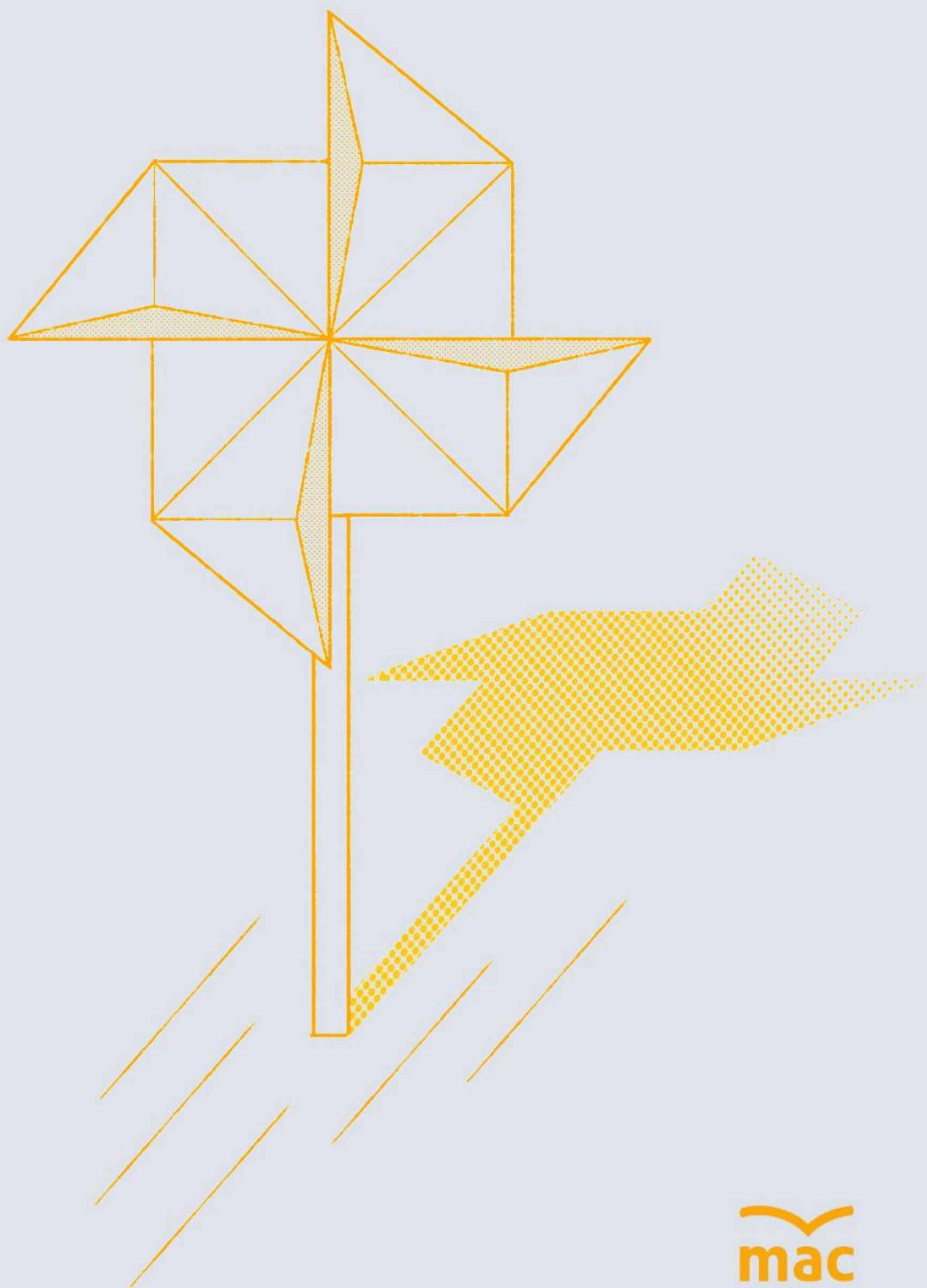
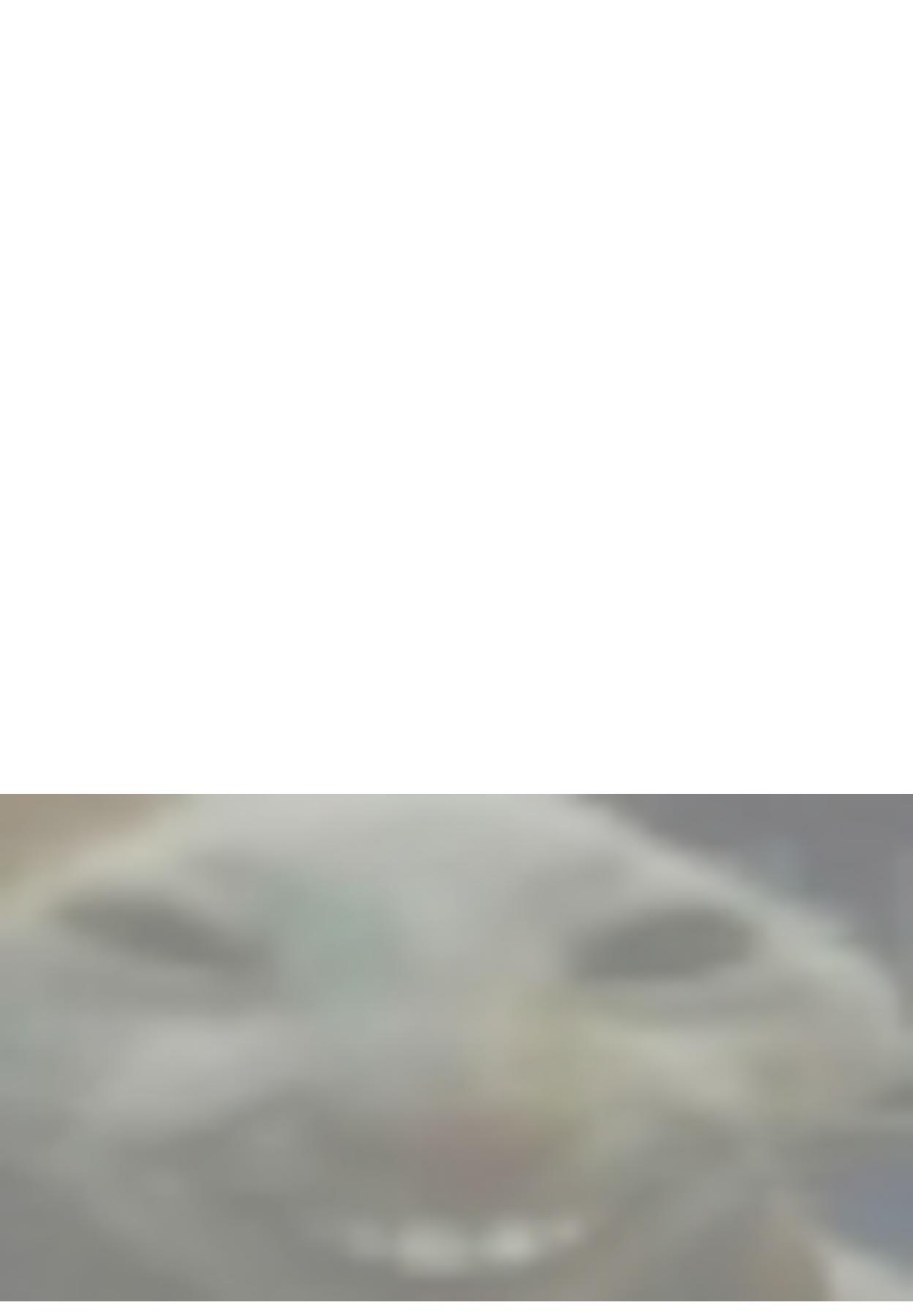


Matematyka 8

Zeszyt ćwiczeń





Anna Kotwica
Justyna Kubicka

8

Matematyka

Zeszyt ćwiczeń dla klasy ósmej
szkoły podstawowej



Redaktor serii
Justyna Kubicka

Redakcja merytoryczna
Anna Kotwica
Adam Pawłowski
Justyna Kubicka

Redakcja językowa
Krystyna Bajor

Korekta
Paulina Zaborek

Redakcja techniczna
Paweł Kowalski

Skład i łamanie
Adam Ziółkowski

Ilustracje

Katarzyna Surman-Pusz (s. 67)

Marcin Kot (s. 74)

Grzegorz Gola (s. 17, 19, 20, 28, 29, 31, 32, 33, 35, 37, 40, 41, 44, 45, 46, 55, 56, 57, 58, 59, 63, 69, 70, 73, 74, 75, 76, 79, 80, 81, 82, 83)

Redakcja artystyczna
Magdalena Sarnot-Wrzecionowska
Marcin Kot

Projekt i koncepcja artystyczna
Futu Creative / Kay Humelt i Rafał Kwiczor

Koordinacja prac graficznych
Magdalena Sarnot-Wrzecionowska

Projekt okładki
Futu Creative / Kay Humelt i Rafał Kwiczor

Ilustracja na okładce i na stronie tytułowej
Acapulco Studio / Agata Dudek i Małgorzata
Nowak-Żurek



oznaczenie
polecenia
trudniejszego



nawiązanie
do innego
przedmiotu



zastosowanie
nowoczesnych
technologii

Etap edukacyjny: II

Typ szkoły: szkoła podstawowa

Wydawca oświadcza, że dołożył wszelkich starań, aby dotrzeć do wszystkich właścicieli i dysponentów praw autorskich. Osoby, których nie udało nam się ustalić, prosimy o kontakt z wydawnictwem.

Nabyta przez Ciebie publikacja jest dziełem twórcy i wydawcy. Przestrzegaj praw, jakie im przysługują. Udostępniając książkę lub jej fragmenty, rób to wyłącznie w zakresie dozwolonego użytku, który określają przepisy prawa. Zawartość książki możesz udostępnić nieodpłatnie osobom bliskim lub osobiście znanym, ale nie publikuj jej w internecie. Jeśli cytujesz jej fragmenty, nie zmieniaj ich treści i koniecznie zaznacz, czyje to dzieło. Kopiując jej część, rób to jedynie na użytek osobisty.

© Grupa MAC S.A., Kielce 2021

ISBN 978-83-8227-133-1

Grupa MAC S.A.
25-561 Kielce, ul. Witosa 76
tel. 41 366 55 55, faks: 41 366 33 02
e-mail: kontakt@mac.pl; www.mac.pl

Spis treści

1. Proporcjonalność prosta

1.1	Proporcja i jej własności	5
1.2	Zastosowanie proporcji do rozwiązywania problemów	7
1.3	Wielkości wprost proporcjonalne	9
1.4	Zastosowanie wielkości wprost proporcjonalnych	11
1.5	Podział proporcjonalny	13
	Podsumowanie działu 1	15

2. Wprowadzenie do statystyki i rachunku prawdopodobieństwa

2.1	Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w tabelach i na diagramach	17
2.2	Odczytywanie i interpretowanie danych statystycznych z wykresów	19
2.3	Zbieranie, porządkowanie i przedstawianie danych	21
2.4	Średnia arytmetyczna	23
2.5	Doświadczenia losowe	24
2.6	Częstość występowania zdarzeń w doświadczeniach losowych	25
2.7	Prawdopodobieństwo zdarzenia	26
	Podsumowanie działu 2	27

3. Graniastosłupy

3.1	Graniastosłupy i ich własności	31
3.2	Pole powierzchni graniastosłupa	32
3.3	Objętość graniastosłupa	34
3.4	Pole powierzchni i objętość graniastosłupa	35
	Podsumowanie działu 3	36

4. Ostrosłupy

4.1	Ostrosłupy i ich własności	39
4.2	Pole powierzchni ostrosłupa	41
4.3	Objętość ostrosłupa	43
4.4	Pole powierzchni i objętość ostrosłupa	45
	Podsumowanie działu 4	47

5. Powtarzamy, utrwalamy

5.1	Liczby wymierne	49
5.2	Działania na liczbach rzeczywistych	51
5.3	Wyrażenia algebraiczne i równania	53
5.4	Figury geometryczne na płaszczyźnie	55
5.5	Geometria przestrzenna	57
5.6	Oś liczbowa. Układ współrzędnych	60
5.7	Statystyka i rachunek prawdopodobieństwa	63
5.8	Praktyczne zastosowania matematyki	65

6. Okrąg i koło

6.1	Koła i okręgi	69
6.2	Długość okręgu	71
6.3	Pole koła	73
6.4	Pierścień kołowy	74
6.5	Okrąg, koło i pierścień kołowy – zadania z kontekstem realistycznym	75
	Podsumowanie działu 6	76

7. Symetrie

7.1	Symetralna odcinka	78
7.2	Dwusieczna kąta	79
7.3	Symetria względem prostej	80
7.4	Figury osiowosymetryczne	81
7.5	Symetria względem punktu	82
7.6	Figury środkowosymetryczne	83
7.7	Symetria względem osi układu współrzędnych	84
7.8	Symetria względem początku układu współrzędnych	86
	Podsumowanie działu 7	87

8. Zaawansowane metody zliczania i rachunek prawdopodobieństwa

8.1	Reguła mnożenia	90
8.2	Reguła dodawania	91
8.3	Obliczanie prawdopodobieństw zdarzeń	92
	Podsumowanie działu 8	93

1.1 Proporcja i jej własności

- Sprawdź, czy zachodzi równość między podanymi ilorazami. Wstaw znak $=$ lub $\neq$.

a) $\frac{7}{3}$ $\frac{21}{9}$

b) $\frac{3,2}{0,8} \square \frac{3,6}{9}$

c) $21 : 6$ $6 : 3,3$

d) $15 : 24$ $45 : 72$

[illegible]

- Wpisz odpowiednie liczby w miejsce liter w każdej proporcji (zakładamy, że zmienne w mianownikach są różne od zera).

a) $\frac{4}{7} = \frac{x}{28}, \quad x = \underline{\hspace{2cm}}$

b) $\frac{1,75}{2} = 14 : y, \quad y = \underline{\hspace{2cm}}$

c) $z : 0,2 = 25 : 4$, $z =$

d) $9,9 : t = 33 : 8$, $t =$ _____

[illegible]

- Rozwiąż równanie. Zapisz konieczne założenia.

a) $\frac{15}{45} = \frac{2x-5}{3}$

$$\text{b) } \frac{4}{7x-6} = \frac{2,9}{5,8}$$

[illegible]

c) $\frac{6}{12+x} = \frac{3}{2x+3}$

$$\text{d) } \frac{3x-1}{-1.8} = \frac{4+x}{0.6}$$

[illegible]

[illegible]

[illegible]

- [illegible]

- [illegible]

1.2 Zastosowanie proporcji do rozwiązywania problemów

- Do wojewódzkiej sekcji tenisa stołowego należy 120 zawodników. Stosunek liczby dziewcząt do liczby chłopców jest równy 3 : 7. Ile dziewcząt i ilu chłopców trenuje grę w tenisa stołowego w tej sekcji?

[illegible]

Odpowiedź: _____

- Trzy rolki tapety wystarczą na pokrycie około 15 m^2 ściany. Oblicz, ile rolek tapety potrzeba na pokrycie 36 m^2 .

[illegible]

Odpowiedź: _____

- Obwód prostokąta ma 48 cm, a stosunek długości jego boków jest równy 3 : 5. Oblicz pole tego prostokąta.

[illegible]

Odpowiedź: _____

- W szkółce leśnej posadzono 400 sadzonek drzew. Stosunek liczby sadzonek drzew iglastych do liczby sadzonek drzew liściastych wynosi $3 : 7$. Oblicz, ile sadzonek drzew iglastych i ile sadzonek drzew liściastych posadzono w tej szkółce.

[illegible]

Odpowiedź: _____

- Bartek w swojej kolekcji miniaturowych pojazdów ma o 13 więcej samochodów niż motocykli. Stosunek liczby motocykli do liczby samochodów jest równy $2 : 3$. Ile miniatur samochodów i ile miniatur motocykli liczy kolekcja Bartka?

[illegible]

Odpowiedź: _____

- Pan Tomasz dostał 1530 zł premii. Podzielił pieniądze w stosunku 5 : 12 i większą kwotę przeznaczył na letni odpoczynek. Jaka kwota pozostanie panu Tomaszowi?

[illegible]

Odpowiedź: _____

[illegible]

Odpowiedź:

[illegible]

Odpowiedź: _____



- a) Jak liczna była grupa przyjaciół, jeżeli stosunek kwoty zapłaconej za bilety na wystawę do kwoty zapłaconej za wizytę w muzeum jest równy $3 : 4$?

[illegible]

Odpowiedź: _____

- b) Jaka była cena biletu do muzeum?

[illegible]

Odpowiedź: _____

1.4 Zastosowanie wielkości wprost proporcjonalnych

- Za 4 jednakowe opakowania herbaty Kinga zapłaciła 18,80 zł. Oblicz, ile takich opakowań może kupić za 65,80 zł.

[illegible]

Odpowiedź:

- Rowerzysta w ciągu 2 godzin przejechał 70 km.
- a) Ile kilometrów pokona w ciągu 4,5 godziny, jeżeli średnia prędkość będzie taka sama?

[illegible]

Odpowiedź: _____

- b) Ile minut zajmie rowerzyście przejechanie 105 km?

[illegible]

Odpowiedź: _____

- Standardowa prędkość wyświetlania filmu to 24 klatki na sekundę. Ile klatek zostanie wyświetlonych w ciągu 2 minut?

[illegible]

Odpowiedź:

- Rzeczywista odległość w linii prostej między dwoma miejscowościami jest równa 108 km. Jaka jest odległość między tymi miejscowościami na mapie wykonanej w skali 1 : 450 000?

[illegible]

Odpowiedź: _____

- Sklep oferuje jogurty w opakowaniach po 6 i 12 sztuk. Jedno większe opakowanie i jedno mniejsze kosztują razem 30,60 zł. Jaka jest cena mniejszego opakowania jogurtów?

[illegible]

Odpowiedź: _____

- Jeden z boków prostokąta jest o 15 cm krótszy od drugiego. Stosunek długości boków jest równy $6 : 11$. Oblicz obwód i pole tego prostokąta.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Odpowiedź: _____

1.5 Podział proporcjonalny

- Na konkurs plastyczny wpłynęło 117 prac uczniów szkół podstawowych. Stosunek liczby prac wykonanych farbami do liczby prac malowanych kredkami wynosi $8 : 5$. Ile prac każdego rodzaju wpłynęło na konkurs plastyczny?

[illegible]

Odpowiedź: _____

- Iloraz pewnej liczby i liczby o 9 od niej mniejszej jest równy $4 : 3$. Wyznacz tę liczbę.

[illegible]

Odpowiedź: _____

- Jeden z kątów czworokąta jest równy 90° . Stosunek miar pozostałych kątów jest równy $3 : 5 : 7$. Oblicz miary kątów tego czworokąta.

[illegible]

Odpowiedź: _____

- Tombak jest stopem, w którym stosunek miedzi do cynku wynosi $17 : 3$. Oblicz, ile gramów miedzi i ile gramów cynku jest w 140 gramach tombaku.

[illegible]

Odpowiedź: _____



Jeden litr nektaru porzeczkowego zawiera 26% zagęszczonego soku porzeczkowego.

- a) Oblicz, ile litrów zagęszczonego soku porzeczkowego należy użyć do przygotowania 3,5 litra nektaru porzeczkowego.

[illegible]

Odpowiedź: _____

- b) Ile wody należy dolać do 1 litra nektaru, aby zagęszczony sok stanowił 20% otrzymanego napoju?

[illegible]

Odpowiedź: _____



W pewnym hotelu stosunek liczby pokoi dwuosobowych do liczby pokoi czteroosobowych wynosi $3 : 5$. Gdyby po remoncie udostępniono jeszcze 7 pokoi dwuosobowych, to stosunek liczby pokoi dwuosobowych do liczby pokoi czteroosobowych byłby równy $7 : 10$.

- a) Ile pokoi dwuosobowych i ile czteroosobowych było na początku w tym hotelu?

[illegible]

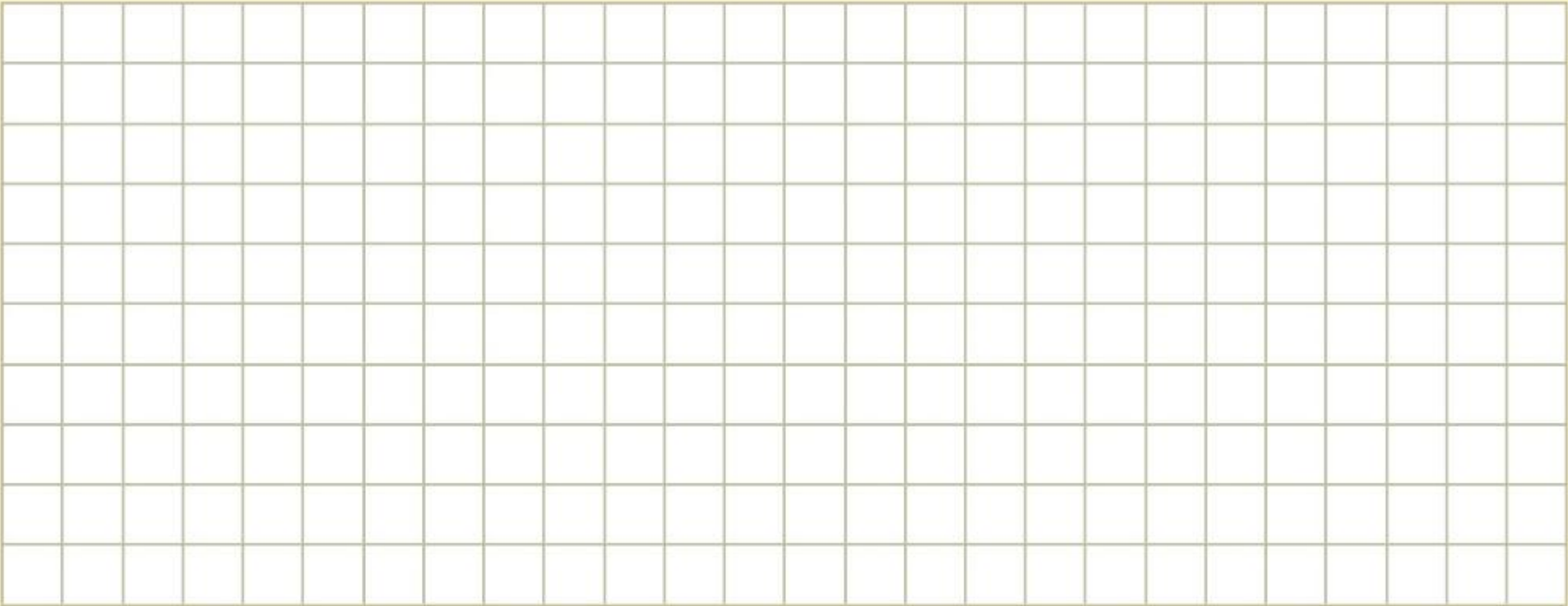
Odpowiedź: _____

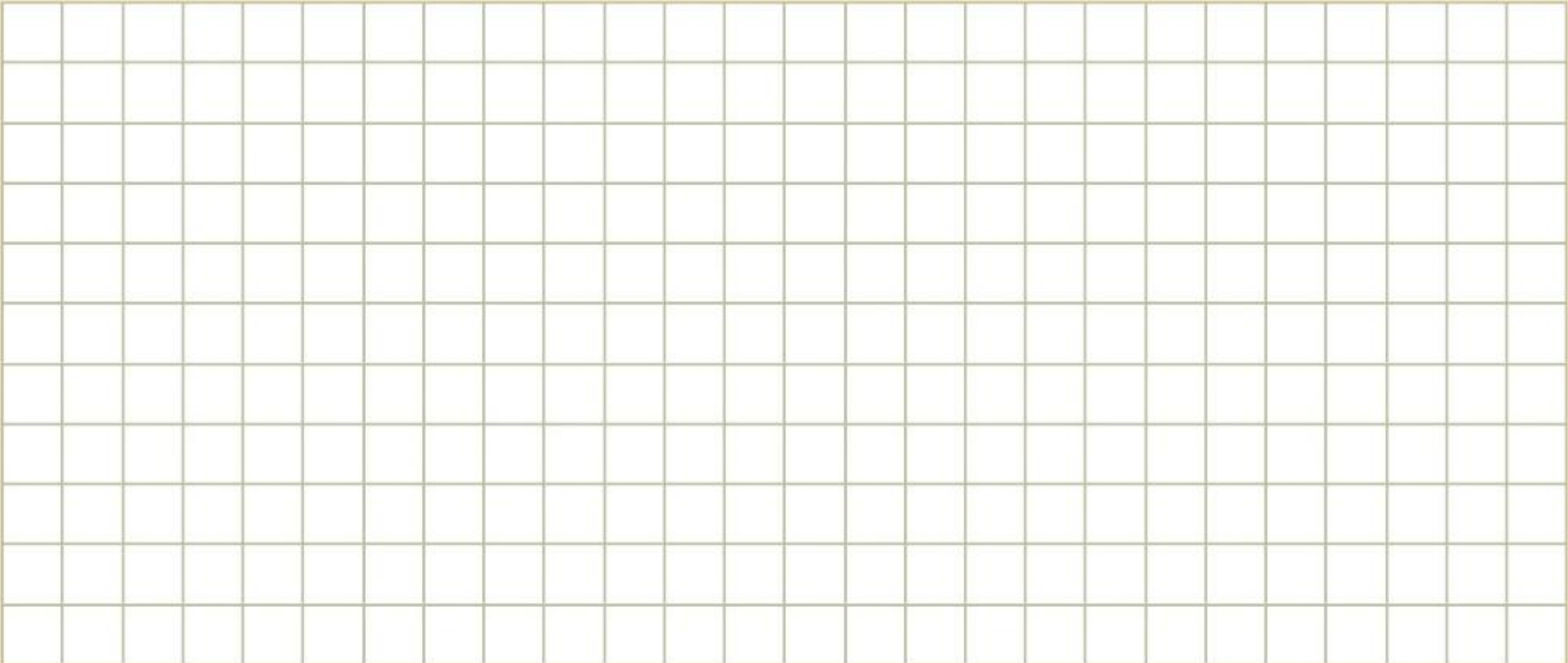
- b) Ilu gości mogłoby maksymalnie przenocować w tym hotelu po remoncie?

[illegible]

Odpowiedź: _____

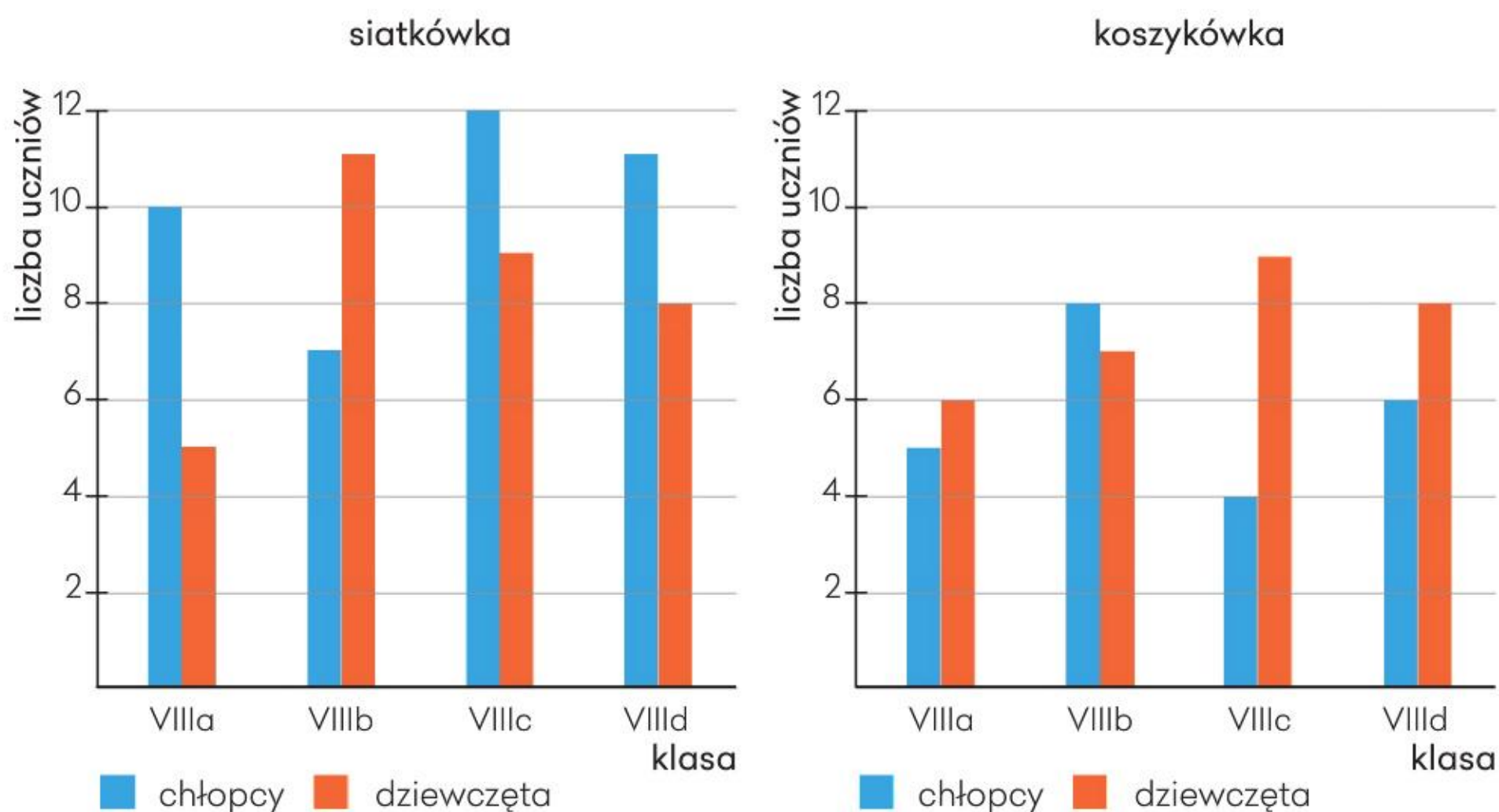






2.1 Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w tabelach i na diagramach

- Na diagramach słupkowych przedstawiono liczbę uczniów klas ósmych reprezentujących szkołę w międzyszkolnych zawodach sportowych.



- a) Ile łącznie chłopców, a ile dziewcząt ze wszystkich klas ósmych reprezentowało szkołę w grze w siatkówkę?

- b) Ile łącznie chłopców, a ile dziewcząt ze wszystkich klas ósmych reprezentowało szkołę w grze w koszykówkę?

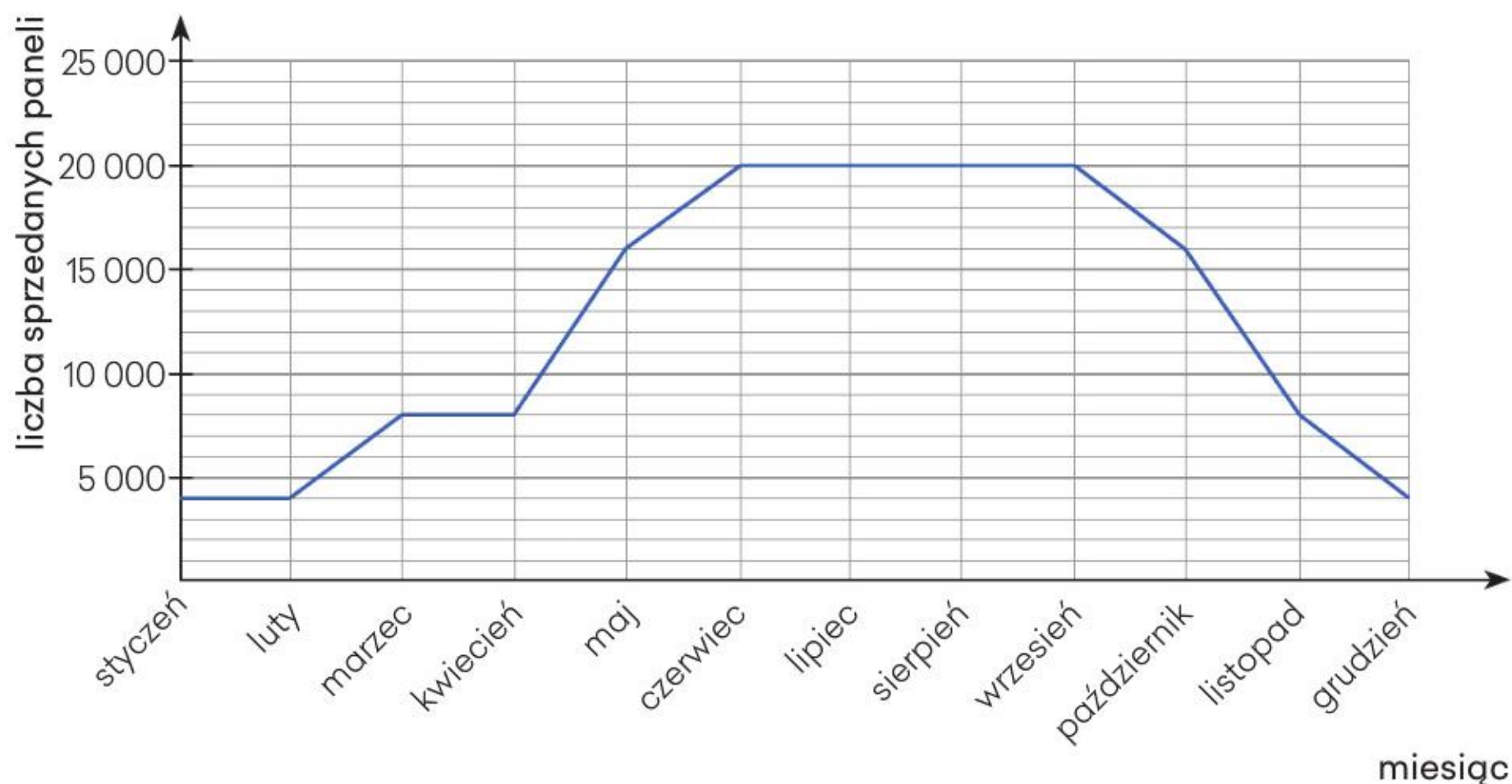
- c) Z której klasy więcej uczniów reprezentowało szkołę

a) w siatkówce,

b) w koszykówce?

2.2 Odczytywanie i interpretowanie danych statystycznych z wykresów

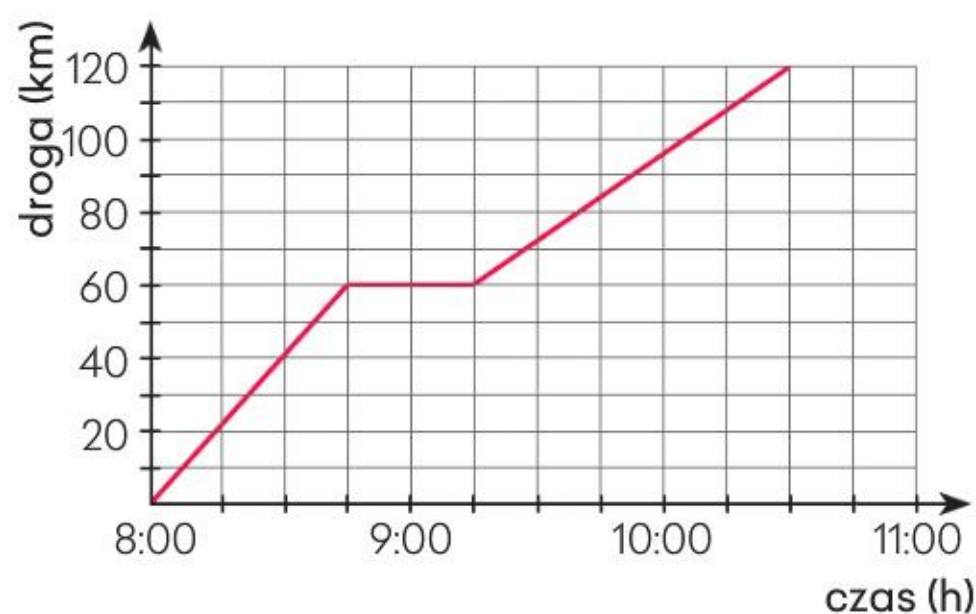
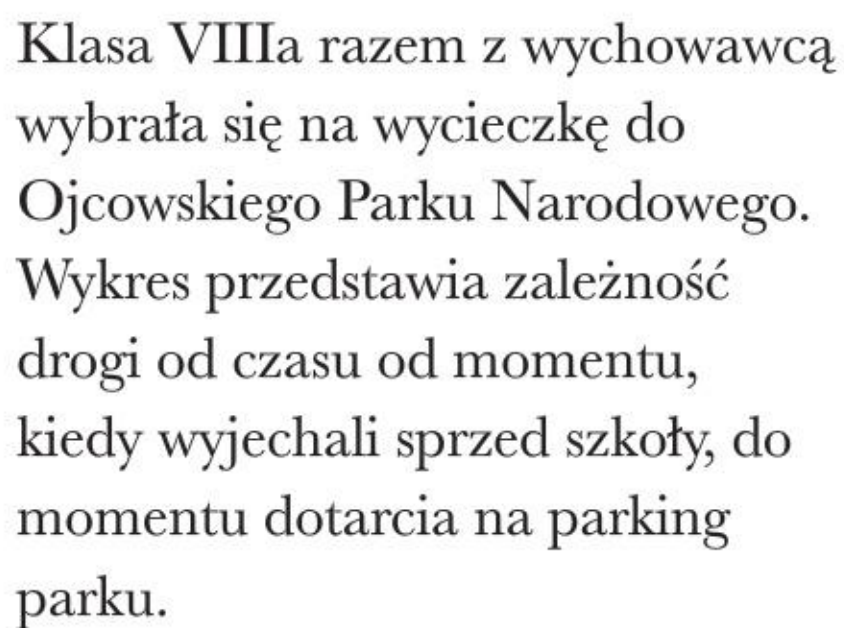
- Wykres przedstawia liczbę sprzedanych paneli fotowoltaicznych w pewnej firmie w danym roku.



Oceń prawdziwość podanych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F, jeśli jest fałszywe.

Średnia arytmetyczna liczb sprzedanych paneli w drugim półroczu jest większa niż średnia arytmetyczna liczb sprzedanych paneli w pierwszym półroczu.	☐ P	☐ F
Największy wzrost liczby sprzedanych paneli zanotowano w marcu.	☐ P	☐ F
Największy spadek liczby sprzedanych paneli był w listopadzie.	☐ P	☐ F
Łączna liczba sprzedanych paneli na koniec roku była większa niż 140 000.	☐ P	☐ F

[illegible]

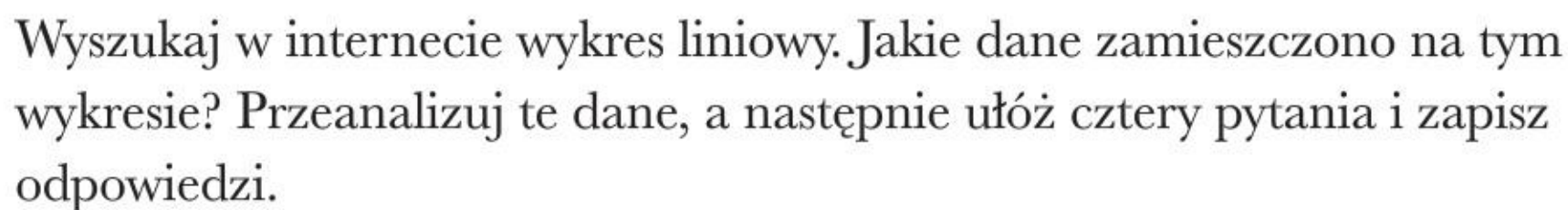


- Ile kilometrów pokonali uczestnicy do momentu postoju? _____
- O której godzinie rozpoczął się postój? Ile czasu trwał?

- O której godzinie uczestnicy wycieczki dojechali na miejsce? _____
- Ile kilometrów miała cała trasa? _____
- Jaka była średnia prędkość autokaru od momentu zakończenia postoju?

[illegible]

Odpowiedź: _____

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

2.3 Zbieranie, porządkowanie i przedstawianie danych



Tabela przedstawia dane – z podziałem na województwa – dotyczące liczby wykonanych testów na wykrycie wirusa SARS-CoV-2, stan na 28 grudnia 2020 r.

Województwo	Liczba wykonanych testów	Zaokrąglenie liczby do dziesiątek tysięcy
dolnośląskie	531 859	
kujawsko-pomorskie	417 628	
lubelskie	287 416	
lubuskie	79 441	
łódzkie	484 373	
małopolskie	508 900	
mazowieckie	1 380 309	
opolskie	68 020	
podkarpackie	143 360	
podlaskie	185 216	
pomorskie	637 030	
śląskie	949 707	
świętokrzyskie	171 549	
warmińsko-mazurskie	179 924	
wielkopolskie	718 998	
zachodniopomorskie	336 410	

Źródło: <https://www.gov.pl/web/zdrowie/liczba-wykonanych-testow>

- a) Ile wynosi łączna liczba wykonanych testów? Do obliczeń użyj kalkulatora.
- b) W którym województwie wykonano najmniej testów, a w którym – najwięcej?

c) W których województwach zrobiono mniej niż 250 tysięcy testów?

d) Uzupełnij tabelę (s. 21). Zaokrąglij liczby do dziesiątek tysięcy, a następnie przedstaw na diagramie słupkowym dane dotyczące sześciu wybranych województw.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Z dworca PKS wyjechało kilka autokarów. W pierwszym było 25 pasażerów, w drugim 30, w trzecim o 2 pasażerów mniej niż w drugim, w czwartym $\frac{1}{5}$ mniej niż w pierwszym, a w piątym 2 razy więcej niż w czwartym.

a) Oblicz liczbę pasażerów w każdym autokarze. Przedstaw dane w tabeli.

[illegible]

b) Wiedząc, że w jednym autokarze może się znajdować 40 pasażerów, oblicz, jaki procent wszystkich możliwych pasażerów w autokarze stanowią osoby w każdym autokarze, który wyjechał z dworca.

[illegible]

Odpowiedź: _____

2.4 Średnia arytmetyczna

- Tabela przedstawia dane ze sklepu ogrodniczego – liczbę roślin dostarczonych i liczbę roślin sprzedanych w poszczególne dni tygodnia.

Dzień tygodnia	Pon.	Wt.	Śr.	Czw.	Pt.	Sob.
Liczba roślin dostarczonych	780	430	252	138	74	0
Liczba roślin sprzedanych	540	383	315	206	98	150

Oblicz średnią arytmetyczną liczby

- a) dostarczonych roślin,
- b) sprzedanych roślin.

[illegible]

- Marcin przez rok zapisywał kwotę pieniędzy, jaką otrzymywał w ramach kieszonkowego. Od rodziców co miesiąc dostawał 70 zł. Od dziadków w kwietniu otrzymał 80 zł, w lipcu i w sierpniu po 150 zł, a w grudniu 160 zł.

- a) Oblicz średnią arytmetyczną pieniędzy otrzymanych przez Marcina w ciągu miesiąca.

[illegible]

- b) Oblicz średnią arytmetyczną kwoty wydanej przez Marcina w ciągu miesiąca, wiedząc, że w kolejnych miesiącach wydał odpowiednio: 12 zł, 30 zł, 44 zł, 39 zł, 45 zł, 23 zł, 123 zł, 150 zł, 35 zł, 22 zł, 58 zł, 79 zł.

[illegible]

- c) Oblicz średnią arytmetyczną pozostałej kwoty, przypadającą na 1 miesiąc.

[illegible]

2.5 Doświadczenia losowe

-  Rzuć 3 razy monetą, zapisz wszystkie wyniki rzutów. Rzuć ponownie 3 razy tą samą monetą i zapisz wyniki.

a) Przedstaw za pomocą tabeli wyniki rzutów monetą.

[illegible]

b) Wypisz wszystkie zdarzenia elementarne tego doświadczenia.

[illegible]

c) Rzuć 3 razy kostką sześcienną do gry, dopisz wynik każdego rzutu odpowiednio do wyników rzutów monetą (tabela powyżej).

- Wypisz wszystkie zdarzenia elementarne dla dwukrotnego rzutu kostką, której 2 ścianki są zielone, 2 pomarańczowe i 2 – niebieskie.

[illegible]

Przedstaw za pomocą drzewka wszystkie możliwe wyniki doświadczenia polegającego na dwukrotnym losowaniu odblasku z woreczka, zawierającego: 1 odblask biały, 1 żółty, 1 niebieski, jeśli losujemy

a) nie zwracając odblasku do woreczka, b) zwracając odblask do woreczka.

[illegible]

2.6 Częstość występowania zdarzeń w doświadczeniach losowych

Na podstawie zadania 1 na s. 24 oblicz:

a) częstość występowania orła w pierwszym etapie rzutów monetą,

b) częstość występowania reszki w obu etapach rzutów monetą,

c) częstość występowania każdej ze ścianek z oczkami w trzecim etapie doświadczenia.

Ania narysowała na 5 kartonikach różne figury geometryczne, na każdym kartoniku inną: kwadrat (k), okrąg (o), prostokąt (p), romb (r), trójkąt (t). Kartoniki wrzuciła do pudełka, a następnie losowała jeden kartonik, zapisywała figurę i ponownie wkładała kartonik do pudełka. Czynność powtórzyła 45 razy.

a) Oblicz, ile razy Ania wylosowała okrąg, jeśli częstość wylosowania okręgu była równa $\frac{2}{15}$.

b) Oblicz, ile razy Ania wylosowała prostokąt, a ile razy kwadrat, jeśli tyle samo razy wylosowała prostokąt i kwadrat, i częstość wylosowania kwadratu to $\frac{2}{5}$.

Oblicz częstość wylosowania przez Anię rombu, jeśli trójkąt wylosowała 1 raz.

2.7 Prawdopodobieństwo zdarzenia

- Marta z 10 róż, 8 irysów, 6 goździków i 4 tulipanów robi 2 bukiety, w każdym po tyle samo kwiatów wybranych losowo do każdego bukietu. Marta do pierwszego bukietu wybrała już 3 róże, 2 irysy, 4 goździki i 1 tulipana. Jakie jest prawdopodobieństwo, że do tego bukietu dobierze
- a) różę, b) irysa, c) goździka, d) tulipana?

A full-page view of a blank sheet of graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines forming small squares across the entire page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

- Kuba zapisał na kartce dwie ostatnie cyfry numerów telefonów swoich kolegów, które utworzyły liczby dwucyfrowe: 65, 74, 25, 17, 31, 12, 44, 75. Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F, jeśli jest fałszywe.

Prawdopodobieństwo, że zapisane liczby są liczbami pierwszymi, to $\frac{1}{4}$.	☐ P	☐ F
Prawdopodobieństwo, że zapisane liczby są podzielne przez 25, to $\frac{3}{8}$.	☐ P	☐ F
Prawdopodobieństwo, że zapisane liczby są liczbami parzystymi, to $\frac{9}{24}$.	☐ P	☐ F
Prawdopodobieństwo, że zapisane liczby są nieparzyste, jest większe niż prawdopodobieństwo, że liczby są złożone.	☐ P	☐ F

[illegible]



3.1 Graniastopy i ich własności

Graniastosłup sześciokątny ma

- ☐ A. 6 wierzchołków, 6 krawędzi bocznych, 18 wszystkich krawędzi, 8 ścian.

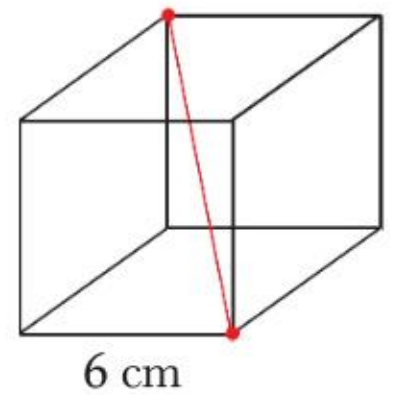
☐ B. 12 wierzchołków, 6 krawędzi bocznych, 18 wszystkich krawędzi, 8 ścian.

☐ C. 12 wierzchołków, 12 krawędzi bocznych, 9 wszystkich krawędzi, 6 ścian.

☐ D. 6 wierzchołków, 6 krawędzi bocznych, 12 wszystkich krawędzi, 6 ścian.

Paweł wykonał z drutu szkielet sześcianu, taki jak na rysunku.

a) Ile cm drutu zużył?



b) Ile cm drutu potrzebuje do połączenia wierzchołków zaznaczonych kolorem czerwonym? Wynik podaj z dokładnością do 0,1 cm.

[illegible]

c) Jaka wysokość ma graniastosłup prawidłowy trójkątny o krawędzi podstawy 8 cm wykonany przez Pawła z takiej samej długości drutu, z jakiej zbudował sześcian?

[illegible]

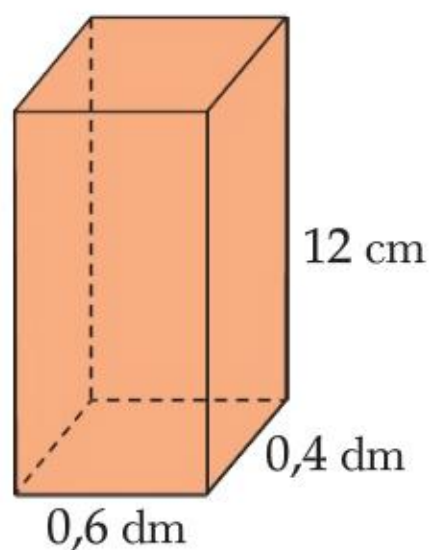
d) Jaka długość będzie miała przekątna ściany bocznej tego graniastopu?

[illegible]

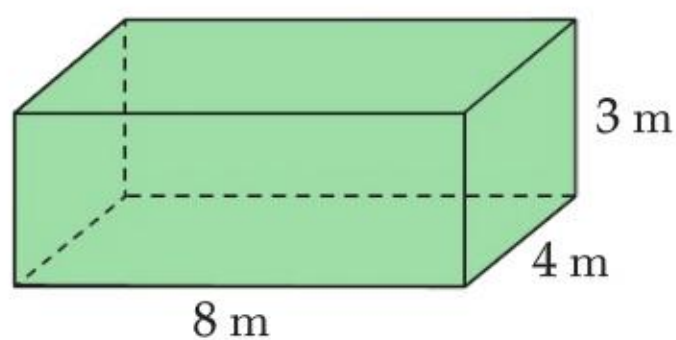
3.2 Pole powierzchni graniastopu

- Oblicz pole powierzchni całkowitej graniastopu.

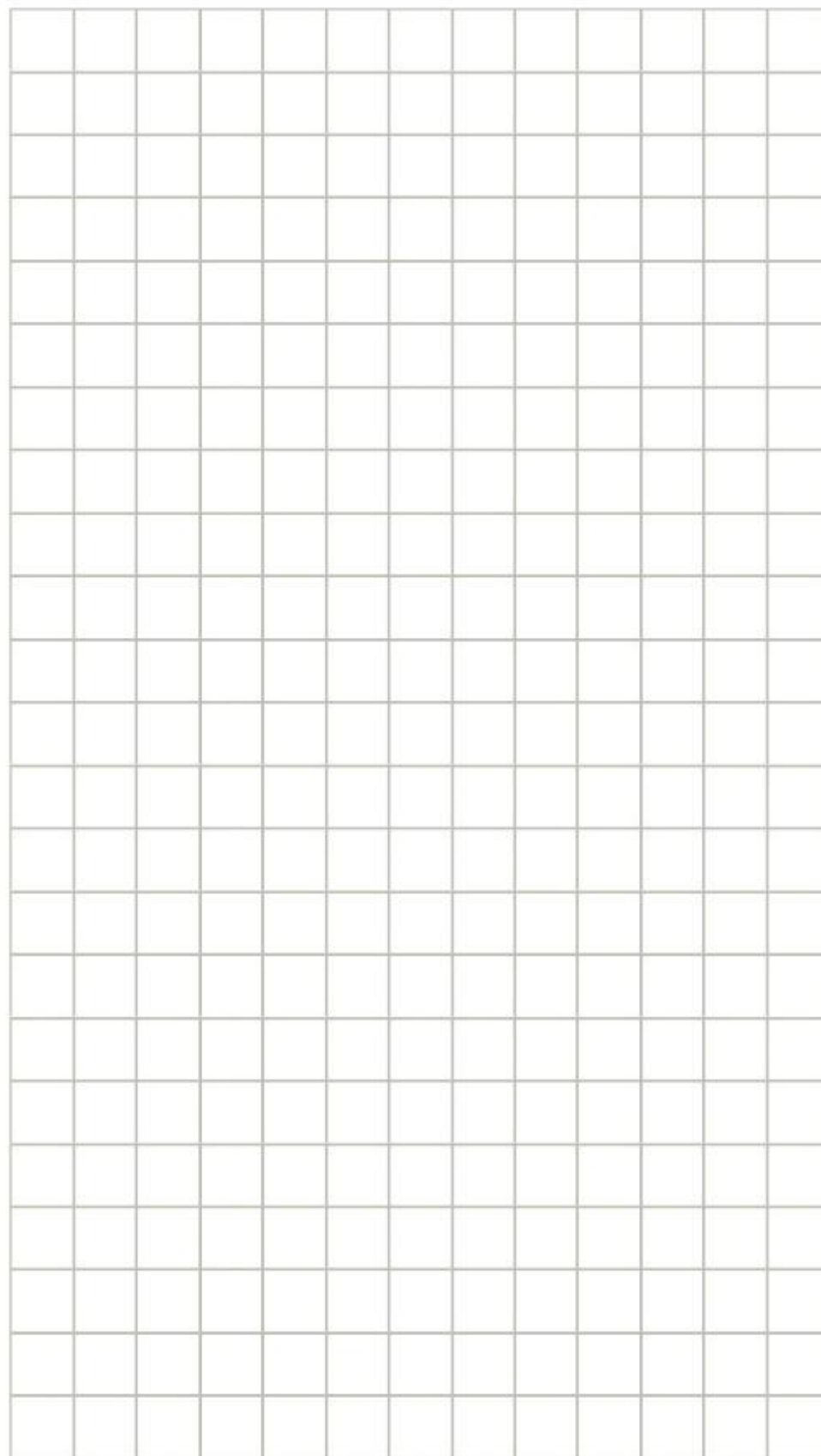
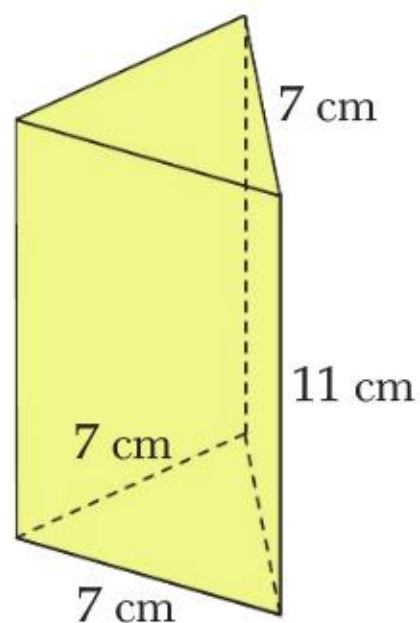
a)



b)

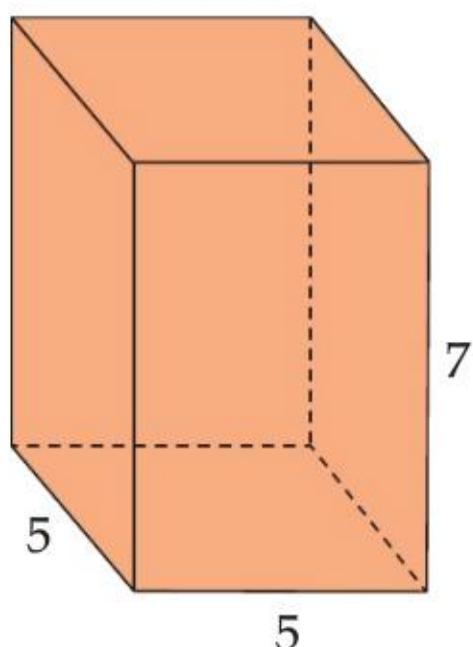


c)

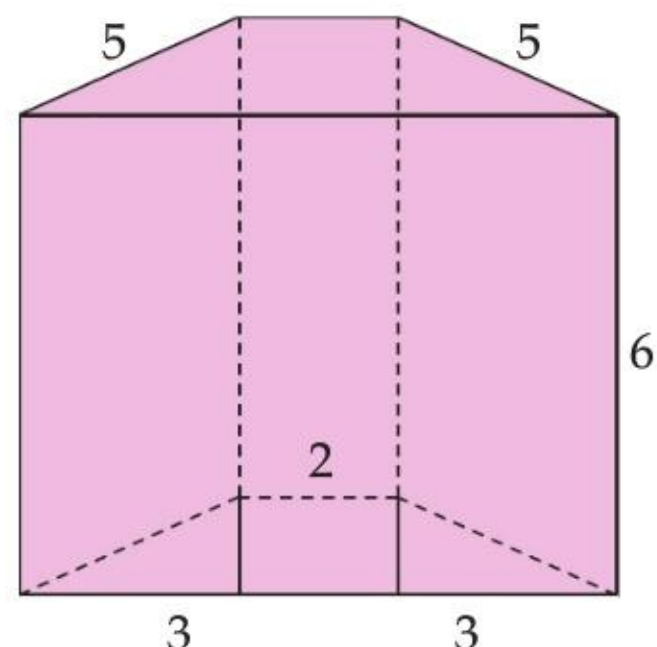


- Wyszukaj w domu opakowanie w kształcie graniastopu. Narysuj siatkę tego graniastopu wraz z jego wymiarami, a następnie oblicz jego pole powierzchni całkowitej.

I



II



Oceń prawdziwość podanych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F, jeśli jest fałszywe.

Pola podstaw obu graniastosłupów są równe.	☐ P	☐ F
Pole podstawy graniastosłupa I to 125% pola podstawy graniastosłupa II.	☐ P	☐ F
Pole powierzchni bocznej graniastosłupa I jest o 4 większe od pola powierzchni bocznej graniastosłupa II.	☐ P	☐ F
Pole podstawy graniastosłupa II jest 7 razy mniejsze od pola powierzchni bocznej graniastosłupa I.	☐ P	☐ F
Pole powierzchni całkowitej graniastosłupa II jest o 6 mniejsze od pola powierzchni całkowitej graniastosłupa I.	☐ P	☐ F

A full-page view of a blank sheet of graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines forming small squares across the entire page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

3.3 Objętość graniastostupa

Oblicz objętość graniastopuła

a) prawidłowego trójkątnego o krawędzi podstawy 4 cm i wysokości 0,7 dm,

[illegible]

b) o wysokości 5 cm, którego podstawą jest romb o przekątnych długości 7 cm i 8 cm.

[illegible]

Marta miała sok jabłkowy w kartonie w kształcie graniastopłu o wymiarach $14\text{ cm} \times 15\text{ cm} \times 30\text{ cm}$. Rozlała ten sok do szklanek o wymiarach $10\text{ cm} \times 10\text{ cm} \times 12\text{ cm}$.

a) Do ilu takich szklanek Marta rozlała sok, jeśli napełniła każdą do $\frac{3}{4}$ wysokości?

Odpowiedź: _____

b) Czy zużyła cały sok z kartonu? _____

Graniastosłup o krawędziach $1,5 \text{ dm} \times 10 \text{ cm} \times 0,4 \text{ m}$ zmniejszono odpowiednio o: 7 cm , $0,3 \text{ dm}$, $1,5 \text{ dm}$. O ile cm^3 zmniejszyła się objętość powstałego graniastosłupa?

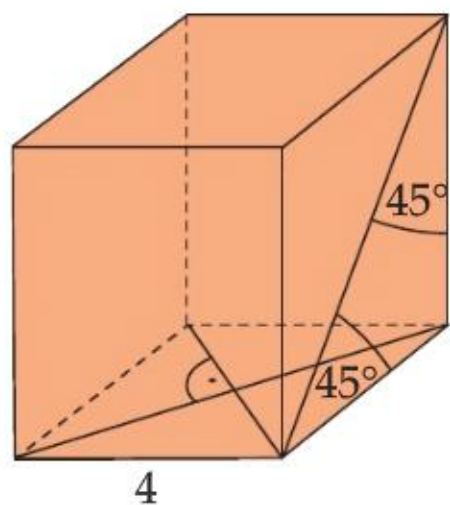
[illegible]

Odpowiedź: _____

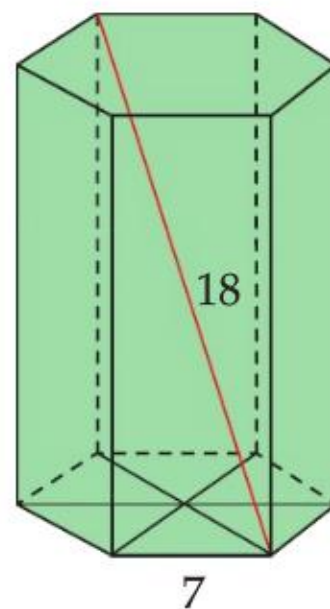
3.4 Pole powierzchni i objętość graniastopła

- Oblicz pole powierzchni całkowitej i objętość graniastopuła prawidłowego.

a)



b)

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin gray lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The background is white, and the grid lines are light gray.

- Prostopadłościenna puszka o wymiarach $10\text{ cm} \times 15\text{ cm} \times 20\text{ cm}$ jest wypełniona do pełna kawą. Asia chciała przesypać tę kawę do dwóch pojemników tak, aby każdy został wypełniony do pełna. Jakie wymiary powinien mieć jeden taki pojemnik?

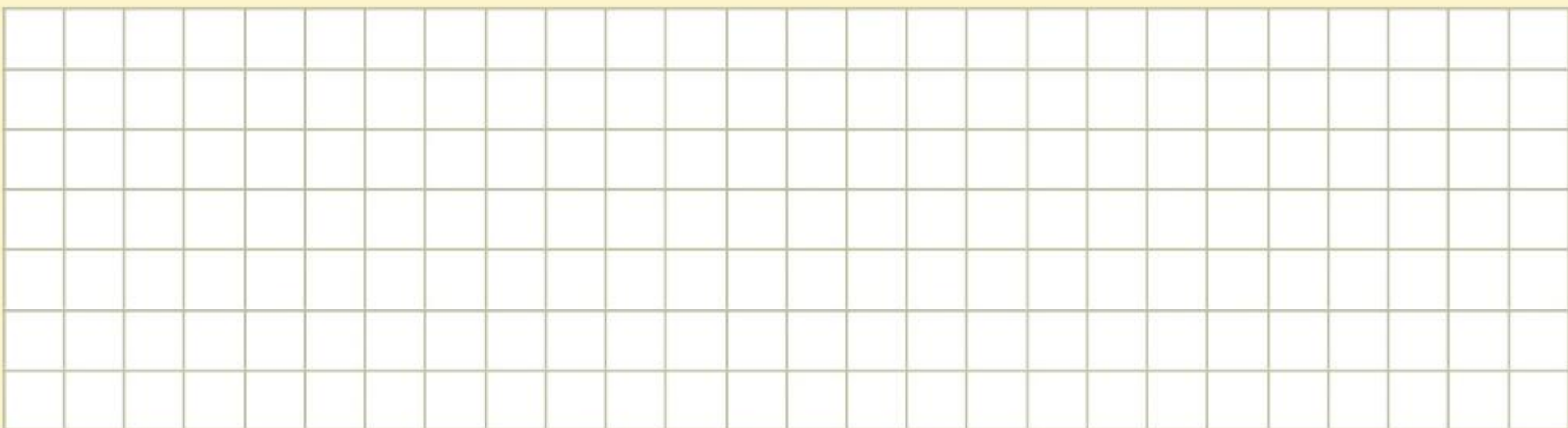
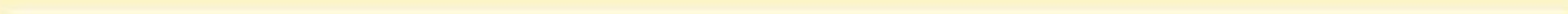
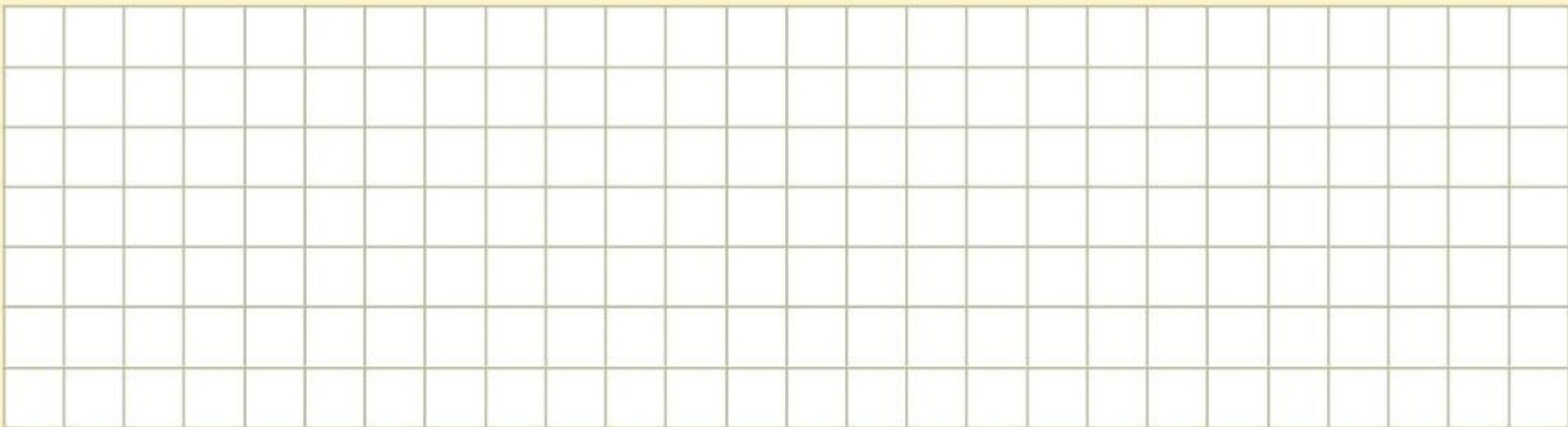
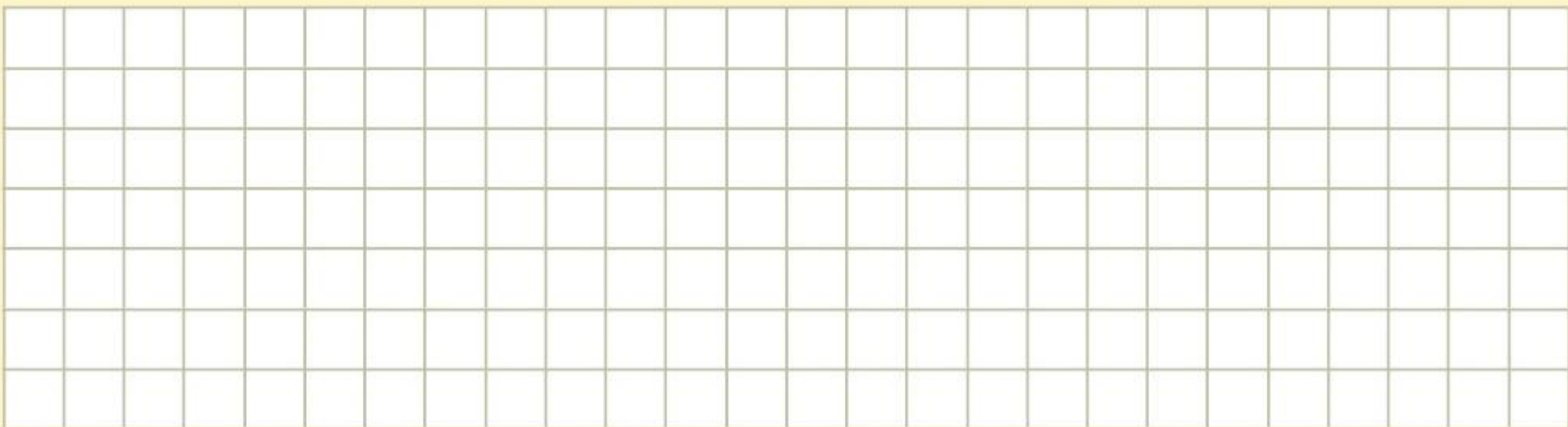
- ☐ I. $1 \text{ dm} \times 1 \text{ dm} \times 15 \text{ cm}$ ☐ II. $18 \text{ cm} \times 1,5 \text{ dm} \times 9 \text{ cm}$

☐ III. $5 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \times 0,3 \text{ dm}$ ☐ IV. $8 \text{ cm} \times 7 \text{ cm} \times 1 \text{ dm}$

[illegible]



-



[illegible][illegible][illegible][illegible]

4.1 Ostrosłupy i ich własności

- Podstawą ostrosłupa jest siedmiokąt. Zapisz liczbę jego
 - a) wszystkich krawędzi _____
 - b) ścian _____
 - c) wierzchołków _____
- Narysuj ostrosłup prawidłowy czworokątny i zaznacz kolorem:
krawędź podstawy, krawędź boczną
i wysokość ostrosłupa.
- Uzupełnij tabelę.

Podstawa ostrosłupa	Liczba ścian	Liczba wierzchołków	Liczba krawędzi
czworokąt			
	7		
		21	
			24
		16	

- Przekątna podstawy ostrosłupa prawidłowego czworokątnego ma długość $7\sqrt{2}$ cm. Krawędź boczna jest równa 11 cm. Oblicz sumę długości wszystkich krawędzi tego ostrosłupa.

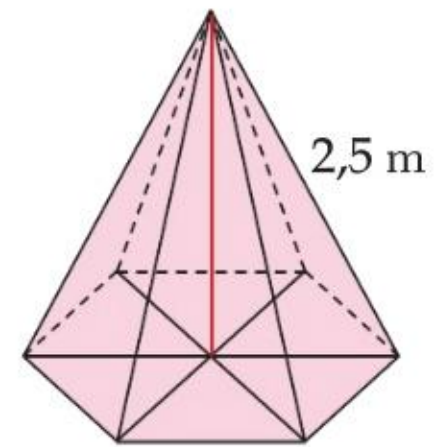
[illegible]

Odpowiedź: _____

-
- A diagram of a triangular pyramid $E-ABC$. The base is a triangle ABC with vertices A , B , and C . The apex is E . A dashed line segment AD is drawn from vertex A to a point D on the edge BC . A solid line segment EO is drawn from the apex E to a point O on the base ABC . The pyramid is shaded yellow.

[illegible]

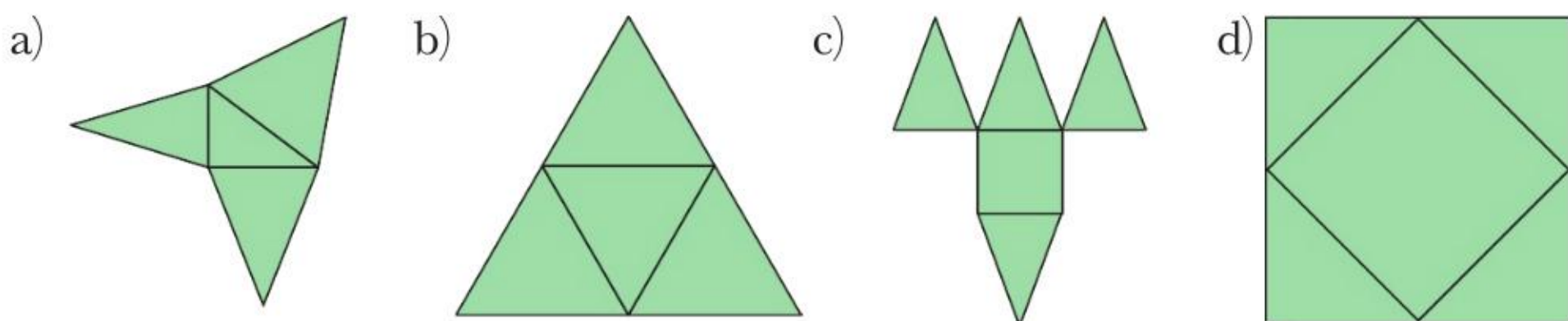
Na obozie harcerskim Filip i Szymon zbudowali szałas w kształcie ostrosłupa prawidłowego sześciokątnego. Wysokość szałas jest równa 1,5 m. Korzystając z przedstawionego obok rysunku, oblicz powierzchnię podłogi tego szałas.

[illegible]

40

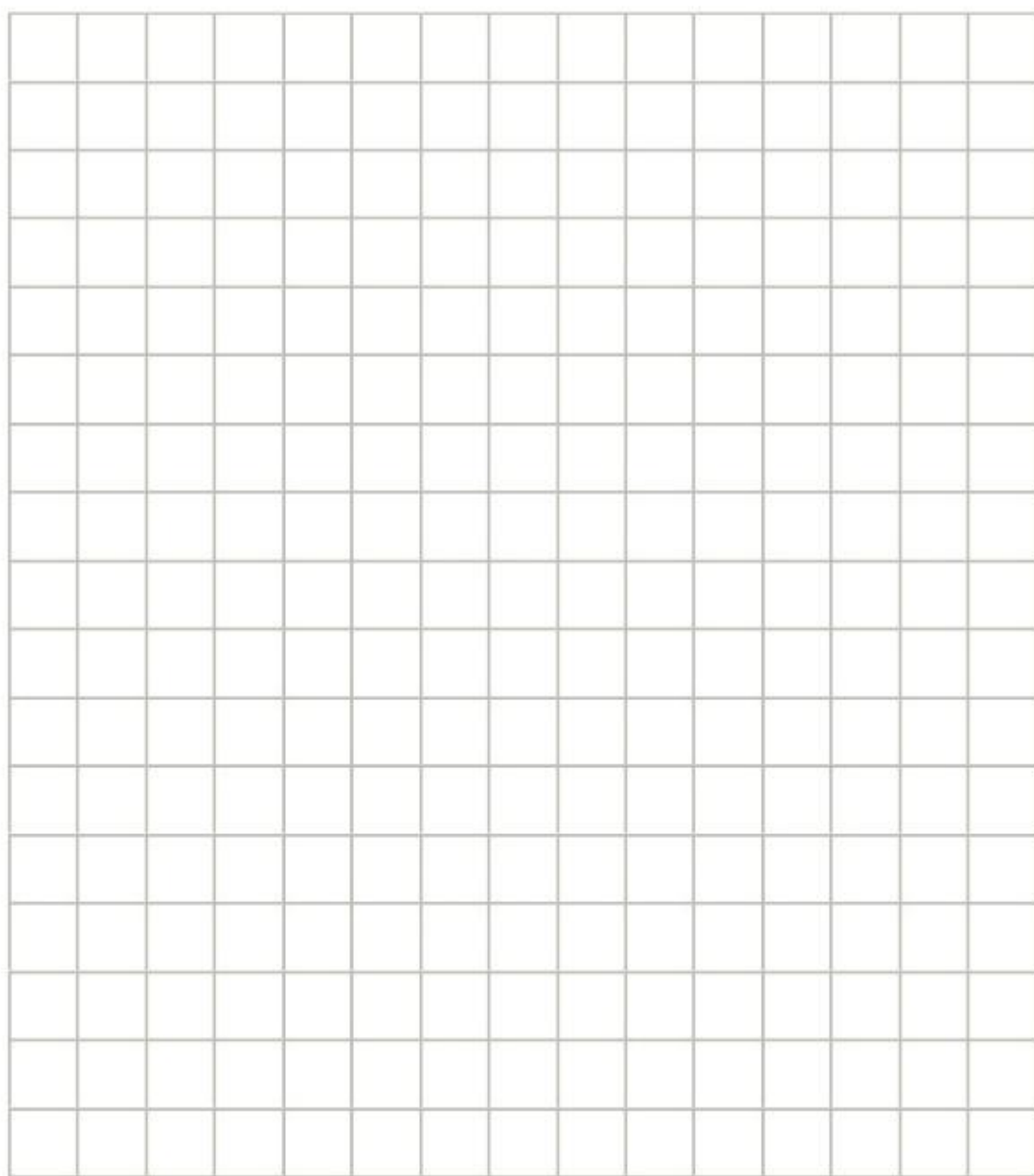
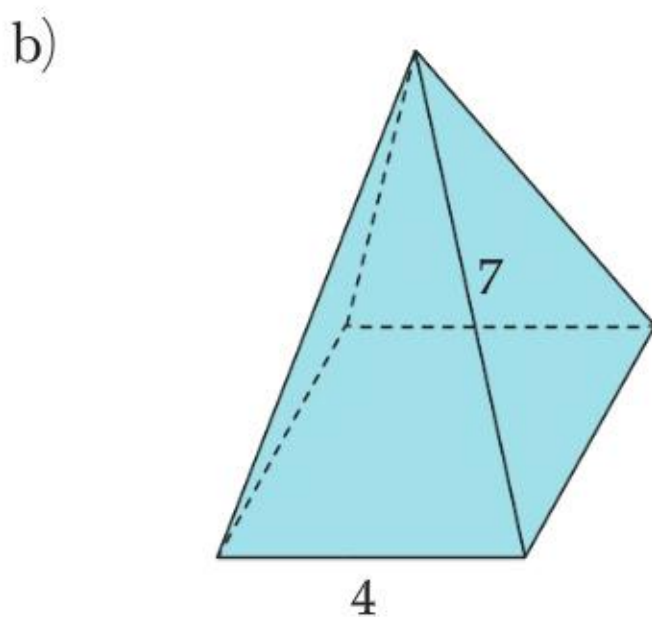
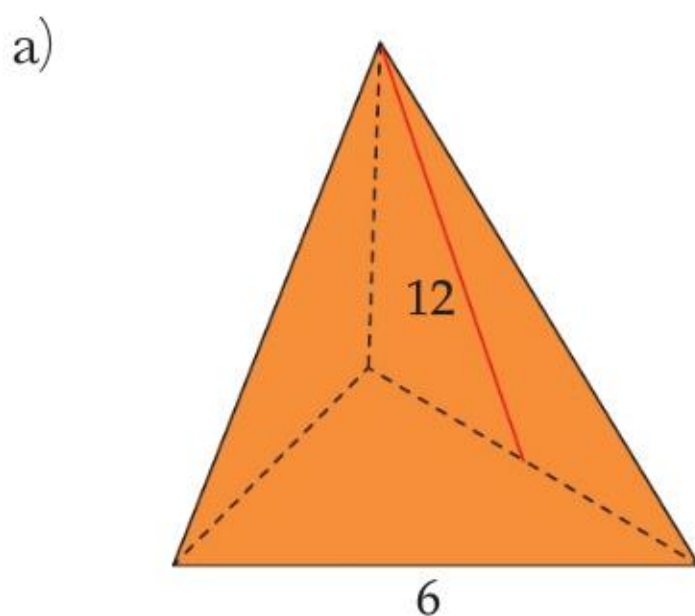
4.2 Pole powierzchni ostrosłupa

- Która z narysowanych siatek jest siatką ostrosłupa?

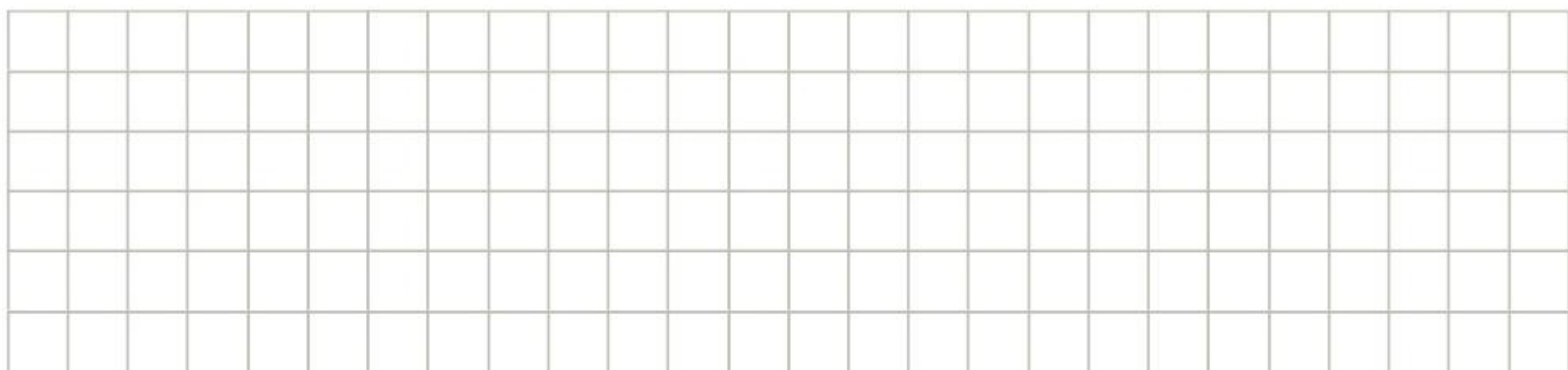


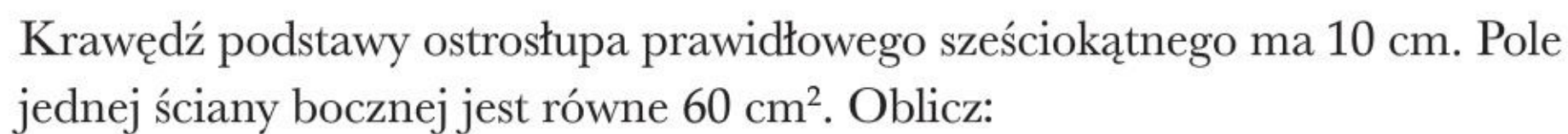
Odpowiedź: _____

- Oblicz pole powierzchni całkowitej każdego ostrosłupa prawidłowego przedstawionego na rysunku.



- Krawędź podstawy ostrosłupa prawidłowego czworokątnego ma 8 cm. Pole powierzchni bocznej jest równe 224 cm^2 . Oblicz wysokość tego ostrosłupa.



[illegible]

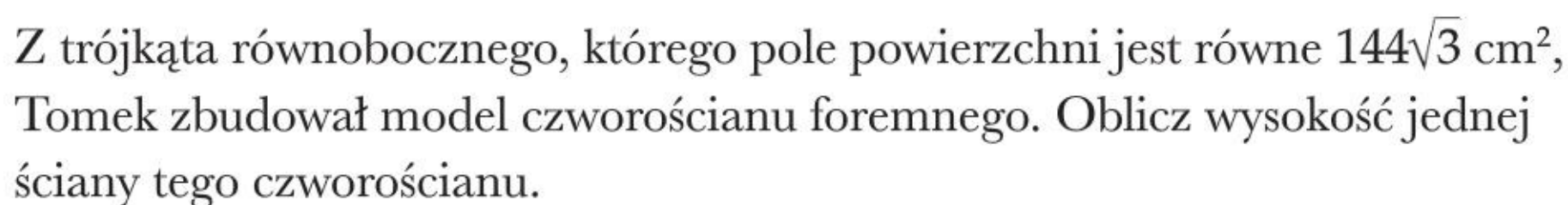
b) wysokość ściany bocznej,

[illegible]

c) sumę wszystkich jego krawędzi.

[illegible]

Odpowiedź: _____

A full-page sheet of white graph paper featuring a uniform grid of thin, light gray horizontal and vertical lines. The grid consists of small squares covering the entire area of the page.

Odpowiedź:

4.3 Objętość ostrosłupa

- Oblicz objętość ostrosłupa, którego wysokość ma 18 cm, a podstawą jest odpowiednio:

a) prostokąt o bokach 7 cm i 12 cm,

[illegible]

b) trójkąt prostokątny, którego przyprostokątne mają 1,6 dm i 20 cm,

[illegible]

c) sześciokąt foremny, którego dłuższa przekątna ma 8 cm,

[illegible]

d) trójkąt równoboczny, którego bok stanowi $\frac{1}{3}$ wysokości ostrosłupa.

[illegible]

- Podstawą ostrosłupa jest romb, którego przekątne mają długość 18 cm i 24 cm. Wysokość ostrosłupa jest równa krawędzi podstawy. Oblicz objętość tego ostrosłupa.

[illegible]

Odpowiedź: _____

-
- A diagram of a trapezoid with a vertical line segment drawn from the top base to the bottom base. The top base is labeled 6, the bottom base is labeled 16, and the vertical segment is labeled 12.

[illegible]

Suma wszystkich krawędzi ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równa 80 cm. Krawędź boczna jest o 4 cm dłuższa od krawędzi podstawy. Oblicz objętość tego ostrosłupa.

[illegible]

44

- W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym krawędź podstawy ma 6 cm, a pole powierzchni całkowitej jest równe 168 cm^2 . Oblicz:

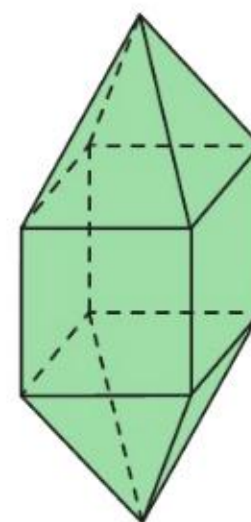
a) wysokość ściany bocznej ostrosłupa,

[illegible]

b) objętość ostrosłupa.

[illegible]

- Objętość sześcianu jest równa 64 cm^3 . Do przeciwległych ścian sześcianu doklejono takie same ostrosłupy, tak jak pokazano na rysunku. Długość krawędzi bocznych ostrosłupów jest 2 razy większa od krawędzi sześcianu. Oblicz pole powierzchni całkowitej otrzymanej bryły.

[illegible]

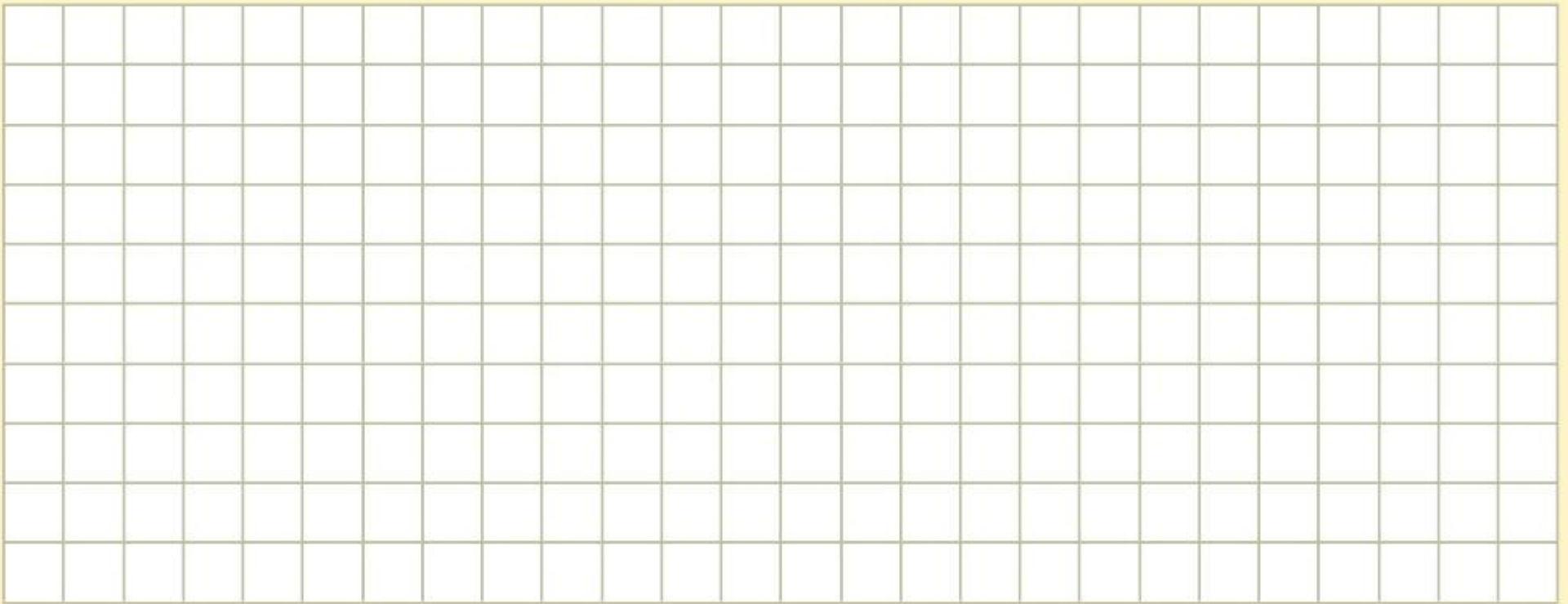
Odpowiedź: _____

- Podczas awarii wodociągu zabezpieczono wykop konstrukcją, która ma kształt ostrosłupa o podstawie sześciokąta foremnego. Objętość konstrukcji jest równa $0,16 \text{ m}^3$, a krawędź podstawy ma $0,4 \text{ m}$. Sprawdź, czy pracownik mierzący $1,80 \text{ m}$ może stanąć wyprostowany w tej konstrukcji.

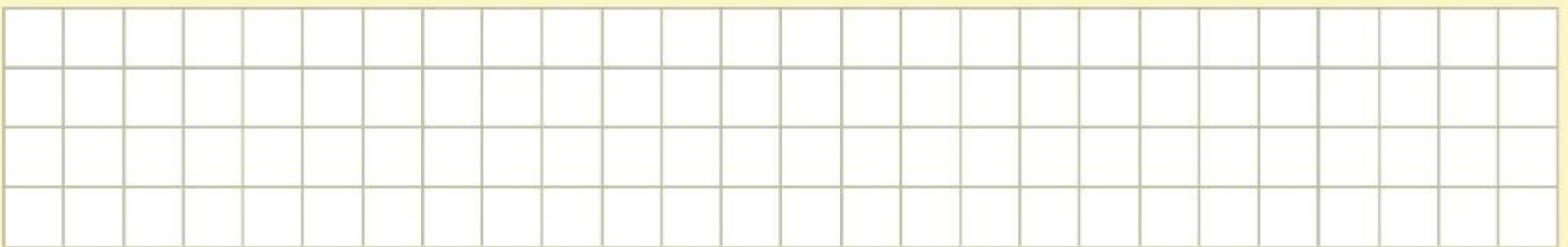
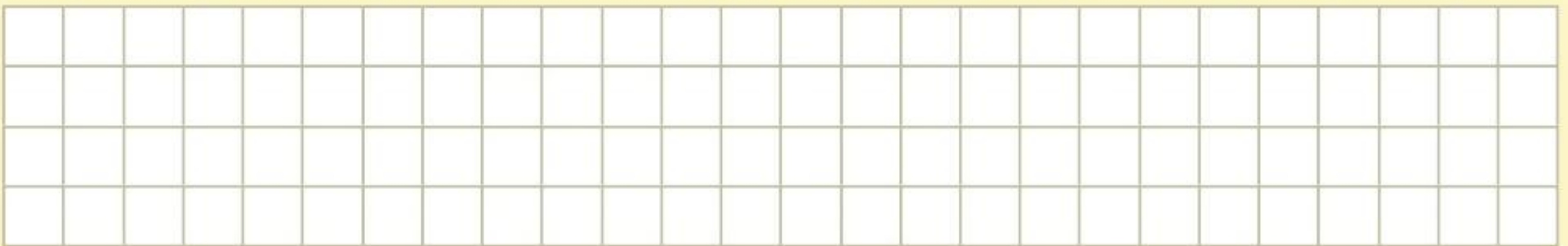
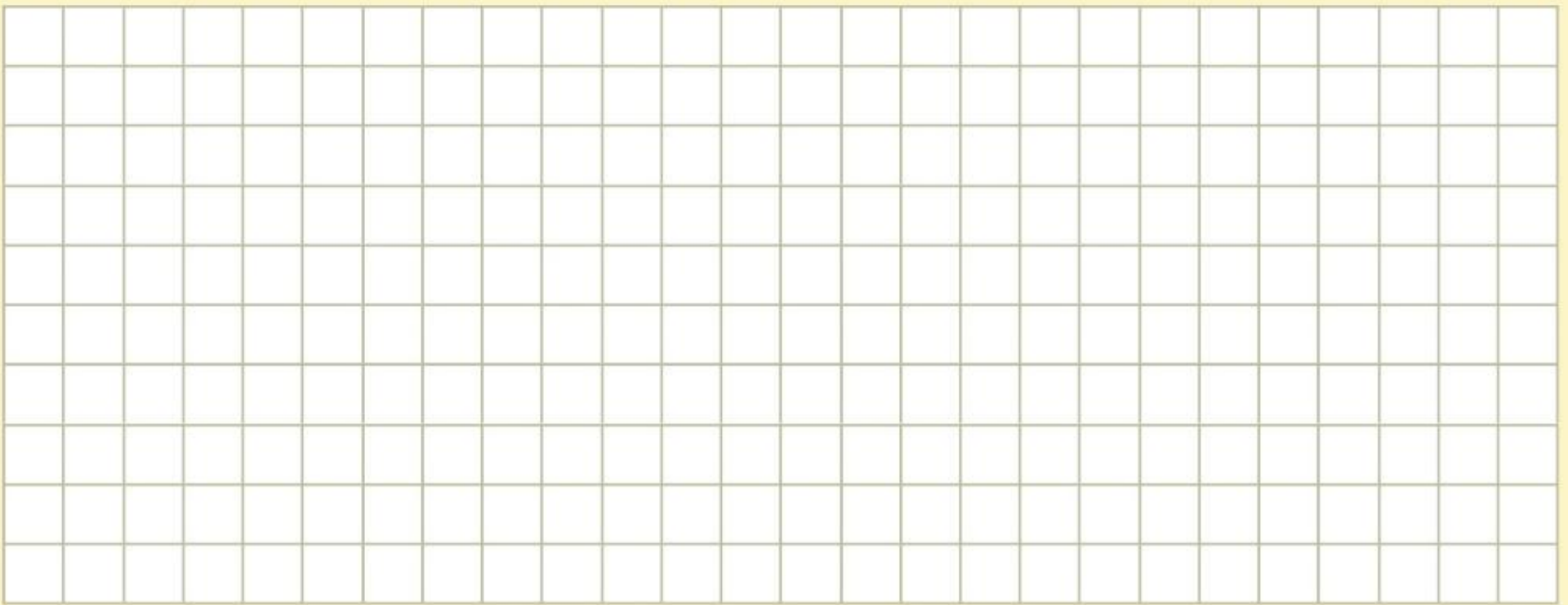
[illegible]

Odpowiedź: _____





$\sqrt{\quad}$



☐ Spośród liczb 42, 85, 64, 92 najwięcej dzielników ma liczba

☐ A. 42 ☐ B. 85

☐ C. 64 ☐ D. 92

☐ Największą liczbą trzycyfrową, której wszystkie cyfry są liczbami pierwszymi, jest

☐ A. 753 ☐ B. 771

☐ C. 777 ☐ D. 792

☐ Średnia arytmetyczna wszystkich liczb pierwszych większych od 10, ale mniejszych od 30 jest równa

☐ A. $18\frac{2}{3}$ ☐ B. $13\frac{5}{6}$

☐ C. $14\frac{5}{6}$ ☐ D. $15\frac{5}{6}$

☐ Która z liczb jest największa?

☐ A. $\frac{4}{7}$ liczby 77

☐ B. $\frac{2}{3}$ liczby 57

☐ C. odwrotność liczby $\frac{1}{48}$

☐ D. 0,5 liczby 86

☐ Wynik którego działania nie jest liczbą całkowitą?

☐ A. $\frac{24 - (-4 \cdot 3)}{4}$

☐ B. $11 \cdot (-2) - 15 : (-3)$

☐ C. $(-38 - 9 : (-3)) : 5$

☐ D. $(-54 : 6 - 11 \cdot 3) : 12$



Liczba a	9			3,3		
Liczba $-a$		$\frac{3}{7}$			$-\frac{1}{10}$	
Liczba $\frac{1}{a}$			$-1\frac{4}{9}$			$-2\frac{4}{11}$

[illegible]

Odpowiedź: _____

[illegible]

Odpowiedź: _____

[illegible]

Odpowiedź: _____

5.2 Działania na liczbach rzeczywistych

-
- This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

a) potęgi liczby 4

$$\frac{64^4 : (4 + 4 + 4 + 4)}{16^3 \cdot 4} =$$



$$\frac{\left(27^4 : 9^5 \cdot \left(3^8 : \frac{1}{27}\right)\right)}{\frac{1}{9} \cdot 81^2} =$$



a) $\frac{1}{2} \cdot 8^3$ _____ 2^8

b) -3^4 $(-9)^2$

c) $\sqrt[3]{-64}$ $4^3 : 2^2$

d) $(-15)^3 : (-3)^3$ $\sqrt[3]{-125}$

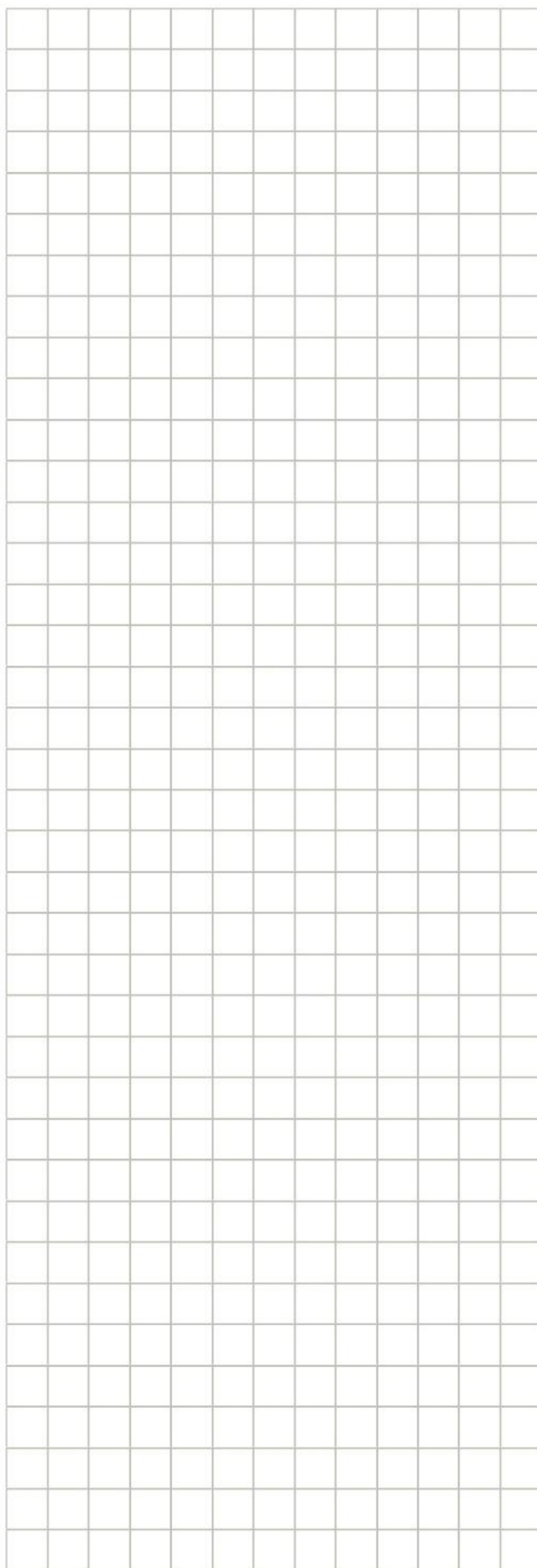
[illegible]

a) 480 000 000

b) 0,000621 _____

5.3 Wyrażenia algebraiczne i równania

- Sześcian sumy potrojonej liczby a i połowy liczby b można zapisać w postaci:
- ☐ A. $a^3 + \frac{1}{2}b^3$
- ☐ B. $(3a)^3 + \left(\frac{1}{2}b\right)^3$
- ☐ C. $\left(3a + \frac{1}{2}b\right)^3$
- ☐ D. $(3a)^3 + \frac{1}{2}b$
- Wyrażenie $3x(x + y) - 4y(x - y) - 3x^2$ można zapisać w postaci:
- ☐ A. $3x^2 + 4y^2 + xy$
- ☐ B. $4y^2 + xy$
- ☐ C. $4y^2 - xy$
- ☐ D. $4y^2 - 7xy$
- Wartość wyrażenia $ab^2 - 3a^2b$, dla $a = -2$, $b = -3$ jest równa
- ☐ A. -18 ☐ B. 0
- ☐ C. -6 ☐ D. 18
- Obwód kwadratu o boku a jest o b większy od boku tego kwadratu. Pole kwadratu można zapisać w postaci
- ☐ A. $(ab)^2$ ☐ B. $\frac{b^2}{9}$
- ☐ C. $(a + b)^2$ ☐ D. $\frac{b^2}{25}$
- Rozwiązaniem równania $5(x + 1) = 4x - 2(6 - x)$ jest liczba
- ☐ A. 17 ☐ B. -17
- ☐ C. 13 ☐ D. -3



- Iloczyn liczby $\frac{2}{3}$ i pewnej liczby x powiększonej o 3 jest równy różnicy liczb 5 i podwojonej liczby x . Oblicz x .

[illegible]

- Obwód prostokąta jest równy 60 cm. Jeden z boków jest o 12 cm krótszy od drugiego. Oblicz pole tego prostokąta.

[illegible]

Odpowiedź: _____

- Do sklepu sportowego dostarczono 105 sztuk sprzętu sportowo-rekreacyjnego. Hulajnóg było o $\frac{1}{5}$ mniej niż deskorolek, a wrotek o 12 mniej niż hulajnóg. Ile sztuk sprzętu każdego rodzaju dostarczyła hurtownia?

[illegible]

Odpowiedź: _____

- Z podanych wyrażeń wyznacz wielkość t . Zapisz konieczne założenia.

a) $6xt + y = t$

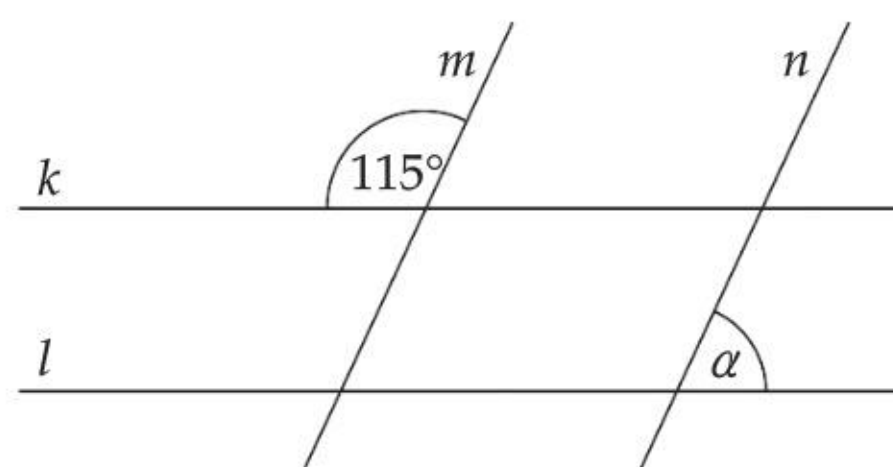
b) $\frac{t}{3} - 5 = z$

[illegible]

5.4 Figury geometryczne na płaszczyźnie

- Proste k i l oraz m i n są równoległe.
Kąt α ma miarę

☐ A. 65° ☐ B. 115°
☐ C. 110° ☐ D. 105°



- Jeden z kątów przyległych jest 9 razy większy od drugiego. Miary tych kątów są równe:

☐ A. $18^\circ, 144^\circ$ ☐ B. $20^\circ, 160^\circ$
☐ C. $18^\circ, 162^\circ$ ☐ D. $36^\circ, 144^\circ$

- Pole kwadratu jest równe 25 a. Obwód tego kwadratu wynosi

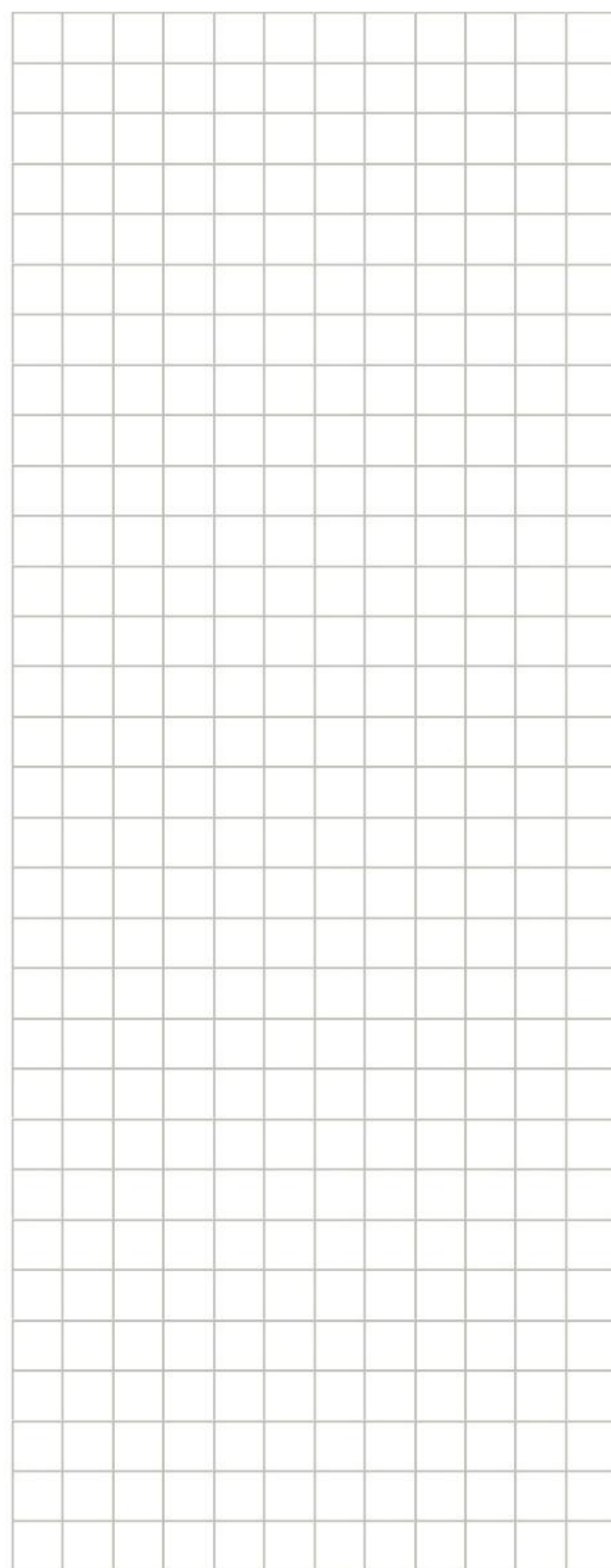
☐ A. 20 m ☐ B. 250 m
☐ C. 200 m ☐ D. 50 m

- Boki równoległoboku są równe 10 cm i 8 cm. Wysokość poprowadzona na krótszy bok ma 7 cm. Druga wysokość jest równa

☐ A. 2,8 cm ☐ B. 5,6 cm
☐ C. 10,2 cm ☐ D. 9 cm

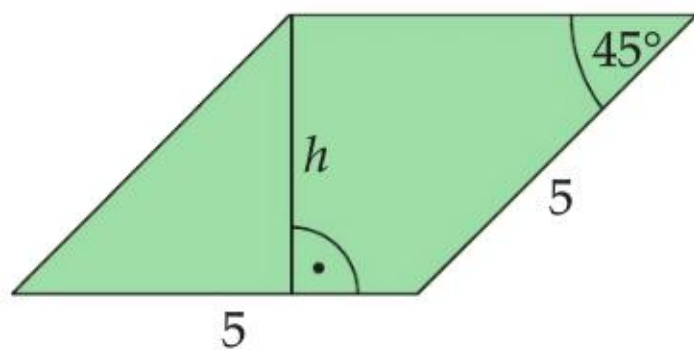
- W trójkącie prostokątnym jeden z kątów ma miarę 30° , a przeciwprostokątna ma długość równą 28 cm. Pole tego trójkąta ma

☐ A. $196\sqrt{3} \text{ cm}^2$
☐ B. 196 cm^2
☐ C. $49\sqrt{3} \text{ cm}^2$
☐ D. $98\sqrt{3} \text{ cm}^2$

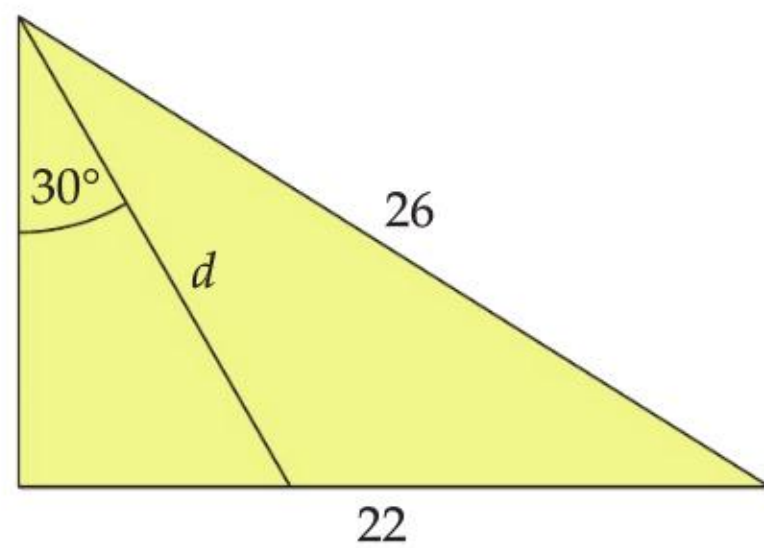


- Korzystając z danych na rysunku, oblicz długości zaznaczonych odcinków.

a)



b)

[illegible]

- Podstawa trójkąta równoramiennego jest równa 16 cm. Oblicz obwód tego trójkąta, jeśli jego pole ma 96 cm^2 .

[illegible]

Odpowiedź: _____

- Obwód sześciokąta foremnego wynosi 84 cm. Oblicz:

a) pole tego sześciokąta,

[illegible]

Odpowiedź: _____

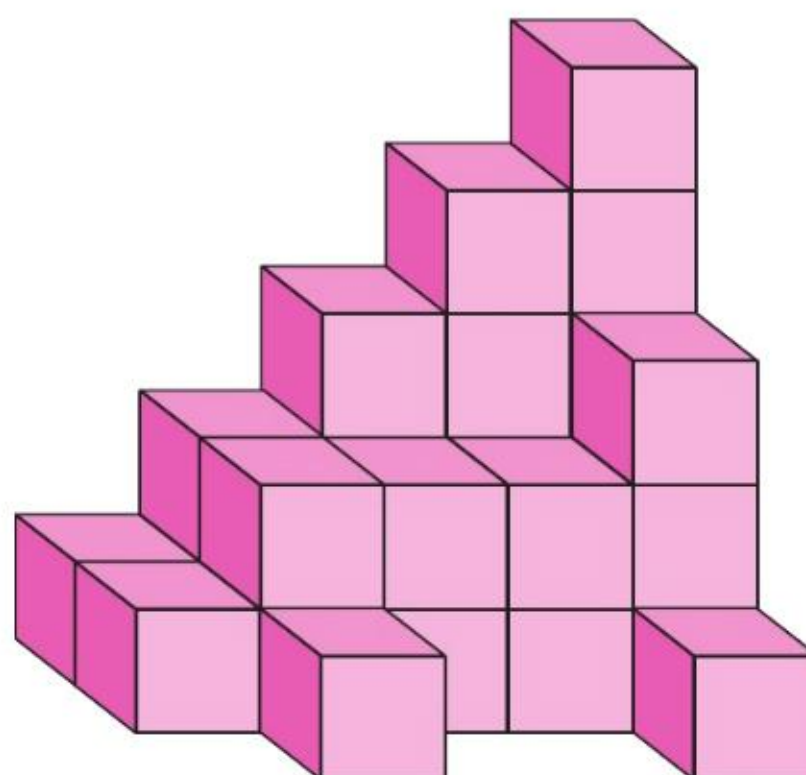
b) długość krótszej przekątnej.

Odpowiedź: _____

5.5 Geometria przestrzenna

Informacja do zadań 1–3

Bryła jest zbudowana z jednakowych sześciennych klocków.



Z ilu takich klocków zbudowana jest ta bryła?

- ☐ A. 12 ☐ B. 16
☐ C. 17 ☐ D. 27

Jakie jest pole powierzchni całkowitej tej bryły, jeśli krawędź jednego klocka sześciennego jest równa 1?

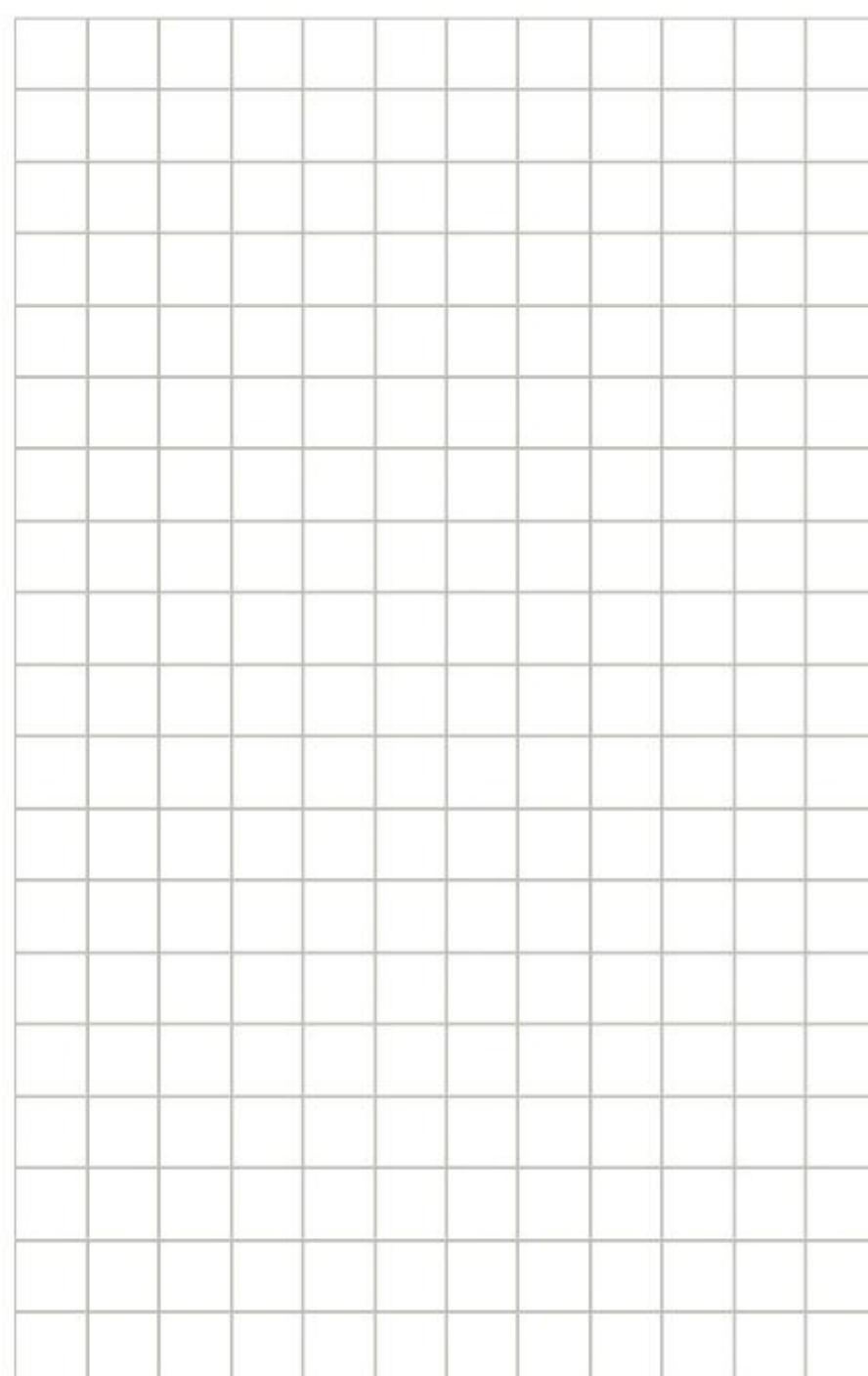
- ☐ A. 62 ☐ B. 74
☐ C. 59 ☐ D. 50

Ile takich sześciennych klocków należy dołożyć do tej bryły, aby powstał graniastosłup o wymiarach $3 \times 5 \times 5$?

- ☐ A. 48 ☐ B. 50
☐ C. 27 ☐ D. 23

Pole powierzchni całkowitej graniastosłupa to

- ☐ A. suma pola podstawy i pola jednej ściany bocznej.
☐ B. suma pól ścian bocznych.
☐ C. suma pól podstaw i pól ścian bocznych.
☐ D. iloczyn pola podstawy i pola ścian bocznych.



Stolarz okleja fornirem (drewnianą okleiną) zewnętrzną część komody w kształcie prostopadłościanu o długości 130 cm, szerokości 60 cm i wysokości 90 cm.

Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedzi spośród oznaczonych literami A i B oraz oznaczonych literami C i D.

Pole powierzchni całkowitej zewnętrznej części komody bez podstawy dolnej jest równe A/B

- ☐ A. $4,98 \text{ m}^2$ ☐ B. $4,2 \text{ m}^2$

Na oklejenie komody stolarz potrzebuje 15% więcej okleiny, czyli około C/D

- ☐ C. 5 m^2 ☐ D. 6 m^2

Podstawą graniastopuła jest trapez prostokątny, którego jedna z podstaw ma 16 cm, a druga jest o połowę krótsza. Wysokość tego trapezu jest równa krótszej podstawie. Objętość tego graniastopuła, którego wysokość ma 5 cm, jest równa

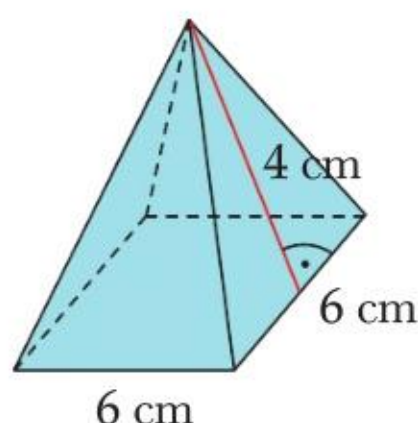
- ☐ A. 96 cm^3 ☐ B. 480 cm^2
☐ C. 480 cm^3 ☐ D. 960 cm^3

Ostrosłup, który ma 17 wierzchołków, ma

- ☐ A. 17 krawędzi.
☐ B. 16 krawędzi.
☐ C. 8 krawędzi.
☐ D. 32 krawędzie.

Pole powierzchni całkowitej ostrosłupa prawidłowego jest równe

- ☐ A. 180 cm^2
☐ B. 84 cm^2
☐ C. 48 cm^2
☐ D. 36 cm^2



-
- A 3D diagram of a triangular prism. The base is a right-angled triangle with a horizontal base of 4 m and a vertical height of 2 m. The length of the prism is 8 m. The prism is shaded gray, and dashed lines indicate the hidden edges.

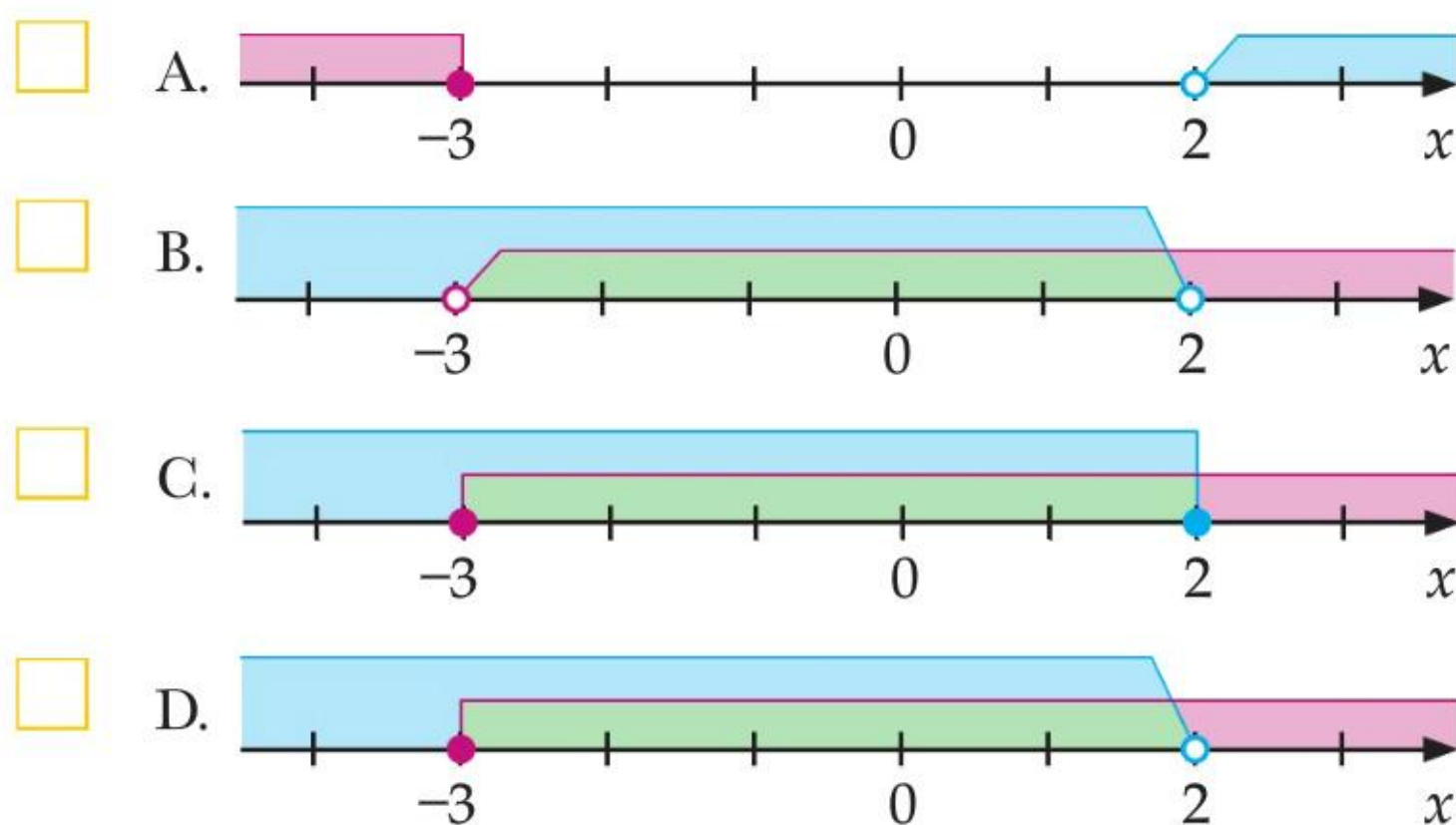
- [illegible]

[illegible][illegible][illegible]

59

5.6 Oś liczbowa. Układ współrzędnych

Liczby większe od -3 lub równe -3 i mniejsze od 2 zaznaczono na osi.



Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz oznaczonych literami C i D.

Układ współrzędnych dzieli płaszczyznę na A/B

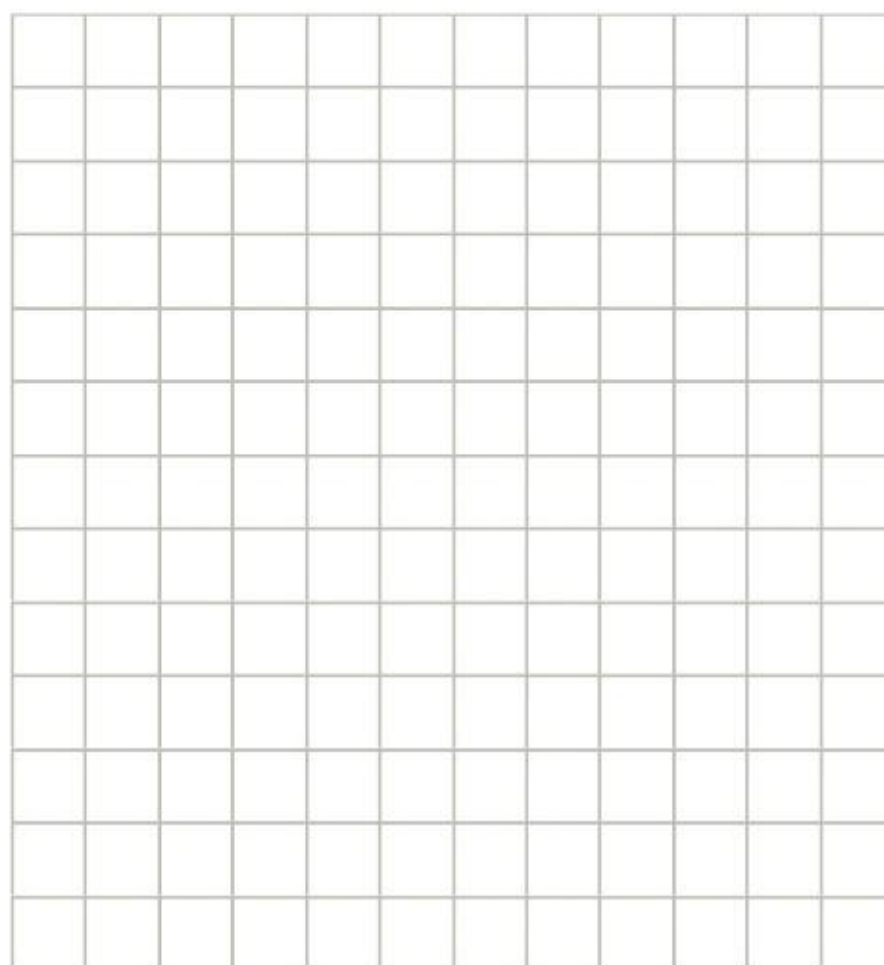
- ☐ A. dwie ćwiartki. ☐ B. cztery ćwiartki.

Punkt kratowy to punkt, którego obie współrzędne są liczbami C/D

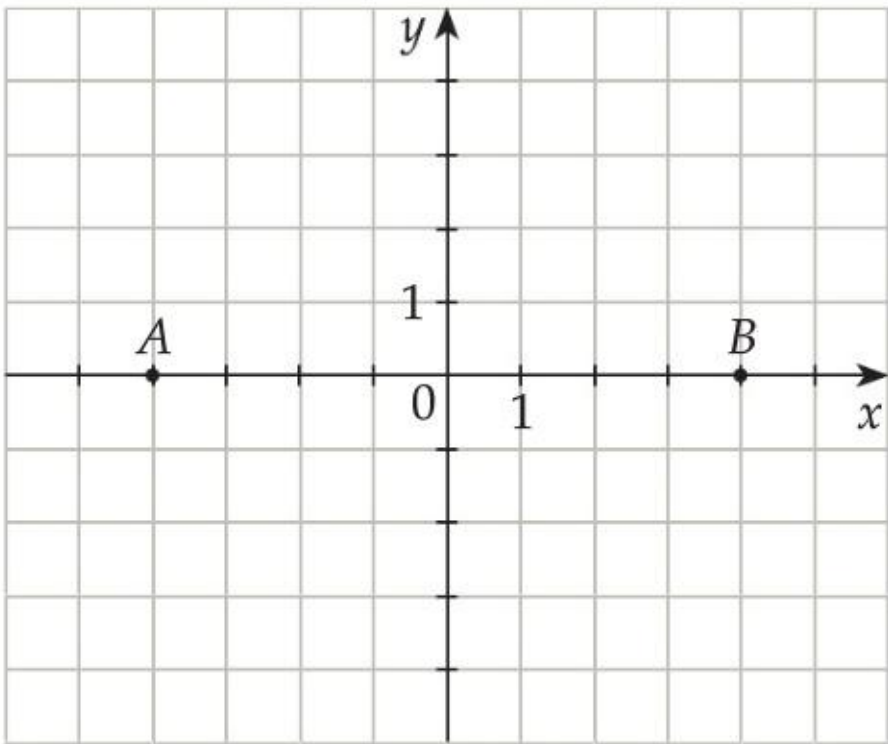
- ☐ C. całkowitymi. ☐ D. naturalnymi.

Punkty $A = (2, -3)$, $B = (2, 4)$, $C = (-4, -3)$ są trzema wierzchołkami prostokąta $ABCD$. Czwarty wierzchołek tego prostokąta ma współrzędne:

- ☐ A. $D = (-4, 4)$
☐ B. $D = (-4, -4)$
☐ C. $D = (4, -4)$
☐ D. $D = (4, 4)$



- W układzie współrzędnych zaznaczono dwa przeciwległe wierzchołki kwadratu: $A = (-4, 0)$ i $B = (4, 0)$.



Oceń prawdziwość podanych zdań.
Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe,
lub F, jeśli jest fałszywe.

Trzecia i czwarta współrzędna tego kwadratu to $(0, 4)$ i $(0, -4)$.	☐ P	☐ F
Długość przekątnej tego kwadratu jest równa 4.	☐ P	☐ F
Pole powierzchni tego kwadratu jest równe 32.	☐ P	☐ F
Obwód kwadratu jest równy $8\sqrt{2}$.	☐ P	☐ F

- Zaznacz na osi liczbowej wszystkie liczby spełniające podane nierówności.

a) $3 \leq x \leq 7$



b) $-2 < x \leq 2$

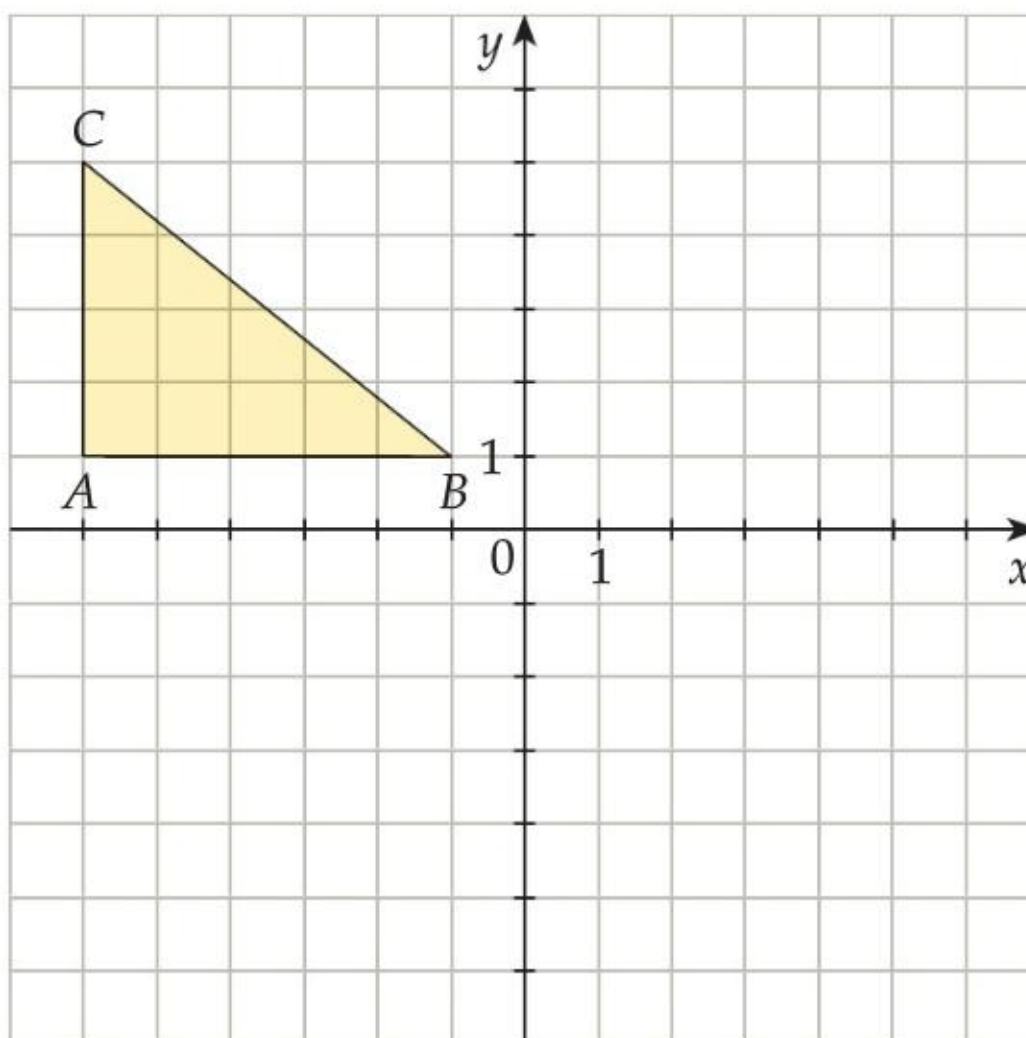


c) $-1,5 \leq x < 3,5$



d) $4 < x < 9$

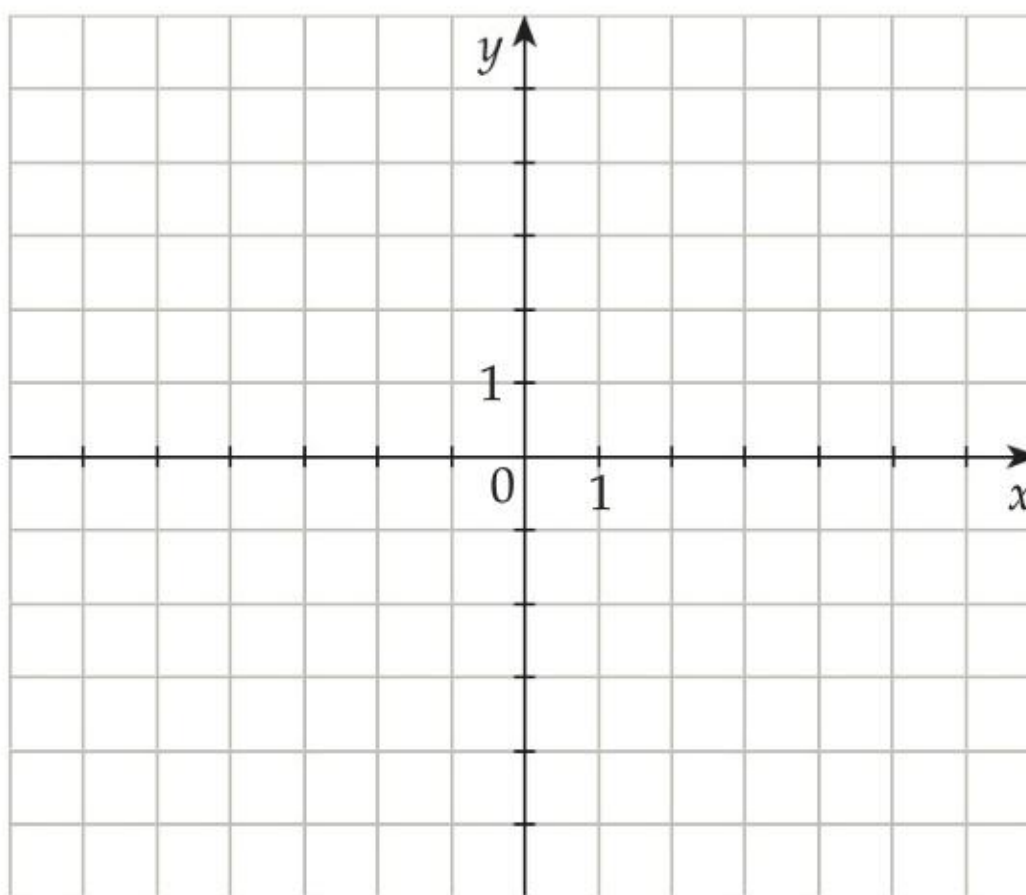




- c) Oblicz długości wszystkich boków trójkąta DEF .

[illegible]

- [illegible]



- [illegible]

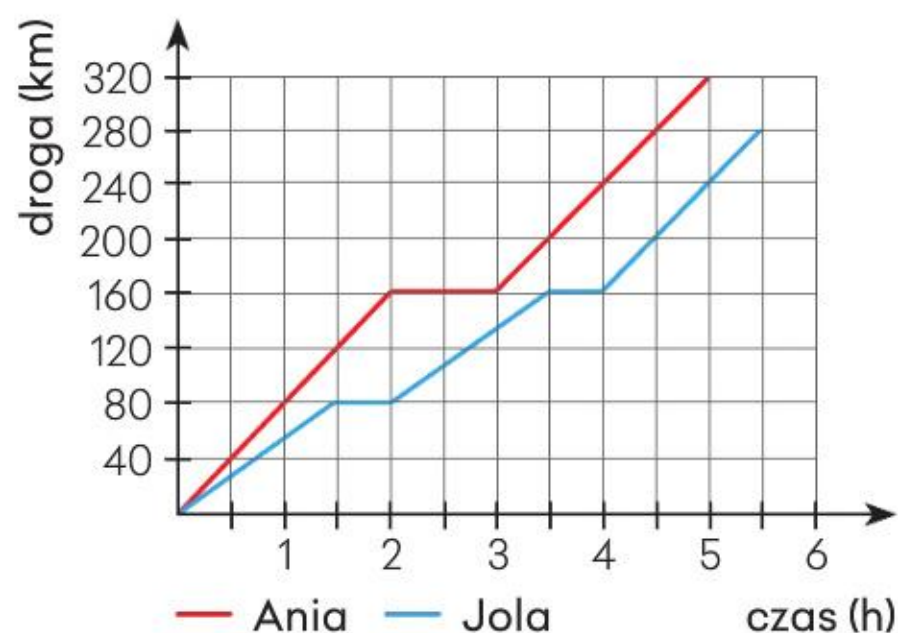
- [illegible]

5.7 Statystyka i rachunek prawdopodobieństwa

- Wykres przedstawia drogi przebyte przez Anię i Jolę w zależności od czasu.

a) Ile kilometrów pokonała Ania,
a ile Jola?

Odpowiedź:



b) Ile minut trwał postój Ani, a ile Joli?

Odpowiedź:

c) Ile minut więcej trwała wycieczka Joli niż wycieczka Ani?

Odpowiedź:

d) Z jaką prędkością jechała Ania do momentu postoju?

[illegible]

Odpowiedź:

e) Z jaką prędkością jechała Jola po drugim postoju?

[illegible]

Odpowiedź:

- Na kartonikach zapisano liczby od 1 do 10, na każdym jedną liczbę. Magda losowała po jednym kartoniku. Jeśli wylosowała kartonik z liczbą podzielną przez 2, odkładała kartonik do pudełka czerwonego. Jeśli wylosowała kartonik z liczbą podzielną przez 3 – odkładała kartonik do pudełka zielonego.

a) Ile kartoników może się znajdować w pudełku czerwonym, a ile w zielonym?

b) Jakie jest prawdopodobieństwo wylosowania kartonika z liczbą podzielną

- przez 2,
- przez 3?

c) Jakie jest prawdopodobieństwo wylosowania kartonika z liczbą podzielną równocześnie przez 2 i przez 3? _____



- _____

[illegible]

5.8 Praktyczne zastosowania matematyki

-
- This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

[illegible]

Odpowiedź: _____

a)

[illegible]

Odpowiedź:

b)

[illegible]

Odpowiedź:



a)

[illegible]

Odpowiedź:

b)

[illegible]

Odpowiedź:



Sklep „Zdrowe włosy”
sprzedaje swoje produkty
w różnych rodzajach
opakowań.



a) Który szampon i którą odżywkę powinna wybrać Zosia, aby najlepiej skorzystać z oferty sklepu?

Odpowiedź: _____

b) Sklep planuje wprowadzić w kolejnym miesiącu obniżkę cen szamponów o 5%, a odżywek do włosów o 10%. Ile po obniżce będą kosztowały poszczególne produkty?

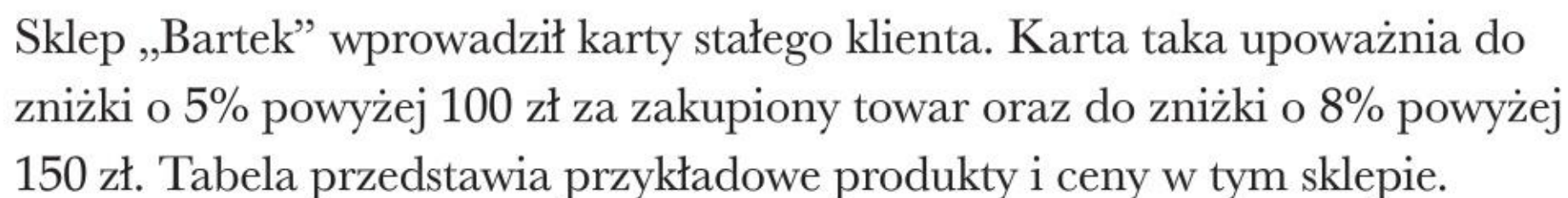
Odpowiedź: _____

c) W kolejnym miesiącu sklep wprowadził również zestawy składające się z szamponu i odżywki.



Marta planuje zakup szamponu (250 ml) i odżywki (250 ml). Z której oferty powinna skorzystać, aby zapłacić najtaniej: tej dotyczącej produktów po obniżce cen, czy dotyczącej zestawu?

Odpowiedź: _____



a) Joasia kupiła kawę, 2 kostki masła, 3 kg jabłek, 1 kg winogron, 12 butelek wody mineralnej, herbatę w torebkach, ser żółty i 3 kg batatów. Ile zapłaciła za zakupy?

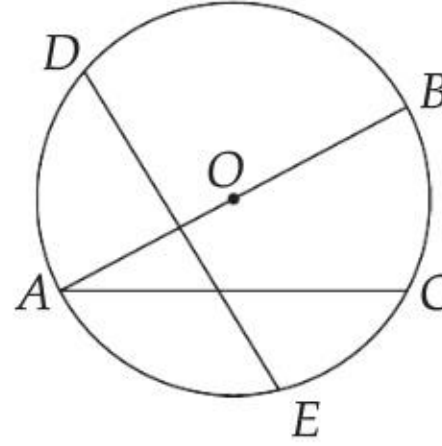
Odpowiedź: _____

68

6.1 Koła i okregi

Cięciwą okręgu nie jest

- ☐ A. odcinek AB .
- ☐ B. odcinek DE .
- ☐ C. odcinek AO .
- ☐ D. odcinek AC .



Zaznacz na płaszczyźnie punkty A, B, C, D, O . Z punktu O zakresł okrag o promieniu OA . Z punktu B narysuj styczną do okręgu. Z punktu C zakresł okrag o promieniu CD .

Określ wzajemne połozenie okregów.

-
- Diagram showing three circles with centers A , B , and C .
- Circle A has a radius of 3 cm .
 - Circle B has a radius of $1,5\text{ cm}$.
 - Circle C has a radius of 1 cm .
- The distance between centers A and B is $4,5\text{ cm}$. The distance between centers B and C is 2 cm .

- | | | |
|---|----------------------------|----------------------------|
| Jeżeli $ SP = 28$, to okręgi są styczne zewnętrznie. | ☐ P | ☐ F |
| Jeżeli $ SP < 18$ i $ SP > 8$, to okręgi nie przecinają się. | ☐ P | ☐ F |
| Jeżeli $ SP $ jest mniejsza od różnicy promieni obu okręgów, to okręgi te są rozłączne wewnętrznie. | ☐ P | ☐ F |

6.2 Długość okręgu

● Zaznacz tylko zdania prawdziwe.

Długość okręgu o promieniu $\frac{7}{9}\pi$ jest równa $1\frac{5}{9}$.	☐ TAK
Obwód koła o średnicy 4π jest równy 8π .	☐ TAK
Średnica koła o obwodzie $3,6\pi$ jest równa $3,6$.	☐ TAK
Promień okręgu o długości $\frac{5}{7}\pi$ jest równy $\frac{5}{14}$.	☐ TAK
Obwód koła o promieniu $\sqrt{3}\pi$ jest mniejszy od długości okręgu o średnicy 2π .	☐ TAK

[illegible]

● Klaudia owijała wstążkami obręcz w kształcie okręgów. Na każdą obręcz potrzebowała wstążki o długości dwa razy większej niż długość tej obręczy. Ile metrów wstążki potrzebowała? Przyjmij, że $\pi \approx 3$.

I obwód: średnica 106 cm

[illegible]

II obręcz: promień 3 dm

[illegible]

[illegible][illegible]

-
- A blank sheet of graph paper featuring a uniform grid of small squares. The grid consists of 20 columns and 10 rows, providing a structured space for drawing or writing.

-
- This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

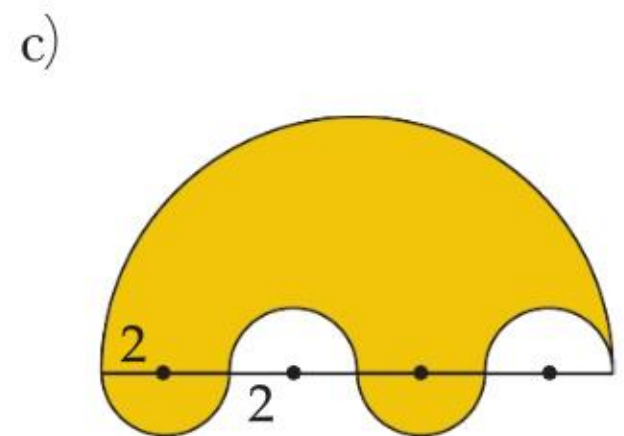
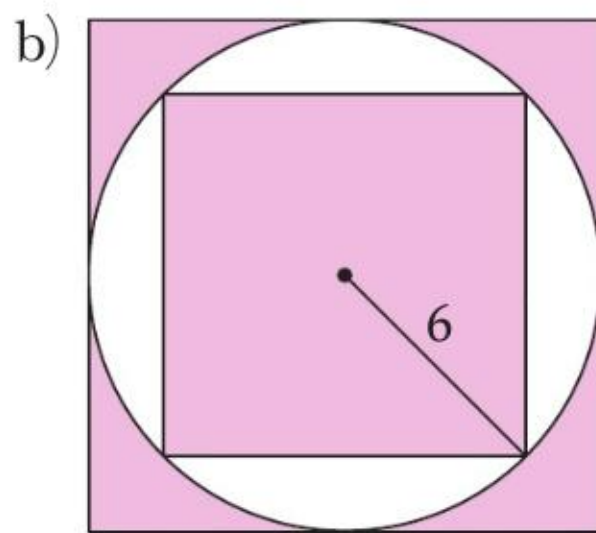
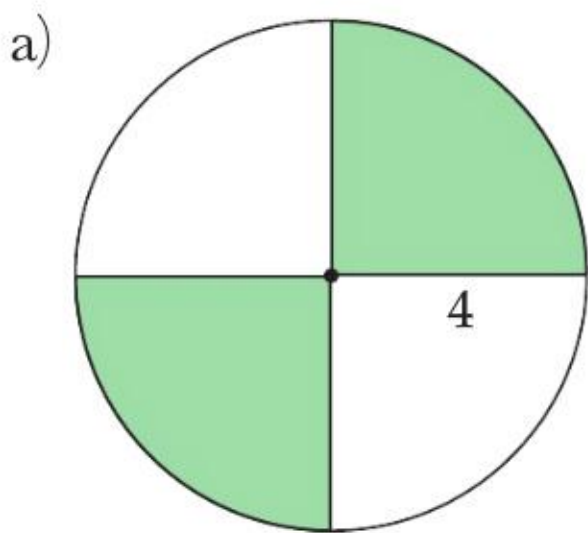
6.3 Pole koła

● Uzupełnij tabelę.

obwód (L)	promień (r)	średnica (d)	pole (P)
36π			
		$\sqrt{5}$	
			$\frac{81}{121\pi}$
	$\frac{4}{3\pi}$		

[illegible]

● Oblicz pola zamalowanych figur.

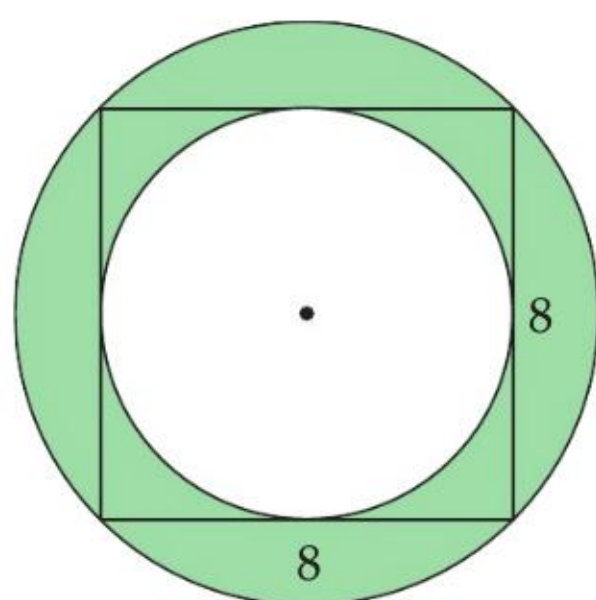
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form a series of small, uniform squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

6.4 Pierścień kołowy

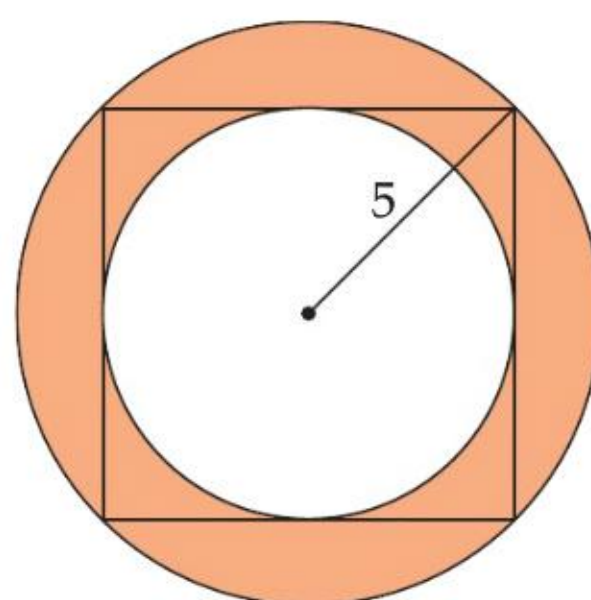
- Z koła o promieniu 20 cm wycięto koło o promieniu o 30% mniejszym. Oblicz pole powstałego pierścienia kołowego.

- Oblicz pole pierścienia kołowego.

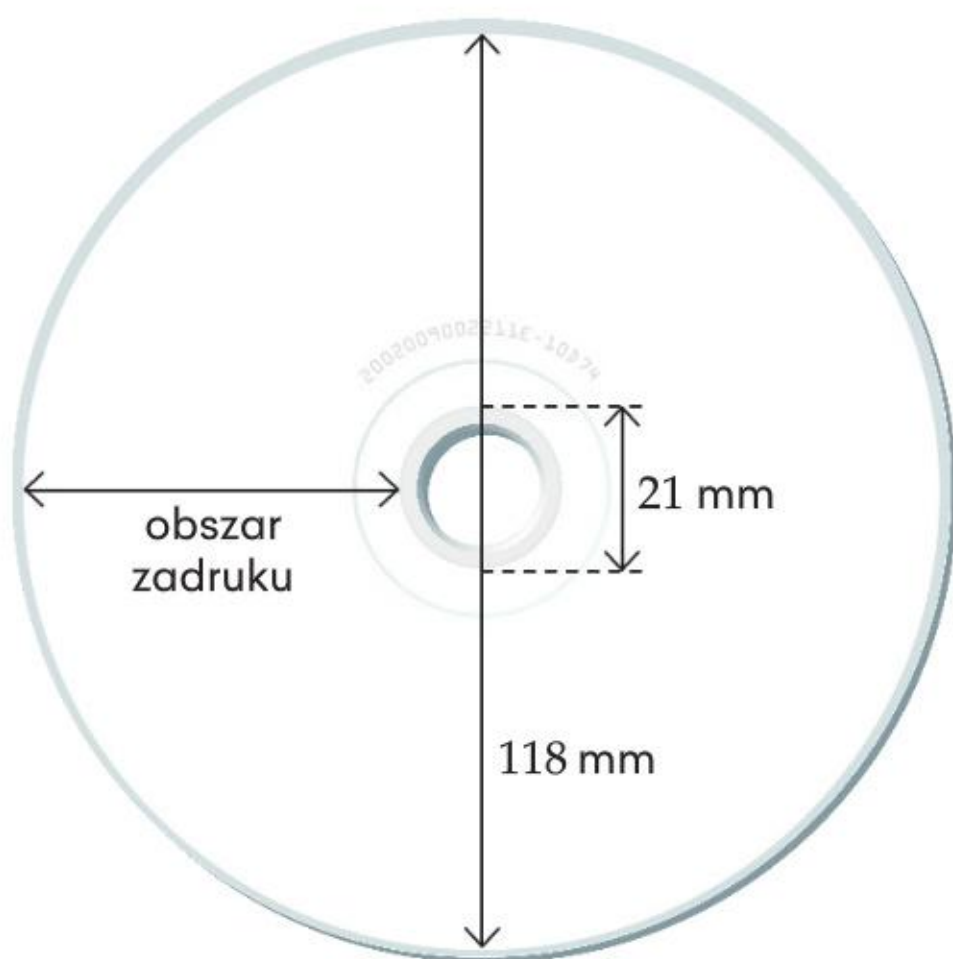
a)



b)



- Oblicz obszar zadruku zaprojektowanej płyty CD.

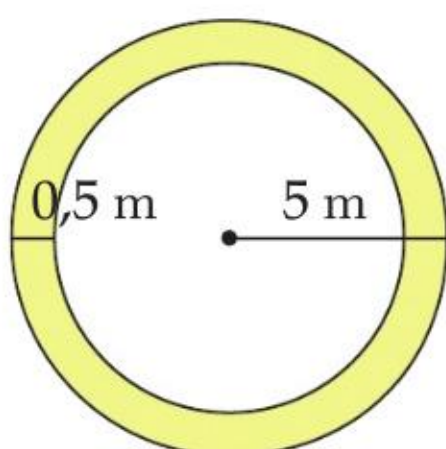
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form a series of small, uniform squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

6.5 Okrąg, koło i pierścień kołowy – zadania z kontekstem realistycznym

- Kucharz zrobił pierogi i uszka. Na pierogi wykroił 40 kółek o promieniu 5 cm każde, a na uszka 65 kółek o średnicy 6 cm. Ile cm^2 ciasta użył do zrobienia pierogów, a ile do zrobienia uszek? Przyjmij, że $\pi \approx 3$.

Odpowiedź: _____

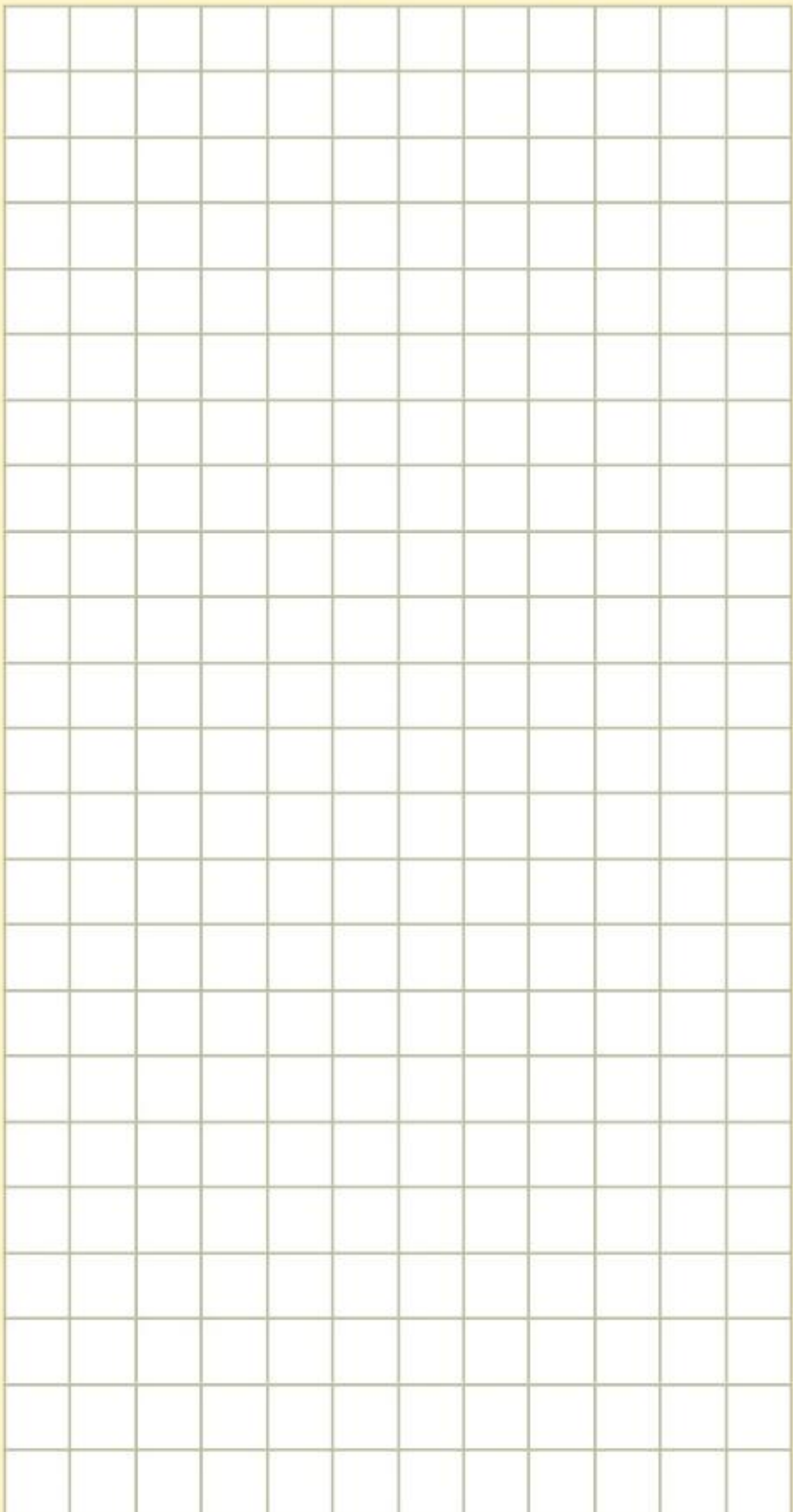
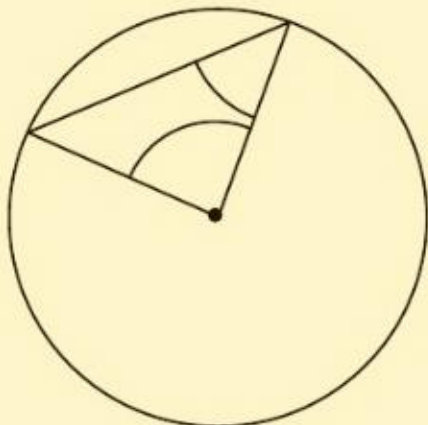
- Pan Emil przygotował w ogrodzie 3 rabaty. Wokół każdej rabaty zaplanował wysypanie żwiru ozdobnego. Oblicz, na jakiej powierzchni musi ułożyć żwir. Przyjmij, że $\pi \approx 3,14$.

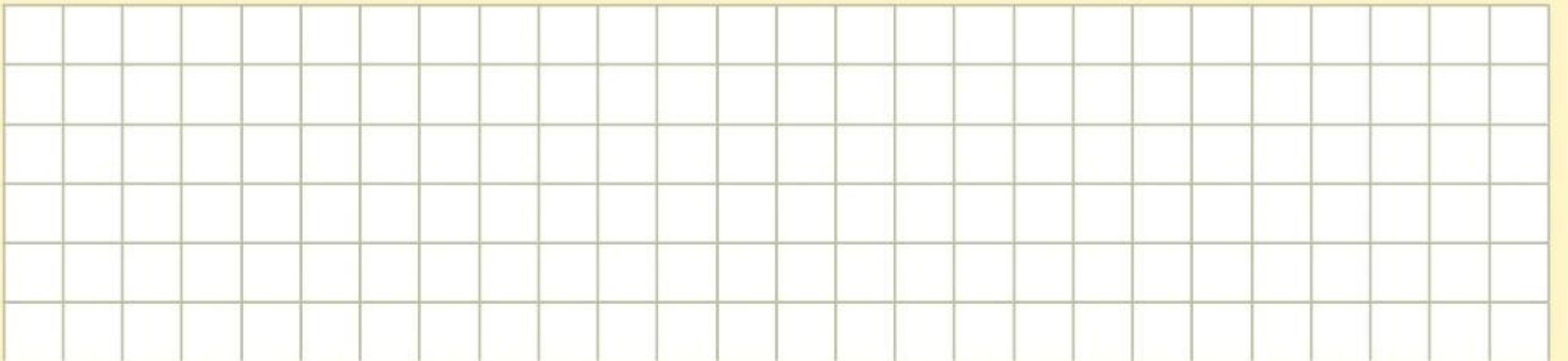
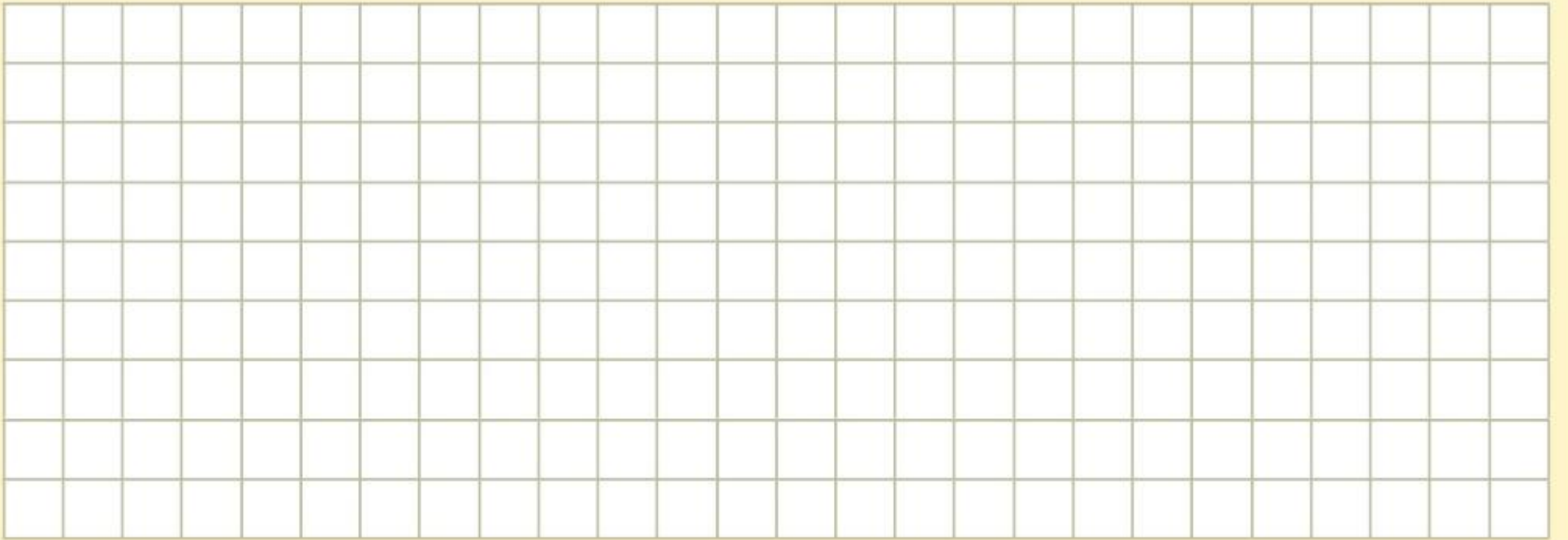
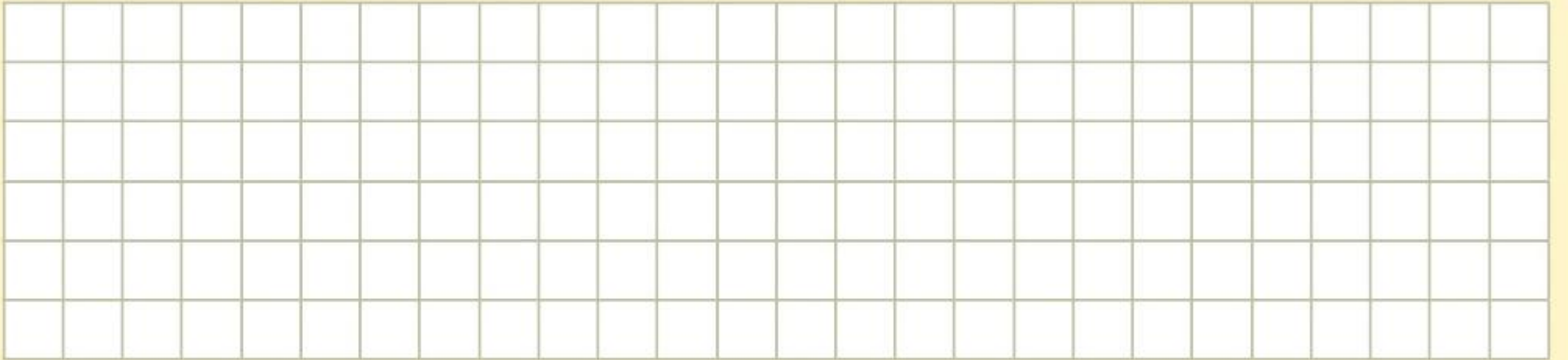
[illegible]

Odpowiedź: _____

-  Matylda z prostokątnego filcowego materiału o wymiarach $1,5 \text{ m} \times 60 \text{ cm}$ wycinała podkładki w kształcie kół. Ile podkładek o promieniu 5 cm mogła maksymalnie otrzymać, jeśli wycięła już 6 podkładek o promieniu 15 cm z tego materiału?

Odpowiedź: _____





7.1 Symetralna odcinka

- Narysuj odcinek długości 6 cm i podziel go konstrukcyjnie na dwie części, których długości pozostają w stosunku 1 : 3.

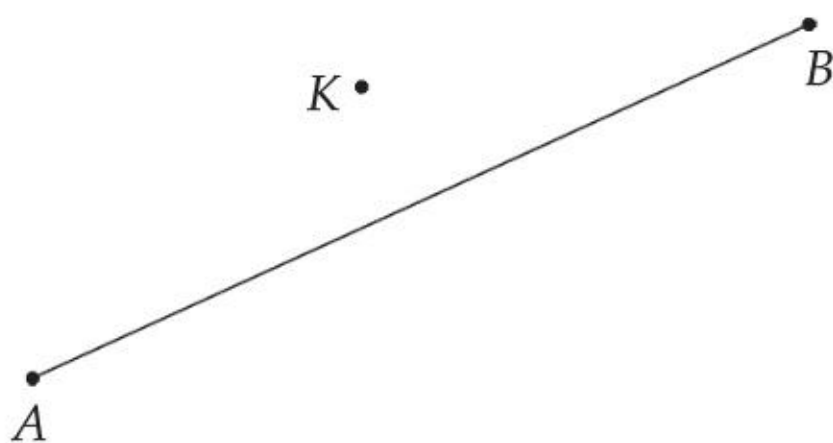
- Narysuj dwa dowolne odcinki x i y , takie, że $x > y$.

Zbuduj odcinki

a) $a = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y$

b) $b = \frac{1}{4}x + y$

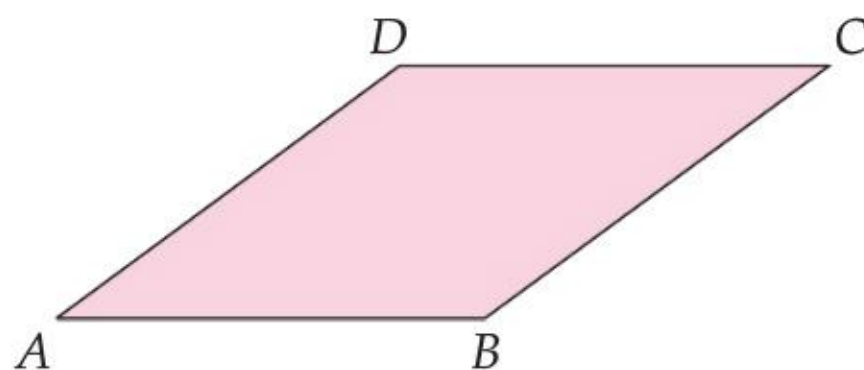
- Dany jest odcinek AB i punkt K . Wyznacz symetralną odcinka AB przechodzącą przez punkt K .



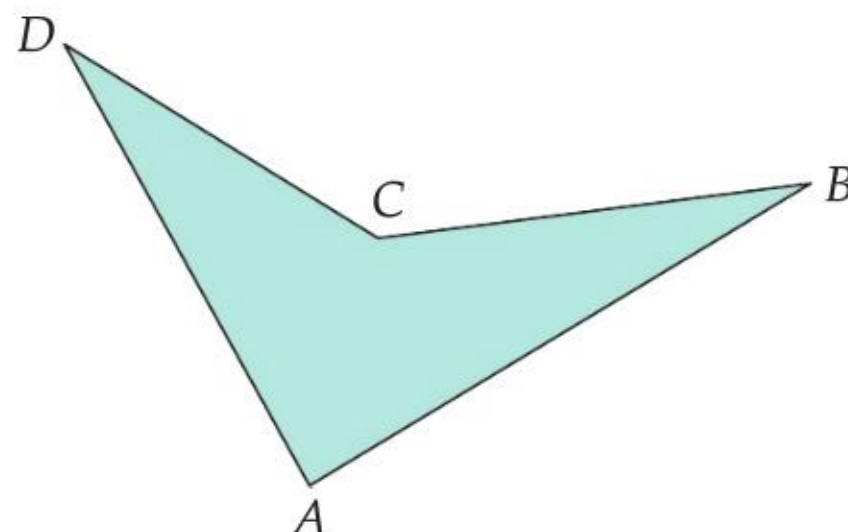
7.2 Dwusieczna kąta

Wyznacz dwusieczne kąta

a) ADC



b) BCD



Skonstruuj kąt o mierze

a) 75°

★ 150°

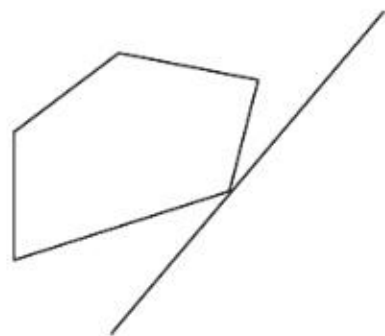
W trójkącie równoramiennym ABC , w którym $|AC| = |BC|$, odcinek AD zawiera się w dwusiecznej kąta BAC . Oblicz miary kątów trójkąta ABC , jeżeli wiadomo, że kąt DAB ma miarę 26° .



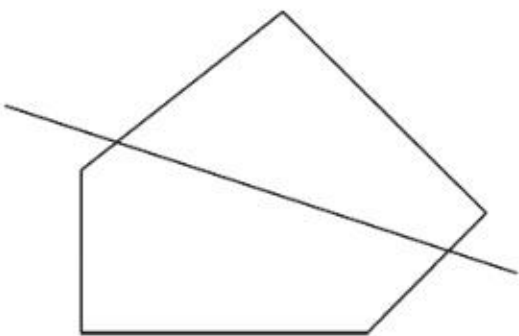
7.3 Symetria względem prostej

Wyznacz figury symetryczne do narysowanych poniżej figur względem danej prostej.

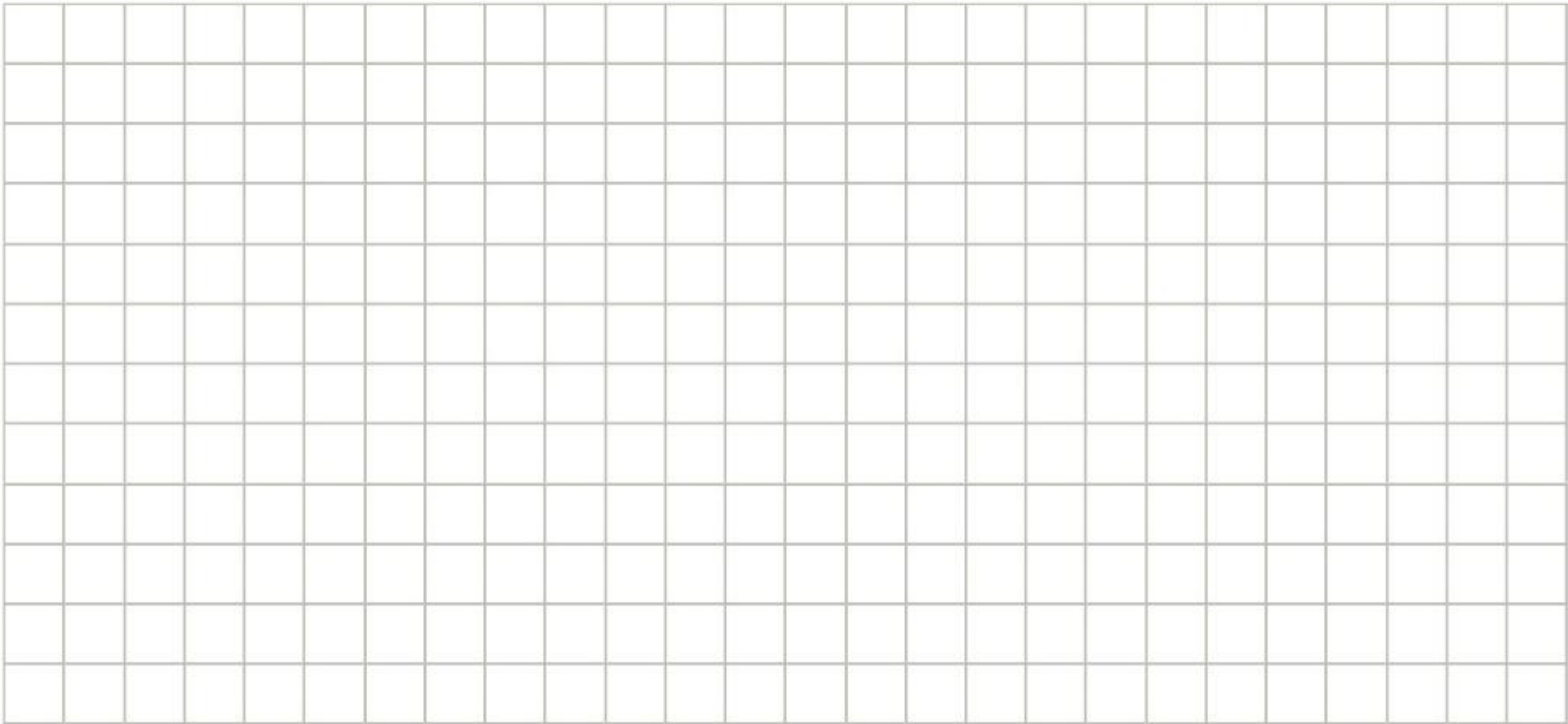
a)



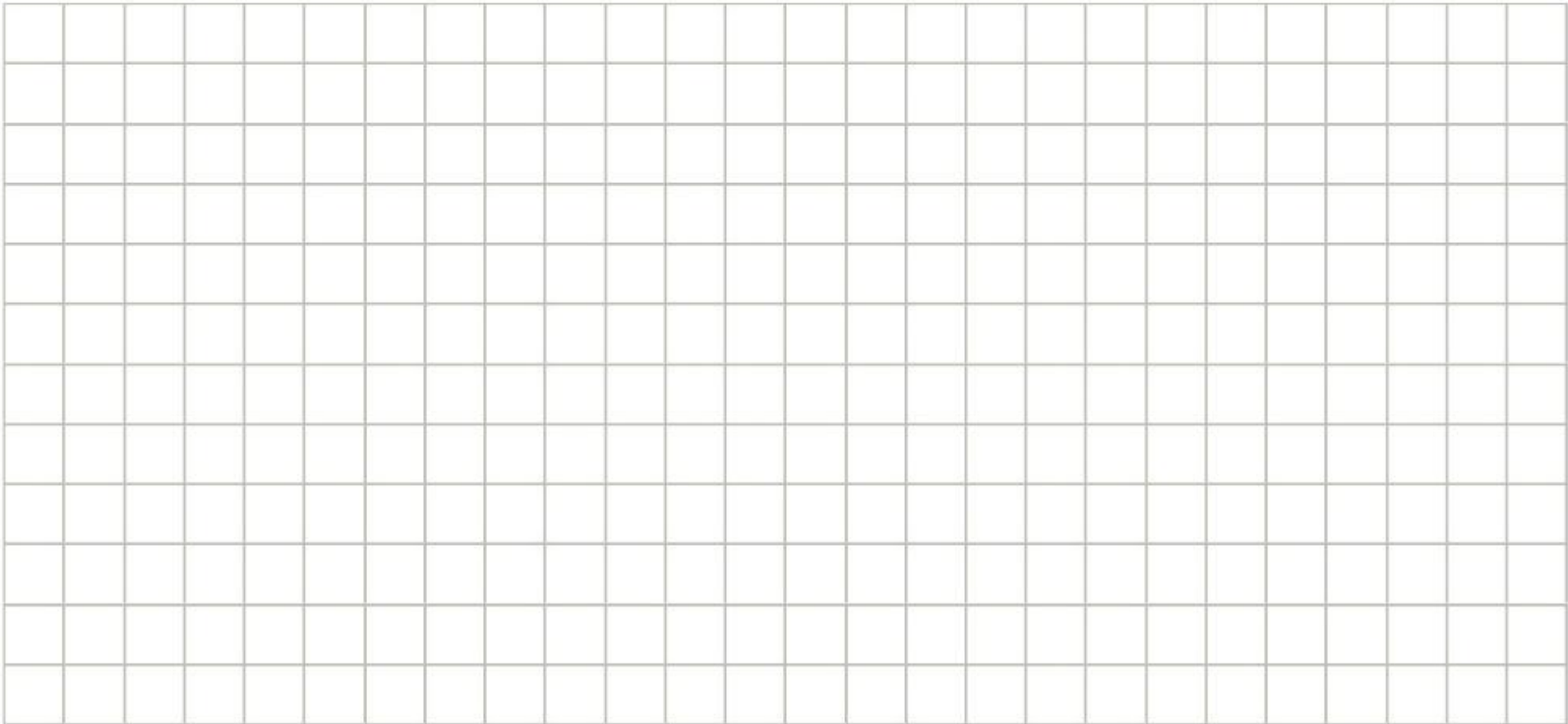
b)



Narysuj trapez $ABCD$, w którym $AB \parallel CD$. Wyznacz figurę symetryczną do tego trapezu względem prostej zawierającej przekątną BD .



Narysuj czworokąt $KLMN$, w którym kąt LMN jest wklęsły. Wyznacz figurę symetryczną do tego czworokąta względem prostej zawierającej bok MN .

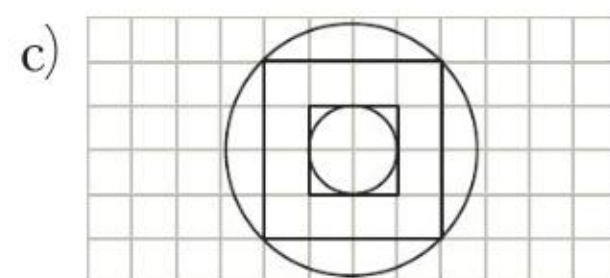
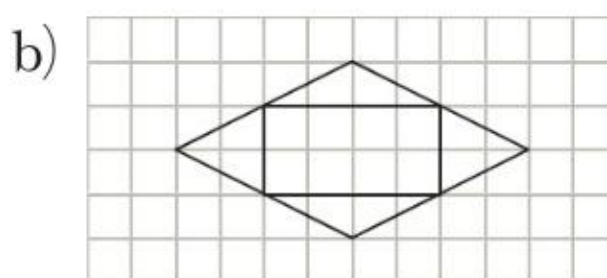
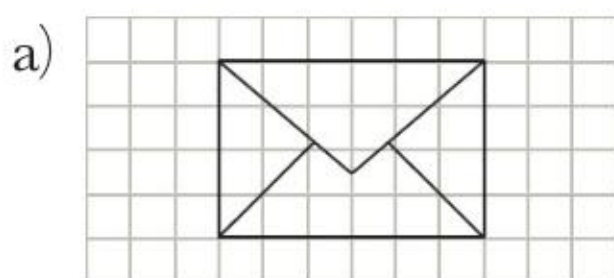


7.4 Figury osiowosymetryczne

Uzupełnij zdania.

Odcinek ma _____ symetrii. Czworokąt, który ma dokładnie dwie osie symetrii, to _____. Trójkąt prostokątny _____ ma jedną oś symetrii. Przykładem figury, która ma nieskończenie wiele osi symetrii jest _____. Wielokąt foremny, który ma dokładnie 6 osi symetrii to _____.

Wyznacz wszystkie osie symetrii narysowanych figur.



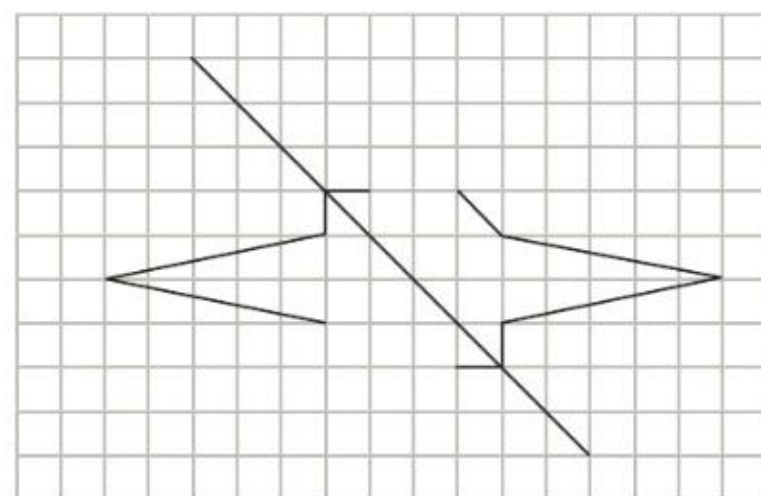
Podaj przykład figury (innej niż w zadaniu 1), która ma:

- a) 1 oś symetrii _____
- b) 2 osie symetrii _____
- c) 4 osie symetrii _____

Ile osi symetrii ma figura zbudowana z:

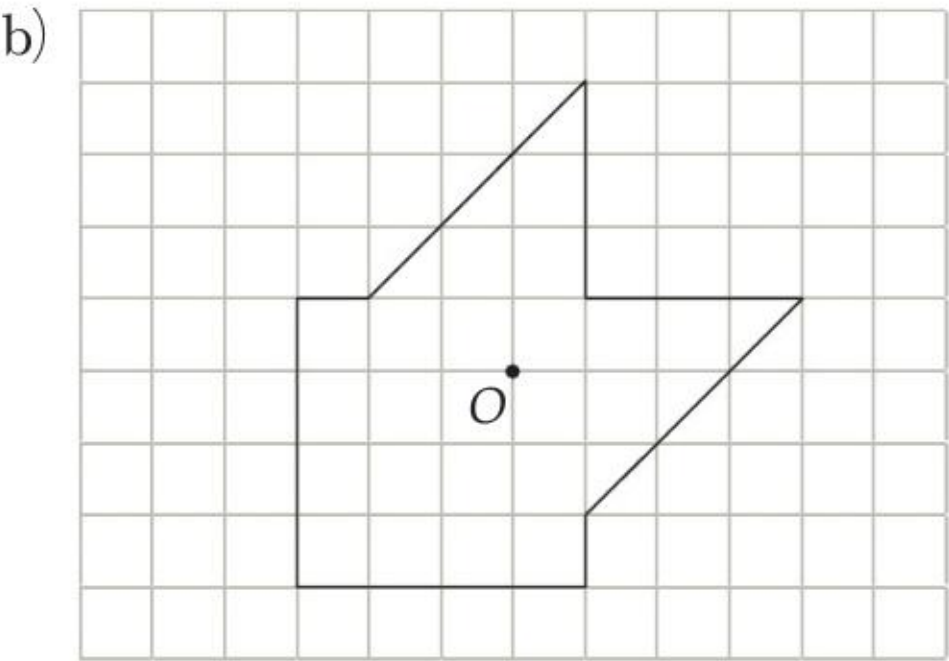
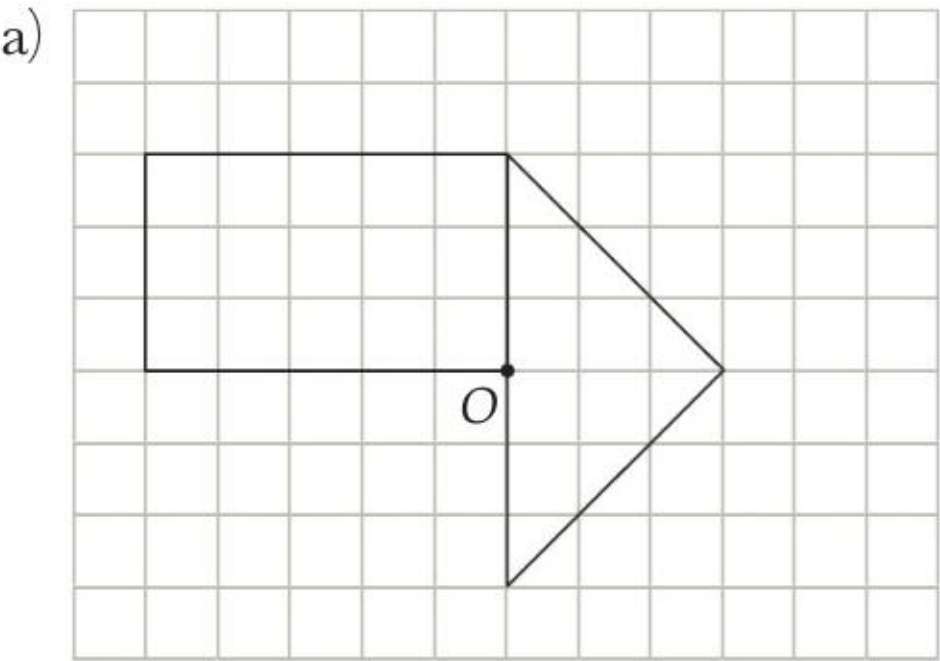
- a) kwadratu i kwadratu do niego symetrycznego względem prostej zawierającej jeden z boków _____
- b) kwadratu i kwadratu do niego symetrycznego względem prostej zawierającej przekątną kwadratu _____
- c) rombu i rombu do niego symetrycznego względem prostej zawierającej jedną z wysokości rombu _____

Uzupełnij rysunki tak, aby narysowane figury były symetryczne względem prostej l .



7.5 Symetria względem punktu

Wyznacz figury symetryczne do narysowanych poniżej figur względem danego punktu.



Punkty K i K' są symetryczne względem pewnego punktu O . Wyznacz ten punkt.

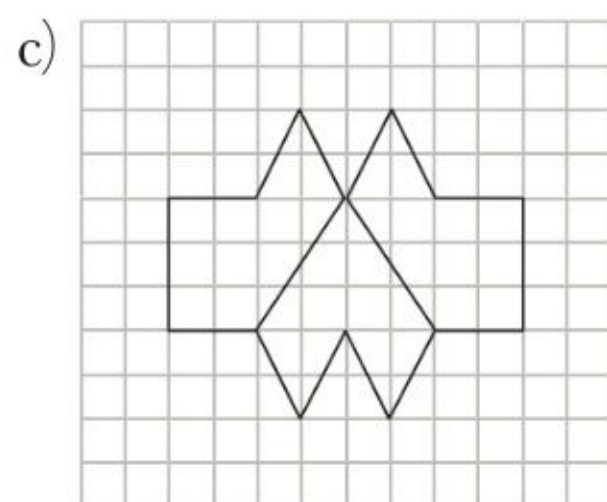
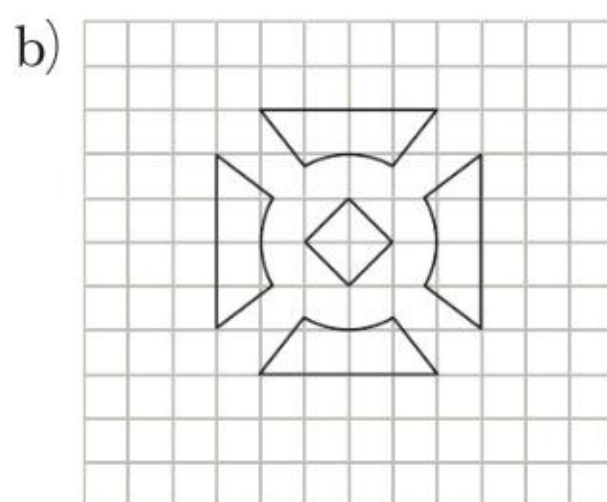
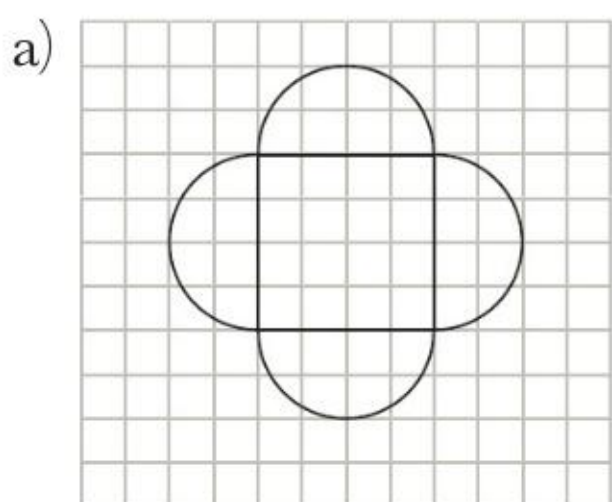
K
•

K'
•

Narysuj deltoid $ABCD$. Wyznacz figurę symetryczną do tego deltoidu względem punktu przecięcia przekątnych.

7.6 Figury środkowosymetryczne

- Wskaz figury, które mają środek symetrii.



- Określ, ile osi symetrii mają podane figury, i czy mają środek symetrii.

- a) okręgi o wspólnym środku _____
- b) dwie proste równoległe _____
- c) siedmiokąt foremny _____
- d) trapez równoramienny _____

- Narysuj trójkąt równoramienny ABC , w którym $|AC| = |BC|$. Wyznacz figurę symetryczną do tego trójkąta:

- a) względem wierzchołka C ,

- b) środka boku AB .

Czy tak otrzymane figury składające się z trójkąta ABC i figury do niego symetryczne mają środek symetrii?

- a) _____ b) _____

7.7 Symetria względem osi układu współrzędnych

- W układzie współrzędnych zaznacz punkty: $A = (4, -1)$, $B = (2, 0)$, $C = (0, -6)$, $D = (-2, -2)$, $E = (-5, 1)$, a następnie podaj współrzędne punktów symetrycznych do danych punktów względem:

a) osi x

$A' =$ _____

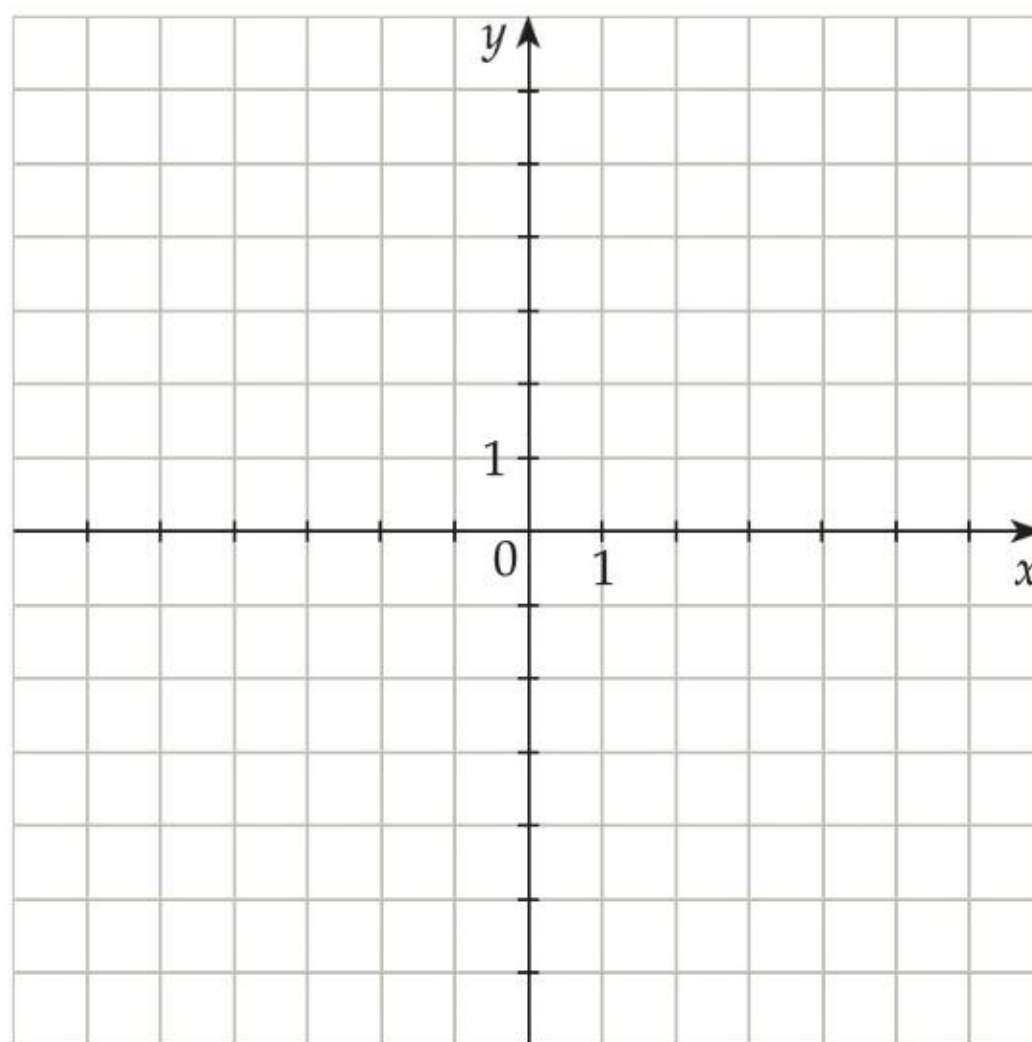
$B' =$ _____

$C' =$ _____

$D' =$ _____

$E' =$ _____

Zaznacz te punkty
w układzie współrzędnych.



b) osi y

$A' =$ _____

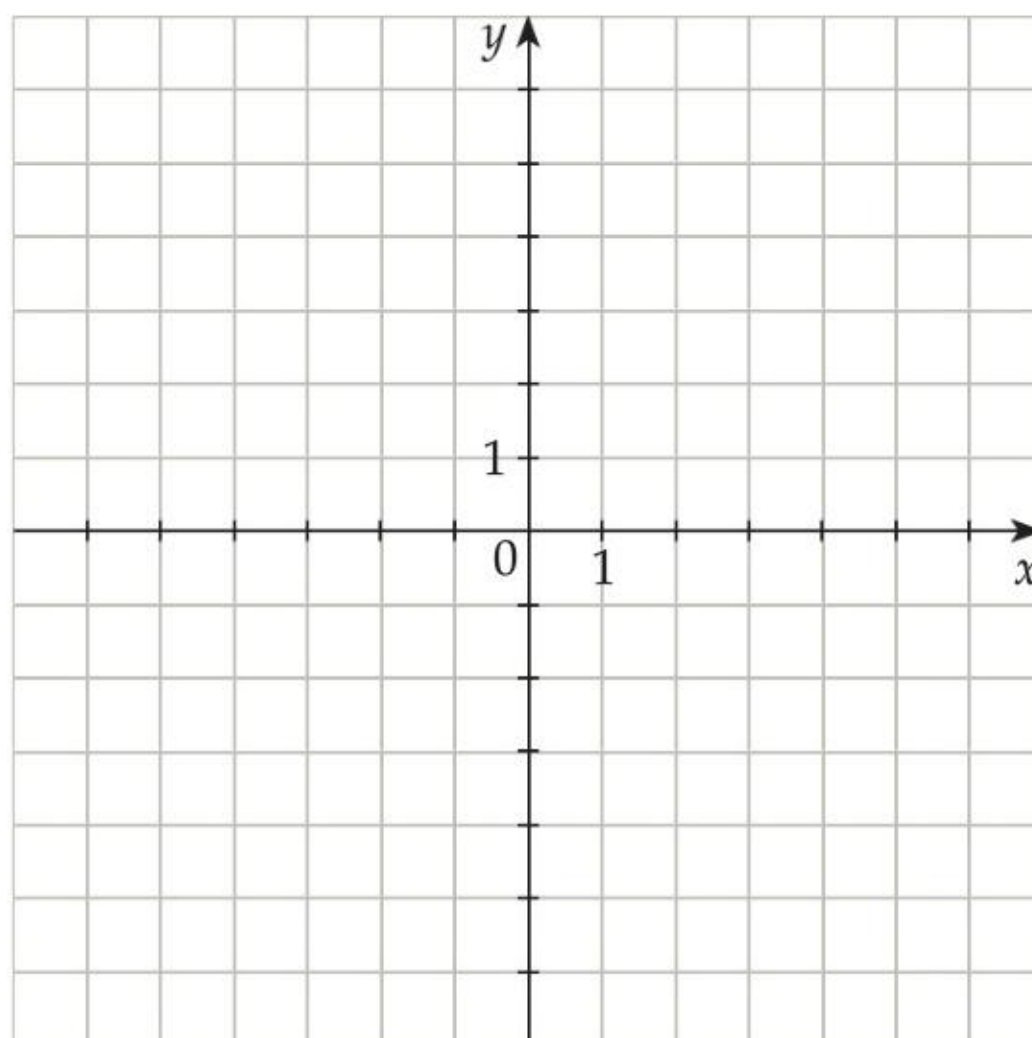
$B' =$ _____

$C' =$ _____

$D' =$ _____

$E' =$ _____

Zaznacz te punkty
w układzie współrzędnych.



- c) Podaj dwie pary punktów, inne niż w podpunkcie a) i b), symetryczne względem osi x i osi y .

Punkty $K = (-4, -2)$, $L = (5, -2)$, $M = (3, 2)$, $N = (-2, 2)$ są wierzchołkami trapezu $KLMN$. Narysuj w układzie współrzędnych ten trapez. Wyznacz współrzędne wierzchołków trapezu symetrycznego do danego trapezu względem:

a) osi x

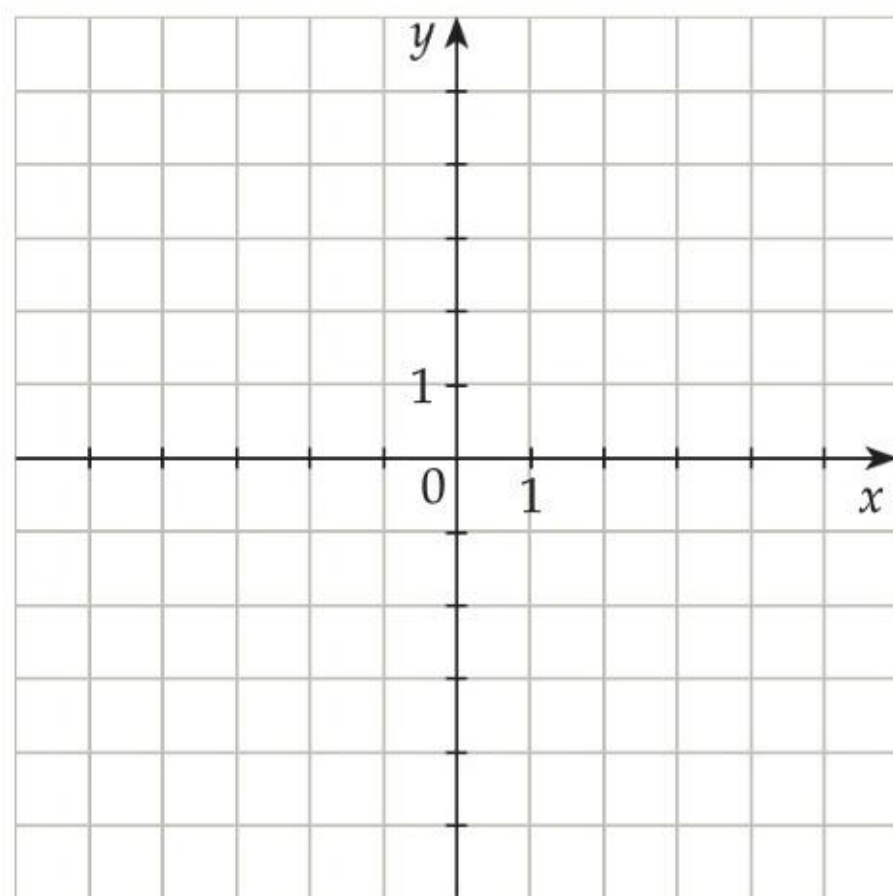
$$K' = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$L' = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$M' = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$N' = \underline{\hspace{2cm}}$$

Narysuj otrzymany trapez.



b) osi y

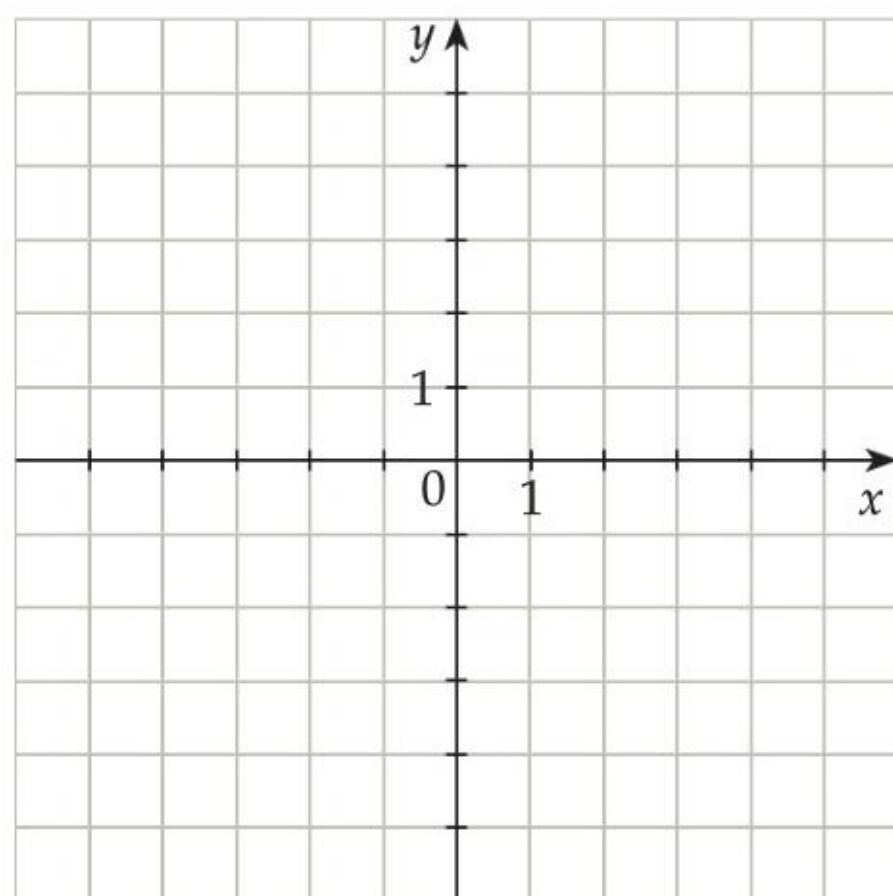
$$K' = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$L' = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$M' = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$N' = \underline{\hspace{2cm}}$$

Narysuj otrzymany trapez.



Wyznacz takie liczby a i b , aby punkty $K = (2a, 5)$ i $K' = (-6, b - 4)$ były symetryczne względem:

a) osi x

$$a = \underline{\hspace{4cm}}$$

$$b = \underline{\hspace{4cm}}$$

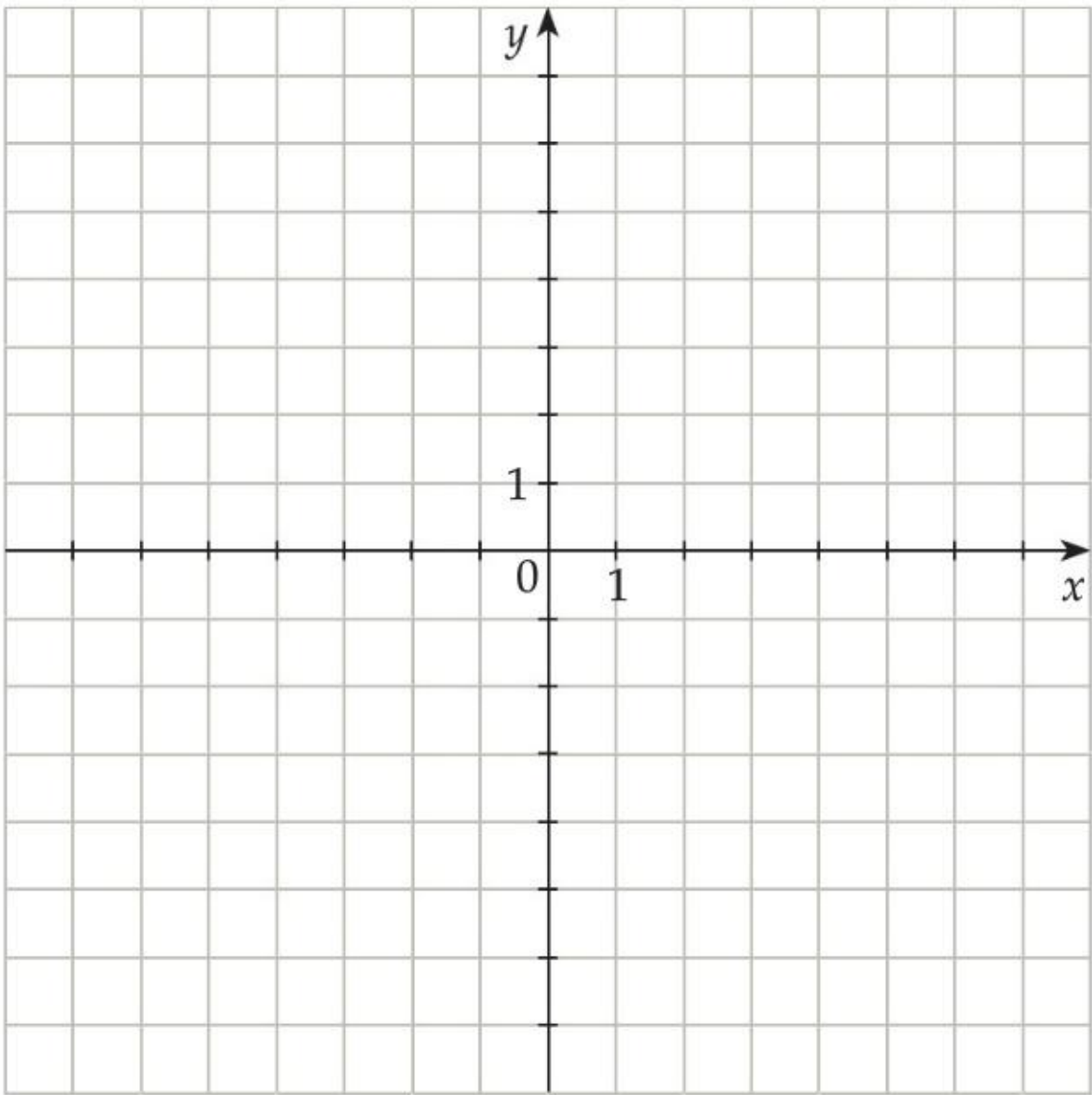
b) osi y

$$a = \underline{\hspace{4cm}}$$

$$b = \underline{\hspace{4cm}}$$

7.8 Symetria względem początku układu współrzędnych

Punkty: $A = (3, -3)$,
 $B = (5, 2)$, $C = (-1, 6)$,
 $D = (-7, 0)$ są wierzchołkami
czworokąta $ABCD$.
Narysuj figurę symetryczną
do tego czworokąta
względem początku układu
współrzędnych.

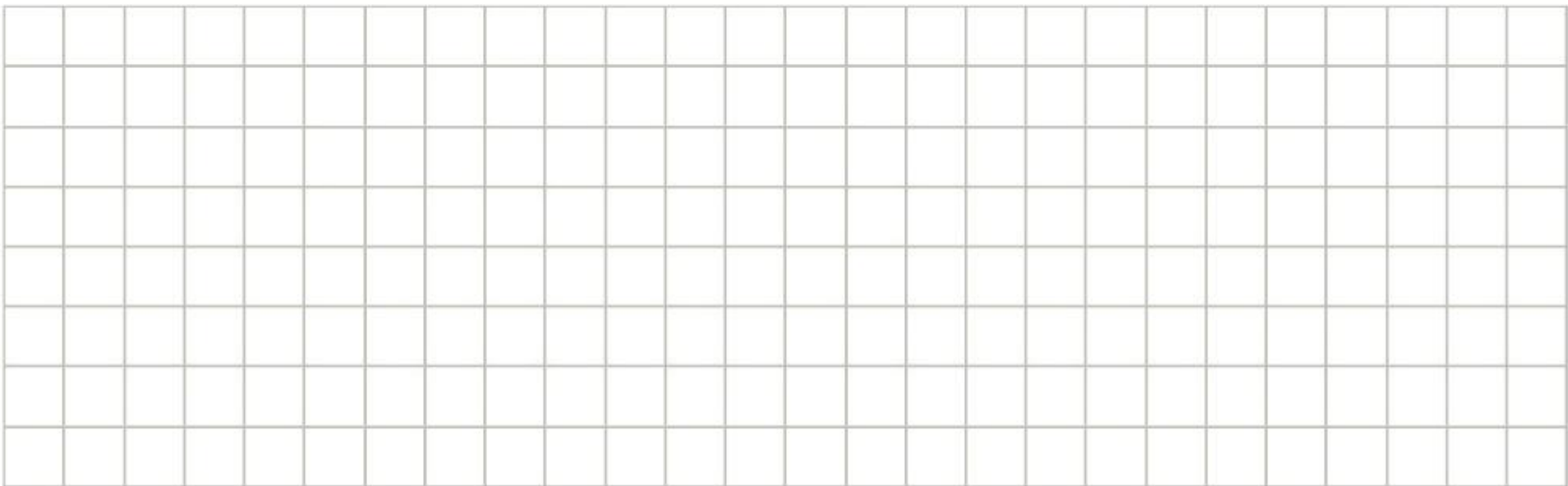


Punkty P i P' są symetryczne względem początku układu współrzędnych.
Uzupełnij współrzędne punktów.

- a) $P = (4, \text{ })$, $P' = (\text{ }, 8)$
- b) $P = (-11, \text{ })$, $P' = (\text{ }, 0)$
- c) $P = (\text{ }, 7)$, $P' = (-7, \text{ })$
- d) $P = (\text{ }, -10)$, $P' = (0, \text{ })$

Punkty A i B są symetryczne względem początku układu współrzędnych.
Wyznacz x i y , a następnie zapisz współrzędne tych punktów.

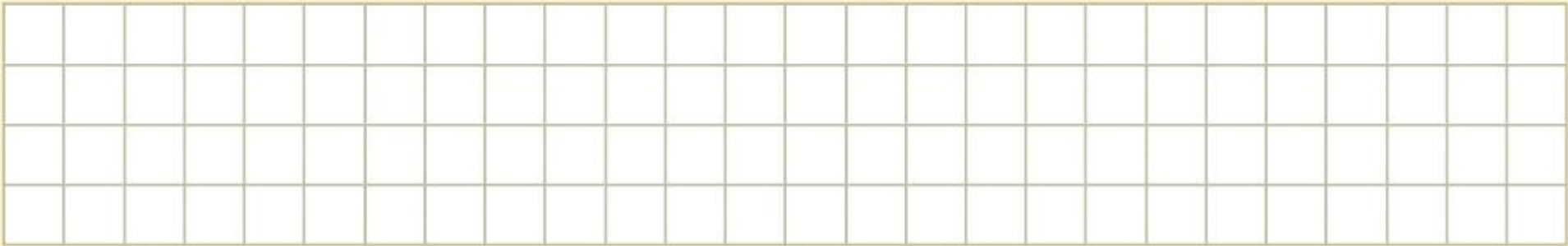
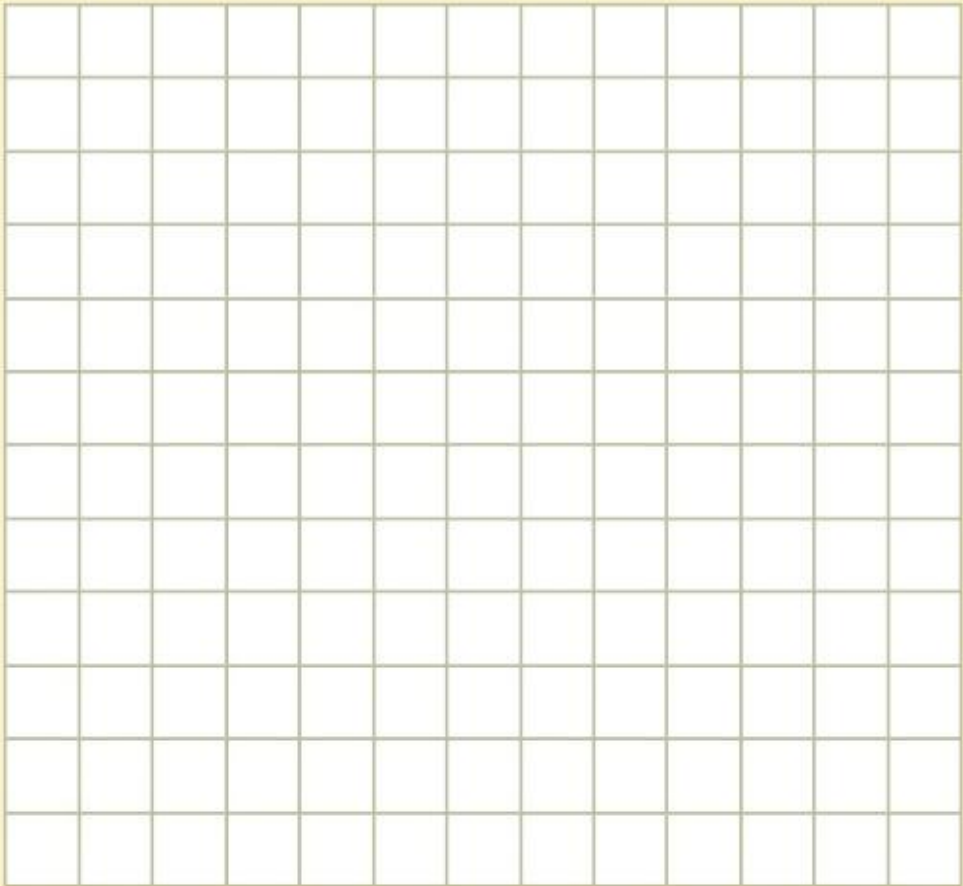
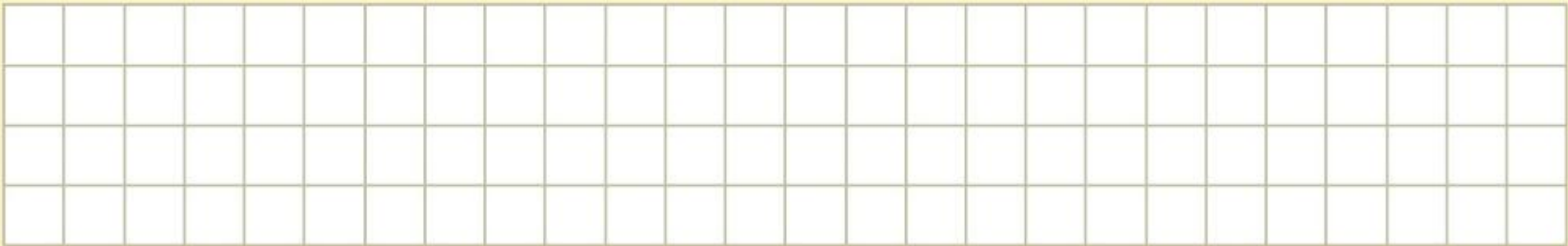
- a) $A = (3x, -5)$, $B = (9, 4 - y)$
- b) $A = (-7, 2y + 1)$, $B = (1 - 3x, 5)$



$A = (\text{ }, \text{ })$, $B = (\text{ }, \text{ })$

$A = (\text{ }, \text{ })$, $B = (\text{ }, \text{ })$







8.1 Reguła mnożenia

- Maciek ma 5 modeli samolotów i 8 figurek pilotów. Na ile różnych sposobów chłopiec może umieścić figurkę pilota w jednym samolocie?

Odpowiedź: _____

- Pan Kowalski chce zarezerwować w hotelu 2 pokoje czteroosobowe. Hotel dysponuje 7 takimi pokojami z balkonami i 4 bez balkonów. Ile jest różnych możliwości rezerwacji pokoi tak, aby jeden pokój był z balkonem, a drugi bez balkonu?

Odpowiedź:

- Magda ma jednakowe, prostokątne kawałki materiału w 6 różnych kolorach: białym, zielonym, czerwonym, pomarańczowym, niebieskim, żółtym. Chce uszyć pokrowiec na fotel z 4 kawałków materiału.

- a) Ile różnych pokrowców może uszyć Magda z tych kawałków materiału?

Odpowiedź: _____

- b) Ile różnych pokrowców może uszyć Magda z tych kawałków materiału, jeśli jeden z kawałków musi być zielony?

Odpowiedź:

8.2 Reguła dodawania

● Oblicz, ile jest wszystkich liczb dwucyfrowych:

a) podzielnych przez 11 lub podzielnych przez 23

Odpowiedź: _____

b) podzielnych przez 5, ale niepodzielnych przez 10

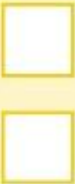
Odpowiedź: _____

c) podzielnych przez 13 lub podzielnych przez 7

Odpowiedź: _____

W pracowni matematycznej znajduje się 6 modeli sześcianów w kolorze czerwonym, 8 modeli ostrosłupów w kolorze zielonym oraz 12 modeli graniastosłupów – 7 czerwonych i 5 zielonych. Agata chce wybrać 2 różne modele w tym samym kolorze. Na ile sposobów może to zrobić?

Odpowiedź: _____



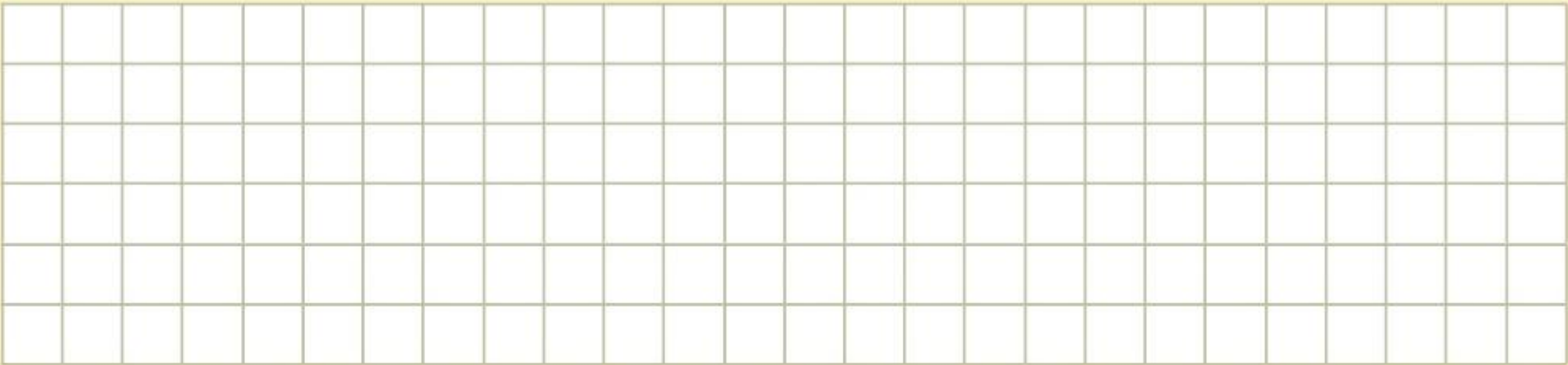
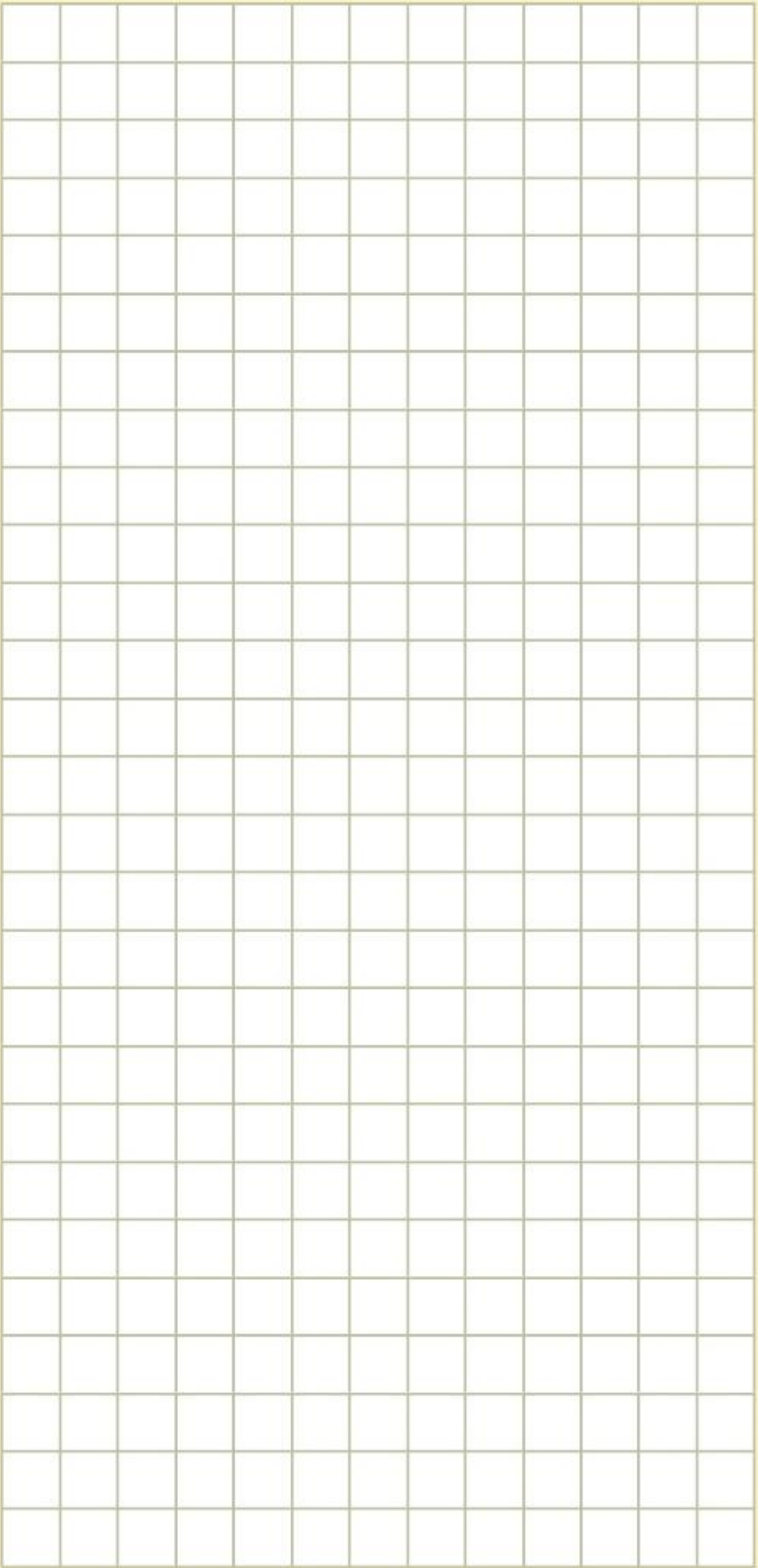
-

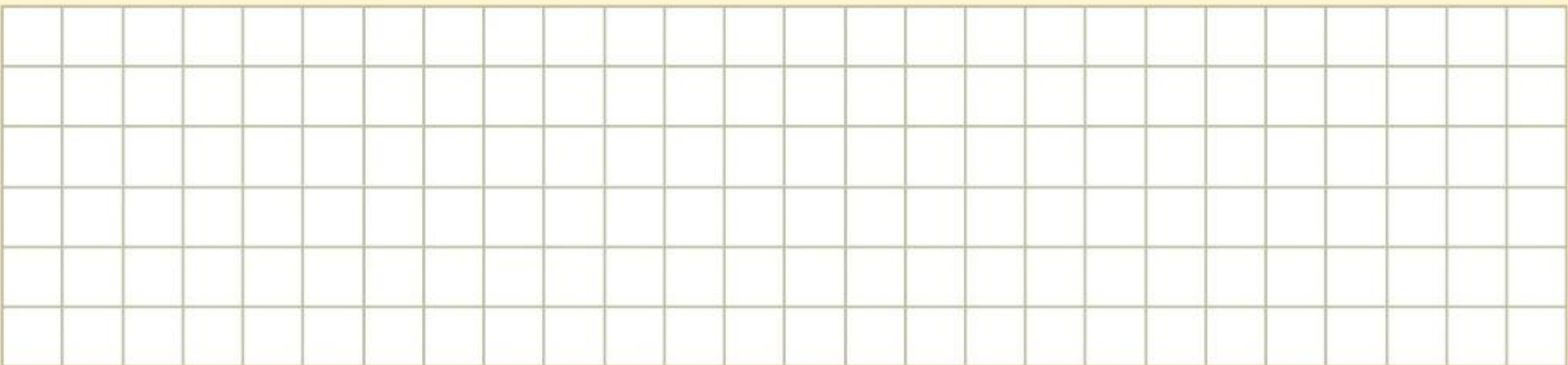
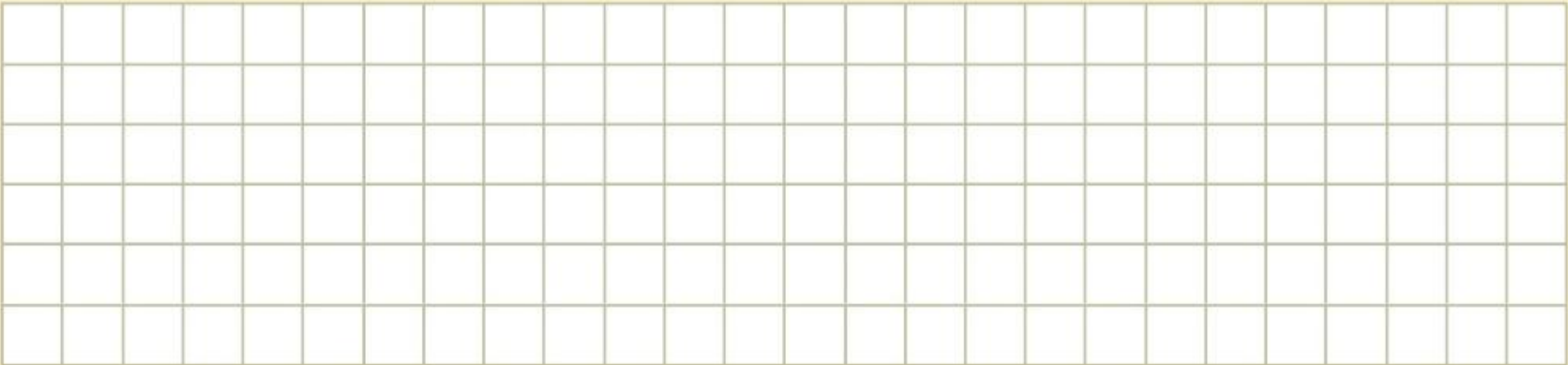
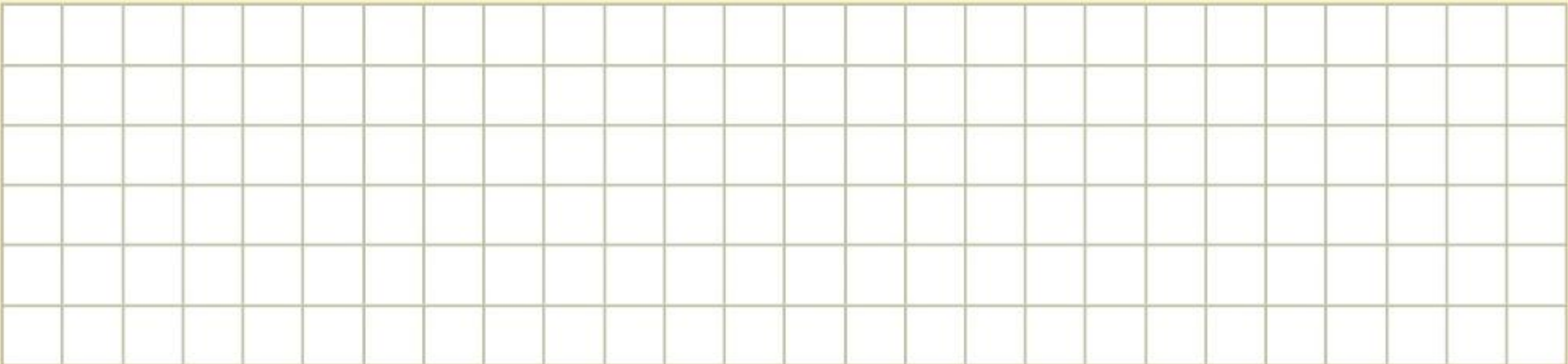
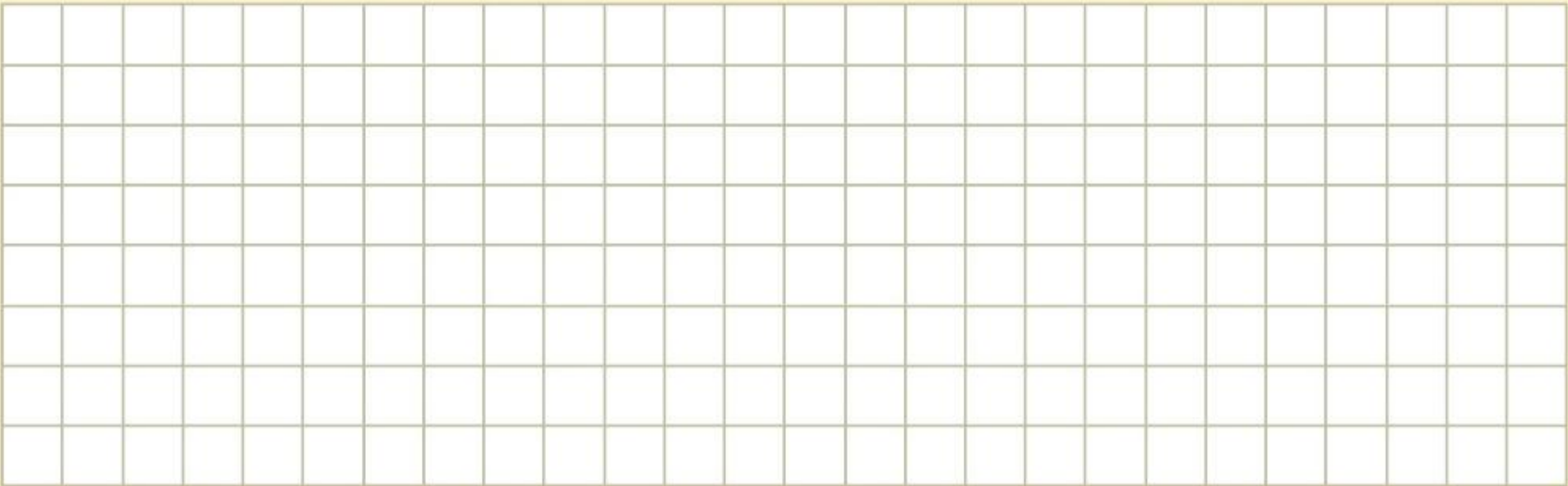


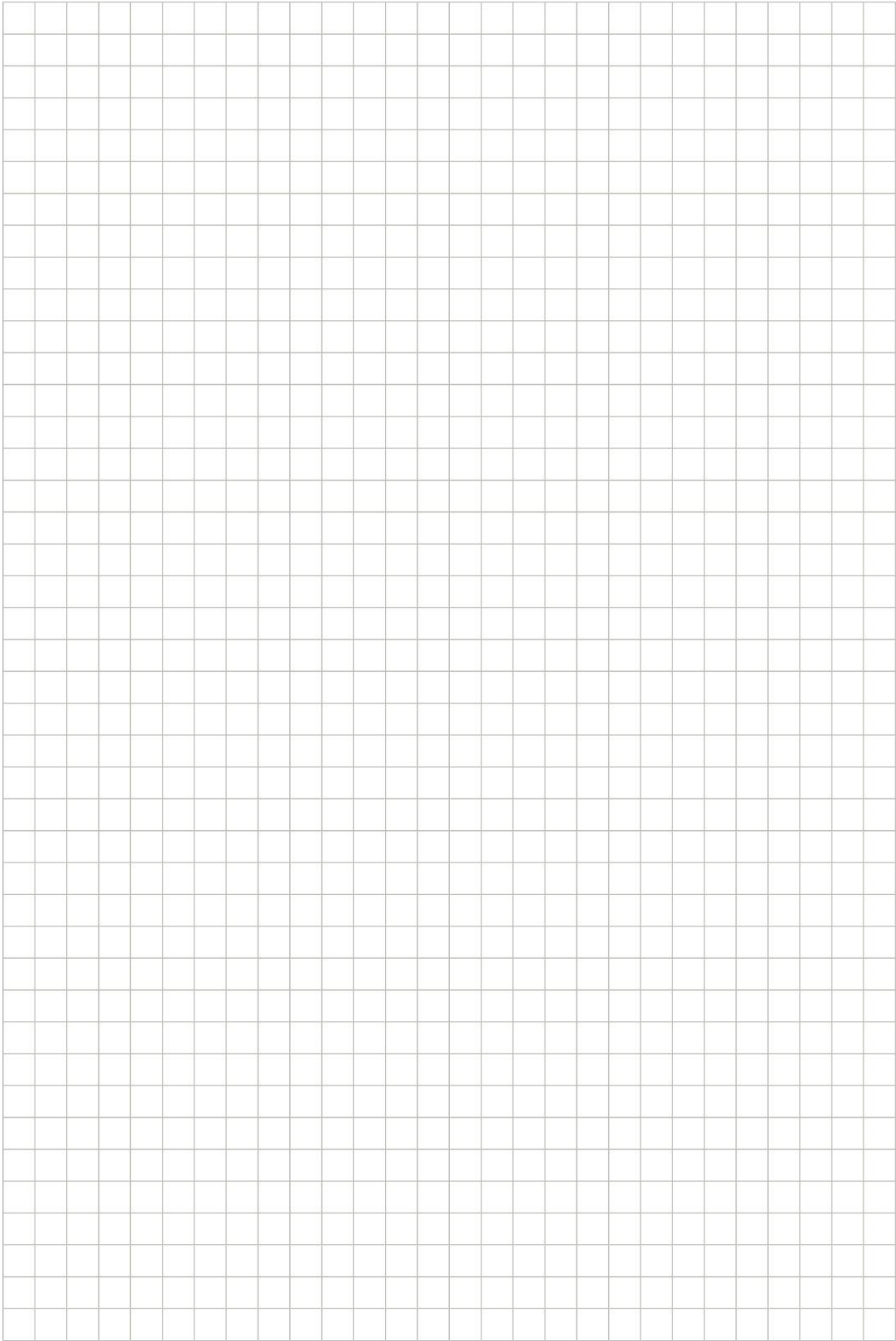
-

-

-









Grupa MAC S.A.
ul. Witosa 76
25-561 Kielce

www.mac.pl

ISBN 978-83-8227-133-1



9 788382 271331

indeks 881450