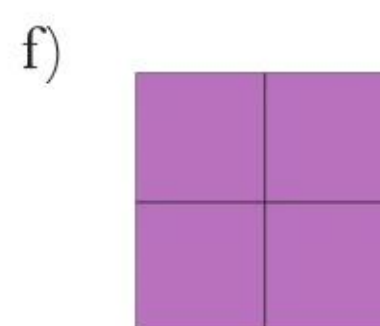
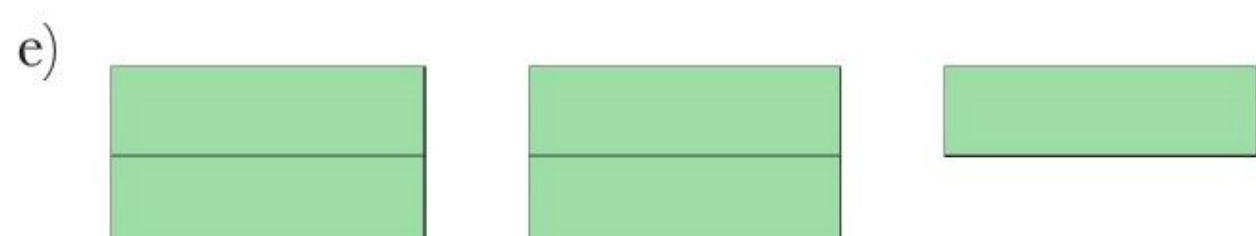
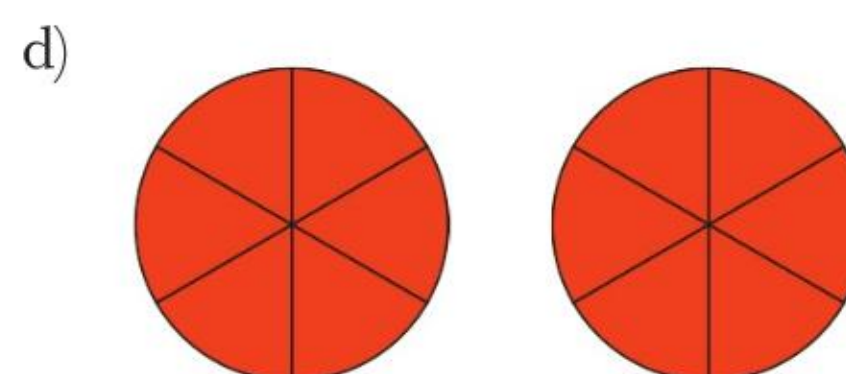
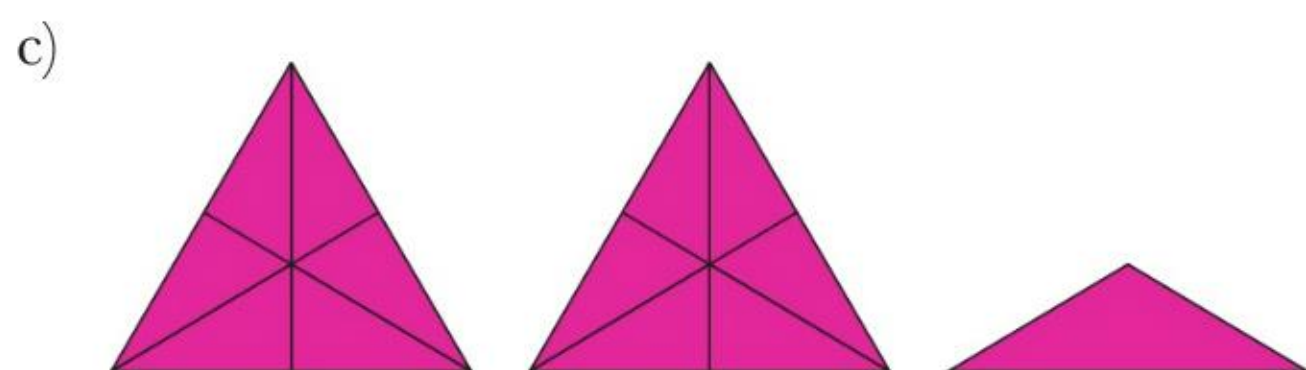
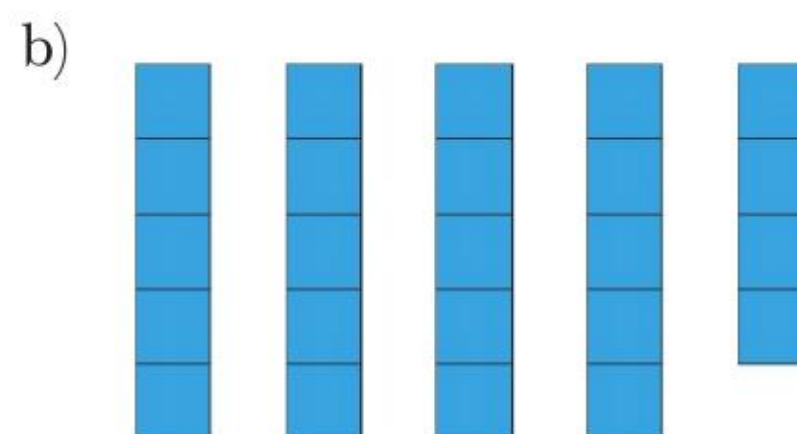
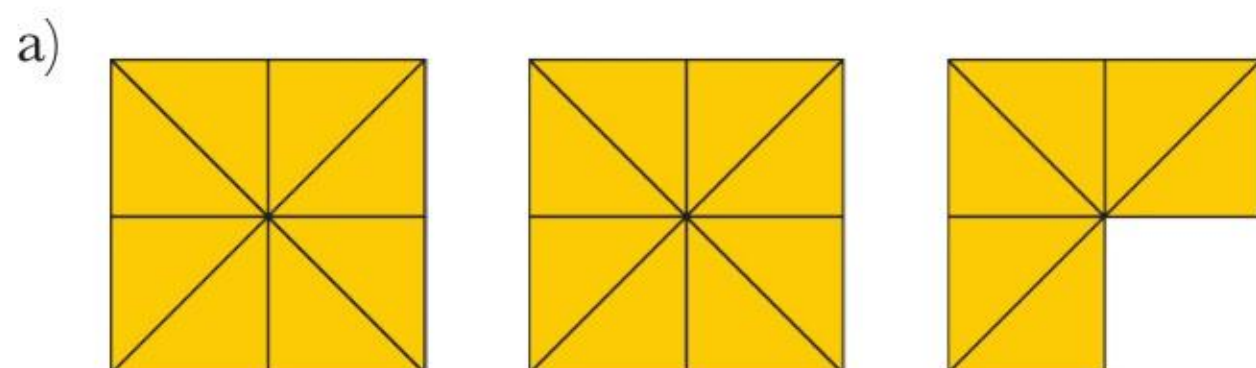
- a) z $\frac{7}{4}$ kwadratu, b) z $\frac{15}{4}$ kwadratu,
 c) z $\frac{4}{4}$ kwadratu, d) z $\frac{3}{4}$ kwadratu,
 e) z $\frac{8}{4}$ kwadratu, f) z $\frac{40}{4}$ kwadratu?

Każdą odpowiedź zapisz w postaci liczby mieszanej lub naturalnej.



Liczba mieszana składa się z części całkowitej i części ułamkowej. Część ułamkowa może być wyłącznie ułamkiem właściwym.

7. Zapisz, jaki ułamek niewłaściwy i jaka liczba mieszana zostały zilustrowane za pomocą rysunku.



Zadania

- 1 Przyporządkuj każdą z poniższych liczb do jednej z grup: I – ułamki właściwe, II – ułamki niewłaściwe, III – liczby mieszane. Pogrupowane liczby przepisuj do zeszytu.

$\frac{9}{4}$	$\frac{991}{1000}$	$\frac{1}{3}$	$1\frac{9}{10}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{4567}{234}$	$146\frac{2}{7}$
$\frac{25}{3}$	$4\frac{4}{7}$	$\frac{5}{6}$	$9\frac{1}{5}$		$\frac{8}{11}$	

- 2 Zapisz wszystkie ułamki niewłaściwe o liczniku 6.
- 3 Zapisz pięć ułamków niewłaściwych o mianowniku 8.



- 4 W której grupie znajdują się wyłącznie ułamki właściwe?

A. $\frac{6}{9}, \frac{4}{4}, \frac{20}{21}$ B. $\frac{4}{2}, \frac{18}{26}, \frac{1}{100}$ C. $\frac{3}{25}, \frac{17}{15}, \frac{23}{50}$ D. $\frac{7}{8}, \frac{15}{16}, \frac{4}{9}$

- 5 W której grupie znajdują się dokładnie dwa ułamki niewłaściwe?

A. $\frac{12}{12}, \frac{58}{50}, \frac{19}{23}$ B. $\frac{34}{18}, \frac{25}{16}, \frac{13}{13}$ C. $\frac{28}{30}, \frac{61}{60}, \frac{45}{47}$ D. $\frac{13}{14}, \frac{5}{9}, \frac{19}{25}$

- 6 Domy przy ulicy Niewłaściwej są ponumerowane ułamkami niewłaściwymi o mianowniku 6 i o wartościach od 1 do 3. Ile domów znajduje się przy tej ulicy?



5.3 Ułamek jako iloraz

Podejmij temat



Babcia przyniosła trzem wnukom 1 tabliczkę czekolady. Jak podzielić ją sprawiedliwie, czyli tak, aby każdy wnuk otrzymał tyle samo kostek?



Zapisem dzielenia czekolady jest działanie $1 : 3$.

Każdy wnuk dostanie $\frac{1}{3}$ tabliczki czekolady, czyli:

$$1 : 3 = \frac{1}{3}.$$

Podczas następnej wizyty babcia przyniosła 2 tabliczki czekolady. Jak podzielić ją równo między trzech wnuków?



Zapisem dzielenia jest działanie $2 : 3$.

Każdy wnuk otrzyma $\frac{2}{3}$ tabliczki czekolady, czyli:

$$2 : 3 = \frac{2}{3}.$$

Omówione przykłady pokazują, że dzielenie można zapisać w postaci ułamka, i odwrotnie – każdy ułamek można zapisać w postaci dzielenia, np.:

$$3 : 5 = \frac{3}{5},$$

$$4 : 7 = \frac{4}{7},$$

$$2 : 9 = \frac{2}{9},$$

$$\frac{3}{4} = 3 : 4,$$

$$\frac{5}{6} = 5 : 6,$$

$$\frac{1}{8} = 1 : 8.$$

Gdy już o tym wiemy, możemy łatwo zamieniać ułamki niewłaściwe na liczby mieszane, i odwrotnie – liczby mieszane na ułamki niewłaściwe.

Przykład 1

Zamieńmy podany ułamek niewłaściwy na liczbę mieszaną.

a) $\frac{13}{6}$

b) $\frac{25}{7}$

c) $\frac{20}{4}$

a) $\frac{13}{6} =$

$$= 13 : 6 =$$

$$= 2 \text{ r } 1 =$$

$$= 2\frac{1}{6}$$

Zapisujemy ułamek w postaci dzielenia.

W 13 mieszczą się 2 szóstki i zostaje reszta 1,

co zapisujemy jako liczbę mieszaną.

b) $\frac{25}{7} =$

$$= 25 : 7 =$$

$$= 3 \text{ r } 4 =$$

$$= 3\frac{4}{7}$$

Zapisujemy ułamek w postaci dzielenia.

W 25 mieszczą się 3 siódemki i zostaje reszta 4,

co zapisujemy jako liczbę mieszaną.

c) $\frac{20}{4} =$

$$= 20 : 4 =$$

$$= 5$$

Zapisujemy ułamek w postaci dzielenia.

W 20 mieści się 5 czwórek (bez reszty).

Ułamki niewłaściwe, liczby mieszane... Wszystko mi się miesza. Jak się to zamienia?

Zwyczajnie: dzielisz licznik przez mianownik. Wynik zapisujesz jako całość, a reszta z dzielenia to licznik ułamka.



1. Przepisz i zamień podany ułamek na iloraz, a następnie zapisz go w postaci liczby mieszanej lub naturalnej.

a) $\frac{7}{3}$	b) $\frac{15}{8}$	c) $\frac{25}{6}$	d) $\frac{28}{9}$	e) $\frac{32}{4}$
f) $\frac{47}{5}$	g) $\frac{56}{3}$	h) $\frac{85}{7}$	i) $\frac{79}{6}$	j) $\frac{99}{2}$

Zamianę ułamka niewłaściwego na liczbę mieszaną lub naturalną nazywamy **wyłączaniem całości z ułamka**.

2. Zapisz cztery różne ułamki niewłaściwe, takie że w każdym z nich licznik i mianownik są równe. Z każdego ułamka wyłącz całości.



Ułamek o jednakowym liczniku i mianowniku jest równy jednej całości, czyli 1.

Jak dokonać zamiany odwrotnej, czyli jak zamienić liczbę mieszaną na ułamek niewłaściwy?

Przypomnijmy sobie, jak sprawdzamy dzielenie z resztą:

$$25 : 3 = 8 \text{ r } 1, \quad \text{sprawdzenie: } 8 \cdot 3 + 1 = 25.$$

To samo działanie $8 \cdot 3 + 1$ należy wykonać, aby obliczyć licznik ułamka niewłaściwego.

Przykład 2

Zamieńmy liczbę mieszaną $8\frac{1}{3}$ na ułamek niewłaściwy.

$$8\frac{1}{3} = \frac{25}{3}$$

$$8\frac{1}{3} = \frac{8 \cdot 3 + 1}{3} = \frac{25}{3}$$



3. Przepisz i zamień podaną liczbę mieszaną na ułamek niewłaściwy.

- | | | | | |
|-------------------|--------------------|-------------------|-------------------|---------------------|
| a) $1\frac{4}{5}$ | b) $3\frac{2}{3}$ | c) $5\frac{1}{8}$ | d) $8\frac{4}{9}$ | e) $6\frac{5}{7}$ |
| f) $7\frac{5}{8}$ | g) $10\frac{2}{3}$ | h) $5\frac{7}{9}$ | i) $9\frac{1}{8}$ | j) $12\frac{1}{10}$ |

Zadania

1 Przepisz do zeszytu i w miejsce znaku zapytania wpisz odpowiednią liczbę.

- | | | | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| a) $\frac{?}{8} = 2$ | b) $\frac{?}{5} = 3$ | c) $\frac{?}{7} = 1$ | d) $\frac{?}{12} = 1$ | e) $\frac{?}{4} = 8$ | f) $\frac{?}{6} = 5$ |
| g) $\frac{4}{?} = 1$ | h) $\frac{8}{?} = 1$ | i) $\frac{8}{?} = 2$ | j) $\frac{20}{?} = 4$ | k) $\frac{42}{?} = 6$ | l) $\frac{54}{?} = 9$ |

- 2 Przepisz do zeszytu pary równych liczb. Postaw między liczbami każdej pary znak równości.

$\frac{8}{7}$	$3\frac{4}{5}$	$8\frac{5}{6}$	$\frac{19}{5}$	$1\frac{1}{7}$	$\frac{40}{9}$
$\frac{21}{5}$	$\frac{53}{6}$	$6\frac{2}{3}$	$4\frac{4}{9}$	$\frac{20}{3}$	$1\frac{2}{7}$
$\frac{9}{7}$					$4\frac{1}{5}$

- 3 Która z podanych równości jest prawdziwa?

A. $\frac{68}{9} = 7\frac{4}{9}$ B. $6\frac{7}{8} = \frac{56}{8}$ C. $\frac{57}{6} = 9\frac{3}{6}$ D. $8\frac{5}{7} = \frac{63}{7}$

- 4 Jaką liczbę należy wpisać w liczniku części ułamkowej liczby mieszanej, aby podana równość była prawdziwa?

$$11\frac{?}{7} = \frac{81}{7}$$

A. 6 B. 4 C. 3 D. 1

- 5 Uczniowie klasy IV pisali kartkówkę na lekcji matematyki. Oto kartkówka Maćka.

1. Wyłącz całości z ułamków:

$$\frac{17}{5} = 3\frac{2}{5} \quad \frac{24}{4} = 6$$
$$\frac{13}{2} = 6\frac{1}{2} \quad \frac{35}{9} = 4\frac{8}{9}$$

2. Zamień na ułamki niewłaściwe:

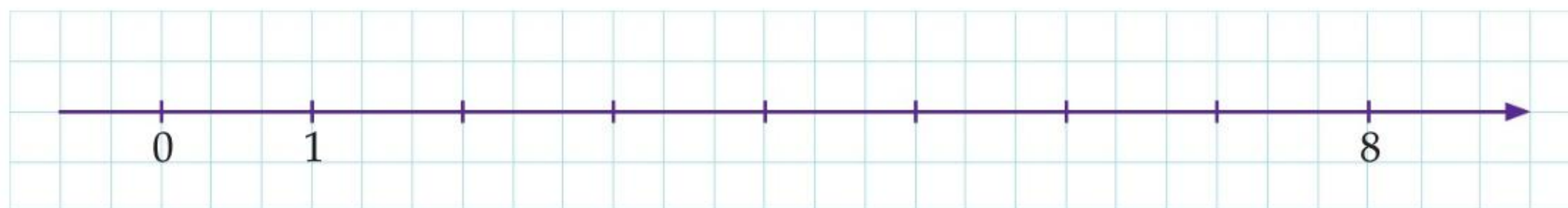
$$3\frac{3}{4} = \frac{15}{4} \quad 4\frac{2}{3} = \frac{14}{3}$$
$$2\frac{6}{7} = \frac{20}{7} \quad 1\frac{7}{8} = \frac{11}{8}$$

Sprawdź oba zadania i jeśli któreś obliczenia są wykonane niepoprawnie, zapisz je w zeszycie bez błędów. Jaką ocenę powinien, według ciebie, otrzymać Maciek?

- 6 Żył sobie pewien zarozumiały kot, który chwalił się, że jego ogon mierzy 12 cm i jeszcze pół długości ogona. Jaką długość miał ogon tego kota?

5.4 Ułamki zwykłe na osi liczbowej

Podejmij temat



Umiesz już zaznaczać na osi liczbowej liczby naturalne: duże i małe.

A czy domyślasz się, gdzie na osi leży punkt o współrzędnej $\frac{1}{2}$ albo punkt o współrzędnej $3\frac{1}{3}$?

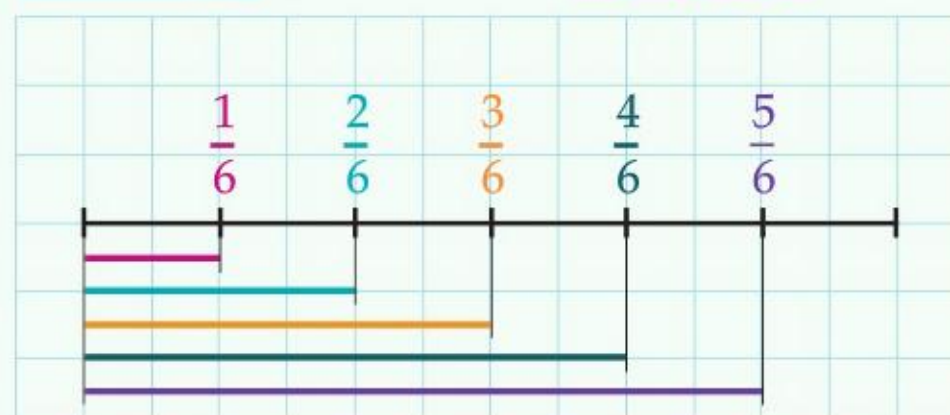
Przykład 1

Narysujmy odcinek o długości 6 cm i zaznaczmy $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{5}{6}$ tego odcinka.

Pomożesz?
Zupełnie nie wiem, jak to zrobić.



Jasne! Popatrz: każdy ułamek ma w mianowniku 6, więc dzielisz odcinek na 6 równych części, a następnie wybierasz tyle części, ile potrzebujesz, czyli 1, 2, 3, 4 i 5.



W podobny sposób zaznacza się ułamki na osi liczbowej.

Rozpocznijmy od zaznaczenia na osi ułamków właściwych.

Przykład 2

Zaznaczmy na osi liczbowej punkty o współrzędnych: $\frac{1}{8}, \frac{2}{8}, \frac{3}{8}, \frac{4}{8}, \frac{5}{8}, \frac{6}{8}, \frac{7}{8}$.

Najpierw musimy ustalić, jaką długość na osi liczbowej powinna mieć jednostka. Mianowniki ułamków wynoszą 8, więc jednostka musi się łatwo dzielić przez 8. Jej długość może wynosić np. 4 cm, 8 cm, 16 cm (dłuższa nie zmieści się w zeszyte). Wybierzmy jednostkę o długości 8 cm.



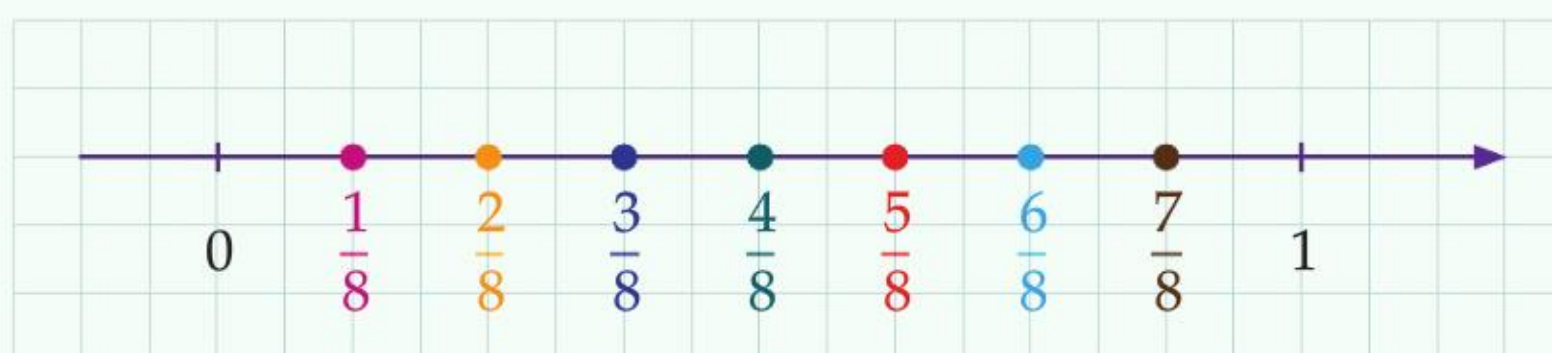
Jednostkę (od punktu 0 do punktu 1) dzielimy na 8 równych części.

Koniec pierwszej części (licząc od 0) to punkt o współrzędnej $\frac{1}{8}$.

Koniec dwóch części (licząc od 0) to punkt o współrzędnej $\frac{2}{8}$.

Koniec trzech części (licząc od 0) to punkt o współrzędnej $\frac{3}{8}$.

I tak dalej aż do $\frac{7}{8}$.



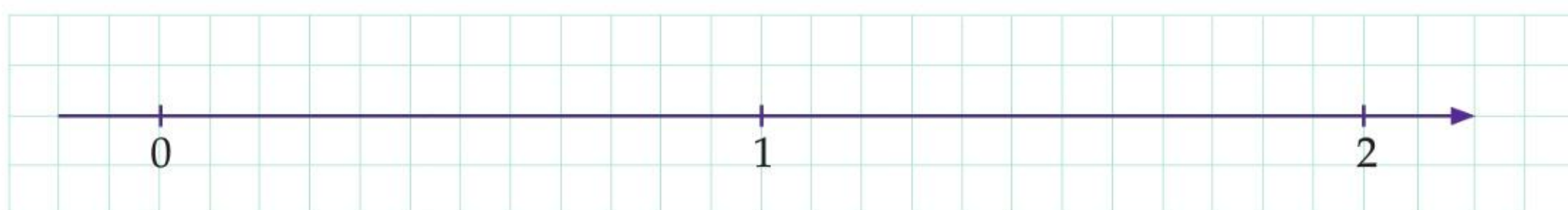
1. Dlaczego punkty o współrzędnych: $\frac{1}{8}, \frac{2}{8}, \frac{3}{8}, \frac{4}{8}, \frac{5}{8}, \frac{6}{8}, \frac{7}{8}$, znajdują się pomiędzy 0 i 1, a nie pomiędzy 1 i 2?
2. Na osi liczbowej o jednostce długości 5 cm zaznacz punkty o współrzędnych: $\frac{1}{10}, \frac{3}{10}, \frac{6}{10}, \frac{8}{10}$.

Teraz nauczymy się zaznaczać na osi ułamki niewłaściwe.

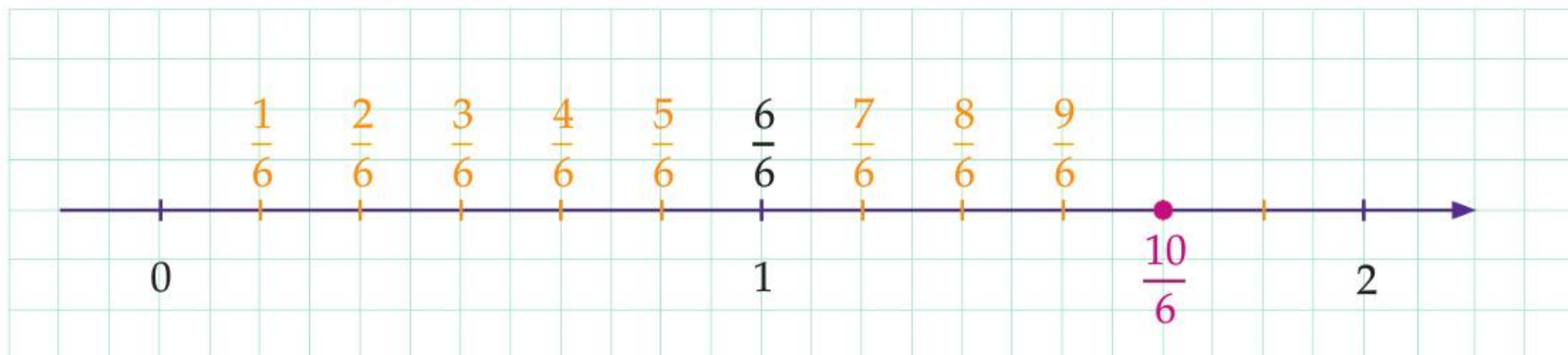
Przykład 3

Zaznaczmy na osi liczbowej punkt o współrzędnej $\frac{10}{6}$.

Najpierw ustalmy długość jednostki: na przykład 6 cm. Zatem odległość:
od 0 do 1,
od 1 do 2,
od 2 do 3 itd. wynosi 6 cm.



Mianownik ułamka wynosi 6, więc każdą jednostkę dzielimy na 6 równych części. Każda z części otrzymanych w wyniku podziału to $\frac{1}{6}$ odcinka jednostkowego.



3. Na osi liczbowej o jednostce długości 4 cm zaznacz punkty o współrzędnych:

$$\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \frac{5}{4}, \frac{6}{4}, \frac{7}{4}, \frac{8}{4}, \frac{9}{4}, \frac{10}{4}.$$

4. Na osi liczbowej o jednostce długości 5 cm zaznacz punkty o współrzędnych:

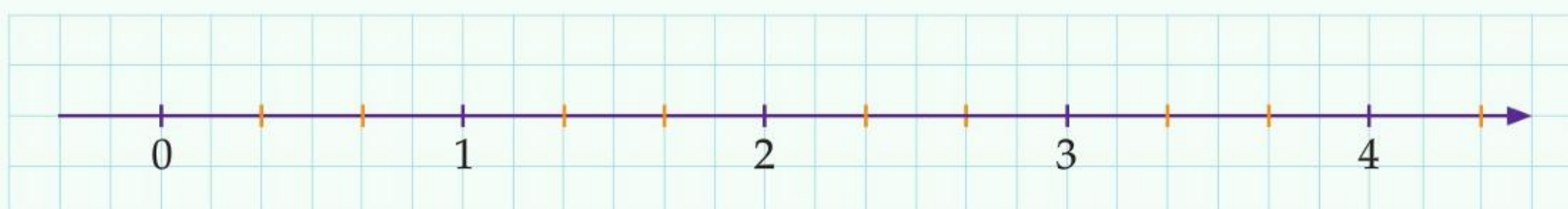
$$\frac{1}{5}, \frac{5}{5}, \frac{8}{5}, \frac{12}{5}, \frac{1}{10}, \frac{7}{10}, \frac{12}{10}, \frac{19}{10}, \frac{21}{10}.$$

Teraz nauczymy się zaznaczać na osi punkty, których współrzędne są liczbami mieszanymi.

Przykład 4

Zaznaczmy na osi liczbowej punkty o współrzędnych: $1\frac{2}{3}$, $2\frac{1}{3}$, $3\frac{2}{3}$.

Mianowniki ułamków są równe 3, więc ustalamy, że jednostka ma długość 3 cm. Rysujemy oś liczbową, a każdą jednostkę dzielimy na 3 równe części.

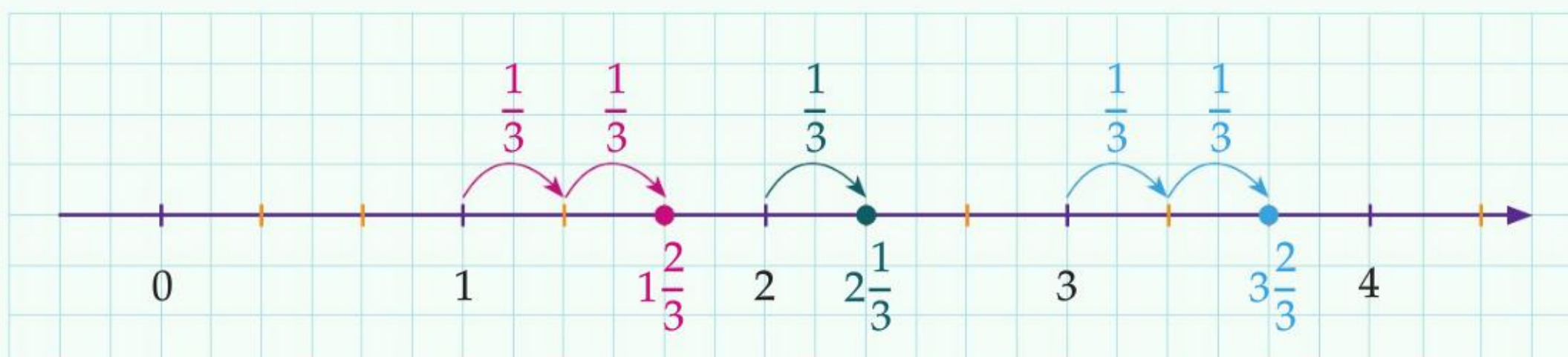


Po dokonaniu podziału każda część o długości 1 cm to $\frac{1}{3}$ jednostki.

Zaznaczamy punkt $1\frac{2}{3}$. Znajduje się on $\frac{2}{3}$ jednostki za liczbą 1 (po prawej stronie).

Zaznaczamy punkt $2\frac{1}{3}$. Znajduje się on $\frac{1}{3}$ jednostki za liczbą 2 (po prawej stronie).

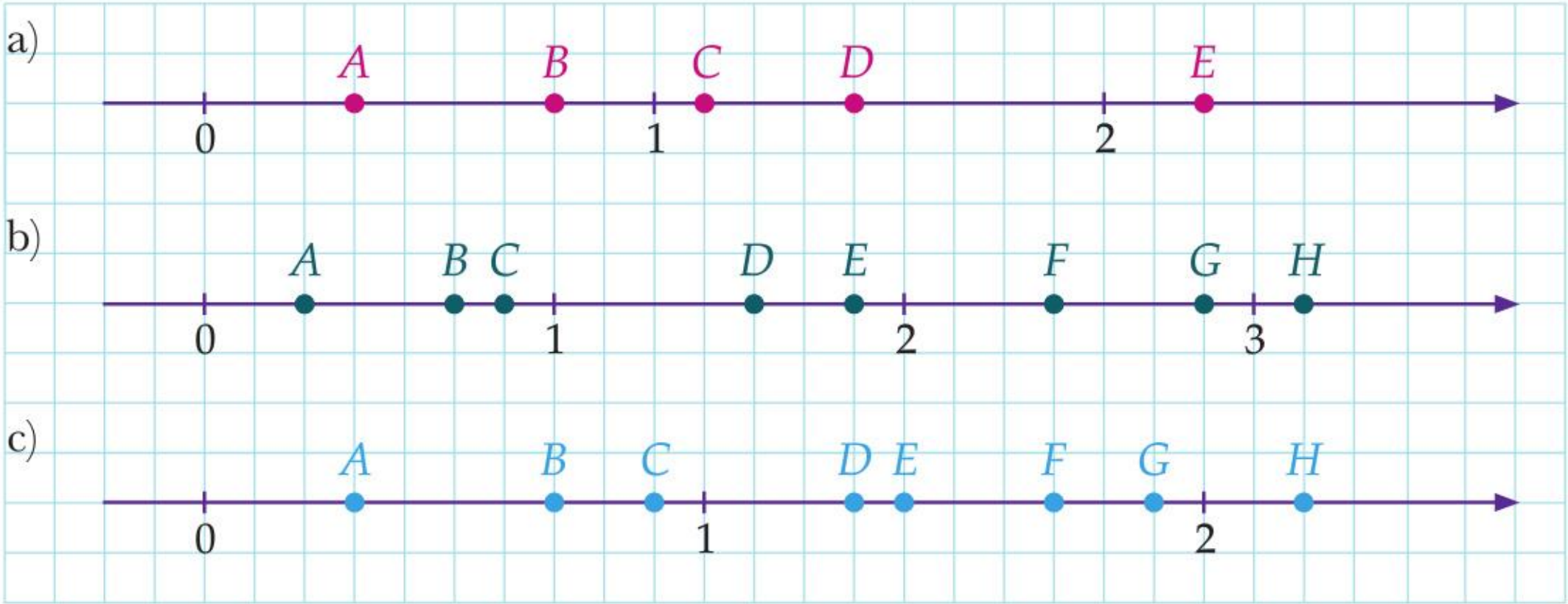
Zaznaczamy punkt $3\frac{2}{3}$. Znajduje się on $\frac{2}{3}$ jednostki za liczbą 3 (po prawej stronie).



5. Na osi liczbowej o jednostce długości 1 cm zaznacz punkty o współrzędnych: $1\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{2}$, $4\frac{1}{2}$, $6\frac{1}{2}$, $9\frac{1}{2}$.
6. Na osi liczbowej o jednostce długości 4 cm zaznacz punkty o współrzędnych: $1\frac{3}{4}$, $2\frac{1}{4}$, $1\frac{1}{2}$, $2\frac{3}{8}$.

Zadania

1 Zapisz w zeszycie współrzędne punktów zaznaczonych na osiach liczbowych.

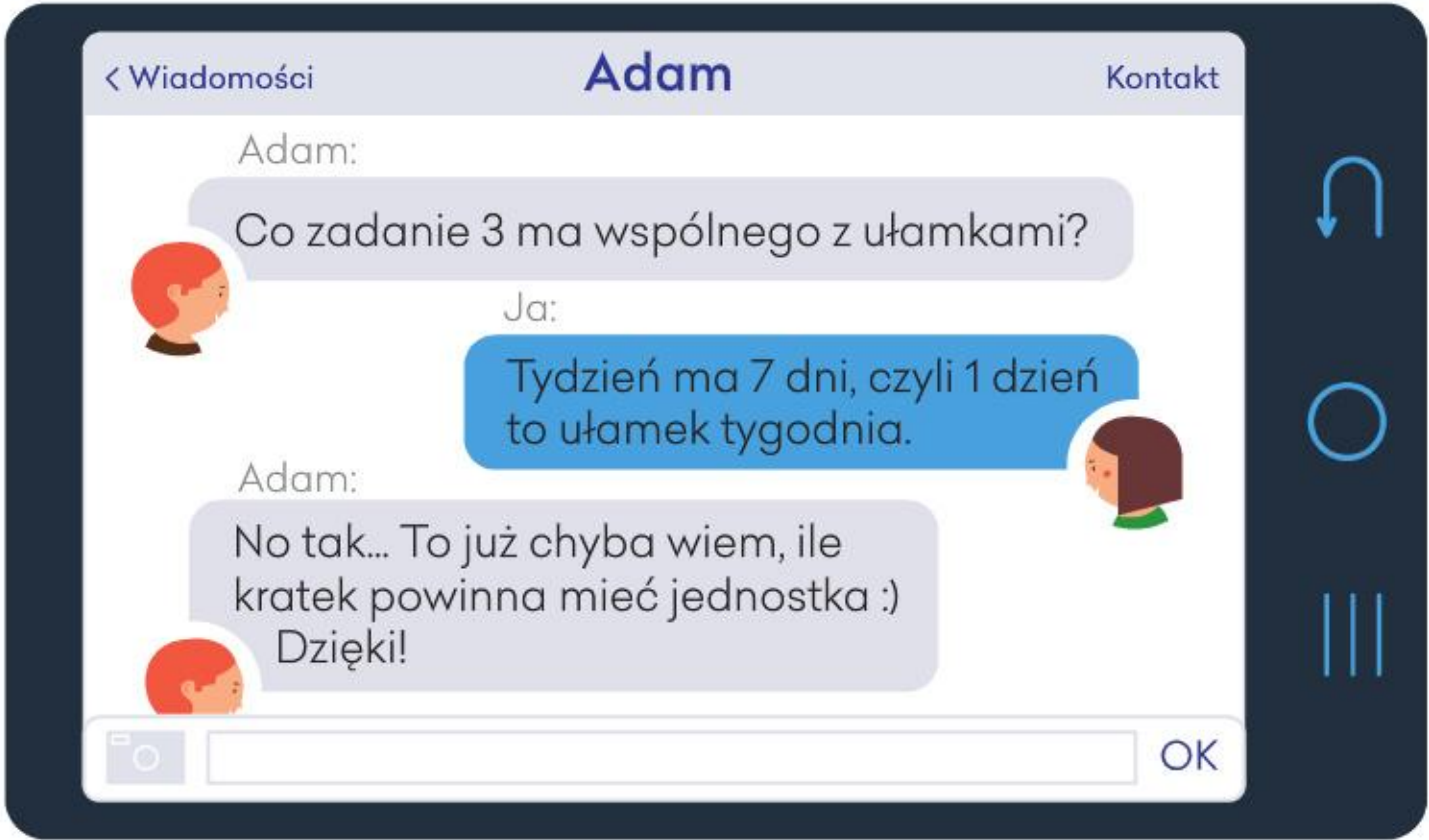


2 Narysuj oś liczbową i zaznacz na niej jednostkę długości 20 kratek. Zaznacz 9 punktów na tej osi tak, aby współrzędna każdego punktu była ułamkiem. Podaj te współrzędne.

3 Dzieci zapisały w tabeli czas, jaki zajęło im przeczytanie książki *Legendy polskie*.

Ania	3 tygodnie
Maciek	1 tydzień i 3 dni
Kamil	9 dni
Magda	2 tygodnie i 1 dzień
Kasia	6 dni

Narysuj oś liczbową. Za jednostkę przyjmij 1 tydzień. Zaznacz na osi punkty oznaczające czas, w jakim każde z dzieci przeczytało książkę. Podpisz te punkty ułamkami właściwymi, liczbami mieszanymi lub naturalnymi.



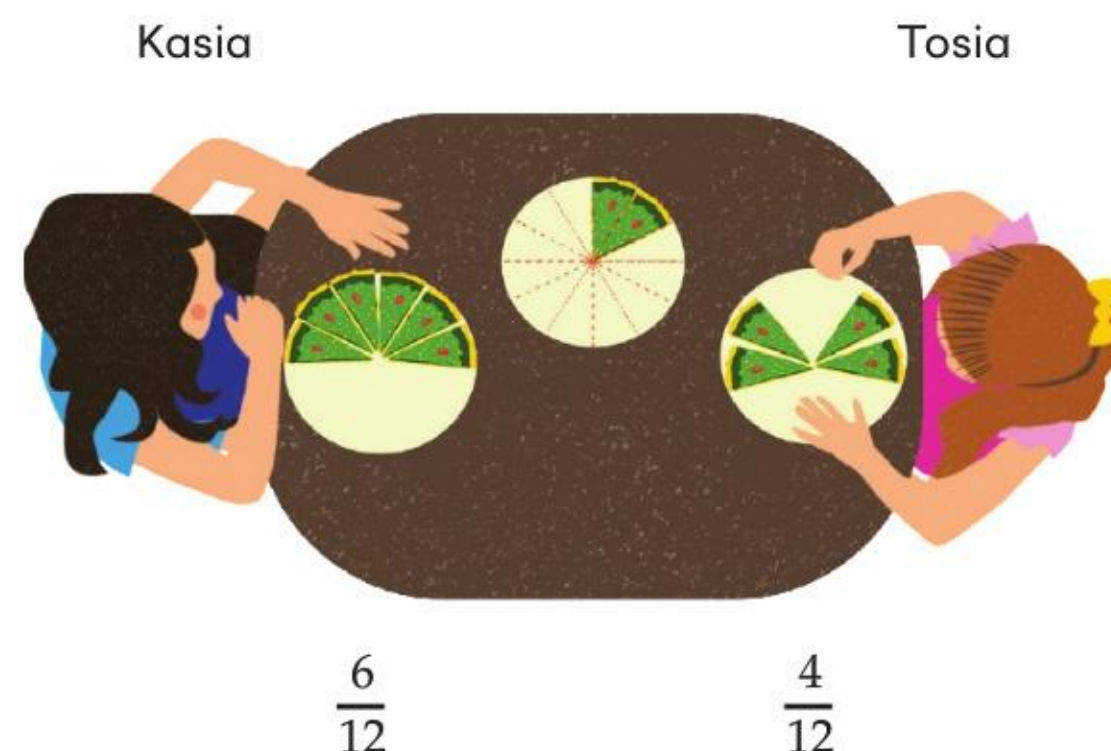
5.5 Porównywanie ułamków

Podejmij temat

Kasia i Tosia zrobiły wspólnie tartę szpinakową i podzieliły ją na 12 równych części. Kasia zjadła 6 kawałków, a Tosia 4.

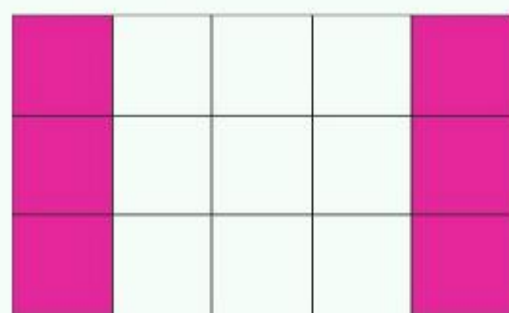


Jaką część (jaki ułamek) tarty zjadła każda z dziewczynek?
Który z tych ułamków jest większy?

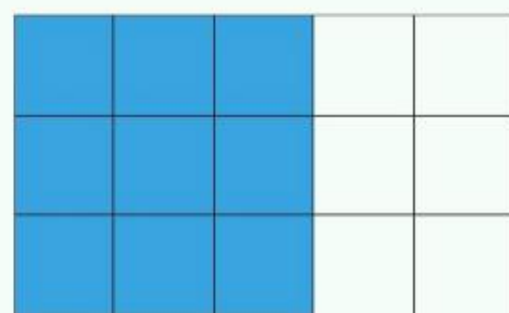


Przykład 1

- a) Jakie części (jakie ułamki) prostokątów zamalowano? W którym prostokącie zamalowano większą część? Który ułamek jest większy?



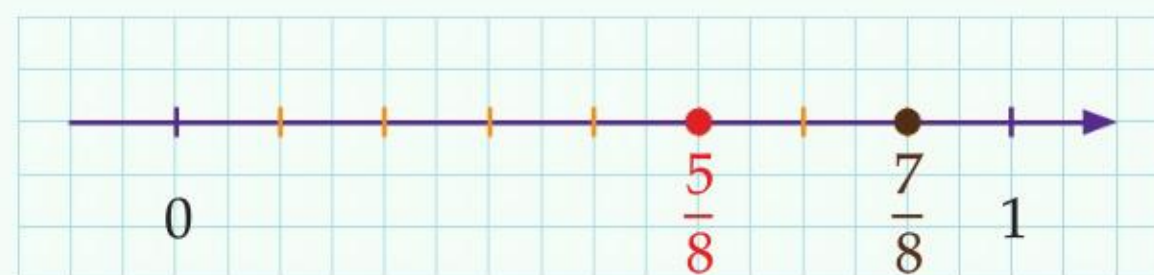
$$\frac{6}{15}$$



$$\frac{9}{15}$$

Widzimy, że zamalowano większą część drugiego prostokąta, bo oba są podzielone na 15 takich samych części, ale drugi prostokąt ma zamalowanych więcej części, czyli $\frac{6}{15} < \frac{9}{15}$.

- b) Na osi liczbowej zaznaczono ułamki $\frac{5}{8}$ i $\frac{7}{8}$. Który z nich jest większy?



Ułamek $\frac{7}{8}$ jest większy, ponieważ leży on w większej odległości od zera niż ułamek $\frac{5}{8}$.
Zatem $\frac{5}{8} < \frac{7}{8}$.

Jeżeli **porównujemy ułamki o jednakowych mianownikach**, to większy jest ten ułamek, który ma większy licznik.

1. Przepisz ułamki i zamiast znaków zapytania wpisz znak $<$ lub $>$.

a) $\frac{3}{7} ? \frac{5}{7}$

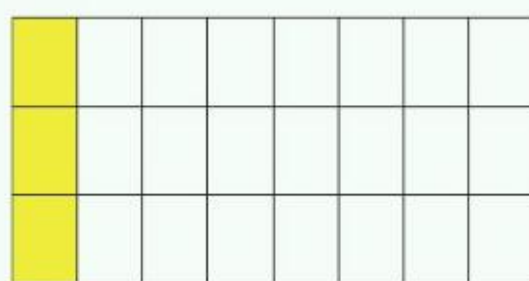
b) $\frac{8}{9} ? \frac{1}{9}$

c) $\frac{5}{6} ? \frac{4}{6}$

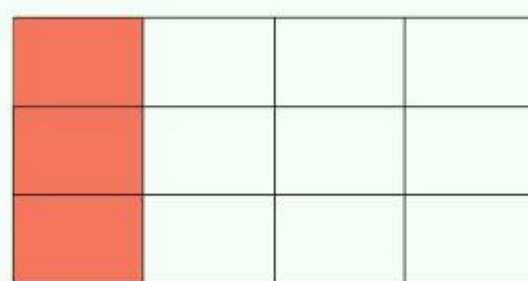
d) $\frac{7}{4} ? \frac{3}{4}$

Przykład 2

- a) Mama upiekła dwa ciasta jednakowej wielkości: sernik i szarlotkę (oba ciasta widziane z góry mają kształt prostokątów). Sernik podzieliła na 24 równe części, a szarlotkę na 12 równych części. Na talerzu położyła po 3 kawałki obu ciast. Którego ciasta było więcej na talerzu?



sernik



szarlotka

Na talerzu było więcej szarlotki, bo choć kawałków obu ciast było tyle samo, to każdy kawałek szarlotki był większy od każdego kawałka sernika, co oznacza, że $\frac{3}{24} < \frac{3}{12}$.

- b) Na osi liczbowej zaznaczono ułamki $\frac{4}{10}$ i $\frac{4}{5}$.
Który z nich jest większy?



Ułamek $\frac{4}{5}$ jest większy, ponieważ leży on w większej odległości od zera niż ułamek $\frac{4}{10}$.
Zatem $\frac{4}{10} < \frac{4}{5}$.

Jeżeli **porównujemy ułamki o jednakowych licznikach**, to większy jest ten ułamek, który ma mniejszy mianownik.



2. Przepisz ułamki i zamiast znaków zapytania wpisz znak $<$ lub $>$.

a) $\frac{1}{8} ? \frac{1}{7}$

b) $\frac{1}{3} ? \frac{1}{5}$

c) $\frac{7}{15} ? \frac{7}{8}$

d) $\frac{6}{9} ? \frac{6}{7}$

Przykład 3

Porównajmy podane liczby mieszane.

a) $2\frac{2}{3}$ i $7\frac{2}{4}$

b) $10\frac{1}{7}$ i $10\frac{6}{7}$

c) $5\frac{2}{3}$ i $5\frac{2}{4}$

a) Liczby $2\frac{2}{3}$ i $7\frac{2}{4}$ łatwo porównać, bo mają różne części całkowite i od razu widać, że $2\frac{2}{3} < 7\frac{2}{4}$.

b) Liczby $10\frac{1}{7}$ i $10\frac{6}{7}$ mają takie same części całkowite, więc musimy porównać ich części ułamkowe.

To już umiemy zrobić: $\frac{1}{7} < \frac{6}{7}$. Ostatecznie $10\frac{1}{7} < 10\frac{6}{7}$.

c) Liczby $5\frac{2}{3}$ i $5\frac{2}{4}$ też mają takie same części całkowite, więc porównujemy ich części ułamkowe:

$\frac{2}{3} > \frac{2}{4}$. A zatem $5\frac{2}{3} > 5\frac{2}{4}$.

Jak porównujemy liczby mieszane?

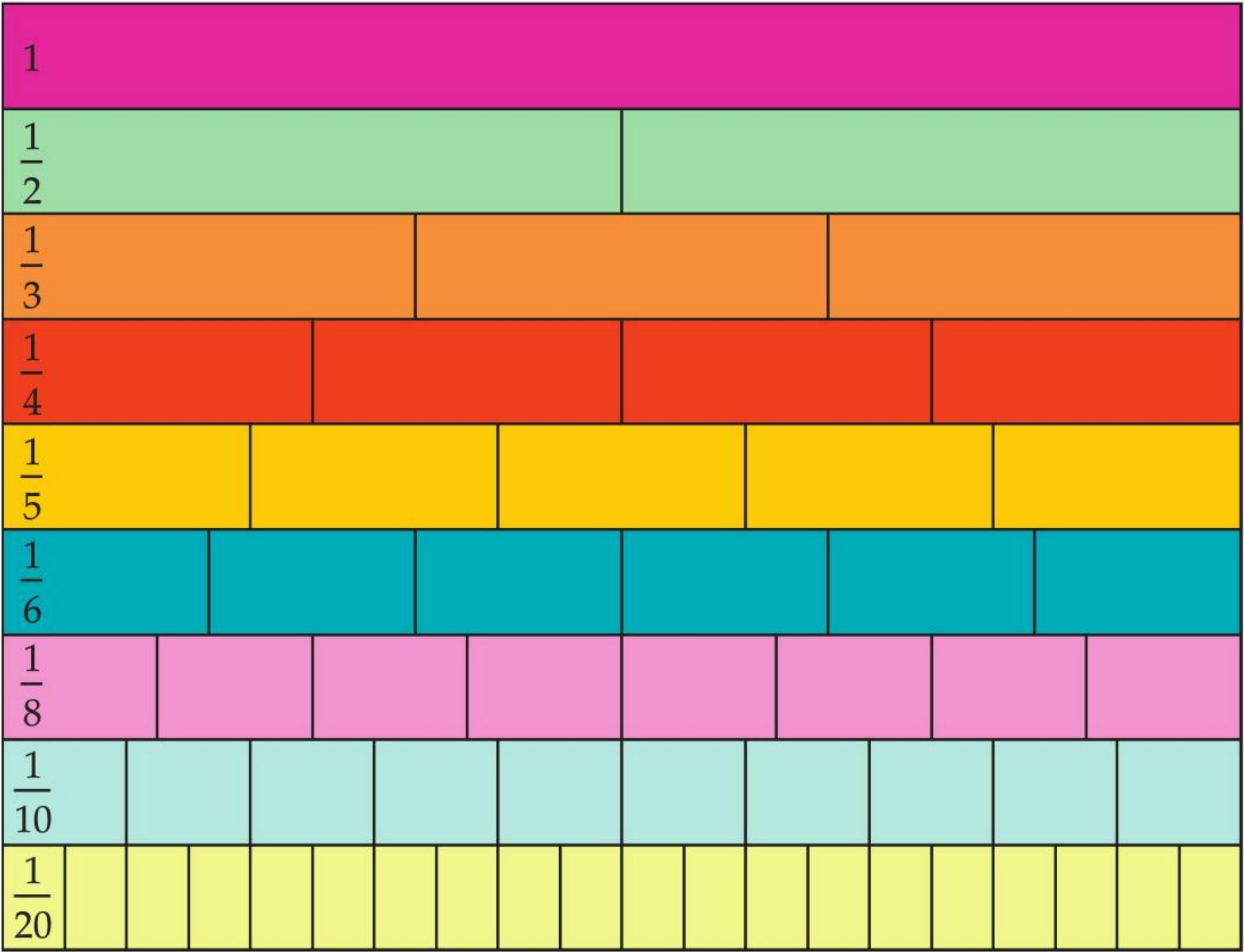
Jeżeli ich części całkowite są:

- różne, to większa jest ta liczba, która ma większą część całkowitą;
- równe, to porównujemy ich części ułamkowe według zasad poznanych wcześniej i wówczas większa jest ta liczba mieszana, która ma większą część ułamkową.

3. Przepisz liczby mieszane i zamiast znaków zapytania wpisz znak < lub >.

a) $2\frac{4}{9} ? 3\frac{2}{9}$ b) $8\frac{1}{3} ? 5\frac{2}{3}$ c) $7\frac{1}{8} ? 7\frac{1}{3}$ d) $1\frac{5}{6} ? 1\frac{1}{6}$

Do porównywania ułamków przydatny jest czasami rysunek zwany tablicą ułamków.



Zadania

- 1 Zapisz ułamki w kolejności rosnącej (od najmniejszego do największego).
- a) $\frac{4}{10}, \frac{7}{10}, \frac{9}{10}, \frac{12}{10}, \frac{3}{10}, \frac{6}{10}, \frac{1}{10}$ b) $\frac{2}{7}, \frac{2}{3}, \frac{2}{10}, \frac{2}{2}, \frac{2}{9}, \frac{2}{6}, \frac{2}{8}, \frac{2}{5}$
- 2 Iza i Ewa mają jednakowe zeszyty do matematyki. Iza zapisała $\frac{5}{6}$ zeszytu, a Ewa $\frac{4}{6}$. Która dziewczynka zapisała większą część zeszytu?
- 3 Podczas pierwszej przerwy między lekcjami Marta wypila $\frac{1}{8}$ wody mineralnej przyniesionej z domu, a podczas drugiej $\frac{1}{10}$ początkowej zawartości butelki. Na której przerwie Marta wypila więcej wody?
- 4 Trzy miasta mają dokładnie taką samą liczbę mieszkańców. W Aleksandrowie kobiety stanowią $\frac{7}{15}$ ogółu mieszkańców, w Bartoszewie $\frac{7}{14}$, a w Czarkowie $\frac{7}{16}$. W którym mieście największą część mieszkańców stanowią kobiety?
- A. W Aleksandrowie. B. W Bartoszewie.
C. W Czarkowie. D. We wszystkich miastach kobiety stanowią taką samą część wszystkich mieszkańców.
- 5 Zapisz ułamek większy od $\frac{3}{7}$ i jednocześnie mniejszy od $\frac{3}{5}$.
- 6 Porównaj podane ułamki. Posłuż się tablicą ułamków.
- a) $\frac{2}{3}$ i $\frac{5}{6}$ b) $\frac{1}{2}$ i $\frac{3}{8}$ c) $\frac{4}{5}$ i $\frac{7}{10}$ d) $\frac{3}{4}$ i $\frac{1}{4}$
e) $\frac{7}{20}$ i $\frac{1}{2}$ f) $\frac{3}{4}$ i $\frac{8}{10}$ g) $\frac{15}{20}$ i $\frac{6}{10}$ h) $\frac{5}{10}$ i $\frac{4}{8}$
- 7 Pięcioro dzieci chodzi co wtorek na basen. W tabeli podano odległości od domu do pływalni każdego z nich. Wymień imiona dzieci w kolejności od najdłuższej do najkrótszej trasy.
- | Tomek | Agata | Antek | Emilka | Olga |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| $1\frac{7}{10}$ km | $3\frac{1}{10}$ km | $1\frac{3}{10}$ km | $2\frac{1}{10}$ km | $1\frac{3}{20}$ km |
- 8 Pięciu chłopców kupiło po jednej paczce takich samych wafli ryżowych. Michał zjadł $\frac{5}{8}$ paczki, Bartek $\frac{5}{6}$ paczki, Jaś $\frac{12}{16}$, Damian $\frac{2}{3}$, a Karol $\frac{4}{12}$. Którzy chłopcy zjedli więcej niż pół paczki wafli?

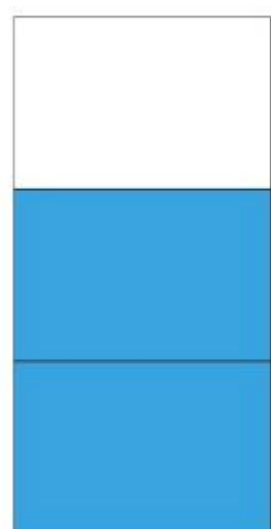
5.6 Rozszerzanie i skracanie ułamków

Podejmij temat

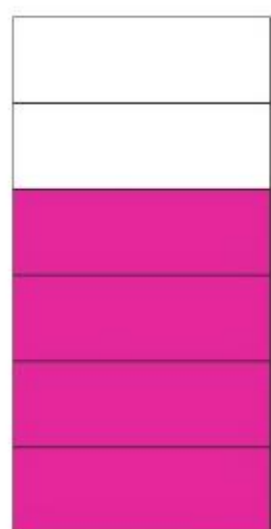


Jak sądzisz, jakie powody babcia mogła mieć na myśli?

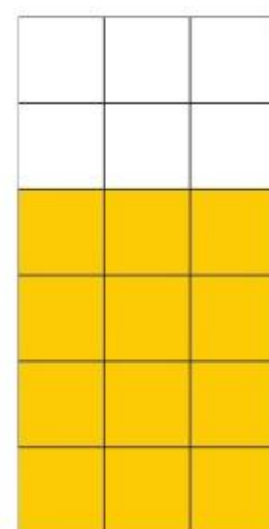
Rysunki przedstawiają prostokąty tej samej wielkości. Każdy prostokąt jest podzielony na inną liczbę części.



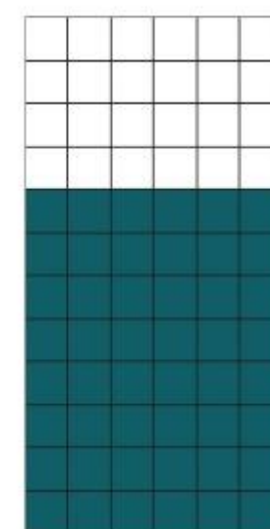
$$\frac{2}{3}$$



$$\frac{4}{6}$$



$$\frac{12}{18}$$



$$\frac{48}{72}$$

Na każdym rysunku została zamalowana taka sama część prostokąta, zatem ułamki, którymi opisywane są zamalowane części prostokątów, są równe.

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{12}{18} = \frac{48}{72}$$

W jaki sposób można bez rysunku stwierdzić równość ułamków?

Łatwo zauważyć, że jeżeli licznik i mianownik pewnego ułamka powiększymy tyle samo razy, to otrzymany ułamek będzie równy początkowemu.

$$\begin{array}{ccc} \begin{array}{c} \text{2 razy więcej} \\ \frac{2}{3} = \frac{4}{6} \\ \text{2 razy więcej} \end{array} & \begin{array}{c} \text{3 razy więcej} \\ \frac{4}{6} = \frac{12}{18} \\ \text{3 razy więcej} \end{array} & \begin{array}{c} \text{4 razy więcej} \\ \frac{12}{18} = \frac{48}{72} \\ \text{4 razy więcej} \end{array} \end{array}$$

Przykład 1

Sprawdźmy, czy ułamki $\frac{2}{5}$ i $\frac{10}{25}$ są równe.

Tak, ponieważ:

$$\begin{array}{c} \cdot 5 \\ \frac{2}{5} = \frac{10}{25} \\ \cdot 5 \end{array}$$

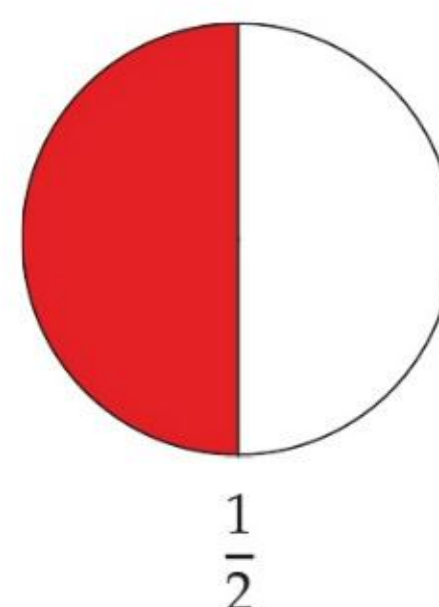
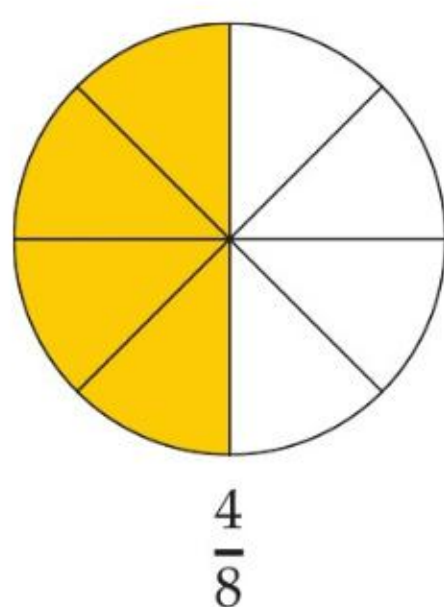
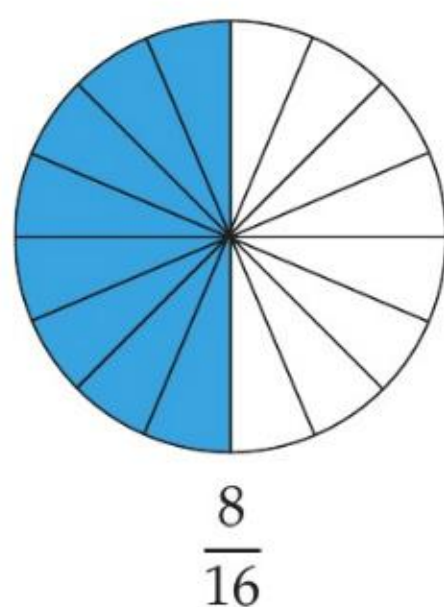
W przykładzie 1 pomnożyliśmy licznik i mianownik ułamka przez tę samą liczbę. Taką czynność nazywamy rozszerzaniem ułamka.

Rozszerzanie ułamka polega na pomnożeniu licznika i mianownika przez tę samą liczbę różną od 0 i 1.

1. Jak myślisz, dlaczego – zgodnie z definicją – nie można rozszerzać ułamka, mnożąc jego licznik i mianownik przez 0? A czy warto byłoby rozszerzać ułamek, mnożąc jego licznik i mianownik przez 1?
2. Rozszerz podany ułamek. W tym celu pomnóż licznik i mianownik przez 4.
a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{5}{7}$ c) $\frac{4}{9}$ d) $\frac{8}{15}$
3. Przepisz pary ułamków równych. Uzasadnij, że te ułamki są równe poprzez odpowiednie rozszerzenie jednego z nich.

$\frac{3}{4}$ i $\frac{5}{8}$	$\frac{4}{5}$ i $\frac{12}{15}$	$\frac{2}{7}$ i $\frac{10}{35}$	$\frac{3}{8}$ i $\frac{6}{10}$	$\frac{2}{3}$ i $\frac{14}{21}$	$\frac{3}{10}$ i $\frac{10}{30}$	$\frac{1}{6}$ i $\frac{3}{18}$	$\frac{7}{8}$ i $\frac{63}{72}$
-------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	--------------------------------	---------------------------------	----------------------------------	--------------------------------	---------------------------------

Rysunki przedstawiają koła tej samej wielkości. Każde koło jest podzielone na inną liczbę części.



Na każdym rysunku została zamalowana taka sama część koła, czyli ułamki opisujące zamalowane części są równe.

$$\frac{8}{16} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Jak sprawdzić te równości bez patrzenia na rysunek?

Jeżeli licznik i mianownik pewnego ułamka zmniejszymy tyle samo razy, to otrzymany ułamek będzie równy początkowemu.

$$\begin{array}{cc} \begin{array}{ccc} \text{2 razy mniej} & & \\ \frac{8}{16} & = & \frac{4}{8} \\ & \text{2 razy mniej} & \end{array} & \begin{array}{ccc} \text{4 razy mniej} & & \\ \frac{4}{8} & = & \frac{1}{2} \\ & \text{4 razy mniej} & \end{array} \end{array}$$

Przykład 2

Sprawdźmy, czy ułamki $\frac{10}{15}$ i $\frac{2}{3}$ są równe.

Tak, ponieważ:

$$\begin{array}{ccc} & :5 & \\ \frac{10}{15} & = & \frac{2}{3} \\ & :5 & \end{array}$$

W przykładzie 2 podzieliliśmy licznik i mianownik ułamka przez tę samą liczbę. Taką czynność nazywamy skracaniem ułamka.

Skracanie ułamka polega na podzieleniu licznika i mianownika przez tę samą liczbę różną od 0 i 1.

4. Skróć podany ułamek. W tym celu podziel licznik i mianownik przez 3.

a) $\frac{6}{9}$ b) $\frac{18}{21}$ c) $\frac{15}{24}$ d) $\frac{27}{33}$

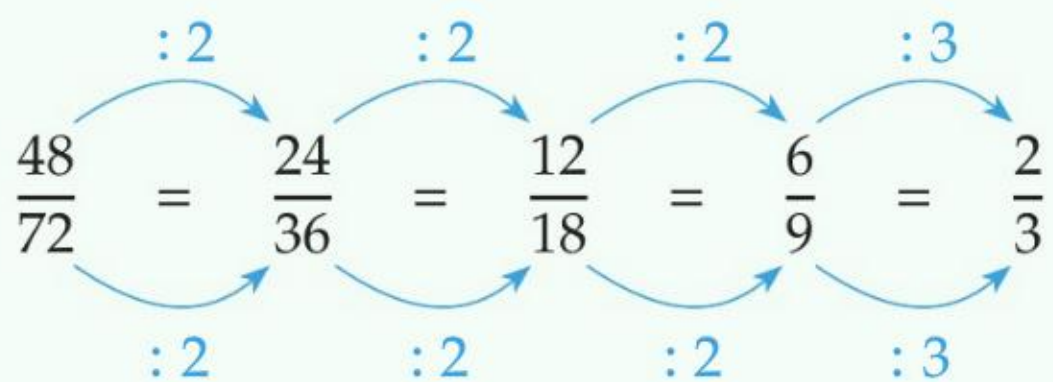
5. Znajdź możliwie największą liczbę, przez którą można podzielić licznik i mianownik podanego ułamka, i skróć ten ułamek przez znaną liczbę.

a) $\frac{20}{25}$ b) $\frac{12}{16}$ c) $\frac{6}{24}$ d) $\frac{18}{45}$ e) $\frac{21}{35}$ f) $\frac{44}{55}$

Jeżeli trudno jest znaleźć największą liczbę, przez którą uda się podzielić licznik i mianownik ułamka, możemy skracać ułamek etapami.

Przykład 3

Skróćmy ułamek $\frac{48}{72}$.



Ułamek, którego nie można skrócić, nazywamy **nieskracalnym**.

6. Spośród ułamków: $\frac{5}{8}, \frac{2}{4}, \frac{3}{18}, \frac{9}{25}, \frac{6}{7}, \frac{3}{21}, \frac{5}{10}, \frac{4}{15}, \frac{12}{13}, \frac{12}{14}$, wybierz ułamki nieskracalne i przepisz je do zeszytu.

7. Zapisz podany ułamek w postaci ułamka nieskracalnego.

a) $\frac{18}{45}$ b) $\frac{16}{32}$ c) $\frac{24}{60}$ d) $\frac{20}{30}$ e) $\frac{28}{42}$ f) $\frac{45}{60}$

Zadania

1 Rozszerz lub skróć podany ułamek tak, aby otrzymać ułamek o wskazanym mianowniku.

a) $\frac{1}{2} = \frac{?}{8}$

b) $\frac{6}{9} = \frac{?}{3}$

c) $\frac{5}{6} = \frac{?}{60}$

d) $\frac{7}{10} = \frac{?}{40}$

e) $\frac{20}{32} = \frac{?}{8}$

f) $\frac{4}{9} = \frac{?}{54}$

g) $\frac{6}{7} = \frac{?}{42}$

h) $\frac{49}{56} = \frac{?}{8}$

2 Skróć podany ułamek tak, aby otrzymać ułamek nieskracalny.

a) $\frac{25}{30}$

b) $\frac{12}{20}$

c) $\frac{21}{24}$

d) $\frac{60}{70}$

e) $\frac{26}{39}$

f) $\frac{27}{36}$

g) $\frac{16}{64}$

h) $\frac{27}{54}$

3 Która para liczb przedstawia ułamki równe?

A. $\frac{3}{7}$ i $\frac{7}{3}$

B. $\frac{2}{5}$ i $\frac{12}{30}$

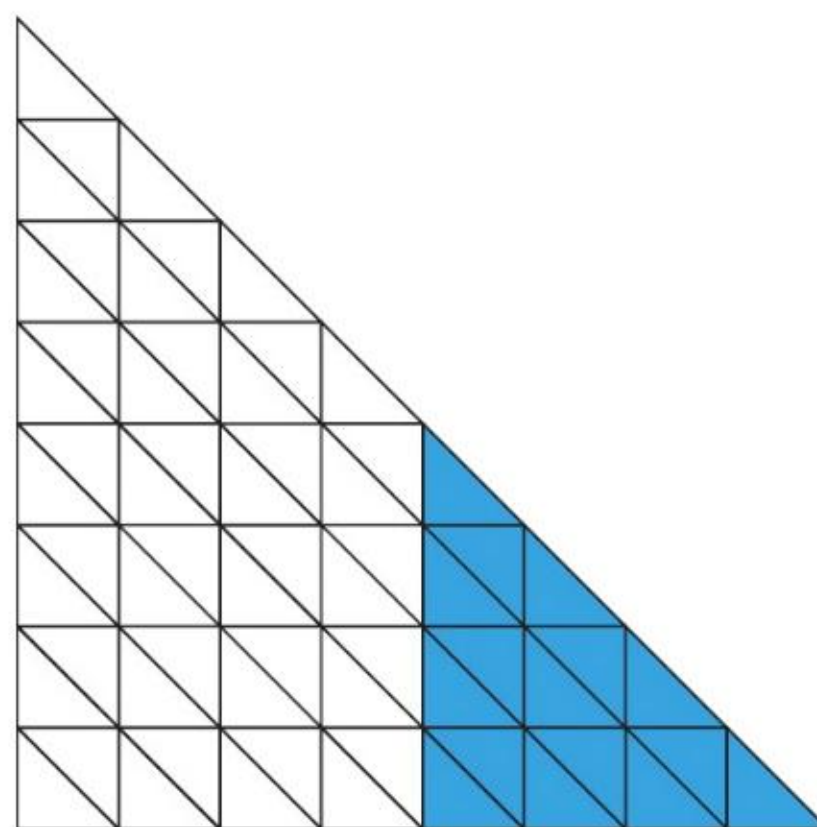
C. $\frac{3}{8}$ i $\frac{3}{16}$

D. $\frac{4}{9}$ i $\frac{8}{9}$

4 Spośród ułamków: $\frac{4}{9}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{15}{35}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{30}{36}$, $\frac{12}{72}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{10}{16}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{9}{30}$, wybierz te, które tworzą pary ułamków równych. Zapisz te pary w zeszycie.

5 Które spośród ułamków: $\frac{2}{6}$, $\frac{16}{24}$, $\frac{8}{10}$, $\frac{28}{42}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{10}{12}$, $\frac{36}{54}$, $\frac{12}{16}$, $\frac{12}{15}$, są równe ułamkowi $\frac{4}{6}$?

6 Spośród ułamków: $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{12}{48}$, $\frac{8}{20}$, $\frac{3}{12}$, $\frac{15}{40}$, $\frac{16}{64}$, $\frac{12}{60}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{10}{40}$, wybierz te, które opisują zamalowaną część figury. Zapisz je w zeszycie.



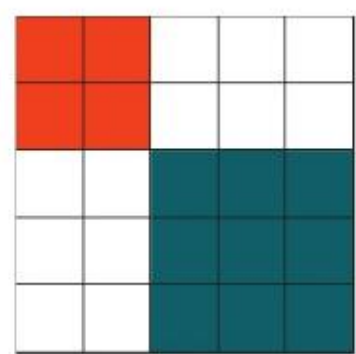
5.7 Dodawanie ułamków zwykłych o jednakowych mianownikach

Podejmij temat

Marek zjadł $\frac{2}{16}$ babki, a Jacek $\frac{3}{16}$.



Czy potrafisz powiedzieć, jaką część babki chłopcy zjedli razem?

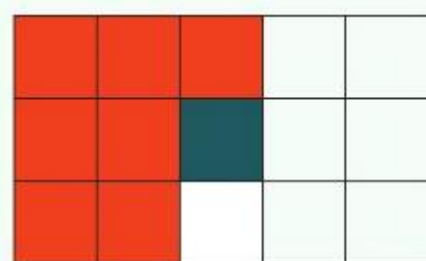


Kolorem czerwonym zamalowano $\frac{4}{25}$ kwadratu. Kolorem zielonym zamalowano $\frac{9}{25}$ kwadratu. Łącznie zamalowano $\frac{4}{25} + \frac{9}{25} = \frac{13}{25}$ kwadratu.

Przykład 1

Wykonajmy dodawanie: $\frac{7}{15} + \frac{1}{15}$.

Aby wykonać to dodawanie, możemy narysować prostokąt podzielony na 15 równych części i pokolorować w nim 7 części, a następnie jeszcze jedną.



$$\frac{7}{15} + \frac{1}{15} = \frac{8}{15}$$

Aby **dodać ułamki o jednakowych mianownikach**, należy dodać ich liczniki, a mianownik pozostawić bez zmian.

1. Dodaj ułamki.

a) $\frac{2}{7} + \frac{4}{7}$

b) $\frac{5}{9} + \frac{2}{9}$

c) $\frac{1}{5} + \frac{2}{5}$

d) $\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$

e) $\frac{7}{25} + \frac{6}{25}$

f) $\frac{1}{8} + \frac{7}{8}$

g) $\frac{5}{11} + \frac{6}{11}$

h) $\frac{7}{10} + \frac{3}{10}$

Ile wynosi suma w trzech ostatnich działaniach? Podaj jeszcze trzy przykłady, w których uzyskasz taki sam wynik.



Jeżeli wynik działania jest ułamkiem, który można skrócić, zawsze należy to zrobić.

2. Wykonaj dodawanie. Sumę przedstaw w postaci ułamka nieskracalnego.

a) $\frac{1}{8} + \frac{1}{8}$

b) $\frac{2}{9} + \frac{4}{9}$

c) $\frac{1}{12} + \frac{5}{12}$

d) $\frac{4}{15} + \frac{8}{15}$

e) $\frac{7}{24} + \frac{5}{24}$

f) $\frac{7}{18} + \frac{5}{18}$



Wynik dodawania ułamków może być liczbą większą od 1. Wówczas z otrzymanej sumy należy wyłączyć całości.

Przykład 2

Wykonajmy dodawanie: $\frac{5}{7} + \frac{4}{7}$.

$$\frac{5}{7} + \frac{4}{7} = \frac{7}{7} + \frac{2}{7} = 1\frac{2}{7}$$

Oto inny sposób:

$$\frac{5}{7} + \frac{4}{7} = \frac{9}{7} = 1\frac{2}{7}$$

wyłączamy całość

3. Dodaj ułamki. Wynik zapisz na dwa sposoby: w postaci ułamka niewłaściwego i w postaci liczby mieszanej. Pamiętaj o skracaniu ułamków.

a) $\frac{5}{8} + \frac{7}{8}$

b) $\frac{3}{4} + \frac{3}{4}$

c) $\frac{5}{9} + \frac{8}{9}$

d) $\frac{7}{11} + \frac{8}{11}$

e) $\frac{5}{6} + \frac{5}{6}$

f) $\frac{6}{7} + \frac{3}{7}$

g) $\frac{3}{5} + \frac{1}{5} + \frac{4}{5}$

h) $\frac{5}{6} + \frac{5}{6} + \frac{5}{6}$

Zadania

1 Przeczytaj, zapisz działanie i oblicz.



- a) osiem trzynastych dodać dziewięć trzynastych
- b) dziewięć jedenastych dodać sześć jedenastych
- c) osiem piętnastych dodać jedenaście piętnastych
- d) pięćdziesiąt siedem setnych dodać dziewięćdziesiąt dziewięć setnych

2 Przepisz do zeszytu i zamiast znaku zapytania wpisz odpowiednią liczbę.

a) $\frac{3}{4} + ? = 1$

b) $\frac{7}{9} + ? = 1$

c) $\frac{2}{15} + ? = 1$

3 Pusta butelka waży $\frac{3}{5}$ kg.
Odczytaj z rysunku potrzebną informację i oblicz masę brutto tego soku.



Brutto — masa towaru z opakowaniem.

Netto — masa towaru bez opakowania.

Tara — masa opakowania.

4 Jaki ułamek należy wpisać zamiast znaku zapytania w podanym działaniu?

$$\frac{7}{36} + \frac{11}{36} + \frac{5}{36} + ? + \frac{1}{36} + \frac{5}{36} = 1$$

A. $\frac{4}{36}$

B. $\frac{2}{36}$

C. $\frac{12}{36}$

D. $\frac{7}{36}$

- 5 Kasia ma w poniedziałek 4 lekcje: jedną lekcję matematyki, dwie lekcje języka polskiego i jedną lekcję przyrody. Oblicz, ile waży pełny plecak Kasi, jeśli każdy zeszyt waży $\frac{21}{100}$ kg, piórnik $\frac{43}{100}$ kg, a pusty plecak $\frac{39}{100}$ kg. Masę podręczników odczytaj z tabeli.

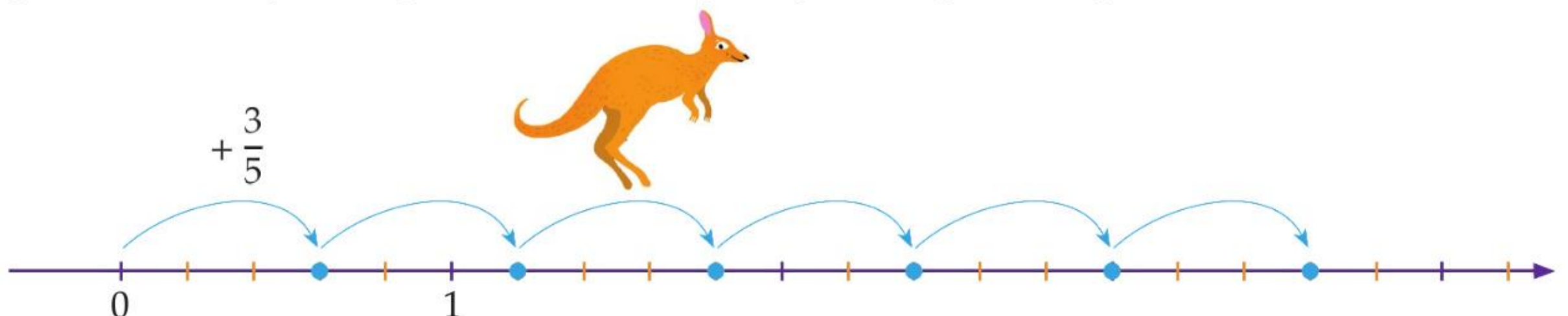
Podręcznik	Masa (w kg)
matematyka	$\frac{53}{100}$
język polski	$\frac{61}{100}$
przyroda	$\frac{33}{100}$



- 6 Ile soku znajduje się razem w trzech jednakowych szklankach, jeśli w każdej jest $\frac{2}{9}$ litra soku?
- A. $\frac{2}{3}$ litra B. $\frac{5}{9}$ litra C. $\frac{6}{18}$ litra D. $\frac{5}{12}$ litra

- 7 W poniedziałek i we wtorek Ewa przeczytała po $\frac{2}{10}$ książki, w środę $\frac{4}{10}$, a w czwartek $\frac{1}{10}$ książki. Czy przeczytała już całą książkę? Zapisz odpowiednie działanie, aby uzasadnić swoją odpowiedź.

- 8 Mały kangur porusza się po osi liczbowej. Na hasło: *dodaj*, skacze w prawo, a każdy jego skok ma długość $\frac{3}{5}$ jednostki. Na osi liczbowej zaznaczono 6 skoków. Zapisz w zeszycie współrzędne punktów, w których kangur dotknął osi. Zapisz wykonane przez niego działania.



5.8 Dodawanie liczb mieszanych

Podejmij temat



Jakie działanie trzeba wykonać, aby obliczyć, ile ważą razem obaj mężczyźni i niesiona przez nich lodówka?
Czy potrafisz wykonać to działanie?

Ja ważę $100\frac{9}{10}$ kg. Możemy wejść razem do windy?

WINDA
udźwig
255 kg

Ja ważę trochę mniej: $90\frac{7}{10}$ kg, ale nie zapominaj o lodówce, ona też jest ciężka!



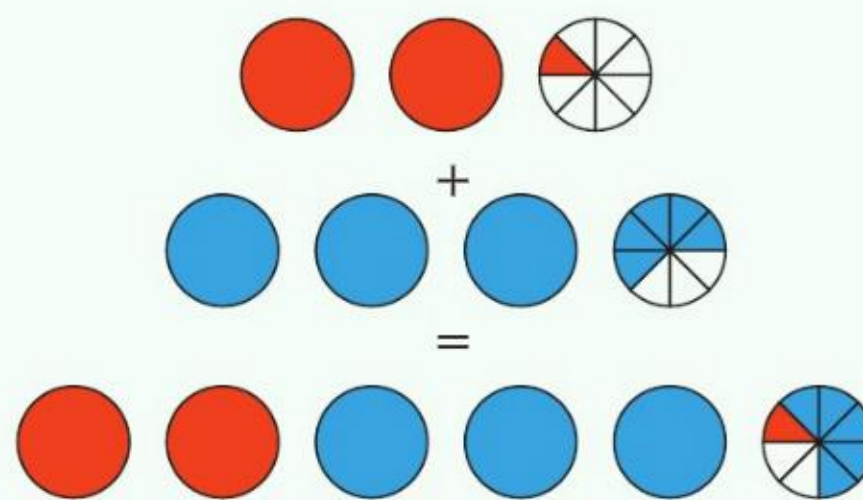
Przykład 1

Obliczmy: $2\frac{1}{8} + 3\frac{5}{8}$.

$$\begin{aligned} 2\frac{1}{8} + 3\frac{5}{8} &= \\ &= 2 + 3 + \frac{1}{8} + \frac{5}{8} = \\ &= 5 + \frac{6}{8} = 5\frac{6}{8} = \\ &= 5\frac{3}{4} \end{aligned}$$

Osobno dodajemy części całkowite i osobno części ułamkowe.

Na koniec skracamy część ułamkową otrzymanej liczby mieszanej.



1. Wykonaj dodawanie.

a) $2\frac{3}{5} + 7\frac{1}{5}$

b) $1\frac{6}{11} + 5\frac{2}{11}$

c) $4\frac{1}{6} + 5\frac{1}{6}$

d) $8\frac{2}{9} + 5\frac{4}{9}$

e) $4\frac{1}{20} + 5\frac{3}{20}$

f) $4 + 2\frac{5}{9}$

g) $1\frac{3}{8} + 8$

h) $\frac{1}{5} + 6 + 2\frac{2}{5}$

Dodawanie ułamków jest bardzo łatwe! Liczniki dodaję, a mianownik przepisuję.

Zapomniałeś o całościach, też trzeba je dodać.



Przykład 2

Obliczmy podaną sumę.

a) $2\frac{4}{9} + 3\frac{5}{9}$

b) $3\frac{4}{5} + 8\frac{3}{5}$

$$\begin{aligned} \text{a) } 2\frac{4}{9} + 3\frac{5}{9} &= \\ &= 5\frac{9}{9} = \\ &= 6 \end{aligned}$$

Dodajemy części całkowite obu liczb i części ułamkowe obu liczb.

Ułamek $\frac{9}{9} = 1$, a więc dodajemy go do całości.

$$\begin{aligned} \text{b) } 3\frac{4}{5} + 8\frac{3}{5} &= \\ &= 11\frac{7}{5} = \\ &= 11 + 1\frac{2}{5} = \\ &= 12\frac{2}{5} \end{aligned}$$

Dodajemy całości do całości, a ułamki do ułamków.

Ułamek $\frac{7}{5}$ jest niewłaściwy; $\frac{7}{5}$ to $1\frac{2}{5}$,

więc do otrzymanych wcześniej całości dodajemy 1 całość.

2. Oblicz podaną sumę.

a) $5\frac{1}{4} + 3\frac{3}{4}$

b) $6\frac{2}{3} + 2\frac{2}{3} + 5\frac{2}{3}$

c) $4\frac{5}{7} + 2\frac{4}{7}$

d) $2\frac{7}{9} + 3\frac{5}{9}$

e) $1\frac{7}{8} + 5\frac{5}{8}$

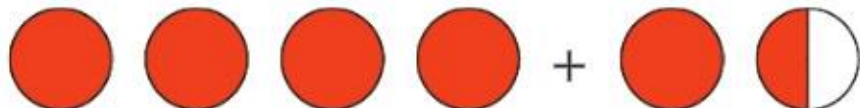
f) $2\frac{1}{8} + 7\frac{5}{8} + 3\frac{3}{8}$

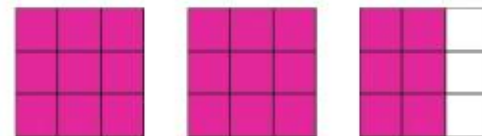
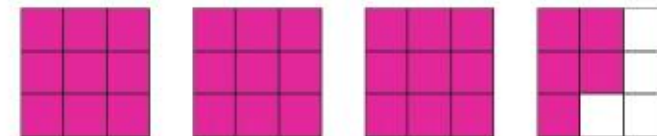
g) $4\frac{3}{10} + 2\frac{9}{10} + 1\frac{7}{10}$

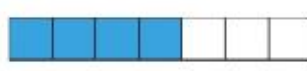
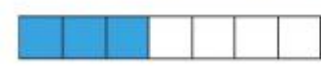
h) $1\frac{6}{11} + 2\frac{5}{11} + 3\frac{4}{11}$

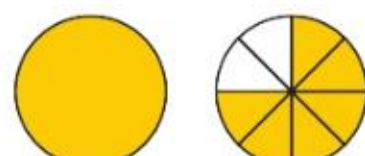
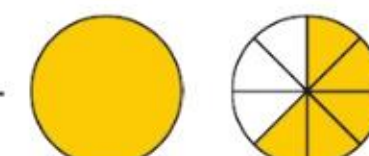
Zadania

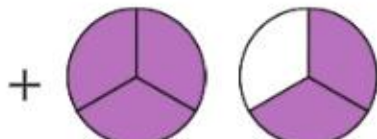
- 1 Odczytaj działanie przedstawione za pomocą rysunku. Zapisz je w zeszycie i wykonaj obliczenia.

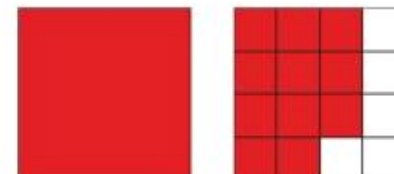
a) 

b)  + 

c)  + 


d)  + 

e)  + 

f)  + 

- 2 Do torby ważącej $\frac{3}{10}$ kg włożono $2\frac{9}{10}$ kg jabłek i $1\frac{7}{10}$ kg gruszek. Ile ważyła torba razem z owocami?

A. $3\frac{9}{10}$ kg B. $4\frac{19}{10}$ kg C. $4\frac{9}{10}$ kg D. $5\frac{9}{10}$ kg

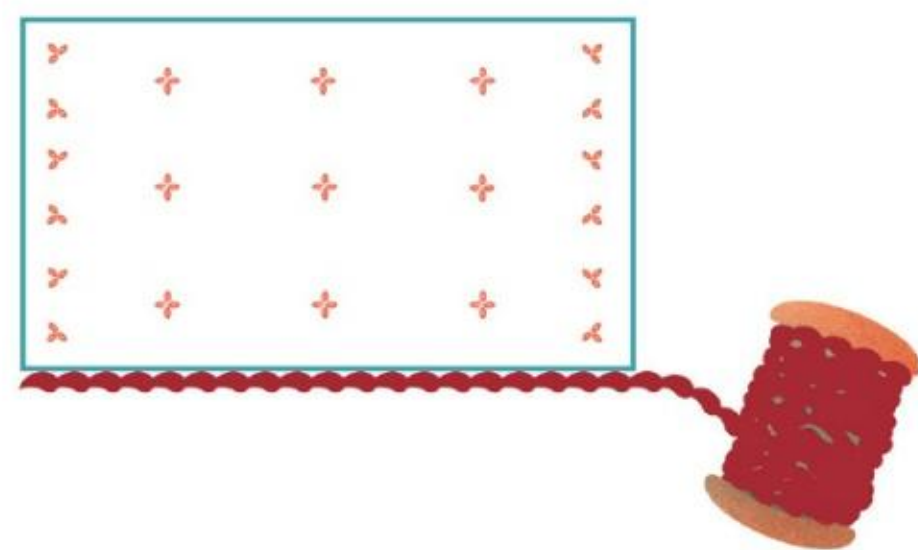
- 3 Rajd rowerowy składał się z trzech etapów różnej długości. Pierwszy miał $13\frac{4}{5}$ km, drugi $15\frac{1}{5}$ km, a trzeci $12\frac{3}{5}$ km. Ile kilometrów liczyła cała trasa tego rajdu?

A. $40\frac{3}{5}$ km B. $41\frac{3}{5}$ km C. $40\frac{4}{5}$ km D. $41\frac{2}{5}$ km

- 4 Trzy siostry zbierały jagody. Najstarsza zebrała $2\frac{3}{5}$ kg, średnia $1\frac{1}{5}$ kg, a najmłodsza $\frac{1}{5}$ kg. Ile kilogramów jagód zebrały razem? Ile to dekagramów?

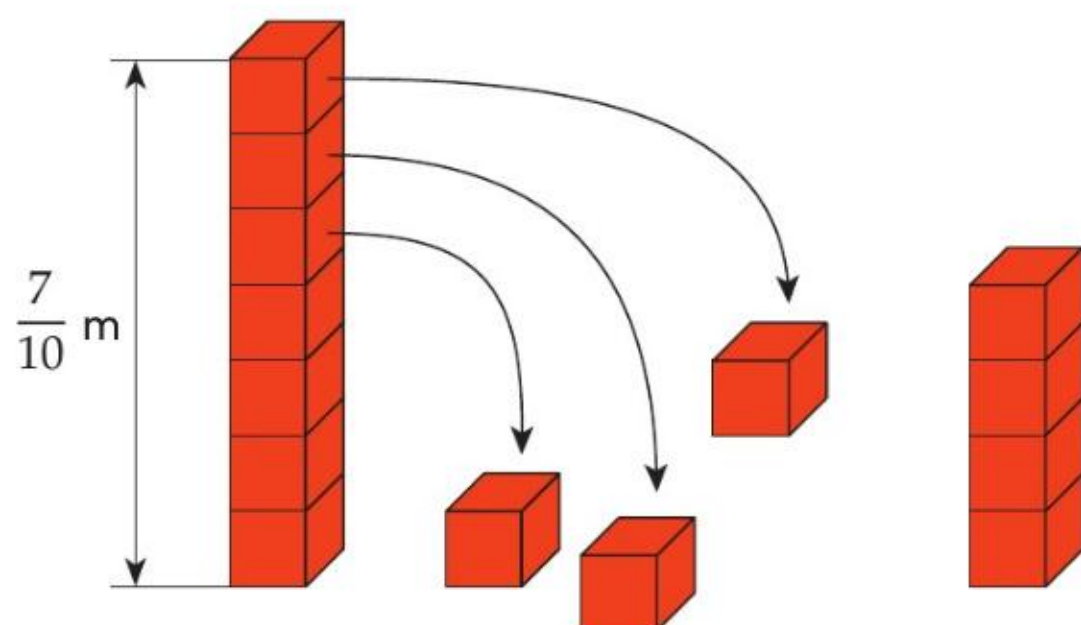
- 5 Podczas filmu w telewizji pojawiły się cztery reklamy. Pierwsza trwała $2\frac{7}{12}$ minuty, druga $4\frac{1}{12}$ minuty, trzecia $3\frac{11}{12}$ minuty, a czwarta $2\frac{5}{12}$ minuty. Ile czasu trwała łączna emisja wszystkich reklam?

- 6 Serwetka jest prostokątem o długości $42\frac{7}{10}$ cm i szerokości $25\frac{4}{10}$ cm. Oblicz, ile centymetrów ozdobnego sznureczka potrzeba na obszycie brzegów dwóch takich serwetek.



5.9 Odejmowanie ułamków zwykłych o jednakowych mianownikach

Podejmij temat



Wieża z klocków ma wysokość $\frac{7}{10}$ metra.
Zdjęto z niej 3 górne klocki,
każdy o wysokości $\frac{1}{10}$ metra.

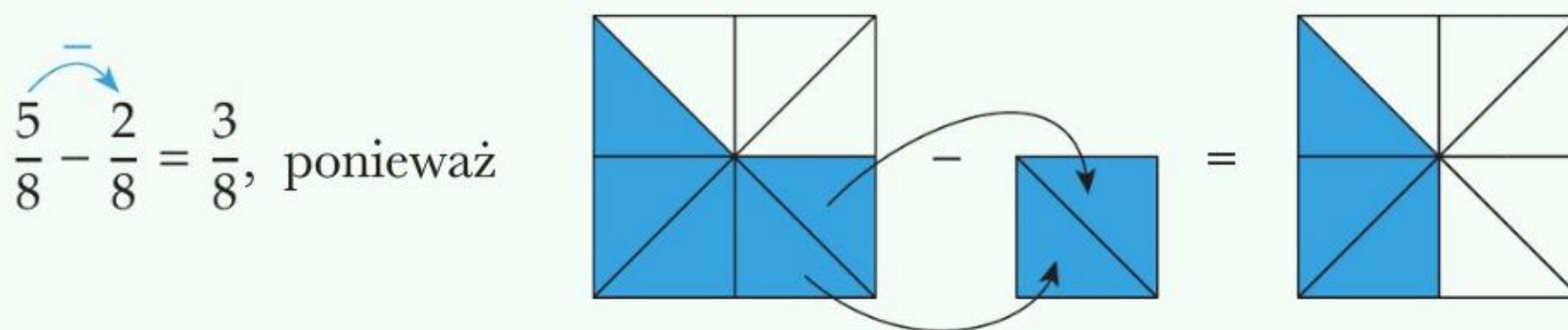


Czy potrafisz powiedzieć, jaką wysokość ma teraz wieża?

Przykład 1

Wykonajmy odejmowanie: $\frac{5}{8} - \frac{2}{8}$.

Aby wykonać to odejmowanie, możemy narysować kwadrat podzielony na 8 równych części i pokolorować w nim 5 części, a następnie „usunąć” kolor z dwóch.



Aby wykonać **odejmowanie ułamków o jednakowych mianownikach**, należy wykonać odejmowanie ich liczników, a mianownik pozostawić bez zmian.

1. Oblicz.

a) $\frac{7}{9} - \frac{2}{9}$

b) $\frac{5}{6} - \frac{1}{6}$

c) $\frac{7}{10} - \frac{1}{10}$

d) $\frac{8}{15} - \frac{7}{15}$

e) $\frac{6}{11} - \frac{4}{11}$

f) $\frac{13}{15} - \frac{7}{15}$

g) $\frac{17}{18} - \frac{11}{18}$

h) $\frac{6}{7} - \frac{6}{7}$

A jak odjąć ułamek od całości?

Przykład 2

Obliczmy.

a) $1 - \frac{3}{4}$

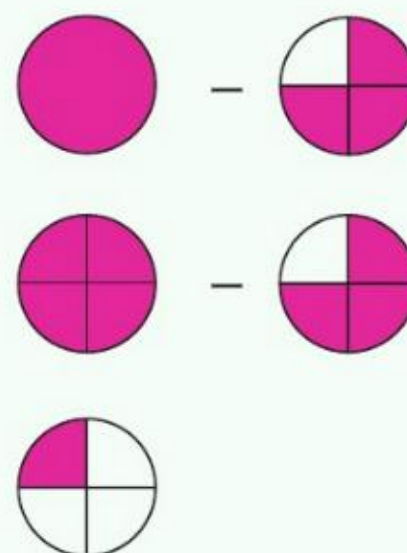
b) $4 - \frac{8}{9}$

a) $1 - \frac{3}{4} =$

$= \frac{4}{4} - \frac{3}{4} =$

$= \frac{1}{4}$

1 całość zamieniamy na $\frac{4}{4}$.



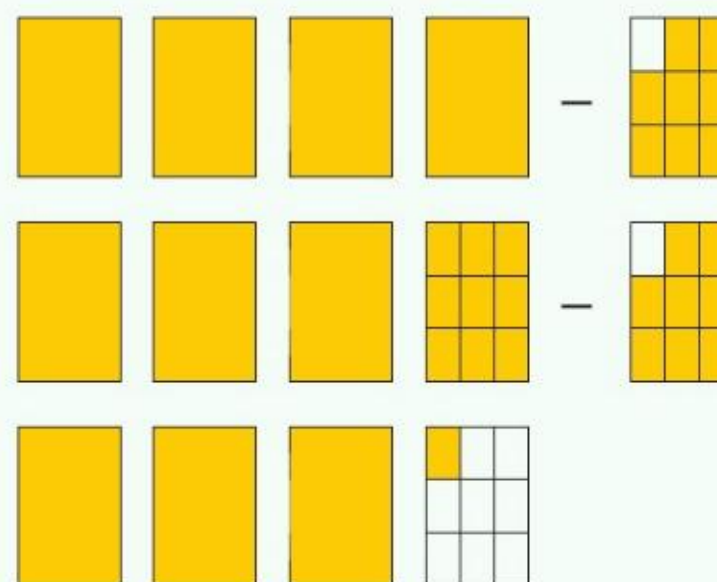
b) $4 - \frac{8}{9} =$

$= 3\frac{9}{9} - \frac{8}{9} =$

$= 3\frac{1}{9}$

Jedną z 4 całości zamieniamy na $\frac{9}{9}$ (zostają 3 całości).

Od ułamka odejmujemy ułamek, a 3 całości pozostają bez zmian.



2. Oblicz.

a) $1 - \frac{7}{10}$

b) $1 - \frac{3}{8}$

c) $1 - \frac{15}{16}$

d) $5 - \frac{5}{6}$

e) $10 - \frac{2}{9}$

f) $8 - \frac{13}{19}$

g) $6 - \frac{10}{21}$

h) $13 - \frac{25}{51}$

Zadania

1 Przepisz działanie i zamiast znaku zapytania wstaw odpowiednią liczbę.

a) $1 - ? = \frac{3}{7}$

b) $1 - ? = \frac{3}{10}$

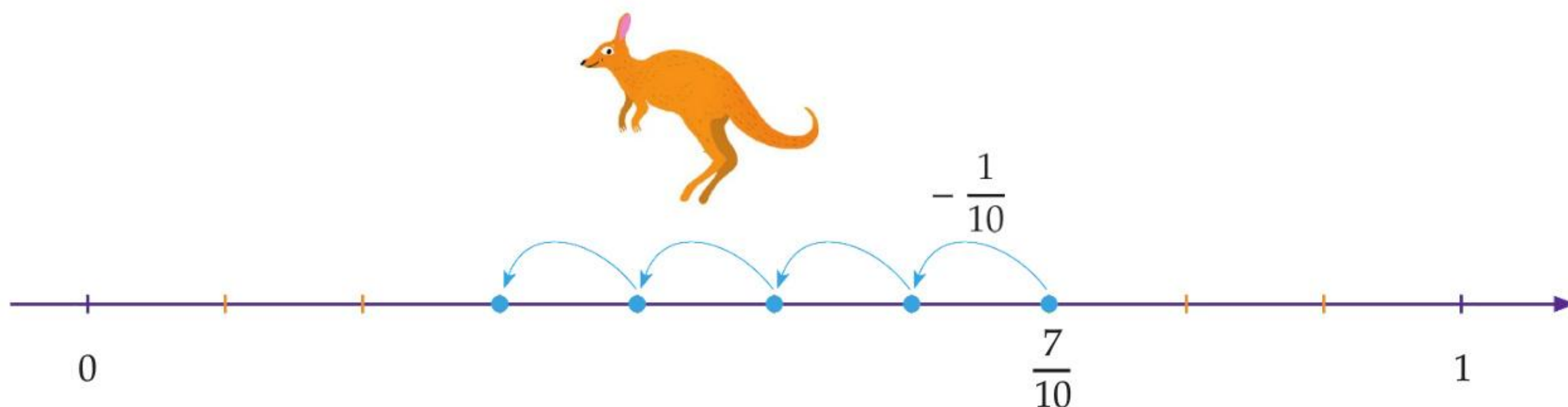
c) $1 - ? = \frac{11}{12}$

d) $? - \frac{3}{5} = 7\frac{2}{5}$

e) $? - \frac{1}{20} = 5\frac{9}{20}$

f) $? - \frac{8}{15} = 3\frac{7}{15}$

2 Mały kangur porusza się po osi liczbowej. Na hasło: *odejmij*, skacze w lewo, a każdy jego skok ma długość $\frac{1}{10}$ jednostki. Na osi liczbowej zaznaczono 4 skoki. Zapisz w zeszycie współrzędne punktów, w których kangur dotknął osi. Zapisz wykonane przez niego działania.



3 Mama kupiła 2-litrowy karton mleka, z którego $\frac{9}{20}$ litra dała do wypicia dzieciom, $\frac{3}{20}$ litra naląła do miseczki kota, a $\frac{7}{20}$ litra zużyła do zrobienia ciasta. Ile mleka zostało w kartonie?

4 Od sumy liczb $4\frac{2}{7}$ i $5\frac{5}{7}$ odejmij $\frac{13}{15}$. Poprawny wynik to

A. $10\frac{13}{15}$

B. $10\frac{2}{15}$

C. $9\frac{13}{15}$

D. $9\frac{2}{15}$

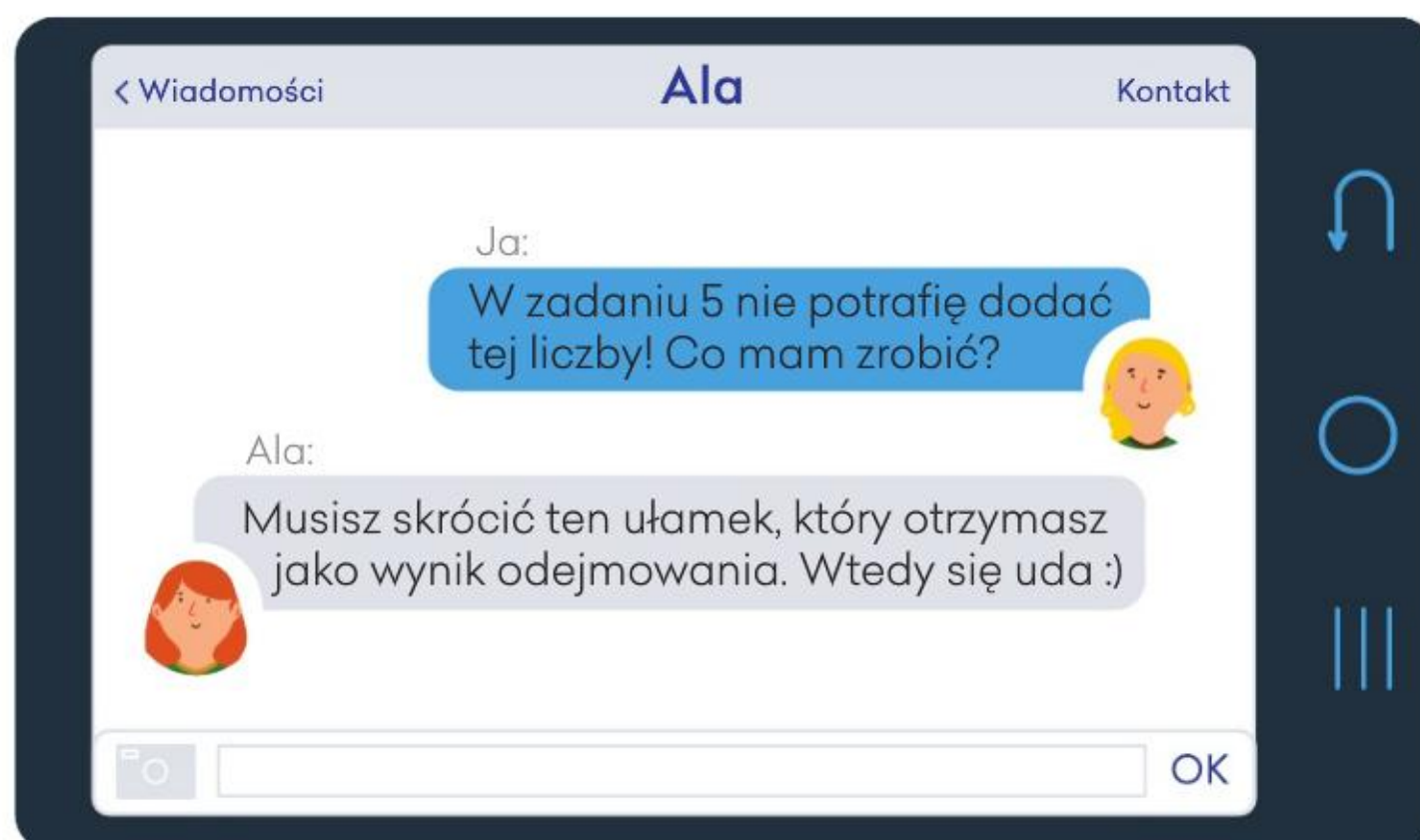
5 Do różnicy liczb 2 i $\frac{2}{6}$ dodaj $8\frac{2}{3}$.
Poprawny wynik to

A. $10\frac{1}{3}$

B. $10\frac{4}{9}$

C. $10\frac{2}{3}$

D. 11



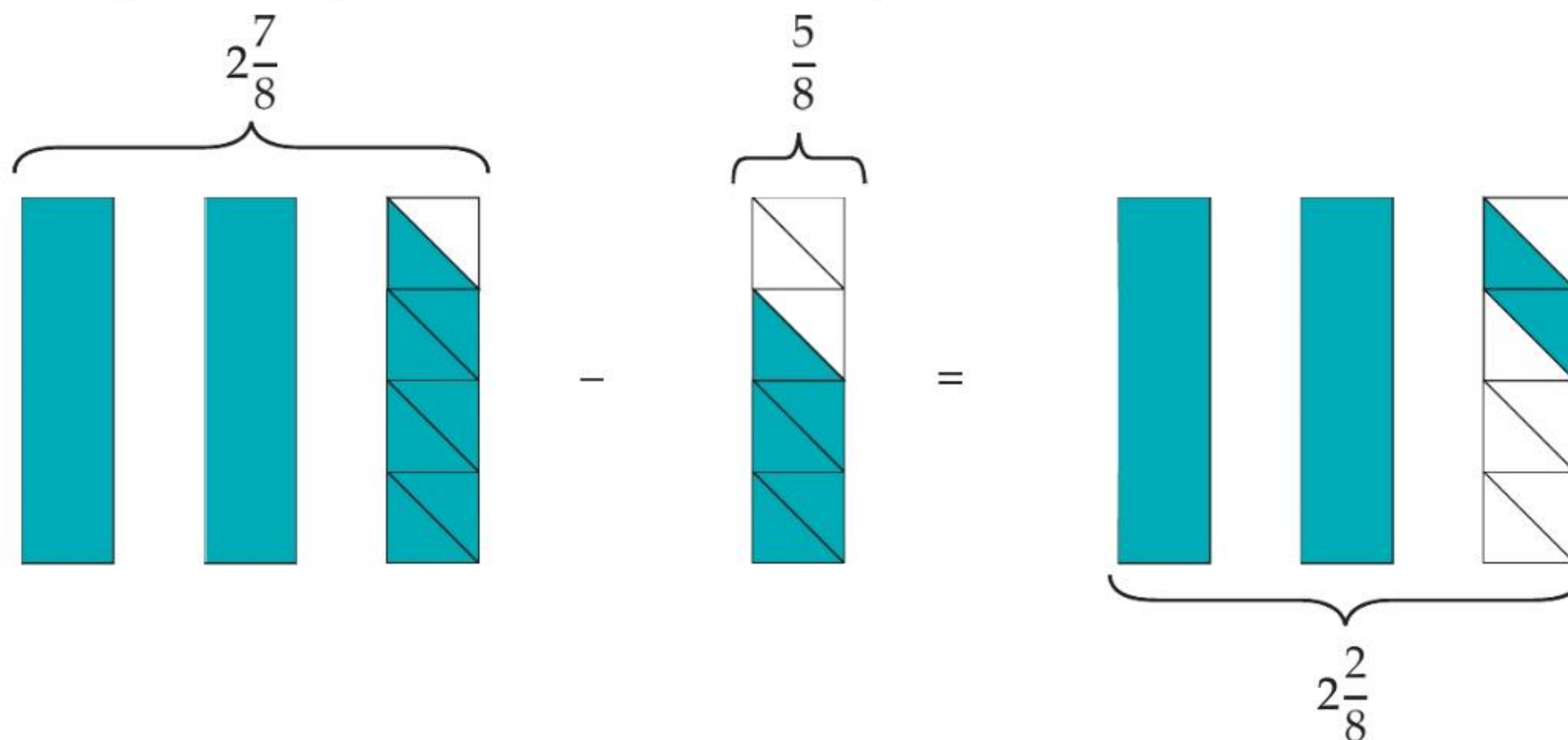
5.10 Odejmowanie liczb mieszanych

Podejmij temat



Czy wiesz, jakie działanie trzeba wykonać, aby odpowiedzieć na pytanie chłopca? A może potrafisz to obliczyć?

Wykonajmy odejmowanie przedstawione za pomocą rysunku:



Od części ułamkowej liczby mieszanej możemy z łatwością odjąć ułamek.

$$2\frac{7}{8} - \frac{5}{8} = 2\frac{2}{8} = 2\frac{1}{4}$$

Na koniec skracamy część ułamkową otrzymanej liczby.

Przykład 1

Obliczmy podaną różnicę.

a) $6\frac{5}{7} - \frac{4}{7}$

$$6\frac{5}{7} - \frac{4}{7} = \text{Całości pozostają bez zmiany, a od ułamka odejmujemy ułamek.}$$

$$= 6\frac{1}{7}$$

b) $3\frac{7}{9} - 1\frac{5}{9}$

$$3\frac{7}{9} - 1\frac{5}{9} = \text{Od całości odejmujemy całość, a od ułamka odejmujemy ułamek.}$$

$$= 2\frac{2}{9}$$

1. Oblicz podaną różnicę.

a) $5\frac{7}{8} - \frac{1}{8}$

b) $5\frac{9}{11} - \frac{3}{11}$

c) $6\frac{9}{10} - \frac{7}{10}$

d) $5\frac{4}{9} - 1\frac{2}{9}$

e) $9\frac{8}{9} - 6\frac{4}{9}$

f) $15\frac{7}{16} - 13\frac{5}{16}$

g) $20\frac{5}{12} - 3\frac{1}{12}$

h) $7\frac{41}{45} - 2\frac{11}{45}$

Przykład 2

Obliczmy: $5 - 3\frac{2}{3}$.

$$5 - 3\frac{2}{3} =$$



$$= 4\frac{3}{3} - 3\frac{2}{3} = \text{Jedną z 5 całości zamieniamy na } \frac{3}{3} \text{ (zostają 4 całości).}$$



$$= 1\frac{1}{3}$$

Od całości odejmujemy całości, a od ułamka ułamek.



2. Oblicz podaną różnicę.

a) $6 - 2\frac{2}{7}$

b) $4 - 1\frac{5}{6}$

c) $9 - 3\frac{7}{10}$

d) $5 - 1\frac{4}{9}$

e) $2 - 1\frac{5}{8}$

f) $7 - 4\frac{1}{15}$

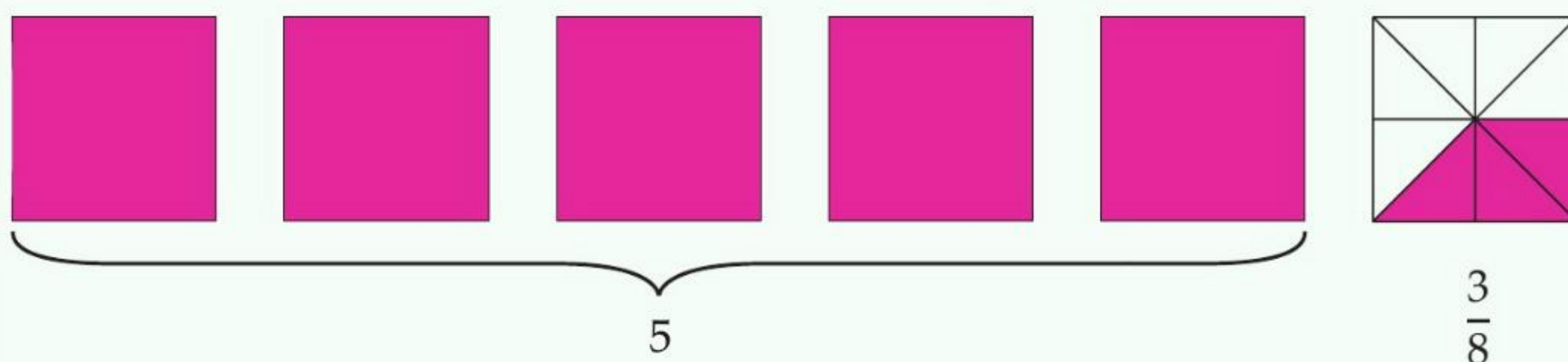
g) $10 - 9\frac{3}{5}$

h) $20 - 8\frac{1}{8}$

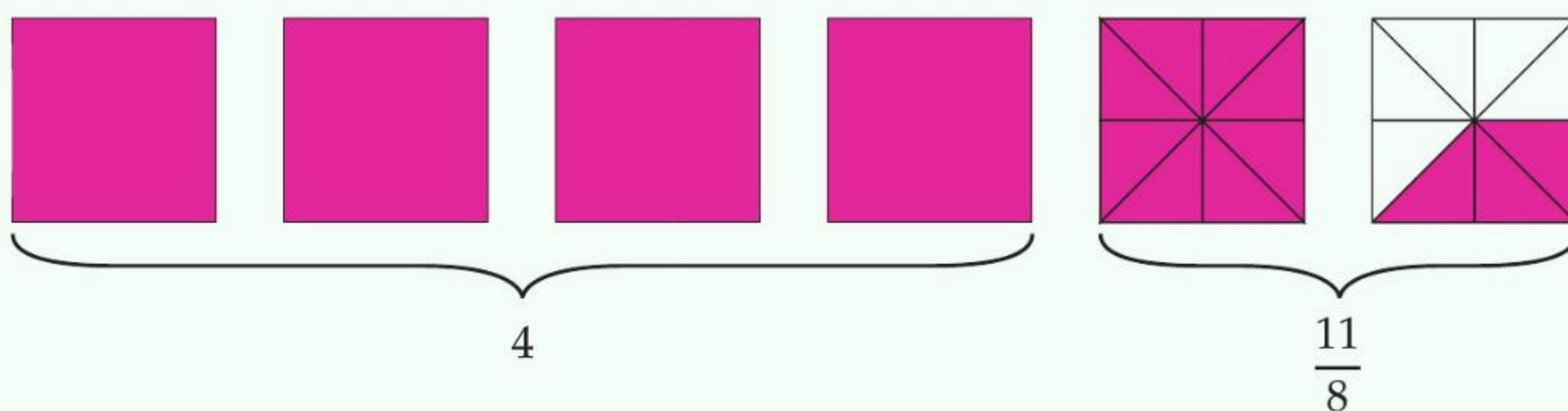
Zanim przejdziemy do kolejnego przykładu odejmowania, przećwiczmy zmienianie zapisu liczby mieszanej. Ułatwi to odejmowanie liczb mieszanych, gdy część ułamkowa odjemnej będzie mniejsza od części ułamkowej odjemnika.

Przykład 3

Obliczmy, jaką liczbę zastępuje znak zapytania: $5\frac{3}{8} = 4\frac{?}{8}$.



Od liczby 5 „pożyczamy” 1 całość i „łączymy” ją z ułamkiem $\frac{3}{8}$.



Mamy zatem 4 całości i $1\frac{3}{8}$. Liczbę $1\frac{3}{8}$ zamieniamy na $\frac{11}{8}$ (bo $1\frac{3}{8} = \frac{1 \cdot 8 + 3}{8} = \frac{11}{8}$).

Liczbę $5\frac{3}{8}$ zapisujemy jako $4\frac{11}{8}$. Szukaną liczbą jest zatem 11.



Zapis $4\frac{11}{8}$ nie jest poprawnym zapisem liczby mieszanej, bo część ułamkowa liczby mieszanej musi być ułamkiem właściwym. Zapis taki jest stosowany jedynie dla ułatwienia obliczeń.

3. Przepisz równości i zamiast znaków zapytania wstaw odpowiednie liczby.

a) $3\frac{5}{7} = 2\frac{?}{7}$

b) $8\frac{1}{3} = 7\frac{?}{3}$

c) $7\frac{2}{5} = 6\frac{?}{5}$

d) $9\frac{1}{4} = 8\frac{?}{4}$

e) $5\frac{1}{9} = 4\frac{?}{9}$

f) $8\frac{3}{10} = 7\frac{?}{10}$

g) $10\frac{1}{6} = ?$

h) $3\frac{1}{7} = ?$

Przystąpimy teraz do odejmowania liczb mieszanych.

Przykład 4

Obliczmy: $6\frac{1}{7} - 2\frac{3}{7}$.

$$\begin{aligned} 6\frac{1}{7} - 2\frac{3}{7} &= \quad \text{Od } \frac{1}{7} \text{ nie umiemy odjąć } \frac{3}{7}, \text{ dlatego} \\ &= 5\frac{8}{7} - 2\frac{3}{7} = \quad \text{zmieniamy zapis odjemnej, „pożyczając” jedną całość (tak jak w przykładzie 3)} \\ &= 3\frac{5}{7} \quad \text{i odejmujemy osobno całości, a osobno ułamki.} \end{aligned}$$

4. Oblicz podaną różnicę.

a) $8\frac{1}{4} - 2\frac{3}{4}$

b) $7\frac{5}{8} - 3\frac{7}{8}$

c) $4\frac{1}{3} - 2\frac{2}{3}$

d) $10\frac{2}{5} - 6\frac{4}{5}$

e) $3\frac{1}{6} - 2\frac{5}{6}$

f) $9\frac{3}{10} - 6\frac{7}{10}$

g) $4\frac{5}{9} - 1\frac{8}{9}$

h) $2\frac{4}{7} - 1\frac{6}{7}$

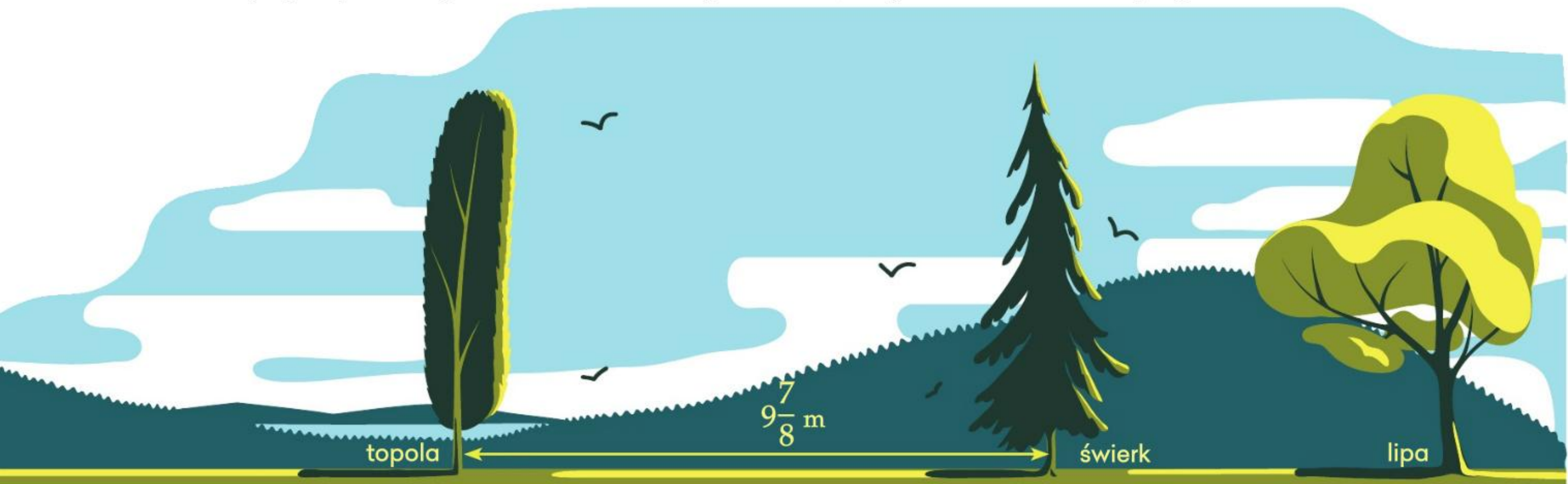
Zadania

1 Od sumy liczb $5\frac{6}{13}$ i $2\frac{3}{13}$ odejmij $5\frac{11}{13}$.

2 Do różnicy liczb $4\frac{5}{9}$ i $1\frac{7}{9}$ dodaj $2\frac{4}{9}$.

3 Topola, świerk i lipa rosną wzdłuż drogi. Lipa i topola rosną w odległości $16\frac{5}{8}$ m od siebie.

 Odczytaj z rysunku potrzebne informacje i oblicz, ile jest metrów między lipą a świerkiem.



- 4 Do sklepu sprowadzono 75 kg warzyw, w tym $21\frac{5}{8}$ kg bakłażanów i $13\frac{7}{8}$ kg zielonych kalafiorów. Resztę stanowiły dynie. Ile kilogramów dyni przywieziono do sklepu?



- A. $38\frac{3}{4}$ kg B. $37\frac{5}{8}$ kg C. $30\frac{4}{8}$ kg D. $39\frac{1}{2}$ kg

- 5 Chodnik na nowym osiedlu będzie miał długość $48\frac{1}{10}$ m. Ułożono już 13 m płytek z jednego końca chodnika i $17\frac{7}{10}$ m z drugiego końca. Ile metrów chodnika trzeba jeszcze ułożyć?

- A. $18\frac{4}{10}$ m B. $17\frac{2}{5}$ m C. $27\frac{2}{10}$ m D. $22\frac{6}{10}$ m

- 6 Jedna tasiemka ma długość $3\frac{1}{5}$ m, a druga jest o $1\frac{3}{5}$ m od niej krótsza. Oblicz długość drugiej tasiemki. Jaka byłaby łączna długość dwóch dłuższych i dwóch krótszych tasiemek?

- 7 W Parku Nauki znajdują się pomniki ułamków. Jeden z nich wygląda jak na rysunku obok. Licznik tego ułamka waży $345\frac{2}{7}$ kg, mianownik jest o $\frac{5}{7}$ kg cięższy, kreska ułamkowa jest o $300\frac{6}{7}$ kg lżejsza od mianownika. Ile kilogramów waży cały pomnik?

- 8 Od różnicy liczb $20\frac{3}{10}$ i $2\frac{7}{10}$ odejmij sumę liczb $7\frac{3}{5}$ i $2\frac{1}{5}$.

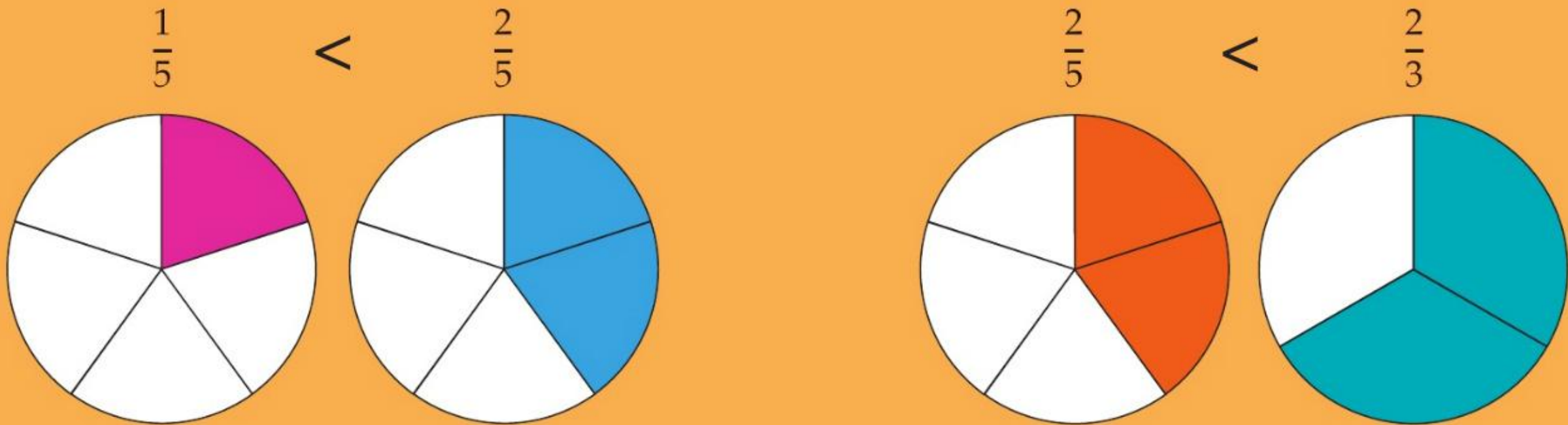


Podsumowanie działu 5

Ważne pojęcia

mianownik	liczba mieszana	ułamek nieskracalny	część ułamkowa
ułamek niewłaściwy	licznik	ułamek zwykły	ułamek właściwy
kreska ułamkowa	część całkowita		

Porównywanie ułamków o jednakowych mianownikach lub o jednakowych licznikach

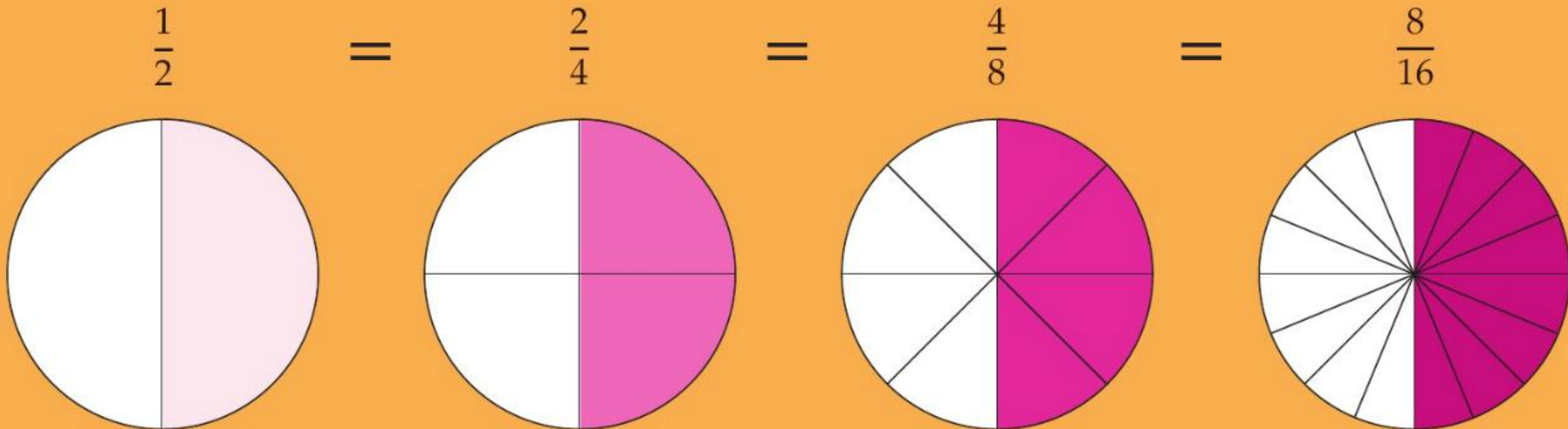


Wyłączanie całości z ułamka to zamiana ułamka niewłaściwego na liczbę mieszaną lub naturalną.

Jeżeli **porównujemy liczby mieszane**, to większa jest ta liczba, która ma większą część całkowitą, a jeżeli obie mają równe części całkowite, to porównujemy ich części ułamkowe i wówczas większa jest ta liczba, która ma większą część ułamkową.

Rozszerzanie ułamka polega na pomnożeniu licznika i mianownika przez tę samą liczbę różną od 0 i 1.

Skracanie ułamka polega na podzieleniu licznika i mianownika przez tę samą liczbę różną od 0 i 1.



Czy już umiesz?

- 1 Rysunek przedstawia flagi państw graniczących z Polską. Na których flagach kolor czerwony stanowi $\frac{1}{3}$ powierzchni?



Litwa



Słowacja



Rosja



Niemcy



Czechy



Ukraina



Białoruś

A. Litwy, Słowacji, Rosji, Niemiec.
C. Litwy, Rosji, Białorusi, Niemiec.

B. Litwy, Czech, Słowacji, Rosji.
D. Litwy, Rosji, Niemiec.

- 2 Znaki zapytania w zapisie $\frac{?}{4} = \frac{12}{6} = \frac{24}{?}$ należy kolejno uzupełnić liczbami

A. 8 i 12

B. 6 i 8

C. 3 i 32

D. 6 i 32

- 3 Oceń prawdziwość każdego zdania. Zapisz w zeszycie P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F, jeśli jest fałszywe.

a) Ułamek $\frac{7}{6}$ to ułamek właściwy.

b) $99\frac{98}{9}$ to liczba mieszana.

c) Część całkowita liczby mieszanej $2\frac{5}{7}$ jest mniejsza od licznika jej części ułamkowej.

d) Ułamki: $\frac{2}{3}, \frac{34}{51}, \frac{20}{30}, \frac{10}{15}, \frac{42}{63}, \frac{6}{9}, \frac{200}{300}, \frac{100}{150}, \frac{50}{75}$, to różne zapisy tej samej liczby.

- 4 Suma której pary liczb jest równa 4?

A. $2\frac{3}{4}$ i $2\frac{1}{4}$

B. $1\frac{5}{6}$ i $\frac{13}{6}$

C. $\frac{14}{3}$ i $\frac{26}{3}$

D. $\frac{13}{5}$ i $2\frac{2}{5}$

- 5 Tata niósł zakupy w dwóch torbach. W każdej torbie miał po 1 bochenku chleba ważącym $\frac{7}{10}$ kg i po 3 soki, z których każdy ważył $\frac{3}{10}$ kg. Które działanie należy wykonać, aby obliczyć, ile ważyły produkty kupione przez tatę?

A. $\frac{7}{10} + \frac{7}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10}$

B. $\frac{7}{10} + \frac{7}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10}$

C. $\frac{7}{10} + \frac{7}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10}$

D. $\frac{7}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10}$

6 Różnica liczb $4\frac{1}{5}$ i $2\frac{3}{5}$ wynosi

A. $2\frac{3}{5}$

B. $2\frac{2}{5}$

C. $1\frac{3}{5}$

D. $1\frac{2}{5}$

7 Które zdanie **nie** jest prawdziwe?

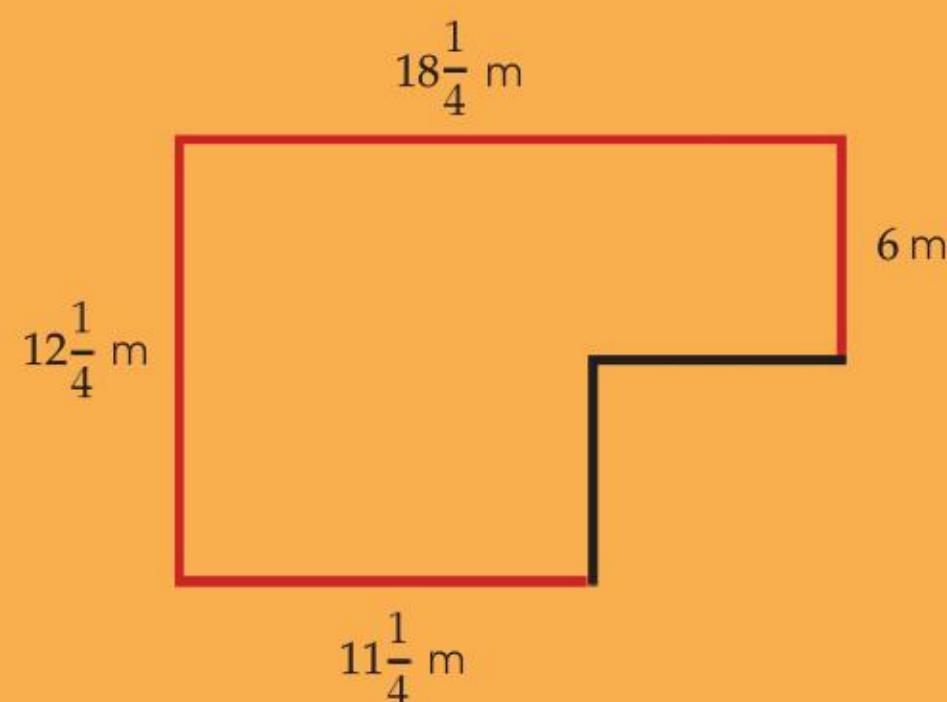
A. Typowa lekcja w szkole trwa $\frac{6}{8}$ godziny.

B. Doba jest równa $\frac{5}{35}$ tygodnia.

C. Minuta to więcej niż $\frac{1}{100}$ godziny.

D. Kwadrans to $\frac{1}{15}$ godziny.

8 Podwórko ma kształt pokazany na rysunku obok. Czerwonym kolorem oznaczono brzegi, wzdłuż których należało je ogrodzić. Na ogrodzenie kupiono $59\frac{1}{4}$ m siatki. Odczytaj z rysunku odpowiednie informacje i oblicz, ile metrów siatki:



- a) wykorzystano do ogrodzenia podwórka,
b) pozostało po ogrodzeniu tego terenu.

9 Na osi liczbowej zaznaczono kolorem dwa punkty, których współrzędne są liczbami

A. większymi od $\frac{1}{2}$.

B. mniejszymi od $\frac{3}{4}$.

C. mniejszymi od $\frac{5}{16}$.

D. większymi od $\frac{7}{16}$.



10 Które ułamki są ustawione w kolejności rosnącej?

A. $\frac{2}{5}, \frac{4}{5}, \frac{4}{10}, \frac{4}{12}$

B. $\frac{1}{8}, \frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{5}{6}$

C. $\frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{5}{8}$

D. $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$

6. Ułamki dziesiętne

JABŁKA	GRUSZKI	WIŚNIE	BANANY	POMARAŃCZE
3,20 zł	5,40 zł	4,80 zł	7,20 zł	5,60 zł
				
MARCHEW	ZIEMNIAKI	PIETRUSZKA	OGÓRKI	CEBULA
2,30 zł	1,80 zł	2,20 zł	4,50 zł	1,80 zł
				



Przyjrzyj się uważnie rysunkowi i odpowiedz na pytania.

1. Które owoce są najdroższe, a które – najtańsze?
2. Które warzywa są najdroższe, a które – najtańsze?
3. Kilogram jakich owoców lub warzyw moglibyśmy kupić, mając 5 zł? A jakich, gdybyśmy mieli tylko 2 zł?
4. Agata kupiła po 1 kg dwóch gatunków warzyw i zapłaciła 4 zł. Czy potrafisz powiedzieć, co mogła kupić?

6.1 Zapisywanie i odczytywanie ułamków dziesiętnych

Podejmij temat



Czy potrafisz pomóc Jankowi w przeczytaniu liczb zawartych w przepisie?
A może wiesz, jak się nazywają te liczby?

Ułamki o mianownikach 10, 100, 1000..., na przykład: $\frac{5}{10}$, $\frac{4}{100}$, $\frac{32}{100}$, $\frac{7}{1000}$, $\frac{28}{1000}$, $\frac{184}{1000}$, to **ułamki dziesiętne** (zapisane w postaci ułamka zwykłego). Można je zapisać również w **postaci dziesiętnej**:

$$\frac{5}{10} = 0,5$$

$$\frac{4}{100} = 0,04$$

$$\frac{32}{100} = 0,32$$

$$\frac{7}{1000} = 0,007$$

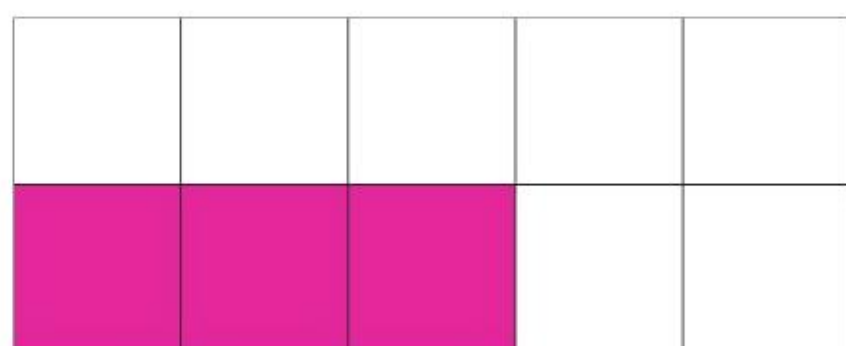
$$\frac{28}{1000} = 0,028$$

$$\frac{184}{1000} = 0,184$$

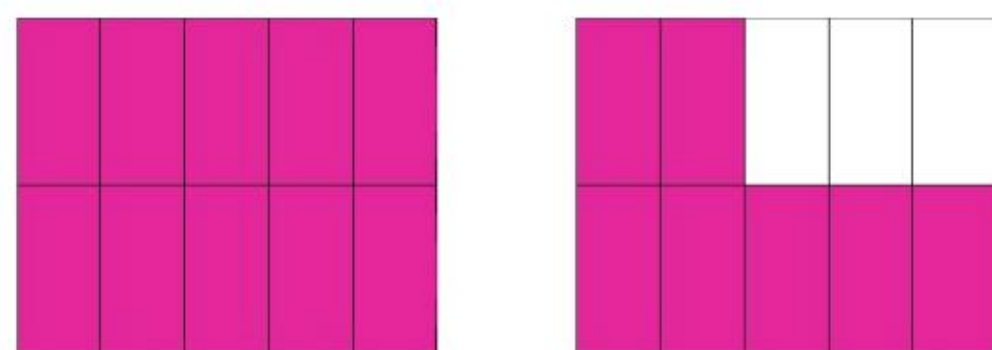
Z liczbami zapisanymi w postaci dziesiętnej spotykamy się w życiu codziennym bardzo często.

Cena		Długość		Masa	
					
1,80 zł	2,35 zł	1,73 m	12,5 km	0,42 kg	4,5 kg

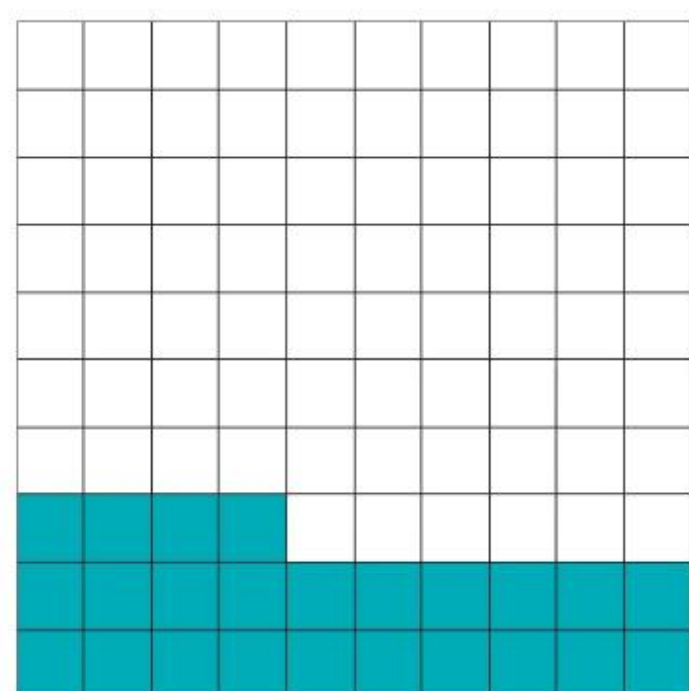
Nauczymy się je odczytywać i zapisywać, a przede wszystkim rozumieć, co oznaczają.



Zamalowano 3 z 10 części, czyli zamalowano $\frac{3}{10}$, co zapisujemy jako 0,3.



Zamalowano $1\frac{7}{10}$, co zapisujemy jako 1,7.



Zamalowano $\frac{24}{100}$, co zapisujemy jako 0,24.

$$\frac{3}{10} = 0,3$$

$$1\frac{7}{10} = 1,7$$

Przecinek
oddziela całości od części ułamkowych.



Przed przecinkiem zapisane są całości. Po przecinku zapisane są części ułamkowe.



Liczba zer w mianowniku ułamka zwykłego jest równa liczbie cyfr po przecinku tego ułamka zapisanego w postaci dziesiętnej.

Zwróćmy jeszcze uwagę na zależności:

$$\frac{3}{10} = 0,3$$

jedno zero jedna cyfra po przecinku

$$\frac{24}{100} = 0,24$$

dwa zera dwie cyfry po przecinku

Tak samo jest z uławkami o większych mianownikach:

$$\frac{184}{1000} = 0,184$$

trzy zera trzy cyfry po przecinku

Przykład 1

Zapiszmy w postaci dziesiętnej ułamek $\frac{4}{100}$.

- Ułamek ten nie ma całości, więc najpierw zapisujemy 0,.
- W mianowniku ułamka są dwa zera, czyli po przecinku muszą być dwie cyfry: 0, _ _.
- W liczniku ułamka jest tylko 4, musimy zatem 4 zapisać za pomocą dwóch cyfr: 0,04.

1. Zapisz podaną liczbę w postaci dziesiętnej.

a) $\frac{9}{10}$

b) $3\frac{1}{10}$

c) $\frac{49}{100}$

d) $8\frac{56}{100}$

e) $4\frac{7}{100}$

f) $\frac{325}{1000}$

g) $7\frac{52}{1000}$

h) $1\frac{3}{1000}$

Nie można zapomnieć o zapisaniu zera przed przecinkiem, gdy przy ułamku nie ma całości.

Ani o tym, że ile zer w mianowniku, tyle cyfr po przecinku.



Podobnie jak w liczbie naturalnej każda pozycja cyfry ma swoją nazwę, tak i w ułamku dziesiętnym nazwę ma każda pozycja cyfry po przecinku. Nazwy te wynikają z zapisu ułamka w postaci sumy:

$$\frac{234}{1000} = \frac{200}{1000} + \frac{30}{1000} + \frac{4}{1000} = \frac{2}{10} + \frac{3}{100} + \frac{4}{1000}.$$

To samo możemy zapisać w postaci dziesiętnej:

$$0,234 = 0,200 + 0,030 + 0,004 = 0,2 + 0,03 + 0,004.$$

Z obu powyższych zapisów wynika, że:

2 oznacza części dziesiąte (bo $\frac{2}{10}$),

3 oznacza części setne (bo $\frac{3}{100}$),

4 oznacza części tysięczne (bo $\frac{4}{1000}$).

Podsumujmy:



Aby odczytać ułamek w postaci dziesiętnej, należy wyobrazić sobie jego zapis w postaci ułamka zwykłego, a przede wszystkim liczbę zer w mianowniku.

Przykład 2

Odczytajmy podaną liczbę.

a) 0,092

- Nie ma całości – czytamy: **zero całych i...**;
- po przecinku są trzy cyfry, czyli w zapisie w postaci ułamka zwykłego w mianowniku są trzy zera;
- jedynka i trzy zera w mianowniku to 1000 (tysiąc);
- czytamy: **... i 92 tysięczne.**

0,092 odczytujemy zatem: **zero całych i dziewięćdziesiąt dwie tysięczne** (przy odczytywaniu często pomijamy słowo „całych”).

b) 3,15

- Przed przecinkiem zapisane są 3 całości – czytamy: **trzy i...**;
- po przecinku są dwie cyfry, czyli w zapisie w postaci ułamka zwykłego w mianowniku są dwa zera;
- jedynka i dwa zera w mianowniku to 100 (sto);
- czytamy: **... i 15 setnych.**

3,15 odczytujemy: **trzy i piętnaście setnych.**

2. Odczytaj podaną liczbę.

a) 0,8

b) 0,43

c) 8,4

d) 0,149

e) 6,07

f) 1,002

g) 0,075

h) 9,19



Jeżeli ułamek w postaci dziesiętnej zamieniamy na ułamek zwykły, to skracamy go, o ile jest to możliwe.

Ciekawe!

Ułamki dziesiętne znane były w Chinach już w III wieku.

W Europie pojawiły się dopiero w XVI stuleciu – wprowadził je flamandzki matematyk Simon Stevin (Region Flamandzki to część dzisiejszej Belgii).



Połowa to $\frac{1}{2} = 0,5$.

Ćwierć to $\frac{1}{4} = 0,25$.

Trzy ćwierci to $\frac{3}{4} = 0,75$.

Przykład 3

Zamieńmy podaną liczbę na ułamek zwykły lub liczbę mieszaną.

a) 0,2

b) 4,05

a) 0,2 to $\frac{2}{10}$, a ponieważ $\frac{2}{10}$ możemy skrócić, więc: $0,2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$.

b) $4,05 = 4\frac{5}{100} = 4\frac{1}{20}$

3. Zamień podaną liczbę na ułamek zwykły lub liczbę mieszaną. Pamiętaj o skróceniu ułamków.

a) 0,5

b) 0,25

c) 0,75

d) 0,045

e) 3,12

f) 7,04

g) 4,006

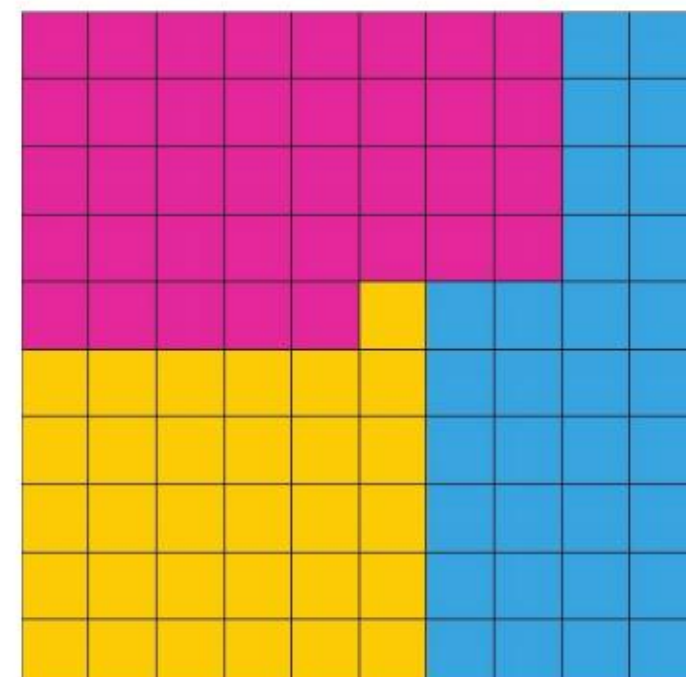
h) 12,015

W ćwiczeniu 3, w przykładach a), b) i c), wystąpiły najczęściej spotykane ułamki. Warto je zapamiętać.

Zadania

1

Jaką część kwadratu zamalowano kolorem żółtym, jaką część – kolorem różowym, a jaką – niebieskim? Odpowiedzi zapisz za pomocą ułamków dziesiętnych.



2

Zapisz w postaci dziesiętnej:



- | | |
|---|---|
| a) zero i siedemdziesiąt dwie setne, | b) pięć i sto trzydzieści dwie tysięczne, |
| c) czternaście i czternaście tysięcznych, | d) zero i trzy dziesiąte, |
| e) osiemdziesiąt i osiem setnych, | f) zero i dziewięć tysięcznych, |
| g) dziesięć i siedem dziesiątych, | h) zero i pięćdziesiąt sześć setnych. |

3

Zapisz ułamek dziesiętny, który ma trzy cyfry po przecinku oraz którego:

- cyfry jedności, części dziesiątych, części setnych i części tysięcznych są równe,
- cyfra jedności jest równa cyfrze części setnych, a cyfra części dziesiątych jest równa cyfrze części tysięcznych,
- cyfra jedności wynosi zero, cyfra części dziesiątych jest równa 5, a cyfry części setnych i tysięcznych są równe 8.

4

Zapisz ułamek dziesiętny, który nie ma całości, ma trzy cyfry po przecinku oraz którego:

- cyfra części dziesiątych jest o 1 mniejsza od cyfry części setnych i o 5 mniejsza od cyfry części tysięcznych,
- cyfra części setnych jest 3 razy większa od cyfry części tysięcznych i o 1 większa od cyfry części dziesiątych,
- cyfra części tysięcznych jest 4 razy mniejsza od cyfry części dziesiątych i o 2 mniejsza od cyfry części setnych.

5

Ułamek 3,008 to



- | | |
|------------------------------|------------------------------------|
| A. osiem dziesiątych. | B. trzy i osiem tysięcznych. |
| C. trzy i osiem dziesiątych. | D. trzy tysiące osiem dziesiątych. |

6

Liczba składa się z pięciu cyfr, ma dwie cyfry po przecinku i każda kolejna cyfra, licząc od lewej strony, jest o dwa większa od poprzedniej. Tą liczbą jest

- | | | | |
|-----------|----------|-----------|-----------|
| A. 1,3579 | B. 24,68 | C. 975,31 | D. 135,79 |
|-----------|----------|-----------|-----------|

7

Jeden kot w ciągu dnia wygrzewa się na słońcu przez 4,5 godziny. Ile czasu będzie się wygrzewać 10 takich kotów?



6.2 Zapis cen za pomocą ułamków dziesiętnych

Podejmij temat

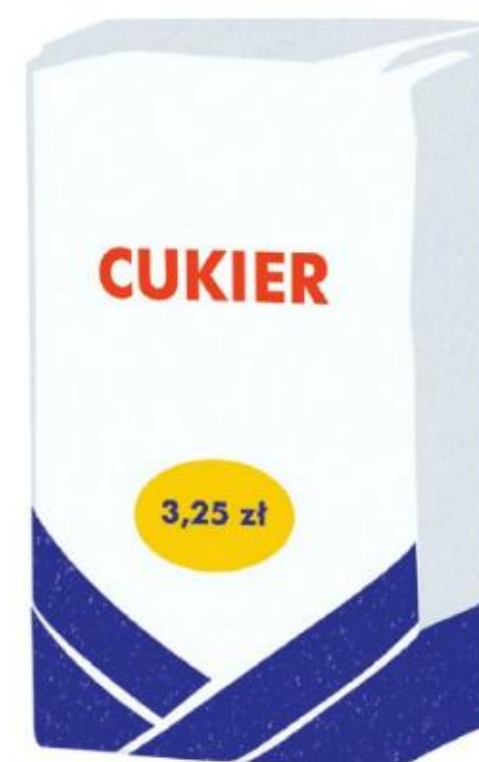


Czy zapis 4,99 zł oznacza to samo, co 4 zł i 99 gr? Dlaczego?
Jak należy odczytywać ceny? Jak je rozumieć?

1 kg cukru kosztuje 3,25 zł.

Można też powiedzieć, że 1 kg cukru kosztuje 3 zł i 25 gr.

$$1 \text{ zł} = 100 \text{ gr},$$
$$\text{czyli } 1 \text{ gr} = \frac{1}{100} \text{ zł} = 0,01 \text{ zł}$$



Przykład 1

Zapiszmy 3 zł 25 gr w postaci ułamka dziesiętnego.

$$25 \text{ gr} = \frac{25}{100} \text{ zł} = 0,25 \text{ zł}$$

$$\text{Zatem } 3 \text{ zł } 25 \text{ gr} = 3,25 \text{ zł.}$$

3 całe złote

1. Zapisz podaną kwotę w postaci ułamka dziesiętnego.

a) 8 zł 13 gr b) 6 zł 50 gr c) 4 zł 5 gr d) 85 gr e) 13 zł 8 gr f) 3 gr

2. Zapisz podaną kwotę za pomocą złotych i groszy (lub tylko groszy).

a) 4,25 zł b) 2,04 zł c) 0,36 zł d) 7,01 zł e) 0,01 zł f) 0,09 zł

Wyrażenie zawierające dwie jednostki, na przykład 7 zł 25 gr, nazywamy **wyrażeniem dwumianowanym**.

Przykład 2

Zapiszmy kwotę 4,3 zł w postaci wyrażenia dwumianowanego.

W liczbie 4,3 jest tylko jedna cyfra po przecinku. W ćwiczeniu 2 zawsze były dwie. Oznaczały one zatem części setne, co jest zgodne z faktem, że grosze to setne części złotego. W liczbie 4,3 jest jedna cyfra po przecinku, czyli 3 oznacza $\frac{3}{10}$.

$\frac{3}{10}$ zł – ile to groszy?

moneta 1-złotowa = 10 monet 10-groszowych

$$\frac{1}{10} \text{ zł} = 0,1 \text{ zł} = 10 \text{ gr}$$

$$\frac{3}{10} \text{ zł} = 0,3 \text{ zł} = 30 \text{ gr}$$

Zatem 4,3 zł = 4 zł 30 gr.



3. Zapisz podaną kwotę w postaci wyrażenia dwumianowanego.

- a) 5,1 zł b) 0,9 zł c) 2,4 zł d) 18,9 zł

Zadania

1 Ile to złotych?

- a) 136 gr b) 550 gr c) 3215 gr d) 7001 gr

2 Zapisz przedstawioną kwotę za pomocą ułamka dziesiętnego.



3 Kacper ma 4,5 zł, a Bartek 4,05 zł. Wskaż zdanie prawdziwe.

- A. Kacper ma 4 zł i 5 gr, a Bartek 4 zł i 50 gr.
B. Kacper i Bartek mają po 4 zł i 5 gr.
C. Kacper ma 4 zł i 50 gr, a Bartek 4 zł i 5 gr.
D. Kacper i Bartek mają po 4 zł i 50 gr.

4 Oceń prawdziwość podanych zdań. Zapisz w zeszycie P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F, jeśli jest fałszywe.

- a) Zapis ceny 0,12 zł jest błędny – żaden towar nie jest tak tani.
b) Zapis ceny 0,15 zł jest poprawny – bardzo tani towar może tyle kosztować.
c) Zapis ceny 0,09 zł jest błędny – nie istnieje produkt kosztujący 9 gr.
d) Zapis ceny 2,1 zł jest błędny – po przecinku powinny być dwie cyfry.

5 Amelka wybiera się z wizytą do babci. Z tej okazji kupiła jej bukiet stokrotek. Mogła zapłacić trzema monetami o różnych nominałach, ale wolała zapłacić jedną monetą 5-złotową. Kwiaciarka wydała jej resztę trzema różnymi monetami. Jaka mogła być cena stokrotek?

6.3 Zapis długości za pomocą ułamków dziesiętnych

Podejmij temat

W katalogu sklepu z artykułami gospodarstwa domowego znajdują się między innymi zdjęcia pralek. Przy każdej pralce podane są wymiary.



Czy potrafisz podać w centymetrach wysokość, szerokość i głębokość pralki na ilustracji obok?

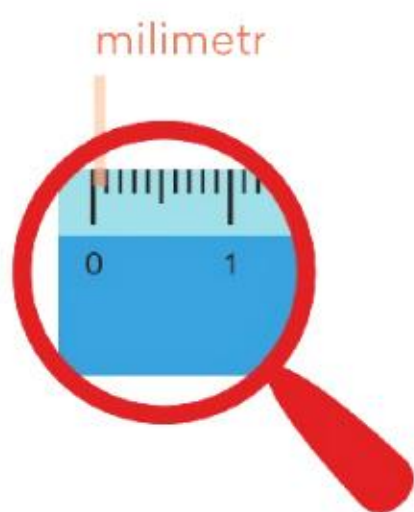
0,84 m (wysokość)



0,6 m (szerokość)

0,55 m (głębokość)

Jak zapisywać jednostki długości z wykorzystaniem ułamków dziesiętnych?



1 mm – jaka to część centymetra?

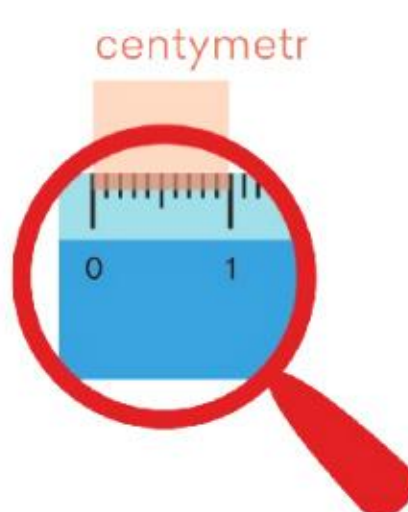
$$1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}, \\ \text{czyli } 1 \text{ mm} = \frac{1}{10} \text{ cm} = 0,1 \text{ cm}$$

$$2 \text{ mm} = \frac{2}{10} \text{ cm} = 0,2 \text{ cm}$$

1 cm – jaka to część metra?

$$1 \text{ m} = 100 \text{ cm}, \\ \text{czyli } 1 \text{ cm} = \frac{1}{100} \text{ m} = 0,01 \text{ m}$$

$$8 \text{ cm} = \frac{8}{100} \text{ m} = 0,08 \text{ m}$$



1 cm – jaka to część decymetra?

$$1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}, \\ \text{czyli } 1 \text{ cm} = \frac{1}{10} \text{ dm} = 0,1 \text{ dm}$$

$$3 \text{ cm} = \frac{3}{10} \text{ dm} = 0,3 \text{ dm}$$

1 m – jaka to część kilometra?

$$1 \text{ km} = 1000 \text{ m}, \\ \text{czyli } 1 \text{ m} = \frac{1}{1000} \text{ km} = 0,001 \text{ km}$$

$$48 \text{ m} = \frac{48}{1000} \text{ km} = 0,048 \text{ km}$$

Ciekawe!

Przecinek w zapisie ułamka dziesiętnego zastosował po raz pierwszy w 1617 roku szkocki matematyk John Napier [czyt. dzon napier].

W Wielkiej Brytanii i USA zamiast przecinka używa się kropki.

Przed II wojną światową w Polsce również zamiast przecinka stosowano kropkę, ale zapisaną wyżej (jak dziś znak mnożenia).

Zapis z kropką spotykasz

np. na wyświetlaczu kalkulatora.



1. Zapisz podane długości:

- | | |
|--------------------|-------------------|
| a) w centymetrach, | b) w decymetrach, |
| 4 mm | 8 cm |
| 5 cm 4 mm | 5 dm 8 cm |
| 5 cm 7 mm | 6 dm 3 cm |
| 15 mm | 75 cm |
| 153 mm | 125 cm |
| c) w metrach, | d) w kilometrach. |
| 13 cm | 145 m |
| 8 m 13 cm | 3 km 452 m |
| 6 cm | 20 km 38 m |
| 2 m 6 cm | 100 km 1 m |
| 378 cm | 1238 m |

2. Przepisz podane równości do zeszytu i zamiast znaków zapytania wstaw odpowiednie liczby.

- | | |
|---|--|
| a) $0,4 \text{ cm} = ? \text{ mm}$ | b) $0,2 \text{ dm} = ? \text{ cm}$ |
| $3,8 \text{ cm} = ? \text{ cm } ? \text{ mm}$ | $7,6 \text{ dm} = ? \text{ dm } ? \text{ cm}$ |
| c) $0,56 \text{ m} = ? \text{ cm}$ | d) $0,026 \text{ km} = ? \text{ m}$ |
| $3,02 \text{ m} = ? \text{ m } ? \text{ cm}$ | $5,371 \text{ km} = ? \text{ km } ? \text{ m}$ |

Zadania

1 Odpowiedz na pytania.

- a) 1 m – ile to milimetrów? b) 1 mm – jaka to część metra?

2 Zapisz podaną długość w postaci wyrażenia dwumianowanego.

- a) 3,17 m b) 5,4 cm c) 52,08 m d) 17,3 dm e) 6,008 m f) 3,1 dm
g) 4,358 km h) 1,02 dm i) 3,4 m j) 7,35 km k) 8,2 km l) 3,06 km

3 Spośród wszystkich ptaków na świecie największą rozpiętość skrzydeł – bo aż 3,6 m – ma albatros wędrowny. Jednym z najmniejszych ptaków Europy jest strzyżyk. Rozpiętość jego skrzydeł wynosi 0,15 m, a długość ciała 95 mm.

- a) Zapisz długości podane w tekście w centymetrach oraz w milimetrach.
b) Oblicz, ile razy rozpiętość skrzydeł albatrosa jest większa od rozpiętości skrzydeł strzyżyka.



Albatros wędrowny



Strzyżyk



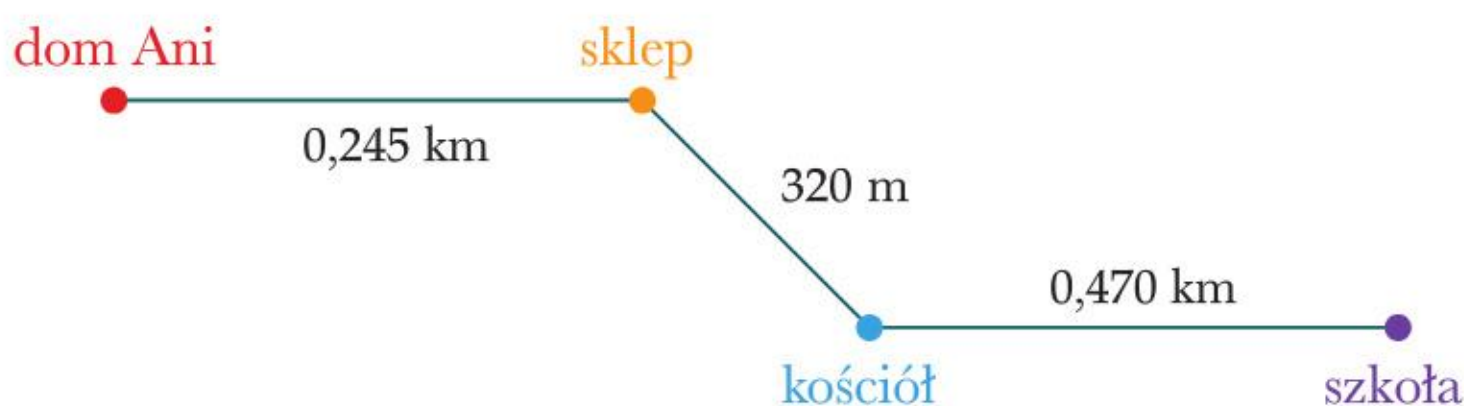
Od przeszło 100 lat na ulicach wielu miast świata urządza się masowe biegi uliczne; są to między innymi półmaratony, maratony i ultramaratony. Ich trasy mają różne długości: półmaraton liczy 21 km 97,5 m długości, maraton 42 km 195 m, a ultramaraton to bieg na dystansie większym niż maraton i może liczyć np. 100 km. Poszukaj w internecie informacji o tego typu imprezie organizowanej w twoim lub pobliskim mieście. Na tej podstawie napisz krótkie opowiadanie, w którym użyjesz jak najwięcej ułamków dziesiętnych.



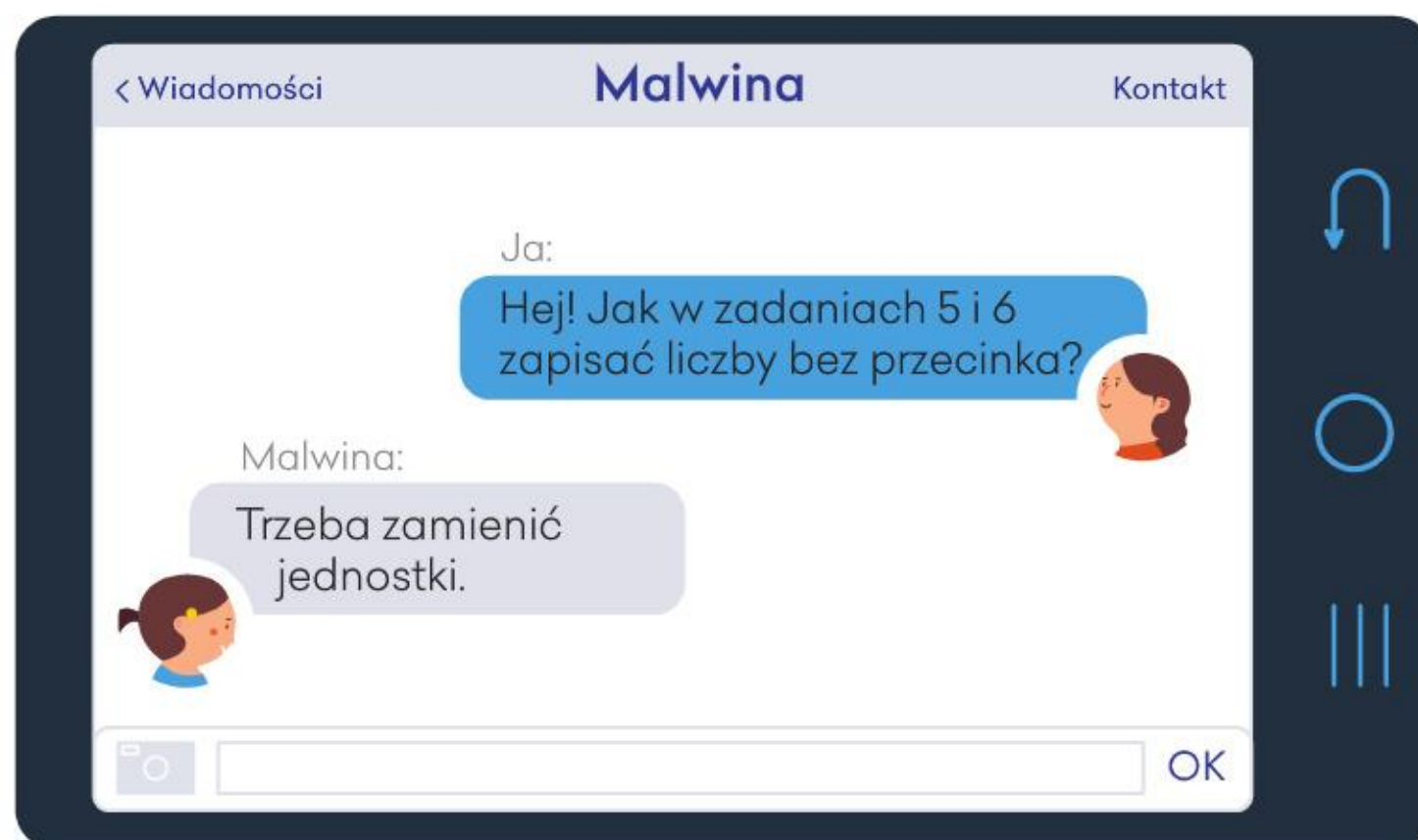
5 Na półce stoją 4 książki, każda o grubości 4,7 cm. Jaka jest ich łączna grubość? Przed wykonaniem obliczeń zapisz 4,7 cm bez użycia przecinka.

- A. 188 cm B. 18,8 mm C. 188 mm D. 1,88 cm

6 Skorzystaj z rysunku i sprawdź, jak daleko Ania ma do szkoły. Przed wykonaniem obliczeń zapisz odległości bez użycia przecinka.



- A. 1035 m B. 10,35 km
C. 320,715 m D. 3,20715 km



6.4 Zapis masy za pomocą ułamków dziesiętnych

Podejmij temat



Co oznaczają liczby widoczne na paragonie?

Ile złotych zapłacono za wszystkie zakupy?

Czego kupiono mniej niż 1 kg?

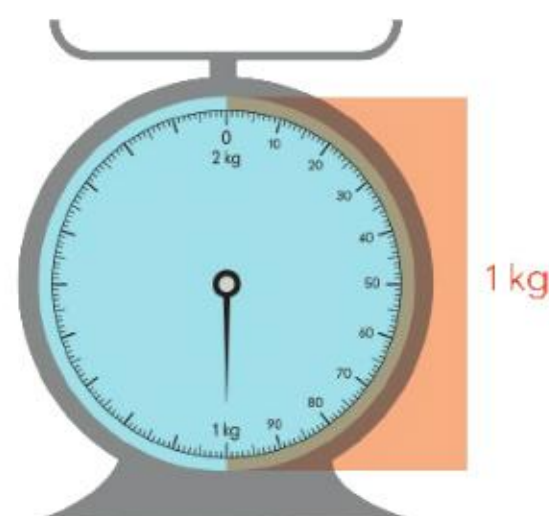
Czy potrafisz powiedzieć, ile dekagramów ważyły kupione śliwki?



Na paragonach najczęściej nie umieszcza się napisów: kg i zł, ale w takich właśnie jednostkach podawane są na nich masy i ceny zakupionych towarów.

PARAGON FISKALNY		
JABŁKA KRAJOWE	2,15 kg x 3,40 zł	7,31 zł
ŚLIWKI	0,80 kg x 4,60 zł	3,68 zł
MELON MIODOWY	1,44 kg x 6,00 zł	8,64 zł
SUMA		19,63 zł

Jak zapisywać jednostki masy z wykorzystaniem ułamków dziesiętnych?



1 g – jaka to część dekagrama?

$$1 \text{ dag} = 10 \text{ g},$$

$$\text{czyli } 1 \text{ g} = \frac{1}{10} \text{ dag} = 0,1 \text{ dag}$$

$$4 \text{ g} = \frac{4}{10} \text{ dag} = 0,4 \text{ dag}$$

1 dag – jaka to część kilograma?

$$1 \text{ kg} = 100 \text{ dag},$$

$$\text{czyli } 1 \text{ dag} = \frac{1}{100} \text{ kg} = 0,01 \text{ kg}$$

$$9 \text{ dag} = \frac{9}{100} \text{ kg} = 0,09 \text{ kg}$$

1 kg – jaka to część tony?

$$1 \text{ t} = 1000 \text{ kg},$$

$$\text{czyli } 1 \text{ kg} = \frac{1}{1000} \text{ t} = 0,001 \text{ t}$$

$$18 \text{ kg} = \frac{18}{1000} \text{ t} = 0,018 \text{ t}$$

1. Zapisz podane masy:

a) w dekagramach,
7 g
3 dag 5 g
10 dag 1 g
56 g

b) w kilogramach,
45 dag
8 dag
3 kg 71 dag
1256 dag

c) w tonach.
138 kg
4 kg
4 t 29 kg
3456 kg

2. Przepisz podane równości do zeszytu i zamiast znaków zapytania wstaw odpowiednie liczby.

a) $0,6 \text{ dag} = ? \text{ g}$
 $4,8 \text{ dag} = ? \text{ dag } ? \text{ g}$
 $15,1 \text{ dag} = ? \text{ dag } ? \text{ g}$

b) $0,14 \text{ kg} = ? \text{ dag}$
 $3,07 \text{ kg} = ? \text{ kg } ? \text{ dag}$
 $5,003 \text{ kg} = ? \text{ kg } ? \text{ g}$

c) $0,006 \text{ t} = ? \text{ kg}$
 $10,135 \text{ t} = ? \text{ t } ? \text{ kg}$
 $4,099 \text{ t} = ? \text{ t } ? \text{ kg}$

Zadania

1 Odpowiedz na pytania.

a) 1 kg – ile to gramów?

b) 1 g – jaka to część kilograma?

2 Zapisz w postaci wyrażeń dwumianowanych.

a) 4,26 kg b) 2,7 dag c) 3,625 t d) 1,1 dag e) 10,9 dag f) 1,005 t
g) 5,04 kg h) 9,036 t i) 4,7 kg j) 2,16 t k) 1,2 t l) 4,007 kg

3 Zapisz podane masy w kilogramach.



4 Pani Ania przed urlopem ważyła 65,28 kg. Podczas urlopu schudła o 1,85 kg. Zamień podane masy na dekagramy i oblicz, ile ważyła pani Ania po urlopie. Wskaż poprawną odpowiedź.

A. 6343 dag
C. 6333 dag

B. 634,3 dag
D. 6434 dag

5 Mama kupiła 3,3 kg ziemniaków, 2,45 kg jabłek i 65 dag wiśni. Zamień podane masy na dekagramy i oblicz, ile razem ważyły zakupy. Odpowiedź podaj w kilogramach.



INNY, ZDOLNY, NIEZWYKŁY...

Czy wiesz, że są dzieci, które – mimo kłopotów ze zdrowiem – mogą być obdarzone niezwykłymi umiejętnościami? Czy znasz takie dzieci?

Osoby z dysleksją czy zespołem Aspergera mogą mieć różnego typu trudności w szkole (np. z nauką czy koncentracją uwagi), a jednocześnie bywają ponadprzeciętnie uzdolnione w pewnych dziedzinach – na przykład w matematyce! Jeśli nie wiesz, co oznaczają wymienione nazwy, poproś nauczyciela o wyjaśnienie lub poszukaj informacji w internecie.



Umysł jak kalkulator

Czy słyszeliście o ludziach, którzy potrafią liczyć z prędkością kalkulatora? Nie? To poznajcie Daniela Tammeta, który jest Brytyjczykiem. Mężczyzna, mający zespół Aspergera, już w dzieciństwie odkrył swoje nadzwyczajne zdolności matematyczne. Gdy miał 9 lat, brat spytał go, jaki jest wynik mnożenia $82 \cdot 82 \cdot 82 \cdot 82$. Daniel wpatrywał się w podłogę, po czym po kilkunastu sekundach odpowiedział: 45 212 176. I był to iloczyn poprawny!

Najbardziej niezwykle jest jednak to, że Daniel Tammet nie wykonuje „w głowie” żadnych obliczeń, wynik sam pojawia mu się w myślach jako swego rodzaju obraz. Ten matematyczny geniusz postrzega konkretne liczby jako kolory, kształty lub dźwięki. Według niego 1 jest bardzo jasna, 5 to dźwięk grzmotu, natomiast 9 jest tak wysoka, że aż można się jej przestraszyć.

Tammet jest rekordzistą Europy w recytowaniu z pamięci cyfr liczby π (czytamy: pi). O liczbie tej będziecie się uczyć w starszych klasach. Jest to liczba, która zapisana w postaci dziesiętnej ma nieskończenie wiele cyfr po przecinku. Tammet wyrecytował bezbłędnie 22 514 tych cyfr. Zajęło mu to 5 godzin i 9 minut. W internecie możesz znaleźć fragmenty tego wydarzenia.

Poniżej liczba π została podana do dwusetnej cyfry po przecinku i zapisana w kilku wierszach:

$\pi \approx 3,1415926535897932384626433832795$
0288419716939937510582097494459230781
6406286208998628034825342117067982148
0865132823066470938446095505822317253
5940812848111745028410270193852110555
964462294895493038196...

Zadanie 1



Oblicz $82 \cdot 82 \cdot 82 \cdot 82$ i zmierz, ile czasu zajęło ci wykonanie tego działania.

Daniel Tammet



Dyslektycy

Dyslektycy mają często problemy z czytaniem i pisanem, w ich umysłach litery w wyrazach zmieniają bowiem miejsce, odwracają się na boki i do góry nogami. Na przykład krótkie i proste słowo **KOK** – człowiek, który nie ma problemu z czytaniem, w ułamku sekundy je odczytuje i widzi piękny kok.



Natomiast dyslektyk może zobaczyć to słowo aż na 12 sposobów: 3 sposoby wynikają z kolejności liter: **KKO**, **KOK**, **OKK**, ale w każdym z nich mamy 4 możliwości:

KKO, **KKO**, **KKO**, **KKO**,
KOK, **KOK**, **KOK**, **KOK**,
OKK, **OKK**, **OKK**, **OKK**.

Zadanie 2



Spróbuj policzyć, na ile sposobów dyslektyk może zobaczyć słowo **KOT**. A na ile to samo słowo, ale w języku angielskim: **CAT**?

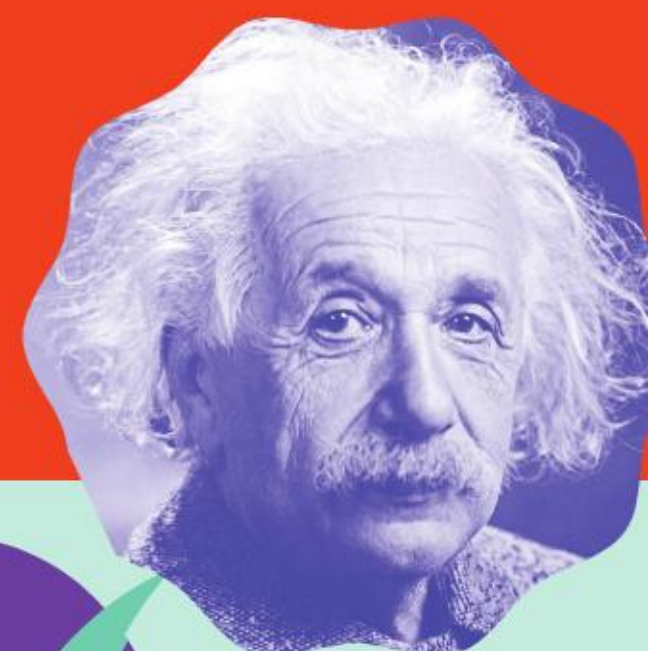


Sławni dyslektycy

Wielu sławnych ludzi było dyslektykami, np. Leonardo da Vinci [czyt. leonardo da winczi] (słynny malarz), Hans Christian Andersen (znany autor baśni), Alexander Graham Bell (wynałazca telefonu), Albert Einstein [czyt. albert ajnsztajn] (genialny fizyk), Walt Disney [czyt. łolt disnej] (producent filmowy i reżyser), Whoopi Goldberg [czyt. łupi goldberg] (amerykańska aktorka). Czy wiesz, z jakich dokonania znane są te osoby? Informacji o nich możesz poszukać w internecie.



Walt Disney



Albert Einstein

Jeśli jesteś w czymś „inny” lub ktoś w twoim środowisku wydaje się „inny”, warto poszukać w sobie lub tym kimś czegoś wyjątkowego, czego nie mają pozostali... „Inność” często niesie ze sobą niezwykle zdolności!

Podsumowanie działu 6

Ważne pojęcia

części setne	ułamek dziesiętny	części tysięczne
postać dziesiętna ułamka	części dziesiąte	wyrażenie dwumianowane

Zapis cen, długości i masy za pomocą ułamków dziesiętnych



$1 \text{ zł} = 100 \text{ gr}$
 $1 \text{ gr} = \frac{1}{100} \text{ zł} = 0,01 \text{ zł}$

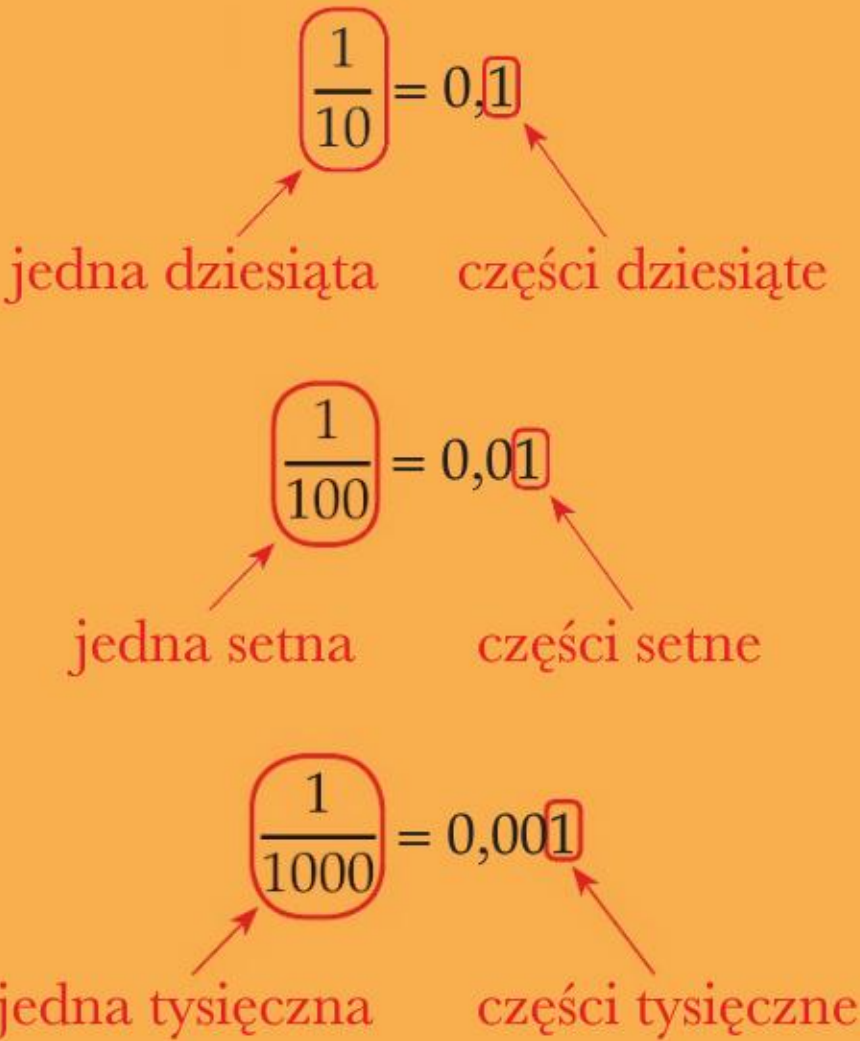


$1 \text{ mm} = \frac{1}{10} \text{ cm} = 0,1 \text{ cm}$
 $1 \text{ cm} = \frac{1}{10} \text{ dm} = 0,1 \text{ dm}$
 $1 \text{ cm} = \frac{1}{100} \text{ m} = 0,01 \text{ m}$
 $1 \text{ m} = \frac{1}{1000} \text{ km} = 0,001 \text{ km}$



$1 \text{ g} = \frac{1}{10} \text{ dag} = 0,1 \text{ dag}$
 $1 \text{ dag} = \frac{1}{100} \text{ kg} = 0,01 \text{ kg}$
 $1 \text{ kg} = \frac{1}{1000} \text{ t} = 0,001 \text{ t}$

Cyfry w zapisie ułamka dziesiętnego



całości				części ułamkowe			
4	3	2	1	,	1	2	3
tysiące	setki	dziesiątki	jedności		części dziesiąte	części setne	części tysięczne

Czy już umiesz?

- 1 Zapisz ułamek dziesiętny, który ma:
- a) 4 jednościami, 2 części dziesiąte, 3 setne i 8 tysięcznych,
 - b) 5 jednościami, 3 części setne, 4 dziesiąte i 2 tysięczne,
 - c) 2 jednościami, 4 części tysięczne, 1 dziesiątą i 7 setnych,
 - d) 9 dziesiątek, 3 jednościami i 5 części dziesiątych.
- 2 Liczba trzy i osiem setnych to
- A. 0,38 B. 3,8 C. 3,08 D. 3,008
- 3 Która z poniższych równości jest zapisana poprawnie?
- A. $2\frac{75}{1000} = 2,075$ B. $4\frac{7}{100} = 4,7$
- C. $1\frac{5}{1000} = 1,05$ D. $2\frac{3}{10} = 2,03$
- 4 Liczbę 5,002 czytamy
-  A. pięć i dwie setne. B. pięć i dwie tysięczne.
- C. pięć tysięcy i dwie tysięczne. D. pięć i dwie dziesiąte.
- 5 Cena 4,7 zł oznacza
- A. 4 zł 7 gr B. 47 gr C. 4 zł 70 gr D. 47 zł
- 6 Zapisz podaną kwotę, używając tylko złotych.
- a) 13 zł 85 gr b) 5 zł 7 gr c) 760 gr d) 8310 gr
- 7 Bartek miał 27,35 zł, a Karolina 32,65 zł. Bartek wydał w szkolnym sklepiku 11,10 zł, a Karolina 16,90 zł. Zapisz podane kwoty w postaci wyrażeń dwumianowanych i oblicz, komu zostało więcej pieniędzy.
- 8 Oblicz, ile reszty z 10 zł otrzymała Ania, jeżeli kupiła jabłko za 0,45 zł, banany za 3,50 zł i gruszkę za 1,30 zł. W tym celu zamień najpierw podane kwoty na grosze.

9

Przyjrzyj się uważnie rysunkowi, a następnie zapisz w zeszycie imiona dzieci w następującej kolejności: od najkrótszej do najdłuższej trasy, jaką dziecko musi przejść z domu do szkoły. Przy każdym imieniu dopisz długość tej trasy w kilometrach.



10

Która z poniższych długości jest największa?

- A. 0,006 km B. 0,6 m C. 0,06 m D. 60 cm

11

Na elektronicznej wadze położono torbę z ziemniakami ważącą 3750 g. Jaką masę pokazuje wyświetlacz wagi?

- A. 375 kg B. 36,5 kg C. 3,75 kg D. 0,375 kg

12

Które zdanie na pewno **nie** jest prawdziwe?

- A. Piórnik waży 0,02 kg. B. Pies waży 0,2 t.
C. Książka waży 0,2 kg. D. Butelka z wodą mineralną waży 0,002 t.

13

Podręcznik do historii waży 0,28 kg, a podręcznik do języka polskiego jest o 0,13 kg cięższy. Ile ważą razem obie książki?

- A. 69 dag B. 41 dag C. 54 dag D. 56 dag

14

Masę 3 kg 52 dag 30 g można zapisać jako

- A. 3,5230 kg B. 33,52 kg C. 3,55 kg D. 3,82 kg

7. Figury płaskkie



Przyjrzyj się uważnie rysunkowi i odpowiedz na pytania.

1. Jakie figury geometryczne występujące na rysunku potrafisz nazwać?
2. Które elementy na rysunku mają kształt:
a) kwadratu, b) prostokąta, c) trójkąta, d) koła?
3. Czy potrafisz podać przykłady przedmiotów, które mają kształty figur wymienionych w pytaniu 2?
A może umiesz wskazać takie kształty w przyrodzie?
4. Czy wiesz, jakie przybory szkolne są potrzebne do narysowania takich figur?

7.1 Podstawowe figury geometryczne

Podejmij temat



Czy wiesz, jak się nazywają figury obserwowane przez dzieci?
Co to oznacza, według ciebie, że linia jest nieskończona?
Czy potrafisz narysować w zeszycie nieskończoną linię?



Ciekawe, czy ta biała linia gdzieś się kończy...

Nie widać ani początku, ani końca. Można sobie wyobrazić, że jest nieskończona.

Wyobraź sobie bardzo, bardzo małą kropkę lub ślad po wbitej niezwykle cienkiej szpilce. Tak możemy wyobrażać sobie **punkt**.

Punkty oznaczamy wielkimi literami alfabetu: *A*, *B*, *C* itd.

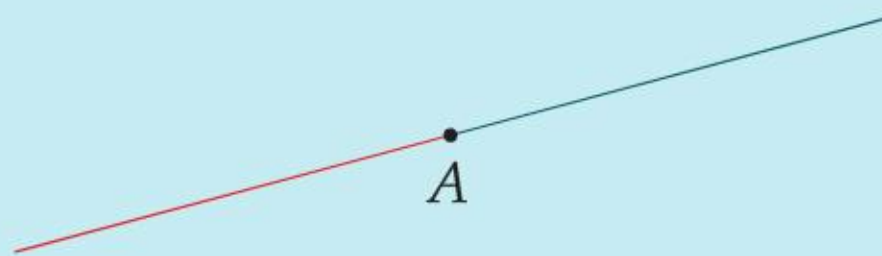
Teraz wyobraź sobie niezwykle długą, cienką i naprężoną nici albo ślad zgięcia wielkiej kartki papieru, albo promień światła. Tak możemy wyobrażać sobie **prostą**. Składa się ona z nieskończonej liczby punktów położonych bardzo blisko siebie. Prosta nie ma początku ani końca, zatem na rysunku widać tylko jej fragment.

Proste oznaczamy małymi literami alfabetu: *a*, *b*, *c* itd.



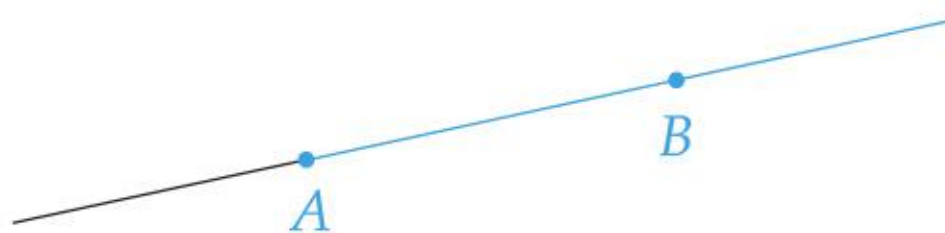
Prosta nie ma ani początku, ani końca.

Dowolny punkt prostej dzieli ją na dwie części. Każdą z nich, wraz z tym punktem, nazywamy **półprostą** o początku w tym punkcie.



Półprosta ma początek, ale nie ma końca.

Jak oznaczamy półprostą?

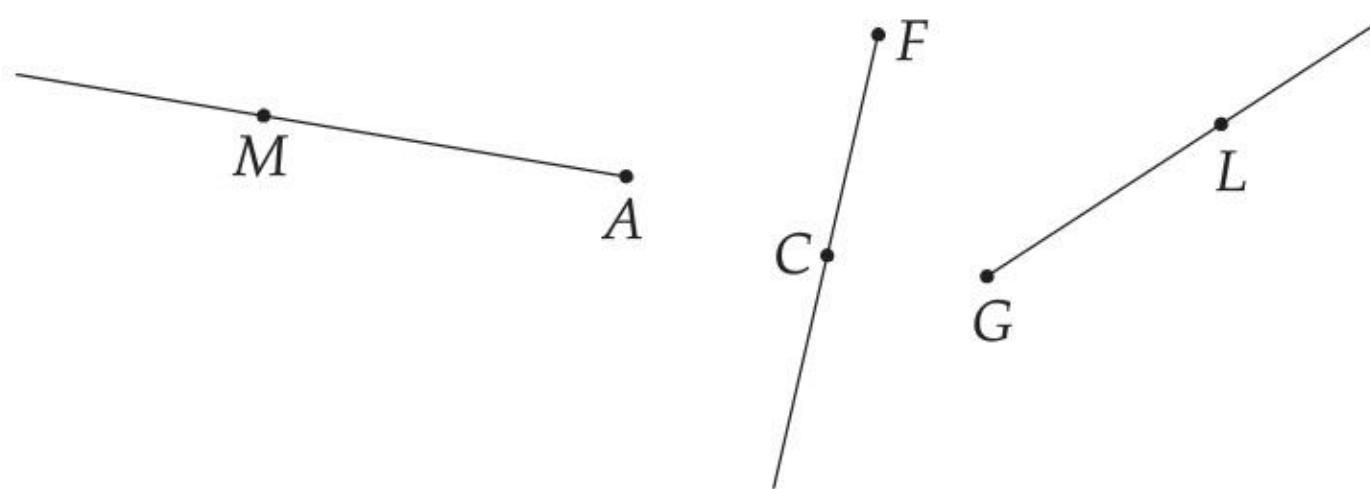


Niebieska figura to półprosta o początku w punkcie A w kierunku punktu B , czyli inaczej półprosta AB .

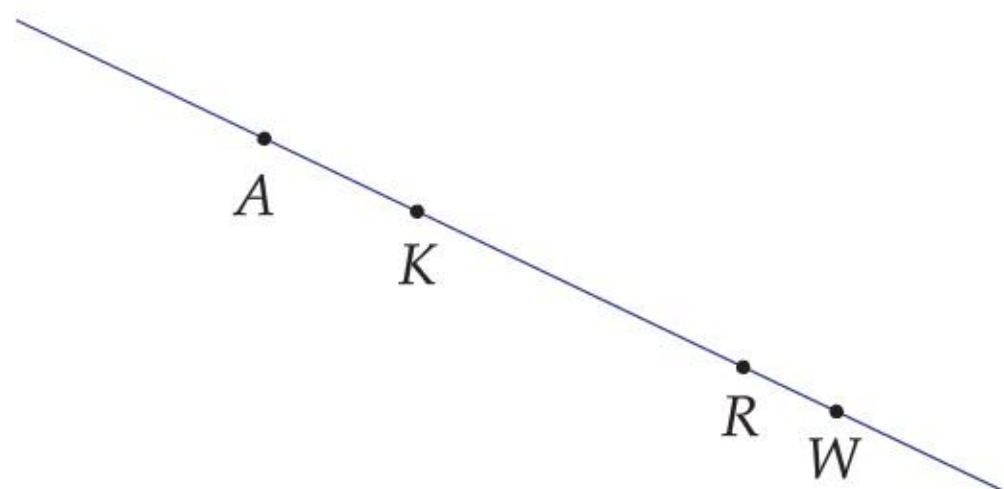


Pamiętaj, aby w oznaczeniu dwuliterowym litera stojąca jako pierwsza po lewej stronie oznaczała początek półprostej.

1. Podaj oznaczenia literowe poniższych półprostych.

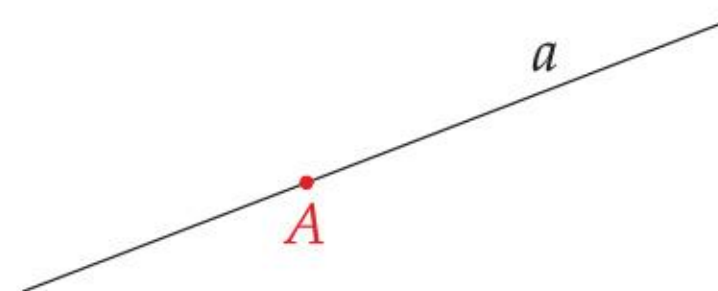


2. Ile półprostych widzisz na poniższym rysunku? Wymień wszystkie.

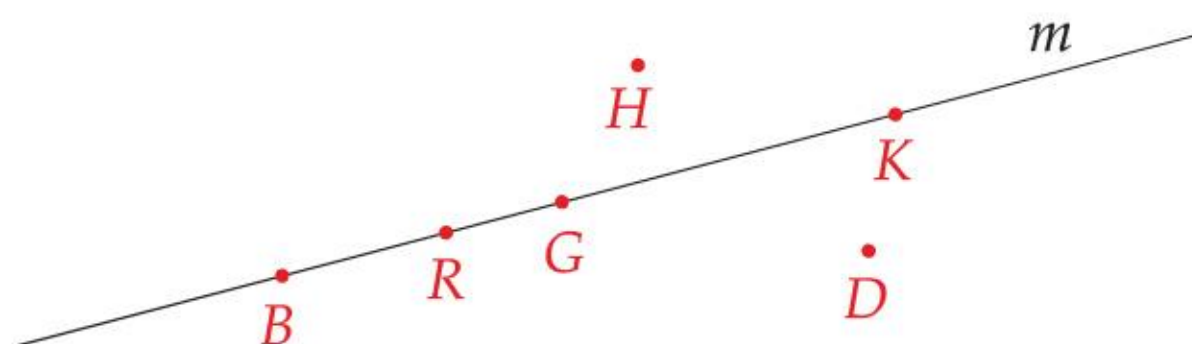


Rafael Santi, Szkoła ateńska

Jeżeli punkt A znajduje się na prostej a , to mówimy, że prosta a przechodzi przez punkt A lub że punkt A leży na prostej a , lub że punkt A należy do prostej a .

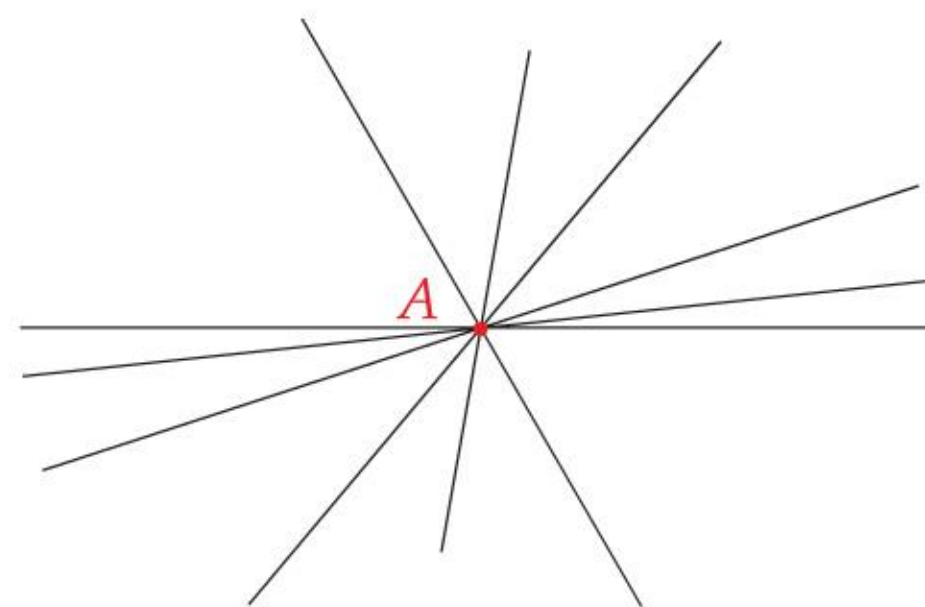


3. Które punkty leżą na prostej m ?



4. Zaznacz w zeszycie punkt P , a następnie narysuj jak najwięcej prostych przechodzących przez ten punkt. Jak myślisz, ile takich prostych można narysować?
5. Zaznacz w zeszycie dwa różne punkty A i B . Następnie narysuj jak najwięcej prostych przechodzących przez te punkty. Jak myślisz, ile takich prostych można narysować?

Przez jeden punkt przechodzi nieskończenie wiele prostych.



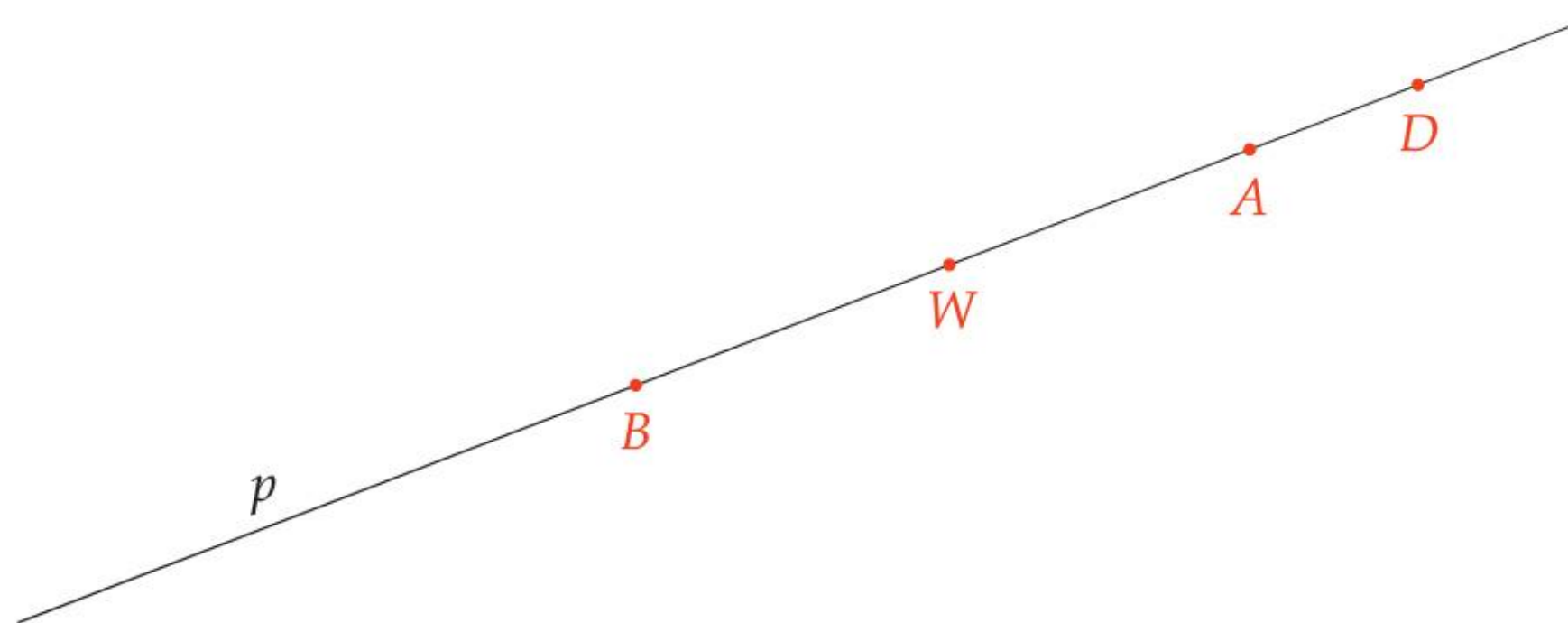
Natomiast przez dwa różne punkty przechodzi tylko jedna prosta. Mówimy wtedy, że przez punkty A i B przechodzi prosta AB .



Punkty A i B dzielą prostą a na trzy części. Część tej prostej, która zawiera się między punktami A i B , wraz z tymi punktami, nazywamy **odcinkiem** AB lub BA . Punkty A i B nazywamy **końcami** tego **odcinka**.



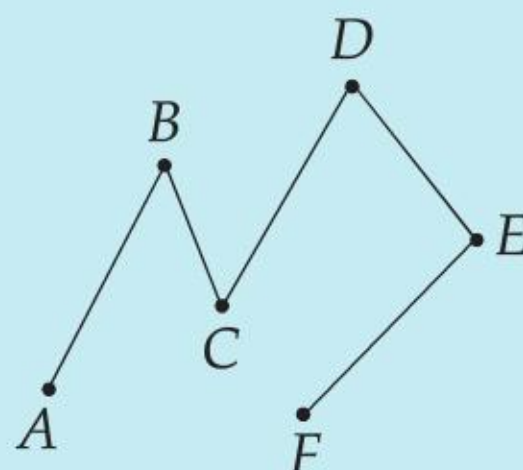
6. Ile odcinków widzisz na poniższym rysunku? Wymień wszystkie.



7. Narysuj dowolną prostą m i zaznacz dwa różne punkty A i D należące do tej prostej. Jakie figury są widoczne na twoim rysunku? Podaj ich oznaczenia literowe.
8. Zaznacz cztery różne punkty i oznacz je dowolnymi literami. Następnie połącz te punkty odcinkami. Ile odcinków powstało w ten sposób? Wypisz ich oznaczenia literowe.
9. Narysuj cztery różne odcinki tak, aby koniec pierwszego odcinka był początkiem drugiego, koniec drugiego odcinka był początkiem trzeciego, a koniec trzeciego – początkiem czwartego, ale tak, aby sąsiednie odcinki nie leżały na tej samej prostej.

Wśród linii wyróżniamy proste, łamane i krzywe. Linia, która nie jest prostą, ale powstała tak jak na twoim rysunku w ćwiczeniu 9, to właśnie łamana.

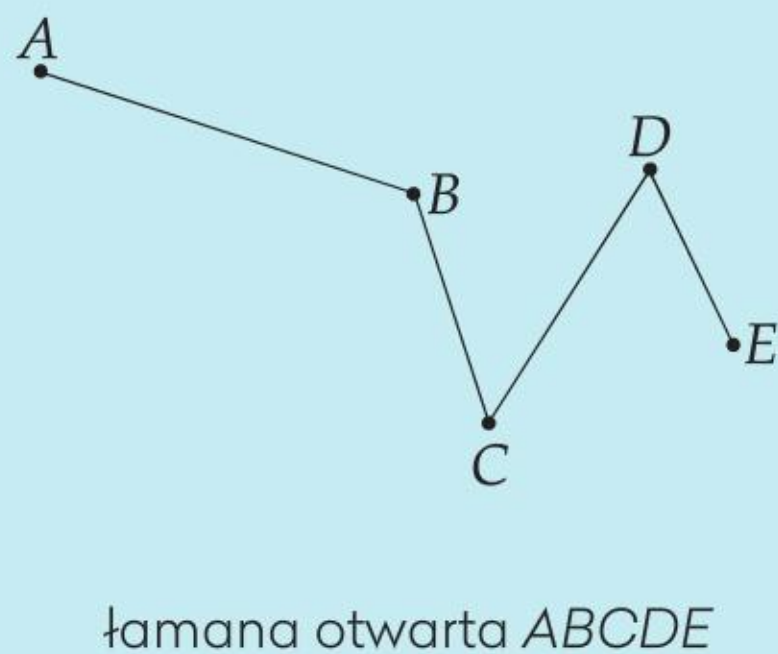
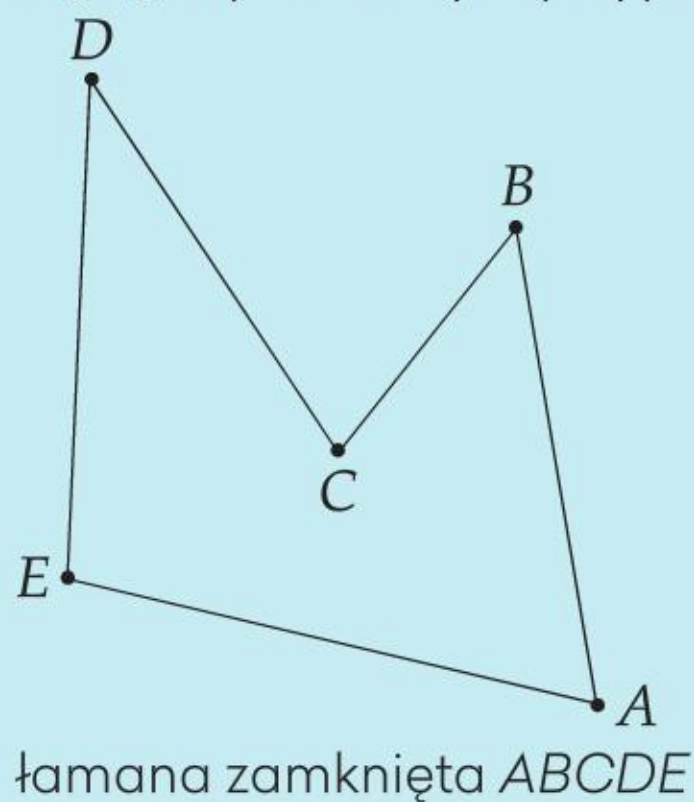
Łamana składa się z odcinków. Koniec pierwszego odcinka jest początkiem drugiego, koniec drugiego jest początkiem trzeciego itd. Sąsiednie odcinki nie leżą na tej samej prostej.



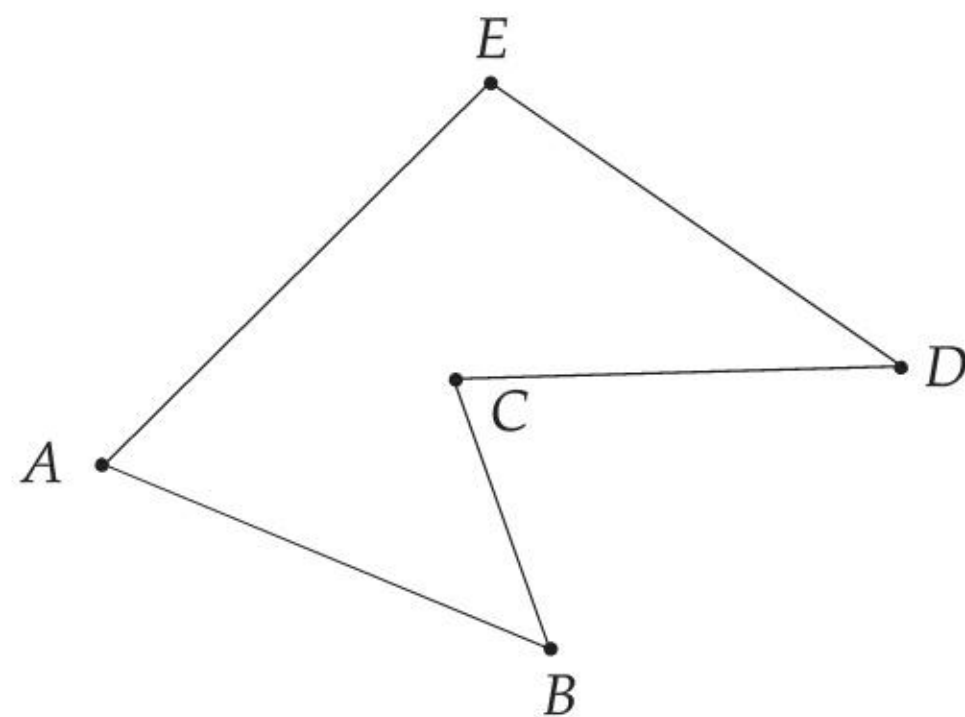
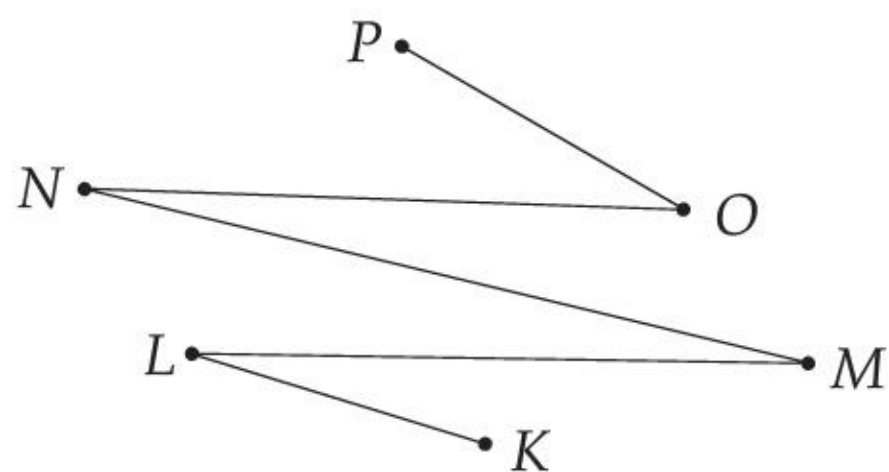
Odcinki łamanej nazywamy jej **bokami**, a ich końce – **wierzchołkami**.

Aby oznaczyć literami łamaną, należy wypisać wszystkie oznaczenia końców jej boków. Łamana na rysunku powyżej to łamana $ABCDEF$. Jej wierzchołki to punkty: A, B, C, D, E, F . Boki tej łamanej to odcinki: AB, BC, CD, DE, EF .

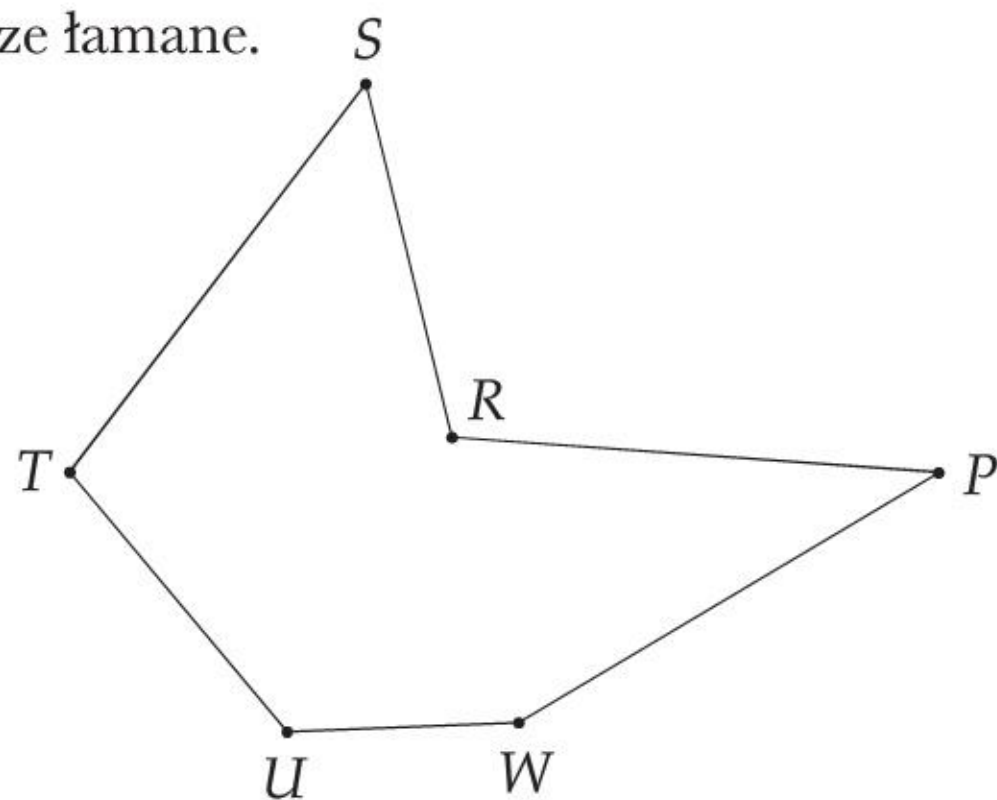
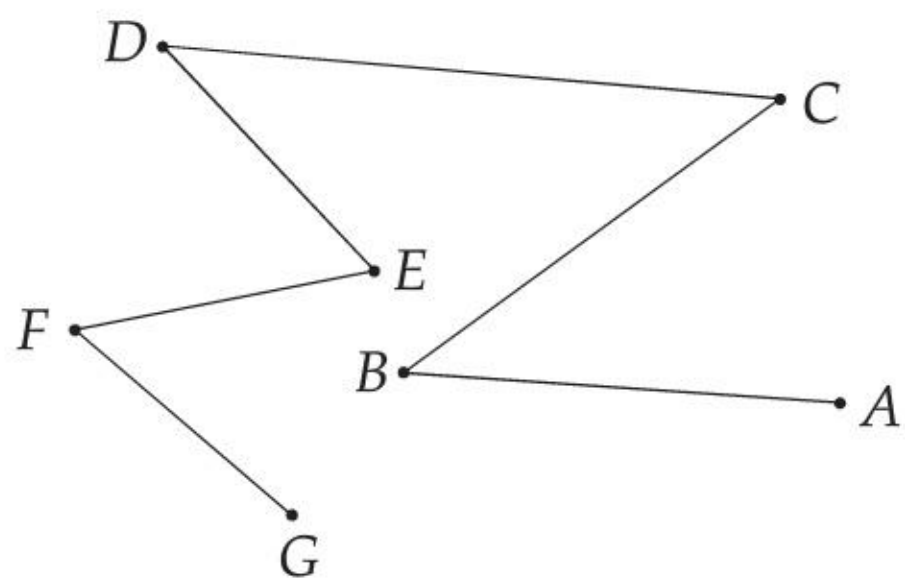
Jeżeli początek pierwszego boku łamanej pokrywa się z końcem jej ostatniego boku, to łamaną nazywamy **zamkniętą**; w przeciwnym przypadku mówimy, że jest ona **otwarta**.



10. Zapisz oznaczenia literowe poniższych łamanych.



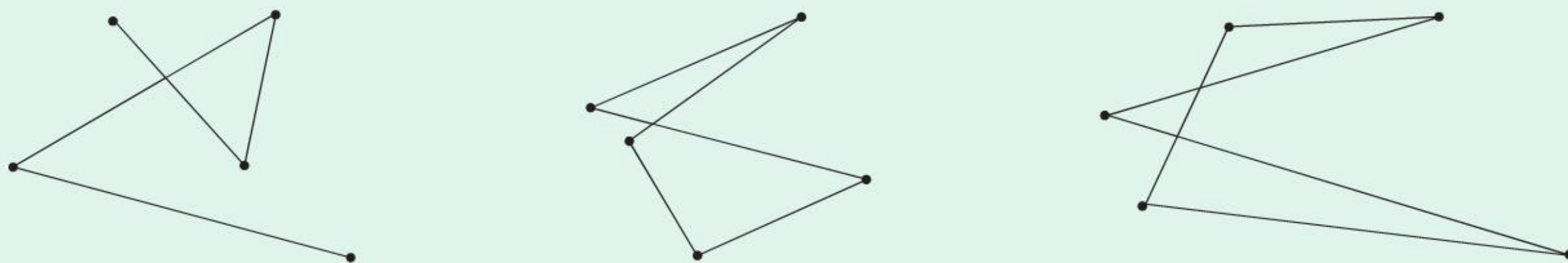
11. a) Policz, ile boków i ile wierzchołków mają poniższe łamane.



b) A ile wierzchołków ma łamana zamknięta, która składa się z siedmiu odcinków?
Odpowiedz na pytanie, a następnie narysuj taką łamaną i sprawdź swoją odpowiedź.

Więcej na temat

Łamane, których boki nie przecinają się (a więc takie, o jakich mówiliśmy do tej pory), to łamane **zwyczajne**. Istnieją też łamane (otwarte i zamknięte), których boki przecinają się ze sobą. Takie łamane nazywamy **wiązanymi**.



Zadania

- 1 Narysuj prostą a . Następnie zaznacz punkty A, B, C należące do prostej a oraz punkty D, E, F nienależące do tej prostej.
- 2 Narysuj trzy proste k, l, m w taki sposób, aby spełniały równocześnie następujące warunki:
 - proste k i l przechodzą przez punkt P ,
 - proste l i m przechodzą przez punkt R ,
 - proste k i m przechodzą przez punkt S .
- 3 Zaznacz trzy punkty nieleżące na jednej prostej: A, B i C . Połącz je na wszystkie możliwe sposoby. Zaznacz pięć innych punktów nieleżących na jednej prostej: D, E, F, G i H . Połącz je na wszystkie możliwe sposoby. Którą z otrzymanych figur umiesz nazwać?
- 4 Zaznacz cztery dowolne punkty A, B, C, D nieleżące na jednej prostej. Narysuj:
 - a) prostą AB ,
 - b) półprostą DC ,
 - c) odcinek BC .
- 5 Ile boków ma łamana $ABCDEF$, która jest:
 - a) otwarta,
 - b) zamknięta?
- 6 Oceń prawdziwość każdego z podanych zdań i przepisz do zeszytu zdania prawdziwe.
 - Prosta ma początek, ale nie ma końca.
 - Półprosta ma początek, ale nie ma końca.
 - Odcinek ma początek, ale nie ma końca.
 - Prosta ma dwa końce.
 - Półprosta ma dwa końce.
 - Odcinek ma dwa końce.

7.2 Proste i odcinki prostopadłe

Podejmij temat



Czy wiesz, jak wygląda ekierka?
Czy masz ekierkę? Sprawdź, czy twoja ekierka „pasuje” do dwóch sąsiednich brzegów ławki oraz do brzegów podręcznika.
Za pomocą ekierki narysuj trzy listwy prostokątnej ramki.

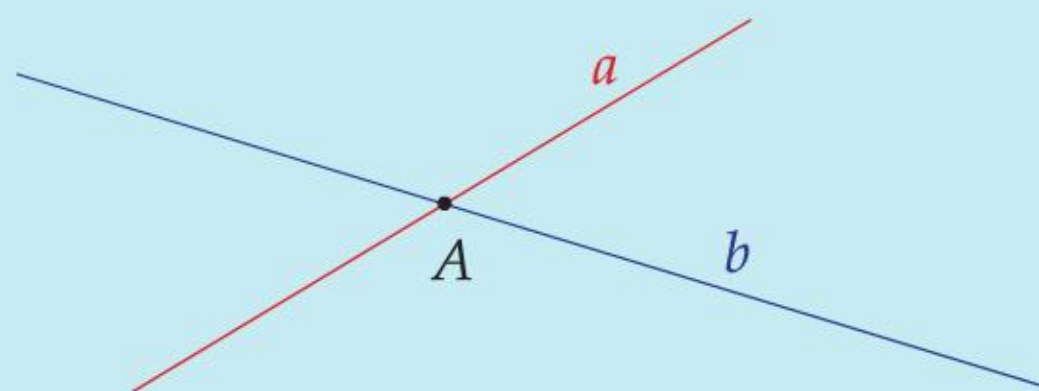
Czyba niedobrze to robisz.
Jest nierówno.

Wiem, pomogę sobie ekierką.



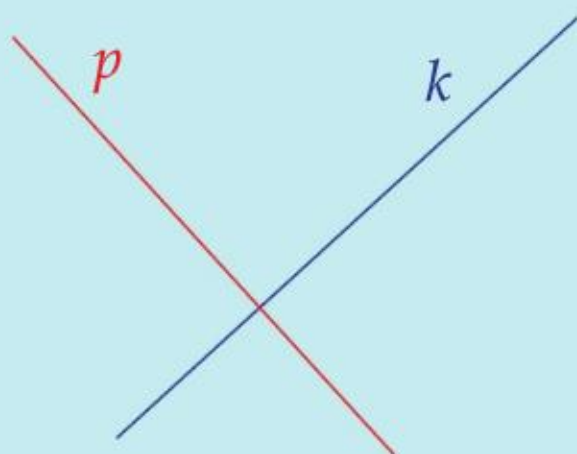
1. Narysuj prostą i zaznacz na niej dowolny punkt. Następnie narysuj inną prostą przechodzącą przez ten punkt.

Te proste, narysowane przez ciebie w ćwiczeniu 1, to proste przecinające się.



Proste a i b mają dokładnie jeden punkt wspólny. Mówimy, że a i b to proste **przecinające się** w punkcie A .

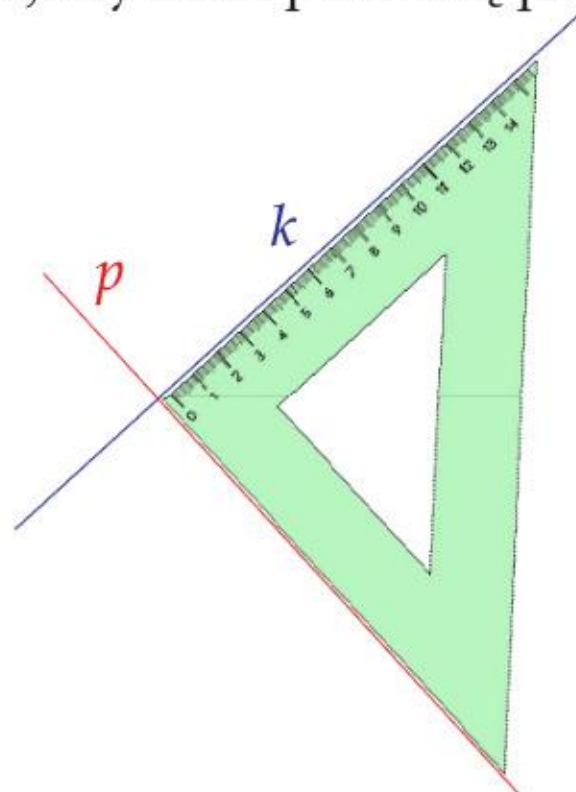
2. Narysuj trzy proste: a , b , c , takie że proste a i b przecinają się w punkcie K , proste b i c przecinają się w punkcie M , proste a i c przecinają się w punkcie P .
3. Punkt wspólny dwóch prostych przecinających się wyznacza półproste. Ile ich jest?



Proste przecinające się w sposób pokazany na rysunku, to **proste prostopadłe**.

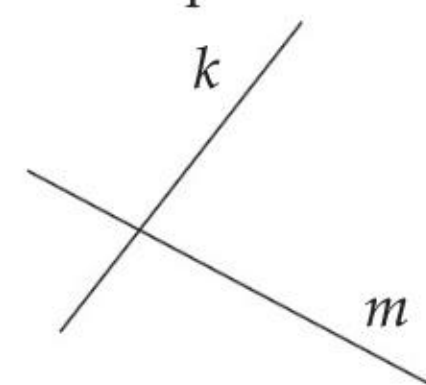
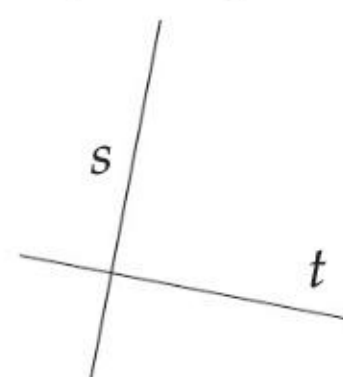
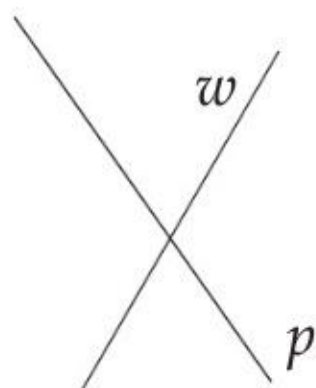
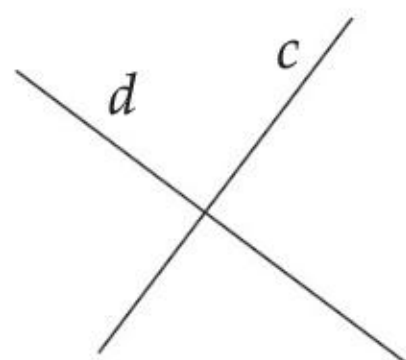
Zapisujemy: $p \perp k$ lub $k \perp p$.

Do sprawdzania, czy dwie proste są prostopadłe, służy ekierka.

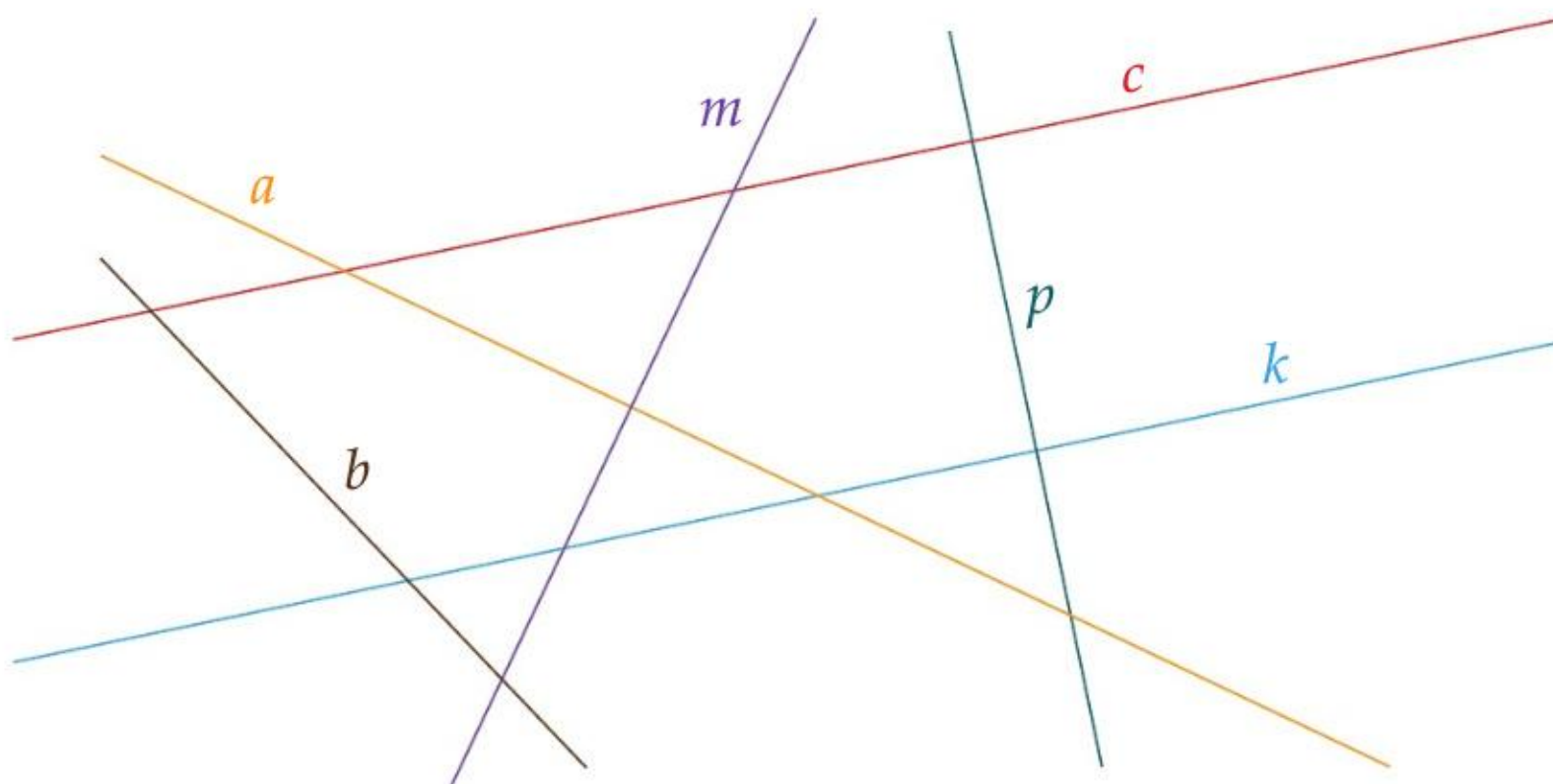


Proste p i k są prostymi prostopadłymi.

4. Sprawdź za pomocą ekierki, które z poniższych par prostych to proste prostopadłe. Odpowiedzi zapisz w zeszycie za pomocą symbolu prostopadłości.



5. Spośród narysowanych prostych wybierz te, które są do siebie prostopadłe.



Przykład 1

Narysujmy dwie proste prostopadłe.

Będą nam do tego potrzebne linijka i ekierka.

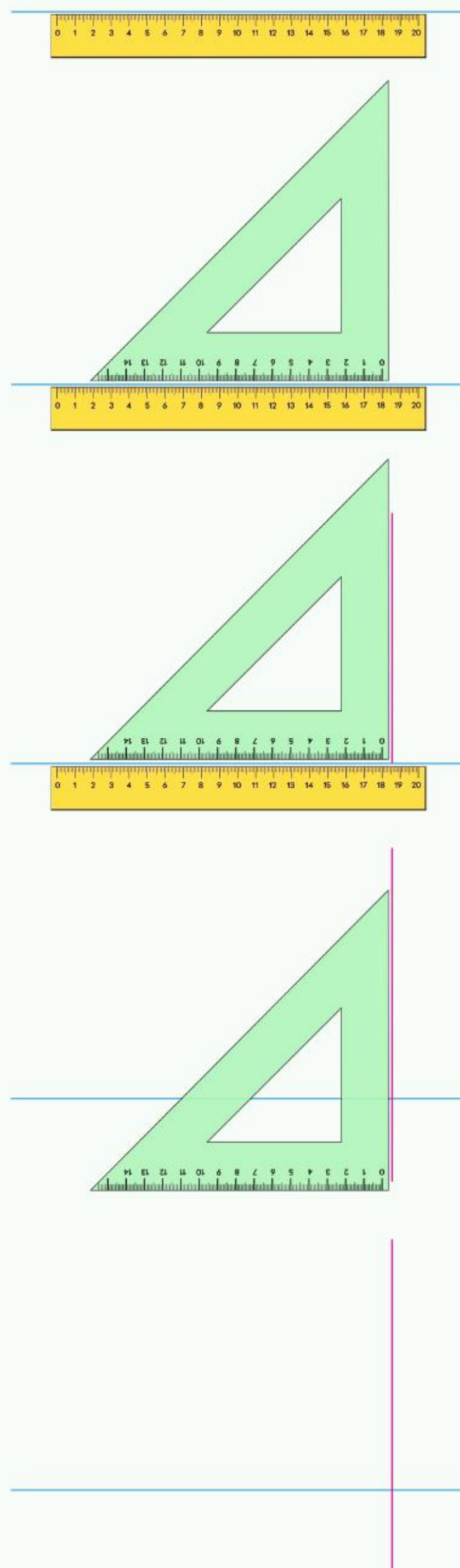
- Rysujemy dowolną prostą wzdłuż linijki.

- Przykładamy ekierkę do linijki.

- Rysujemy drugą prostą wzdłuż drugiego boku ekierki.

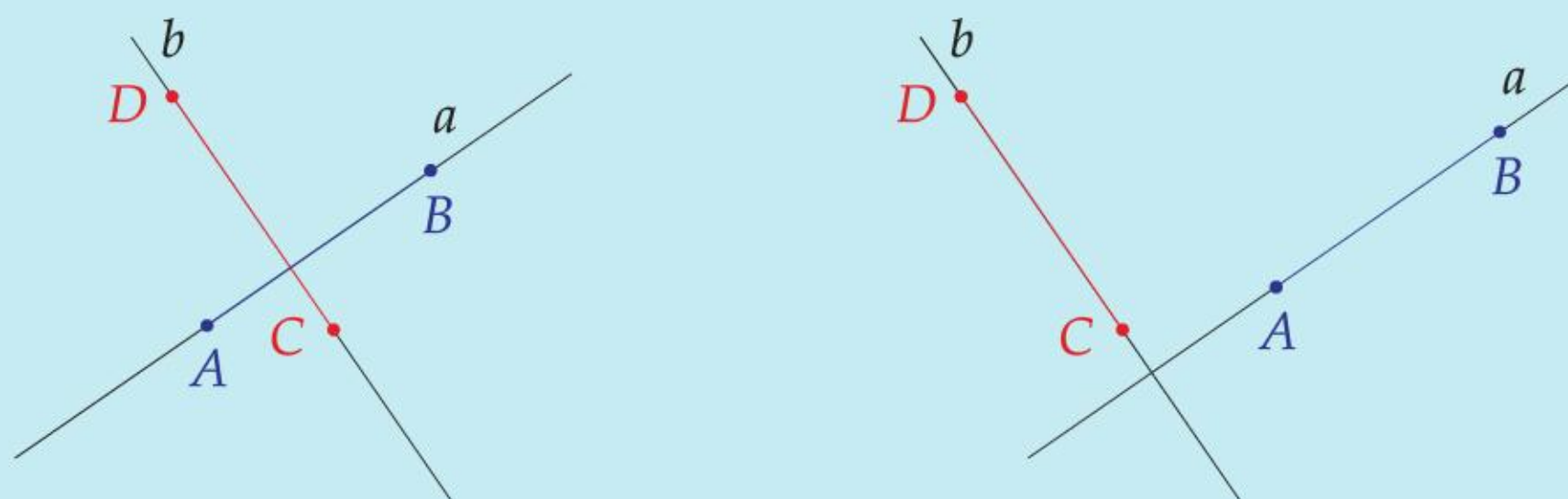
- Możemy ją przedłużyć.

I gotowe!



6. Narysuj dwie dowolne proste prostopadłe.
7. Narysuj dowolną prostą m oraz punkt A , który leży na prostej m , a następnie narysuj prostą k prostopadłą do prostej m przechodzącą przez punkt A .
8. Narysuj dowolną prostą p oraz punkt B , który nie leży na prostej p , a następnie narysuj prostą n prostopadłą do prostej p i przechodzącą przez punkt B .

Odcinki prostopadłe to odcinki leżące na prostych prostopadłych.



Odcinki AB i CD na powyższych rysunkach są odcinkami prostopadłymi (bo $a \perp b$).

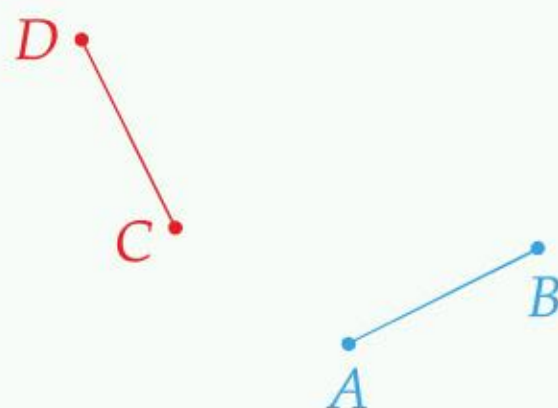
Zapisujemy: $AB \perp CD$ lub $CD \perp AB$.



Proste prostopadłe zawsze się przecinają, odcinki prostopadłe natomiast nie muszą się przecinać.

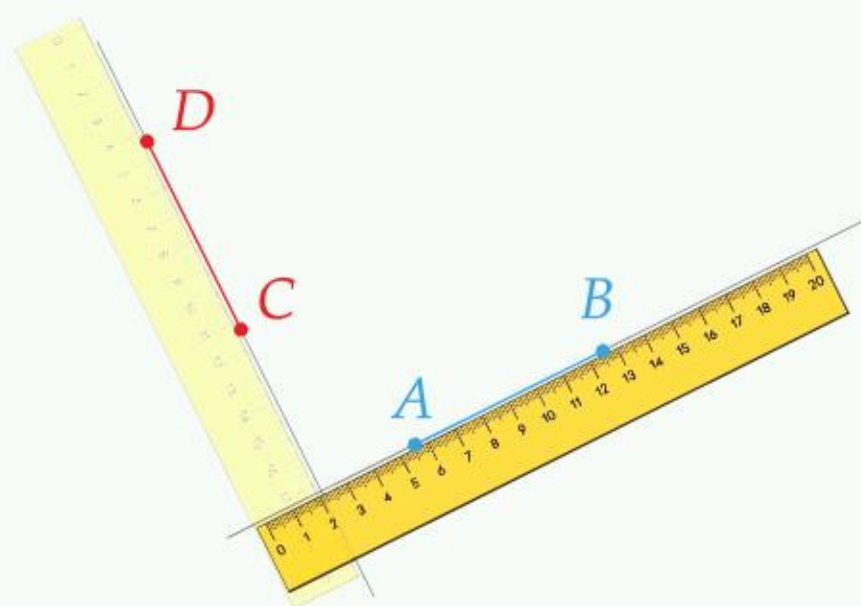
Przykład 2

Sprawdźmy, czy odcinki AB i CD na rysunku poniżej są prostopadłe.

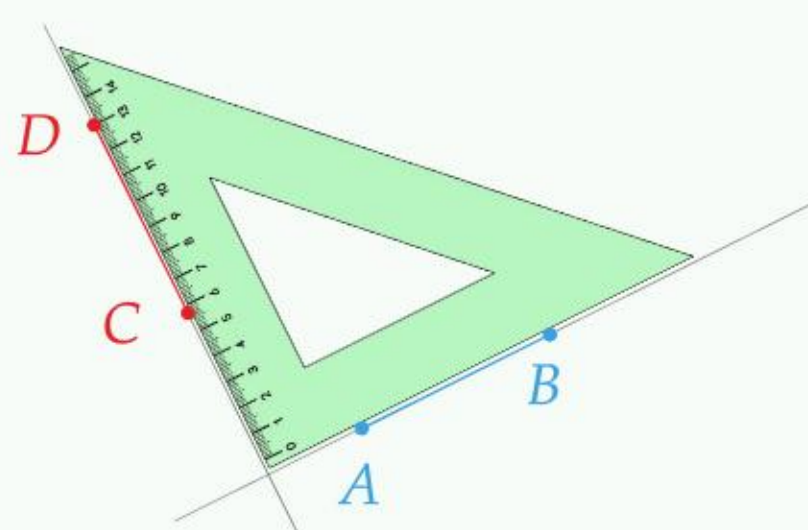


Nic prostszego! Posłużymy się w tym celu linijką i ekierką.

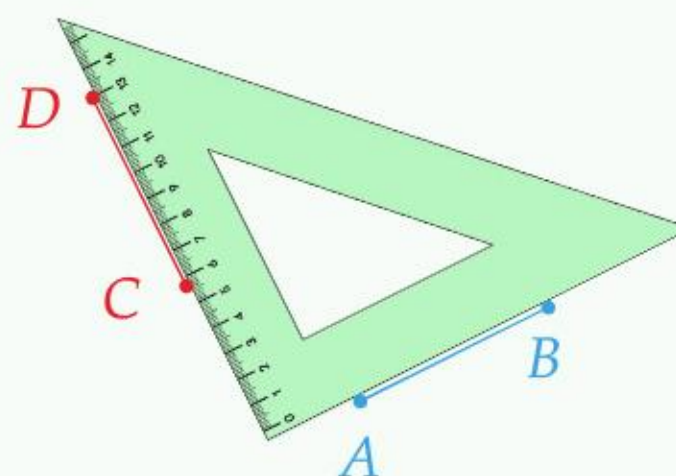
- Przedłużmy odcinki AB i CD , tak aby otrzymać dwie proste.



- Teraz wystarczy sprawdzić za pomocą ekierki, czy te dwie proste są prostopadłe. Jeżeli tak, to odcinki również są prostopadłe.

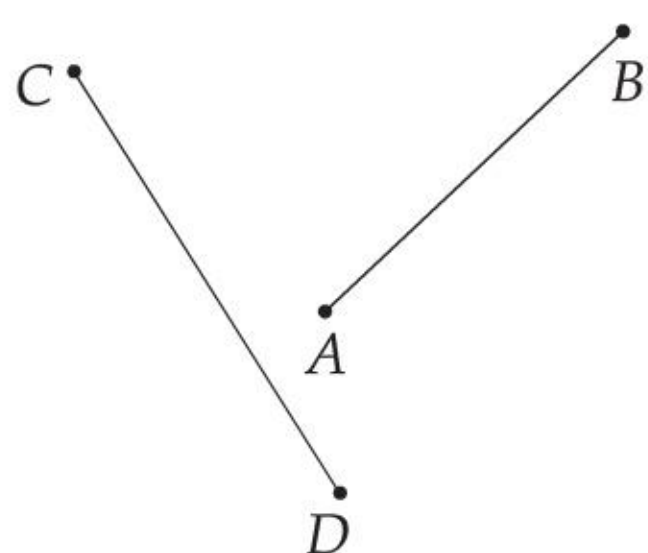


- Proste a i b są prostopadłe, więc odcinki AB i CD również są prostopadłe.
- W praktyce nie przedłużamy odcinków, tylko w odpowiedni sposób przykładamy do nich ekierkę.

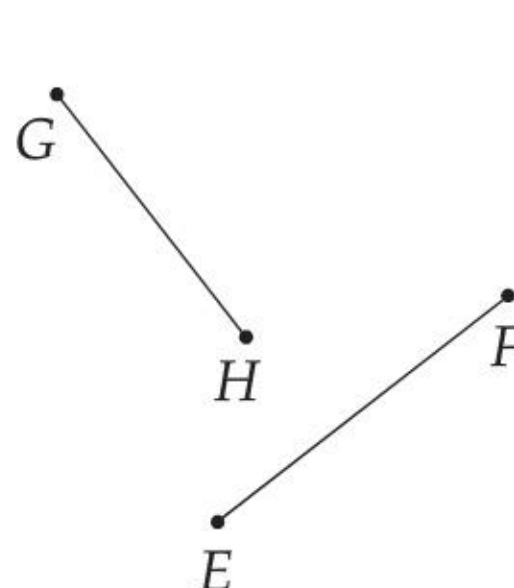


9. Sprawdź, czy odcinki są prostopadłe.

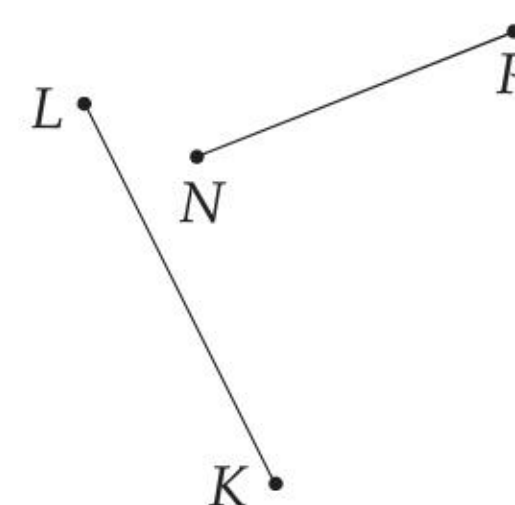
a)



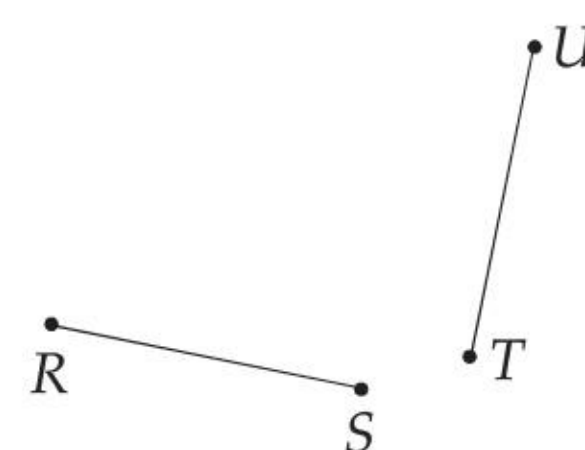
b)



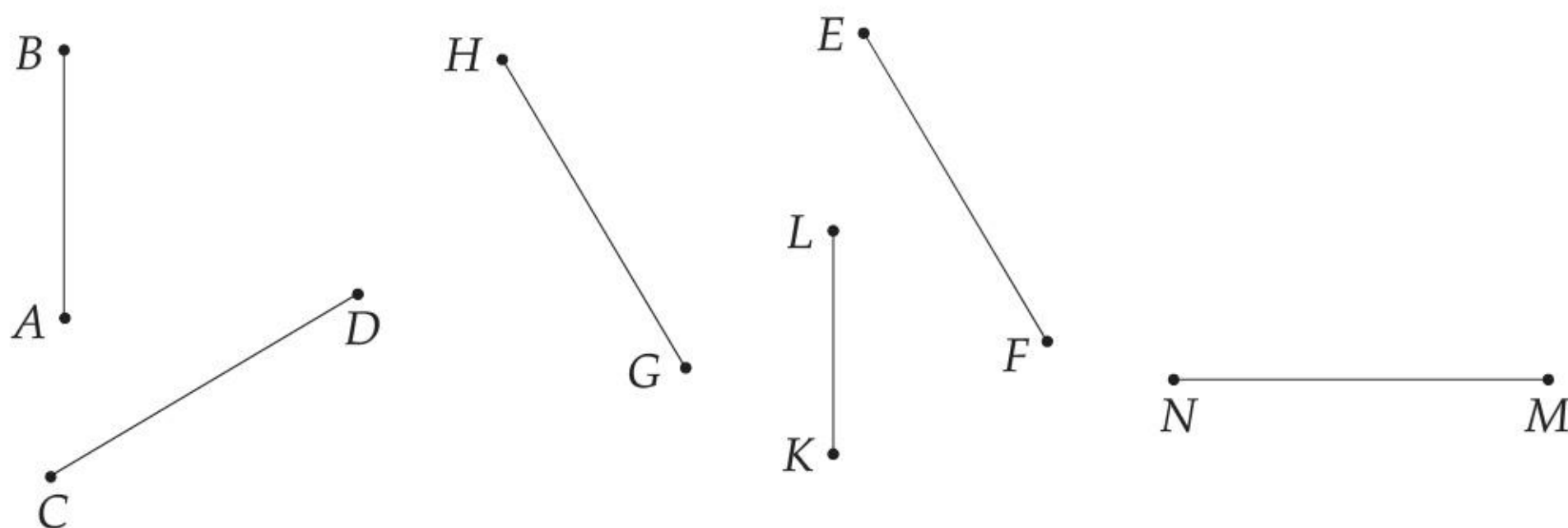
c)



d)



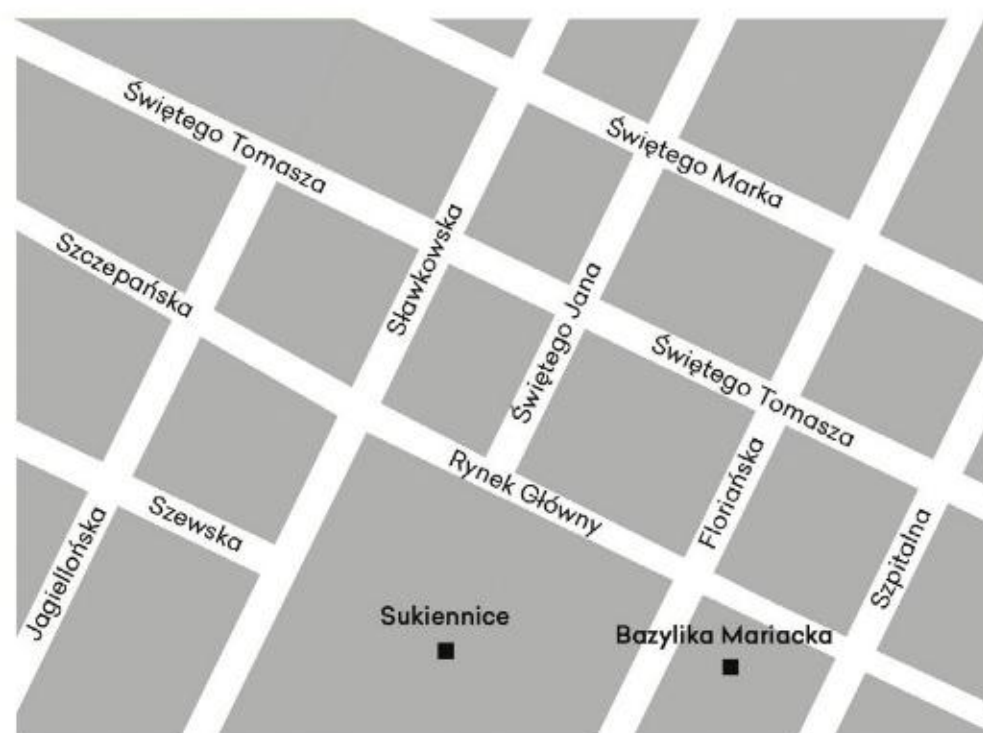
10. Spośród poniższych odcinków wybierz pary odcinków prostopadłych.



Zadania



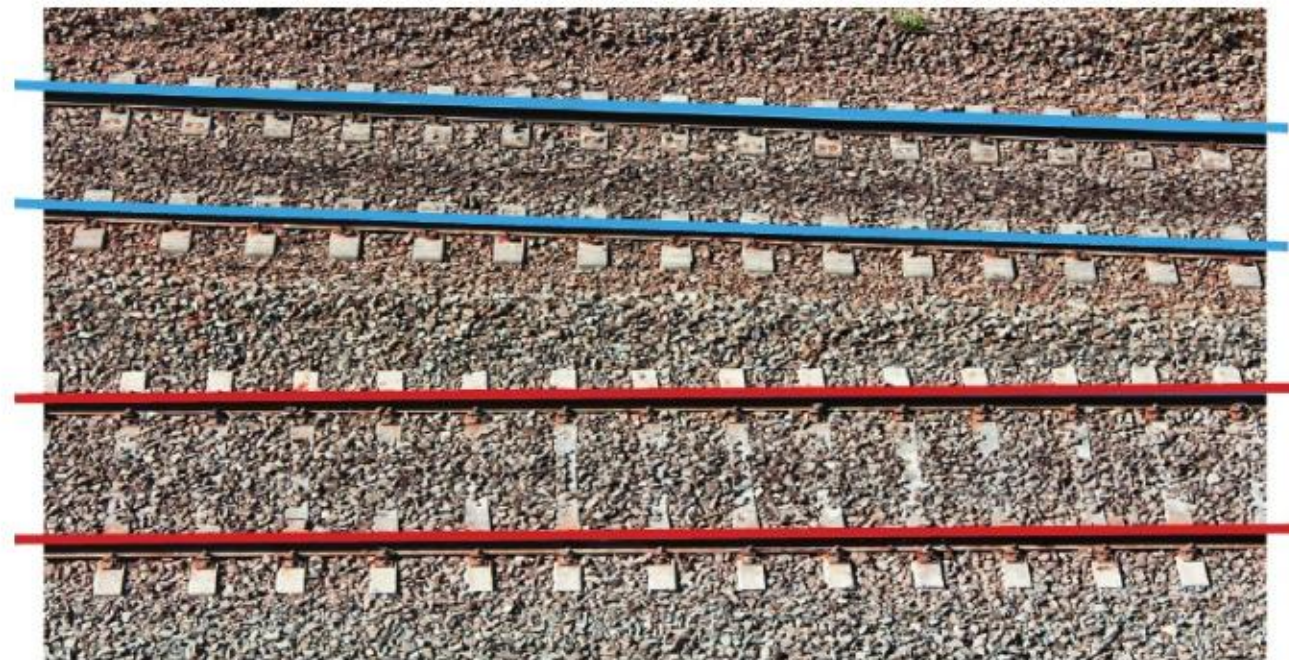
Przyjrzyj się uważnie fragmentowi planu Krakowa i podaj nazwy trzech par ulic, które są prostopadłe.



2. Podaj kilka przykładów ze swojego otoczenia, gdzie zauważasz odcinki prostopadłe.
3. Narysuj dwa dowolne odcinki prostopadłe, które:
 - a) przecinają się,
 - b) nie przecinają się.
4. Narysuj odcinek AB , a następnie dwie proste a i b prostopadłe do tego odcinka, z których jedna przechodzi przez punkt A , a druga przez punkt B .
5. Narysuj łamaną otwartą, która ma:
 - a) dokładnie dwie pary boków prostopadłych,
 - b) co najmniej dwie pary boków prostopadłych.
6. Narysuj łamaną otwartą złożoną:
 - a) z czterech odcinków,
 - b) z pięciu odcinków,
 - c) z dziesięciu odcinków, taką że każdy następny bok jest prostopadły do poprzedniego.

7.3 Proste i odcinki równoległe

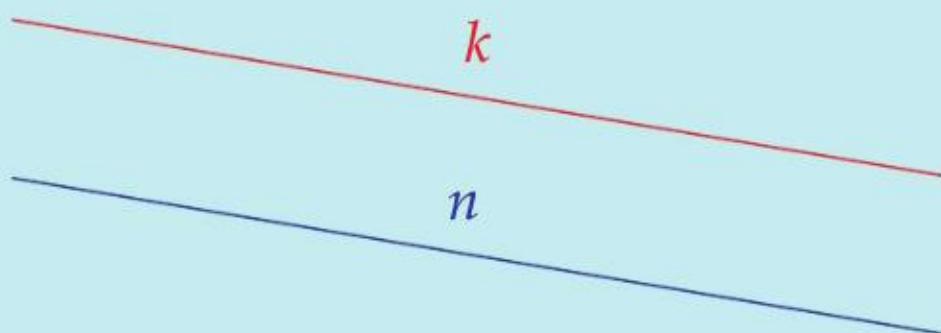
Podejmij temat



Przyjrzyj się żółtym liniom wyznaczającym brzegi chodnika oraz czerwonym i niebieskim, które przebiegają wzdłuż szyn kolejowych – są one fragmentami prostych.

Jak myślisz, czy żółte proste przetną się w pewnym miejscu? A czerwone? A może niebieskie?

Czy wiesz, jak się nazywa takie położenie dwóch prostych, które na rysunkach mają ten sam kolor?



Proste k i n nie mają punktów wspólnych. Takie proste nazywamy **prostymi równoległymi**.

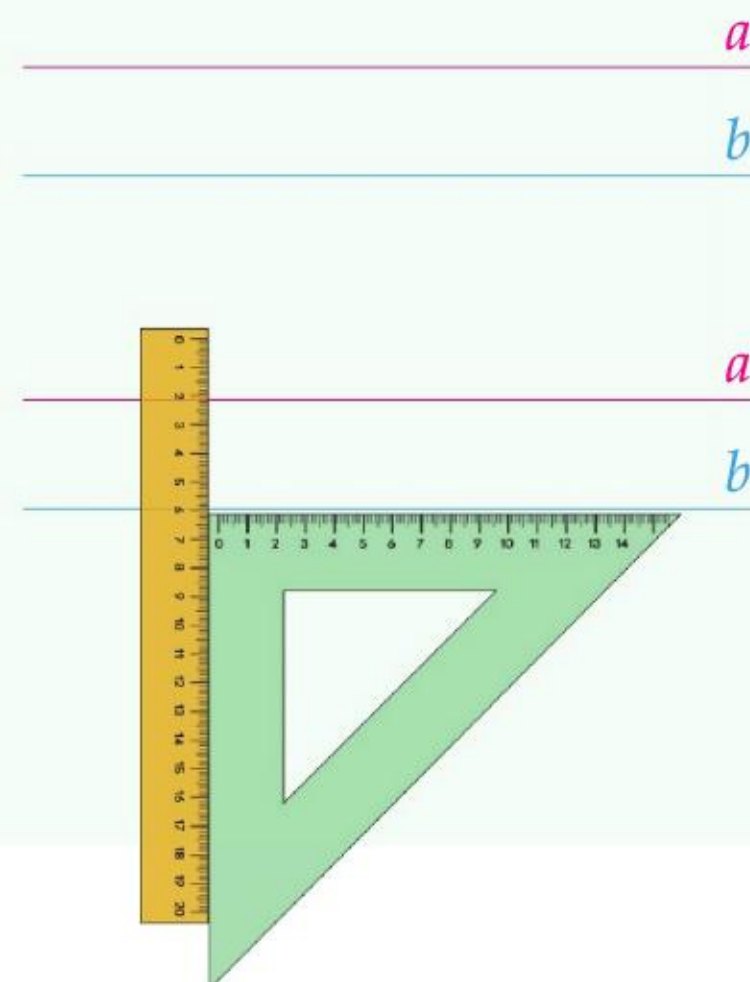
Zapisujemy: $k \parallel n$ lub $n \parallel k$.

Przykład 1

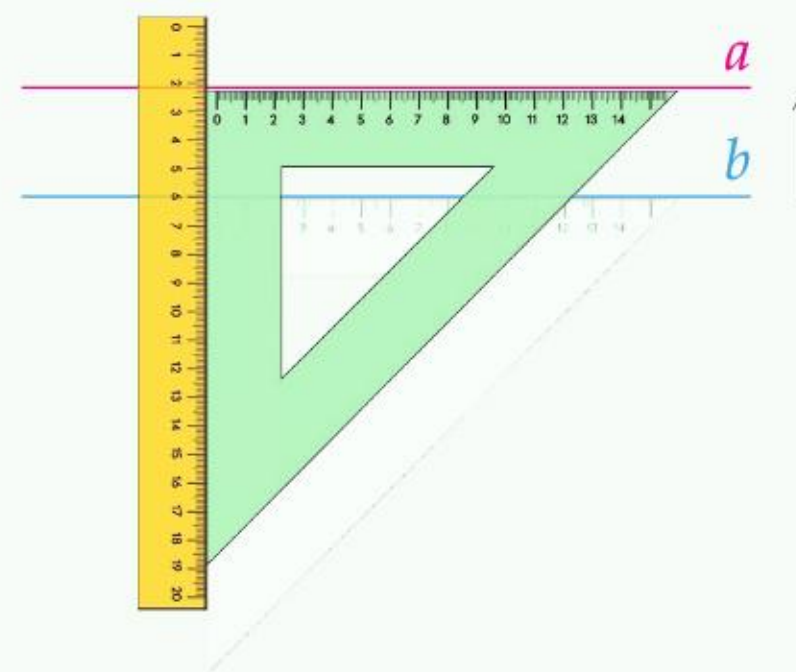
Sprawdźmy, czy proste a i b na rysunku obok są równoległe.

Do sprawdzania, czy te proste są równoległe, posłużą nam linijka i ekierka.

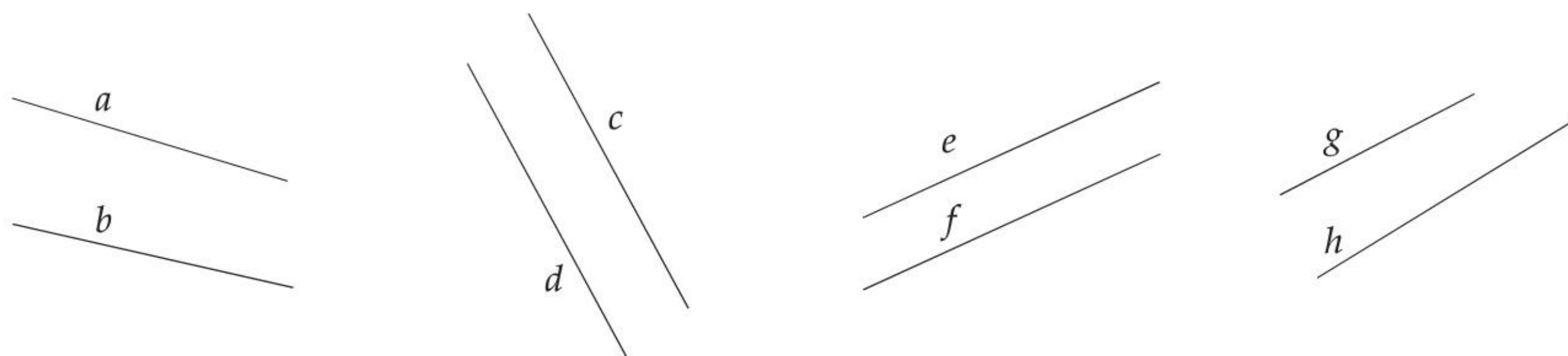
- Przyłożymy ekierkę tak, żeby jeden jej bok przylegał do jednej z prostych. Do drugiego boku ekierki trzeba przyłożyć linijkę.



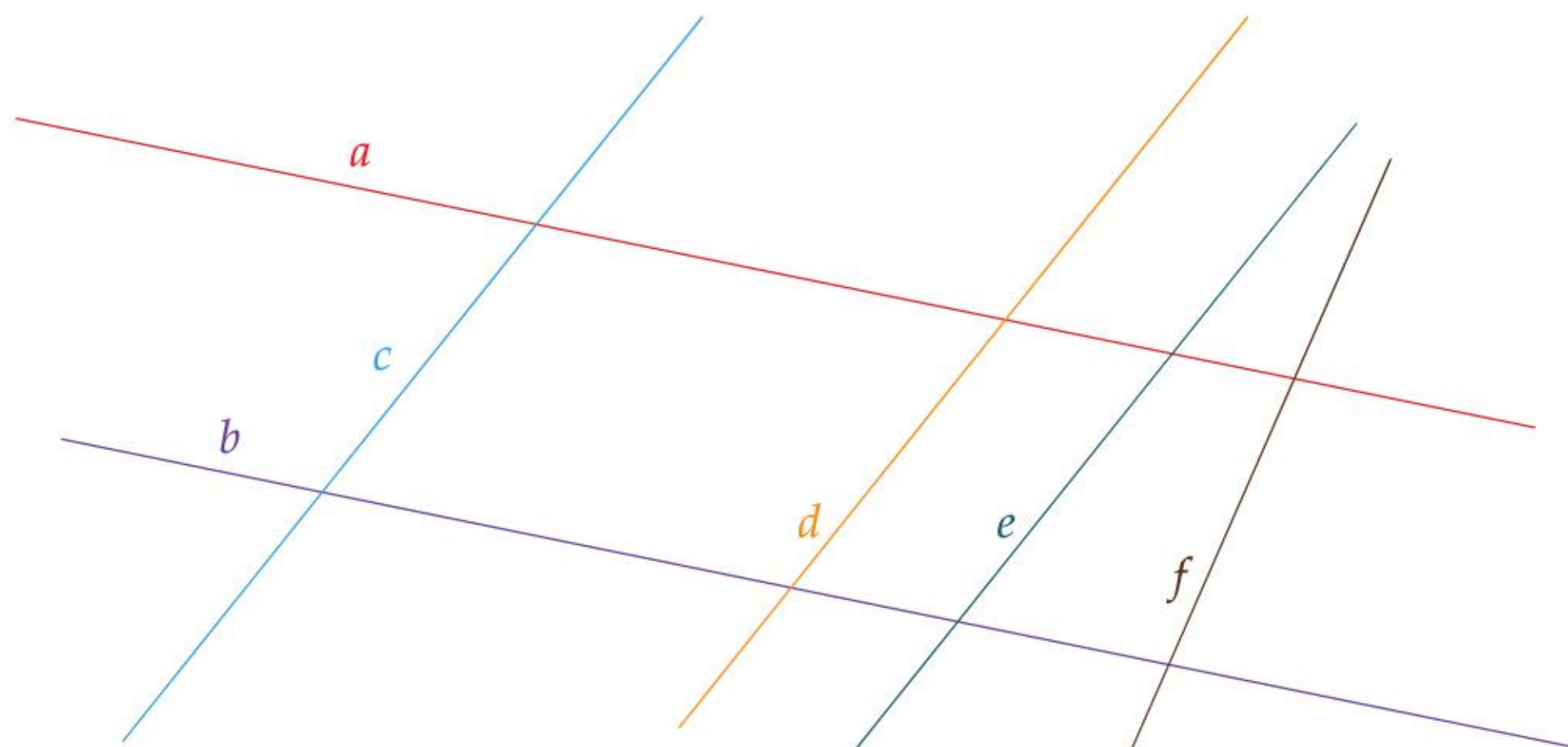
- Następnie przesuwamy ekierkę wzdłuż linijki w kierunku drugiej prostej i sprawdzamy, czy druga prosta także przylega do boku ekierki.
- Proste a i b są równoległe.



1. Sprawdź za pomocą linijki i ekierki, które z poniższych par prostych to proste równoległe. Odpowiedzi zapisz w zeszycie za pomocą symbolu równoległości.



2. Spośród narysowanych prostych wybierz te, które są do siebie równoległe.

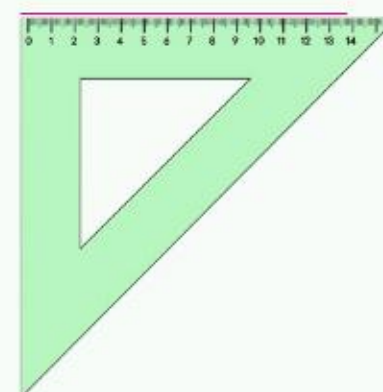


Przykład 2

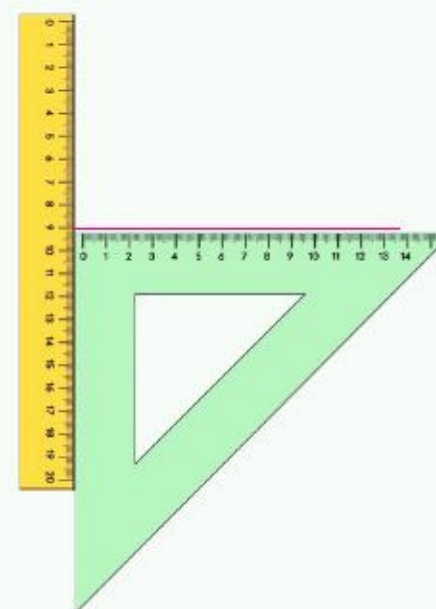
Narysujmy dwie proste równoległe.

Będą nam do tego potrzebne linijka i ekierka.

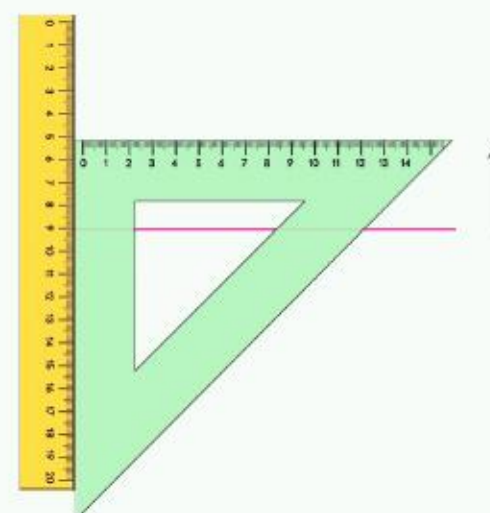
- Rysujemy dowolną prostą wzdłuż jednego boku ekierki.



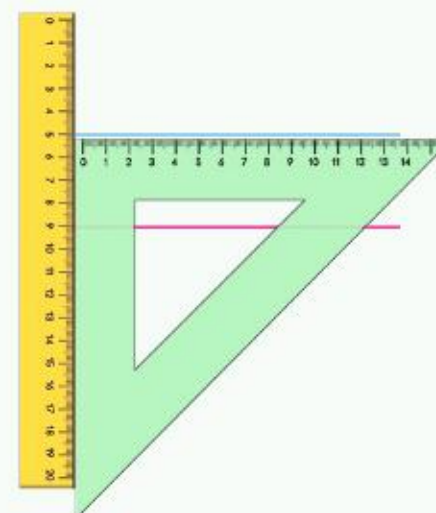
- Przykładamy linijkę do drugiego boku ekierki.



- Przesuwamy ekierkę w górę (lub w dół) wzdłuż linijki.



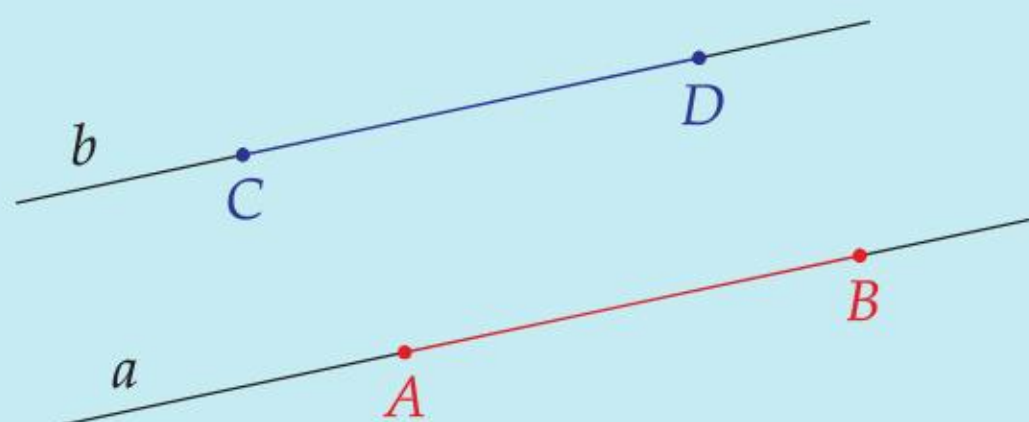
- Rysujemy drugą prostą wzdłuż boku ekierki.



I gotowe!



3. Narysuj za pomocą linijki i ekierki dwie proste, które się nie przecinają.
4. Narysuj dowolną prostą k oraz dwa punkty A i B , które do niej nie należą. Następnie narysuj dwie proste a i b takie, że:
- $a \parallel k$ i punkt A leży na prostej a ,
 - $b \parallel k$ i punkt B leży na prostej b .



Odcinki równoległe to odcinki leżące na prostych równoległych.

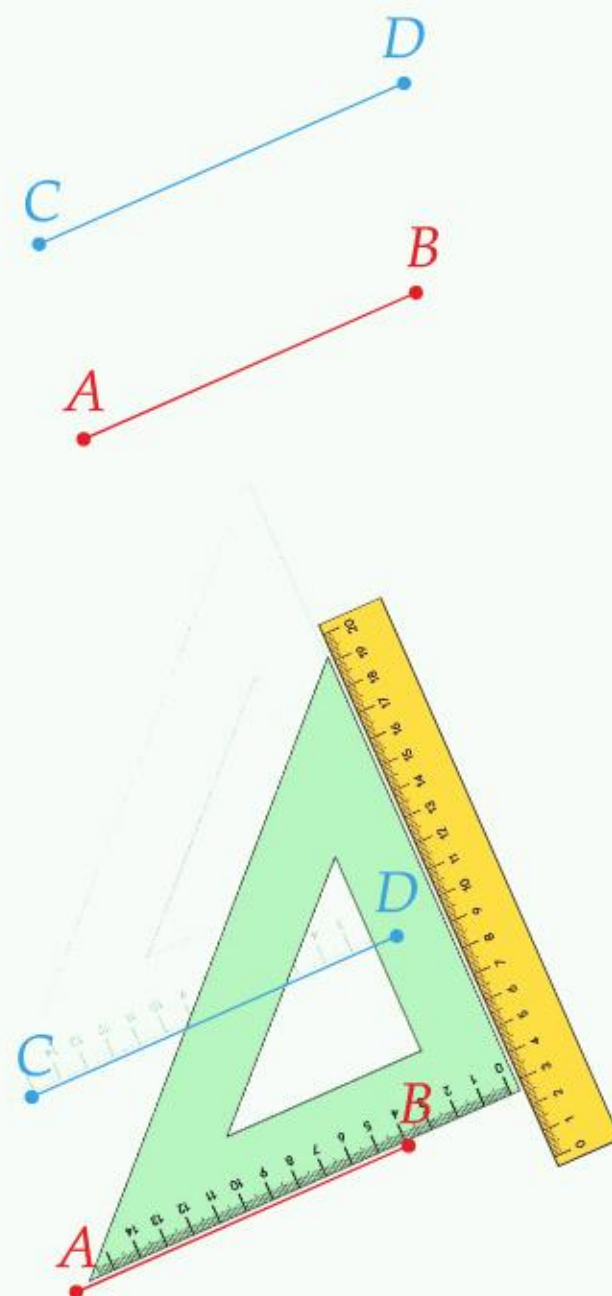
Odcinki AB i CD na powyższym rysunku są odcinkami równoległymi (bo $a \parallel b$).
Zapisujemy: $AB \parallel CD$ lub $CD \parallel AB$.

Przykład 3

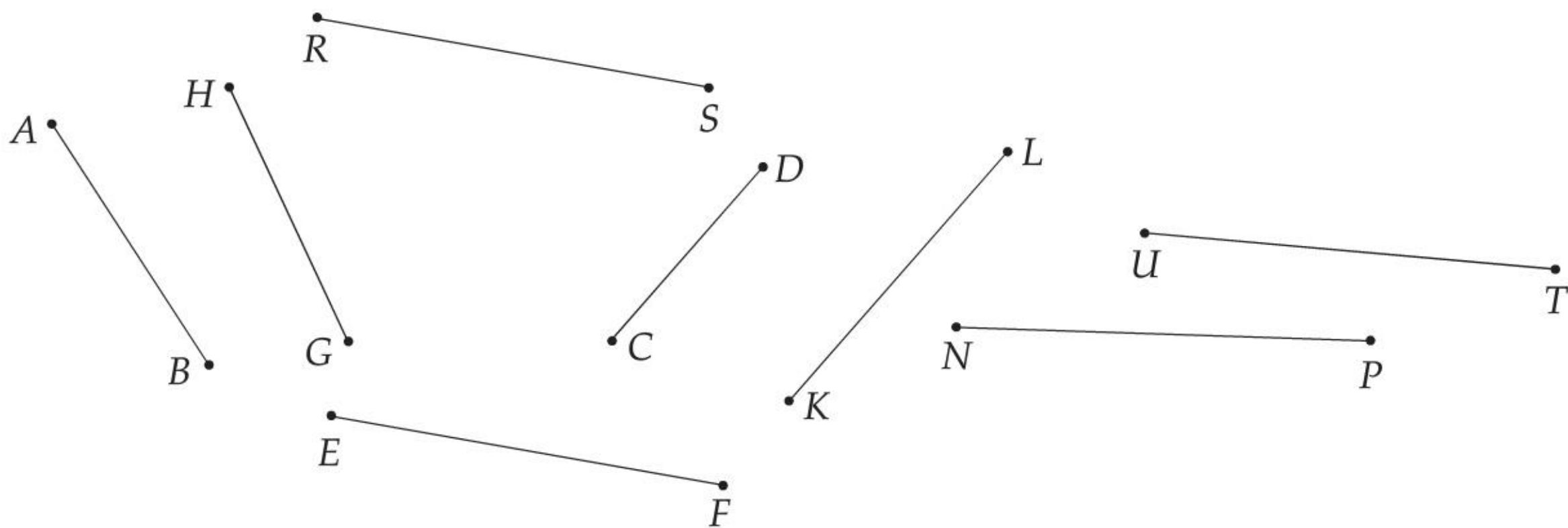
Sprawdźmy, czy odcinki AB i CD na rysunku obok są równoległe.

Aby stwierdzić, czy odcinki AB i CD są równoległe, musimy sprawdzić, czy leżą one na prostych równoległych. Posłużą nam do tego linijka i ekierka.

Odcinki leżą na prostych równoległych, więc $AB \parallel CD$.

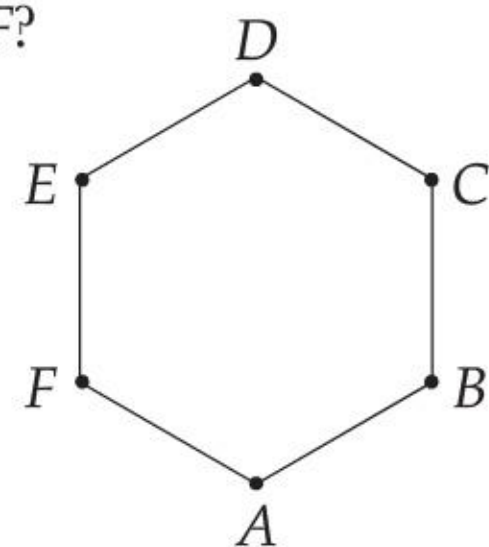


5. Sprawdź, które pary odcinków są równoległe.



Zadania

- 1 Przyjrzyj się uważnie fragmentowi planu Krakowa na s. 85 i podaj nazwy trzech par ulic, które są równoległe.
- 2 Wskaż w swoim otoczeniu trzy przykłady par odcinków równoległych.
- 3 Narysuj dwa dowolne odcinki równoległe. Oznacz je literami i zapisz, że są równoległe, używając odpowiedniego symbolu.
- 4 Narysuj proste a i b równoległe do siebie. Następnie narysuj prostą c prostopadłą do prostej a . Jak względem siebie położone są proste b i c ?
- 5 Narysuj odcinki AB i CD prostopadłe do siebie. Następnie narysuj odcinek EF równoległy do odcinka AB . Jak względem siebie położone są odcinki CD i EF ?
- 6 Zapisz pary odcinków równoległych występujących na rysunku.
- 7 Narysuj łamaną otwartą $ABCDE$, która ma dwie pary boków równoległych.
- 8 Przełóż trzy zapałki tak, by otrzymać równość prawdziwą. Ile jest par zapałek prostopadłych, a ile par zapałek równoległych w podanej równości? A w poprawionej?



7.4 Mierzenie długości odcinka i łamanej

Podejmij temat



Jak sądzisz, która droga z ratusza do szkoły jest krótsza? Co należy zrobić, aby to sprawdzić?

Pamiętasz podstawowe jednostki długości? Jeśli tak, to mi odpowiedz.

Jasne, że tak: metr, centymetr...



Jednostki długości	
nazwa	skrót
milimetr	mm
centymetr	cm
decymetr	dm
metr	m
kilometr	km

$$1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$$

$$1 \text{ dm} = 10 \text{ cm} = 100 \text{ mm}$$

$$1 \text{ m} = 10 \text{ dm} = 100 \text{ cm}$$

$$1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$$

1. Wyraż podaną długość w milimetrach.

- | | | |
|----------|---------------|--------------|
| a) 5 cm | b) 3 cm 5 mm | c) 1 dm |
| d) 45 cm | e) 54 cm 9 mm | f) 2 dm 2 cm |

2. Wyraż podaną długość w centymetrach.

- | | | |
|-----------|------------|----------|
| a) 30 mm | b) 15 mm | c) 7 dm |
| d) 200 mm | e) 1555 mm | f) 21 dm |

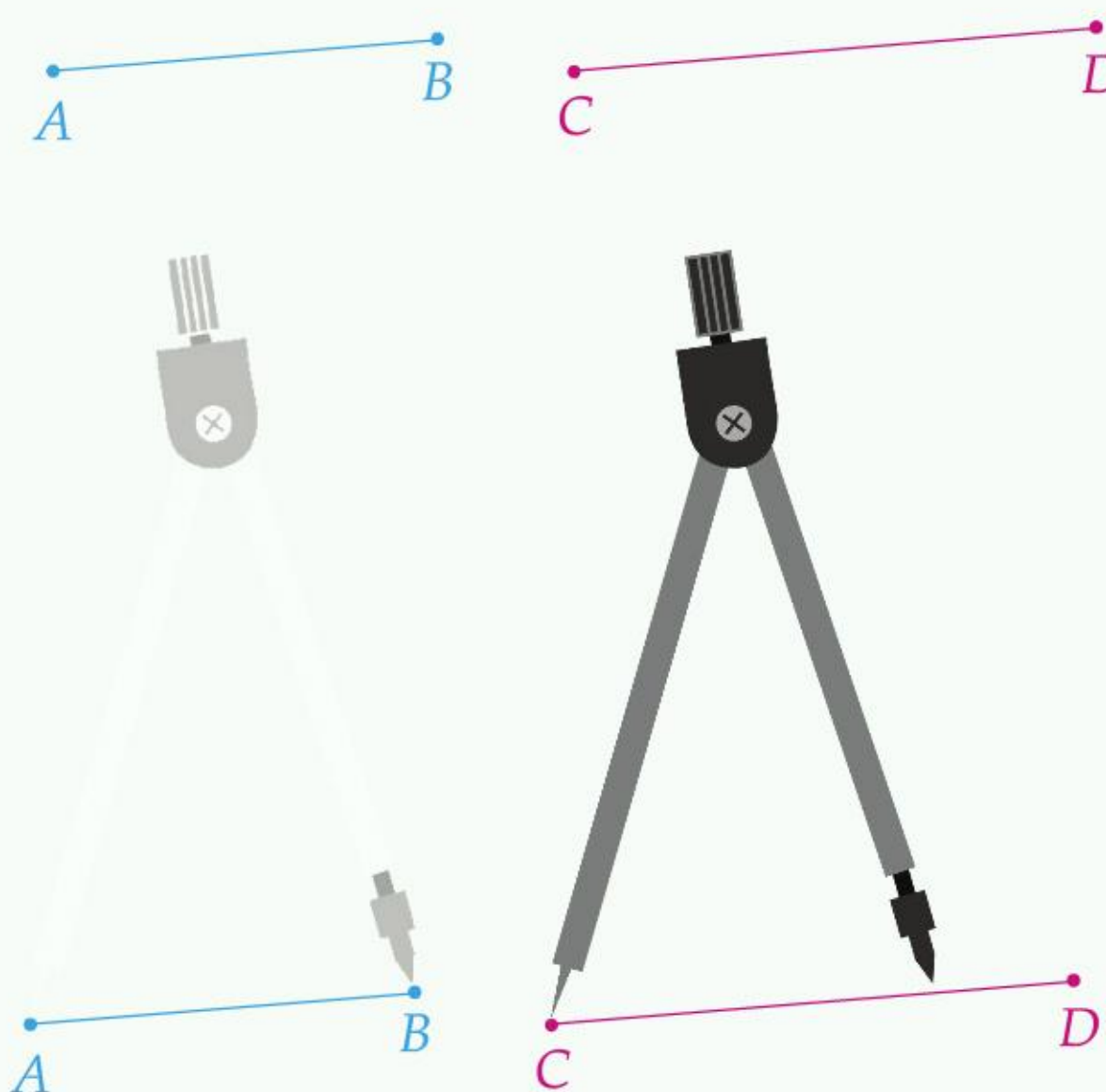
Długości dwóch różnych odcinków możemy porównywać, nawet jeśli nie możemy zmierzyć tych długości, bo np. nie mamy linijki. Posłuży nam do tego cyrkiel.

Przykład 1

Sprawdźmy bez użycia linijki, który odcinek jest dłuższy: AB czy CD ?

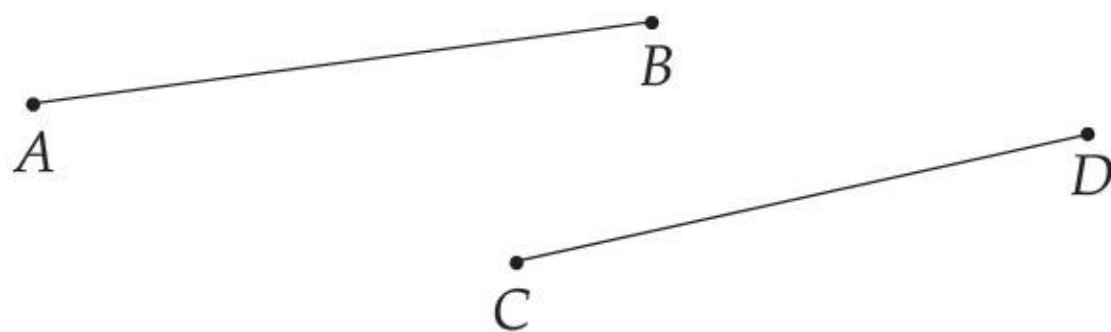
Porównajmy długości tych odcinków za pomocą cyrkla. Wykonujemy to w sposób przedstawiony na rysunku obok.

Dłuższym odcinkiem jest odcinek CD .

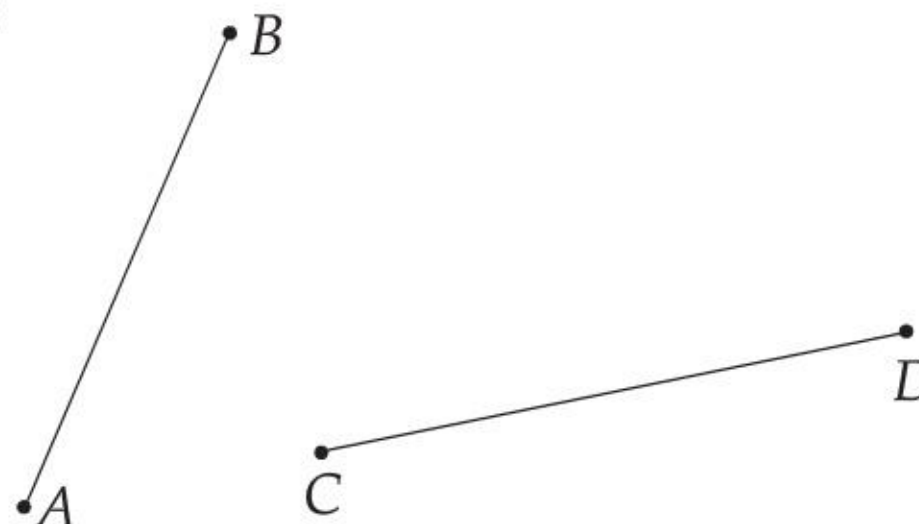


3. Który odcinek jest dłuższy: AB czy CD ? Porównaj ich długości za pomocą cyrkla.

a)



b)



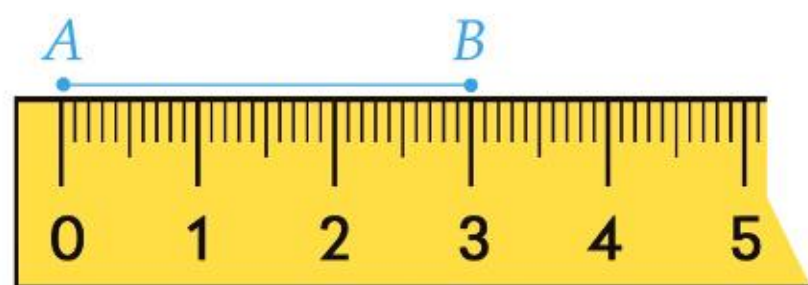
Długość odcinka zapisujemy za pomocą dwóch kresek w taki sposób:

$|AB|$ – długość odcinka AB ,

$|LM|$ – długość odcinka LM .

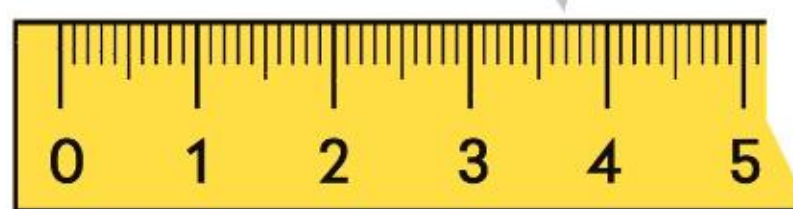
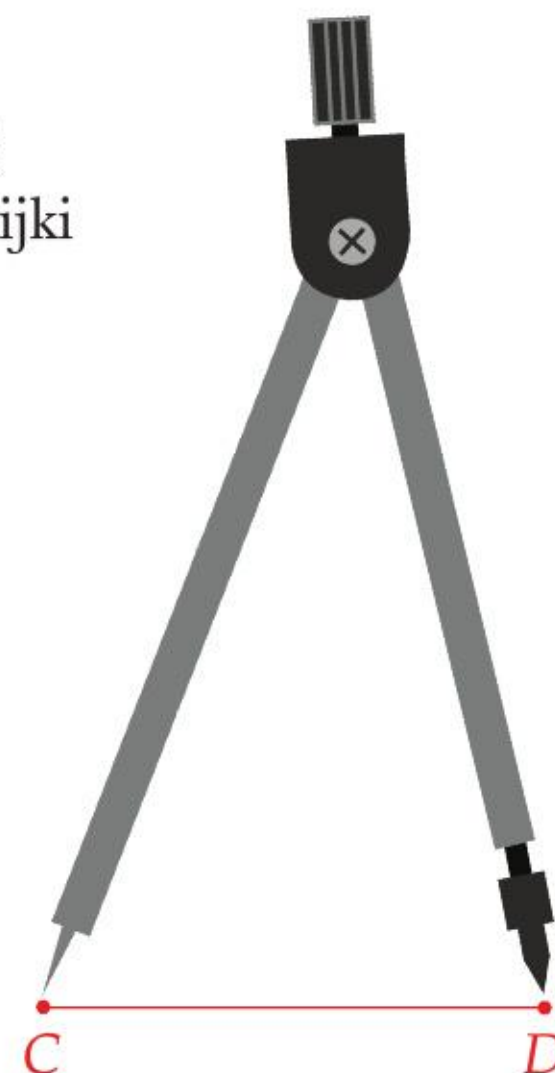
Do mierzenia długości odcinków używamy linijki albo linijki i cyrkla.

Tak mierzymy długość odcinka za pomocą linijki.



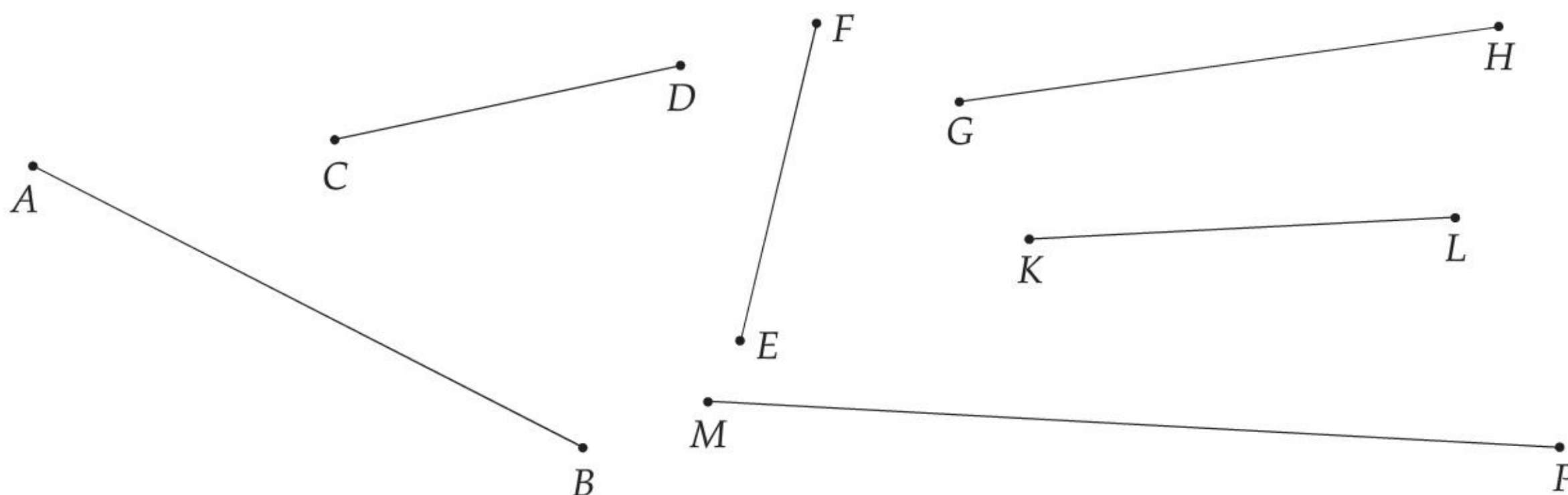
$$|AB| = 3 \text{ cm}$$

Tak mierzymy długość odcinka za pomocą linijki i cyrkla.



$$|CD| = 3 \text{ cm } 7 \text{ mm}$$

4. Zmierz i zapisz w zeszycie długości poniższych odcinków.

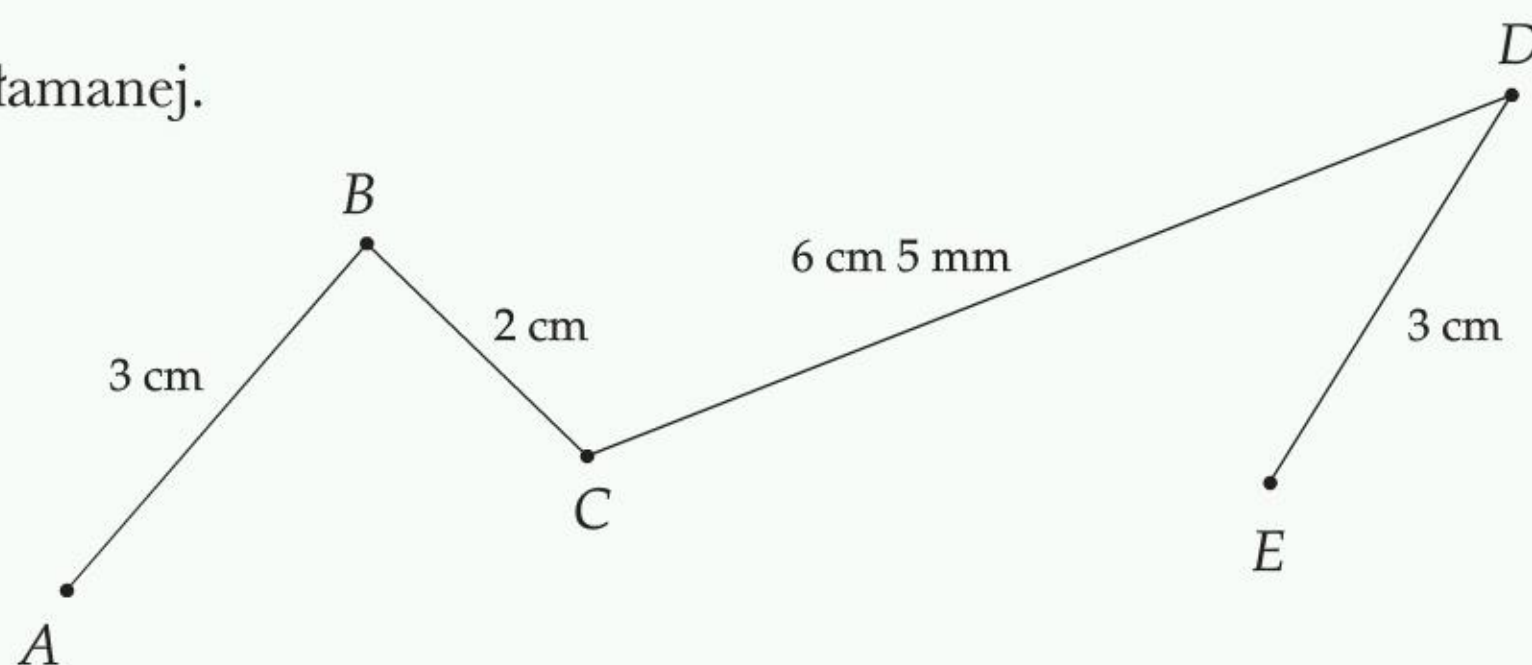


5. Narysuj odcinek AB o długości 6 cm, a następnie odcinek CD :

- 2 razy dłuższy od odcinka AB ,
- 3 razy krótszy od odcinka AB ,
- dłuższy od odcinka AB o 2 cm i 4 mm,
- krótszy od odcinka AB o 4 cm i 3 mm.

Przykład 2

Obliczmy długość łamanej.



Czy wiesz, jak obliczyć długość łamanej?



No pewnie, że tak. Wystarczy dodać długości odcinków, z których łamana się składa.



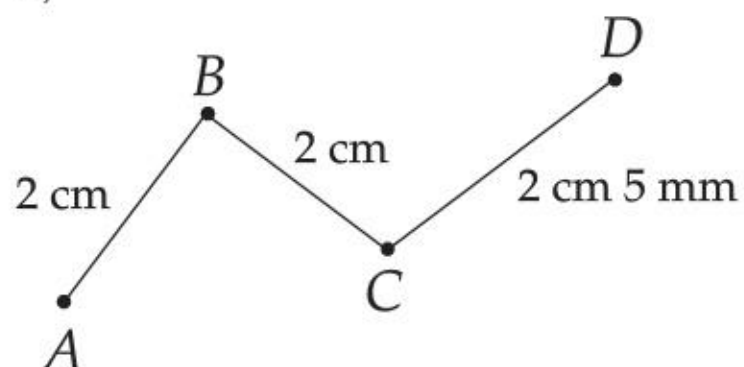
Łamana $ABCDE$ ma długość: $3\text{ cm} + 2\text{ cm} + 6\text{ cm } 5\text{ mm} + 3\text{ cm} = 14\text{ cm } 5\text{ mm}$.



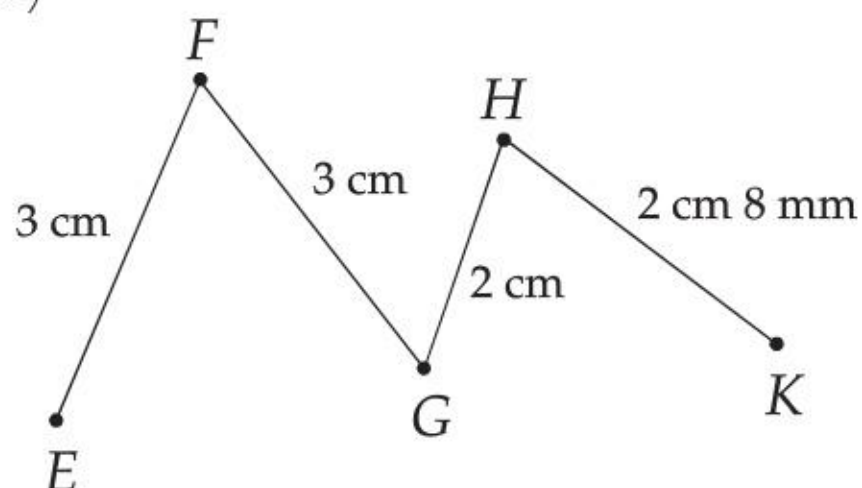
Długość łamanej to suma długości wszystkich jej boków.

6. Oblicz długość łamanej.

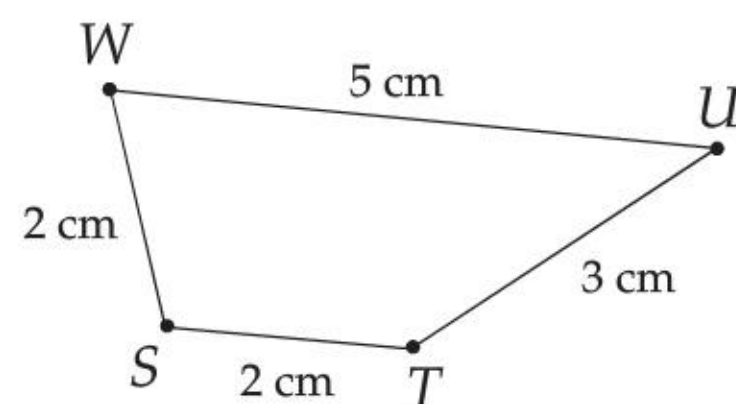
a)



b)



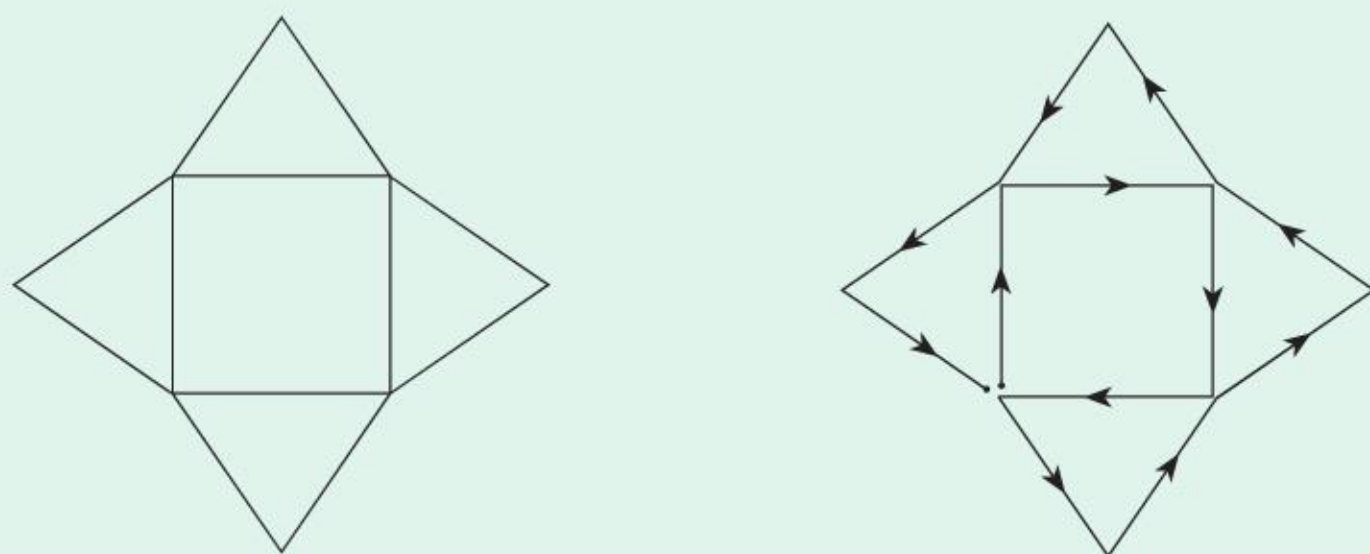
c)



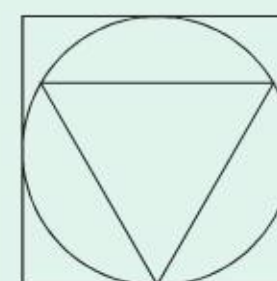
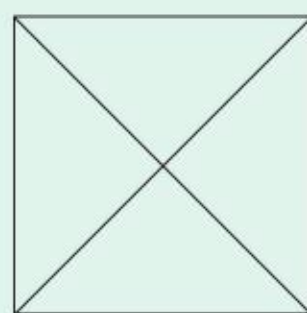
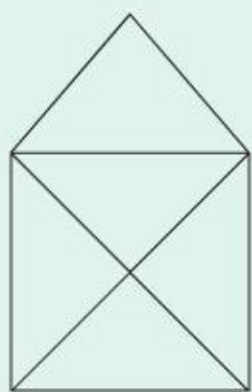
Więcej na temat

Figury jednobieżne to takie, które można narysować jednym pociągnięciem ołówka, czyli nie odrywając go od kartki. Nie wolno też dwukrotnie rysować żadnej linii.

Oto przykład figury jednobieżnej (obok pokazano, jak można ją narysować).



7. Sprawdź, czy poniższe figury to figury jednobieżne.

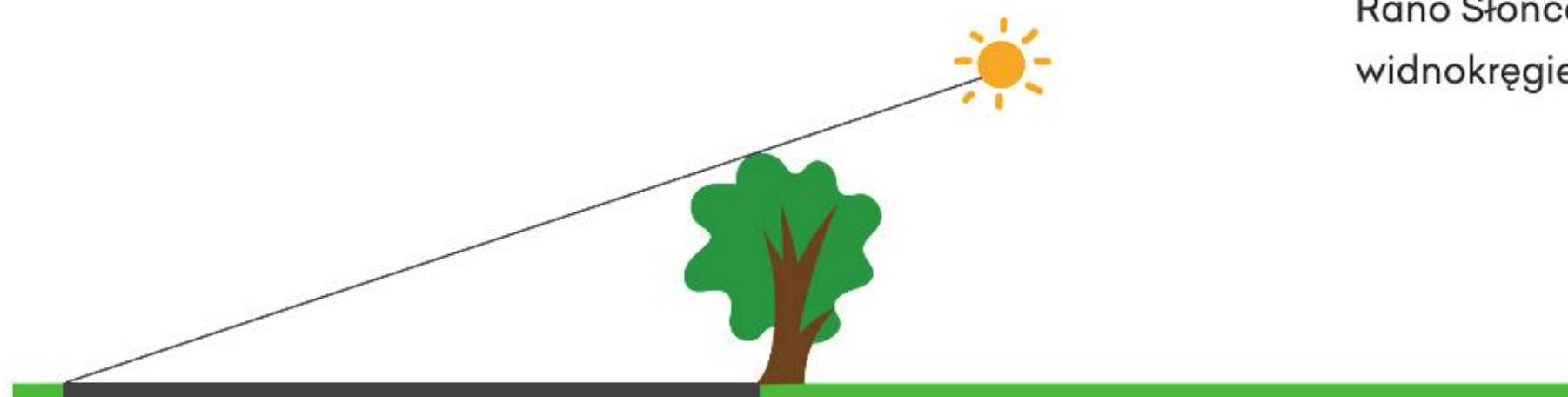


Zadania

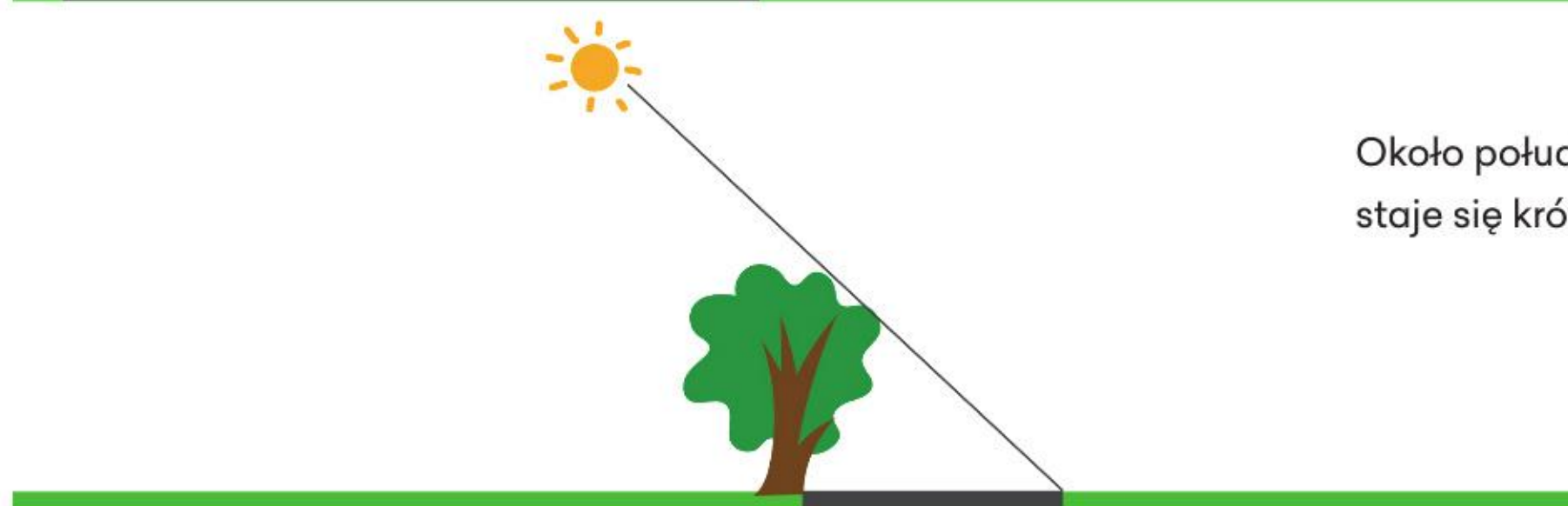
1. Która żółta litera ma kształt łamanej?
A. **M** B. **E** C. **B** D. **A**
2. Narysuj łamaną otwartą składającą się z czterech odcinków i mającą długość 15 cm.
3. Narysuj łamaną składającą się z trzech odcinków, przy czym każdy następny musi być 2 razy dłuższy od poprzedniego. Zapisz długości odcinków. Oblicz długość tej łamanej.
4. Narysuj łamaną otwartą złożoną z czterech odcinków takich, że pierwszy z nich ma długość 4 cm, drugi jest 2 razy dłuższy od pierwszego, trzeci – 4 razy krótszy od drugiego, a czwarty o 3 cm dłuższy od trzeciego. Podaj w milimetrach długość narysowanej łamanej.
5. Łamana zamknięta ABC ma długość 3 m. Jeden jej bok ma 85 cm, a drugi 1 m 30 cm. Jaka jest długość trzeciego boku? Odpowiedź podaj w centymetrach.
6. Długość pierwszego boku łamanej otwartej $ABCDE$ wynosi 81 cm. Każdy kolejny bok jest 3 razy krótszy od poprzedniego. Jaka jest długość tej łamanej?

7.5 Kąty i ich rodzaje

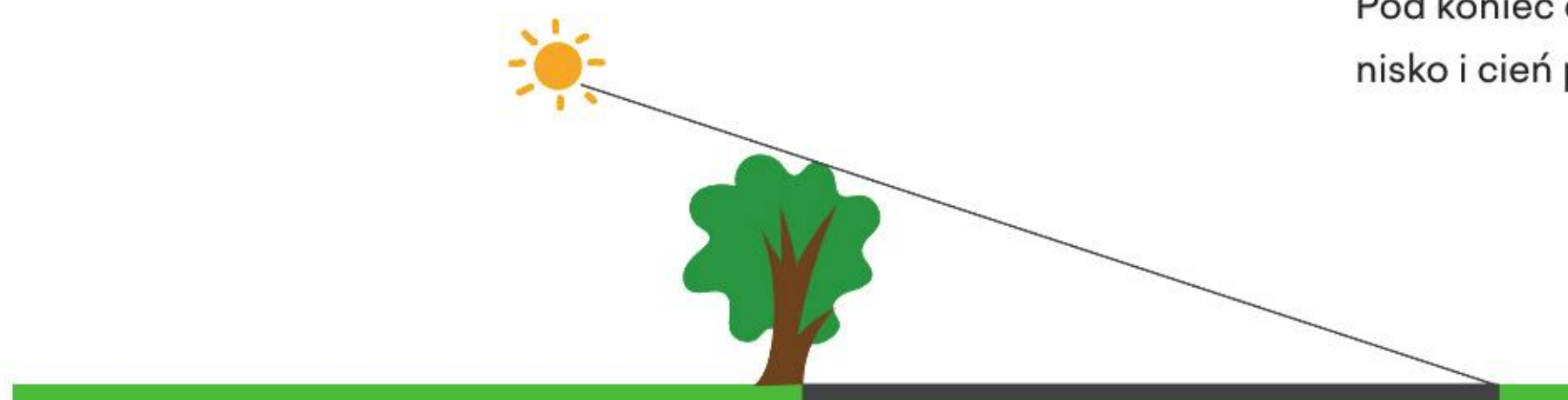
Podejmij temat



Rano Słońce znajduje się nisko nad widnokreśłem, cień drzewa jest zatem długi.



Okolo południa Słońce jest wysoko, więc cień staje się krótki.



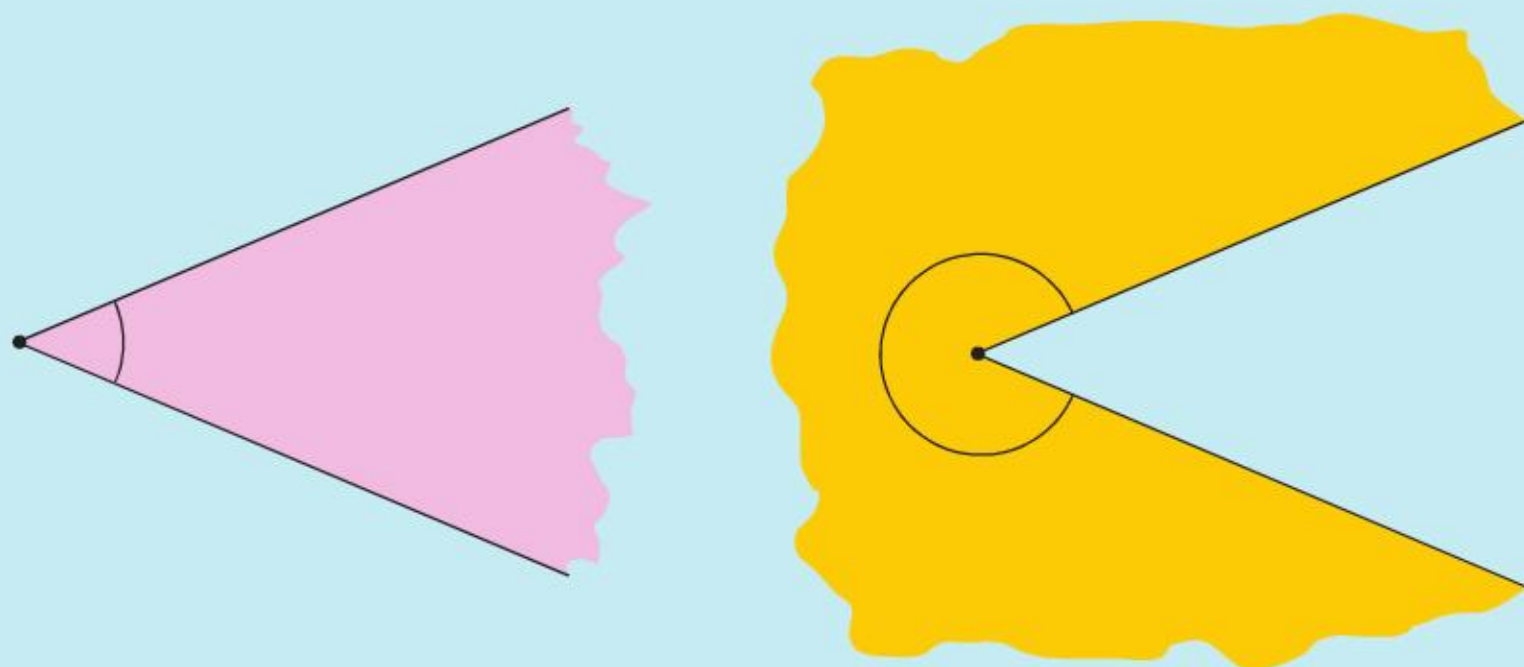
Pod koniec dnia Słońce znowu znajduje się nisko i cień ponownie staje się długi.



Długość cienia zależy od tego, pod jakim kątem promienie słoneczne padają na Ziemię.
Na każdym rysunku znajdź linię oznaczającą powierzchnię Ziemi i linię, która pokazuje, jak przebiegają promienie Słońca.

1. Narysuj dwie półproste AB i AC o wspólnym początku A . Narysowane półproste podzielą obszar na dwie części. Zaciemnij te części różnymi kolorami.

Kąt to figura geometryczna składająca się z dwóch półprostych o wspólnym początku i obszaru między nimi.

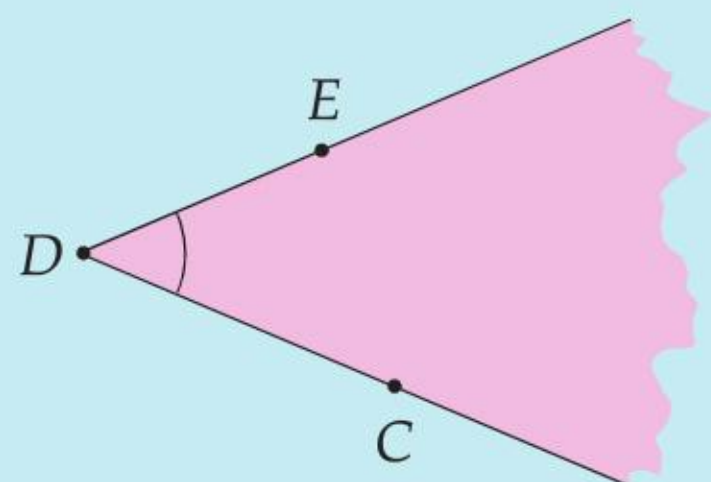
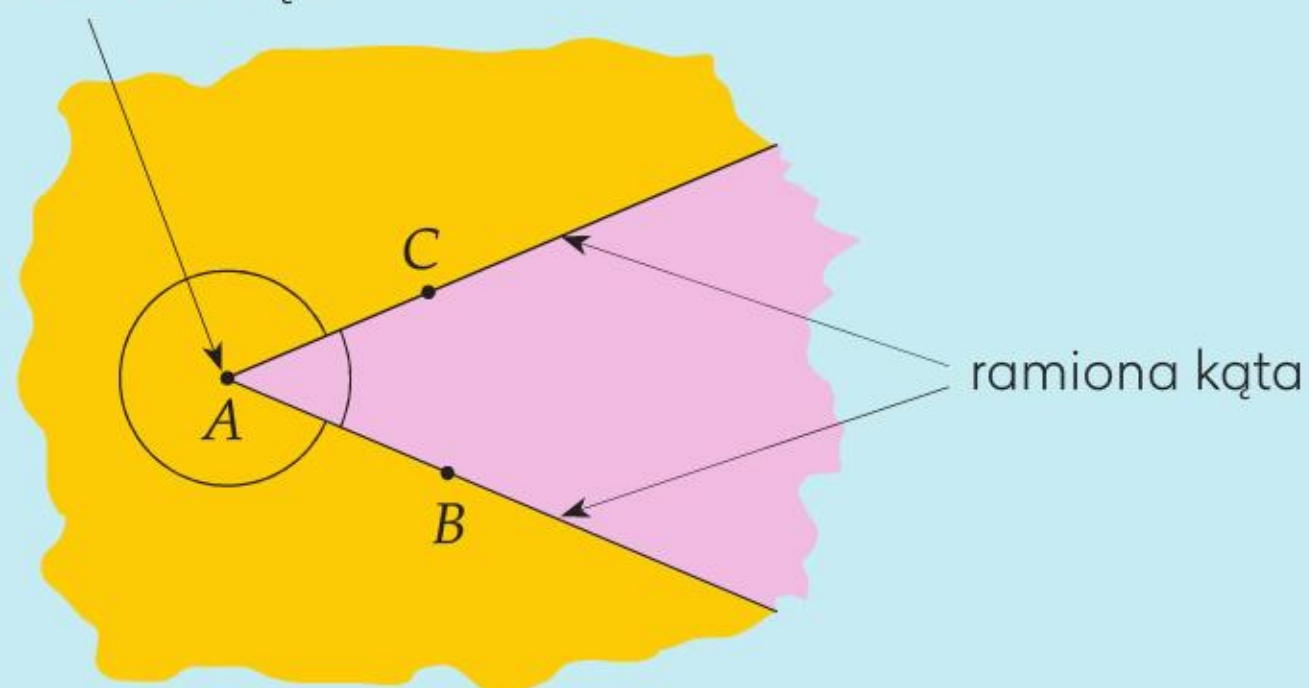


Dwie półproste o wspólnym początku wyznaczają zawsze dwa kąty.

Kąt, o którym mówimy, zaznaczamy na rysunku łukiem.

Półproste nazywamy **ramionami kąta**, a ich wspólny początek – **wierzchołkiem kąta**.

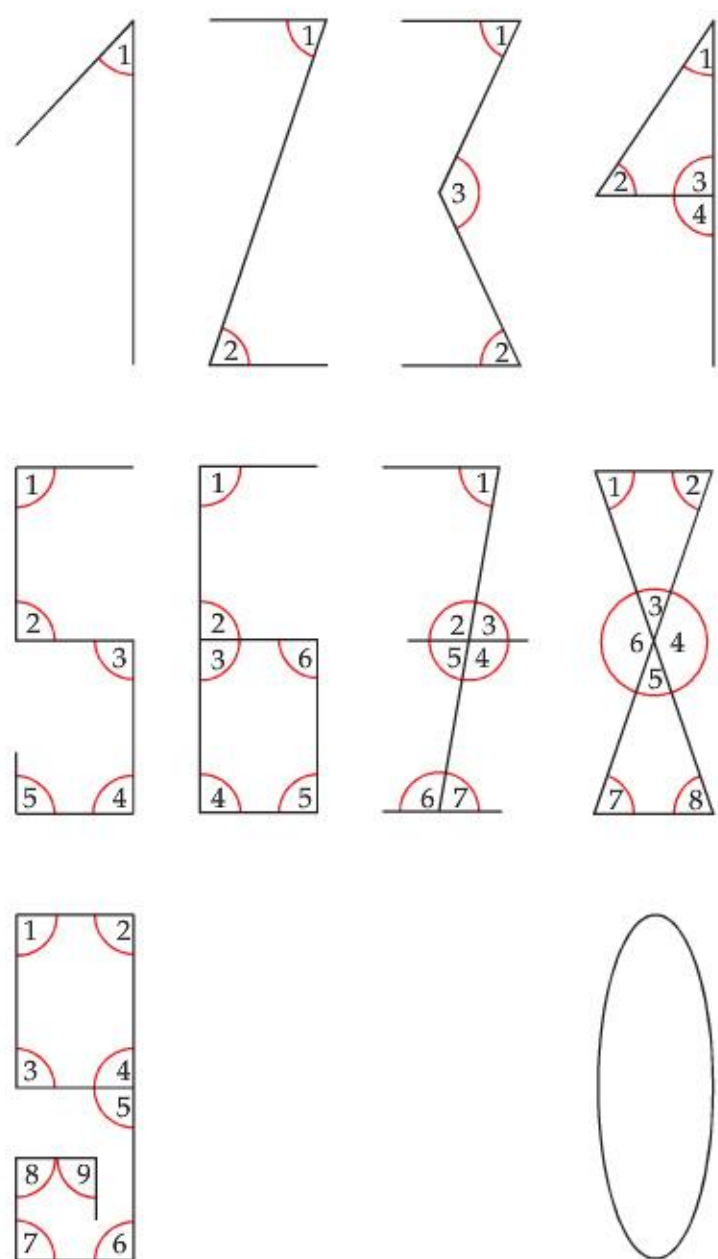
wierzchołek kąta



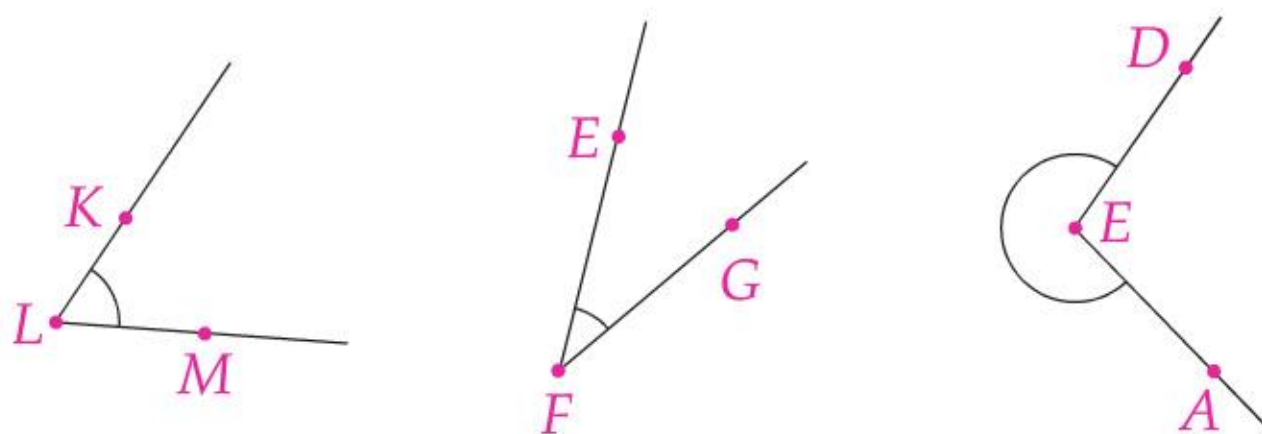
Kąt oznaczamy trzema wielkimi literami. Środkowa litera to nazwa wierzchołka kąta, natomiast pierwsza i ostatnia litera to nazwy punktów na ramionach kąta. Kąt po lewej stronie to kąt EDC lub CDE .



Dlaczego cyfry arabskie wyglądają tak, a nie inaczej? Odpowiedź jest prosta: policz, ile jest kątów, które powstają, gdy narysujesz każdą z nich w taki sposób, jak poniżej.

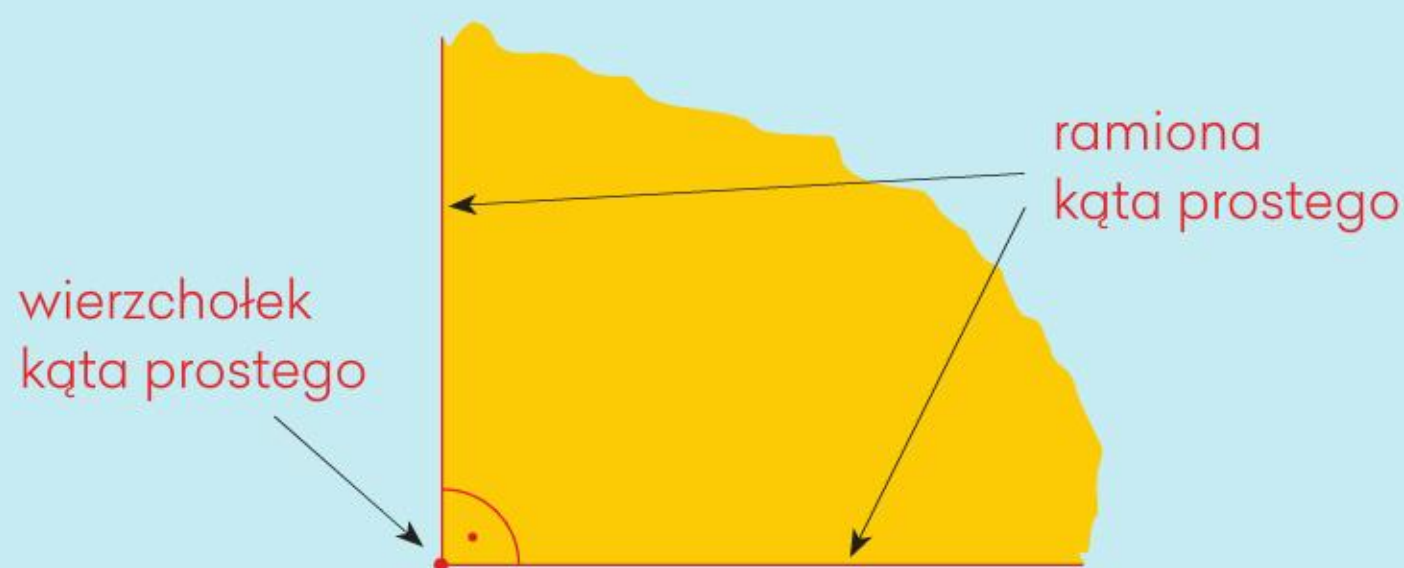


2. Podaj oznaczenia literowe narysowanych kątów.



Jeśli narysujemy dwie proste prostopadłe, to otrzymamy cztery takie same kąty, które nazywamy kątami prostymi. Aby narysować jeden kąt prosty, wystarczy narysować dwie półproste o wspólnym wierzchołku, które są prostopadłe.

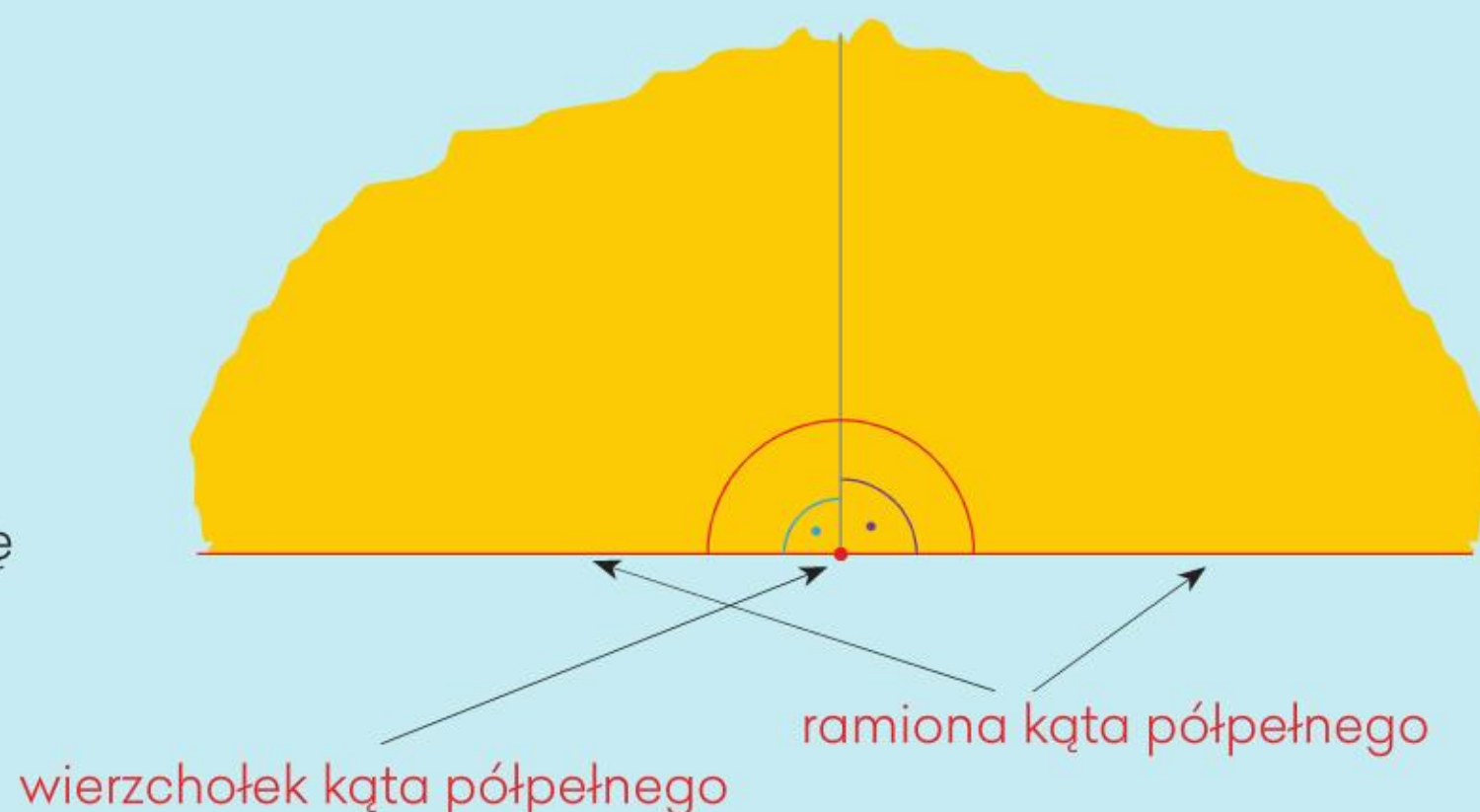
Kąt prosty to kąt utworzony przez półproste prostopadłe. Zaznaczamy go łukiem z kropką, jak na rysunku poniżej.



3. Narysuj w zeszycie kąt prosty.

Kąt półpełny to kąt, który otrzymamy, gdy narysujemy dwa kąty proste o wspólnym wierzchołku i wspólnym ramieniu.

Ramiona kąta półpełnego uzupełniają się do prostej.



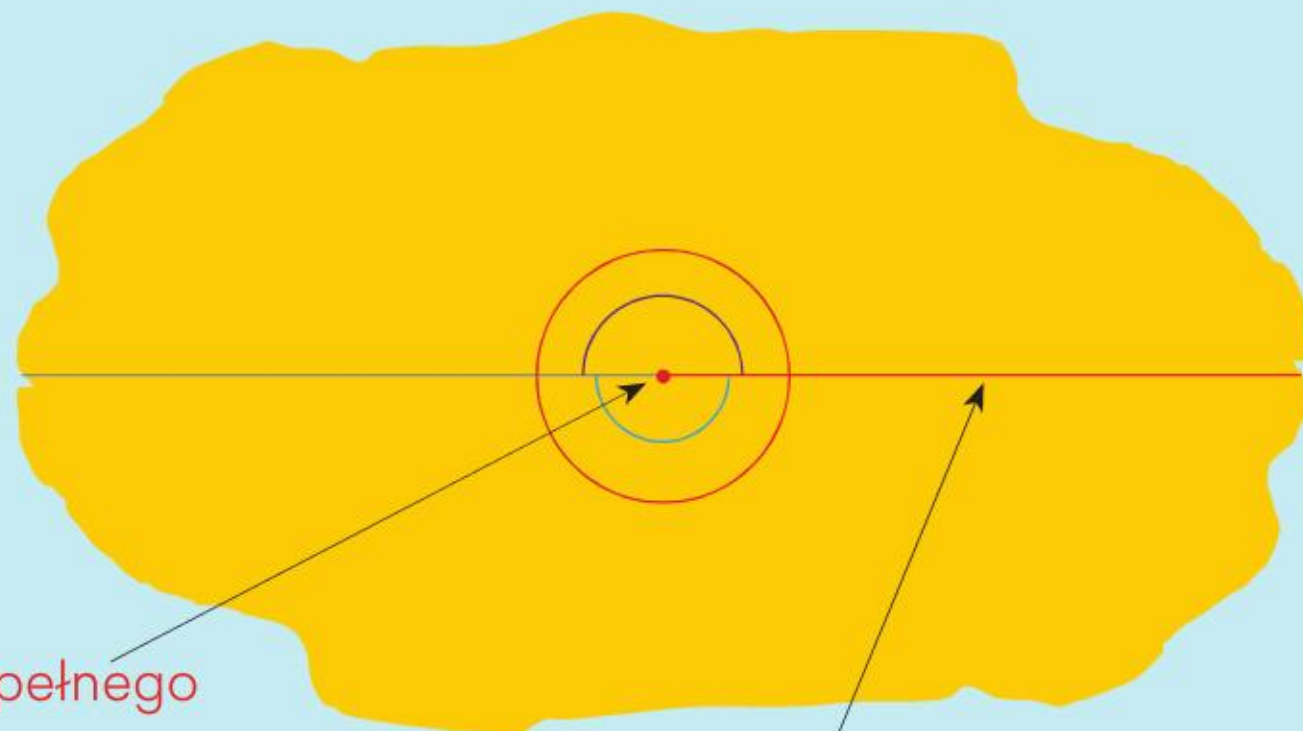
4. Narysuj w zeszycie kąt półpełny.

Kąt pełny to kąt, który otrzymamy, gdy narysujemy dwa kąty półpełne o wspólnym wierzchołku i wspólnych ramionach.

Ramiona kąta pełnego nakładają się na siebie.

wierzchołek kąta pełnego

ramiona kąta pełnego



5. Narysuj w zeszycie kąt pełny.

Kąt zerowy to kąt bez wnętrza, wyznaczony przez dwie półproste, które się na siebie nakładają.

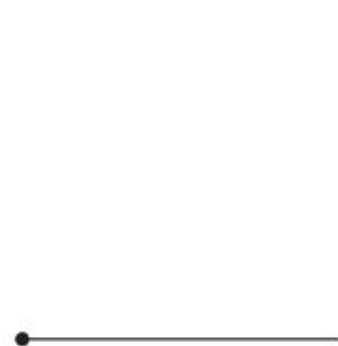
Ramiona kąta zerowego nakładają się na siebie.

wierzchołek
kąta zerowego

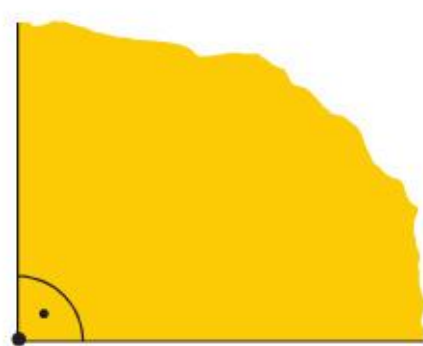
ramiona
kąta zerowego



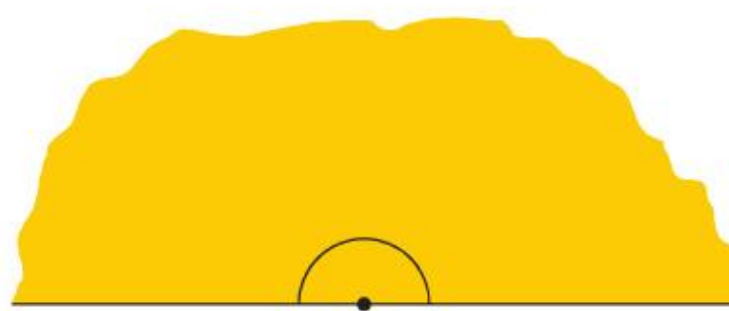
Poznaliśmy do tej pory następujące kąty:



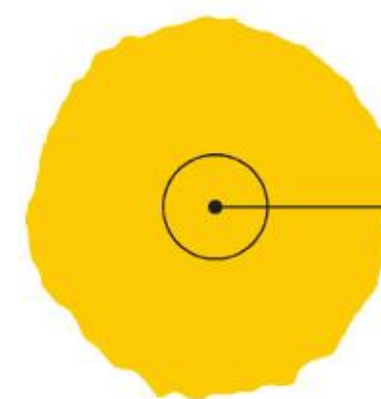
kąt zerowy



kąt prosty



kąt półpełny



kąt pełny

6. Z ilu kątów prostych składa się:

- a) kąt półpełny, b) kąt pełny?

7. Który z poniższych kątów jest kątem prostym?

A.



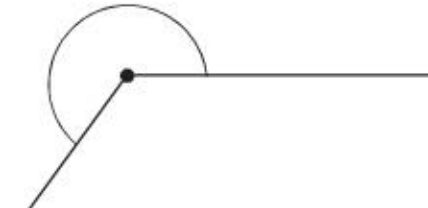
B.



C.

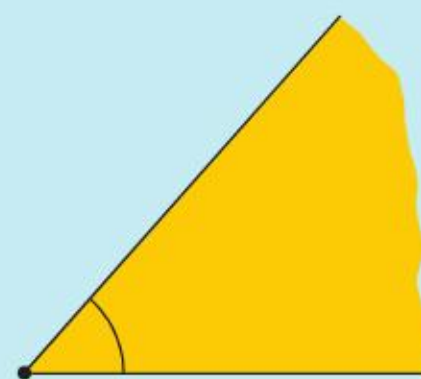


D.

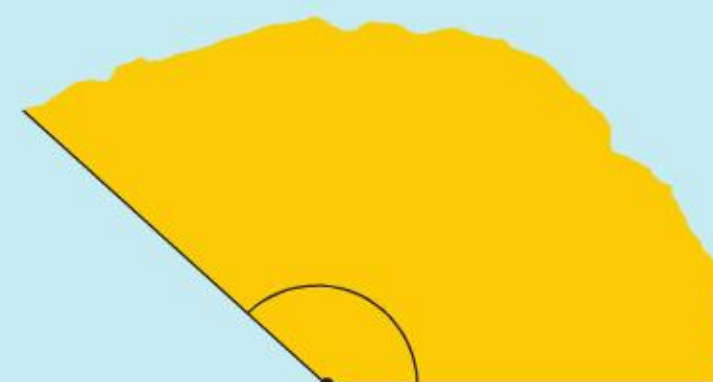


Czy potrafisz nazwać wszystkie narysowane kąty?

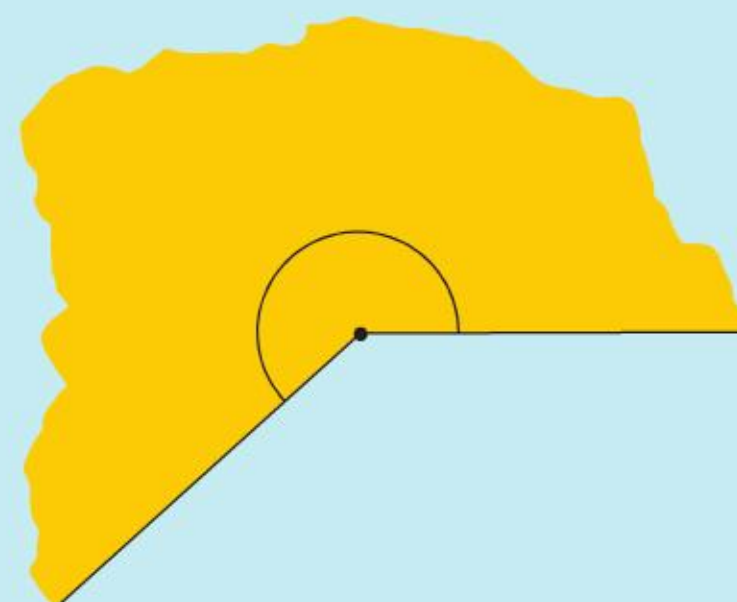
Kąt ostry to kąt, który jest mniejszy od kąta prostego, ale większy od zerowego.



Kąt rozwarty to kąt, który jest większy od kąta prostego, ale mniejszy od półpełnego.



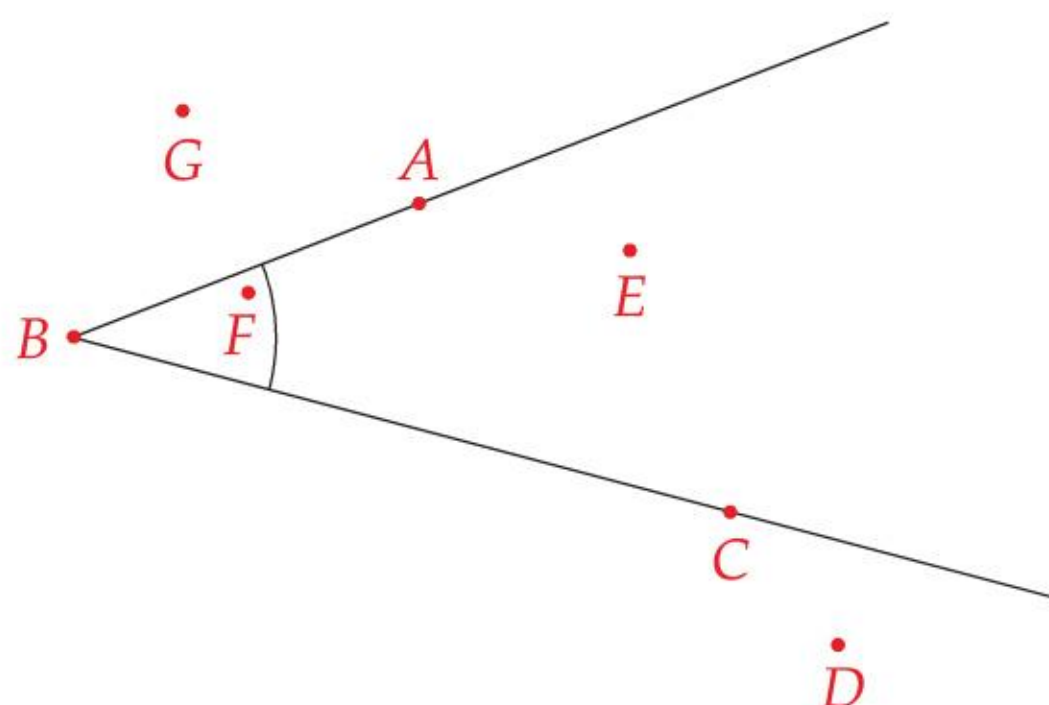
Kąt wklęsły to kąt, który jest większy od kąta półpełnego, ale mniejszy od kąta pełnego.



8. Narysuj po jednym kącie ostrym, prostym, rozwartym i wklęsłym.

Zadania

1 Które punkty należą do kąta ABC ?

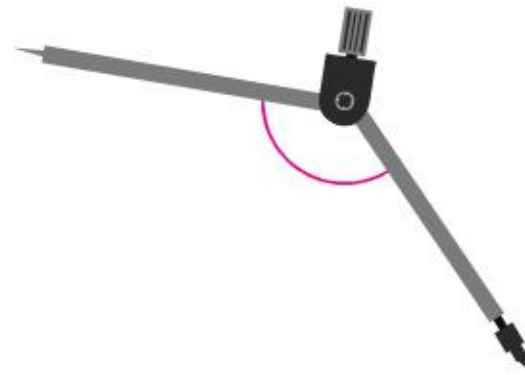


2 Podaj nazwę kąta utworzonego przez ramiona cyrkla.

a)



b)



c)



d)



3 Jaki kąt zakreśli duża wskazówka zegara przez:

a) 15 minut,

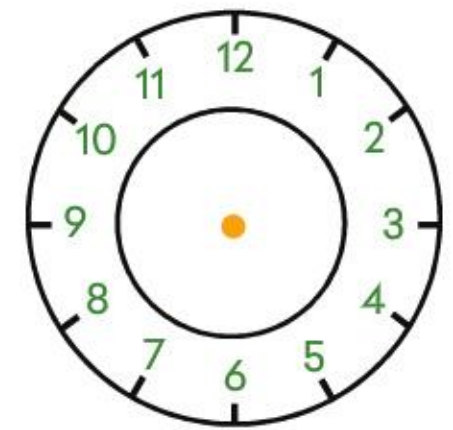
b) pół godziny,

c) godzinę,

d) 20 minut,

e) 5 minut,

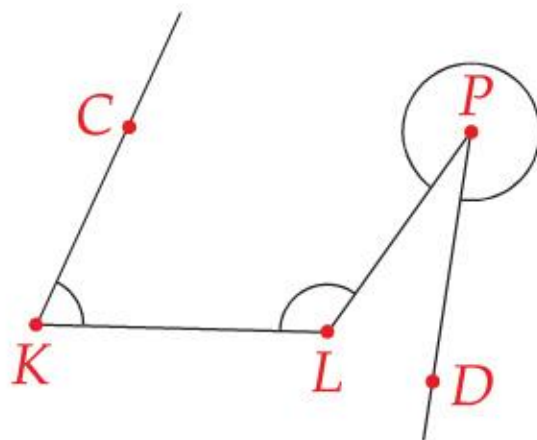
f) 50 minut?



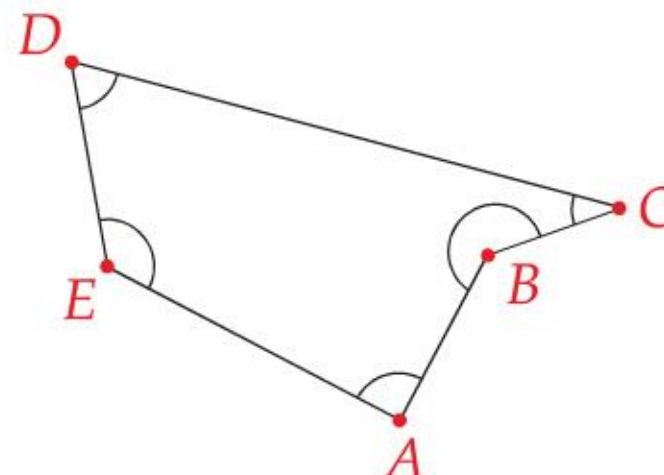
4 Podaj pięć przykładów ze swojego otoczenia, gdzie występuje kąt prosty. Czy wiesz, gdzie jest on wykorzystywany?

5 Podaj oznaczenia literowe kątów pokazanych na rysunku. Zapisz przy każdym z nich, jaki to rodzaj kąta.

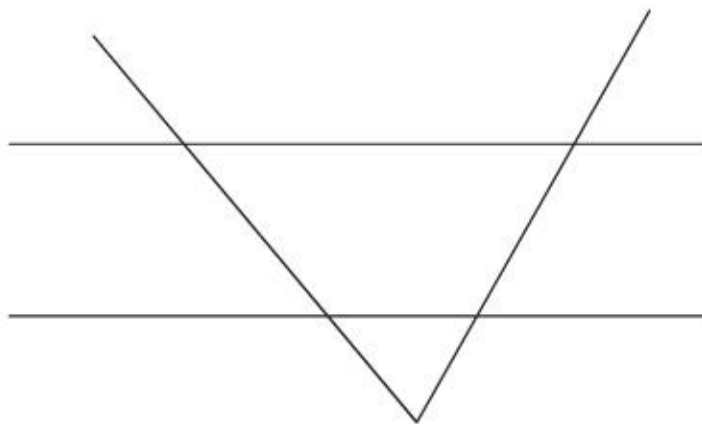
a)



b)



6 Ile kątów ostrych, a ile rozwartych znajduje się na poniższym rysunku?



7 Podaj nazwę kąta, jaki tworzą wskazówki zegara o godzinie:

a) 15.00,

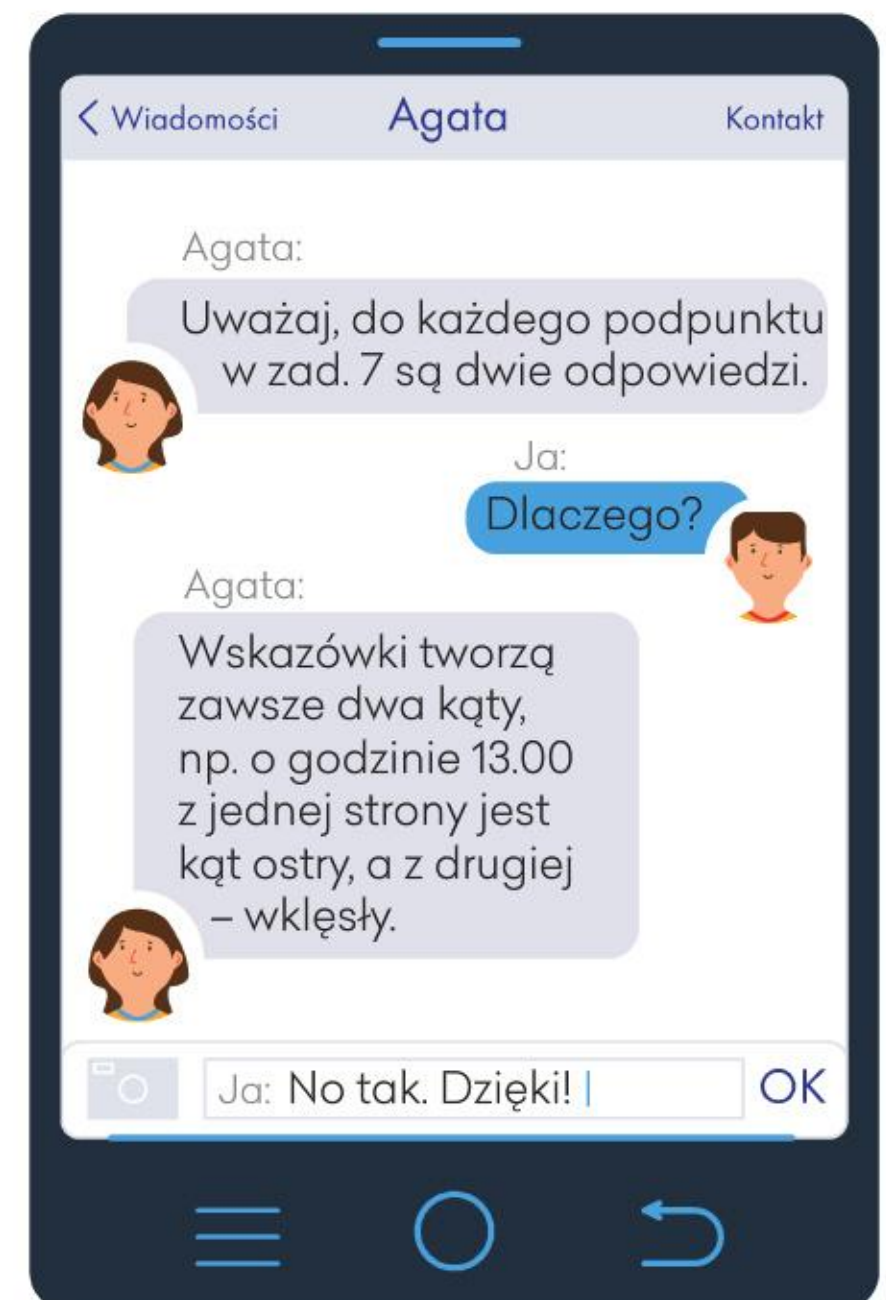
b) 6.00,

c) 12.00,

d) 13.45,

e) 21.00,

f) 8.10.



7.6 Mierzenie kątów

Podjmij temat



Czy wiesz, za pomocą jakiego przyrządu
można mierzyć wielkości kątów w zeszycie?
Czy masz taki przyrząd?

Czy te kąty na pewno są równe?

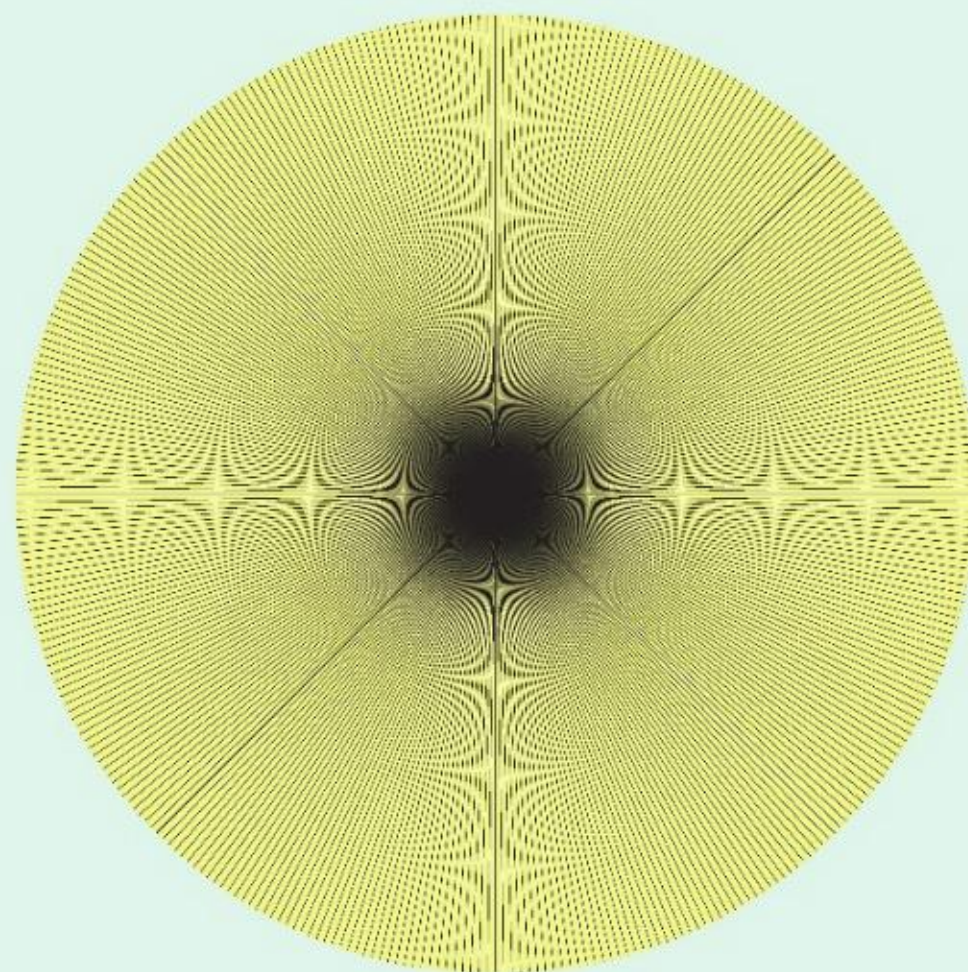
Kąty mierzymy w stopniach, czyli jednostką miary kąta jest **jeden stopień**, który oznaczamy 1° .
Do mierzenia kątów w stopniach służy **kątomierz**.



Więcej na temat

Stopień to jednostka miary kąta, którą zaczęto stosować w starożytnej Babilonii. Powstała z podziału koła na 360 równych części. W kalendarzu babilońskim rok był podzielony na 12 miesięcy po 30 dni – stąd liczba 360. Rysunek obok przedstawia takie koło.

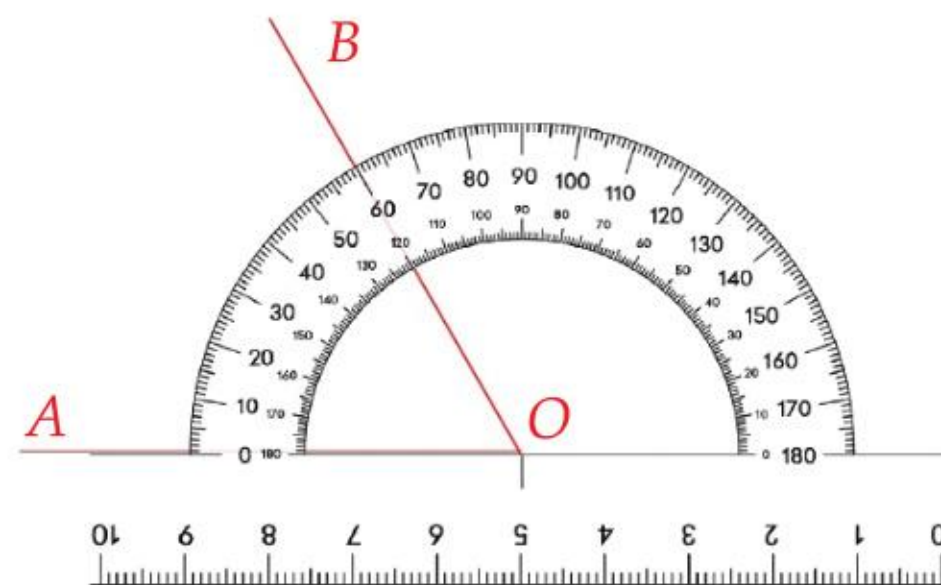
1° jest to kąt wyznaczony przez $\frac{1}{360}$ część koła lub inaczej $\frac{1}{360}$ część kąta pełnego. Kąt pełny ma zatem 360° .



1. Aby na rysunku zobaczyć kąt o mierze 1° , trzeba to koło oglądać w powiększeniu. Poszukaj w internecie takiego rysunku i obejrzyj go w odpowiednim powiększeniu.

Na rysunku obok pokazano, w jaki sposób należy mierzyć kąty.

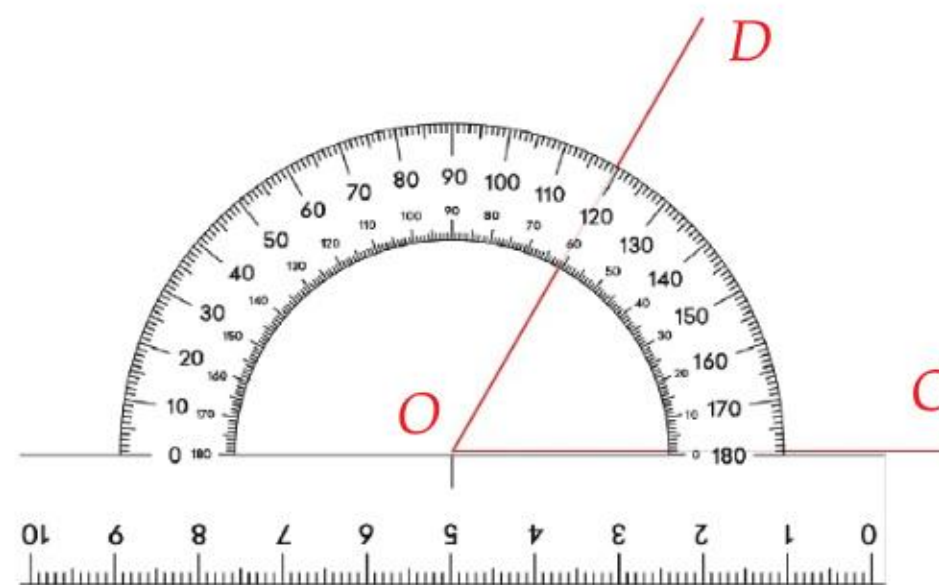
- Przykładamy kątomierz tak, aby wierzchołek kąta znajdował się w środku kątomierza, a jedno ramię wskazywało 0° .
- W miejscu, w którym drugie ramię kąta przecina podziałkę kątomierza, odczytujemy miarę kąta (jeśli drugie ramię na rysunku jest za krótkie, odpowiednio je przedłużamy).



Kąt AOB ma miarę 60° .

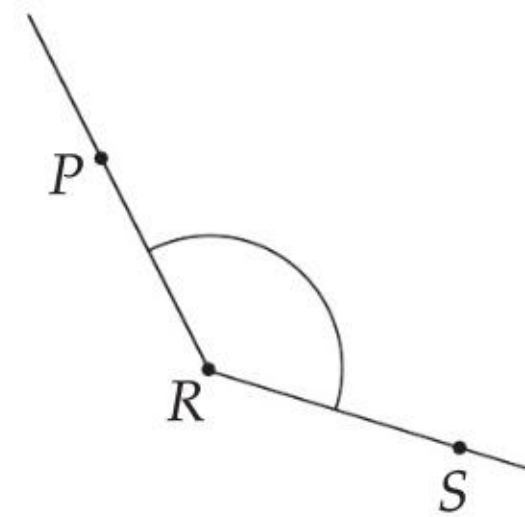
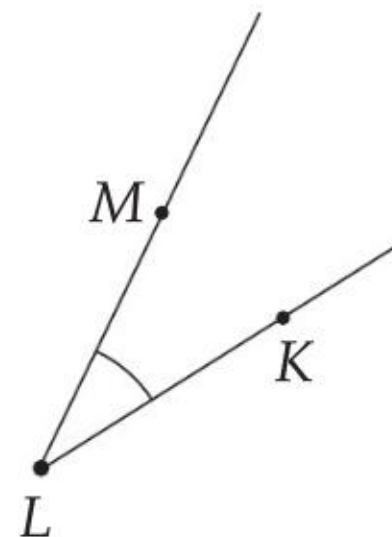
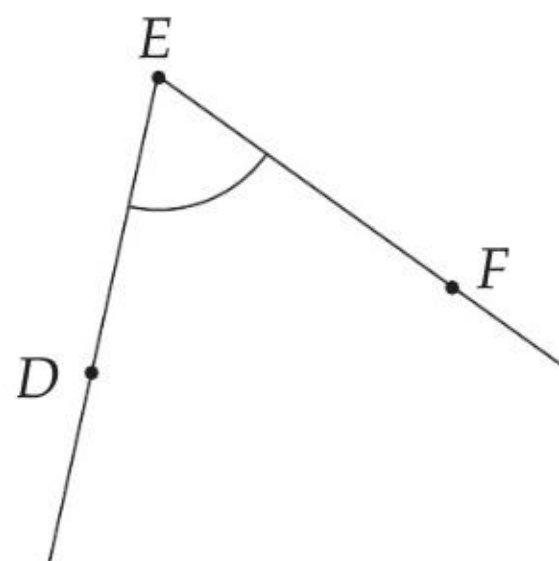
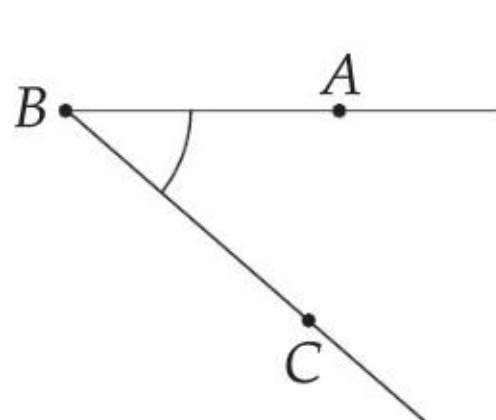


Większość kątomierzy ma dwie podziałki: zewnętrzną i wewnętrzną. Spójrz na rysunki obok. Na górnym rysunku miarę kąta należało odczytać z podziałki zewnętrznej, ponieważ pierwsze ramię kąta wskazywało 0° właśnie na tej podziałce. Na dolnym rysunku ramię wskazuje 0° na podziałce wewnętrznej, dlatego z niej należy odczytać miarę kąta.



Kąt COD również ma miarę 60° .

- Narysuj trzy dowolne kąty: ostry, rozwarty i prosty. Zmierz je.
- Narysuj kąt:
 - prosty,
 - rozwarty,
 - półpełny,
 a następnie podziel go na dwa dowolne kąty. Zmierz każdy z tych kątów.
- Podaj miary poniższych kątów. Odpowiedzi zapisz w zeszycie.



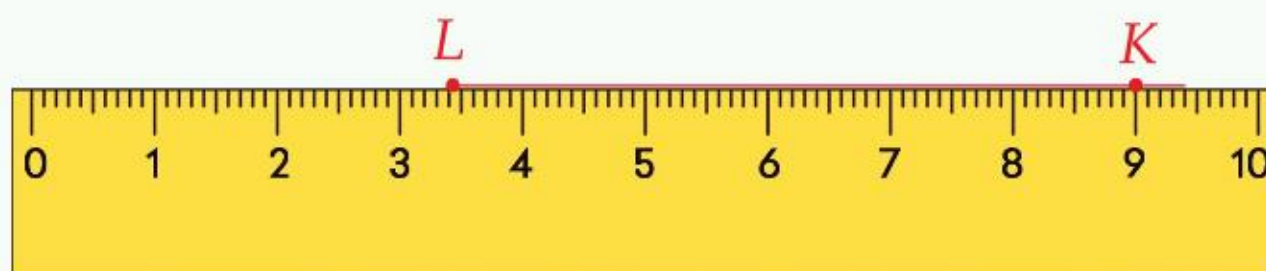
- Ile stopni ma:
 - kąt półpełny,
 - kąt pełny?

Kątomierz służy także do rysowania kątów o podanej mierze.

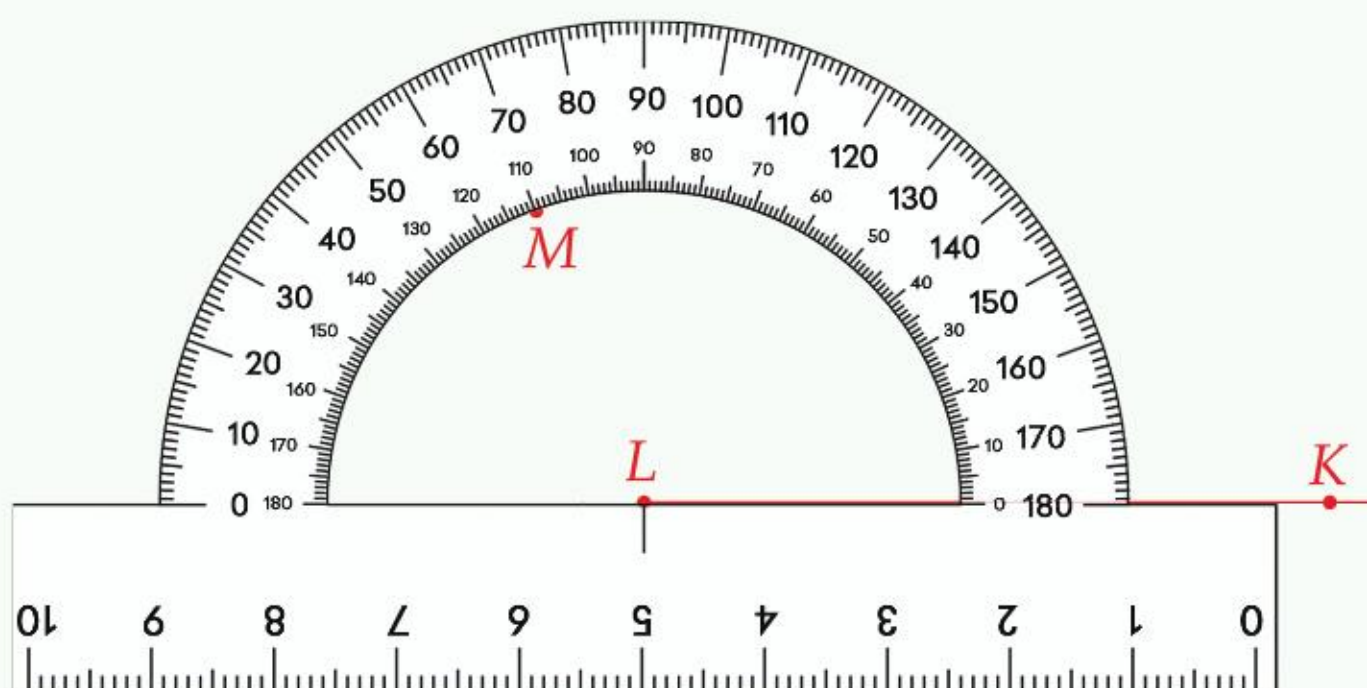
Przykład 1

Narysujmy kąt KLM o mierze 110° .

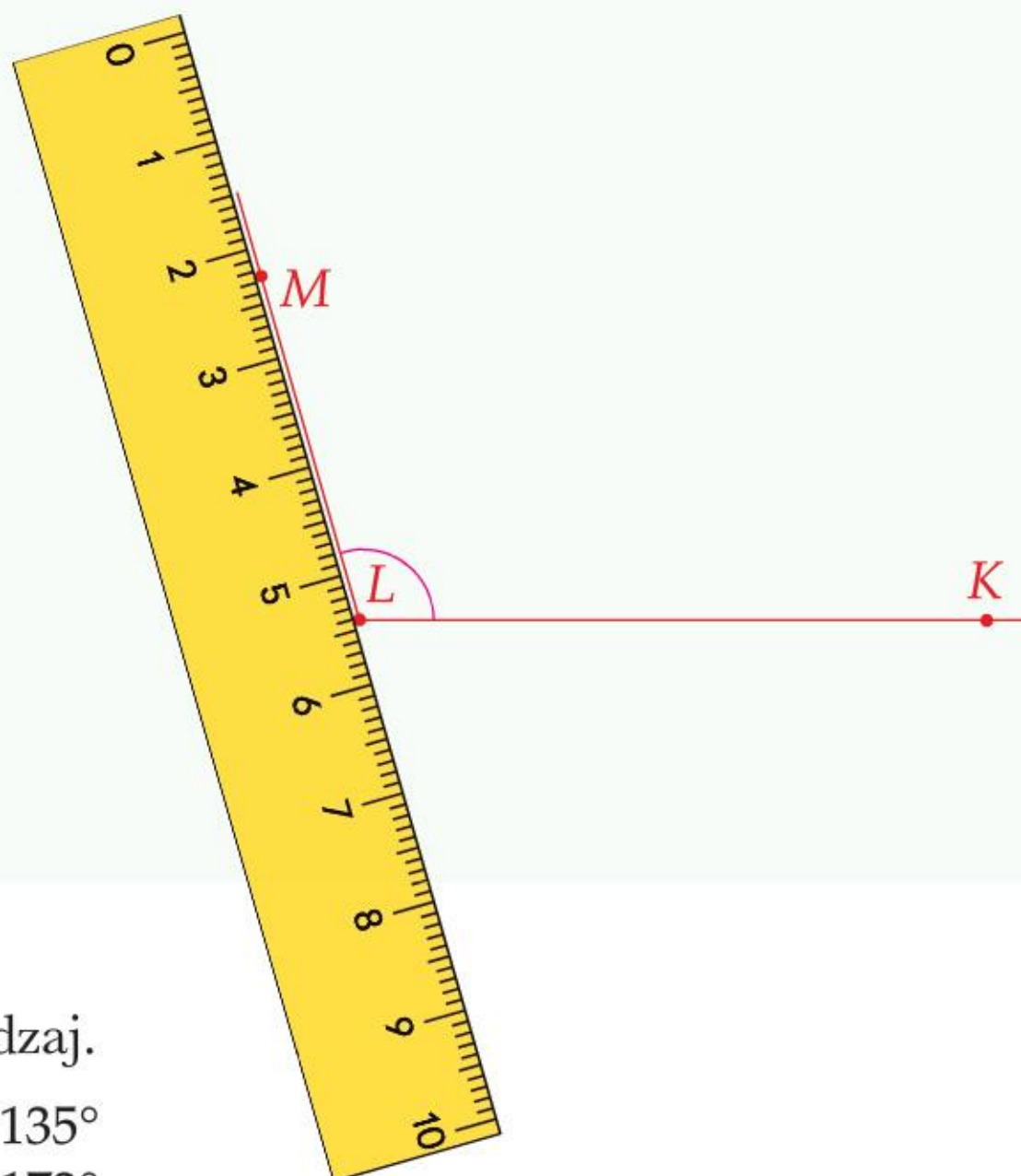
- Rysujemy półprostą LK , czyli pierwsze ramie kąta.



- Przykładamy kątomierz tak, aby punkt L znajdował się w środku kątomierza, a półprosta LK wskazywała 0° . Następnie odczytujemy miarę 110° na kątomierzu i zaznaczamy punkt M .



- Używając linijki, rysujemy półprostą LM i zaznaczamy łuk kąta (możemy też wpisać miarę kąta).



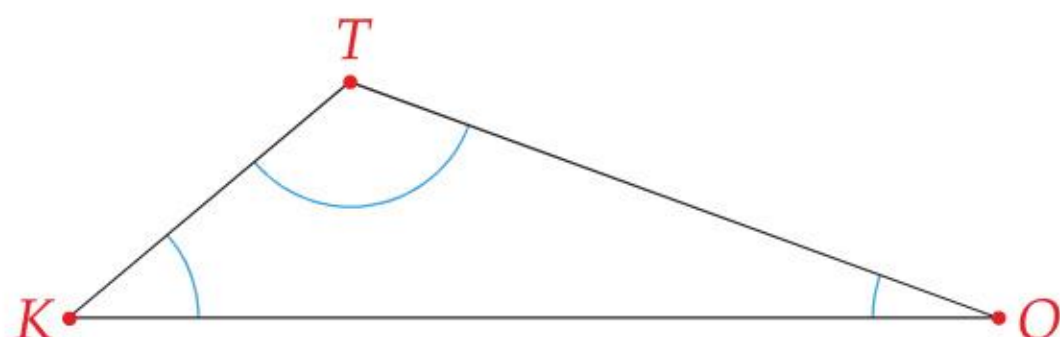
6. Narysuj kąt o podanej mierze i określ jego rodzaj.

- | | | | |
|----------------|----------------|---------------|----------------|
| a) 27° | b) 90° | c) 45° | d) 135° |
| e) 142° | f) 180° | g) 12° | h) 173° |

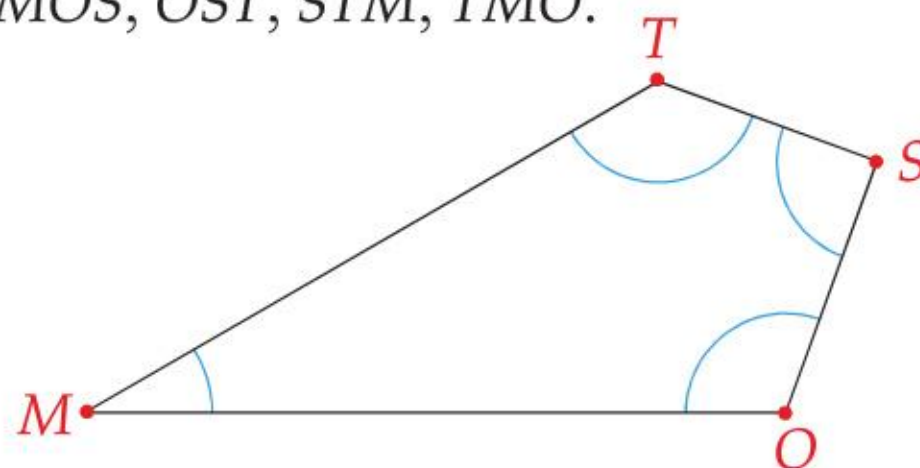
Zadania

1 Zmierz i zapisz miary kątów:

a) KOT , KTO , TKO ,



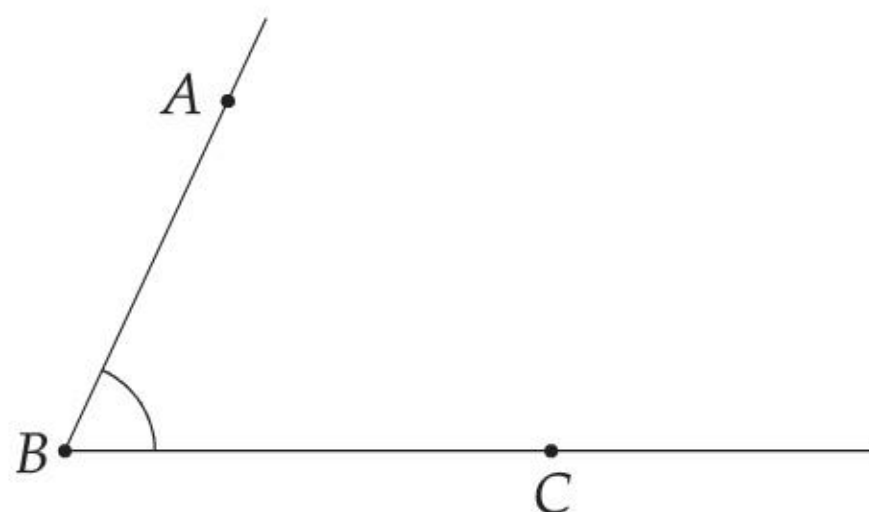
b) MOS , OST , STM , TMO .



2 Zmierz kąt ABC . Następnie narysuj w zeszycie:

- kąt DEF o 20° mniejszy od kąta ABC ,
- kąt GHI o 35° większy od kąta ABC ,
- kąt KLM 5 razy mniejszy od kąta ABC ,
- kąt NOP 2 razy większy od kąta ABC .

Przy każdym z narysowanych kątów zapisz, ile ma on stopni i jaki to rodzaj kąta.



3 Narysuj kąt:

- mniejszy o 60° od kąta prostego,
- mniejszy o 35° od kąta półpełnego,
- większy o 12° od kąta zerowego,
- mniejszy o 180° od kąta pełnego.

4 O ile stopni obraca się duża wskazówka zegara w ciągu:

- 15 minut,
- 5 minut,
- 0,5 godziny,
- 20 minut,
- 1 minuty,
- 1 godziny?

5 Przyjmijmy, że jest godzina 12.00. Jaką godzinę pokaże zegar po obrocie dużej wskazówki o kąt:

- 180° ,
- 30° ,
- 60° ,
- 6° ,
- 150° ?

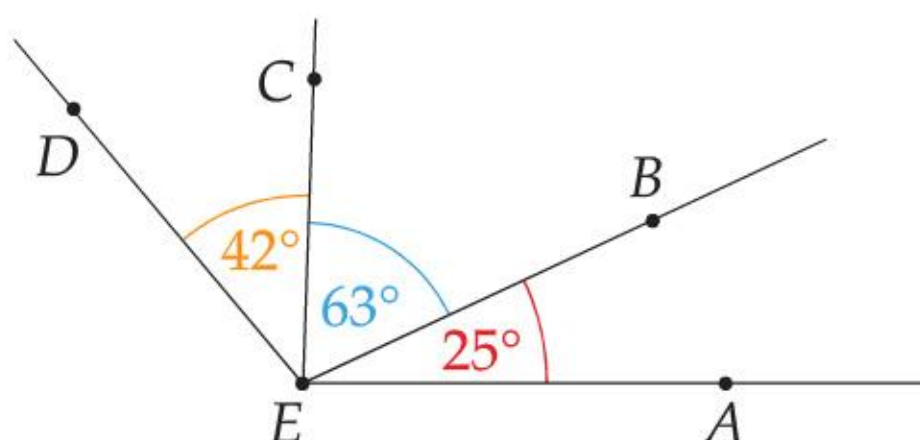
6 Narysuj dwie proste, które przecinają się w punkcie A . Ile kątów jest na twoim rysunku? Zmierz je.

7 Kąt 3 razy mniejszy od kąta pełnego ma miarę

- A. 90° B. 100° C. 120° D. 180°

8 Kąt BED ma miarę

- A. 63° B. 88°
C. 130° D. 105°

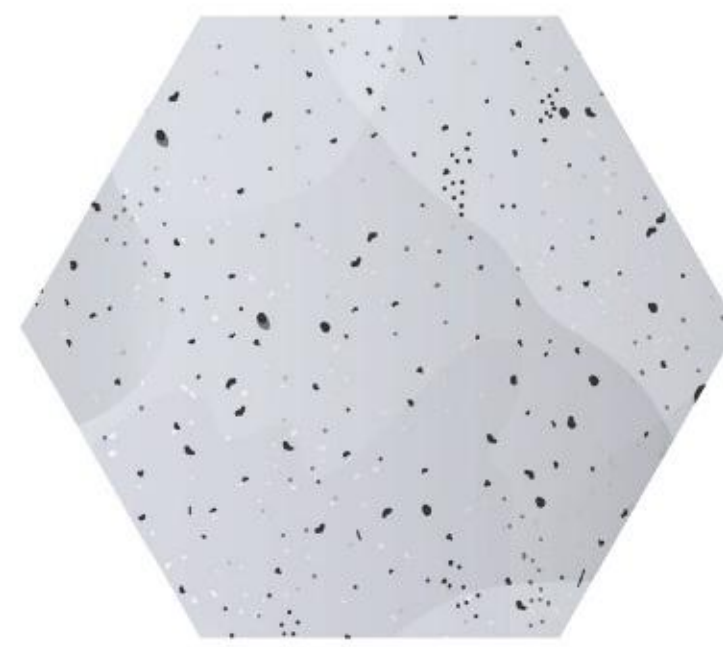


7.7 Wielokąty i ich rodzaje

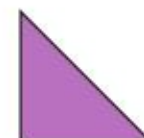
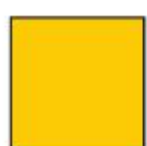
Podejmij temat



podłoga nr 1



podłoga nr 2



Jak sądzisz, których płytek użyje glazurnik, aby ułożyć podłogi o takich kształtach, jak pokazano na rysunku? Narysuj w zeszycie prostokątną podłogę i „ułóż” na niej płytki zaprojektowane przez siebie. Możesz wykorzystać różne kolory i kształty. Jakie kształty wybierzesz? Czy potrafisz nazwać te figury?

1. Narysuj łamaną zamkniętą złożoną z dowolnej liczby odcinków. Zamaluj obszar ograniczony tą łamaną. Porównaj swój rysunek z rysunkiem innego ucznia.

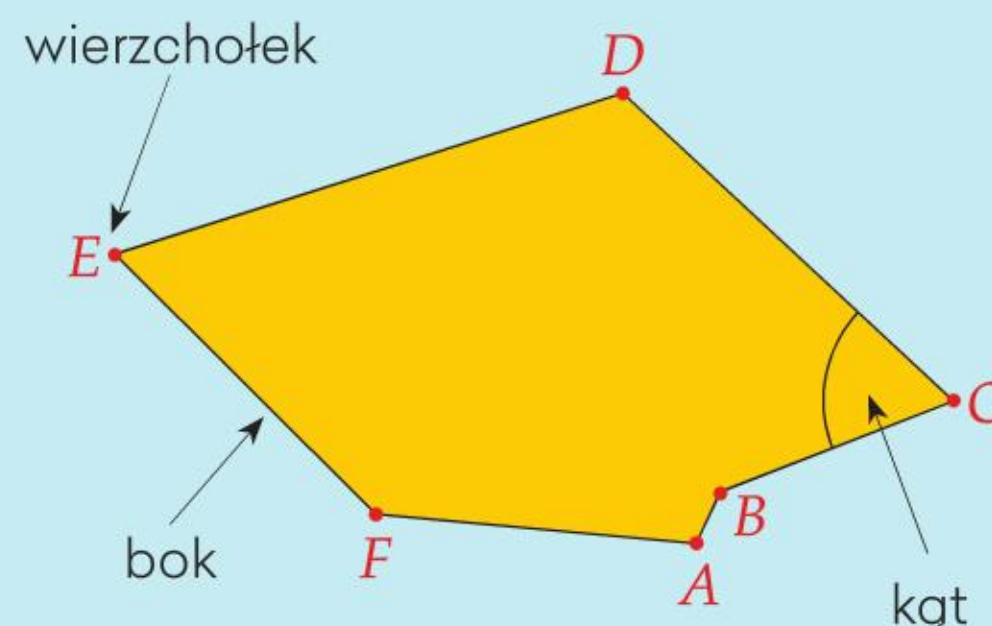
Wszystkie figury narysowane przez was w ćwiczeniu 1 to wielokąty.

Figura narysowana obok to **wielokąt** $ABCDEF$.

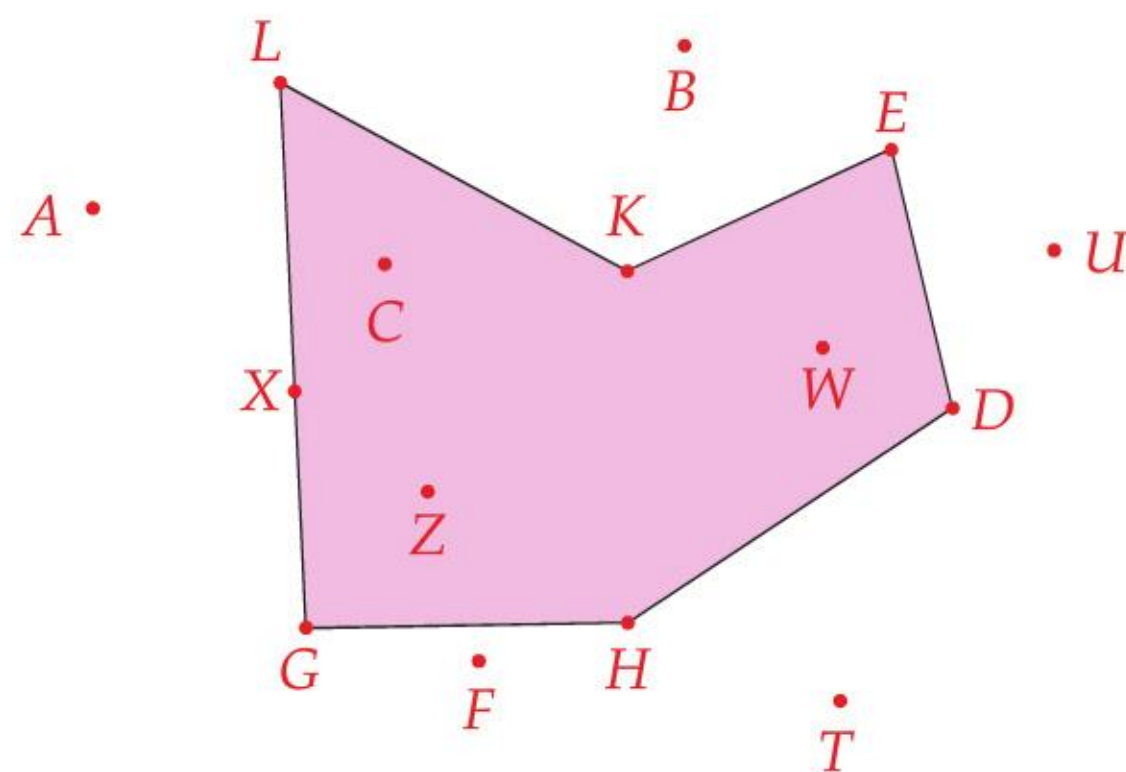
Punkty: A, B, C, D, E, F , to **wierzchołki** wielokąta.

Odcinki: AB, BC, CD, DE, EF, FA , to **boki** wielokąta.

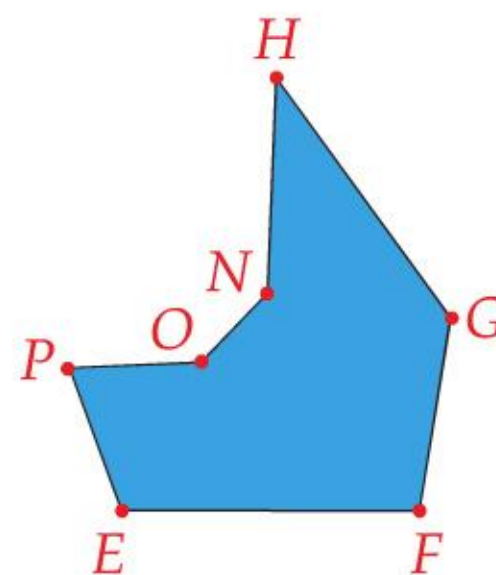
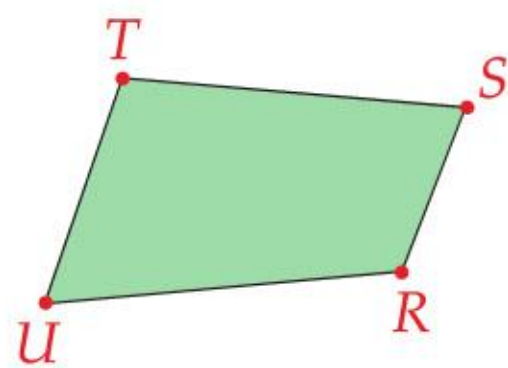
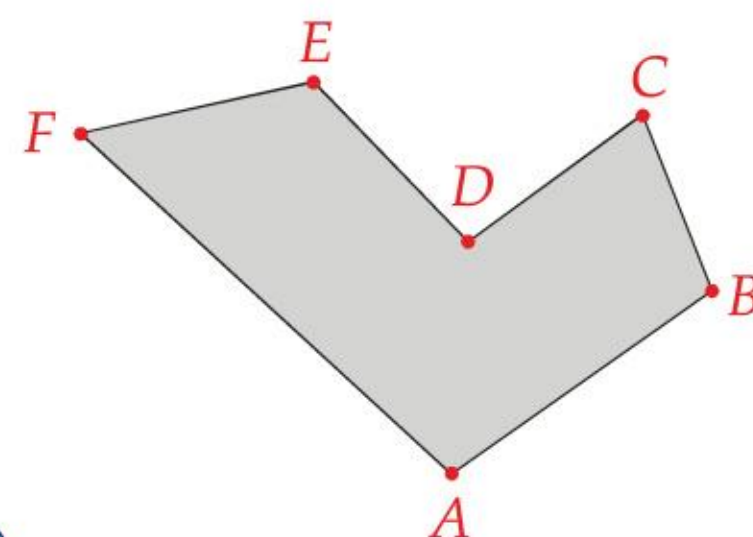
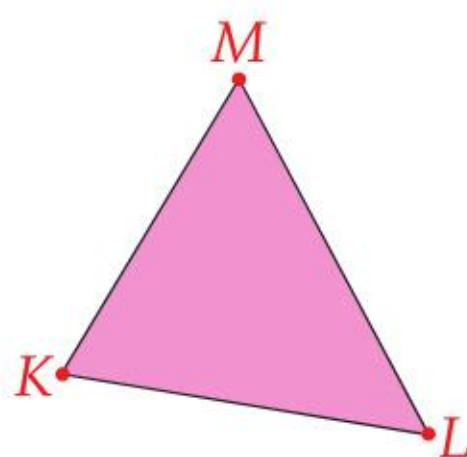
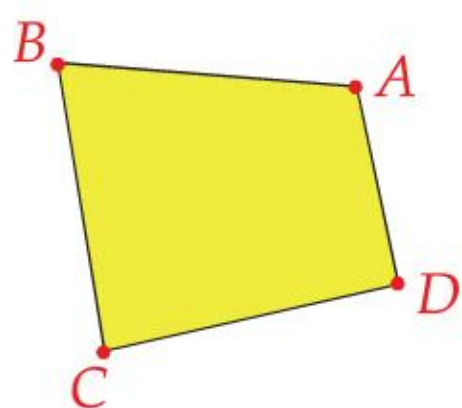
Kąty: $ABC, BCD, CDE, DEF, EFA, FAB$, to **kąty** (wewnętrzne) wielokąta.



2. Które punkty należą do wielokąta $GHDEKL$?



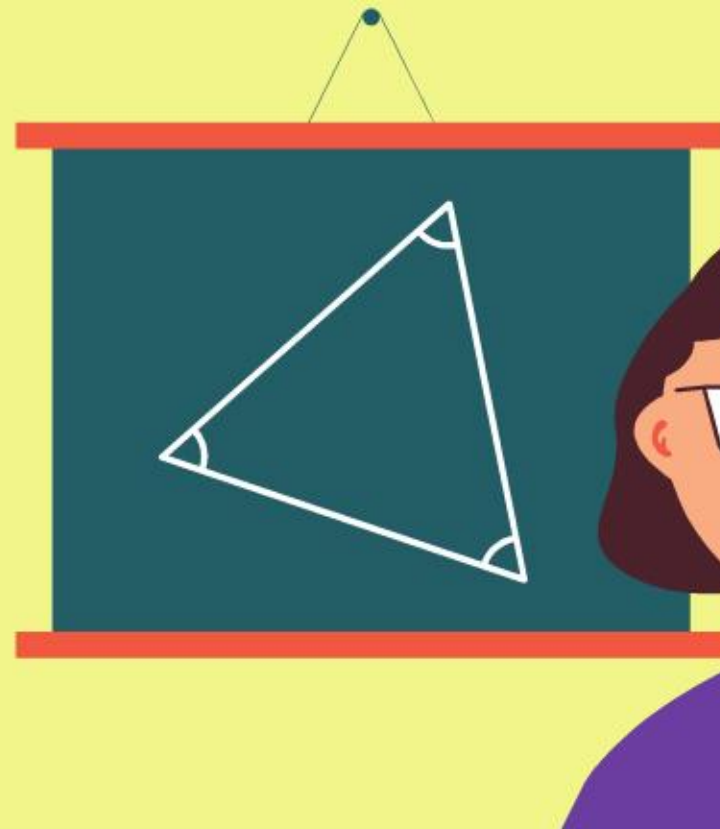
3. Policz, ile boków, ile wierzchołków oraz ile kątów ma każdy wielokąt. Co można zauważyć?



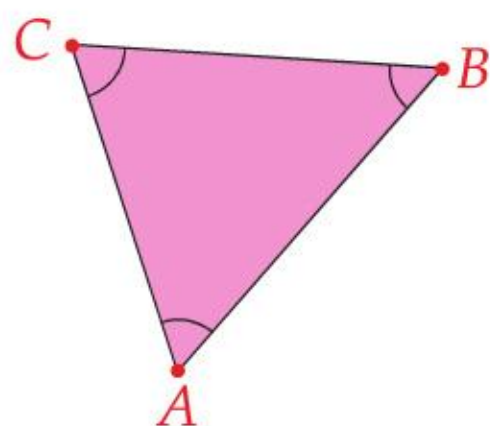
Dla danego wielokąta liczba boków, liczba wierzchołków i liczba kątów jest taka sama.

4. Odpowiedz na pytania.

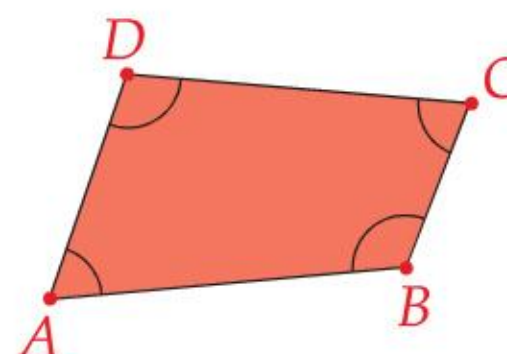
- Ile kątów ma wielokąt zbudowany z 4 odcinków?
- Ile boków ma wielokąt, który ma tylko 3 kąty?
- Ile kątów ma wielokąt, który ma 10 wierzchołków?
- Ile boków ma wielokąt o 12 wierzchołkach?



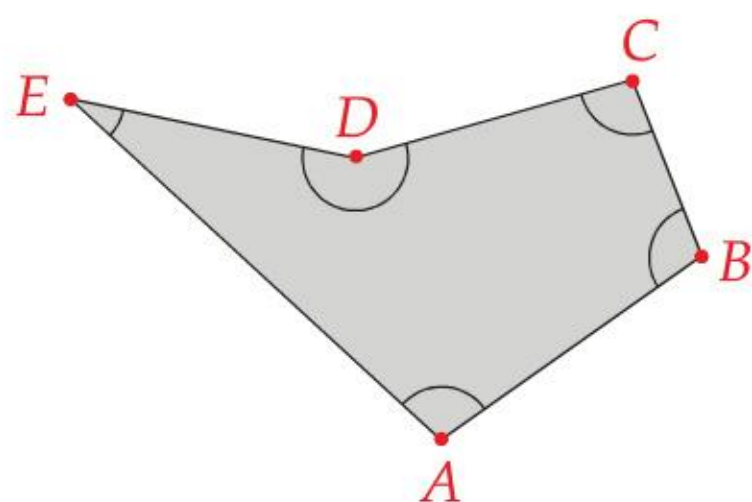
Aby podać nazwę wielokąta, wystarczy policzyć, ile ma kątów.



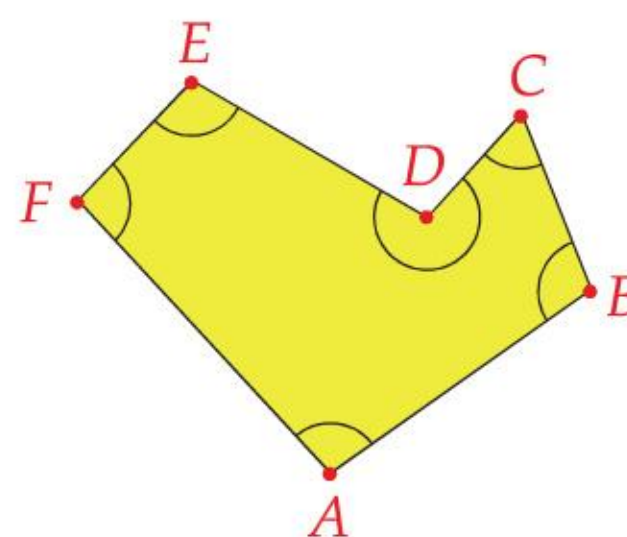
Ten wielokąt ma **trzy** kąty, więc jest to **trójkąt**.



Ten wielokąt ma **cztery** kąty, więc jest to **czworokąt**.



Ten wielokąt ma **pięć** kątów, więc jest to **pięciokąt**.



Ten wielokąt ma **sześć** kątów, więc jest to **sześciokąt**.

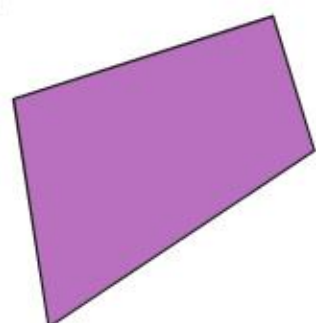
5. Jak się nazywa wielokąt:

- a) o siedmiu kątach,
- c) o dziewięciu bokach,

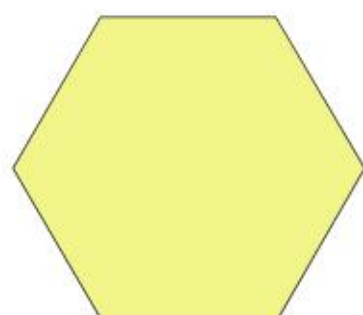
- b) o jedenastu kątach,
- d) o dwunastu wierzchołkach?

6. Podaj nazwę wielokąta.

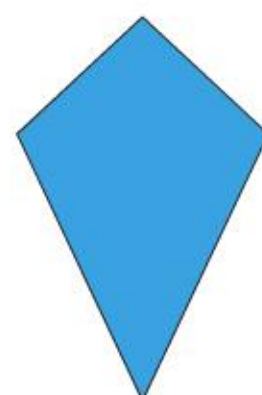
a)



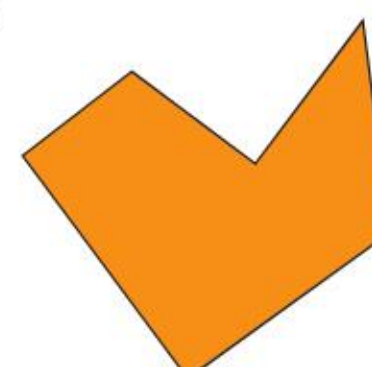
b)



c)



d)



Zadania

- 1 Narysuj dowolny sześciokąt i oznacz literami jego wierzchołki. Zapisz oznaczenia literowe jego boków i kątów.
- 2 Narysuj pięciokąt, którego dwa boki są do siebie prostopadłe.
- 3 Narysuj czworokąt, którego dwa boki są do siebie równoległe.
- 4 Narysuj wielokąt, który ma dwa kąty proste, dwa rozwarte i jeden ostry.
- 5 Oceń prawdziwość każdego z podanych zdań i przepisuj do zeszytu zdania prawdziwe.
 - Bok wielokąta jest odcinkiem.
 - Wszystkie kąty każdego trójkąta są ostre.
 - Każdy czworokąt ma wszystkie boki równej długości.
 - Wierzchołek wielokąta jest punktem.
 - Dziesięciokąt ma dziesięć boków.
 - Łamaną zamkniętą można nazwać wielokątem.
 - Istnieje wielokąt, który ma tylko dwa kąty.
 - Kąt wielokąta może być kątem wklęsłym.
- 6 Narysuj wielokąt o trzech bokach równoległych.
- 7 Narysuj czworokąt, którego wszystkie boki są równej długości i który nie ma kątów prostych.
- 8 Narysuj czworokąt, który ma dwa boki równe i równoległe, a jeden z jego kątów jest prosty. Co możesz powiedzieć o bokach i kątach tej figury?
- 9 Narysuj ośmiokąt o sześciu kątach prostych.



7.8 Prostokąt i kwadrat

Podejmij temat

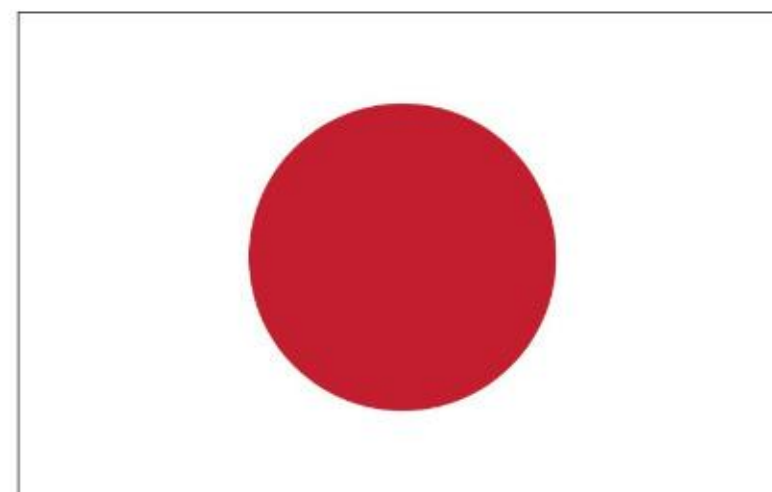
Flagi większości państw mają kształt taki jak flaga Polski.



Flaga Polski



Flaga Szwecji



Flaga Japonii

Ciekawe!

Jedynym państwem na świecie, którego flaga nie ma kształtu czworokąta, jest Nepal.

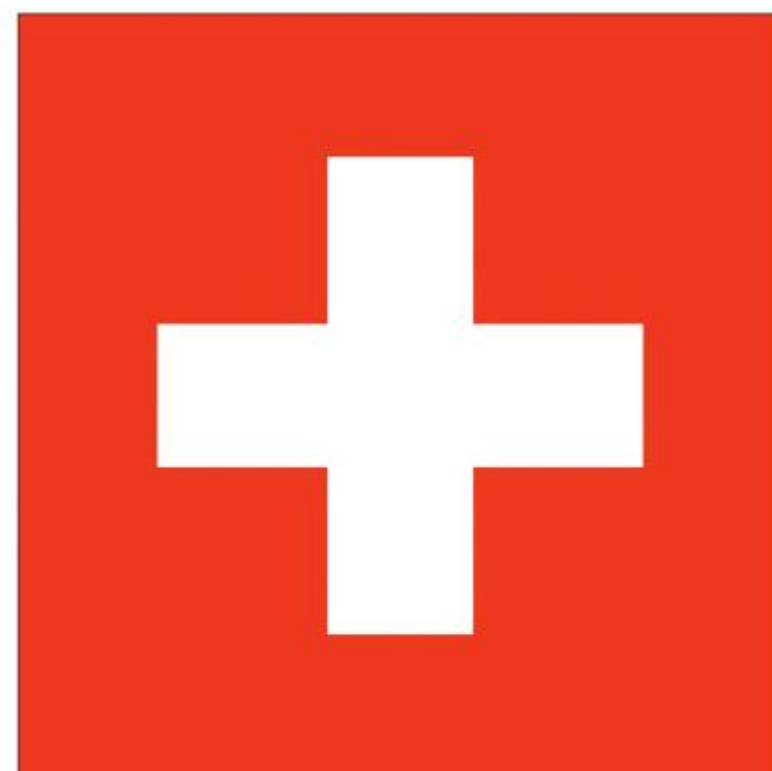


Flaga Nepalu

Tylko dwa państwa na świecie mają flagi czworokątne, ale innego kształtu.



Flaga Watykanu



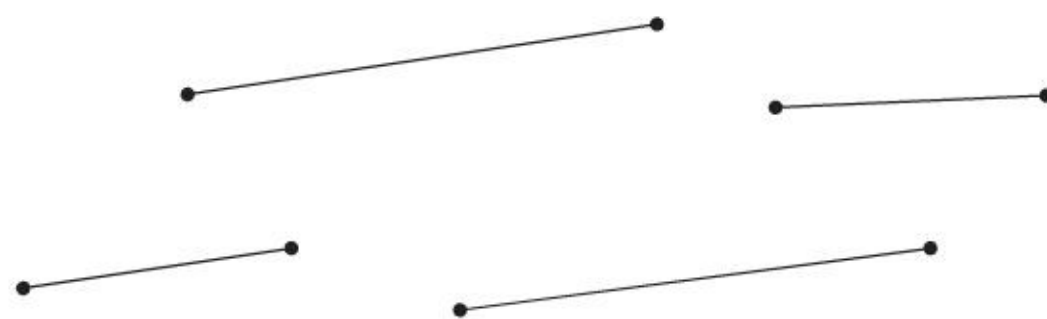
Flaga Szwajcarii



Spójrz na kształt flagi Watykanu i Szwajcarii. Czy potrafisz nazwać kształty tych flag? A jaki kształt mają niebieskie elementy na fladze Szwecji?

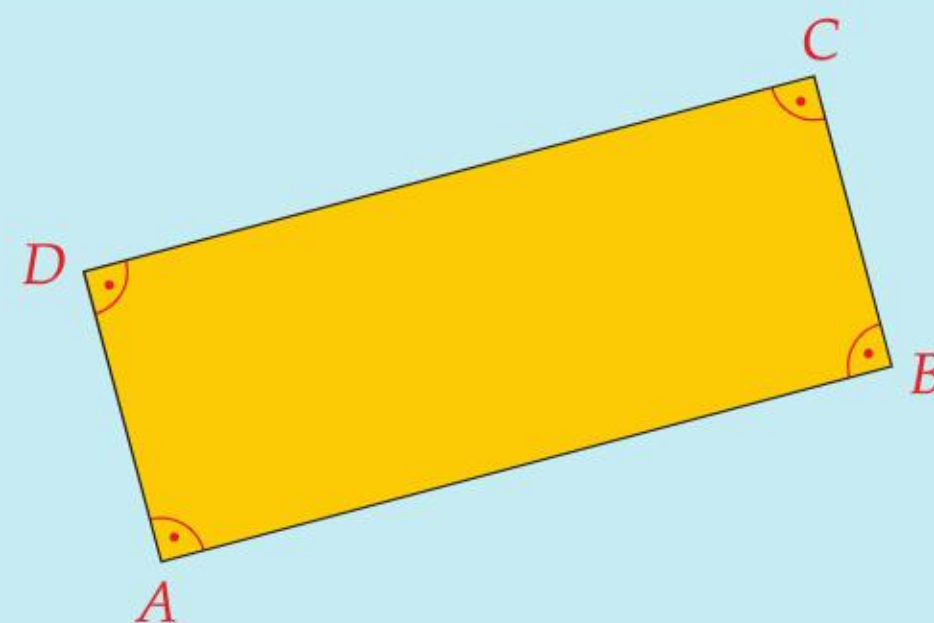
Narysuj w zeszycie flagę Polski tak, aby jej dłuższy bok miał 4 cm, a krótszy 2,5 cm.

1. Zmierz odcinki narysowane obok. Co można powiedzieć o ich długościach? Narysuj czworokąt złożony z tych odcinków, tak aby każdy kolejny bok czworokąta był prostopadły do poprzedniego. W jakiej kolejności należy rysować odcinki, aby udało się narysować taki czworokąt?

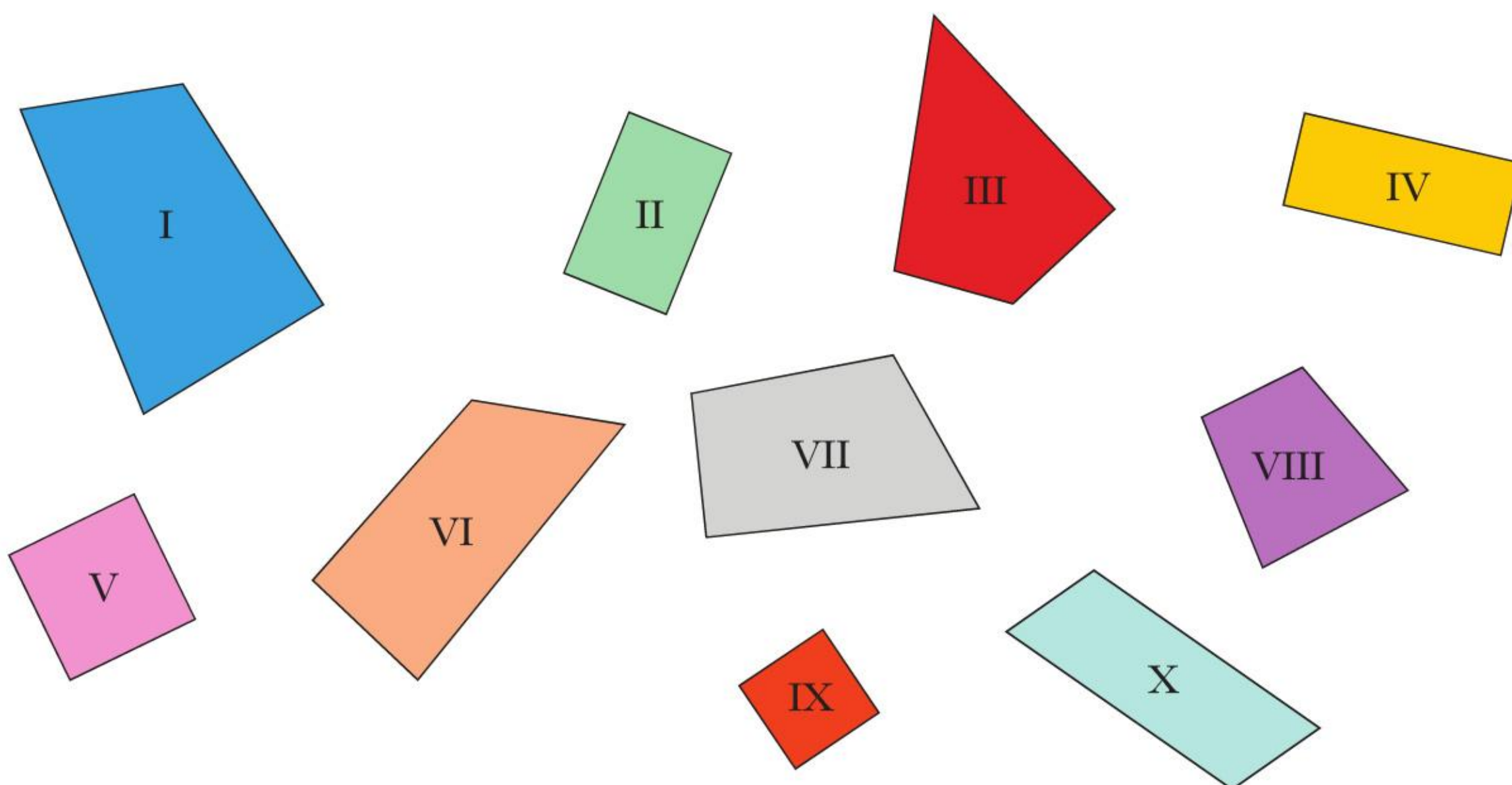


Czworokąt narysowany przez ciebie w powyższym ćwiczeniu to prostokąt. W prostokącie każdy bok jest prostopadły do sąsiedniego.

Prostokąt to czworokąt, którego wszystkie kąty są proste.



2. Które z poniższych czworokątów są prostokątami?

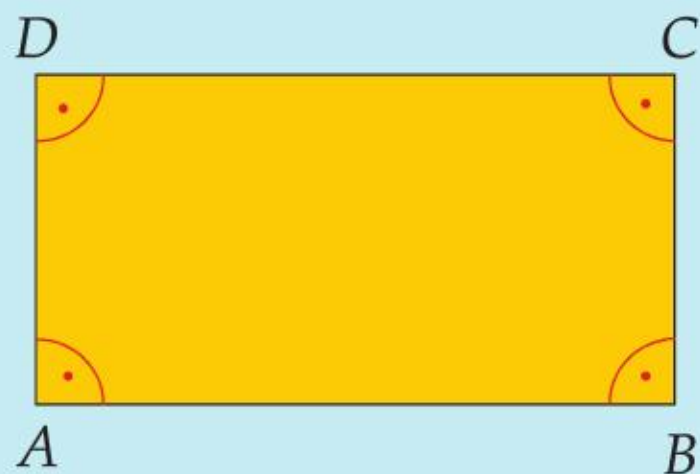


Wokół nas jest wiele przedmiotów, które mają kształt prostokąta, np. obrazy, fronty szafek, szuflad.

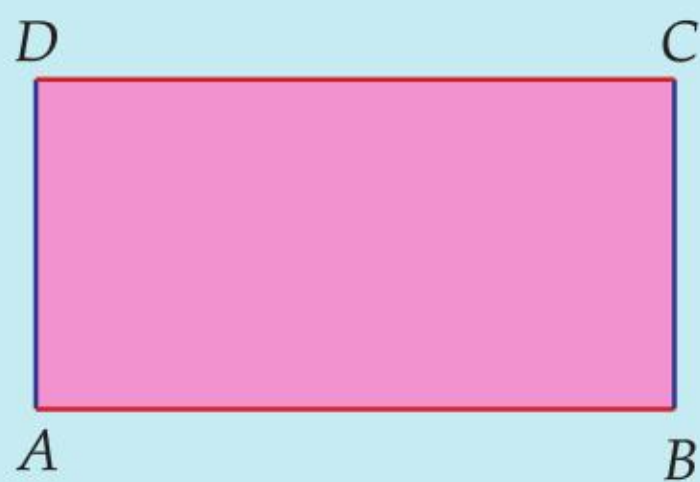


3. Wymień kilka przedmiotów w kształcie prostokąta występujących w twoim otoczeniu.

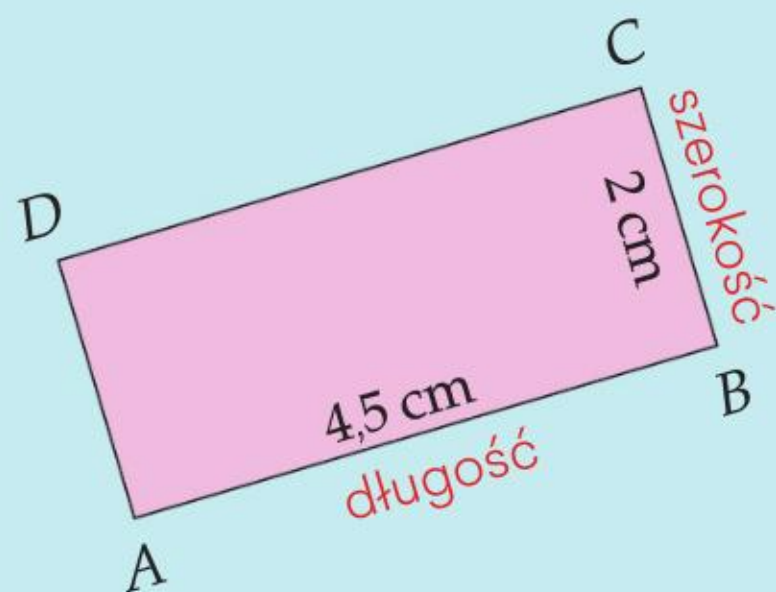
Własności prostokąta



Prostokąt ma cztery kąty proste.



Przeciwległe boki prostokąta są równoległe i mają tę samą długość.



Wymiary prostokąta to długości jego dwóch sąsiednich boków. Jeden z nich nazywamy **długością**, a drugi – **szerokością** prostokąta.

O takim prostokącie jak np. narysowany obok mówimy: prostokąt o wymiarach $2\text{ cm} \times 4,5\text{ cm}$ (symbol $\times$ czytamy: na).

4. Narysuj w zeszycie prostokąt o wymiarach $3\text{ cm} \times 5\text{ cm}$. Czerwonym kolorem zaznacz jedną parę boków równoległych, a niebieskim – drugą.
5. Wykonaj polecenia.
 - Przerysuj prostokąty, które widać na poniższych rysunkach.
 - Oznacz ich wierzchołki.
 - Zapisz długości ich boków.
 - Zaznacz ich kąty proste.



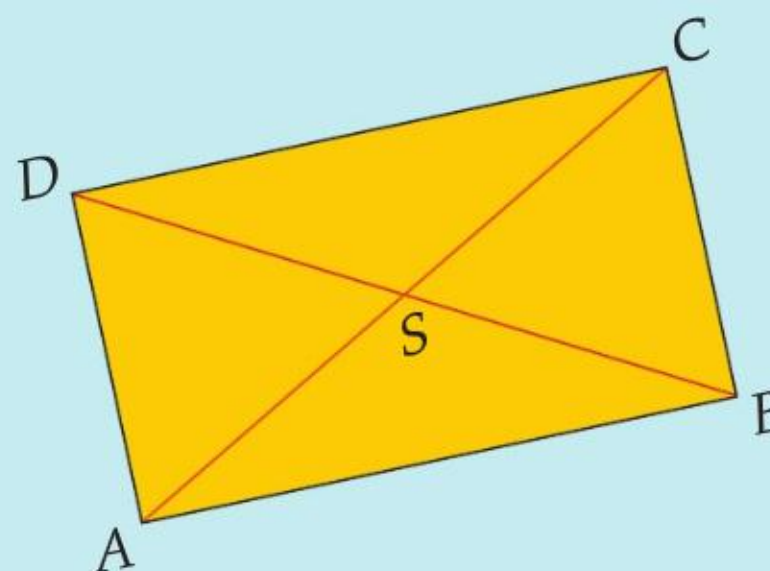
6. Narysuj w zeszycie dowolny prostokąt $ABCD$, a następnie połącz wierzchołki: A z C oraz B z D . Zmierz otrzymane odcinki i porównaj ich długości. Co zauważasz?

Odcinki narysowane przez ciebie w ćwiczeniu 6 nazywamy **przekątnymi**.

Przekątne prostokąta są równej długości i przecinają się w połowie.

$$|AC| = |BD|,$$

$$|AS| = |SC| \text{ i } |BS| = |SD|$$

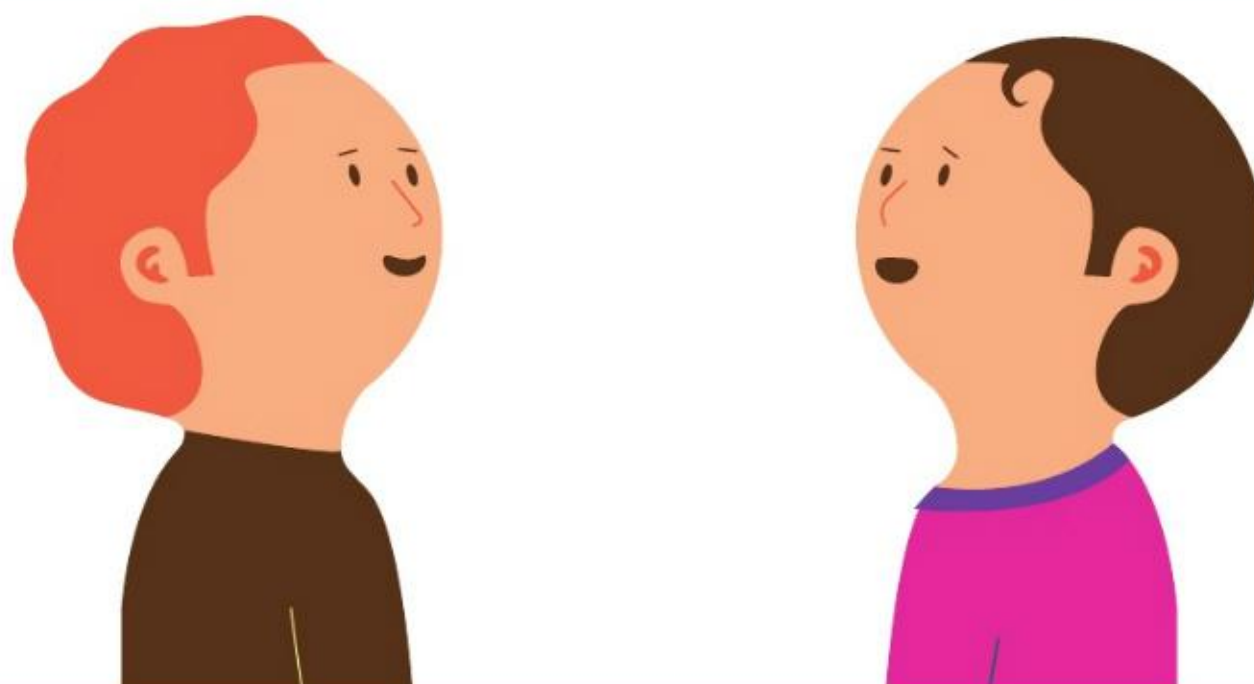


7. Narysuj prostokąt, którego każdy bok ma długość równą długości odcinka AB .

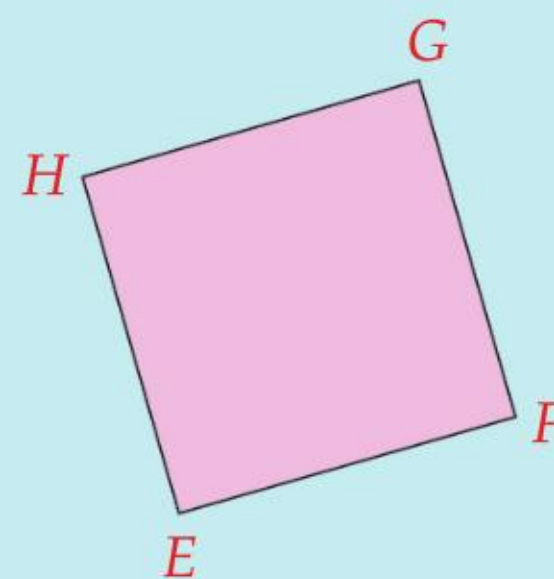


Czy wiesz, co otrzymaliśmy?
Pamiętasz, jak się nazywa taki
dziwny prostokąt?

Eee... Tak, chyba tak,
to przecież kwadrat!



Kwadrat to prostokąt, który ma wszystkie boki równej długości.



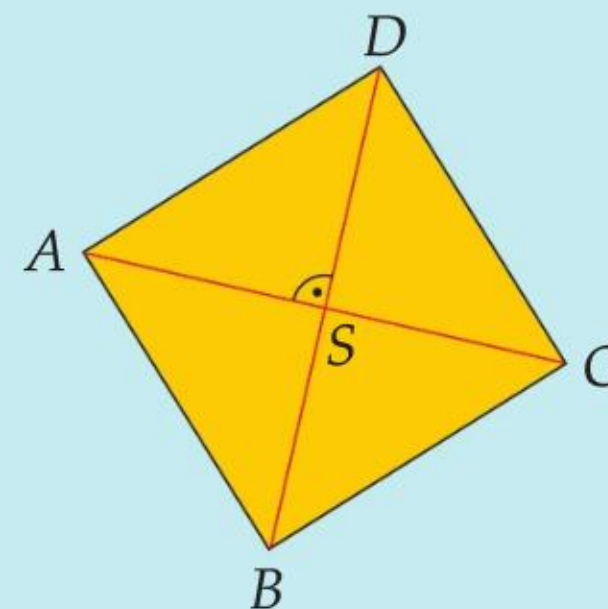
8. Narysuj kwadrat o boku długości 4 cm. Narysuj jego przekątne i porównaj cyrklem ich długości. Sprawdź za pomocą ekierki, jakie kąty zostały utworzone przez przekątne. Czy przekątne kwadratu na twoim rysunku przecinając się, dzielą się w jakiś szczególny sposób?

Przekątne kwadratu są równej długości, przecinają się w połowie i są do siebie prostopadłe.

$$|AC| = |BD|,$$

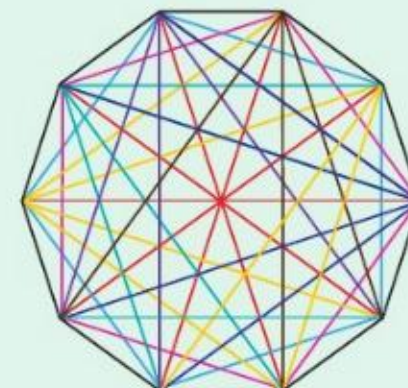
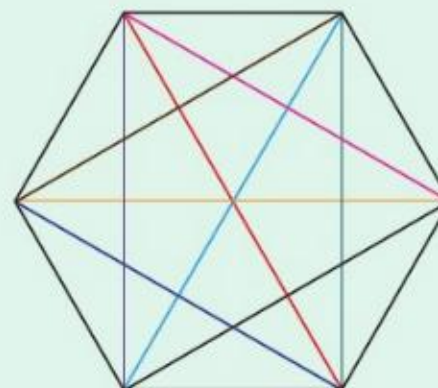
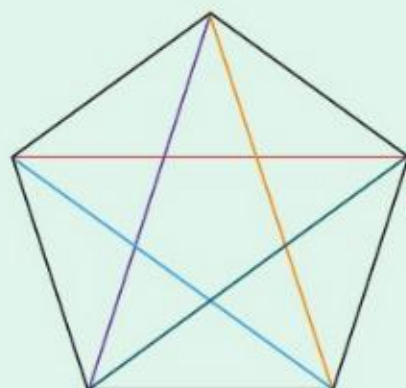
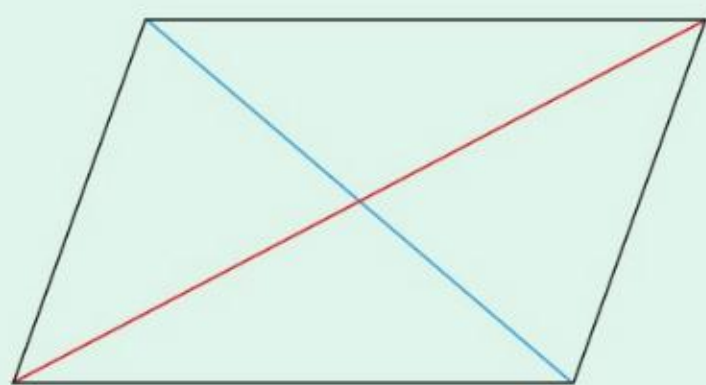
$$|AS| = |SC| \text{ i } |BS| = |SD|,$$

$$AC \perp BD$$



Więcej na temat

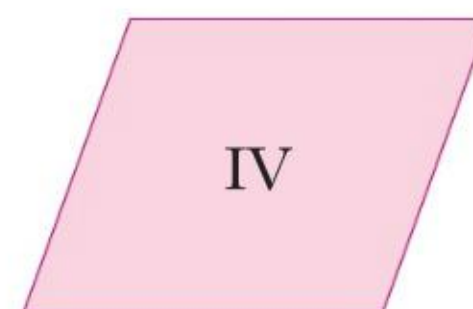
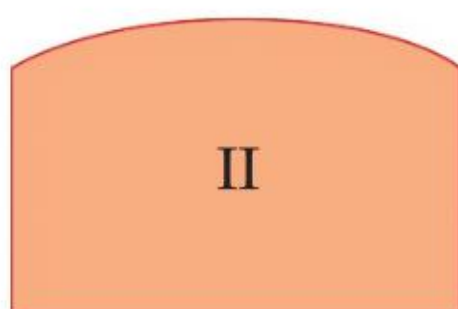
Podobnie jak kwadraty i prostokąty, wszystkie inne wielokąty (poza trójkątami) również mają **przekątne**. Są to odcinki, których końcami są wierzchołki nieleżące przy jednym boku.



9. a) Na osobnej kartce narysuj dowolny czworokąt i jego przekątne. Oznacz literami wierzchołki czworokąta i punkt przecięcia się jego przekątnych. Podaj kartkę kolejnej osobie, aby zapisała oznaczenia literowe wszystkich widocznych na rysunku trójkątów.
- b) Wykonajcie wspólnie podobne zadanie dla pięciokąta i jego pięciu przekątnych. Ile trójkątów widzicie na rysunku?

Zadania

1. Narysuj prostokąt o podanych wymiarach.
a) $5\text{ cm} \times 3\text{ cm}$ b) $3\frac{1}{2}\text{ cm} \times 4\text{ cm}$ c) $2,8\text{ cm} \times 3,5\text{ cm}$ d) $4\text{ cm} \times 40\text{ mm}$
2. Narysuj dowolny prostokąt $ABCD$. Wypisz wszystkie pary boków równoległych i prostopadłych tego prostokąta.
3. Narysuj prostokąt o wymiarach $5\text{ cm} \times 2\text{ cm}$ 3 mm . Zmierz długości jego przekątnych i kąty, jakie utworzyły te przekątne.
4. Które z poniższych figur **nie** są prostokątami? Odpowiedzi uzasadnij.



5 Narysuj prostokąt, którego jeden bok ma długość 8 cm, a drugi jest od niego 4 razy krótszy.

6 Narysuj prostokąt, którego jeden z boków jest o 2 cm krótszy od drugiego.

7 Oceń prawdziwość każdego z poniższych zdań.
Przepisz do zeszytu tylko zdania prawdziwe.

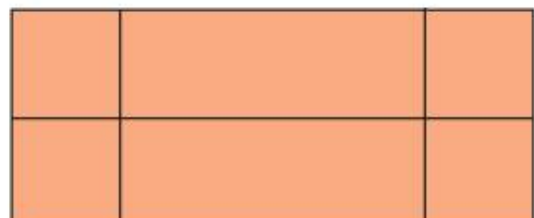
- Każdy kwadrat jest prostokątem.
- Każdy prostokąt jest kwadratem.
- Kwadrat ma boki równej długości.
- Każdy prostokąt ma boki równej długości.
- Przeciwległe boki prostokąta są równej długości.
- Prostokąt ma wszystkie boki równoległe.
- Przeciwległe boki prostokąta są równoległe.
- Przeciwległe boki kwadratu są prostopadłe.
- Sąsiednie boki prostokąta są prostopadłe.
- Przekątne prostokąta dzielą się na połowy.
- Przekątne prostokąta są równej długości.
- Kąt między przekątnymi każdego prostokąta jest prosty.
- Kąt między przekątnymi kwadratu jest prosty.

8 Ile kwadratów o boku długości 3 cm zmieści się w prostokącie o bokach długości 9 cm i 12 cm?

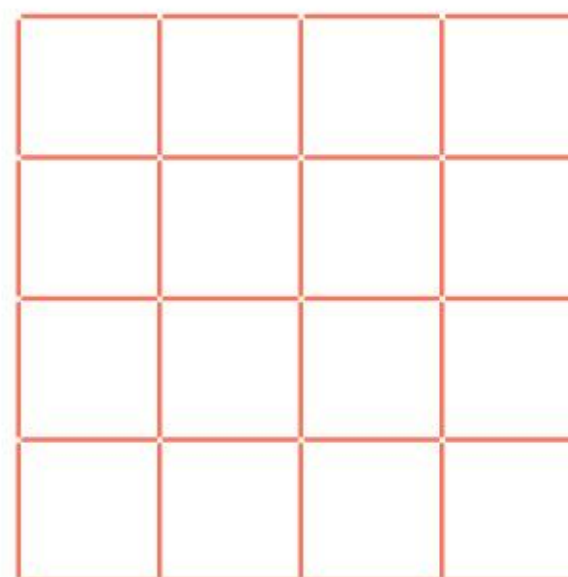
9 Odcinek AC jest jedną z przekątnych kwadratu ABCD. Przerysuj do zeszytu odcinek AC i narysuj ten kwadrat.



10 Ile prostokątów widzisz na poniższym rysunku?



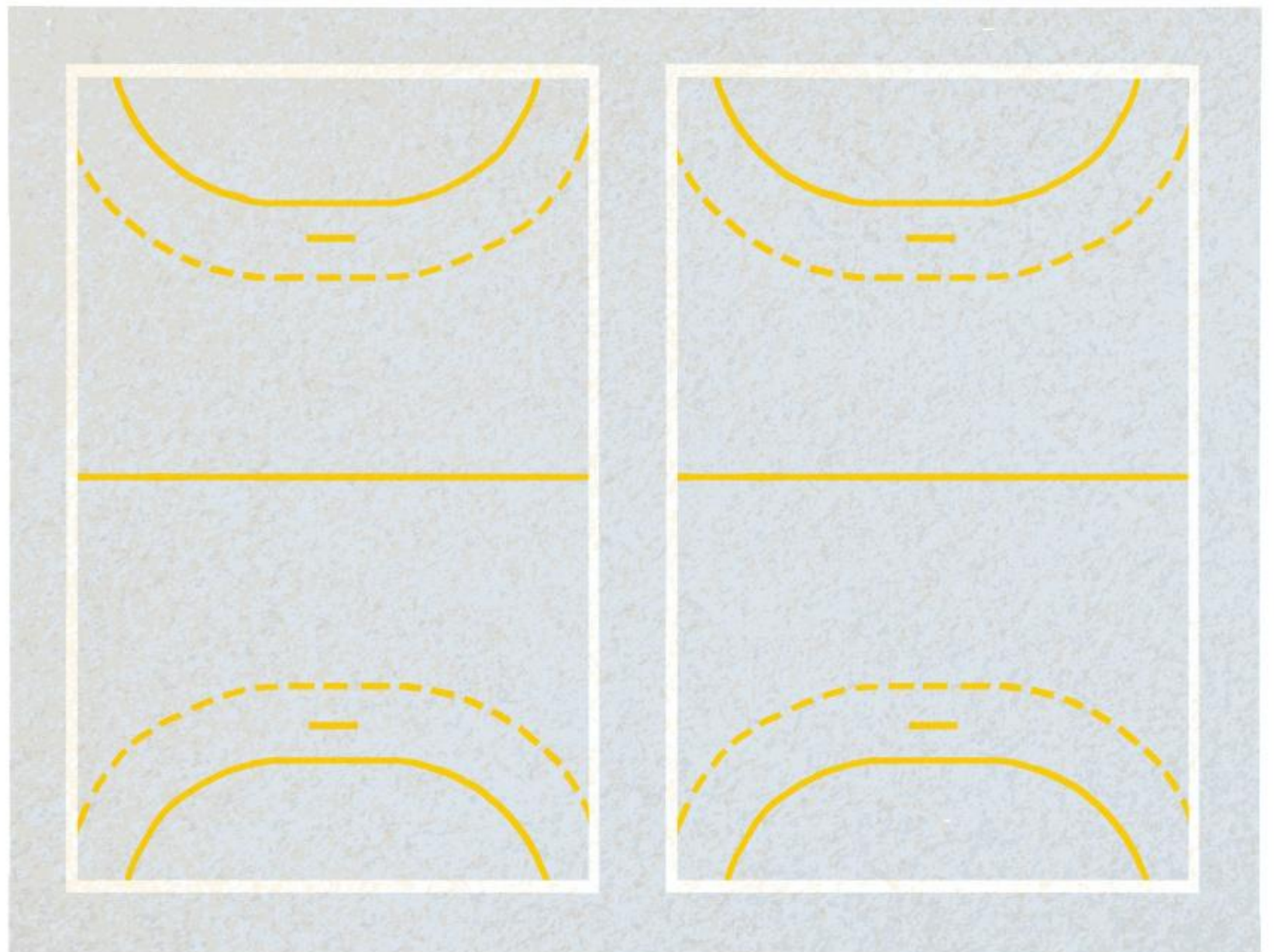
11 Z patyczków tej samej długości ułożono 16 jednakowych kwadratów jak na rysunku obok. Podaj najmniejszą liczbę patyczków, które trzeba usunąć, aby w tej figurze nie wystąpił ani jeden kwadrat.



7.9 Obwód prostokąta i kwadratu

Podejmij temat

Nauczyciel WF-u wytyczył na sali gimnastycznej dwa boiska do nauki gry w piłkę ręczną. Brzegi boisk oznaczył białą taśmą, a linie pomocnicze – żółtą. Każde boisko jest prostokątem o wymiarach $20\text{ m} \times 13\text{ m}$. Nauczyciel wiedział, że zużyje 132 m białej taśmy i dlatego kupił trzy 50-metrowe rolki taśmy.



A czy ty wiesz, jak obliczyć potrzebną długość białej taśmy? Jak można to zrobić?

1. Ile centymetrów ozdobnej tasiemki potrzeba do obszycia prostokątnej serwetki o długości 1,5 m i szerokości 1 m?

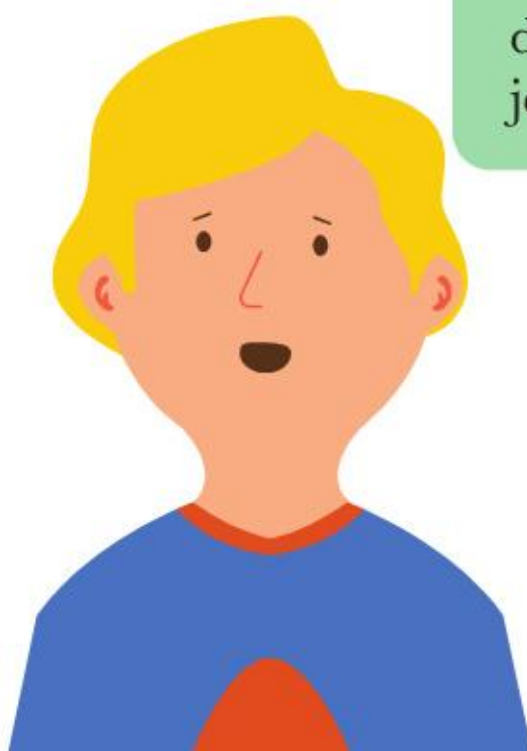
Obliczona przez ciebie długość tasiemki jest równa obwodowi tej serwetki.



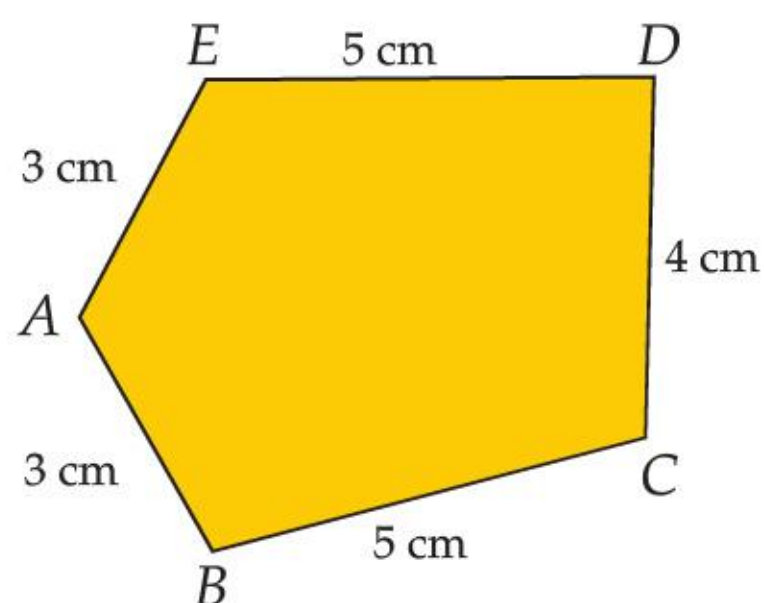
Obwód wielokąta obliczamy, dodając długości wszystkich jego boków.

Obwód wielokąta to suma długości wszystkich boków tego wielokąta.

Będziemy go oznaczać *Obw.*

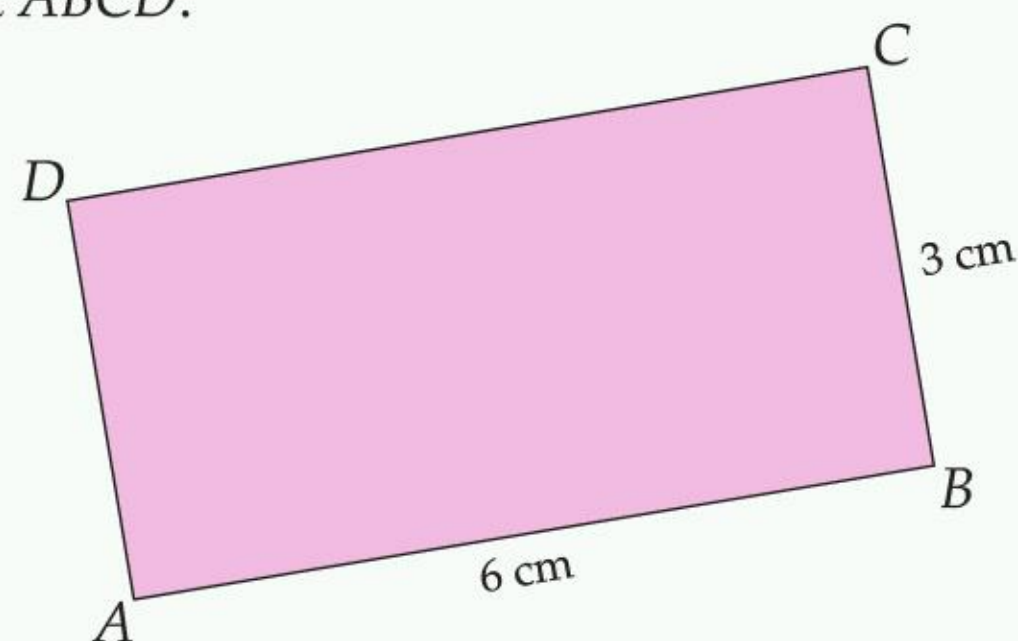


2. Oblicz obwód wielokąta $ABCDE$.



Przykład 1

Obliczmy obwód prostokąta $ABCD$.



Obwód prostokąta można obliczyć w następujący sposób:

$$\text{Obw.} = 6 \text{ cm} + 3 \text{ cm} + 6 \text{ cm} + 3 \text{ cm} = 18 \text{ cm}$$

albo krócej:

liczba boków tej samej długości

$$\text{Obw.} = 2 \cdot 6 \text{ cm} + 2 \cdot 3 \text{ cm} = 12 \text{ cm} + 6 \text{ cm} = 18 \text{ cm},$$

wymiary danego prostokąta

albo jeszcze krócej:

liczba boków tej samej długości

$$\text{Obw.} = 2 \cdot (3 \text{ cm} + 6 \text{ cm}) = 2 \cdot 9 \text{ cm} = 18 \text{ cm}.$$

wymiary danego prostokąta

3. Oblicz obwód prostokąta o podanych wymiarach najwygodniejszym dla siebie sposobem.

a) $3\text{ cm} \times 4\text{ cm}$

b) $5\text{ cm} \times 6\text{ cm}$

c) $4\text{ cm} \times 2\text{ cm}$

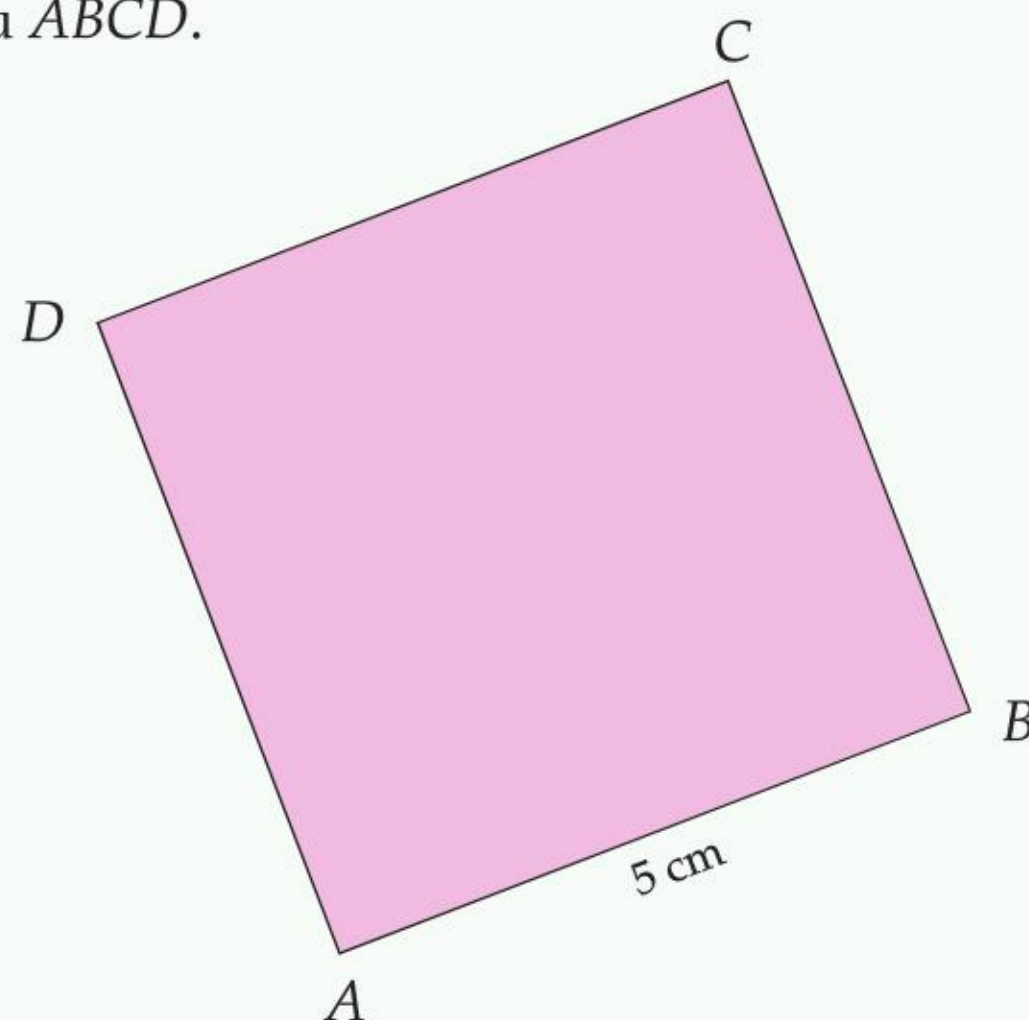
d) $50\text{ cm} \times 50\text{ mm}$

e) $3\text{ cm } 2\text{ mm} \times 5\text{ cm } 3\text{ mm}$

f) $26\text{ mm} \times 5\text{ cm } 4\text{ mm}$

Przykład 2

Obliczmy obwód kwadratu $ABCD$.



Obwód kwadratu można obliczyć w następujący sposób:

$$\text{Obw.} = 5\text{ cm} + 5\text{ cm} + 5\text{ cm} + 5\text{ cm} = 20\text{ cm}$$

albo krócej:

liczba boków
↙
 $\text{Obw.} = 4 \cdot 5\text{ cm} = 20\text{ cm.}$
↘
długość boku kwadratu

4. Oblicz obwód kwadratu o podanej długości boku.

a) 3 cm

b) 5 mm

c) 10 cm

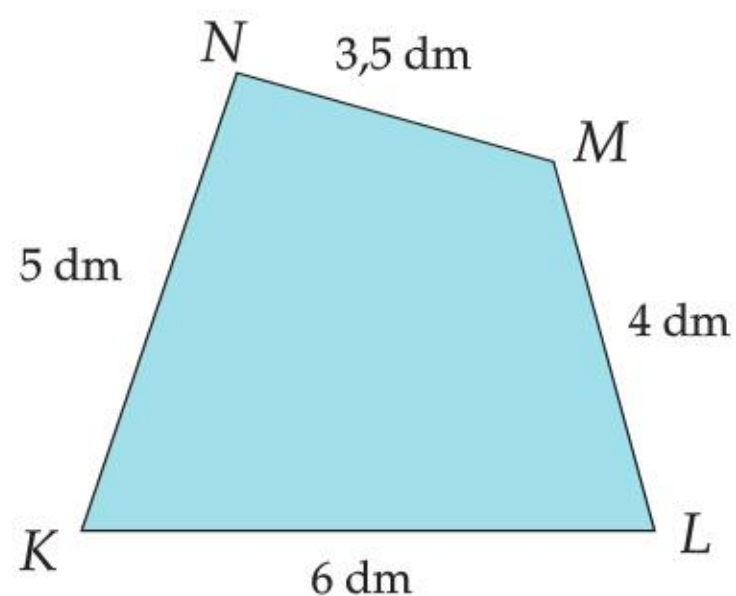
d) 14 cm

e) $1\text{ cm } 4\text{ mm}$

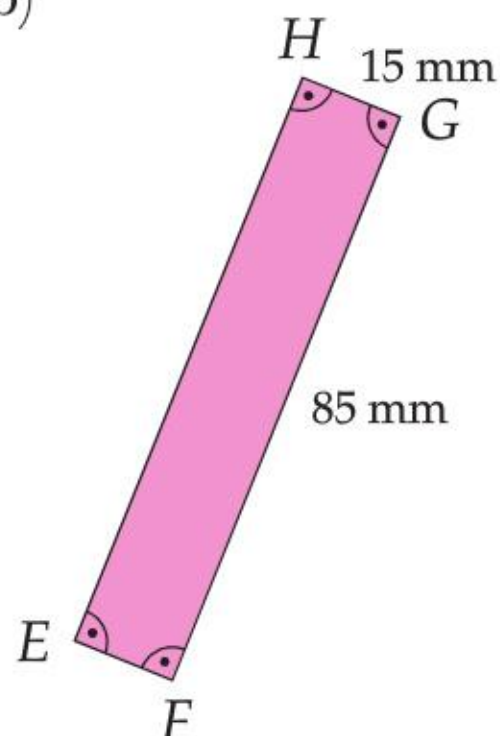
f) $5\text{ dm } 3\text{ cm}$

5. Oblicz obwód czworokąta.

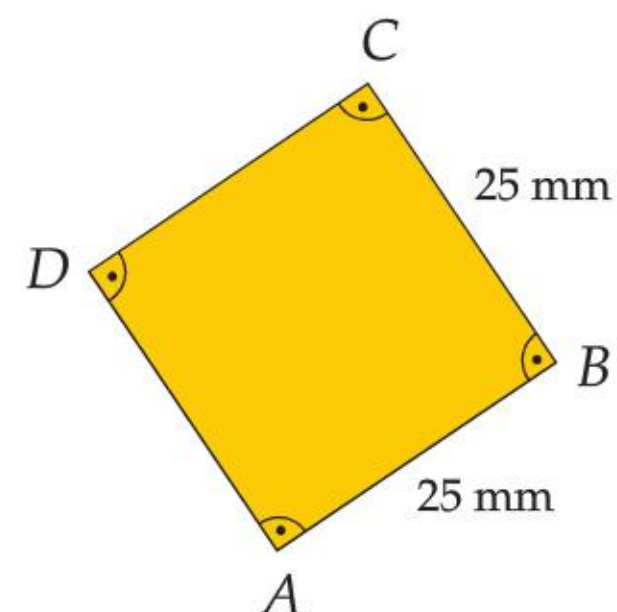
a)



b)



c)



6. Znajdź na rysunku trzy różne prostokąty, zmierz długości ich boków i oblicz ich obwody.

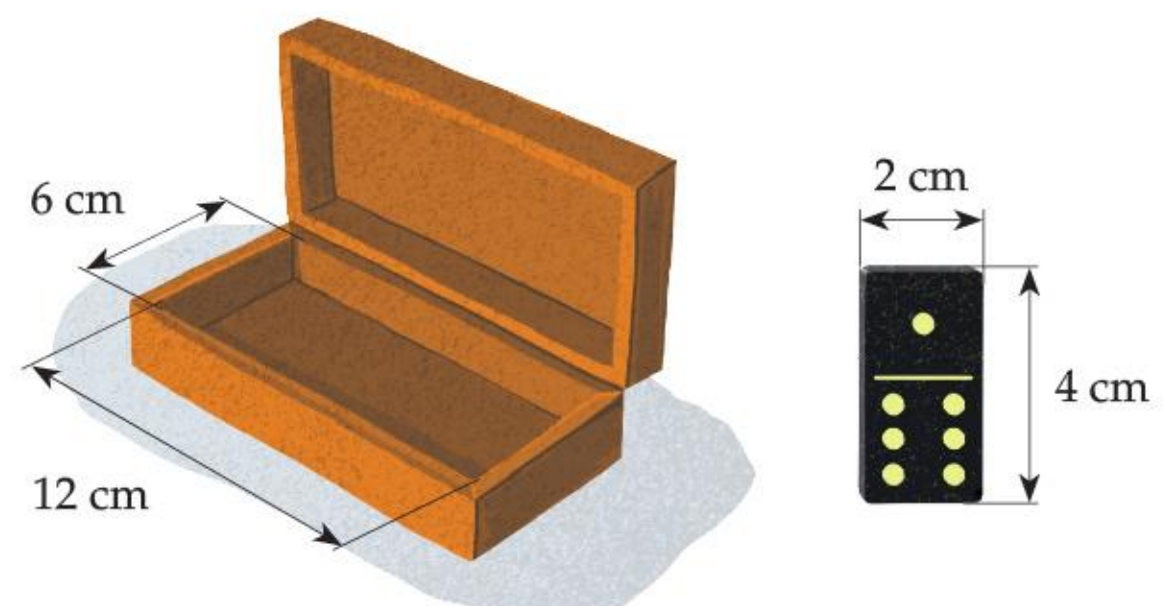
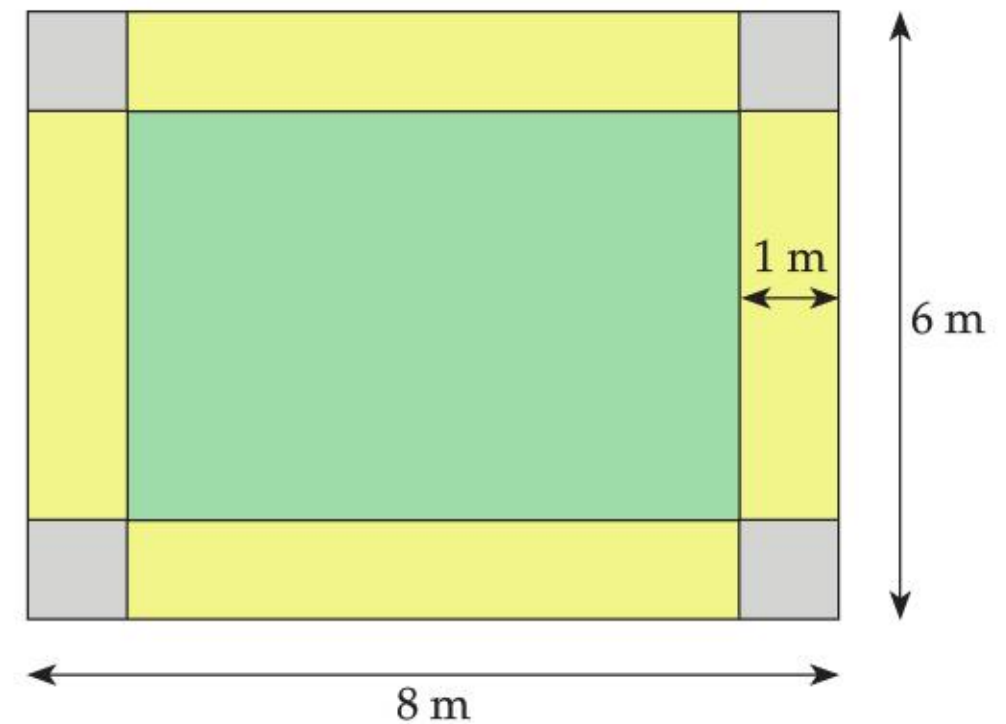


Zadania

- 1 Narysuj prostokąt o wymiarach $3 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$ oraz prostokąt o wymiarach $2 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$. Który prostokąt ma większy obwód i o ile centymetrów większy?
- 2 Zmierz długości boków i oblicz obwód:
 - a) okładki twojego podręcznika do matematyki,
 - b) kartki z twojego zeszytu do matematyki.



- 3 Długość prostokąta zmierzona w centymetrach jest najmniejszą liczbą trzycyfrową, a szerokość zmierzona w centymetrach – największą liczbą dwucyfrową. Oblicz obwód tego prostokąta.
- 4 Szerokość prostokąta jest równa 6 cm, a długość jest od niej 3 razy większa. Oblicz obwód tego prostokąta.
- 5 Rysunek przedstawia trawnik otoczony ścieżką o równej szerokości. Na rogach ścieżki położono kwadratowe płytki jednakowej wielkości. Oblicz obwód trawnika i jednej narożnej płytki.
- 6 Jeden z boków prostokąta ma długość 8 dm, a drugi jest od niego o 5 cm dłuższy. Oblicz obwód tego prostokąta.
- 7 Jaką długość ma bok kwadratu, jeżeli jego obwód jest równy 38 dm?
A. 19 cm B. 18 cm C. 85 cm D. 95 cm
- 8 Jeden z boków prostokąta ma długość 10 cm. Jaką długość ma drugi bok, jeśli obwód tego prostokąta wynosi 3 dm?
A. 5 cm B. 10 cm C. 15 cm D. 5 dm
- 9 Janek jeździł na rowerze dookoła prostokątnego placu o długości 90 m i szerokości 40 m. Wykonał cztery okrążenia. Po powrocie do domu pochwalił się: „Przejechałem ponad 10 km!”. Czy Janek miał rację? Ile metrów przejechał?
- 10 Ile najwięcej ułożonych płasko kostek domina można zmieścić na dnie pudełka? Potrzebne wymiary odczytaj z rysunku.
- 11 Wymiary prostokąta są równe 3 cm i 10 cm. Jaką długość ma bok kwadratu, którego obwód jest równy obwodowi tego prostokąta?



7.10 Okrąg i koło

Podejmij temat

Umiesz tak kręcić kołem jak ja?

Umiem, ale to tak naprawdę nie jest koło. Koło wygląda tak!



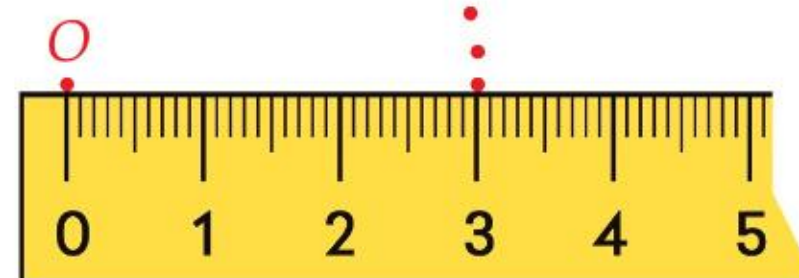
Czy umiesz wskazać różnicę między figurami, których kształty mają przedmioty na rysunku? Czy potrafisz nazwać te figury?



1. Wykonaj polecenia i odpowiedz na pytanie.

- Narysuj punkt O i 10 punktów oddalonych od niego o 3 cm.
- Narysuj 10 kolejnych takich punktów.

Jak myślisz, ile jeszcze takich punktów możesz narysować?

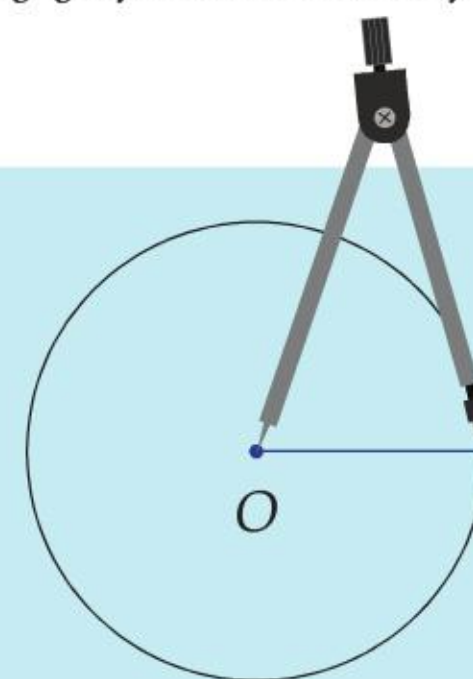


Jeżeli narysujesz bardzo dużo takich punktów, będą one położone tak blisko siebie, że utworzą pewną linię. Ta linia przedstawia figurę geometryczną, którą nazywamy okręgiem. Do jej rysowania służy cyrkiel.

Okrąg to figura geometryczna składająca się ze wszystkich punktów, których odległość od ustalonego punktu O jest taka sama.

Punkt O nazywamy **środkiem okręgu**.

Punkt ten będziemy oznaczać również innymi literami, np. S .



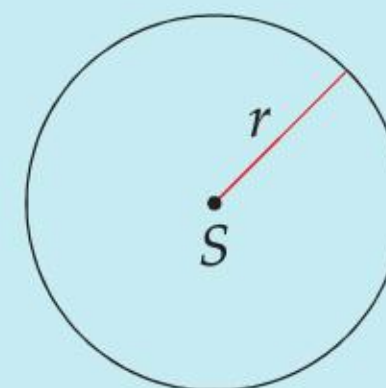
2. Zaznacz w zeszycie punkt S i umieść w nim ostrze cyrkla. Narysuj wszystkie punkty oddalone od punktu S :
- a) o 5 cm, b) o 4 cm, c) o 35 mm.
3. Wykonaj polecenia i odpowiedz na pytanie.
- Narysuj dowolny okrąg.
 - Zaznacz na nim dowolne punkty A i B .
 - Połącz odcinkiem punkt A ze środkiem okręgu.
 - Połącz odcinkiem punkt B ze środkiem okręgu.
 - Zmierz i porównaj otrzymane odcinki.

Czy można narysować więcej odcinków łączących środek z punktem na okręgu?

Każdy z odcinków narysowanych przez ciebie w ćwiczeniu 3 nazywamy promieniem okręgu.

Promień okręgu to odcinek, którego jednym końcem jest środek okręgu, a drugim – dowolny punkt okręgu.

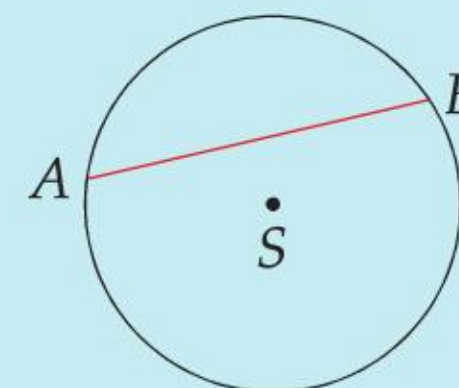
Promień okręgu oznaczany jest zwykle literą r .



4. Narysuj w zeszycie okrąg i zaznacz na nim dwa dowolne punkty A i B . Następnie połącz te punkty odcinkiem.

Odcinek AB na twoim rysunku z ćwiczenia 4 to cięciwa okręgu.

Cięciwa okręgu to odcinek łączący dwa dowolne punkty okręgu.

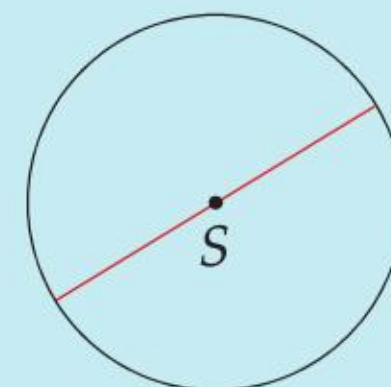


5. Narysuj dowolny okrąg i jego najdłuższą cięciwę. Następnie porównaj jej długość z długością dowolnego promienia tego okręgu.

Cięciwę narysowaną przez ciebie w ćwiczeniu 5 nazywamy średnicą okręgu.

Średnica okręgu to cięciwa, do której należy środek okręgu.

Jest ona dwa razy dłuższa od promienia okręgu.

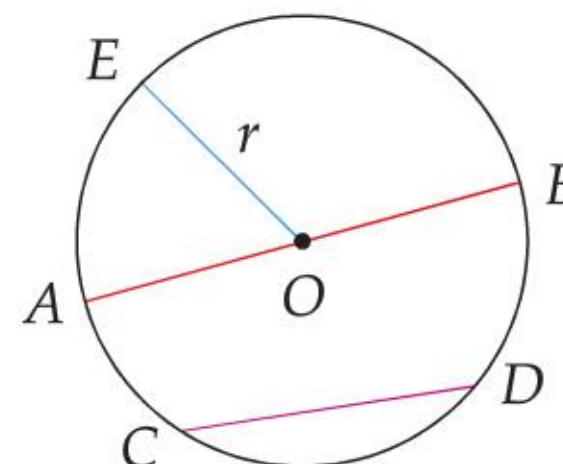


Poznaliśmy zatem nazwy trzech odcinków określanych dla okręgu; są to:

AB – **średnica okręgu**,

CD – **cięciwa okręgu**,

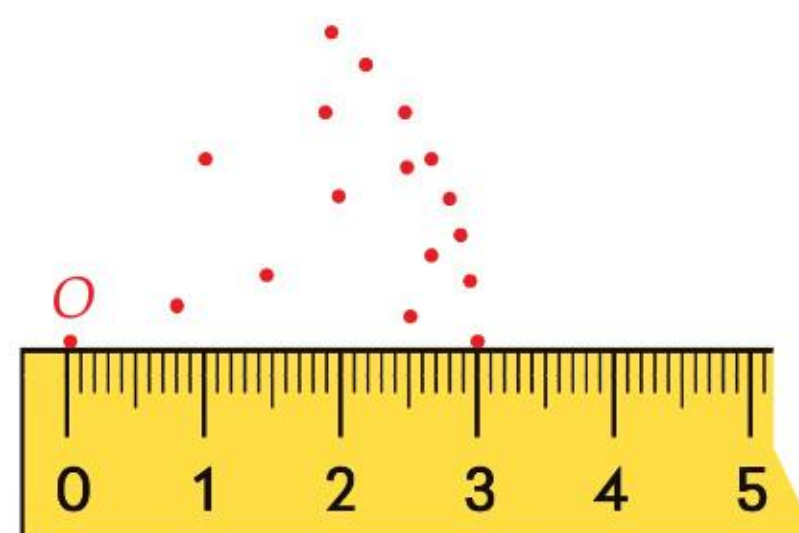
EO – **promień okręgu**.



6. Wykonaj polecenia i odpowiedz na pytanie.

- Narysuj punkt O i 20 punktów oddalonych od niego o 3 lub mniej centymetrów.
- Narysuj 10 kolejnych takich punktów.

Jak myślisz, ile jeszcze takich punktów możesz narysować?

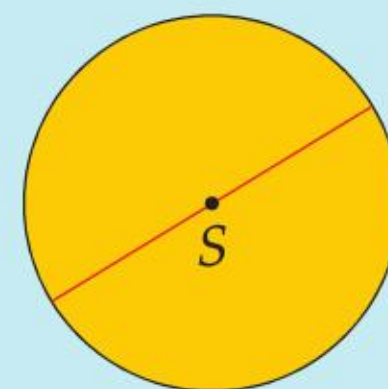


Jeżeli narysujesz bardzo dużo takich punktów, będą one położone tak blisko siebie, że utworzą pewną figurę geometryczną. Jak zapewne wiesz, jest to koło.

Koło to figura geometryczna składająca się ze wszystkich punktów, których odległość od ustalonego punktu O jest równa ustalonej liczbie lub jest od niej mniejsza.

Punkt O nazywamy **środkiem koła**.

Punkt ten będziemy oznaczać również innymi literami, np. S .

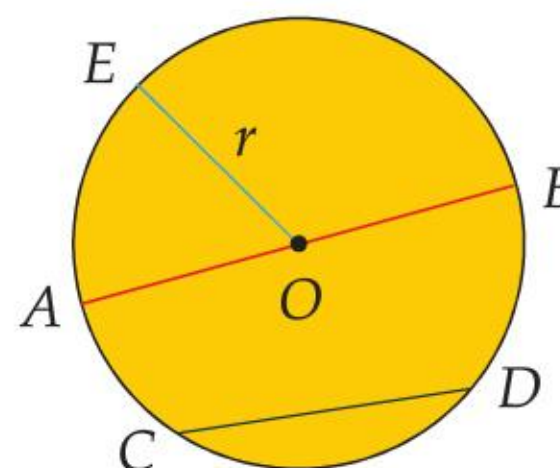


Podobnie jak dla okręgu, mamy również odcinki określone dla koła; są to:

AB – **średnica koła**,

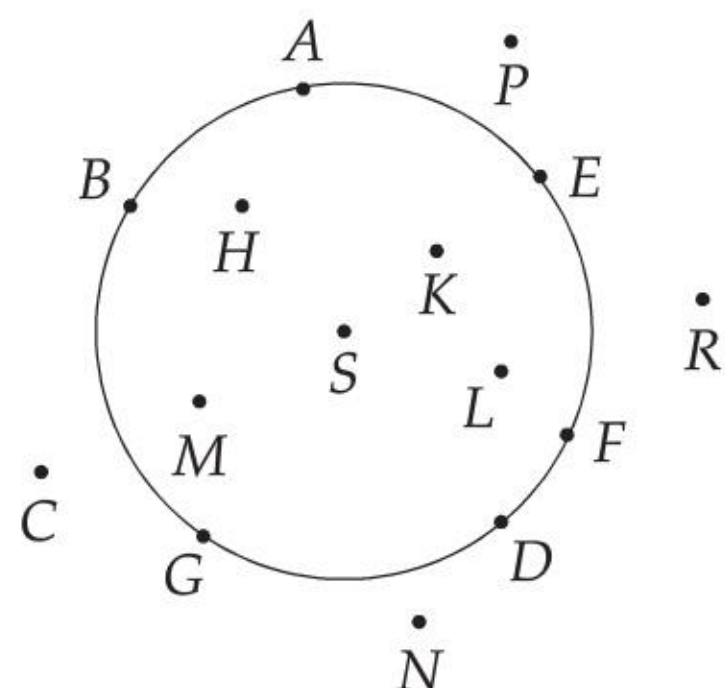
CD – **cięciwa koła**,

EO – **promień koła**.

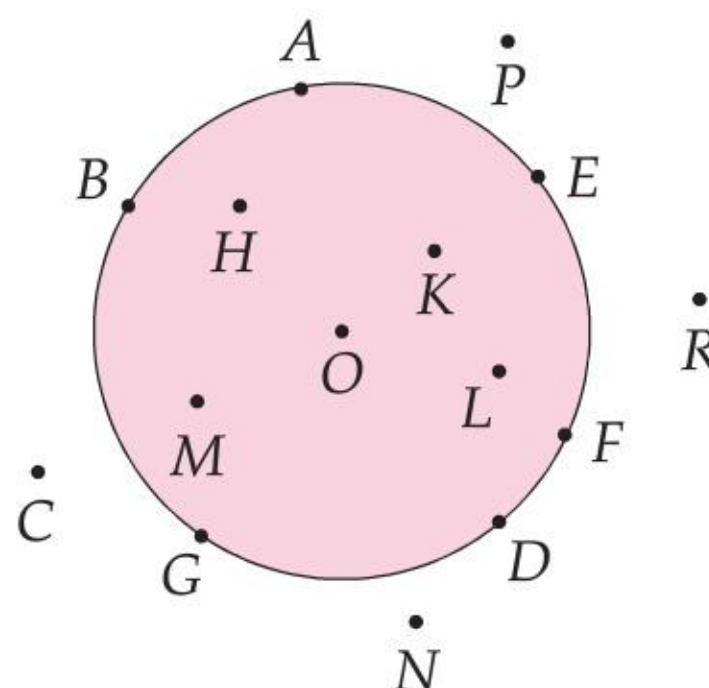


7. Wymień punkty, które należą do:

a) okręgu o środku S ,



b) koła o środku O .



Więcej na temat

Promień okręgu i promień koła to odcinki oznaczane zazwyczaj literą r . Często przez promień okręgu i promień koła rozumie się też długość tego odcinka; wówczas r oznacza liczbę (większą od zera).

Jeśli przyjmiemy takie właśnie oznaczenia, możemy zdefiniować koło w następujący sposób:

Kołem o środku w punkcie O i promieniu r ($r > 0$) nazywamy zbiór wszystkich punktów płaszczyzny, których odległość od punktu O jest równa lub mniejsza od r .

8. Sformułuj definicję okręgu – analogiczną do powyższej definicji koła.

9. Na osobnej kartce narysuj okręgi zgodnie z poniższymi poleceniami. Kolejne polecenia możesz wykonywać na zmianę z kolegą lub koleżanką. Aby rysunek został wykonany poprawnie, trzeba uważnie czytać informacje i precyzyjnie rysować.



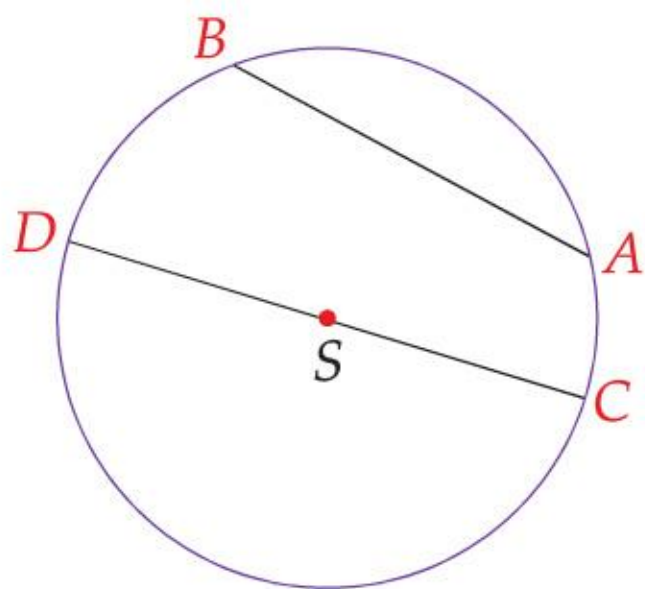
- W pobliżu środka kartki zaznacz punkt O .
- Narysuj 1. okrąg o środku O i promieniu 3 cm. Zaznacz na nim dowolny punkt A . Aby uniknąć pomyłek, ten i kolejne okręgi oznaczaj na rysunku ich numerami (mała cyfra blisko danego okręgu).
- Narysuj 2. okrąg o środku A i promieniu 3 cm. Punkty przecięcia 1. i 2. okręgu oznacz B i F .
- Narysuj 3. okrąg o środku B i promieniu 3 cm. Jeden z punktów przecięcia 1. i 3. okręgu to A , drugi oznacz C .
- Narysuj 4. okrąg o środku C i promieniu 3 cm. Jeden z punktów przecięcia 1. i 4. okręgu to B , drugi oznacz D .
- Narysuj 5. okrąg o środku D i promieniu 3 cm. Jeden z punktów przecięcia 1. i 5. okręgu to C , drugi oznacz E .
- Narysuj 6. okrąg o środku E i promieniu 3 cm. Punkty przecięcia 1. i 6. okręgu to D i F .
- Narysuj 7. okrąg o środku F i promieniu 3 cm. Punkty przecięcia 1. i 7. okręgu to E i A .
- Narysuj 8. okrąg o środku O i promieniu 6 cm.

Powstały obrazek pokoloruj w dowolny sposób.

Zadania

1 Dla narysowanego okręgu podaj długość:

- a) promienia,
- b) średnicy,
- c) cięciwy.



2 Narysuj okrąg o promieniu 2 cm i jego najdłuższą cięciwę. Podaj jej długość.

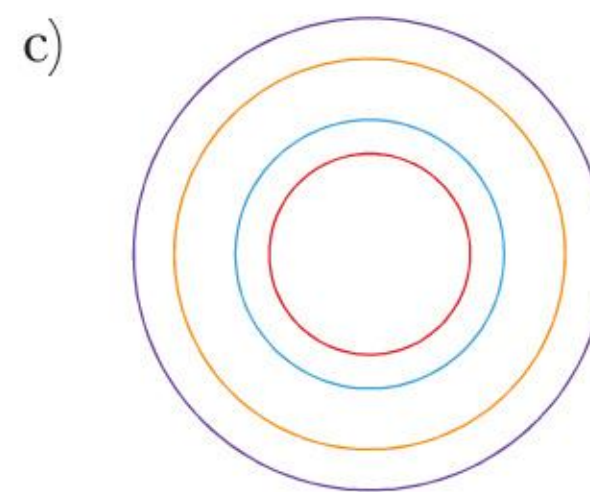
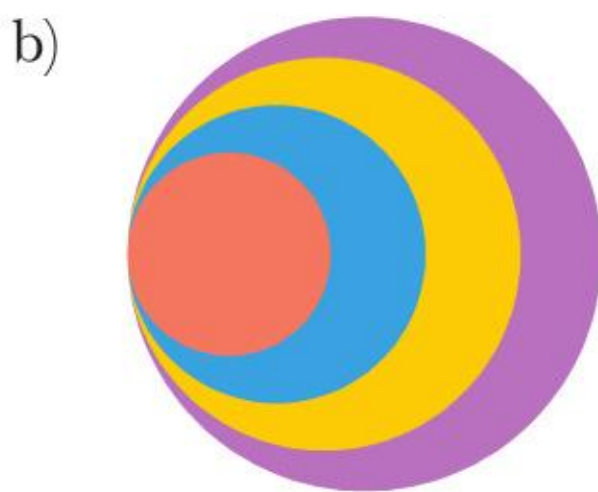
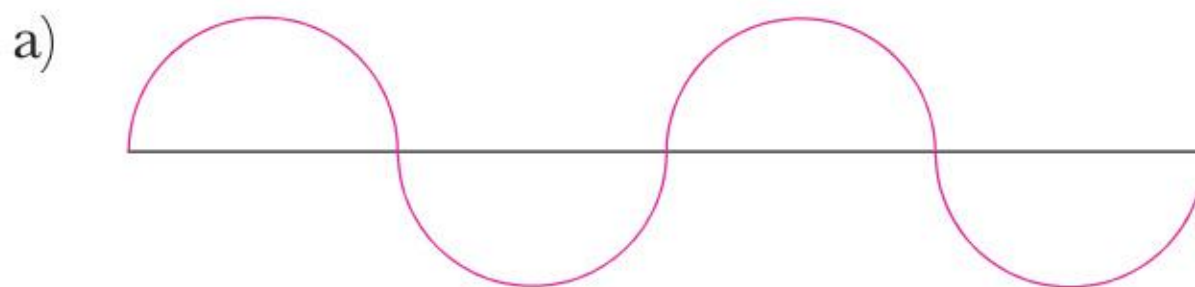
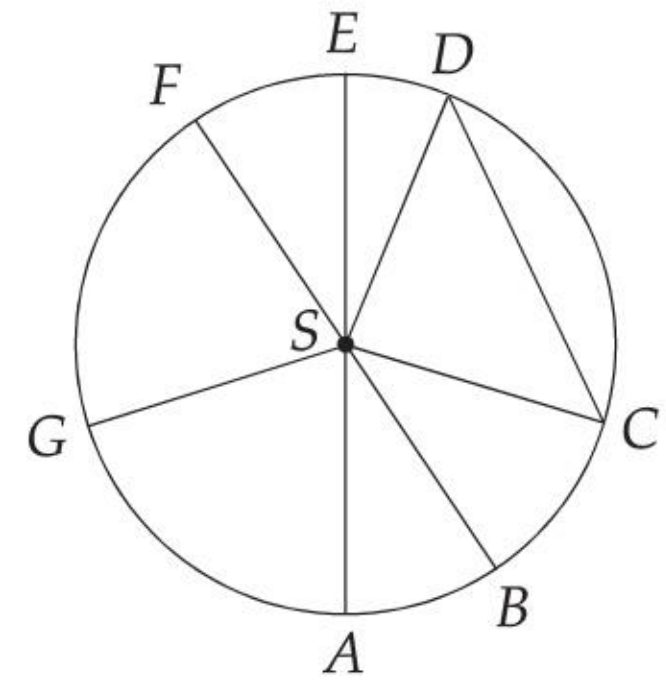


3 Narysuj okrąg o promieniu 3 cm, a następnie dwie jego średnice przecinające się pod kątem prostym. Na ile części został podzielony okrąg? Zamaluj części różnymi kolorami. Co możesz o nich powiedzieć?

4 Połącz cięciwami końce średnic z poprzedniego zadania. Jak się nazywa powstała w ten sposób figura? Zmierz długości boków i oblicz jej obwód.

5 Jakie cięciwy, średnice i promienie widzisz na rysunku obok? Zapisz ich oznaczenia literowe.

6 Wykonaj w zeszycie podobne rysunki.



7 Podziel koło na:

a) dwie równe części,

b) cztery równe części.

Zamaluj otrzymane części różnymi kolorami.

8 Oceń prawdziwość każdego ze zdań. Przepisz do zeszytu tylko zdania prawdziwe.

- Środek okręgu nie należy do okręgu.
- Środek koła nie należy do koła.
- Wszystkie promienie danego okręgu są równej długości.
- Promień to połowa średnicy.
- Najdłuższa cięciwa to średnica okręgu.
- Najkrótsza cięciwa to promień okręgu.
- Cięciwa okręgu przechodząca przez środek okręgu to średnica.
- Każda cięciwa jest średnicą okręgu.
- Każda średnica jest cięciwą okręgu.
- Każda średnica danego okręgu jest tej samej długości.
- Każda cięciwa danego okręgu jest tej samej długości.

9 Brzeg prostej szklanki (widziany z góry) to okrąg o promieniu równym $2\frac{1}{2}$ cm, a dno pudełka ma wymiary 15 cm × 20 cm. Ile najwięcej szklanek można ustawić na dnie tego pudełka?

10 Jakie wymiary musi mieć dno pudełka, aby można było ustawić na nim 24 szklanki, takie jak na poniższym zdjęciu?



11 Dziesięcioro uczniów rysuje 10 kół w ciągu 10 sekund. Ile kół narysuje 100 uczniów w czasie 100 sekund?



7.11 Skala

Podejmij temat



Dlaczego ilustracje przedstawiające dom i muchę nie zostały wykonane w rzeczywistych wymiarach?

Oba rysunki po prawej stronie przedstawiają zegarek: jeden pokazuje zegarek rzeczywistej wielkości, a drugi przedstawia ten sam zegarek – tylko zmniejszony.

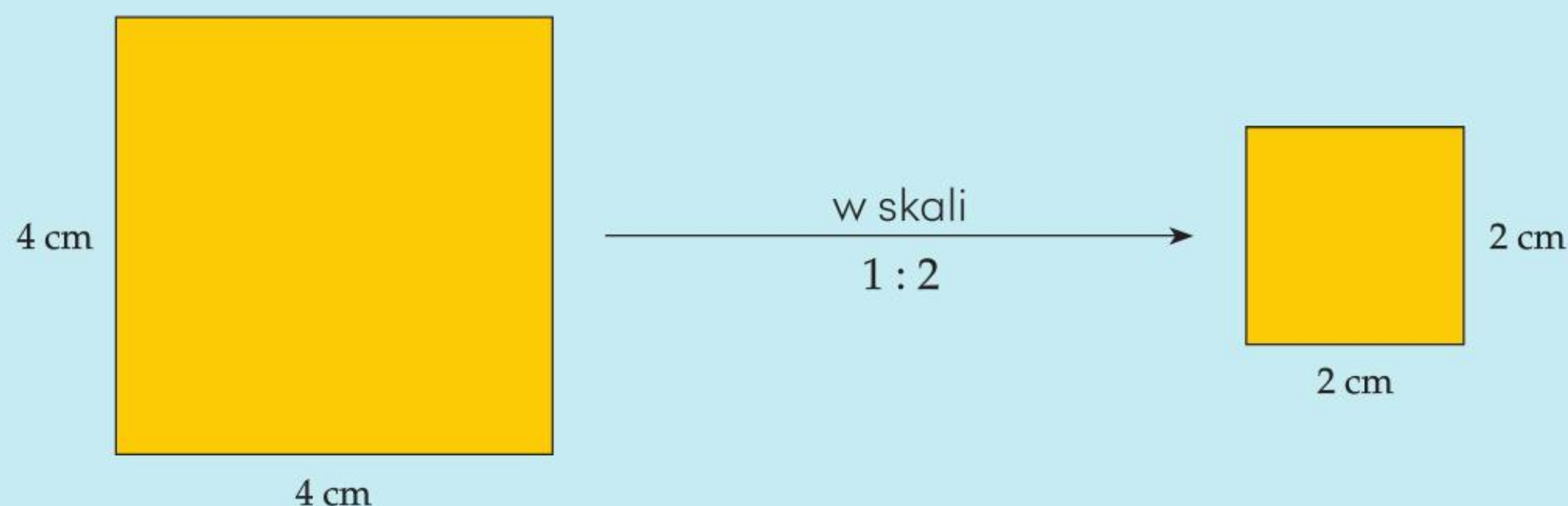
Często przedmioty czy obiekty (np. budynki) na rysunkach są mniejsze niż w rzeczywistości, ponieważ są one zbyt duże, by rysunek przedstawiający ich prawdziwe wymiary zmieścił się na kartce.

1. Czy rysunki są zawsze mniejsze od rysowanego przedmiotu? Podaj przykłady, kiedy rysujemy przedmiot powiększony, a kiedy zmniejszony.

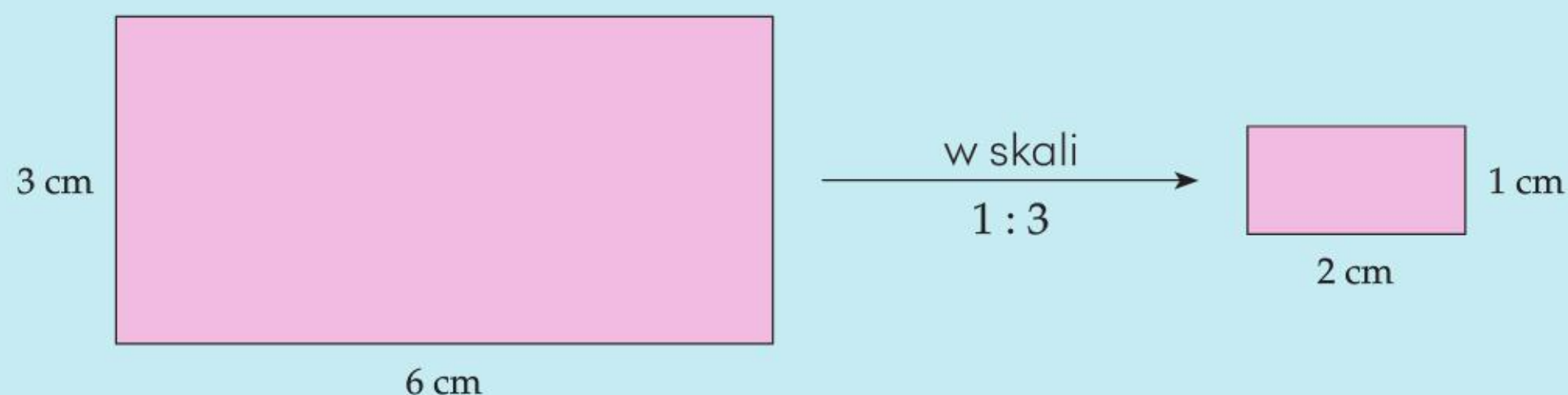
Jeżeli rysujemy jakiś przedmiot, figurę geometryczną czy obszar (np. fragment miasta lub plan mieszkania) dokładnie – ale w zmniejszeniu lub powiększeniu – to mówimy, że jest on narysowany **w skali**.



Jeżeli każdy wymiar figury jest zmniejszony 2 razy, to mówimy, że figura jest narysowana **w skali 1 : 2** (czytamy: jeden do dwóch).



Jeżeli każdy wymiar figury jest zmniejszony 3 razy, to mówimy, że figura jest narysowana **w skali 1 : 3**.



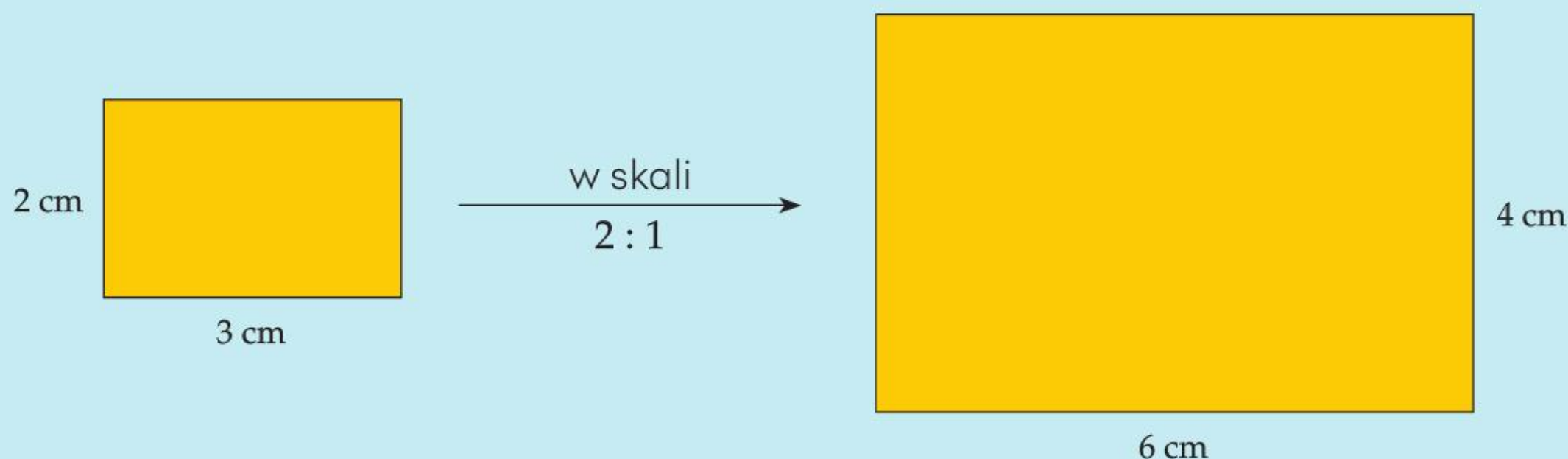
Jeżeli każdy wymiar figury jest zmniejszony 4 razy, to mówimy, że figura jest narysowana **w skali 1 : 4**.

2. Narysowano kwadrat w podanej skali. Powiedz, ile razy zostały zmniejszone rzeczywiste wymiary tego kwadratu.
- a) 1 : 7 b) 1 : 10 c) 1 : 12 d) 1 : 20
3. Podaj, w jakiej skali został narysowany okrąg, jeżeli jego promień:
- a) został zmniejszony 2 razy,
b) jest 7 razy mniejszy niż w rzeczywistości,
c) jest 10-krotnie mniejszy niż w rzeczywistości.
4. Jakie wymiary będzie miał prostokąt o wymiarach 5 cm × 10 cm po narysowaniu go w skali 1 : 10?

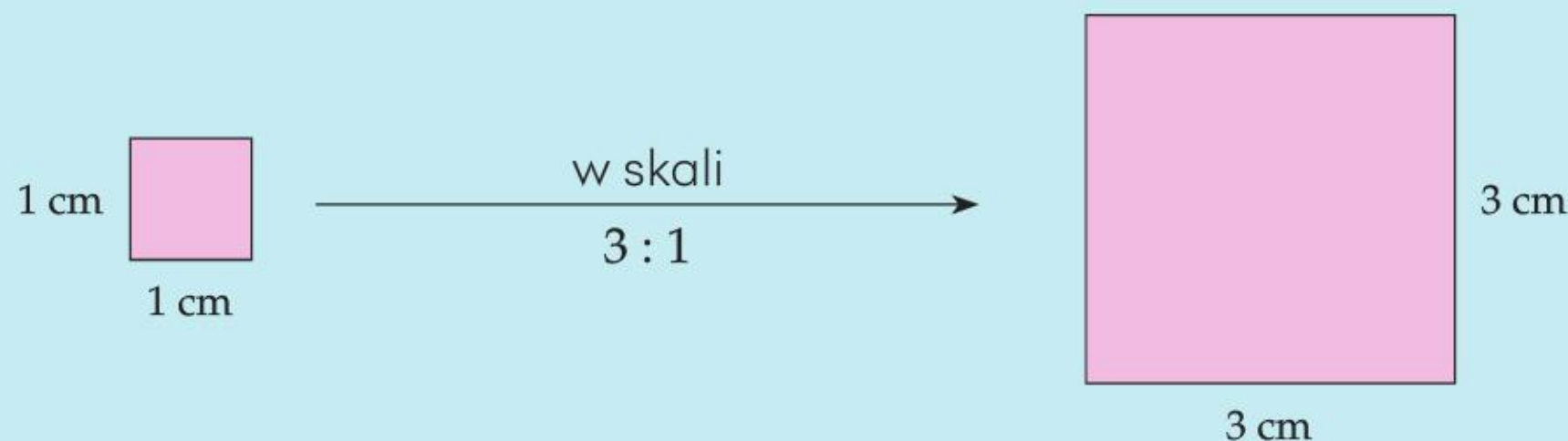
Na rysunku mrówka po lewej stronie jest narysowana w naturalnych wymiarach, natomiast po prawej – jest powiększona kilkakrotnie.



Jeżeli każdy wymiar figury jest powiększony 2 razy, to mówimy, że figura jest narysowana **w skali 2 : 1** (czytamy: dwa do jednego).



Jeżeli każdy wymiar figury jest powiększony 3 razy, to mówimy, że figura jest narysowana **w skali 3 : 1**.



Jeżeli każdy wymiar figury jest powiększony 4 razy, to mówimy, że figura jest narysowana **w skali 4 : 1**.

5. Powiedz, ile razy zostały powiększone rzeczywiste wymiary liścia, jeżeli został on narysowany w podanej skali.

- a) 7 : 1 b) 10 : 1 c) 15 : 1 d) 20 : 1

6. W jakiej skali narysowano komara, jeżeli:

- a) jego noga jest 10-krotnie dłuższa na rysunku niż w rzeczywistości,
b) jego wymiary na rysunku zostały powiększone 6-krotnie,
c) jego skrzydło jest 9 razy dłuższe niż w rzeczywistości?

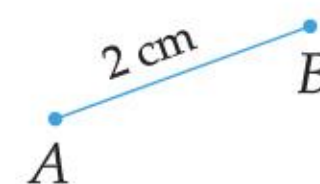
7. Jakie wymiary będzie miał odcinek AB , jeżeli narysujesz go w podanej skali?

a) 5 : 1

b) 6 : 1

c) 10 : 1

d) 12 : 1



8. Prostokąt ma wymiary $5\text{ cm} \times 2\text{ cm}$. Jakie będzie miał wymiary w milimetrach po narysowaniu go w podanej skali?

a) 11 : 1

b) 13 : 1

c) 21 : 1

d) 19 : 1

Zadania

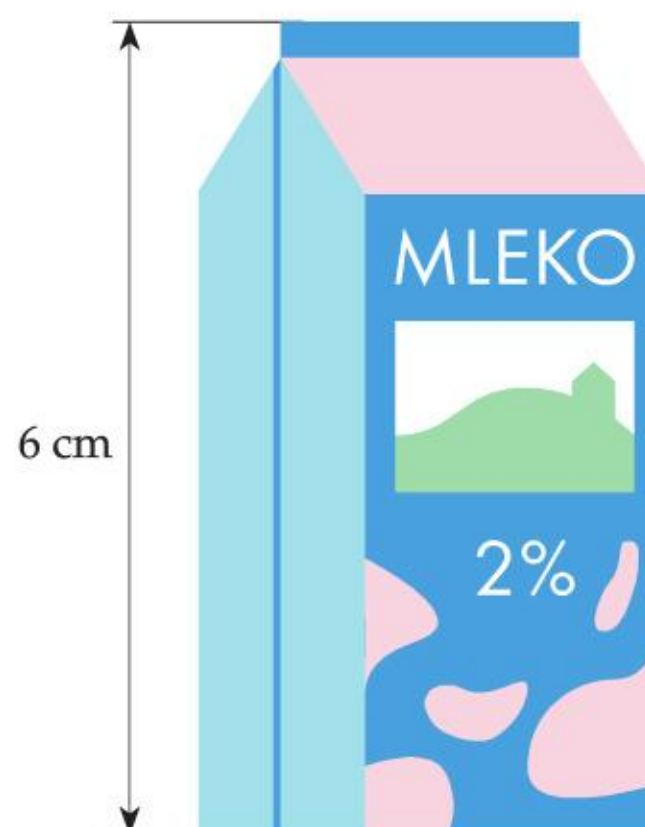
1 Narysuj w zeszycie odcinek o długości 2 cm, a następnie przedstaw go w skali 3 : 1 oraz w skali 1 : 2.

2 Karton po mleku ma w rzeczywistości 24 cm wysokości. Podaj, w jakiej skali został wykonany rysunek.

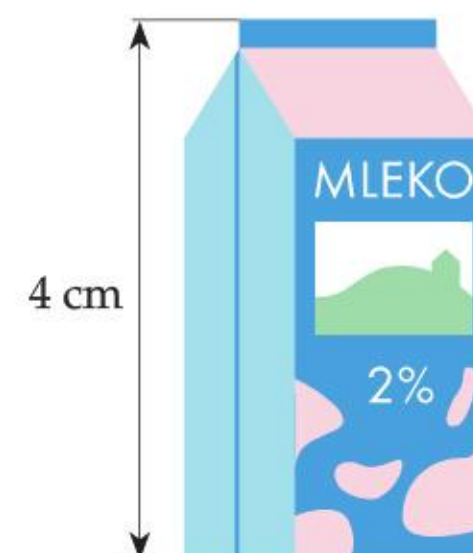
a)



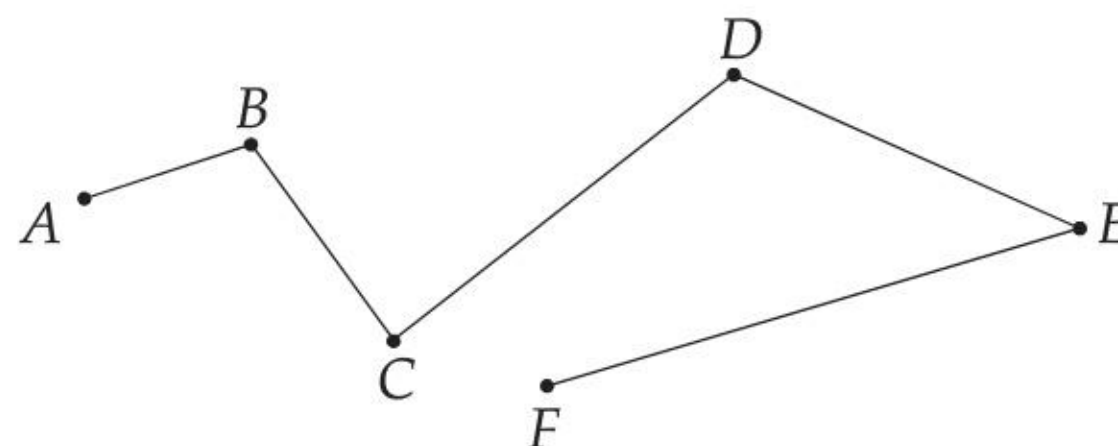
b)



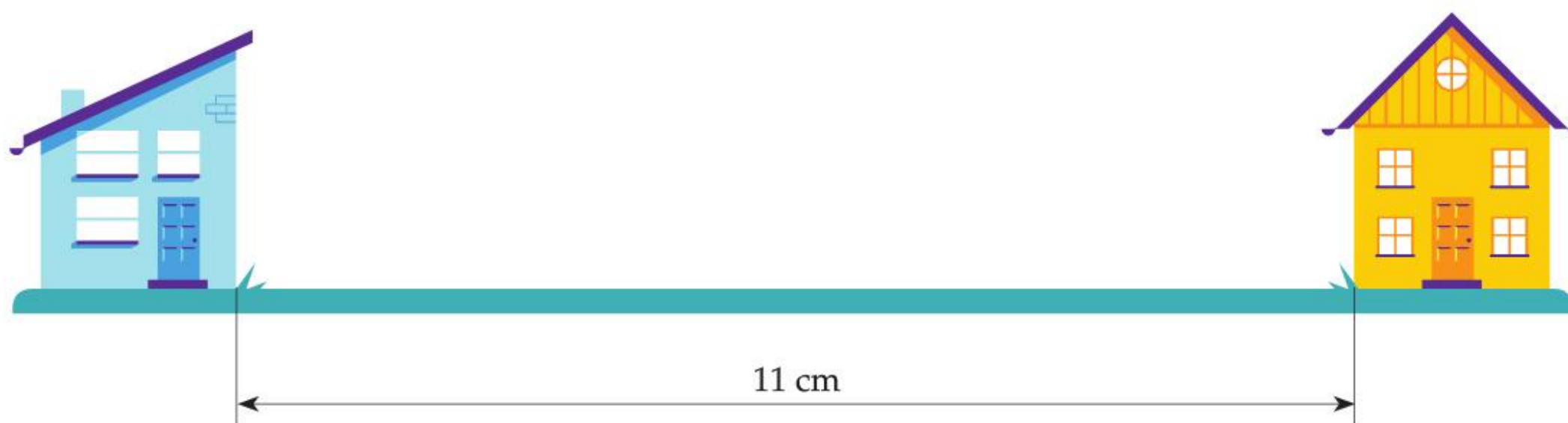
c)



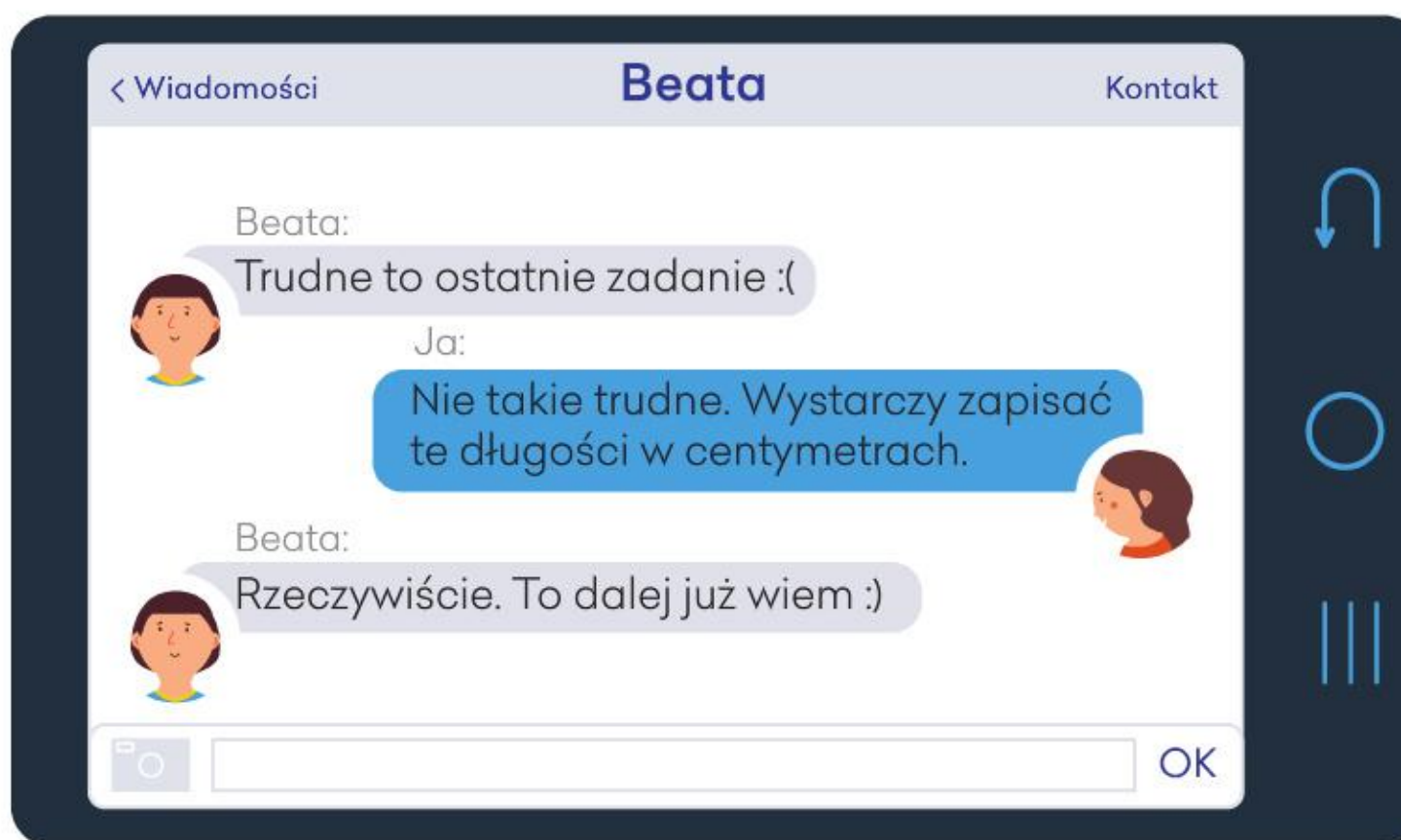
3 Zmierz boki łamanej $ABCDEF$. Wiadomo, że ta łamana narysowana jest w skali 1 : 3. Podaj rzeczywiste długości jej boków.



- 4 Narysuj kwadrat o boku długości 3 cm, a następnie ten sam kwadrat w podanej skali.
a) 1 : 2 b) 2 : 1
- 5 Narysuj prostokąt o wymiarach 2 cm × 4 cm, a następnie ten sam prostokąt w podanej skali.
a) 2 : 1 b) 1 : 4
- 6 Droga od domu Tomka do domu Kuby została narysowana w skali 1 : 600. Oblicz, jaką odległość w rzeczywistości musi przejść Tomek, aby odwiedzić Kubę.



- 7 Boisko do gry w piłkę ręczną jest prostokątem o wymiarach 20 m × 40 m. Oblicz wymiary tego boiska na rysunku w skali 1 : 1000.



Podsumowanie działu 7

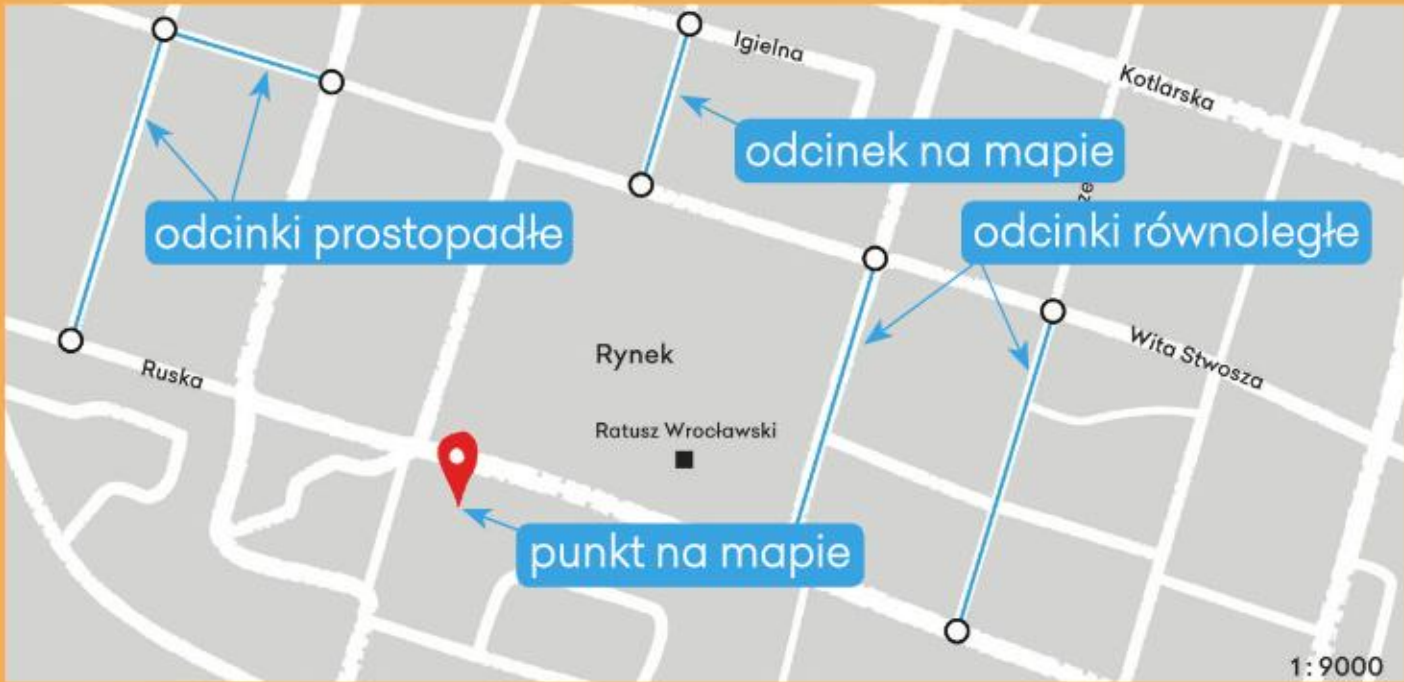
Ważne pojęcia

punkt	prosta	półprosta	odcinek	łamana
długość łamanej	proste równoległe	proste prostopadłe	proste przecinające się	
odcinki prostopadłe	odcinki równoległe	kąt	kąt prosty	
kąt półpełny		kąt pełny		kąt zerowy
kąt ostry	kąt rozwarty		kąt wklęsły	
kwadrat	prostokąt	wielokąt	obwód wielokąta	
okrąg	środek okręgu	promień okręgu		
cięciwa okręgu	średnica okręgu	koło	promień koła	cięciwa koła
środek koła		średnica koła		skala

Podstawowe figury geometryczne



Punkty i odcinki na mapie



Czy już umiesz?

1 Oceń prawdziwość podanych zdań. Zapisz w zeszycie literę P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F, jeśli jest fałszywe.

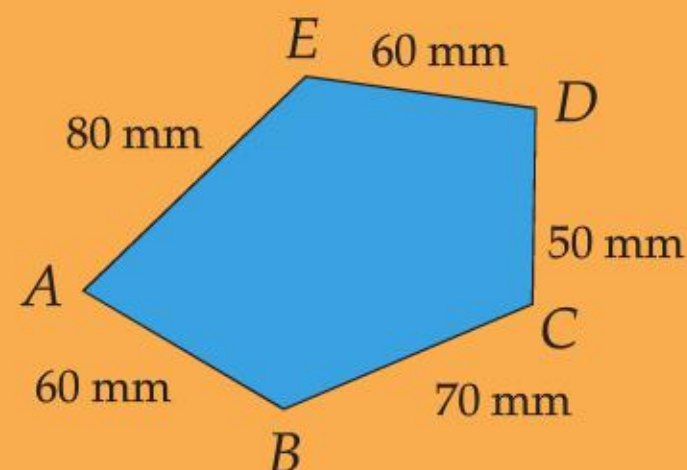
- a) Prosta nie ma początku ani końca.
- b) Półprosta ma tylko koniec.
- c) Proste prostopadłe nie przecinają się.
- d) Promień jest zawsze krótszy od średnicy.
- e) Odcinek to część okręgu.
- f) Koło i okrąg to różne nazwy tej samej figury.

2 Przepisz zdania do zeszytu. Zamiast znaków zapytania dopisz odpowiednie uzupełnienie każdego zdania, tak aby było ono prawdziwe.

- a) Prostokąt to czworokąt, który ?.
- b) Kwadrat to prostokąt, który ?.
- c) Średnica to cięciwa, która ?.
- d) Kąt półpełny składa się z ? kątów prostych.
- e) Kąt rozwarty to kąt ?.

3 Obwód wielokąta $ABCDE$ jest równy

- A. 32 cm
- B. 33 cm
- C. 32 mm
- D. 33 mm



4 Rysunek przedstawia flagi dwóch państw.



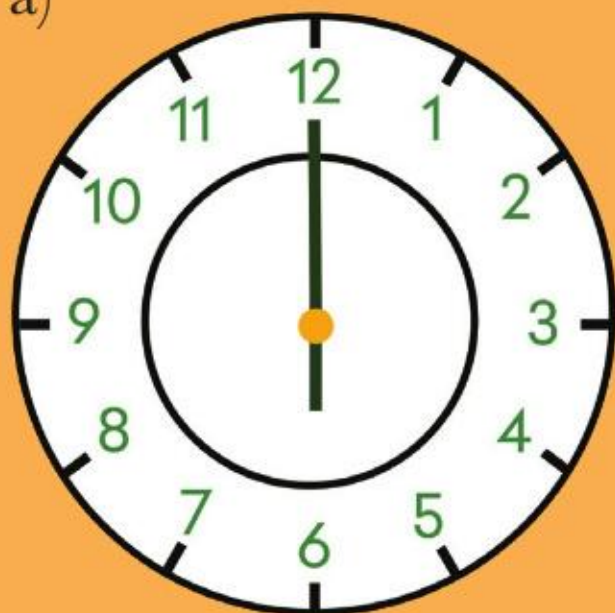
- a) Zmierz długość boków pasków na tych flagach i oblicz ich obwody.
- b) Jakie figury tworzą te paski?
- c) Sprawdź w internecie, jakie państwa mają te flagi i na jakim kontynencie leżą.



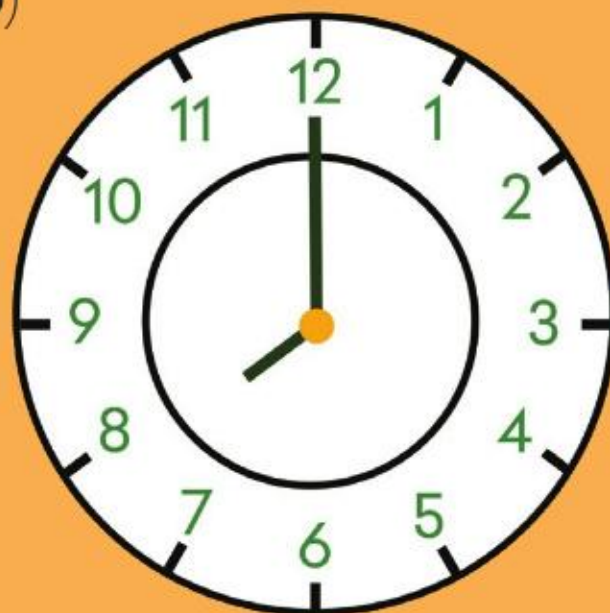
5 Marta dostała na urodziny ramkę na zdjęcie. Ma ona kształt prostokąta o obwodzie 22 cm. Gdy Marta zmierzyła długość boków ramki, zorientowała się, że ma w domu ramkę o takim samym obwodzie, ale w kształcie kwadratu. Jaką długość ma każdy bok tej kwadratowej ramki?

- 6 Zmierz kąt między minutową a godzinową wskazówką zegara. Jaki to rodzaj kąta?

a)



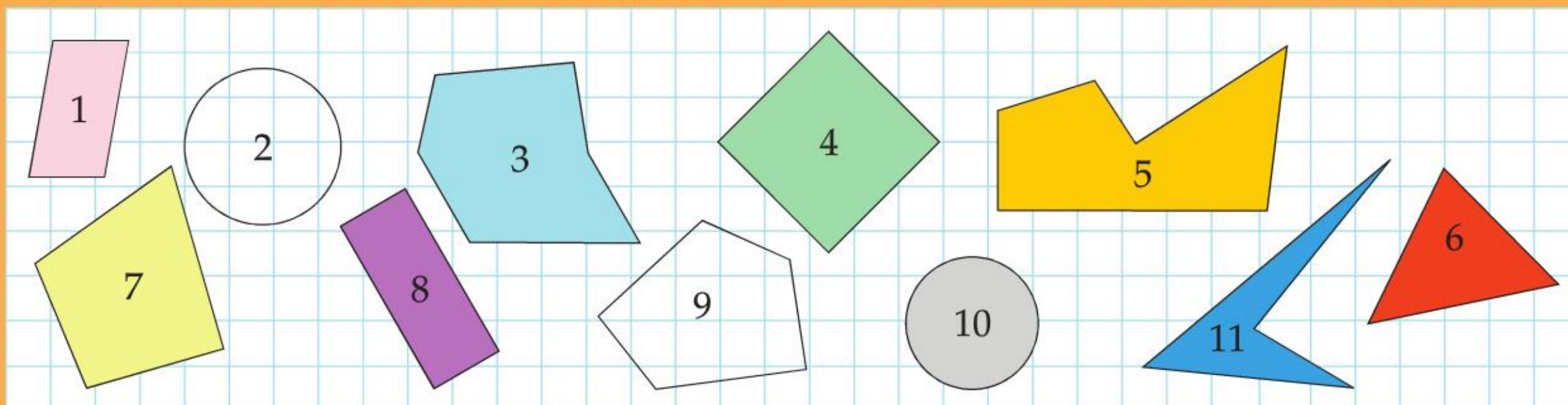
b)



- 7 Jakim rodzajem kąta jest mniejszy z kątów utworzony przez wskazówki zegara pokazujące podaną godzinę?

- a) 9.00 b) 4.45 c) 3.00
d) 5.30 e) 12.00 f) 6.01

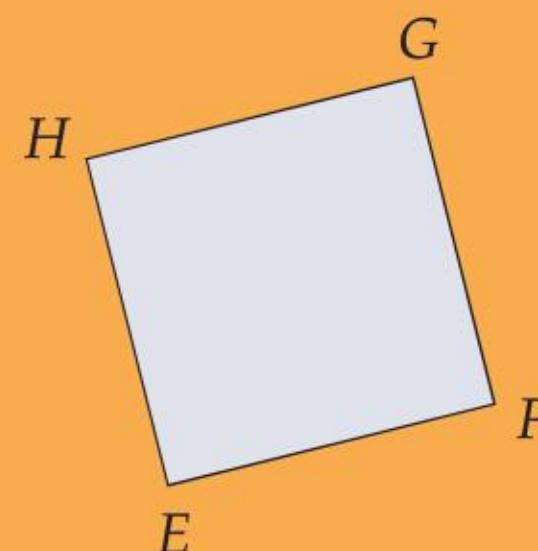
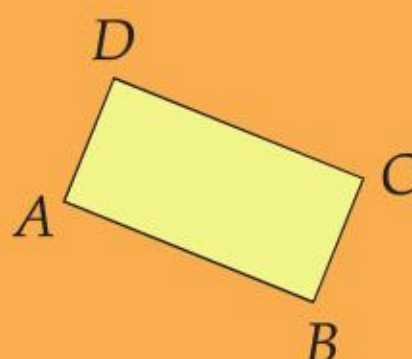
- 8 Podaj nazwy poniższych figur geometrycznych. Odpowiedzi zapisz w zeszycie.



- 9 Bok kwadratu ma długość 4 cm. Narysuj dowolny prostokąt niebędący kwadratem, którego obwód jest równy obwodowi tego kwadratu.

- 10 Oblicz obwód prostokąta, którego jeden z boków ma długość 8 cm, a drugi bok jest:
a) o 3 cm dłuższy, b) 5 razy dłuższy,
c) o 2 cm krótszy, d) 4 razy krótszy.

- 11 Prostokąt $ABCD$ i kwadrat $EFGH$ są narysowane w skali 1 : 2. Jakie są rzeczywiste wymiary tych figur? Oblicz ich rzeczywiste obwody.



Odpowiedzi do zadań

5. Ułamki zwykłe

5.1 Ułamek jako część całości (s. 8)

1. a) np. $\frac{1}{7}, \frac{9}{7}, \frac{20}{7}$ b) np. $\frac{3}{1}, \frac{3}{3}, \frac{3}{10}$ c) np. $\frac{1}{5}, \frac{10}{14}, \frac{96}{100}$
d) np. $\frac{1}{2}, \frac{5}{10}, \frac{15}{30}$ e) np. $\frac{1}{9}, \frac{5}{5}, \frac{7}{3}$ f) np. $\frac{1}{32}, \frac{2}{16}, \frac{8}{4}$
2. B, E, G 3. a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{13}{15}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{3}{5}$ 4. białe $\frac{20}{100}$,
żółte $\frac{60}{100}$ 5. B 6. A 7. a) $\frac{1}{7}$ b) $\frac{2}{7}$ 8. a) $\frac{1}{60}$
b) $\frac{15}{60}$ c) $\frac{45}{60}$ 9. a) $\frac{1}{365}$ b) $\frac{14}{365}$ c) $\frac{31}{365}$
10. kreska ułamkowa

5.2 Liczby mieszane i ułamki niewłaściwe (s. 13)

2. $\frac{6}{1}, \frac{6}{2}, \frac{6}{3}, \frac{6}{4}, \frac{6}{5}, \frac{6}{6}$ 3. np. $\frac{8}{8}, \frac{12}{8}, \frac{21}{8}, \frac{33}{8}, \frac{50}{8}$ 4. D
5. A 6. 13

5.3 Ułamek jako iloraz (s. 18)

1. a) 16 b) 15 c) 7 d) 12 e) 32 f) 30 g) 4 h) 8 i) 4
j) 5 k) 7 l) 6 2. $\frac{8}{7} \div 1\frac{1}{7}, \frac{21}{5} \div 4\frac{1}{5}, \frac{40}{9} \div 4\frac{4}{9}, \frac{9}{7} \div 1\frac{2}{7},$
 $\frac{53}{6} \div 8\frac{5}{6}, \frac{19}{5} \div 3\frac{4}{5}, \frac{20}{3} \div 6\frac{2}{3}$ 3. C 4. B 6. 24 cm

5.4 Ułamki zwykłe na osi liczbowej (s. 24)

1. a) $A = \frac{3}{9}, B = \frac{7}{9}, C = 1\frac{1}{9}, D = 1\frac{4}{9}, E = 2\frac{2}{9}$ b) $A = \frac{2}{7},$
 $B = \frac{5}{7}, C = \frac{6}{7}, D = 1\frac{4}{7}, E = 1\frac{6}{7}, F = 2\frac{3}{7}, G = 2\frac{6}{7}, H = 3\frac{1}{7}$
c) $A = \frac{3}{10}, B = \frac{7}{10}, C = \frac{9}{10}, D = 1\frac{3}{10}, E = 1\frac{4}{10}, F = 1\frac{7}{10},$
 $G = 1\frac{9}{10}, H = 2\frac{2}{10}$

5.5 Porównywanie ułamków (s. 29)

1. a) $\frac{1}{10} < \frac{3}{10} < \frac{4}{10} < \frac{6}{10} < \frac{7}{10} < \frac{9}{10} < \frac{12}{10}$
b) $\frac{2}{10} < \frac{2}{9} < \frac{2}{8} < \frac{2}{7} < \frac{2}{6} < \frac{2}{5} < \frac{2}{3} < \frac{2}{2}$ 2. Iza
3. podczas pierwszej przerwy 4. B 5. $\frac{3}{6}$
6. a) $\frac{2}{3} < \frac{5}{6}$ b) $\frac{1}{2} > \frac{3}{8}$ c) $\frac{4}{5} > \frac{7}{10}$ d) $\frac{3}{4} > \frac{1}{4}$
e) $\frac{7}{20} < \frac{1}{2}$ f) $\frac{3}{4} < \frac{8}{10}$ g) $\frac{15}{20} > \frac{6}{10}$ h) $\frac{5}{10} = \frac{4}{8}$
7. Agata, Emilka, Tomek, Antek, Olga
8. Michał, Bartek, Jaś, Damian

5.6 Rozszerzanie i skracanie ułamków (s. 34)

1. a) 4 b) 2 c) 50 d) 28 e) 5 f) 24 g) 36 h) 7
2. a) $\frac{5}{6}$ b) $\frac{3}{5}$ c) $\frac{7}{8}$ d) $\frac{6}{7}$ e) $\frac{2}{3}$ f) $\frac{3}{4}$ g) $\frac{1}{4}$ h) $\frac{1}{2}$
3. B 4. $\frac{3}{10} = \frac{9}{30}, \frac{5}{6} = \frac{30}{36}, \frac{3}{7} = \frac{15}{35}, \frac{5}{8} = \frac{10}{16}$
5. $\frac{2}{3}, \frac{16}{24}, \frac{28}{42}, \frac{36}{54}$ 6. $\frac{1}{4}, \frac{2}{8}, \frac{3}{12}, \frac{10}{40}, \frac{12}{48}, \frac{16}{64}$

5.7 Dodawanie ułamków zwykłych o jednakowych mianownikach (s. 37)

1. a) $1\frac{4}{13}$ b) $1\frac{4}{11}$ c) $1\frac{4}{15}$ d) $1\frac{14}{25}$ 2. a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{2}{9}$
c) $\frac{13}{15}$ 3. 2 kg 4. D 5. $2\frac{92}{100}$ kg 6. A 7. nie
8. $\frac{3}{5}, 1\frac{1}{5}, 1\frac{4}{5}, 2\frac{2}{5}, 3, 3\frac{3}{5}$

5.8 Dodawanie liczb mieszanych (s. 41)

1. a) $4 + 1\frac{1}{2} = 5\frac{1}{2}$ b) $\frac{24}{9} + \frac{32}{9} = 6\frac{2}{9}$ c) $\frac{4}{7} + \frac{17}{7} = 3$
d) $1\frac{6}{8} + 1\frac{5}{8} = 3\frac{3}{8}$ e) $\frac{7}{3} + \frac{5}{3} = 4$ f) $2\frac{7}{16} + 1\frac{11}{16} = 4\frac{1}{8}$
2. C 3. B 4. 4 kg = 400 dag 5. 13 min
6. $272\frac{2}{5}$ cm

5.9 Odejmowanie ułamków zwykłych o jednakowych mianownikach (s. 44)

1. a) $\frac{4}{7}$ b) $\frac{7}{10}$ c) $\frac{1}{12}$ d) 8 e) $5\frac{10}{20}$ f) 4
2. $\frac{6}{10}, \frac{5}{10}, \frac{4}{10}, \frac{3}{10}$ 3. $1\frac{1}{20}$ litra 4. D 5. A

5.10 Odejmowanie liczb mieszanych (s. 48)

1. $1\frac{11}{13}$ 2. $5\frac{2}{9}$ 3. $6\frac{3}{4}$ m 4. D 5. B 6. $1\frac{3}{5}$ m; $9\frac{3}{5}$ m
7. $736\frac{3}{7}$ kg 8. $7\frac{4}{5}$

Czy już umiesz? (s. 51)

1. D 2. A 3. F, F, P, P 4. B 5. B 6. C 7. D
8. a) $47\frac{3}{4}$ m b) $11\frac{1}{2}$ m 9. B 10. B

6. Ułamki dziesiętne

6.1 Zapisywanie i odczytywanie ułamków dziesiętnych (s. 58)

1. żółtym 0,31, różowym 0,37, niebieskim 0,32
2. a) 0,72 b) 5,132 c) 14,014 d) 0,3 e) 80,08 f) 0,009
g) 10,7 h) 0,56 3. a) np. 2,222 b) np. 3,434 c) 0,588

4. a) np. 0,126 b) np. 0,893 c) np. 0,842 5. B 6. D
7. 4,5 godz.

6.2 Zapis cen za pomocą ułamków dziesiętnych (s. 62)

1. a) 1,36 zł b) 5,5 zł c) 32,15 zł d) 70,01 zł
2. a) 6,75 zł b) 2,38 zł c) 3,13 zł d) 0,65 zł e) 0,44 zł
f) 0,03 zł 3. C 4. a) F b) P c) F d) F 5. np. 2,3 zł

6.3 Zapis długości za pomocą ułamków dziesiętnych (s. 64)

1. a) 1000 mm b) 0,001 m 2. a) 3 m 17 cm
b) 5 cm 4 mm c) 52 m 8 cm d) 17 dm 3 cm
e) 6 m 8 mm f) 3 dm 1 cm g) 4 km 358 m
h) 1 dm 2 mm i) 3 m 40 cm j) 7 km 350 m
k) 8 km 200 m l) 3 km 60 m 3. b) 24 razy
5. C 6. A

6.4 Zapis masy za pomocą ułamków dziesiętnych (s. 67)

1. a) 1000 g b) 0,001 kg 2. a) 4 kg 26 dag
b) 2 dag 7 g c) 3 t 625 kg d) 1 dag 1 g
e) 10 dag 9 g f) 1 t 5 kg g) 5 kg 4 dag h) 9 t 36 kg
i) 4 kg 70 dag j) 2 t 160 kg k) 1 t 200 kg l) 4 kg 7 g
3. 0,34 kg, 0,15 kg, 0,28 kg 4. A 5. 6,4 kg

Czy już umiesz? (s. 71)

1. a) 4,238 b) 5,432 c) 2,174 d) 93,5 2. C 3. A
4. B 5. C 6. a) 13,85 zł b) 5,07 zł c) 7,6 zł
d) 83,1 zł 7. Bartek 16 zł 25 gr, Karolina 15 zł 75 gr
8. 4,75 zł 9. Jacek 0,6 km, Krysia 0,95 km,
Adam 1,35 km, Iwona 1,423 km, Marek 2,045 km
10. A 11. C 12. B 13. A 14. C

7. Figury płaskie

7.1 Podstawowe figury geometryczne (s. 79)

5. a) 5 b) 6 6. F, P, F, F, F, P

7.2 Proste i odcinki prostopadłe (s. 85)

1. np. Rynek Główny i Floriańska, Świętego Marka
i Szpitalna, Szewska i Sławkowska

7.3 Proste i odcinki równoległe (s. 90)

1. np. Floriańska i Szpitalna, Szewska i Świętego
Tomasza, Jagiellońska i Sławkowska
4. $b \perp c$ 5. $CD \perp EF$ 6. $AB \parallel ED$, $BC \parallel FE$,
 $CD \parallel AF$ 8. równość prawdziwa: $II - I = I$;
6 par prostopadłych i 4 pary równoległych;
12 par prostopadłych i 9 równoległych

7.4 Mierzenie długości odcinka i łamanej (s. 95)

1. A 4. 190 mm 5. 85 cm 6. 120 cm

7.5 Kąty i ich rodzaje (s. 100)

1. A, B, C, E, F, H 2. a) prosty b) rozwarty
c) wklęsły d) ostry 3. a) prosty b) półpełny
c) pełny d) rozwarty e) ostry f) wklęsły
5. a) kąt CKL – ostry, kąt KLP – rozwarty,
kąt DPL – wklęsły b) kąt ABC – wklęsły,
kąt BCD – ostry, kąt CDE – ostry, kąt BAE – prosty,
kąt AED – rozwarty 6. ostrych 9, rozwartych 8
7. a) prosty i wklęsły b) dwa kąty półpełne
c) zerowy i pełny d) rozwarty i wklęsły e) prosty
i wklęsły f) rozwarty i wklęsły

7.6 Mierzenie kątów (s. 105)

4. a) 90° b) 30° c) 180° d) 120° e) 6° f) 360°
5. a) 12.30 b) 12.05 c) 12.10 d) 12.01 e) 12.25
6. 4 kąty 7. C 8. D

7.7 Wielokąty i ich rodzaje (s. 109)

5. P, F, F, P, P, F, F, P

7.8 Prostokąt i kwadrat (s. 115)

4. I, II, IV 7. P, F, P, F, P, F, P, F, P, P, P, F, P 8. 12
10. 18 11. 9

7.9 Obwód prostokąta i kwadratu (s. 120)

3. 398 cm 4. 48 cm 5. $Obw._t = 20$ m, $Obw._p = 4$ m
6. 330 cm 7. D 8. A 9. Janek nie miał racji;
przejechał 1040 m. 10. B 11. 65 mm

7.10 Okrąg i koło (s. 126)

1. a) 2 cm b) 4 cm c) 3 cm, 4 cm 2. 4 cm
3. 4 identyczne części 4. kwadrat
8. P, F, P, P, P, F, P, F, P, P, F 9. 12
10. 24 cm $\times$ 36 cm lub 18 cm $\times$ 48 cm, lub
12 cm $\times$ 72 cm, lub 6 cm $\times$ 144 cm 11. 1000

7.11 Skala (s. 132)

2. a) 1 : 3 b) 1 : 4 c) 1 : 6 6. 66 m 7. 2 cm $\times$ 4 cm

Czy już umiesz? (s. 135)

1. a) P b) F c) F d) P e) F f) F 3. A
5. 55 mm 6. a) dwa kąty po 180° – półpełne
b) 120° – rozwarty i 240° – wklęsły 7. a) prosty
b) rozwarty c) prosty d) ostry e) zerowy
f) rozwarty 10. a) 38 cm b) 96 cm c) 28 cm
d) 20 cm 11. 2 cm $\times$ 4 cm, $Obw. = 12$ cm,
5 cm $\times$ 5 cm, $Obw. = 20$ cm

Indeks

B		Ł		S	
boki łamanej	77	łamana	77	skala	129
boki wielokąta	106	łamana otwarta	78	skracać ułamek	32
C		łamana zamknięta	78	stopień	102
cięciwa koła	125	M		szerokość prostokąta	113
cięciwa okręgu	123	mianownik		Ś	
części dziesiąte	57	O		średnica koła	125
części setne	57	obwód kwadratu		średnica okręgu	124
części tysięczne	57	obwód prostokąta		środek koła	125
część całkowita	10	obwód wielokąta		środek okręgu	122
część ułamkowa	10	odcinek		U	
D		odcinki prostopadłe		ułamek dziesiętny	54
długość łamanej	94	odcinki równoległe		ułamek nieskracalny	33
długość prostokąta	113	okrąg		ułamek niewłaściwy	11
K		P		ułamek właściwy	11
kąt	97	początek półprostej		ułamek zwykły	6
kąt ostry	100	postać dziesiętna ułamka		W	
kąt pełny	99	półprosta		wielokąt	106
kąt półpełny	98	promień koła		wierzchołek kąta	97
kąt prosty	98	promień okręgu		wierzchołki łamanej	77
kąt rozwarty	100	prosta		wierzchołki wielokąta	106
kąt wklęsły	100	proste prostopadłe		wyłączanie całości	
kąt zerowy	99	proste przecinające się		z ułamka	17
kąty wielokąta	106	proste równoległe		wymiary prostokąta	113
koło	125	prostokąt		wyrażenie dwumianowane	61
końce odcinka	76	przekątne kwadratu			
kreska ułamkowa	7	przekątne prostokąta			
kwadrat	114	punkt			
L		R			
liczba mieszana	10	ramiona kąta			
licznik	7	rozszerzanie ułamka			

Ilustracje na okładce i stronach działowych (s. 5, 53, 73)

Paweł Mildner

Ilustracje

Joanna Bartosik (s. 70/monety, linijka, odważniki), Michał Bednarski (dzieci i komunikatory: s. 7, 14, 17, 18, 20, 24, 27, 34, 40, 44, 54, 56, 65, 80, 91, 94, 101, 108, 109, 114, 116, 117, 122, 126, 128, 133, 136 oraz s. 29/zegarki, 132, 133/domy), Patricija Bliuj-Stodulska (s. 38 i 44/kangur), Paulina Derecka (s. 15/dziewczynka, 30, 37, 45), Iza Dudzik (s. 35), Olga Kawacińska (s. 70/ułamek dziesiąty, 72, 117/boiska, 121), Joanna Kunert (s. 39, 41, 91/mapa, 102), Tamara Kwiatkowska (s. 68, 69), Ewa Łabaj (s. 48, 49, 106, 117/serwetka), Joanna Ławniczek (s. 6/ciasta, 10/dzieci, 11/pizza, 74, 120/ książki, 134), Renata Motyka (s. 6/bułka, masło, tarta, arbuz, 8, 10 i 11/bułki, batoniki, jabłko, 19, 25, 60/cukier, 66/paragon), Karolina Skorupska (kątomierz, cyrkiel, linijka, ekierka oraz s. 85, 90, 96, 101/zegar, 136/zegary), Jaga Słowińska (s. 38/dziewczynka, 55, 59, 60/zakupy, 63, 66/waga, 67), Kinga Trafas (s. 14/domy, 131)

Wykaz dysponentów praw autorskich do obrazów i zdjęć zamieszczonych w publikacji

BE&W/Alamy: (strzyżyk, s. 64); EAST NEWS / AFP: (Daniel Tammet, s. 68); Shutterstock: Mikael Damkier (czekolada, s. 15), Africa Studio (bakłazany, s. 49), grafvision (zielone kalafiory, s. 49), le pur photography (dynie, s. 49), Neamov (pralka, s. 63), urfin (kalkulator 2, s. 64), robert mcgillivray (albatros, s. 64), gumbad (biegi, s. 65), jokerpro (chodnik, s. 86), 596700986 (tory kolejowe, s. 86), Daniel Prudek (flaga Nepalu, s. 110), Anton_Ivanov (obrazy, s. 112), BondRocketImages (kuchnia, s. 112), Momizi (tablica, s. 113), Kaspri (tablica z koszem, s. 113), EFKS (boisko, s. 120), Wolna (szklanka, s. 128), studiovin (dom, s. 129), irin-k (muchy, s. 129); Wikipedia: (Walt Disney, s. 69), (Albert Einstein, s. 69), (Rafael Santi, Szkoła ateńska, s. 75), (flaga Polski, s. 110), (flaga Szwecji, s. 110), (flaga Japonii, s. 110), (flaga Watykanu, s. 110), (flaga Szwajcarii, s. 110)



Grupa MAC S.A.
ul. Witosa 76
25-561 Kielce

www.mac.pl

ISBN 978-83-7873-766-7



Indeks: 880605
Zlecenie: 340623