Marcin Braun
Krzysztof Byczuk
Agnieszka Seweryn-Byczuk
Elżbieta Wójtowicz

Zrozumieć fizykę 2

Podręcznik dla liceum ogólnokształcącego i technikum

Zakres rozszerzony

nowa era
Twoje mocne strony

Zrozumieć fizykę

Podręcznik dopuszczony do użytku szkolnego przez ministra właściwego do spraw oświaty i wychowania i wpisany do wykazu podręczników przeznaczonych do kształcenia ogólnego do nauczania fizyki, na podstawie opinii rzeczoznawców: **prof. dr. hab. Bronisława Słowińskiego, prof. dr. hab. Aleksandra Filipa Żarneckiego i dr hab. Iwony Benenowskiej.**

Zakres kształcenia: rozszerzony
Etap edukacyjny: III
Typ szkoły: ponadpodstawowa (liceum ogólnokształcące i technikum)
Rok dopuszczenia: 2020

Numer ewidencyjny w wykazie MEN: 1002/2020

Podręcznik został opracowany na podstawie *Programu nauczania fizyki w liceum ogólnokształcącym i technikum do zakresu rozszerzonego. Zrozumieć fizykę* autorstwa Agnieszki Seweryn-Byczuk, Krzysztofa Byczuka, Stanisława Suwalda i Zuzanny Suwald.

Nabyta przez Ciebie publikacja jest dziełem twórcy i wydawcy. Prosimy o przestrzeganie praw, jakie im przysługują. Zawartość publikacji możesz udostępnić nieodpłatnie osobom bliskim lub osobiście znanym, ale nie umieszczaj jej w internecie. Jeśli cytujesz jej fragmenty, to nie zmieniaj ich treści i koniecznie zaznacz, czyje to dzieło. Możesz skopiować część publikacji jedynie na własny użytek.

Szanujmy cudzą własność i prawo. Więcej na **www.legalnakultura.pl**

Wykorzystywanie treści niniejszego Utworu, w jakiejkolwiek formie lub w jakimkolwiek procesie, do celów eksploracji tekstu i danych, uczenia maszynowego, rozwoju i/lub szkolenia i/lub wzbogacania sztucznej inteligencji jakiegokolwiek rodzaju jest surowo zabronione.

© Copyright by Nowa Era Sp. z o.o. 2024
ISBN 978-83-267-5073-1

Współpraca autorska: dr Piotr Nieżurawski – zad. 2 s. 81, zad. 3 s. 82, zad. 1 s. 141, zad. 4 s. 198, zad. 2 s. 280–281; Teresa Stolecka – zad. 3 s. 40, zad. 5 s. 48, zad. 1, 4 i 5 s. 64, zad. 2 i 3 s. 118, zad. 2 s. 128, zad. 2 i 3 s. 158, zad. 3 i 4 s. 190, zad. 1, 3 i 4 s. 215, zad. 4 s. 244, zad. 1 s. 272. **Konsultacje merytoryczne:** Jacek Hirsch, Michał Matraszek. **Opracowanie redakcyjne i redakcja merytoryczna:** dr Agnieszka Grzelińska. **Współpraca redakcyjna:** Dorota Brzozowiec-Dek, Miłosz Budzyński. **Redakcja językowa:** Dorota Rzeszewska. **Korekta:** Joanna Sawicka. **Fotoedycja:** Katarzyna Iwan-Malawska. **Nadzór artystyczny:** Kaia Pichler. **Opieka graficzna:** Ewa Kaletyn. **Projekt graficzny:** Klaudia Jarocka. **Projekt okładki:** Maciej Galiński. **Opracowanie graficzne:** Klaudia Jarocka, Ewa Kaletyn, Maciej Galiński. **Ilustratorzy:** Andrzej Dukata, Joanna Ptak, Elżbieta Buczkowska, Rafał Buczkowski, Ewa Sowulewska, Joanna Studzińska. **Realizacja projektu graficznego:** Adam Poczciwek.

Podręcznik „Zrozumieć fizykę" cz. 2 został napisany z wykorzystaniem fragmentów podręcznika do fizyki w zakresie rozszerzonym autorstwa S. Bajtlika, A. i K. Byczuków, S. i Z. Suwaldów, E. Wójtowicz.

Nowa Era Sp. z o.o.
Aleje Jerozolimskie 146 D, 02-305 Warszawa
www.nowaera.pl, e-mail: nowaera@nowaera.pl
Centrum Kontaktu: 58 721 48 00

Druk i oprawa: DRUK-SERWIS Sp. z o.o. Ciechanów

Spis treści

O czym jest podręcznik 4

7. Hydrostatyka i wstęp do zjawisk cieplnych

7.1. Ciśnienie 6
7.2. Ciśnienie hydrostatyczne i atmosferyczne 13
7.3. Siła wyporu 25
7.4. Cząsteczki i temperatura 33
7.5. Ciepło 41
7.6. Przemiany fazowe 49
7.7. Bilans cieplny 59
7.8. Rozszerzalność cieplna 65
7.9. Zjawiska cieplne w przyrodzie 71
Projekt. Fontanna Herona 75
Wiesz, umiesz, zdasz 76

8. Termodynamika

8.1. Badanie przemian gazu 84
8.2. Model gazu doskonałego 92
8.3. Przemiany gazu doskonałego 96
8.4. Ciepło w przemianach gazowych 104
8.5. Praca a wykresy przemian gazowych . . 108
8.6. Silniki cieplne. 114
8.7. Pompy ciepła. 119
8.8. Silniki spalinowe – temat dodatkowy. . . 124
8.9. Druga zasada termodynamiki 129
Analiza tekstu. Fizyka nie tylko na lekcjach . 133
Wiesz, umiesz, zdasz 135

9. Ruch drgający

9.1. Badanie ruchu drgającego. 144
9.2. Drgania harmoniczne 150
9.3. Drgania sprężyn 159
9.4. Wahadło matematyczne 169
9.5. Energia w ruchu harmonicznym 179
9.6. Drgania tłumione i wymuszone. Rezonans 186
Projekt. Figury Lissajous. 191
Wiesz, umiesz, zdasz 193

10. Fale mechaniczne

10.1. Ruch falowy 200
10.2. Matematyczny opis fal 209
10.3. Fale dźwiękowe. 216
10.4. Rozchodzenie się fal. Natężenie fali . . . 224
10.5. Odbicie i załamanie fali 230
10.6. Interferencja i dyfrakcja fal. 235
10.7. Fizyka w muzyce – temat dodatkowy. . 245
10.8. Efekt Dopplera 255
10.9. Jak człowiek odbiera bodźce słuchowe. 267
Analiza tekstu. Muzykalne owady i biologiczny termometr 273
Wiesz, umiesz, zdasz 275

Tabele 282
Spis dodatków matematycznych 285
Spis doświadczeń obowiązkowych 285
Spis infografik 286
Spis adresów pod kodami QR 286
Odpowiedzi i wskazówki do wybranych zadań 287
Indeks 293
Spis działów w pozostałych częściach . . 295

O czym jest podręcznik

W podręczniku *Zrozumieć fizykę 2* znajdziesz ważne i ciekawe informacje dotyczące termodynamiki, drgań czy fal. Dzięki tym wiadomościom zrozumiesz wiele zjawisk z otaczającego cię świata i sprawnie przejdziesz do kolejnych działów fizyki.

Czemu służą poszczególne elementy podręcznika

Przypomnij sobie

Łatwo się zorientujesz, co powinieneś wiedzieć z wcześniejszej edukacji.

Po tej lekcji powinieneś

Podsumowanie tematu podpowie ci, które treści są w nim najważniejsze.

$$E_{\text{k śr}} = \frac{3}{2}kT$$

Dzięki czytelnym wyróżnieniom łatwo odnajdziesz wzory, definicje i ważne stwierdzenia.

Ciśnienie słupa wody...

Komentarze ułatwią ci zrozumienie informacji z tekstu głównego.

Dodatek matematyczny

Dodatki matematyczne pomogą ci opanować lub przypomnieć sobie niezbędne umiejętności i wiadomości z matematyki.

Przykład

Przykłady umożliwią ci prześledzenie toku rozumowania podczas rozwiązywania zadań.

Pytania i zadania

Wykonanie poleceń i zadań na końcu tematu pozwoli ci utrwalić zdobytą wiedzę i umiejętności.

Doświadczenie 1

Doświadczenie obowiązkowe

Czytelnie opisane i zilustrowane doświadczenia ułatwią ci przeprowadzanie i analizowanie eksperymentów. Doświadczenia obowiązkowe zostały wyraźnie oznaczone.

A to ciekawe

Dzięki ciekawostkom dowiesz się interesujących faktów związanych z lekcją.

Ze skalami logarytmicznymi mamy do czynienia w wielu...

Treści, które w ramach tematu wykraczają poza podstawę programową, oznaczyliśmy w wyraźny sposób.

WIESZ, UMIESZ, ZDASZ

Podsumowanie

Na tych stronach znajdziesz najważniejsze wiadomości z danego działu.

Sposób na zadanie

Wskazówki i podpowiedzi ułatwią ci rozwiązywanie różnych typów zadań.

Zadania powtórzeniowe

Dzięki tym zadaniom sprawdzisz stopień opanowania umiejętności i wiadomości z danego działu.

7 Hydrostatyka i wstęp do zjawisk cieplnych

1. Ciśnienie
2. Ciśnienie hydrostatyczne i atmosferyczne
3. Siła wyporu
4. Cząsteczki i temperatura
5. Ciepło
6. Przemiany fazowe
7. Bilans cieplny
8. Rozszerzalność cieplna
9. Zjawiska cieplne w przyrodzie

7.1. Ciśnienie

Przypomnij sobie

- Ciśnienie to wielkość opisująca siłę działającą na jednostkę powierzchni.
- Ciecz lub gaz przenosi wywierane na nią ciśnienie równomiernie we wszystkich kierunkach (przyrost ciśnienia jest jednakowy w całej objętości cieczy lub gazu).

Rys. 7.1. Samochody ciężarowe, aby nie niszczyć nawierzchni, mają odpowiednio dużą liczbę kół

W przyrodzie, technice i w życiu codziennym występuje wiele sytuacji, kiedy ważna jest nie tylko siła, którą jedno ciało naciska na drugie, lecz także pole powierzchni, na jaką rozkłada się ta siła. Na przykład:

1. Człowiek nie zapada się w miękkim śniegu, jeżeli stoi na nartach, ale gdy stanie na nim w butach – zapadnie się. Narciarz naciska na podłoże większą siłą, ponieważ do jego ciężaru trzeba dodać ciężar nart, ale ta siła rozkłada się na większą powierzchnię.

2. Łoś jest cięższy od dzika, ale łatwiej mu chodzić po bagnie, ponieważ jego racice mają dużo większą powierzchnię niż racice dzika.

3. Samochód ciężarowy o dużej masie ma nawet kilkanaście kół, ponieważ inaczej niszczyłby nawierzchnię drogi. Dzięki temu, że nacisk pojazdu rozkłada się na większą powierzchnię, asfalt wytrzymuje ten nacisk (patrz rys. 7.1).

Do opisu takich sytuacji służy wielkość zwana **ciśnieniem**, opisująca siłę działającą na jednostkę powierzchni.

Ciśnienie to stosunek wartości siły nacisku F do pola powierzchni S, na którą działa ta siła:

$$p = \frac{F}{S}$$

Przykłady podane wyżej możemy więc opisać następująco:

Ad 1. Narciarz wywiera na śnieg mniejsze ciśnienie niż człowiek w butach.

Ad 2. Łoś wywiera na podłoże mniejsze ciśnienie niż dzik.

Ad 3. Poprzez zwiększenie liczby kół zmniejszamy nacisk pojedynczego koła na drogę, a więc także – ciśnienie wywierane na drogę.

Z definicji ciśnienia wynika, że jego jednostką w układzie SI jest $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$, czyli **paskal**.

$$1\,\mathrm{Pa} = 1\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$$

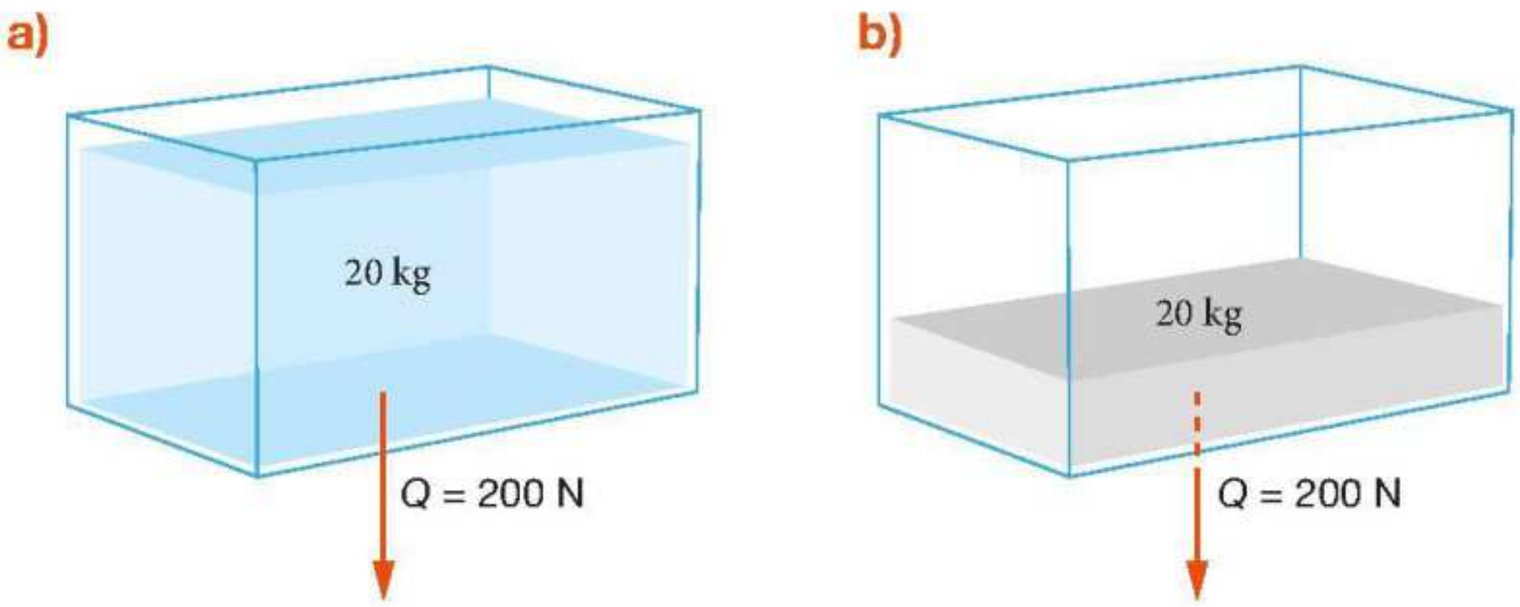
Często używaną np. w meteorologii wielokrotnością paskala jest hektopaskal (1 hPa = 100 Pa). Jak przekonamy się później, powszechnie stosowane są także jednostki ciśnienia spoza układu SI.

Inne jednostki ciśnienia s. 22

Ciśnienie wywierane przez ciecz i przez ciało stałe

Omówiliśmy do tej pory przykłady, w których określone ciało naciskało na podłoże. Jak się zaraz przekonamy, z ciśnieniem mamy do czynienia także w innych sytuacjach.

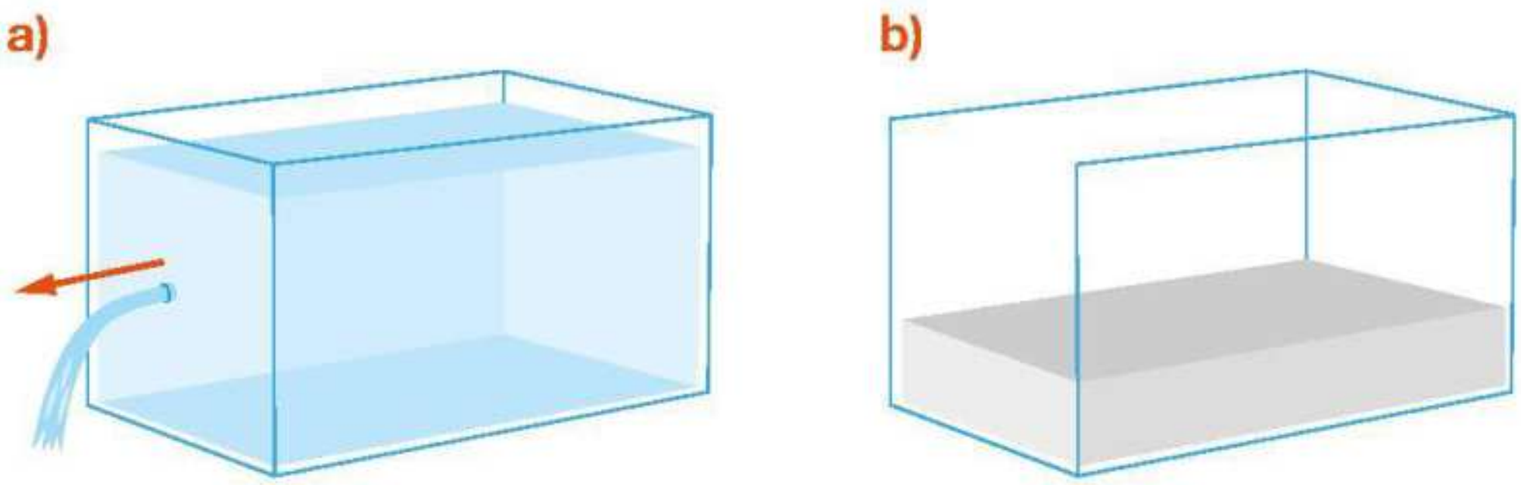
Wyobraź sobie dwa jednakowe prostopadłościenne akwaria (rys. 7.2). Do jednego wlewamy 20 litrów (czyli 20 kg) wody, a do drugiego wkładamy dopasowaną do wielkości dna sztabkę aluminium, także o masie 20 kg. W każdym przypadku na dno akwarium działa siła Q równa ciężarowi wody lub aluminium, a ponieważ akwaria mają dna jednakowej wielkości, więc również **ciśnienia wywierane** przez każdą z substancji **na dno są takie same**.



Rys. 7.2. Zarówno 20 kg wody (a), jak i 20 kg aluminium (b) wywierają na dno akwarium takie samo ciśnienie

Zasadnicza różnica pojawia się dopiero wtedy, gdy interesuje nas ciśnienie wywierane na **ścianki** akwarium. Zauważmy, że gdyby w jednej ze ścianek akwarium z wodą był otwór, woda by przez niego wypływała (rys. 7.3a). Ścianka musi więc działać siłą powstrzymującą wodę, a w takim razie woda także musi działać siłą na ściankę.
Natomiast sztabka aluminium naciska tylko na dno, ale nie na ścianki. Ścianek mogłoby w ogóle nie być, a sztabka i tak nie rozlałaby się na boki (rys. 7.3b).

Trzecia zasada dynamiki, cz. I s. 147
Jeżeli ciało A działa na ciało B, to ciało B działa na ciało A. Siły te mają jednakową wartość, jednakowy kierunek, przeciwne zwroty i różne punkty przyłożenia.



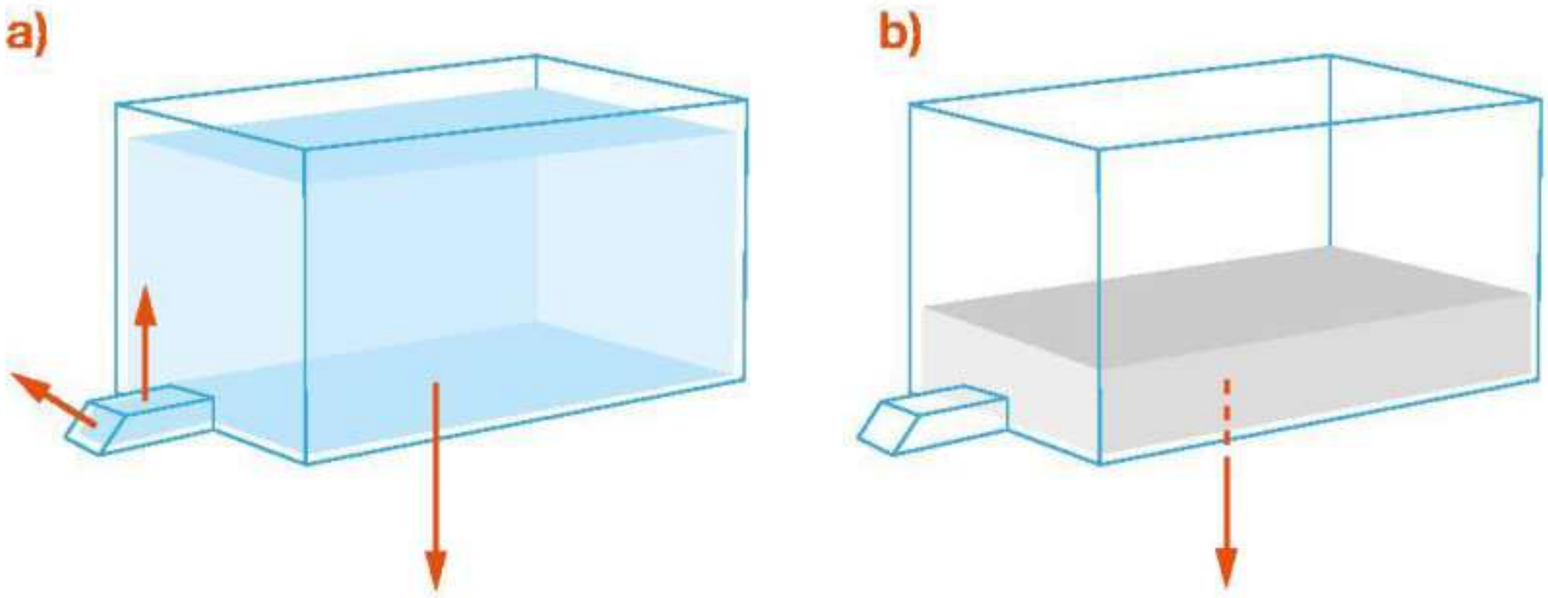
Rys. 7.3. a) woda naciska na ścianki, a te powstrzymują wodę przed wylaniem się z naczynia, b) ciało stałe nie oddziałuje ze ściankami – po usunięciu jednej ściany pozostaje na swoim miejscu

Rys. 7.4. Woda wypływa w górę

Wyobraźmy sobie teraz, że akwarium rozszerza się przy dnie. Jeżeli w akwarium jest woda, to zawsze będzie ona naciskać na ścianki prostopadle i zawsze w stronę zewnętrzną – nawet jeśli to oznacza, że siła nacisku jest skierowana w górę (rys. 7.5a).
Aby się o tym przekonać, wystarczy pomyśleć, jak skierowany byłby strumień wody, gdyby w określonym miejscu wywiercić otwór w ściance naczynia (rys. 7.4).

> Siła nacisku cieczy na ścianki naczynia albo zanurzone ciało jest zawsze prostopadła do powierzchni, na którą ciecz naciska. Siłę tę nazywamy również siłą parcia.

Tymczasem sztabka aluminium po poszerzeniu dna ciągle naciska jedynie na dno, siłą skierowaną w dół (rys. 7.5b).



Rys. 7.5. Siła nacisku wody może działać nawet w górę (a), natomiast siła nacisku sztabki – tylko w dół (b)

Woda przenosi swoje ciśnienie

Dlaczego woda pod wpływem siły ciężkości, działającej na nią **w dół**, może działać siłą skierowaną w różne strony? Otóż woda pod wpływem nacisku ulega sprężeniu. Zmiana jej objętości jest jednak na tyle mała, że nie obserwujemy jej gołym okiem, dlatego w szkole podstawowej zwykle mówi się w uproszczeniu, że wody nie da się sprężyć. Mimo to sprężenie faktycznie następuje, tylko jest niewielkie.
Cząsteczki sprężonej wody zbliżają się nieco do siebie, więc zaczynają się odpychać. Ponieważ cząsteczki cieczy mogą swobodnie przemieszczać się po całym naczyniu, więc po chwili zgęszczenie rozchodzi się w całej objętości.
Dlatego możemy mówić nie tylko o ciśnieniu wywieranym przez ciecz na ścianki naczynia, lecz także o **ciśnieniu w określonym punkcie w naczyniu z cieczą**. Tak rozumiane ciśnienie mówi nie o sile, jaką ciecz **działa** na ciało o danej powierzchni (ponieważ może w niej w ogóle nie być żadnego zanurzonego ciała), ale o sile, jaką woda **działałaby** na ciało o określonej powierzchni, gdyby je tam zanurzyć.

Przyrządy do wykonywania doświadczeń z działów 7. i 8.

W aptece kup:

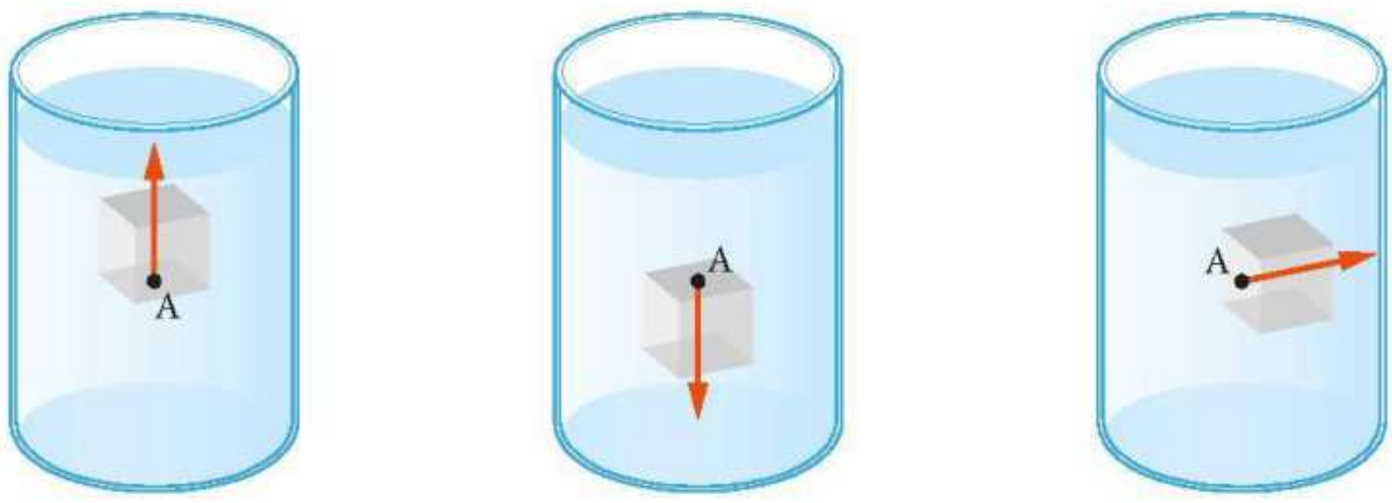
- strzykawki 20 cm^3 (10 sztuk) oraz 2 cm^3 (2 sztuki) – takie jak na zdjęciu poniżej, przezroczyste, z przezroczystym tłoczkiem bez gumowej nakładki,
- wężyk do łączenia strzykawek (np. cewnik urologiczny, z którego obetniesz niepasujące końcówki).

Do każdego doświadczenia używaj nowych strzykawek, ponieważ ich tłoczki ścierają się przy wielokrotnym przesuwaniu.

W wielu doświadczeniach będą potrzebne: elektroniczna waga kuchenna oraz czajnik elektryczny albo grzałka elektryczna. Przygotuj także termometr – możesz kupić tani termometr zaokienny i częściowo go rozebrać, aby zbiorniczek z cieczą (potocznie mówi się „z rtęcią", ale już od dawna używa się innych cieczy) znalazł się na wierzchu.

Dodatkowo będziemy używać sprzętów kuchennych: naczyń, sztućców, tłuczka do mięsa itp.

Gdy znamy ciśnienie cieczy w danym punkcie, możemy wyznaczyć wartość tej siły, ale nie jej kierunek, ponieważ ten zależy od ustawienia powierzchni zanurzonego ciała (rys. 7.6). Dlatego ciśnienia nie określamy jako wielkości wektorowej.



Rys. 7.6. Znajomość ciśnienia w punkcie A pozwala obliczyć **wartość** siły, jaka zadziała na ściankę umieszczonego w tym punkcie ciała o określonej wielkości, ale kierunek i zwrot tej siły zależą od tego, jak umieścimy ciało

Prawo Pascala

Ciecz może nie tylko wywierać ciśnienie spowodowane swoim własnym ciężarem, lecz także przenosić ciśnienie wywierane na nią przez siłę zewnętrzną. Z taką sytuacją mamy do czynienia na przykład wtedy, gdy naciskamy na tłok strzykawki.

Doświadczenie 1

1. Przygotuj dwie strzykawki 20 cm^3 i wężyk do ich połączenia.
2. W jednej ze strzykawek zrób gwoździem kilka niewielkich otworów: z boku i obok wylotu. Zachowaj konieczną ostrożność.
3. Połącz wężykiem strzykawki w ten sposób, aby w obu strzykawkach i wężyku znajdowała się woda (samodzielnie wymyśl, jak to zrobić).
4. Ustaw strzykawki nad wanną albo dużą miską wylotami do góry.
5. Naciskaj równomiernie tłok strzykawki bez otworów. Obserwuj, jak zachowuje się woda.

Rys. 7.7. Podczas pompowania koła ciśnienie zwiększa się w całej dętce

W doświadczeniu 1. obserwujemy, że woda wylewa się przez otwory z drugiej strzykawki – tym gwałtowniej, im mocniej naciskamy na tłok pierwszej. Oznacza to, że ciśnienie wody rośnie w całej jej objętości. Analogicznie zachowuje się gaz. Gdy na przykład pompujesz koło rowerowe, ciśnienie zwiększa się równomiernie w całej dętce (rys. 7.7).
Prawo mówiące o przenoszeniu ciśnienia nazywamy **prawem Pascala**. Brzmi ono:

> Nacisk wywierany na ciecz lub gaz powoduje jednakowy przyrost ciśnienia w całej objętości cieczy lub gazu.

Przejdźmy teraz do praktycznych zastosowań tego prawa.

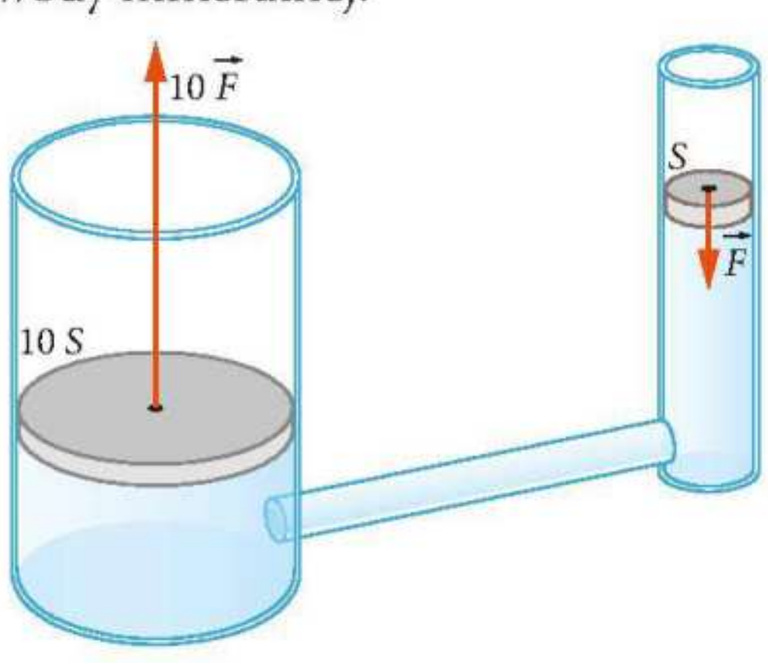
Urządzenia hydrauliczne

Zbudujmy proste urządzenie, które pozwala zwielokrotnić działającą siłę.

Doświadczenie 2

1. Przygotuj dwie strzykawki (bez otworów): 20 cm^3 i 2 cm^3, napełnione do połowy wodą. Połącz je wężykiem tak, aby wężyk był wypełniony wodą.
2. Weź jedną strzykawkę w jedną, a drugą – w drugą dłoń. Dociskaj kciukiem jeden tłoczek i staraj się go poruszyć, a drugim kciukiem przeciwdziałaj tej sile i nie dopuść do ruchu tłoczka. Czy na oba musisz działać taką samą siłą?
3. Przesuń teraz tłoczek strzykawki 2 cm^3 do oporu. Porównaj przesunięcie obu tłoczków.

Rozważmy teraz układ przedstawiony na rysunku poniżej (rys. 7.8). Przypomina on układ z naszego doświadczenia, tyle że powierzchnia jednego z tłoków jest 10 razy większa niż drugiego. Gdy naciśniemy mniejszy tłok, woda przeniesie ciśnienie aż na duży tłok. Ciśnienie wody przy tłokach będzie jednakowe, więc siły będą różne. Gdy naciśniemy mały tłok siłą F, woda naciśnie duży tłok siłą $10F$.
Możemy zatem podnieść np. 50-kilogramowy worek cementu, naciskając na mały tłok dużo mniejszą siłą – taką, jaka jest potrzebna do podniesienia 5-litrowej butelki wody mineralnej.



Rys. 7.8. Zastosowanie prawa Paskala w układzie dwóch tłoków

Nie jest to jednak sprzeczne z zasadą zachowania energii. Aby podnieść duży tłok o 1 cm, musimy przesunąć mały tłok o 10 cm, ponieważ dopiero wtedy przepompujemy odpowiednią ilość wody. Tak więc wykonana praca będzie taka sama. Zauważamy więc, że ilorazy sił i powierzchni tłoków są dla obu tłoków takie same. Tak jest zawsze, ponieważ zgodnie z prawem Paskala ciśnienie jest takie samo w całej objętości cieczy, czyli zmiana ciśnienia spowodowana przez jeden tłok powoduje taką samą zmianę przy drugim:

Na przykład w sytuacji z rysunku 7.8:
$\frac{10F}{10S} = \frac{F}{S}$

$$\Delta p = \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$

gdzie indeksy 1 i 2 odpowiadają poszczególnym tłokom.

Na takiej zasadzie działają hamulce hydrauliczne samochodu, prasa hydrauliczna, podnośniki hydrauliczne w warsztatach samochodowych i wiele innych maszyn. W większości z nich ciśnienie wytwarzamy nie przez nacisk tłoka, ale za pomocą pompy elektrycznej tłoczącej ciecz do siłownika. Taki siłownik to urządzenie podobne do strzykawki, tyle że wykonane ze stali i dostosowane do znacznie większych ciśnień. Pompowana do siłownika ciecz powoduje przesuwanie tłoka, który jest w stanie wykonać pracę – np. podnieść samochód (rys. 7.9).

Rys. 7.9. Podnośnik hydrauliczny pozwala podnieść samochód w warsztacie

Dodatkową zaletę urządzeń hydraulicznych stanowi to, że przewód z cieczą pod ciśnieniem może być długi i giętki (patrz rys. 7.10), co ułatwia przenoszenie siły w potrzebne miejsce. Uzyskanie tego samego efektu np. za pomocą dźwigni wiązałoby się z licznymi problemami technicznymi. Duże siły działające na ramiona dźwigni powodowałyby ich wygięcie, z kolei odpowiednio mocna konstrukcja byłaby ciężka, do tego przy osi obrotu pojawiałoby się tarcie, wymagające smarowania łożysk, itd.

Rys. 7.10. Przewody systemu hydraulicznego w maszynie rolniczej

Po tej lekcji powinieneś

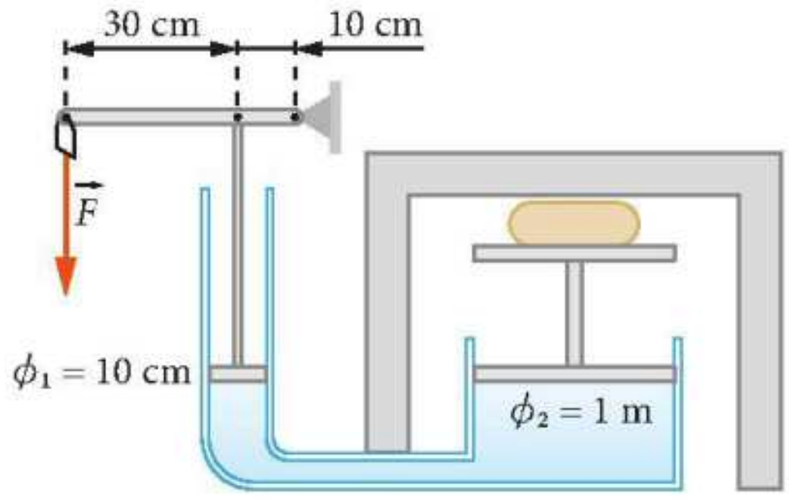
- stosować pojęcie ciśnienia do wyjaśniania zjawisk i rozwiązywania zadań;
- wyjaśniać zjawiska za pomocą prawa Pascala;
- rozwiązywać zadania związane z prostymi urządzeniami hydraulicznymi.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

1. Na okrągły tłok siłownika o średnicy 10 cm ciecz robocza wywiera ciśnienie 200 kPa. Oblicz, jaką siłą działa siłownik.

2. Na rysunku przedstawiono schemat ręcznej prasy hydraulicznej. Oblicz, jaką siłą należy działać na uchwyt, aby prasa mogła zgniatać przedmiot siłą 10 kN.



Wskazówka. Zwróć uwagę, że ramię, na którym zamocowano uchwyt, stanowi jednocześnie dźwignię. Symbol ϕ oznacza średnicę.

3. Obejrzyj film *The Hardest We've Ever Pushed Matter* na kanale SciShow w serwisie YouTube i zapisz trzy spośród opisanych w nim sposobów uzyskiwania bardzo wysokich ciśnień.

Uwaga. Warto oglądać także inne filmy na tym kanale naukowym oraz na innych kanałach, które będziemy polecać w zadaniach. Jeśli masz problem z rozumieniem języka angielskiego ze słuchu, możesz włączyć angielskie napisy, a w razie potrzeby – zatrzymać film i sprawdzić znaczenie słów w słowniku.

4. W momencie, gdy człowiek podskakuje w miejscu, najpierw odrywa od podłoża piętę, a dopiero potem palce.

a) Zmierz za pomocą papieru w kratkę, na jakiej powierzchni stykasz się z podłożem, gdy stoisz na palcach, a następnie zważ się na wadze łazienkowej.

b) Jeśli skok w miejscu podzielimy na dwie fazy: zanim oderwiesz stopy od podłoża i po ich oderwaniu, to okaże się, że wysokość, o jaką uniósł się twój środek ciężkości w pierwszej fazie skoku, jest w przybliżeniu równa wysokości, o jaką uniósł się w drugiej fazie. Na tej podstawie uzasadnij, że podczas odbijania się środek ciężkości porusza się w górę z przyspieszeniem o wartości ok. g.

c) Na podstawie swoich pomiarów oszacuj ciśnienie, jakie wywierasz na podłoże w czasie, gdy przygotowujesz się do skoku.

7.2. Ciśnienie hydrostatyczne i atmosferyczne

Przypomnij sobie

- Gęstość substancji to wielkość określająca masę jednostki objętości tej substancji.
- Ciśnienie to stosunek wartości siły nacisku F do pola powierzchni S, na którą działa ta siła: $p = \frac{F}{S}$.

Ostatnio zajmowaliśmy się głównie tym, jak ciecz przenosi ciśnienie wywierane przez zewnętrzną siłę. Teraz skupimy się na ciśnieniu wywieranym przez ciecz z powodu jej własnego ciężaru (patrz rys. 7.11). Nazywamy je **ciśnieniem hydrostatycznym**.

Rys. 7.11. Z doświadczenia wiemy, że im głębiej w oceanie, tym większe jest ciśnienie

Gęstość

Zanim jednak przejdziemy do naszego głównego tematu, przypomnimy prostą, ale ważną wielkość fizyczną znaną ci ze szkoły podstawowej.

Gęstość to wielkość opisująca masę jednostki objętości substancji

$$d = \frac{m}{V}$$

d od ang. *density*, inne oznaczenie gęstości to ρ (czyt. ro, litera grecka)

gdzie: m – masa substancji, V – objętość substancji.

Jednostką gęstości w układzie SI jest $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ (kilogram na metr sześcienny). Często używamy też jednostki $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.
Na przykład gęstość żelaza wynosi $d = 8\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 8000\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, co oznacza, że 1 cm^3 żelaza ma masę 8 g, a 1 m^3 tego metalu – aż 8000 kg (8 t).
W przypadku przedmiotów niejednorodnych albo wykonanych z różnych substancji mówimy o **gęstości średniej**. Obliczamy ją z tego samego wzoru $d = \frac{m}{V}$, tyle że m jest teraz całkowitą masą przedmiotu, a V – jego całkowitą objętością. Na przykład zakręcony pusty słoik o masie 200 g i objętości 500 cm^3 ma gęstość tylko $0{,}4\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, sześć razy mniejszą od gęstości szkła, ponieważ znaczną część jego objętości wypełnia powietrze.

A to ciekawe

Styropian jest lekki, bo składa się z kuleczek zawierających zastygłą pianę z dużą ilością powietrza. Podobną strukturę mają aerożele, jednak w ich przypadku pęcherzyki powietrza mają rozmiary rzędu nanometrów, a ścianki są tak cienkie, że powietrze stanowi niemal całą objętość. Aerożele mają gęstość zaledwie od kilku do kilkunastu razy większą niż powietrze, a mimo to zachowują stały kształt. Jak widać na zdjęciu, są też dobrymi izolatorami ciepła.

Prawo naczyń połączonych

Zbadamy teraz, jak zachowuje się poziom cieczy w dwóch połączonych otwartych naczyniach o różnej średnicy.

Doświadczenie 3

1. Wyjmij tłoczki z dwóch strzykawek: 2 cm^3 i 20 cm^3 (lub innych dwóch o różnej średnicy). Połącz strzykawki wężykiem.
2. Ustaw strzykawki otwartymi końcami do góry. Możesz skorzystać ze statywu lub poprosić drugą osobę o pomoc.
3. Do szerszej strzykawki nalewaj wody w porcjach po ok. 2 cm^3. Obserwuj, jak zmienia się poziom cieczy w obu strzykawkach.
4. Sprawdź, czy twoje obserwacje ulegną zmianie, gdy jedna ze strzykawek będzie przechylona.

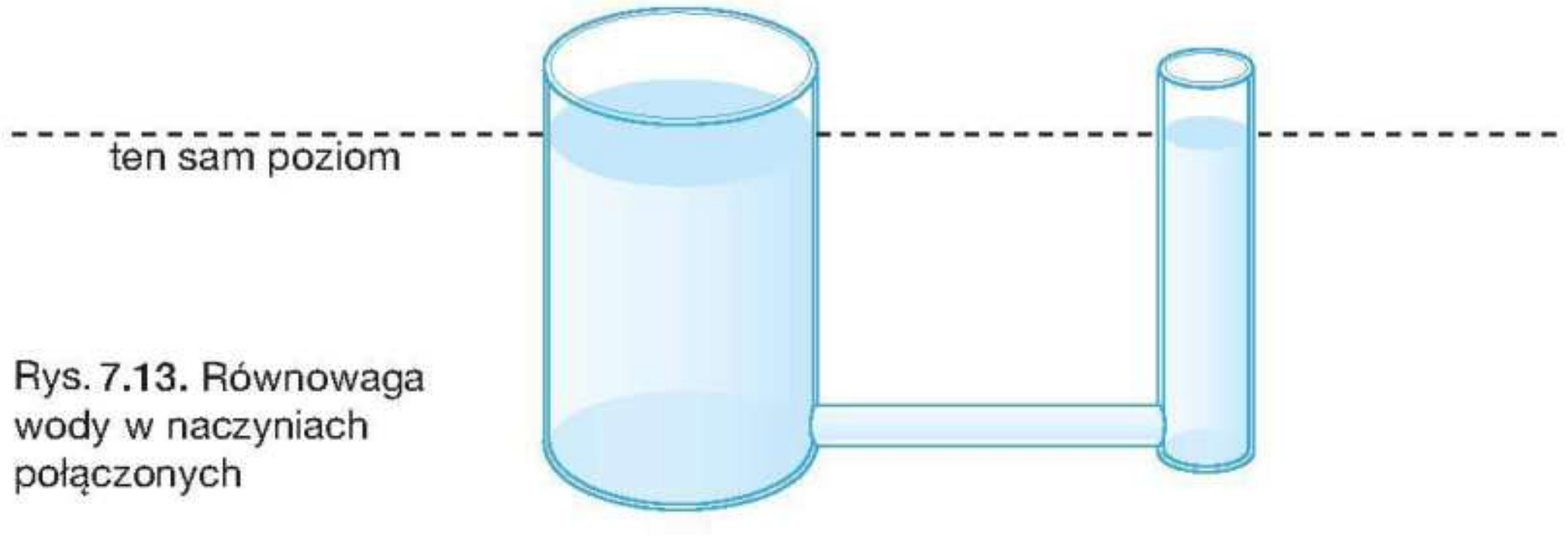
Widzimy, że poziom wody w strzykawkach jest jednakowy. Tak samo jest w przypadku naczyń o bardziej skomplikowanych kształtach (rys. 7.12).

Rys. 7.12. Prawo naczyń połączonych obowiązuje dla wszystkich naczyń niezależnie od ich kształtu i szerokości

> W naczyniach połączonych i otwartych od góry ciecz dąży do wyrównania poziomu.

Prawo naczyń połączonych wydaje się oczywiste, dopóki nie zauważymy, że w tych naczyniach znajdują się różne ilości cieczy (patrz rys. 7.13). Mamy tu jednak sytuację podobną jak w urządzeniach hydraulicznych, tyle że bez tłoka. Mniejsza ilość wody może zrównoważyć większą, ponieważ wywierają one **to samo ciśnienie**.

Urządzenia hydrauliczne s. 10



Rys. 7.13. Równowaga wody w naczyniach połączonych

A to ciekawe

Kapilara to najczęściej szklana, bardzo cienka rurka, używana m.in. w laboratoriach chemicznych. Gdy zanurzamy ją w cieczy, ciecz samorzutnie zaczyna ją do pewnego poziomu wypełniać. Jak to możliwe? Otóż prawo naczyń połączonych dotyczy tylko naczyń dostatecznie szerokich. W przypadku naczyń o bardzo małej średnicy siła grawitacji jest równoważona przez przyciąganie międzycząsteczkowe pomiędzy cieczą a ściankami kapilary.
W podobny sposób woda z rozpuszczonymi solami mineralnymi dociera z korzeni drzewa aż do czubka korony (woda zachowuje się jak sznur korali, który wciąż ciągnięty do góry, nie ulega zerwaniu), a przerzucony przez brzeg wanny suchy ręcznik staje się cały wilgotny, gdy jego róg dotyka wody. To zjawisko nazywamy **włoskowatością**.

Z prawa naczyń połączonych wynika ważny wniosek:

> Ciśnienie hydrostatyczne nie zależy od kształtu naczynia ani od jego przekroju poprzecznego.

Z tego faktu skorzystamy podczas wyprowadzania wzoru na ciśnienie hydrostatyczne.

Obliczanie ciśnienia hydrostatycznego

Ciśnienie wywierane przez słup cieczy najłatwiej wyznaczyć w przypadku, gdy ścianki naczynia są pionowe. Wyobraźmy sobie prostopadłościenne naczynie z dnem o polu powierzchni S, wypełnione cieczą do wysokości h (patrz rys. 7.14). Możemy wyznaczyć kolejno następujące wielkości:

- objętość cieczy: $V = Sh$
- masa cieczy: $m = dV = dSh$
- ciężar cieczy: $Q = m \cdot g = dSh \cdot g = dgh \cdot S$

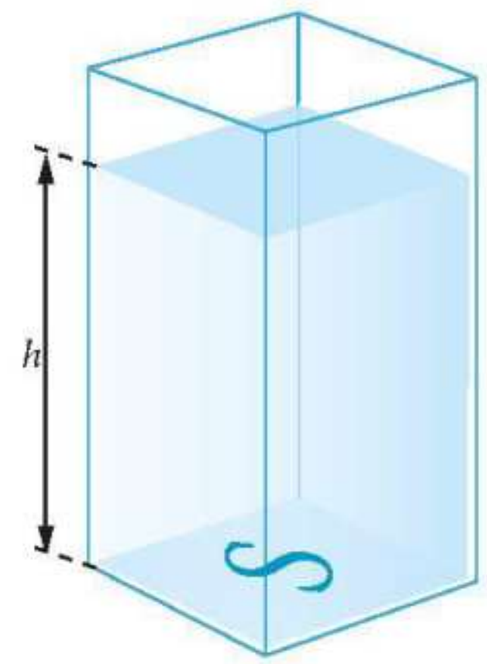
W naczyniu o pionowych ściankach ciecz naciska na dno siłą równą jej ciężarowi, a więc wywiera ciśnienie:

$$p = \frac{Q}{S} = \frac{dghS}{S} = dgh$$

W ten sposób wyprowadziliśmy wzór na ciśnienie słupa cieczy, czyli ciśnienie hydrostatyczne:

$$p = dgh$$

gdzie: p – ciśnienie hydrostatyczne, d – gęstość cieczy, g – przyspieszenie ziemskie, h – wysokość słupa cieczy.



Rys. 7.14. Naczynie, w którym słup wody ma wysokość h, a powierzchnia podstawy wynosi S

Mimo że obliczenia wykonaliśmy dla naczynia w kształcie prostopadłościanu, to zgodnie z wnioskiem, jaki wyciągnęliśmy z prawa naczyń połączonych, wyprowadzony wzór na ciśnienie hydrostatyczne można stosować do słupa cieczy w dowolnym naczyniu.
Zwróć uwagę, że pole powierzchni dna S skróciło się w obliczeniach i nie występuje we wzorze końcowym, co także zgadza się z wnioskami, jakie wysnuliśmy z prawa naczyń połączonych.

Pole powierzchni jest natomiast istotne, gdy chcemy obliczyć siłę nacisku cieczy (czyli siłę parcia) na ciało w niej zanurzone, na dno naczynia albo na jego ścianki.

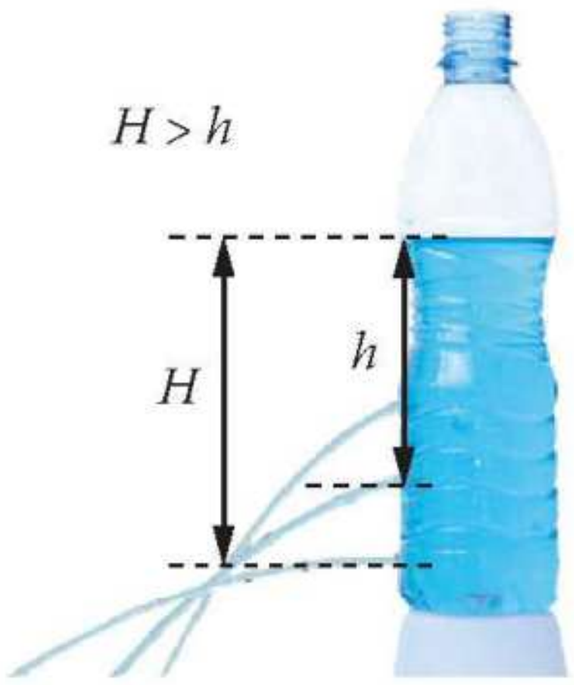
Ciśnienie na określonej głębokości

Wykonamy teraz doświadczenie, które pomoże nam lepiej zrozumieć, co to jest wysokość słupa cieczy.

Doświadczenie 4

1. Nakłuj gwoździem w kilku miejscach, położonych jedno nad drugim, pustą butelkę po wodzie mineralnej. Zachowaj konieczną ostrożność.
2. Postaw butelkę w misce albo w zlewie.
3. Napełnij butelkę wodą.
4. Oceń na podstawie kształtu strumieni wody, z którego z otworów wypływa ona najszybciej. Jak sądzisz, czy ciśnienie wody zależy od głębokości?

Ciśnienie cieczy w określonym punkcie jest tym wyższe, im wyższy jest słup cieczy **ponad tym punktem** (rys. 7.15). W doświadczeniu widać, że z najniżej położonego otworu woda wylewa się najszybciej (wysokości słupa cieczy nie należy mylić z wysokością punktu nad dnem naczynia). Podobnie jest w jeziorach czy morzach. Im głębiej się zanurzymy, tym wyższy słup wody mamy **nad** sobą i tym większe ciśnienie wody.



Rys. 7.15. Słupy cieczy nad środkowym i nad najniższym otworem

Na głębokości 10 m ciśnienie wynosi:

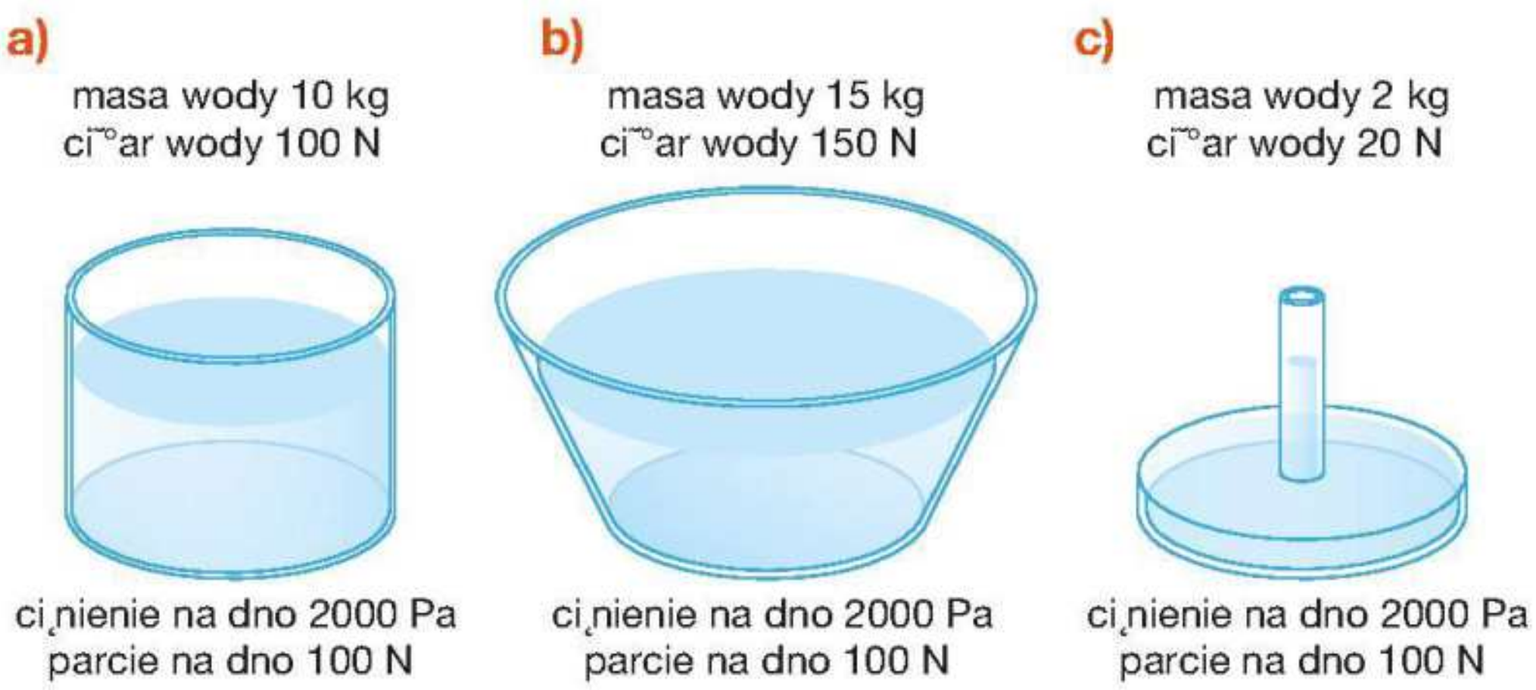
$$p = dgh \approx 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 10\,\mathrm{m} = 100\,000\,\mathrm{Pa} = 1000\,\mathrm{hPa}$$

Ze szkoły podstawowej możesz pamiętać, że ta wartość jest równa ciśnieniu atmosferycznemu, o którym niedługo powiemy więcej.

Paradoks hydrostatyczny

Przypatrz się naczyniom na rysunku 7.16 (na następnej stronie). W każdym z nich wysokość słupa cieczy jest taka sama. Z tego wynika, że również ciśnienie wywierane przez wodę na dno jest takie samo. Ponieważ dodatkowo dna mają jednakową powierzchnię, więc również siła parcia wody na dno jest w każdym naczyniu taka sama.

Sytuacja na rysunku 7.16a jest oczywista – woda naciska na dno siłą równą swojemu ciężarowi. Inaczej jest na rysunkach 7.16b i 7.16c.



Rys. 7.16. Parcie na dno naczynia nie musi być równe ciężarowi cieczy

Zwłaszcza ostatni przykład jest dość zaskakujący. Okazuje się, że za pomocą wody o niewielkim ciężarze i odpowiedniego naczynia możemy uzyskać bardzo dużą siłę, byleby wlać tę wodę do bardzo cienkiej pionowej rurki.

Takie doświadczenie przeprowadził w XVII w. Blaise Pascal (czyt. blez paskal). Użył do niego drewnianej beczki i długiej, wąskiej rurki (rys. 7.17). Choć ciężar wody w rurce był niewielki, wytworzyła ona tak duże ciśnienie, że beczkę rozsadziło. Ze względu na niespodziewany przebieg tego zjawiska nazwano je **paradoksem hydrostatycznym**.

Rys. 7.17. Schemat doświadczenia Pascala

Na cześć Blaise'a Pascala nazwano jednostkę ciśnienia.

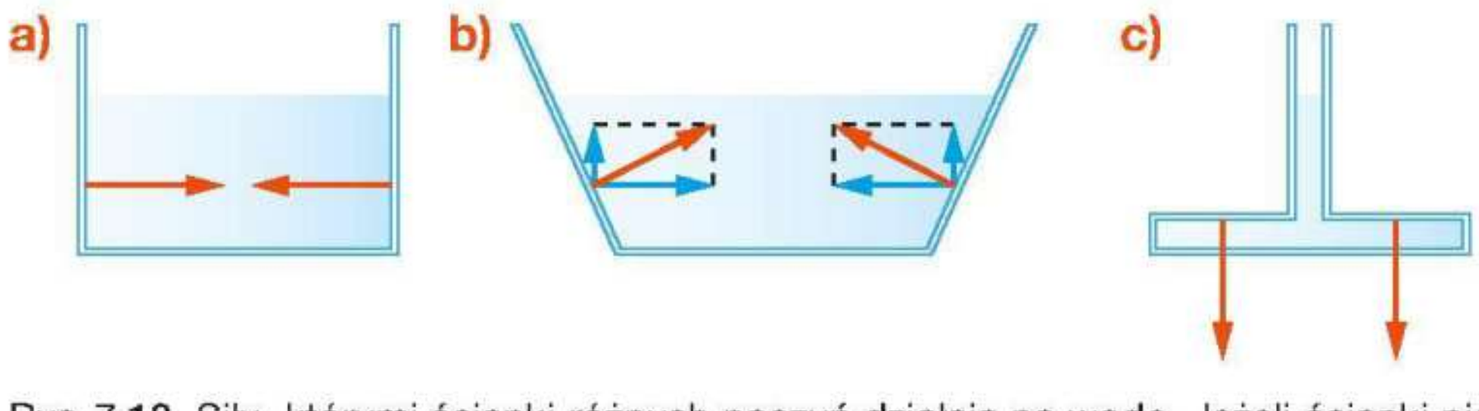
Wyjaśnienie paradoksu hydrostatycznego

Pisaliśmy, że we wszystkich naczyniach przedstawionych na rys. 7.16 przy dnie panuje **takie samo ciśnienie** i na dno działa **taka sama siła parcia**. Dowiedziałeś się, że dla obu tych wielkości kształt naczynia nie ma znaczenia, mimo że inna jest ilość wody, a więc także jej ciężar. Gdzie więc podziała się część ciężaru wody w sytuacji z rys. 7.16b? I co ciekawsze, skąd wzięła się dodatkowa siła w sytuacji z rys. 7.16c i w doświadczeniu Pascala?

A to ciekawe

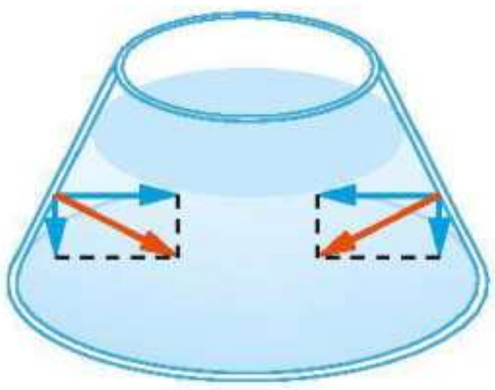
Na głębokości 50 m woda wywiera na nurka ciśnienie 5 razy większe od atmosferycznego, a dodatkowo jeszcze – przenosi ciśnienie atmosferyczne. W sumie więc na jego ciało działa siła równa ciężarowi 120-tonowego wagonu (ciało człowieka ma ok. 2 m^2 powierzchni). Nurek bez problemu wytrzymuje takie ciśnienie, ponieważ w miarę zanurzania się powietrze z butli jest mu dostarczane pod coraz większym ciśnieniem, odpowiadającym ciśnieniu zewnętrznemu. Również ciśnienie wewnątrz organizmu nurka dostosowuje się do ciśnienia zewnętrznego.

Wiemy, że woda naciska na ścianki naczynia. W takim razie zgodnie z trzecią zasadą dynamiki także ścianki naciskają na wodę (rys. 7.18).



Rys. 7.18. Siły, którymi ścianki różnych naczyń działają na wodę. Jeżeli ścianki nie są pionowe, to siły te mają pionową składową

W przypadku naczynia z pionowymi ściankami (rys. 7.18a) siły te działają poziomo. Gdy jednak ścianki są pochyłe, jak na rysunku 7.18b, siły na nie działające mają pionową składową, która „podtrzymuje wodę", a jednocześnie „odciąża dno" (pionowa składowa ma zwrot do góry). Na rysunku 7.18c woda jest dodatkowo dociskana w dół przez ściankę (a właściwie sufit) w miejscu rozszerzenia.
Gdyby naczynie rozszerzało się do dołu stopniowo, siła reakcji ściany działałaby w kierunku skośnym. Miałaby więc także pionową składową, ale w przeciwieństwie do naczynia na rysunku 7.18b ta składowa miałaby zwrot w dół (rys. 7.19).



Rys. 7.19. Siły, którymi ścianki naczynia działają na wodę. Ich pionowa składowa powoduje dodatkowy nacisk wody na dno

Paradoks hydrostatyczny możemy też wyjaśnić w inny sposób – za pomocą pojęć pracy i energii. Gdyby w każdym naczyniu z rysunku 7.18 dno zastąpić tłokiem, to jego przesunięcie tylko za pomocą siły parcia o np. 1 cm w dół spowodowałoby największe obniżenie poziomu wody w naczyniu z pionową rurką, a najmniejsze – w naczyniu ze skośnymi ściankami. Mniejszej sile odpowiada większa zmiana poziomu cieczy, co oznacza, że opadająca ciecz przebyła większą drogę. Większej sile odpowiada mniejsza zmiana poziomu cieczy, czyli krótsza droga. Zatem w obu przypadkach została wykonana taka sama praca, co jest zgodne z zasadą zachowania energii.
Podobnie było w doświadczeniu Pascala z beczką – nawet minimalnemu wygięciu klepek beczki odpowiadało znaczne obniżenie poziomu wody w rurce.

A to ciekawe

Dawniej sądzono, że w głębinach oceanów woda sprężona pod ciężarem wyżej leżących warstw ma na tyle dużą gęstość, że wraki zatopionych statków nie opadają na dno. Wówczas nie dało się tego sprawdzić. Obecnie wiemy z pomiarów laboratoryjnych, że nawet na kilku kilometrach głębokości, pod ciśnieniem kilkaset razy większym od atmosferycznego, gęstość wody rośnie tylko o kilka procent. O tym, że wraki okrętów opadają na dno, możemy się przekonać też bezpośrednio, ponieważ dopływają tam batyskafy i zdalnie kierowane pojazdy podwodne.

Ciśnienie atmosferyczne

Choć powietrze ma niewielką gęstość, nad naszymi głowami znajduje się jego warstwa o grubości wielu kilometrów. Dlatego wywiera ono dość duże ciśnienie na powierzchnię Ziemi i wszystkie znajdujące się na niej ciała. Ile wynosi to ciśnienie? Możemy je zmierzyć za pomocą prostych przyrządów.

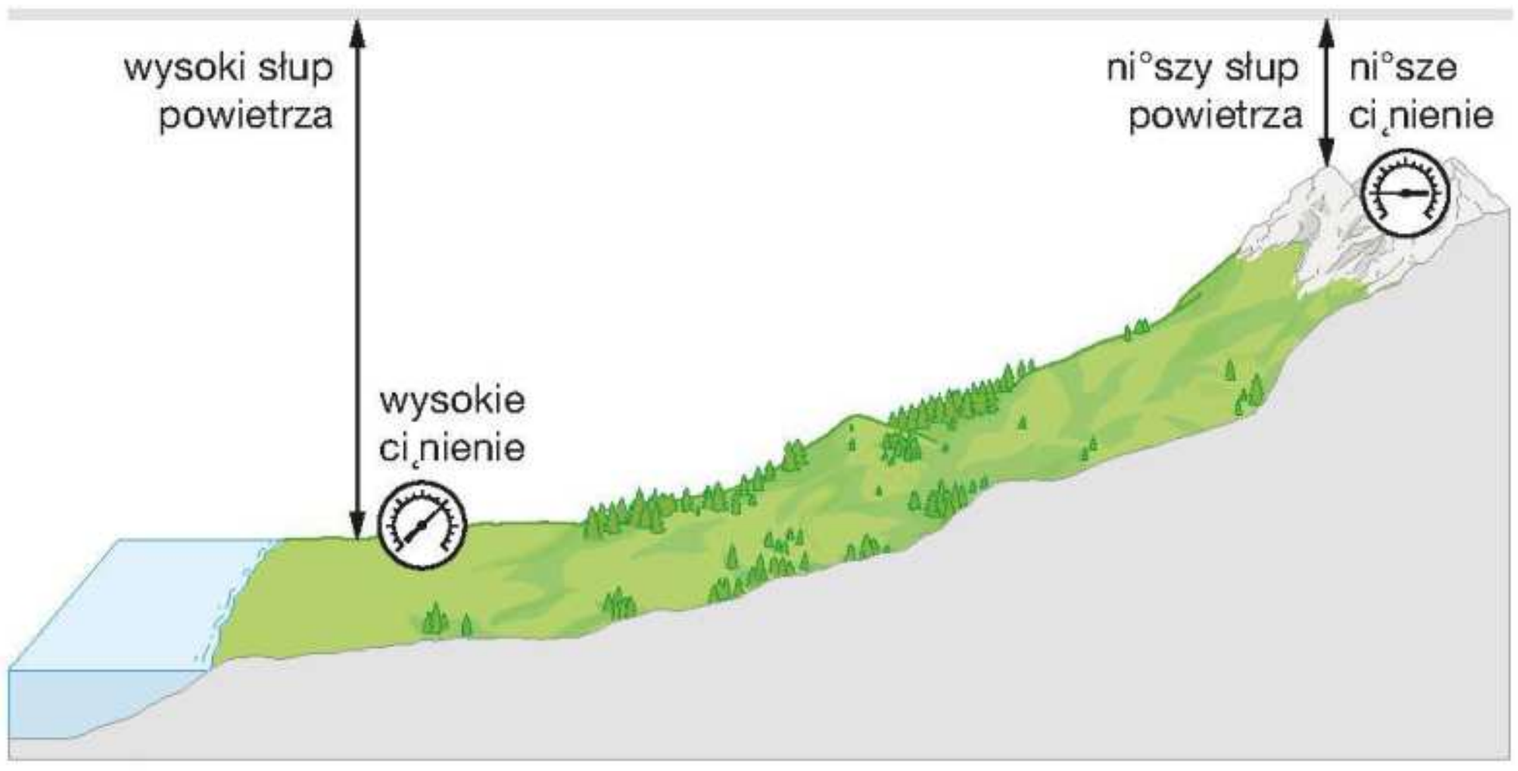
Doświadczenie 5

1. Przygotuj strzykawkę 20 cm^3, elektroniczną wagę kuchenną, zapałki, metalową zakrętkę od słoika, mocny i nierozciągliwy sznurek (ok. 20 cm) oraz 5-litrową butlę wody mineralnej.
2. Postaw butlę na wadze, a wagę wytaruj (jeśli nie można – zapisz wskazanie wagi). Przywiąż jeden koniec sznurka do uchwytu butli, a drugi do tłoczka strzykawki.
3. Trzymając strzykawkę za skrzydełka, ciągnij ją do góry. Zapisz, przy jakim wskazaniu wagi tłoczek się porusza. Pozwoli to obliczyć siłę tarcia, którą trzeba przezwyciężyć przy wyciąganiu tłoczka.
4. Wsuń tłoczek strzykawki tak, aby ją całkowicie opróżnić. Z zachowaniem zasad bezpieczeństwa przypal zapałką wylot strzykawki, poczekaj chwilę, aż się nadtopi, a następnie rozgnieć go na zakrętce od słoika tak, aby się zakleił. Gdy strzykawka ostygnie, sprawdź, czy jej wylot nie przepuszcza powietrza – po niewielkim przesunięciu i puszczeniu tłoczek powinien wracać do pozycji bliskiej początkowego położenia.
5. Trzymając strzykawkę za skrzydełka, ciągnij ją do góry. Zaobserwuj, przy jakim wskazaniu wagi tłoczek się porusza. Oblicz siłę potrzebną do poruszenia tłoczka.
6. Różnica sił wyznaczonych w punktach 3. i 5. to siła potrzebna do przezwyciężenia nacisku powietrza.
7. Wyznacz pole powierzchni tłoczka strzykawki. W tym celu zmierz, o ile centymetrów należałoby przesunąć tłoczek, aby nabrać do strzykawki 20 cm^3 płynu. Następnie skorzystaj ze wzoru na objętość walca (taki kształt ma obszar wewnątrz strzykawki): $V = Sh$, gdzie V – objętość, S – powierzchnia podstawy, h – wysokość.
8. Oblicz ciśnienie atmosferyczne.

Jak słyszymy w każdej prognozie pogody, ciśnienie atmosferyczne wynosi ok. 1000 hPa (hektopaskali), czyli ok. 100 000 Pa. W doświadczeniu powinieneś uzyskać zbliżony wynik.
Takie ciśnienie oznacza, że na twoje ciało, którego powierzchnia wynosi ok. 2 m^2, działa siła ok. 200 000 N. Taka siła jest równa ciężarowi 20-tonowego ciągnika siodłowego (tira) z naczepą.
W jaki sposób wytrzymujemy nacisk powietrza? Po prostu wewnątrz naszego ciała także panuje takie ciśnienie.
Człowiek jest zresztą w stanie wytrzymać ciśnienie wielokrotnie większe, jeśli tylko odpowiednio zmieni się ciśnienie wewnątrz jego organizmu. Tak właśnie dzieje się w przypadku płetwonurków (patrz „A to ciekawe" na s. 17)

Od czego zależy ciśnienie atmosferyczne

Ciśnienie powietrza zmienia się nieznacznie wraz z pogodą. Zwykle wyższe ciśnienie towarzyszy słonecznej pogodzie, a niższe – opadom. Znacznie większe zmiany ciśnienia zaobserwujemy podczas wyprawy w góry. Nic dziwnego – gdy znajdujemy się wyżej, słup powietrza nad nami ma mniejszą wysokość. Naszą atmosferę można by porównać do oceanu: wysokie góry to miejsca położone płycej, a niziny – głębiej (rys. 7.20). Przy takim porównaniu trzeba jednak pamiętać o zasadniczej różnicy między zwykłym oceanem a „oceanem powietrza". Woda w oceanie sięga tylko do określonego poziomu. Natomiast atmosfera nie ma wyraźnej górnej granicy: im wyżej, tym powietrze jest bardziej rozrzedzone.



Rys. 7.20. W górach znajduje się nad nami niższy słup powietrza. Uwaga. Górna granica atmosfery została zaznaczona umownie

Na koniec warto zauważyć, że ciśnienie hydrostatyczne na dnie morza albo cylindra z wodą działa **oprócz**, a nie zamiast ciśnienia atmosferycznego. Podobnie jest z ciśnieniem wywieranym przez człowieka na podłogę.

Analogicznie, gdy pompujemy dętkę w kole roweru, a manometr wskazuje ciśnienie 3 atmosfery, to tak naprawdę ciśnienie powietrza w dętce wynosi aż 4 atmosfery, ponieważ manometr podaje **tylko** różnicę między ciśnieniem w dętce a ciśnieniem atmosferycznym.

1 atmosfera (1 atm) to jednostka ciśnienia równa w przybliżeniu ciśnieniu atmosferycznemu, patrz s. 22

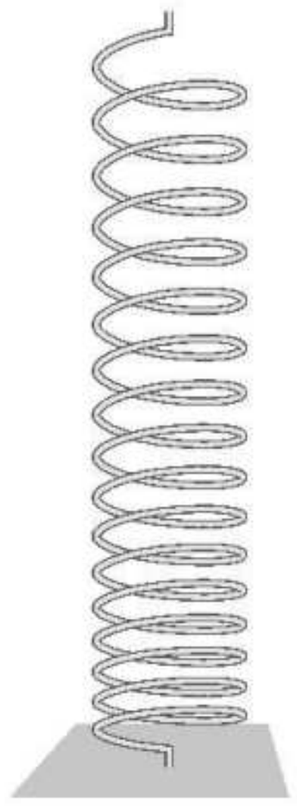
Powietrze spręża się pod własnym ciężarem

Pomiędzy zmianami ciśnienia w słupie cieczy i w słupie powietrza jest ważna różnica.

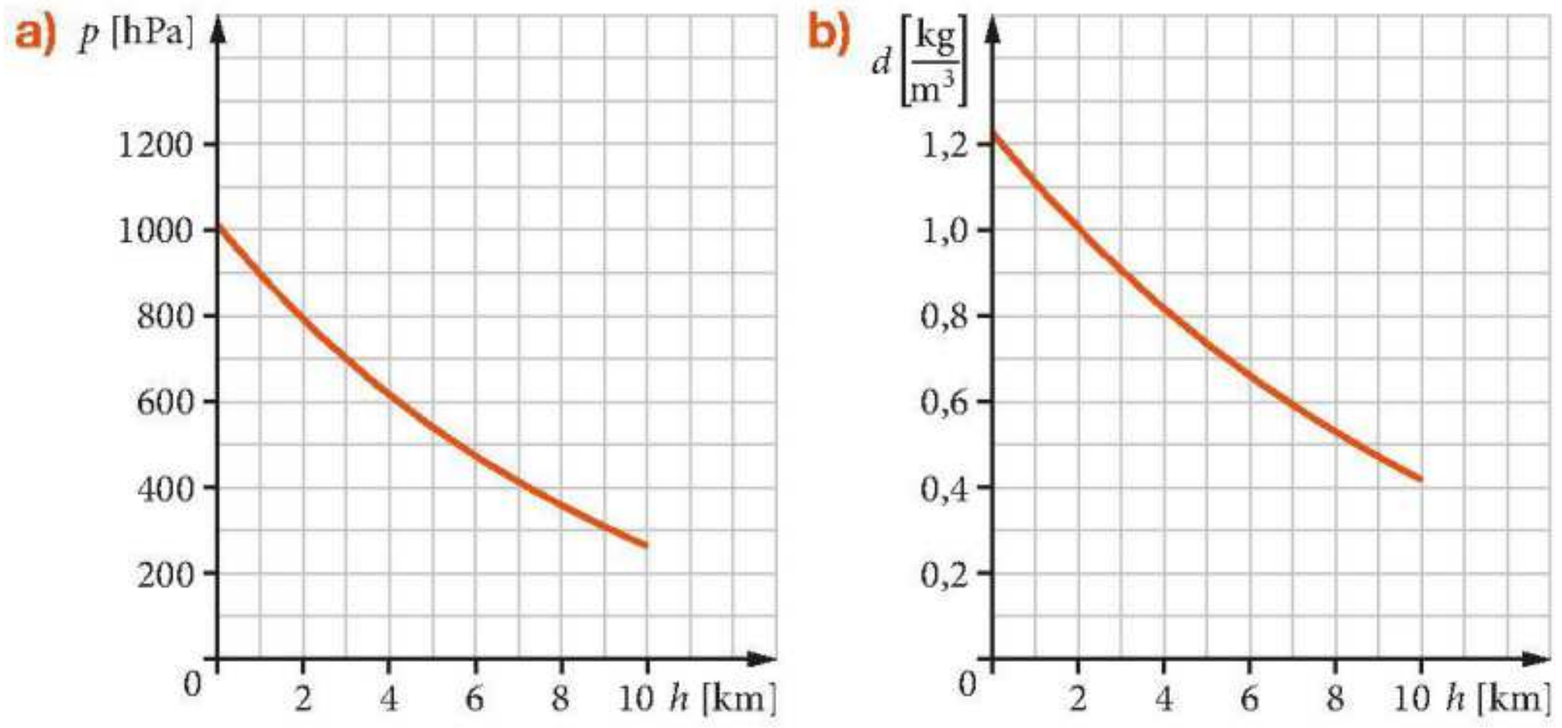
W przypadku cieczy zmianom ciśnienia towarzyszą tylko minimalne zmiany gęstości. Dlatego we wzorze $p = dgh$ możemy po prostu mówić o gęstości cieczy i nie przejmować się, że bliżej dna gęstość jest nieznacznie większa.

Tymczasem powietrze zmienia gęstość pod wpływem ciśnienia w bardzo dużym stopniu (rys. 7.21b) – przy dwa razy wyższym ciśnieniu jego gęstość jest także dwa razy większa (do tej zależności wrócimy jeszcze w rozdziale 8.). Atmosfera ziemska nie urywa się nagle – po prostu powietrze staje się stopniowo coraz bardziej rozrzedzone.

Powietrze sprężające się pod własnym ciężarem można porównać do ustawionej pionowo długiej sprężyny. Im niżej, tym większy nacisk części sprężyny znajdującej się powyżej i tym gęściej ułożone zwoje (rys. 7.22).



Rys. 7.22. Ściśnięta pod własnym ciężarem sprężyna



Rys. 7.21. Zależność a) ciśnienia atmosferycznego, b) gęstości powietrza od wysokości n.p.m.

Zjawiska wynikające z ciśnienia powietrza

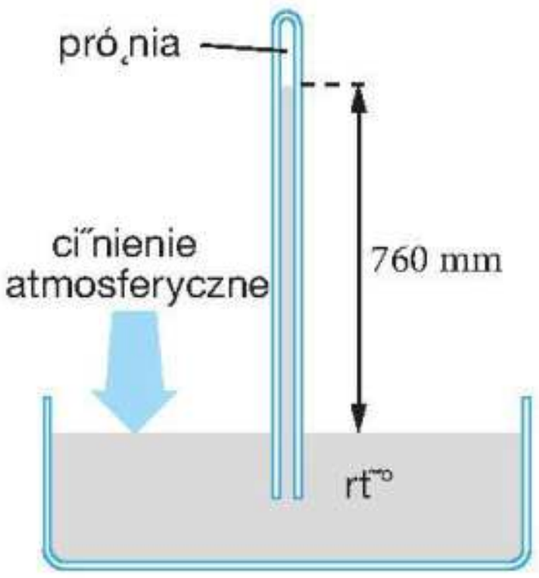
Ciśnienia atmosferycznego na co dzień nie zauważamy, bo towarzyszy nam przez całe życie. Jednak to ono odpowiada za wiele obserwowanych przez nas zjawisk. Gdy pijesz wodę przez słomkę (rys. 7.23), to nie ty działasz siłą na wodę. Cieczy nie da się przemieszczać w ten sposób, że się ją ciągnie (spróbuj dłonią wyciągnąć wodę z kubka!). To powietrze atmosferyczne wpycha wodę do twoich ust. Ty usuwasz powietrze ze słomki, robisz tylko wolne miejsce, które woda może zająć. Podobnie, gdy nabierasz jej do strzykawki.

Rys. 7.23. Gdy pijesz przez słomkę, wodę do niej wtłacza ciśnienie atmosferyczne

Wyobraźmy sobie ustawioną pionowo strzykawkę o długości 15 m, której wylot jest zanurzony w dużym zbiorniku wody. Gdy będziemy wyciągać tłoczek, woda zacznie wypełniać wolne miejsce w strzykawce. Kiedy jednak słup wody osiągnie ok. 10 m wysokości, ciśnienie hydrostatyczne na wysokości wlotu strzykawki będzie już miało wartość taką jak ciśnienie atmosferyczne. Dalsze wyciąganie tłoczka nie spowoduje nabierania wody: ciśnienie atmosferyczne jest zbyt małe, aby wypchnąć wodę na wysokość ponad 10 m.

Gdyby wodę zastąpić cieczą znacznie cięższą, np. rtęcią, wystarczyłby znacznie niższy słup cieczy, aby zrównoważyć ciśnienie atmosferyczne. W ten sposób działa barometr rtęciowy – dziś już rzadko używany przyrząd do pomiaru ciśnienia atmosferycznego.

Ciśnienie słupa wody o wysokości 10 m:
$p = dgh \approx 100\,000$ Pa
$= 1000$ hPa

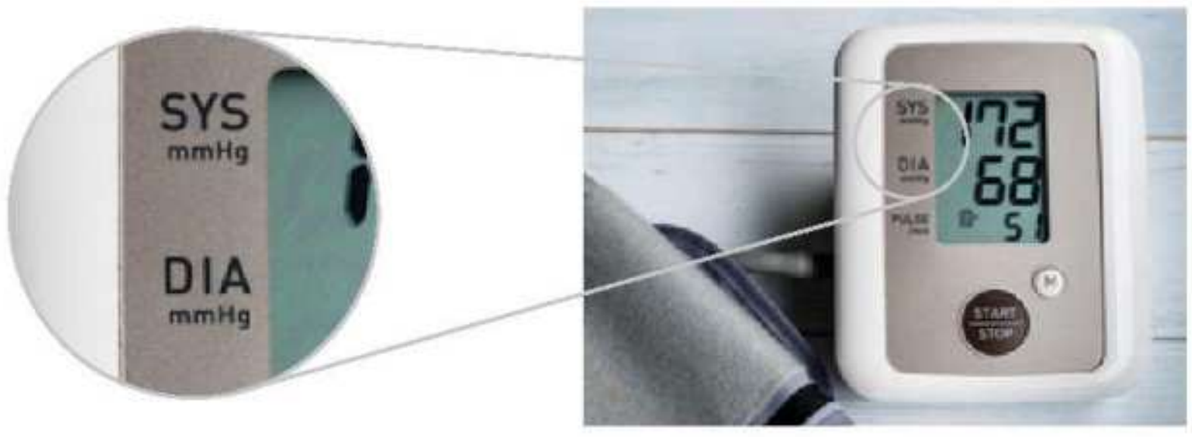


Rys. 7.24. Zasada działania barometru rtęciowego, 1000 hPa ≈ 760 mmHg

Tradycyjne jednostki ciśnienia

Ponieważ przez wiele lat podstawowym przyrządem do pomiaru ciśnienia atmosferycznego był barometr rtęciowy (patrz rys. 7.24), do użytku weszła jednostka ciśnienia **milimetr słupa rtęci** (mmHg), odpowiadająca ciśnieniu wywołanemu przez słup rtęci o wysokości 1 mm. Była to jednostka o tyle wygodna, że barometru nie trzeba było specjalnie skalować – wystarczyło umieścić linijkę obok słupka rtęci.

Dziś coraz rzadziej stosujemy tę jednostkę. Zachowała się ona w medycynie, gdzie służy do określania ciśnienia krwi (rys. 7.25). Gdy lekarz powie, że twoje ciśnienie krwi wynosi 120/75, to znaczy, że przy skurczu serca wynosi ono 120 mmHg, a przy rozkurczu 75 mmHg. Oczywiście chodzi tutaj o nadwyżkę ponad ciśnienie atmosferyczne.



Rys. 7.25. Ciśnienie krwi mierzymy w mmHg

Na co dzień stosowane są także inne tradycyjne jednostki ciśnienia: atmosfera fizyczna, atmosfera techniczna i bar (patrz tabela 7.1). Różnią się one od siebie nieznacznie, a każda z nich jest w przybliżeniu równa ciśnieniu atmosferycznemu. W zastosowaniach praktycznych – np. przy pompowaniu kół roweru albo samochodu – różnice między nimi można pominąć.

Tabela 7.1

Różne jednostki ciśnienia			
atmosfera fizyczna	atmosfera techniczna	bar	psi
1013,25 hPa	980,665 hPa	1000 hPa	$1\,\text{psi} = \frac{0{,}435\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{(0{,}0254\,\text{m})^2} = 6614\,\text{Pa}$

Rys. 7.26. Informacja o zalecanym ciśnieniu na oponie roweru

Anglosaska jednostka ciśnienia to funt-siła na cal kwadratowy (*pound-force per square inch*, psi). Z tą jednostką możesz się spotkać w informacji na oponach roweru o zalecanym ciśnieniu (rys. 7.26), zwykle jednak towarzyszy jej odpowiednik w barach.

Po tej lekcji powinieneś

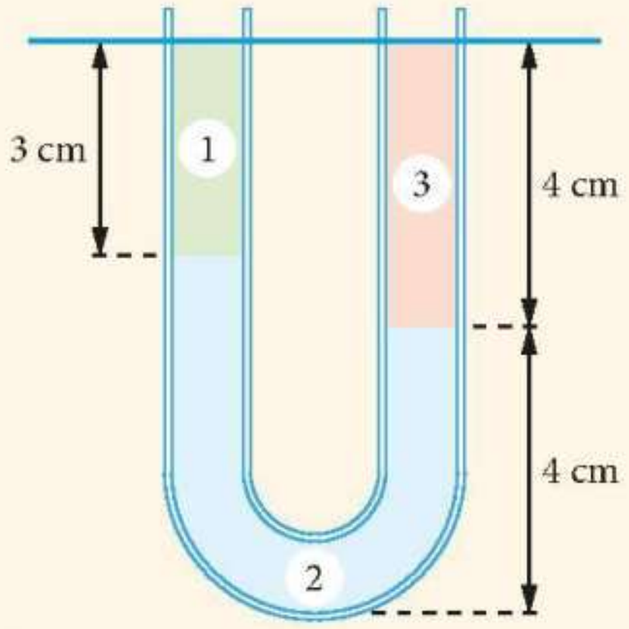
- obliczać ciśnienie wywierane przez słup cieczy albo gazu;
- stosować pojęcie ciśnienia, w tym ciśnienia atmosferycznego, do wyjaśniania zjawisk.

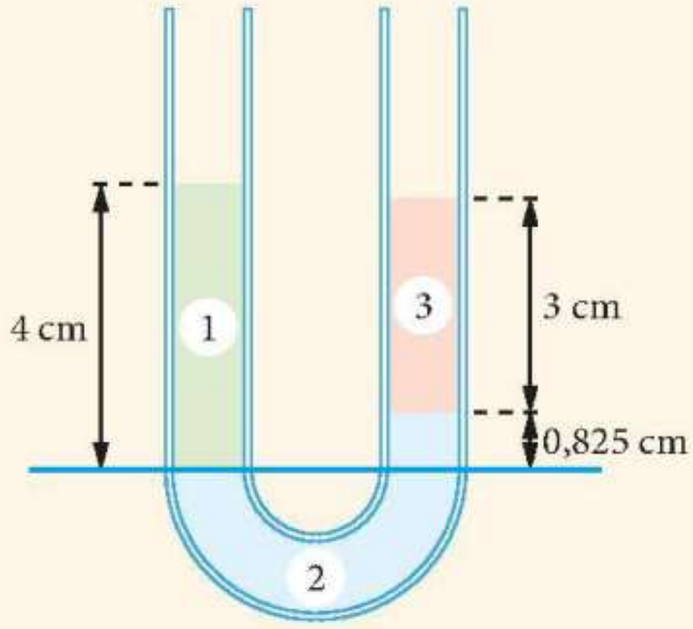
Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

Przykład

Na każdym z rysunków przedstawiono rurkę w kształcie litery U, do której nalano trzy niemieszające się ciecze, oznaczone numerami 1, 2 i 3. Ten sam numer oznacza tę samą ciecz na obu rysunkach. Ciecz numer 2 to woda. Wyznacz gęstości pozostałych cieczy.





Rozwiązanie

Skorzystajmy z lewego rysunku. Ciśnienie wywierane na dno naczynia przez ciecze jest w każdym ramieniu takie samo, więc je przyrównamy. Zgodnie z prawem Pascala woda przenosi ciśnienie wywierane na nią przez ciecze 1 i 3, więc ciśnienia poszczególnych cieczy możemy po prostu dodawać. Słupy cieczy w obu ramionach mają takie same wysokości, które wynoszą 4 cm + 4 cm = 8 cm, przy czym słup wody w lewym naczyniu ma wysokość 8 cm – 3 cm = 5 cm. Zapisujemy więc ciśnienia odpowiednio z lewego i prawego ramienia (korzystamy ze wzoru $p = dgh$):

$$d_1 g \cdot 3\ \text{cm} + d_2 g \cdot 5\ \text{cm} = d_2 g \cdot 4\ \text{cm} + d_3 g \cdot 4\ \text{cm} \quad | : g$$

$$d_1 \cdot 3\ \text{cm} + d_2 \cdot 5\ \text{cm} = d_2 \cdot 4\ \text{cm} + d_3 \cdot 4\ \text{cm}$$

$$d_1 \cdot 3\ \text{cm} + d_2 \cdot 1\ \text{cm} = d_3 \cdot 4\ \text{cm} \qquad (1)$$

Dla drugiej rurki wygodniej jest porównać ciśnienie w obu ramionach na wysokości zaznaczonej niebieską linią, gdyż pod nią znajduje się ta sama ciecz – woda, która wnosi ten sam wkład do ciśnienia na dno:

$$d_1 g \cdot 4\ \text{cm} = d_2 g \cdot 0{,}825\ \text{cm} + d_3 g \cdot 3\ \text{cm} \quad | : g$$

$$d_1 \cdot 4\ \text{cm} = d_2 \cdot 0{,}825\ \text{cm} + d_3 \cdot 3\ \text{cm} \qquad (2)$$

Otrzymaliśmy więc układ dwóch równań (1) i (2) z dwiema niewiadomymi (bo gęstość wody $d_2 = 1\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ jest wielkością znaną):

$$d_1 \cdot 3\ \text{cm} + d_2 \cdot 1\ \text{cm} = d_3 \cdot 4\ \text{cm}$$

$$d_1 \cdot 4\ \text{cm} = d_2 \cdot 0{,}825\ \text{cm} + d_3 \cdot 3\ \text{cm}$$

Rozwiązujemy go i otrzymujemy wynik: $d_1 = 0{,}9 d_2 = 0{,}9\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ oraz $d_3 = 0{,}925 d_2 = 0{,}925\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.

Odpowiedź: Gęstość cieczy numer 1 to $0{,}9\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, a cieczy numer 3 to $0{,}925\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.

Zadania s. 24

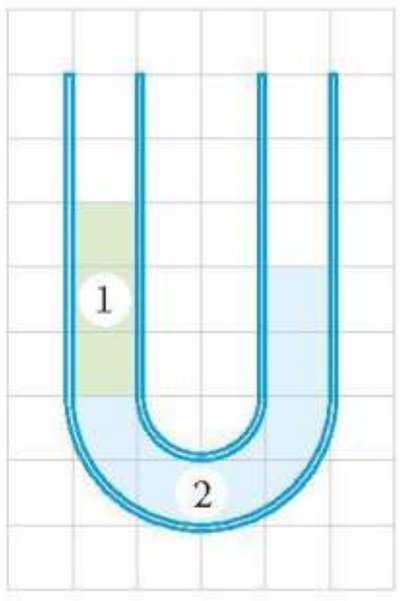
Pytania i zadania

1. Gdy dzielimy masę ciała w gramach przez jego objętość w centymetrach sześciennych, otrzymujemy wielkość, która określa masę 1 cm^3 substancji, z jakiej wykonano ciało. Tę wielkość nazywamy gęstością.
A jaki sens fizyczny ma wielkość, którą obliczamy, dzieląc objętość ciała w centymetrach sześciennych przez jego masę w gramach? Wymyśl dla niej zgrabną nazwę.

2. Jaka musi być minimalna średnica przyssawki, aby dało się za jej pomocą podnieść krzesło o masie 7 kg?

3. Wyjaśnij, dlaczego pompę wyciągającą wodę ze studni głębinowej montuje się na dnie studni. Znacznie łatwiej byłoby pompę umieścić na poziomie ziemi, a do studni spuścić tylko rurę wciągającą wodę.

4. Wyznacz stosunek gęstości cieczy znajdujących się w naczyniu na rysunku.



5. W rurce w kształcie litery U, ustawionej ramionami pionowo do góry, mieści się 10 cm^3 wody. Oblicz, ile oleju o gęstości 0,8 $\frac{g}{cm^3}$ możemy wlać do jednego z ramion rurki, jeśli znajduje się w niej już 6 cm^3 wody.

6. Przeczytaj opis doświadczenia i spróbuj przewidzieć jego wynik. Następnie wykonaj doświadczenie i sprawdź, czy twoje przypuszczenia się potwierdziły.

Uwaga. Doświadczenie najwygodniej wykonać nad wanną lub dużą miską, ponieważ użyta w nim woda może się wylać. Przydatna będzie pomoc drugiej osoby.

a) Przygotuj giętką rurę o wewnętrznej średnicy ok. 2 cm i o długości ok. 2 m.

b) Napełnij rurę wodą.

c) Jeden koniec rury zatkaj palcem. Poproś drugą osobę, aby powoli podnosiła drugi koniec. Czy zmienia się nacisk na twój palec? Czy zmienia się ciężar wody w rurze? Wyjaśnij zaobserwowane zjawisko.

7.3. Siła wyporu

Przypomnij sobie

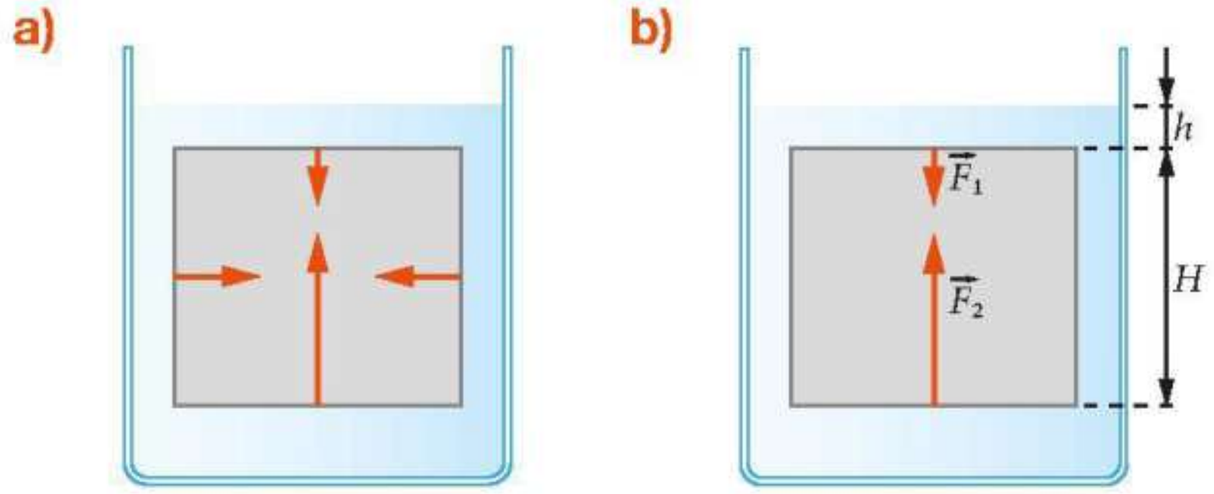
- Siła parcia cieczy na zanurzone ciało jest prostopadła do jego powierzchni.
- Ciśnienie hydrostatyczne zależy od głębokości, czyli od wysokości słupa cieczy ponad danym punktem.

Siłę wyporu i opisujące ją prawo Archimedesa znasz ze szkoły podstawowej. Teraz zajmiemy się tym zagadnieniem nieco dokładniej.

Rys. 7.27. Dzięki sile wyporu statki mogą pływać po powierzchni wody

Ciało całkowicie zanurzone w cieczy

Wyobraźmy sobie ciało w kształcie graniastosłupa ustawione pionowo w wodzie lub innej cieczy. Na jego ścianki działają siły parcia związane z ciśnieniem cieczy (rys. 7.28a). Siły działające na ścianki boczne się równoważą. Natomiast siła działająca na dolną ściankę jest większa niż siła działająca na górną ściankę, ponieważ dolna znajduje się głębiej w naczyniu (rys. 7.28b). Wypadkowa tych dwóch sił jest skierowana w górę. To właśnie ona jest znaną ci **siłą wyporu**.



Rys. 7.28. Pochodzenie siły wyporu działającej na ciało całkowicie zanurzone w cieczy

Obliczmy teraz jej wartość. Przyjmijmy, że górna podstawa graniastosłupa znajduje się na głębokości h, dolna na głębokości $h + H$, natomiast gęstość cieczy w naczyniu wynosi d_c. Ciśnienie hydrostatyczne wywierane na ciało:

$$\text{na górze } p_1 = d_c gh \qquad \text{na dole } p_2 = d_c g(h + H)$$

Tak więc siła działająca na górną podstawę ma wartość:

$$F_1 = p_1 S = d_c gh \cdot S$$

gdzie S jest powierzchnią podstawy graniastosłupa. Natomiast siła działająca z dołu ma wartość:

$$F_2 = p_2 S = d_c g(h + H) \cdot S$$

Wypadkowa tych dwóch sił jest szukaną siłą wyporu i wynosi:

$$F = d_c g(h + H) \cdot S - d_c gh \cdot S = d_c ghS + d_c gHS - d_c ghS =$$
$$= d_c gHS = d_c g \cdot SH = d_c gV$$

$V = SH$ jest objętością graniastosłupa

Zauważmy, że wyznaczona wielkość:

$$d_c gV = d_c V \cdot g = m_{\text{cieczy}} g$$

jest równa ciężarowi cieczy o takiej objętości, jaką ma graniastosłup.

Dla ciał o innym kształcie obliczenia są znacznie trudniejsze, ale prowadzą do takiego samego wniosku.

> Na ciało całkowicie zanurzone w cieczy działa **siła wyporu**, skierowana w górę, równa co do wartości ciężarowi takiej objętości cieczy, jaką objętość ma zanurzone ciało.

Ciałem, które pływa po powierzchni cieczy zanurzone tylko częściowo, zajmiemy się za chwilę.

Warunki pływania ciała

Oczywiście na ciało zanurzone w cieczy oprócz siły wyporu działa siła ciężkości. Od porównania ich wartości zależy, czy ciało opadnie na dno, wynurzy się na powierzchnię, czy też będzie swobodnie się unosić, całkowicie zanurzone w wodzie.
Ten ostatni przypadek zajdzie, jeżeli:

$$Q = F$$

gdzie Q jest ciężarem ciała, a F siłą wyporu działającą na całkowicie zanurzone ciało.

$m_{\text{ciała}} = d_{\text{ciała}} V$,
$d_{\text{ciała}}$ – gęstość średnia ciała,
V – objętość ciała

Wiemy, że $Q = m_{\text{ciała}} g = d_{\text{ciała}} Vg$, gdzie $m_{\text{ciała}}$ jest masą zanurzonego ciała, a $d_{\text{ciała}}$ jest jego średnią gęstością. Natomiast, jak obliczyliśmy wcześniej, $F = d_c gV$. Równość $Q = F$ można więc zapisać w postaci:

$$d_{\text{ciała}} Vg = d_c gV$$

z czego wynika, że $\boldsymbol{d_{\text{ciała}} = d_c}$. Ciało będzie więc swobodnie pływać, całkowicie zanurzone w cieczy, jeżeli gęstość średnia ciała (patrz margines) i gęstość cieczy są takie same.

Gęstość średnia s. 13

Podobne przekształcenia możemy wykonać dla przypadku $Q > F$, czyli kiedy przeważa ciężar i **ciało opada na dno**. Otrzymamy wtedy warunek: $\boldsymbol{d_{\text{ciała}} > d_c}$.

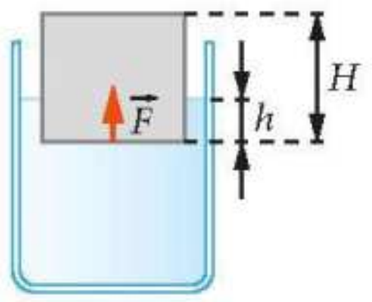
Natomiast dla przypadku $Q < F$, czyli kiedy przeważa siła wyporu i **ciało wynurza się na powierzchnię** cieczy, otrzymujemy $\boldsymbol{d_{\text{ciała}} < d_c}$.

> Ciało pływa po powierzchni cieczy zanurzone w niej częściowo, gdy jego średnia gęstość jest mniejsza od gęstości cieczy. Gdy średnia gęstość ciała jest większa od gęstości cieczy, ciało opada na dno. W przypadku równych gęstości ciało się unosi, swobodnie zanurzone w cieczy.

Zwróćmy uwagę na określenie **średnia gęstość ciała**. Okręt wykonany ze stali ma średnią gęstość mniejszą od gęstości wody, ponieważ pod pokładem ma bardzo dużo powietrza – dlatego może pływać po wodzie.

Ciało częściowo zanurzone w cieczy

Gdy ciało ma odpowiednio małą gęstość, wynurza się na powierzchnię. Co się teraz dzieje z siłami parcia wody? Siły działające na boczne ścianki ciała nadal się równoważą. Górna ścianka nie jest już zanurzona, więc nie działa na nią siła parcia wody. Parcie wody działa natomiast na dolną ściankę i teraz siła wyporu jest już po prostu równa sile parcia na tę ściankę (rys. 7.29). Obliczmy wartość tej siły.



Rys. 7.29. W przypadku ciała pływającego po powierzchni cieczy siła wyporu to po prostu siła parcia na dolną powierzchnię ciała

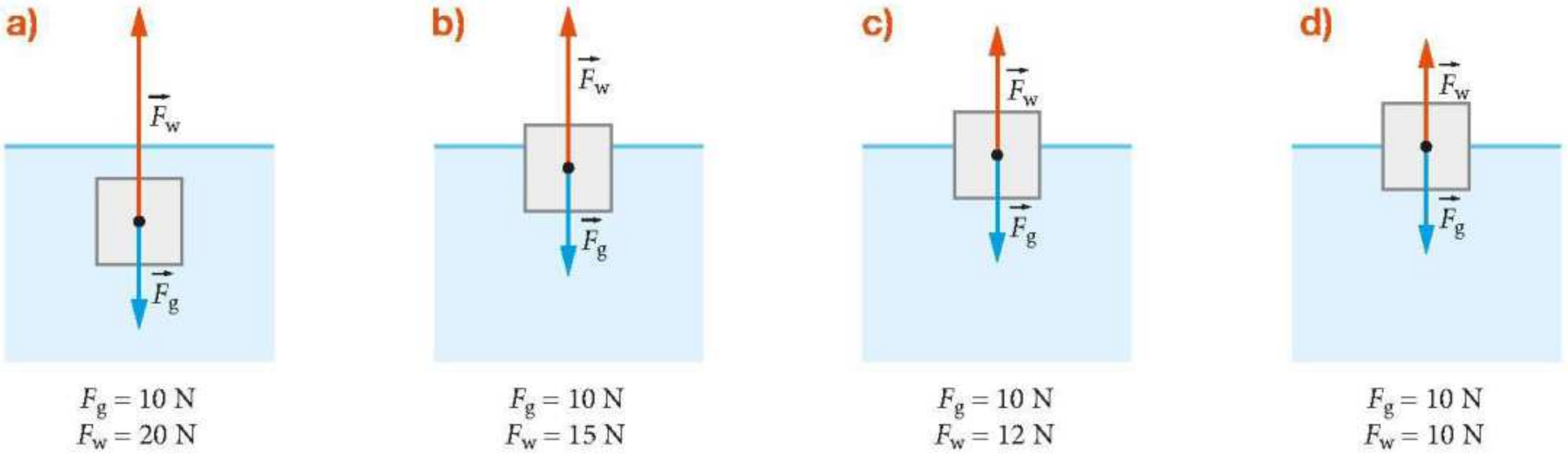
$$F = pS = d_c ghS = d_c \cdot Sh \cdot g$$

Ponieważ Sh to objętość zanurzonej części ciała, więc $d_c \cdot Sh$ to masa takiej objętości wody, jaką ma zanurzona część ciała. Po pomnożeniu przez g otrzymujemy jej ciężar.

Zatem również i w tym przypadku siła wyporu ma wartość taką samą jak ciężar odpowiedniej objętości wody, ale musimy wziąć pod uwagę tylko objętość zanurzonej części ciała. Im jest ona mniejsza, tym mniejsza jest siła wyporu.

Dlatego, gdy lekkie ciało wynurza się na powierzchnię cieczy, siła wyporu stopniowo maleje. Kiedy siła wyporu jest na tyle niewielka, że tylko równoważy jego ciężar, ciało nie wynurza się bardziej (rys. 7.30).

> Gdy ciało pływa po powierzchni cieczy, siła wyporu równoważy jego ciężar.



Rys. 7.30. W miarę wynurzania się ciała maleje siła wyporu

$Q = m_{ciała}g$
$F = d_c \cdot V_{zan} \cdot g$

Z równości ciężaru i siły wyporu $Q = F$ możemy wyciągnąć ważny wniosek. Podstawmy odpowiednie wzory do równości:

$$m_{ciała}g = d_c \cdot V_{zan} \cdot g$$

gdzie: $m_{ciała}$ – masa ciała, d_c – gęstość cieczy, V_{zan} – objętość zanurzonej części ciała.

Podstawiamy za masę ciała

$$m_{ciała} = d_{ciała}V_{ciała}$$

i skracamy po obu stronach równania przyspieszenie ziemskie g. Otrzymujemy:

$$d_{ciała}V_{ciała} = d_c \cdot V_{zan}$$

Stąd:

$$\frac{V_{zan}}{V_{ciała}} = \frac{d_{ciała}}{d_c}$$

Ta zależność pozwala nam błyskawicznie określać gęstość ciała, jeżeli znamy gęstość cieczy, w której ono pływa.

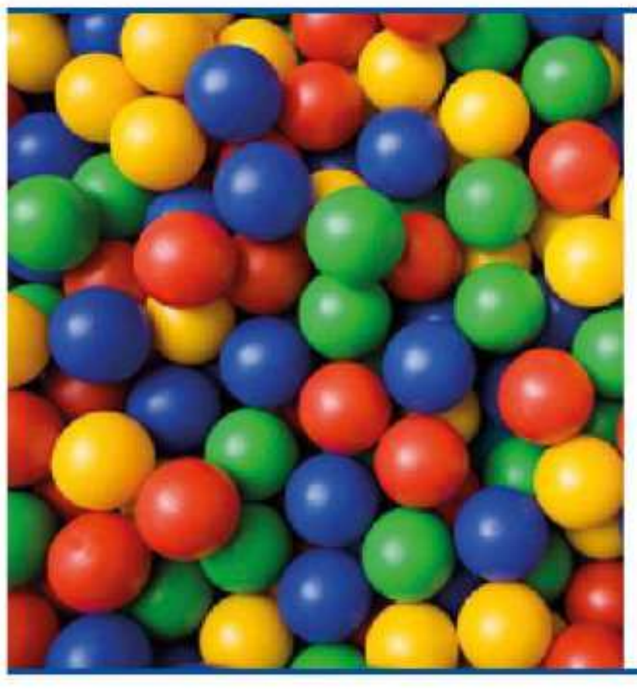
Gęstość wody
$d = 1 \frac{g}{cm^3} = 1000 \frac{kg}{m^3}$

Jeśli na przykład drewniany klocek pływa po wodzie zanurzony w 60% swojej objętości, to znaczy, że jego gęstość stanowi 60% gęstości wody, czyli wynosi 0,6 $\frac{g}{cm^3}$.

Prawo Archimedesa

Możemy teraz sfomułować prawo Archimedesa obejmujące zarówno przypadek ciała całkowicie zanurzonego, jak i przypadek ciała pływającego po powierzchni cieczy.

Prawo Archimedesa:
Na ciało zanurzone w cieczy działa siła wyporu, skierowana w górę, równa co do wartości ciężarowi takiej objętości cieczy, jaką ma zanurzona część ciała.

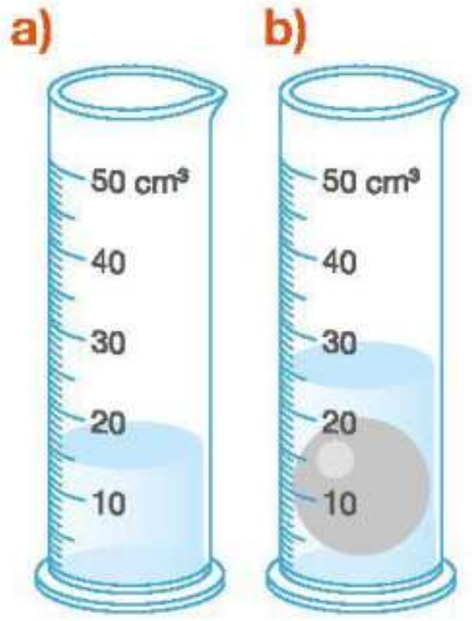


A to ciekawe

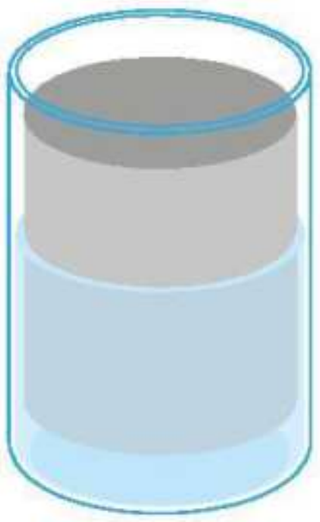
Jeśli wpadniesz kiedyś na pomysł, który można zarówno opatentować jako wynalazek, jak i opublikować jako odkrycie naukowe, pamiętaj o właściwej kolejności: najpierw patent, potem publikacja. Patentować można bowiem tylko pomysły wcześniej nieznane.
Doradcy patentowi często ilustrują tę zasadę przypadkiem duńskiego wynalazcy Karla Krøyera (czyt. krojera), który wyciągnął na powierzchnię zatopiony statek, wypełniając jego ładownie plastikowymi piłeczkami. Gdy wystąpił o patent, spotkał się z odmową, gdyż podobny pomysł został już wcześniej opublikowany w… komiksie o Kaczorze Donaldzie.

Wyparta ciecz

Wyrażenie: „ciężar takiej objętości cieczy, jaką objętość ma zanurzona część ciała", jest dość nieporęczne, dlatego w wielu źródłach możesz się spotkać z krótszym sformułowaniem: „ciężar wypartej cieczy".
Rzeczywiście, gdy zanurzymy w szklance wody metalową kulkę o objętości 10 cm^3, to kulka zajmie miejsce takiej samej objętości wody. Poziom wody się podniesie – dokładnie tyle, ile by się podniósł, gdybyśmy dolali 10 cm^3 wody (rys. 7.31). Mówimy, że kulka wyparła 10 cm^3 wody. Również okręt wypiera wodę. Co prawda podniesienie poziomu morza jest zbyt małe, aby je zaobserwować, ale przecież woda, której miejsce zajęła zanurzona część kadłuba, gdzieś musiała się podziać.
Gdy używamy sformułowania: „ciężar wypartej cieczy", musimy jednak pamiętać, że nie zawsze jest ono trafne. Jeśli do naczynia z niewielką ilością wody włożymy odpowiednio dopasowany klocek drewna o ciężarze np. 10 N, będzie on pływał, choć cała woda w naczyniu nie ma takiego ciężaru (rys. 7.32).
Jak to możliwe? Pamiętajmy, że istnienie siły wyporu wynika z ciśnienia, którym woda działa na dolną ściankę ciała. To ciśnienie zależy od wysokości słupa wody, a nie od jej ciężaru. Parcie wody na dno naczynia może być większe od ciężaru wody, i tak samo jest z jej parciem na dolną ściankę pływającego ciała.
Pływanie ciała w małej ilości wody jest więc inną postacią paradoksu hydrostatycznego.



Rys. 7.31. Cylinder miarowy z wodą (a) i po wrzuceniu kulki (b)

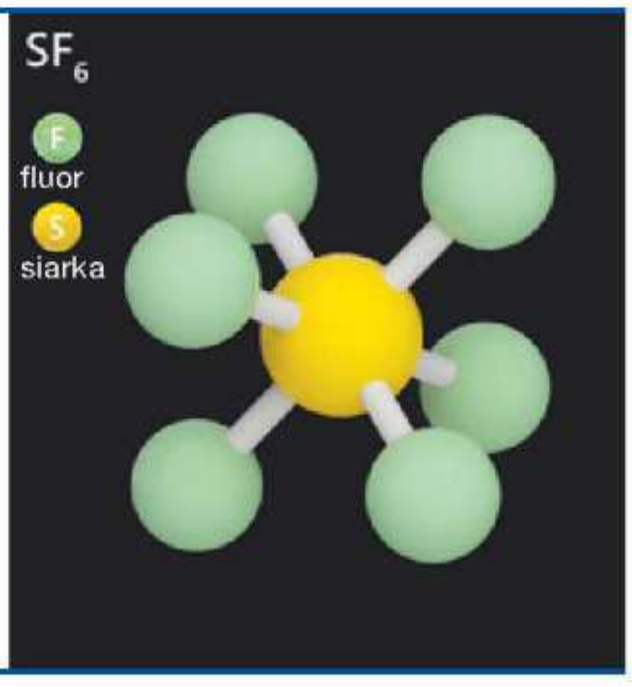

Rys. 7.32. Drewniany klocek dopasowany do naczynia może pływać nawet w małej ilości wody

Prawo Archimedesa dla gazów

Wszystko, co mówiliśmy do tej pory w odniesieniu do cieczy, można zastosować także do gazów, m.in. powietrza. Zgodnie z prawem Archimedesa działają baloniki wypełnione lżejszym od powietrza helem oraz duże balony, napełnione helem albo – częściej – gorącym powietrzem. Z punktu widzenia maksymalizacji siły wyporu najlepszy byłby gaz najlżejszy, czyli wodór, ale jak wiemy, jest on niebezpieczny ze względu na możliwość wybuchu.

A to ciekawe

Nawet sfomułowanie: „pływać po powierzchni gazu", może mieć sens. Oczywiście gaz wypełnia zawsze całe naczynie i nie tworzy powierzchni, nad którą znajdowałaby się próżnia. Jednak gaz o dużej gęstości, taki jak sześciofluorek siarki SF_6, może się utrzymywać na dnie naczynia, podczas gdy nad nim znajduje się lżejsze powietrze. Po niewidocznej powierzchni SF_6 można nawet puścić stateczek, co możesz zobaczyć w filmie *Gaz, który obniża głos* na kanale Nauka. To lubię. Warto zapoznać się także z innymi filmami z tego kanału popularnonaukowego.



Stabilność łodzi

Do tej pory interesowało nas, czy wypadkowa siły wyporu i ciężaru działa w górę czy w dół, ponieważ od tego zależy, czy ciało będzie pływać czy zatonie. Wiadomo jednak, że siły mogą również powodować obrót ciała. W przypadku łodzi albo statku jest ważne, aby pomimo wychyleń związanych z falowaniem wody jednostka się nie przewróciła. Jak wiesz z poprzedniej części podręcznika, dla ruchu obrotowego znaczenie ma punkt przyłożenia siły. Ciężar jest przyłożony w środku ciężkości, czyli w środku masy. Siła wyporu jest przyłożona w punkcie zwanym środkiem wyporu. Gdzie zatem znajduje się ten punkt?

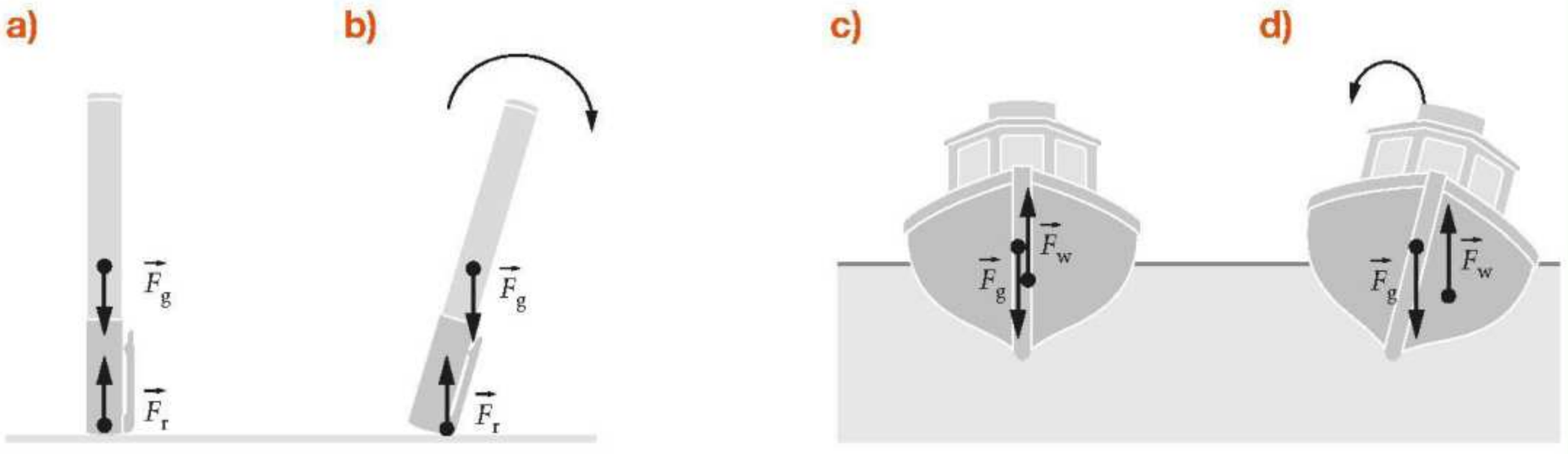
> **Środek wyporu znajduje się tam, gdzie znalazłby się środek masy wody, która zastąpiłaby zanurzoną część ciała.**

Środek wyporu ciała jednorodnego, np. drewnianego klocka, to po prostu środek masy zanurzonej części ciała. Jednak w łodziach i statkach położenie środka wyporu może być inne.

Przypomnijmy dla porównania parę sił działającą na flamaster stojący na zakrętce. Gdy stoi pionowo, siła ciężkości $\vec{F}_g$ i siła reakcji podłoża $\vec{F}_r$ działają wzdłuż jednej prostej, więc ich momenty względem dowolnego punktu też się równoważą (rys. 7.33a). Jednak już przy niewielkim wychyleniu siły te spowodują przewrócenie flamastra (rys. 7.33b).

W przypadku łodzi siła wyporu (odpowiednik siły reakcji podłoża) również jest przyłożona niżej niż siła ciężkości (rys. 7.33c). Dlaczego więc po niewielkim wychyleniu łodzi te siły powodują jej powrót do równowagi, a nie dalsze przechylanie? Otóż położenie środka wyporu zależy od tego, która część łodzi jest zanurzona **w danym momencie**. Przy niewielkim wychyleniu środek wyporu się przesuwa, a moment siły wyporu powoduje obrót w stronę położenia równowagi (rys. 7.33d).

Oczywiście przy bardzo dużym wychyleniu łódź może się przewrócić. Zauważ, że jest to tym łatwiejsze, im wyżej znajduje się jej środek ciężkości. Dlatego w celu zwiększania stabilności, czyli obniżenia środka ciężkości, na dnie łodzi umieszcza się balast.



Rys. 7.33. W odróżnieniu od flamastra łódź nie wywraca się przy niewielkich wychyleniach, gdyż środek wyporu zmienia swoje położenie

Po tej lekcji powinieneś

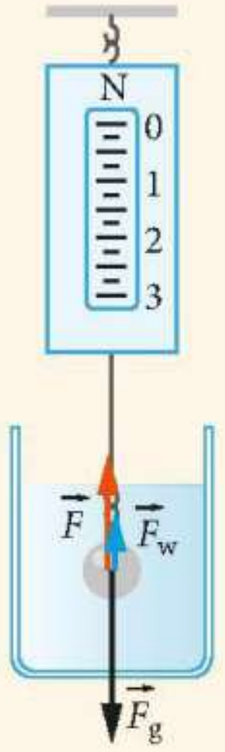
- znać prawo Archimedesa i obliczać siłę wyporu działającą na zanurzone ciało;
- wiedzieć, jakie są warunki pływania ciał.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

Przykład

Na siłomierzu zawieszono metalowy przedmiot. Gdy zanurzono go w wodzie, siłomierz wskazywał 0,17 N. Gdy zanurzono go w glicerynie, siłomierz wskazywał 0,14 N. Oblicz masę, objętość i gęstość przedmiotu. Z jakiego metalu mógł zostać wykonany? Do obliczeń przyjmij $g = 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.



Rozwiązanie

Na przedmiot zanurzony w cieczy działają siły: siła ciężkości $\vec{F}_g$ (w dół), siła wyporu $\vec{F}_w$ (w górę) i siła, którą ciągnie go siłomierz $\vec{F}$ (w górę). Te trzy siły się równoważą, więc między ich wartościami zachodzi związek:

$$F_g = F_w + F$$

Zgodnie z trzecią zasadą dynamiki siła F jest równa sile, którą przedmiot ciągnie siłomierz, a więc to tę siłę wskazuje przyrząd. Zgodnie z treścią zadania siła ta wynosi odpowiednio:

$$\text{w wodzie } F_{\text{woda}} = 0{,}17\ \text{N} \qquad \text{w glicerynie } F_{\text{gliceryna}} = 0{,}14\ \text{N}$$

Siła ciężkości ciała się nie zmienia i wynosi: $F_g = mg$. Natomiast siła wyporu zależy od cieczy, w której przedmiot został zanurzony:

$$\text{dla wody } F_{ww} = d_w V g \qquad \text{dla gliceryny } F_{wg} = d_g V g$$

gdzie: $d_w = 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ – gęstość wody, $d_g = 1300\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ – gęstość gliceryny (odczytujemy z tablic), V – objętość ciała.

Ostatecznie zapisujemy więc dwa równania:

$$\text{dla wody } mg = d_w V g + F_{\text{woda}} \qquad \text{dla gliceryny } mg = d_g V g + F_{\text{gliceryna}}$$

Lewe strony równań są takie same, przyrównujemy więc prawe i obliczamy objętość ciała:

$$F_{\text{woda}} - F_{\text{gliceryna}} = d_g V g - d_w V g$$

$$V g(d_g - d_w) = F_{\text{woda}} - F_{\text{gliceryna}} \rightarrow V = \frac{F_{\text{woda}} - F_{\text{gliceryna}}}{g(d_g - d_w)}$$

Po podstawieniu danych otrzymujemy:

$$V \approx 10^{-5}\ \mathrm{m}^3 = 10\ \mathrm{cm}^3$$

$$[V] = \frac{\mathrm{N}}{\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}} = \frac{\mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \mathrm{m}^3}{\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \mathrm{kg}} = \mathrm{m}^3$$

Teraz z dowolnego równania można obliczyć siłę ciężkości działającą na przedmiot. Na przykład dla wody siła wyporu wynosi:

$$F_{ww} = 1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10^{-5}\,\text{m}^3 \cdot 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 0{,}1\,\text{N}$$

Stąd siła ciężkości jest równa:

$$F_g = 0{,}1\,\text{N} + 0{,}17\,\text{N} = 0{,}27\,\text{N}$$

Masa przedmiotu wynosi zatem: $m = \frac{F_g}{g} = 0{,}027\,\text{kg} = 27\,\text{g}$.

Na tej podstawie obliczamy gęstość metalu: $d = \frac{m}{V} = 2{,}7\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.

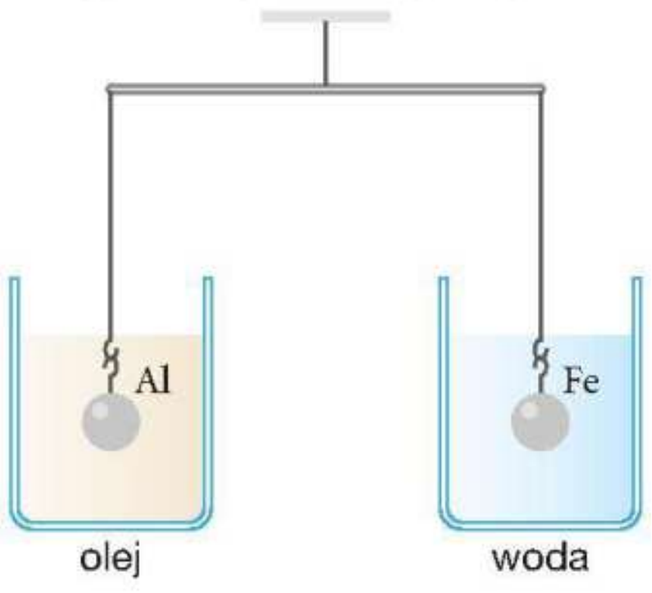
Odpowiedź: Przedmiot ma masę 27 g, objętość 10 cm^3 i gęstość 2,7 $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. Przedmiot mógł zostać wykonany z aluminium.

1. Stalowa śruba pływa po powierzchni rtęci. W jakiej części swojej objętości śruba jest zanurzona?

2. Kiedy balon się wznosi, zwiększa się jego energia potencjalna. Jak wiemy, energia ciała nie może powstać z niczego, a jedynie zmieniać formę lub przepływać z jednego ciała do drugiego. Co jest jej źródłem w opisanym przypadku?

3. Na siłomierzu zawieszono aluminiową śrubę. Gdy śrubę zanurzono w alkoholu etylowym, siłomierz wskazywał 0,34 N. Co wskaże siłomierz, gdy śrubę zanurzymy w wodzie?

4. Aluminiowa kulka jest zanurzona w oleju o gęstości 0,8 $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, a żelazna – w wodzie (patrz rysunek). Układ znajduje się w równowadze. Oblicz stosunek mas tych kulek. W którą stronę przechyli się pręt z kulkami, gdy kulki wyjmiemy z cieczy i wytrzemy?



5. Na wadze kuchennej postawiono naczynie z wodą. Waga wskazała 400 g. Jakie będzie wskazanie wagi, gdy zanurzymy w niej stalową nakrętkę o masie 30 g, zawieszoną na nitce tak, aby nie dotykała dna? Spróbuj to przewidzieć, a następnie sprawdź doświadczalnie swoje przypuszczenia.

6. Obejrzyj film *Beaker Ball Balance Problem* na kanale Veritasium (kod 1).
Spróbuj przewidzieć, jak zachowa się przedstawiony tam układ. Następnie obejrzyj odcinek, w którym pojawia się rozwiązanie, i sprawdź swoje przypuszczenia (kod 2).

kod 1

kod 2

7.4. Cząsteczki i temperatura

Przypomnij sobie

- Substancje mogą występować w trzech stanach skupienia: stałym, ciekłym i gazowym.
- Im wyższa temperatura, tym szybciej poruszają się cząsteczki.
- Energia wewnętrzna ciała to suma energii kinetycznej wszystkich jego cząsteczek i energii potencjalnej oddziaływań między nimi.

Teoria kinetyczno-molekularna

W tym dziale omówimy zjawiska dotyczące temperatury, przepływu ciepła i zmian stanu skupienia. Ludzie znają je wszystkie od tysięcy lat, ale bardzo długo nie rozumieli ich natury.

Dopiero około stu lat temu możliwe stało się ich wyjaśnienie na podstawie **kinetyczno-molekularnej teorii budowy materii** (nazywanej też teorią kinetyczno-cząsteczkową, ponieważ molekuła to inaczej cząsteczka). Zgodnie z tą teorią wszystkie ciała są zbudowane z atomów lub cząsteczek będących w nieustannym ruchu, a temperatura jest związana z ruchem tych cząsteczek. Przywołana teoria pozwala wyjaśnić wiele zjawisk – nie tylko w sposób jakościowy, lecz także ilościowy, tzn. w postaci zależności opisanych za pomocą wzorów.

Bezwzględna skala temperatury

Ze szkoły podstawowej wiesz, że im wyższa temperatura, tym szybciej poruszają się cząsteczki – i odwrotnie, im niższa temperatura, tym cząsteczki poruszają się wolniej. Wobec tego temperatura nie może być dowolnie niska. Przy pewnej jej wartości cząsteczki w ogóle przestałyby się poruszać. Taką temperaturę nazywamy **zerem bezwzględnym**.

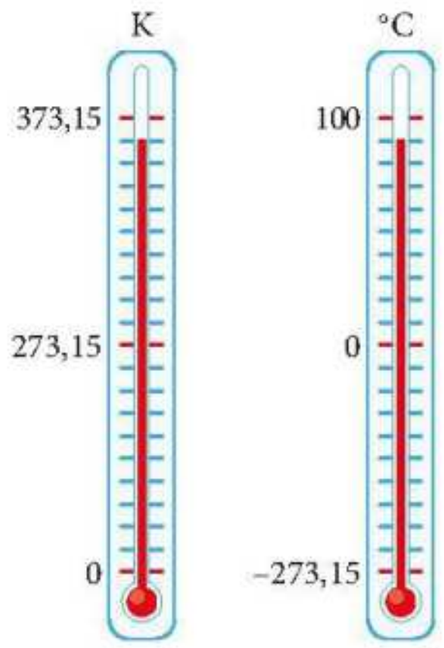
Zero bezwzględne pozwala zdefiniować bezwzględną skalę temperatur, używaną w badaniach naukowych. Zero w tej skali to właśnie zero bezwzględne, dlatego temperatura w skali bezwzględnej jest zawsze nieujemna. Jednostka tej skali, **kelwin**, odpowiada takiej samej różnicy temperatur jak używany w codziennym życiu jeden stopień Celsjusza. Zero bezwzględne to –273,15°C, więc:

$$0\ \mathrm{K} = -273{,}15^\circ\mathrm{C} \qquad 0^\circ\mathrm{C} = 273{,}15\ \mathrm{K}$$

Temperatury w skali bezwzględnej i w skali Celsjusza, oznaczane w poniższych wzorach odpowiednio przez T_K i T_C, łączy zatem zależność:

$$T_K = 273{,}15 + T_C$$

a w przybliżeniu: $T_K \approx 273 + T_C$ (patrz rys. 7.34).



Rys. 7.34. Porównanie skal temperatur: Kelvina i Celsjusza

W naszych rozważaniach i zadaniach będziemy zawsze używali przybliżonej wartości: 0 K to ok. –273°C.
Temperatury zera bezwzględnego nie można uzyskać, można się jednak do niej bardzo zbliżyć. Do 2018 r. najniższa uzyskana w laboratorium temperatura to zaledwie 0,1 nK, czyli 10^{-10} K (patrz infografika poniżej).

Temperatura a energia kinetyczna

Zależność między temperaturą a ruchem cząsteczek możemy sformułować następująco:

> Temperatura ciała jest proporcjonalna do średniej energii kinetycznej ruchu postępowego pojedynczej cząsteczki tego ciała.

Fizyka wokół nas

Temperatury we Wszechświecie

W przyrodzie występują temperatury od ok. 0 K do ponad 10^{10} K. Człowiek może żyć wyłącznie w wąskim zakresie temperatur powietrza od ok. 250 K do ok. 320 K. Natomiast temperatura jego ciała może się zmieniać zaledwie o kilka kelwinów.

Najniższa temperatura uzyskana w laboratorium

Skraplanie helu

Średnia temperatura na Ziemi

Średnia temperatura na najdalszej planecie Układu Słonecznego – Neptunie

Zero bezwzględne

0 10^{-10} 4,2 59 288

Temperatura

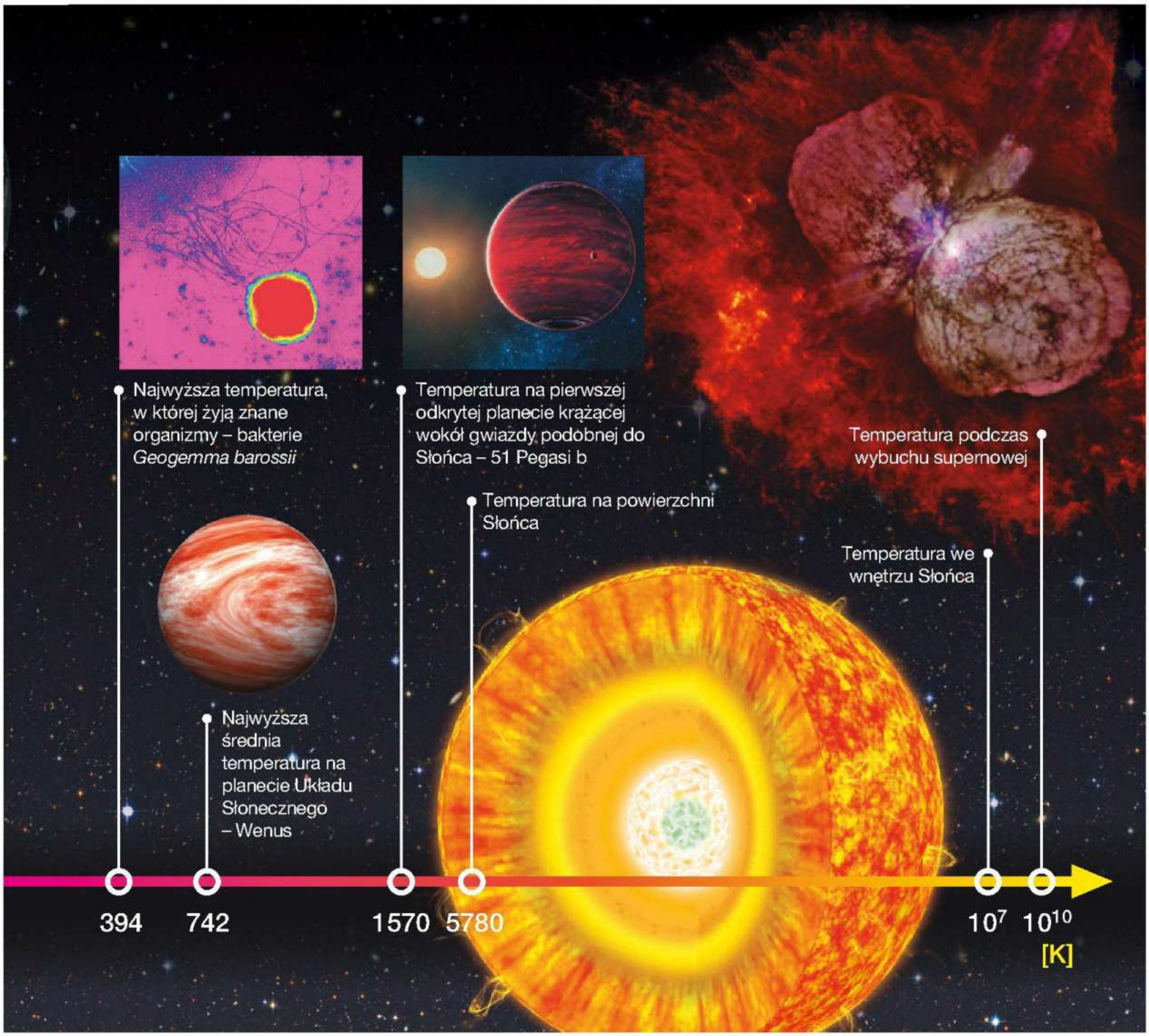
Mówimy o **średniej energii** tego ruchu, gdyż energia kinetyczna ruchu postępowego poszczególnych cząsteczek ciała może być bardzo różna, a w przypadku danej cząsteczki zmienia się w czasie.
Związek między energią kinetyczną a temperaturą można zapisać jako:

$$E_{\text{k śr}} = \frac{3}{2}kT$$

Współczynnik proporcjonalności między temperaturą a średnią energią kinetyczną ruchu postępowego cząsteczki wynosi $\frac{3}{2}k$, gdzie:

$$k = 1{,}38065 \cdot 10^{-23}\,\frac{\text{J}}{\text{K}}$$

jest uniwersalną stałą przyrody, którą nazywamy **stałą Boltzmanna** (czyt. bolcmana).



Przez **średnią prędkość** rozumiemy w tym przypadku prędkość odpowiadającą średniej energii kinetycznej:
$E_{k\,śr} = \frac{1}{2}mv^2_{śr}$

Uwaga. W dalszych rozważaniach zamiast pojęcia średniej energii kinetycznej ruchu postępowego cząsteczki będziemy używać krótszego sformułowania: energia kinetyczna cząsteczki. Natomiast przez prędkość cząsteczki będziemy rozumieć jej prędkość w układzie odniesienia takim, że ciało, w którego skład ona wchodzi, spoczywa.

Można powiedzieć, że dla cząsteczek tej samej substancji chemicznej wyższa temperatura odpowiada większej średniej prędkości ruchu cząsteczek. Inaczej dzieje się w przypadku cząsteczek o różnych masach. Na przykład w powietrzu w temperaturze 25°C cząsteczki tlenu O_2 poruszają się ze średnią prędkością 482 $\frac{m}{s}$, a cząsteczki azotu N_2 ze średnią prędkością 515 $\frac{m}{s}$. Tym różnym średnim prędkościom odpowiada jednak ta sama średnia energia kinetyczna, gdyż cząsteczka tlenu ma nieco większą masę niż cząsteczka azotu.

Energia wewnętrzna

Rys. 7.35. Temperatura wody w szklankach jest taka sama, ale w każdej szklance woda ma inną energię wewnętrzną

Ze szkoły podstawowej znasz pojęcie energii wewnętrznej ciała, zwanej też jego energią cieplną (lub termiczną). Gdy zwiększamy temperaturę ciała, zwiększa się także jego energia wewnętrzna. Między tymi pojęciami zachodzą jednak dwie zasadnicze różnice:

- temperatura jest związana ze średnią energią kinetyczną przypadającą na jedną cząsteczkę, a energia wewnętrzna jest łączną energią wszystkich cząsteczek wchodzących w skład ciała (rys. 7.35),
- temperatura jest związana wyłącznie z energią kinetyczną ruchu postępowego, a na energię wewnętrzną składają się zarówno energia kinetyczna (ruchu postępowego i obrotowego cząsteczek), jak i energia potencjalna oddziaływań między cząsteczkami.

Druga z wymienionych różnic staje się mniej istotna, gdy mówimy o rozrzedzonym jednoatomowym gazie, w którym cząsteczki praktycznie ze sobą nie oddziałują. Jest natomiast bardzo widoczna w przypadku topnienia lodu. Dostarczana energia zmienia się wtedy w energię wewnętrzną, nie powoduje jednak wzrostu temperatury. Powoduje jedynie zerwanie wiązań między cząsteczkami lodu.

Rys. 7.36. Dyfuzja polega na przemieszczaniu się cząsteczek z obszaru o większym stężeniu cząsteczek do obszaru o ich mniejszym stężeniu aż do wyrównania stężeń

Dyfuzja

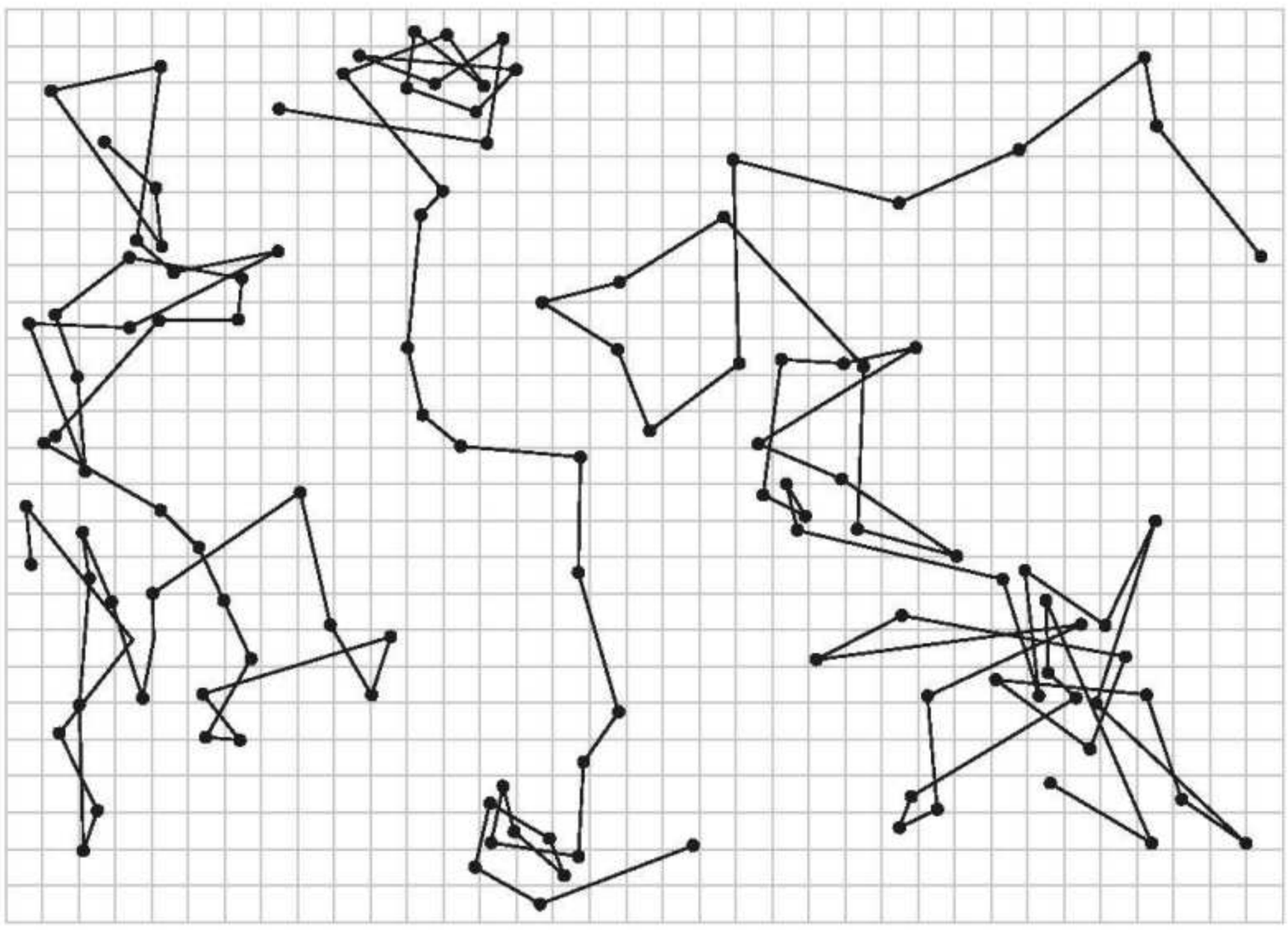
Do zjawisk, które można wyjaśnić za pomocą teorii kinetyczno-molekularnej, należy dyfuzja. Polega ona na samorzutnym mieszaniu się dwóch substancji, czyli wyrównywaniu ich stężeń (rys. 7.36). Zgodnie z teorią kinetyczno-molekularną jest wynikiem nieustannego, chaotycznego ruchu cząsteczek. W gazach trudno na co dzień bezpośrednio zaobserwować samą dyfuzję, gdyż mieszanie się substancji może następować

na skutek wielu innych przyczyn, m.in. konwekcji, ruchu powietrza wywołanego przeciągiem.
Dyfuzja zachodzi również w cieczach, a nawet w ciałach stałych, choć w tym przypadku jest to zjawisko bardzo powolne (patrz rys. 7.37).

Rys. 7.37. Dyfuzja zachodzi także w ciałach stałych. W ciągu kilku lat część atomów złota przemieściła się do ołowiu i na odwrót

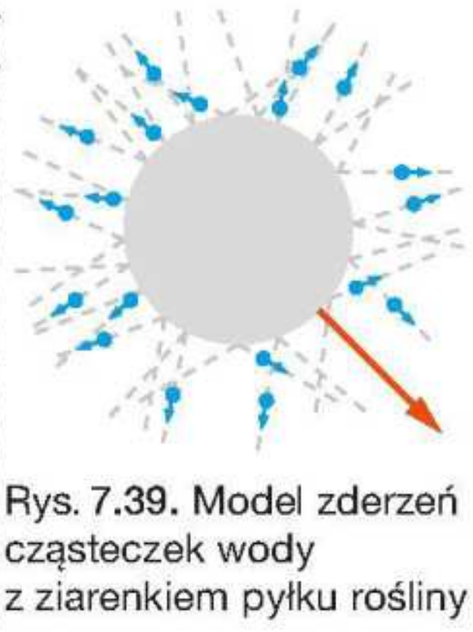
Ruchy Browna

Ruchy Browna (czyt. brałna) to zjawisko, którego wyjaśnienie ostatecznie potwierdziło słuszność teorii kinetyczno-molekularnej. Robert Brown – ich odkrywca – był botanikiem, a nie fizykiem i swojego odkrycia dokonał przypadkiem podczas badania pod mikroskopem pyłków roślin. Jak wiesz z lekcji biologii, preparat mikroskopowy wykonuje się zwykle, umieszczając obserwowany obiekt w wodzie. W 1827 r. Brown zauważył, że zanurzone w wodzie pyłki roślin są w ciągłym chaotycznym ruchu (rys. 7.38). Pół wieku później polski fizyk Łukasz Bodaszewski odkrył analogiczne zjawisko dla gazów.



Rys. 7.38. Położenia cząstki pyłku w wodzie mierzone w równych odstępach czasu. Linia łącząca kolejne punkty nie jest torem ruchu pyłku, ułatwia jedynie odnalezienie jego kolejnego położenia. Zderzenia z cząsteczkami następują tak szybko, a przebyta między nimi droga jest tak mała, że rzeczywisty rysunek toru ruchu pyłku wyglądałby nie jak linia łamana, ale jak krzywa

Dopiero jednak w 1905 r., czyli 78 lat po dokonaniu odkrycia przez Browna, zaobserwowane przez niego zjawisko wyjaśnili niezależnie od siebie dwaj uczeni: Albert Einstein i Marian Smoluchowski. Stwierdzili oni, że ruchy Browna są wynikiem przypadkowych uderzeń cząsteczek cieczy lub gazu w zanurzony w nich obiekt, taki jak pyłek roślinny,



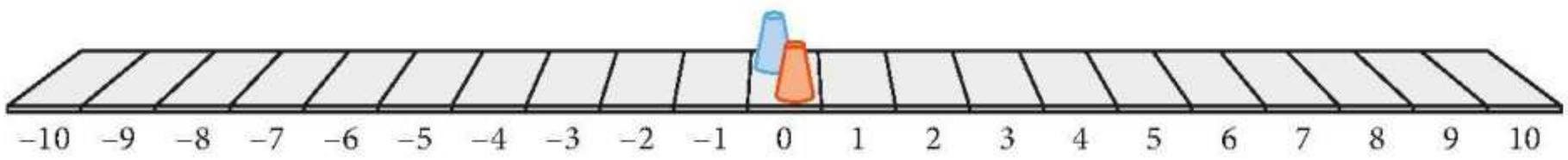
Rys. 7.39. Model zderzeń cząsteczek wody z ziarenkiem pyłku rośliny

maleńka cząstka kurzu itp. (rys. 7.39). Jest on zawsze bardzo mały z naszego punktu widzenia, ale znacznie większy od cząsteczek cieczy lub gazu. Chociaż przeciętnie w taki obiekt cząsteczki uderzają ze wszystkich stron, czasami zdarzają się **fluktuacje** – z jednej strony uderza więcej cząsteczek niż z drugiej lub cząsteczki te mają różne prędkości. W efekcie obiekt zaczyna się poruszać.

Na czym polegało odkrycie Smoluchowskiego i Einsteina

Choć wskazanie ruchu cząsteczek jako przyczyny ruchów Browna wydaje się oczywiste, można próbować podważyć słuszność takiego wyjaśnienia. Obliczenia wykazują, że fluktuacje uderzeń w obiekt są bardzo małe. Spodziewano się, że mogą one co najwyżej powodować minimalne zmiany położenia ciała, po których wracałoby ono do położenia początkowego. Jak jednak pokazały wyniki badań Einsteina i Smoluchowskiego, XIX-wieczni uczeni nie mieli w tej kwestii racji.

Spróbujemy to wyjaśnić za pomocą prostej gry planszowej. Gracze stawiają pionki na polu oznaczonym cyfrą zero na planszy pokazanej na rysunku 7.40 i rzucają na zmianę monetą. Jeśli wypadnie orzeł – gracz przesuwa swój pionek o jedno pole w prawo, a jeśli reszka – o jedno pole w lewo. Kto wypadnie z planszy z lewej strony, ten odpada, a kto z prawej – wygrywa.



Rys. 7.40. Plansza do gry ilustrującej ruchy Browna

Opisana gra to jednowymiarowy schemat ruchów Browna, a losowe przesuwanie pionka w prawo lub w lewo odpowiada przesuwaniu obiektu, np. pyłku, w prawo lub w lewo na skutek fluktuacji.

Wydawać by się mogło, że skoro wyrzucenie orła i reszki jest tak samo prawdopodobne, to pionki będą poruszać się stale w tę i z powrotem w okolicach zera, a rozgrywka nigdy się nie skończy. Jeśli jednak gracze rzucą monetą dostateczną liczbę razy, okaże się, że zwycięzca zostanie w końcu wyłoniony.

Aby się upewnić, że wynik nie jest przypadkowy, możesz przeprowadzić symulację kilku rozgrywek. Zamiast rzucać monetą, użyj arkusza kalkulacyjnego. Pozwoli to wykonać nawet tysiąc wirtualnych losowań.

Z ruchami Browna jest podobnie jak z naszą grą. Średnio z każdej strony w pyłek uderza tyle samo cząsteczek. Jednak w bardzo krótkim przedziale czasu liczba zderzeń z jednej strony może być większa niż z drugiej – to powoduje powstawanie siły wypadkowej, która nie jest

W programie Excel funkcja LOS.ZAKR(0;1) zwraca losowo 0 lub 1. Jaką formułę trzeba napisać, aby zwracała losowo −1 lub 1?

równoważona przez inne siły i wprawia cząsteczkę pyłku w ruch. Choć przesunięcie pyłku w lewo i w prawo jest tak samo prawdopodobne, z czasem jednak zmieni on położenie względem położenia początkowego. Gdybyśmy obliczyli średnie przesunięcie po pewnym czasie dla wielu cząstek pyłku, byłoby ono równe zeru (przesunięcia w różne strony by się równoważyły). Jednak pojedynczy obiekt stopniowo oddala się od swojego początkowego położenia.

To właśnie za pomocą obliczeń wykazali Einstein i Smoluchowski. Wyniki ich prac teoretycznych pokryły się z przeprowadzonymi później eksperymentami. Zgodność z doświadczeniem była potwierdzeniem poprawności ich teorii, a także ostatecznym dowodem na istnienie cząsteczek, w które na początku XX w. wątpiło jeszcze wielu uczonych.

Po tej lekcji powinieneś

- znać podstawy kinetyczno-molekularnej teorii budowy materii;
- stosować jednostki temperatury: kelwiny i stopnie Celsjusza, oraz posługiwać się zależnością zachodzącą między nimi;
- wyjaśniać, od czego zależy energia wewnętrzna i jaki ma związek z temperaturą;
- stosować wzór na średnią energię kinetyczną cząsteczek;
- omawiać zjawisko dyfuzji;
- wyjaśniać, na czym polegają ruchy Browna.

Pytania i zadania ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

Przykład

Myśliwiec MIG-29 osiąga prędkość $v = 2400\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Oblicz, przy jakiej temperaturze cząsteczki azotu w powietrzu poruszają się z taką prędkością. Wynik podaj w kelwinach i w stopniach Celsjusza. Masę cząsteczki oblicz na podstawie układu okresowego.

Rozwiązanie

Najpierw obliczamy masę cząsteczki azotu. Z układu okresowego odczytujemy liczbę masową azotu (14) i mnożymy przez 2 (cząsteczka azotu jest dwuatomowa). Otrzymujemy:

$$m = 28\ \text{u}$$

gdzie $1\ \text{u} = 1{,}66054 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}$ jest jednostką masy atomowej. Zatem masa cząsteczki azotu jest równa:

$$m = 4{,}65 \cdot 10^{-26}\ \text{kg}$$

Przeliczmy wartość prędkości na jednostki podstawowe układu SI:

$$v = 2400\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \approx 667\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Energia kinetyczna cząsteczki azotu poruszającej się z prędkością $v = 667\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ wynosi:

$$E_{\text{k}} = \frac{1}{2}mv^2$$

$$E_{\text{k}} = \frac{1}{2} \cdot 4{,}65 \cdot 10^{-26}\ \text{kg} \cdot (667\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}})^2 \approx 1{,}03 \cdot 10^{-20}\ \text{J}$$

Ze wzoru $E_{\text{k śr}} = \frac{3}{2}kT$ wyznaczamy T:

$$T = \frac{2}{3}\frac{E_{\text{k śr}}}{k}$$

Po podstawieniu wartości liczbowych (do obliczeń przyjmiemy $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \frac{\text{J}}{\text{K}}$):

$$T \approx 498\ \text{K}$$

Odpowiedź: Szukana temperatura wynosi 498 K, czyli $T_C = 225°\text{C}$.

1. Pod ciśnieniem normalnym najniższą temperaturę wrzenia ma hel. Wynosi ona 4 K. Wyraź tę temperaturę w stopniach Celsjusza.

2. Oblicz średnią prędkość cząsteczek tlenu w powietrzu o temperaturze 0°C.

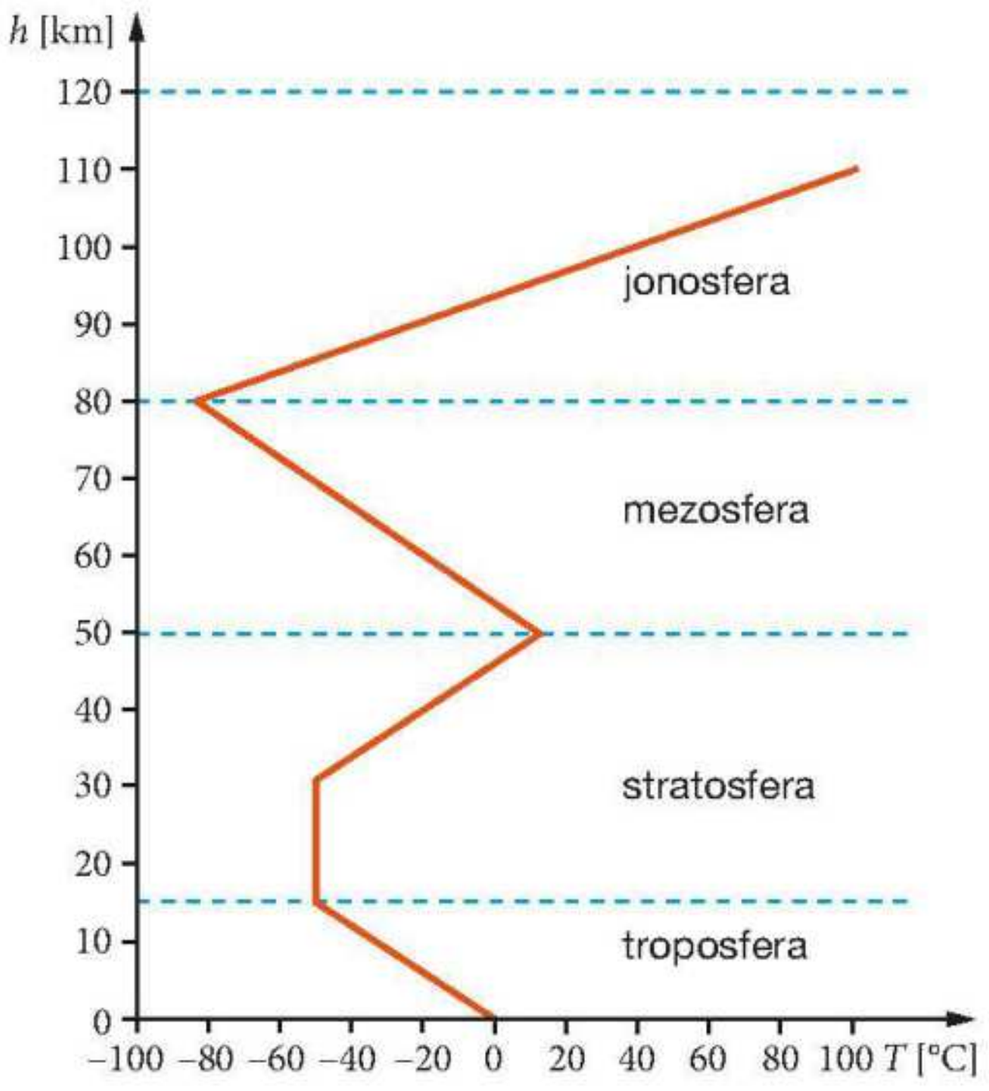
3. Oblicz temperaturę powietrza atmosferycznego na wysokości, na której znajdują się korytarze powietrzne pasażerskich samolotów odrzutowych, czyli ok. 10 km nad ziemią. Cząsteczki azotu poruszają się tam ze średnią prędkością $443\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

4. Zapoznaj się z symulacją ruchów Browna zamieszczoną na stronie *Galileo and Einstein* (adres strony znajduje się na s. 286 i pod kodem QR).

Naciśnij „Start" i przez dwie minuty obserwuj animację. Następnie ją zatrzymaj, skopiuj obraz toru cząstki i naciśnij „Clear". Wykonaj te czynności pięć razy, a potem wydrukuj powstałe pięć ilustracji. Przeanalizuj je – czym się różnią, a co mają wspólnego.

5. Temperatura w atmosferze Ziemi zmienia się wraz z wysokością w sposób pokazany na wykresie. Na wysokości 110 km wynosi 100°C. Jednak jeśli napełnimy słoik do połowy wodą i zakręcimy, a następnie umieścimy na wysokości 110 km, to woda się nie zagotuje. Dlaczego?

Wskazówka. Zastanów się, jakie procesy mogą prowadzić do wzrostu energii.



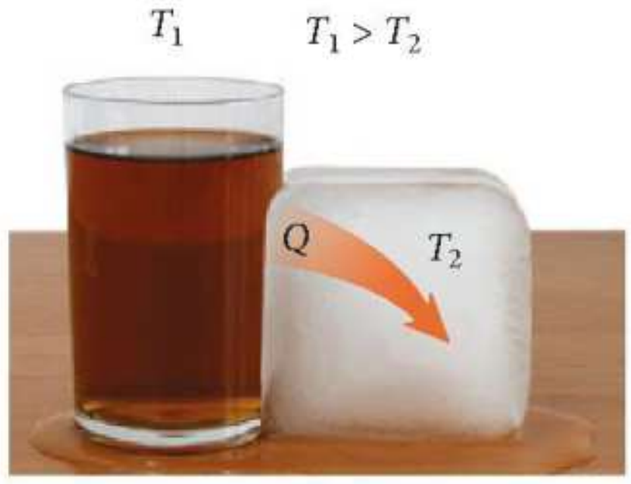
7.5. Ciepło

Przypomnij sobie

- Przekaz energii wywołany różnicą temperatur nazywamy przepływem ciepła.
- Formy przepływu ciepła to: przewodnictwo cieplne, konwekcja i promieniowanie.
- Ilość energii potrzebnej do ogrzania ciała obliczamy na podstawie jego ciepła właściwego.

Wyrównywanie się temperatur

Ze szkoły podstawowej i codziennego doświadczenia wiesz, że ciepło przepływa z ciał o wyższej temperaturze do ciał o niższej temperaturze (rys. 7.41). Zbadajmy teraz to zjawisko doświadczalnie.



Rys. 7.41. Napój i lód mają różne temperatury. Różnica temperatur powoduje przepływ ciepła Q od napoju do lodu

Doświadczenie 6 – obowiązkowe

Badanie procesu wyrównywania się temperatury ciał

1. Przygotuj dwa naczynia: garnek oraz metalowy kubek, a także stoper i termometr oraz elektroniczną wagę kuchenną.

   Uwaga. Jeśli nie masz termometru laboratoryjnego – patrz ramka na s. 9.
2. Zważ każde z naczyń. Nalej do garnka zimnej wody z kranu, a do kubka – cieplejszej (ale nie gorącej) wody. Zważ naczynia z wodą.
3. Wstaw kubek do garnka i zmierz temperaturę wody w każdym z naczyń. Powtarzaj pomiary co minutę albo dwie. W czasie pomiędzy pomiarami przykryj naczynia np. kawałkiem styropianu albo kopertą bąbelkową.
4. Wykonaj wykres przedstawiający zmiany temperatury w każdym z naczyń.

Analiza wyników doświadczenia 6.

W naszym doświadczeniu użyliśmy stalowego garnka i aluminiowego kubka. Masy naczyń i wody przedstawia tabela 7.2.

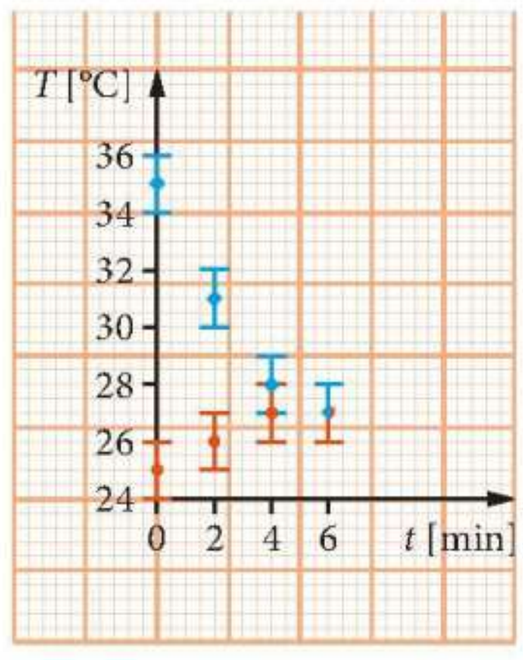
Tabela 7.2. Masy zmierzone w doświadczeniu 6.

	Pusty garnek	Garnek z wodą	Woda w garnku	Pusty kubek	Kubek z wodą	Woda w kubku
Masa [g]	526	1425	899	81	305	224

Temperaturę w obu naczyniach mierzyliśmy co dwie minuty. Wyniki są przedstawione w tabeli 7.3 i jako punkty pomiarowe wraz z niepewnościami zaznaczone w układzie współrzędnych $T(t)$ (rys. 7.42).

Tabela 7.3. Wyniki pomiaru temperatury z doświadczenia 6.

Czas [min]		0	2	4	6
Temperatura wody [°C]	w garnku	25	26	27	27
	w kubku	35	31	28	27



Rys. 7.42. Punkty pomiarowe wraz z niepewnością pomiaru T

$\frac{899\,g}{224\,g} \approx 4,\ \frac{8°C}{2°C} = 4$

Jak widać, temperatura wody w kubku spadała, a temperatura wody w garnku rosła, aż do wyrównania się temperatur. Zauważmy, że woda w garnku ogrzała się tylko o 2°C, podczas gdy woda w kubku ochłodziła się aż o 8°C. Zmiana temperatury wody w kubku była więc 4 razy większa. Jednak w garnku znajdowała się woda o 4 razy większej masie.

Przepływ ciepła

Jak wyjaśnić zjawisko wyrównywania temperatur? Po zetknięciu się dwóch ciał o różnych temperaturach ich cząsteczki zderzają się ze sobą. Ponieważ cząsteczki ciała o wyższej temperaturze poruszają się na ogół szybciej, w większości takich zderzeń energia jest przekazywana z ciała cieplejszego do zimniejszego. Jak wiesz, taki sposób przekazywania energii nazywamy **przewodnictwem cieplnym**. Przewodnictwo cieplne jest jedną z form **przepływu ciepła** (ramka na s. 44).

> Przepływem ciepła między dwoma ciałami nazywamy przekaz energii wewnętrznej wywołany różnicą temperatur tych ciał. Energię przekazaną w ten sposób nazywamy także ciepłem i oznaczamy symbolem Q.

Ponieważ przepływ ciepła to jeden ze sposobów przekazywania energii, ciepło mierzymy w jednostkach energii, dżulach (J).

W miarę wyrównywania się temperatur ciał przepływ ciepła jest coraz wolniejszy, aż w końcu ustaje. Mówimy wówczas, że ciała znajdują się w stanie **równowagi termodynamicznej**.

Już wiesz, że energia może być przekazywana między ciałami bezpośrednio. Oprócz tego sposobu istnieją także mechanizmy takie jak konwekcja i promieniowanie (patrz ramka na s. 44). Mimo że opierają się one na zupełnie innych zjawiskach fizycznych, wszystkie mają cechę wspólną: przepływ energii wynika z różnicy temperatury ciał i trwa aż do osiągnięcia równowagi termodynamicznej.

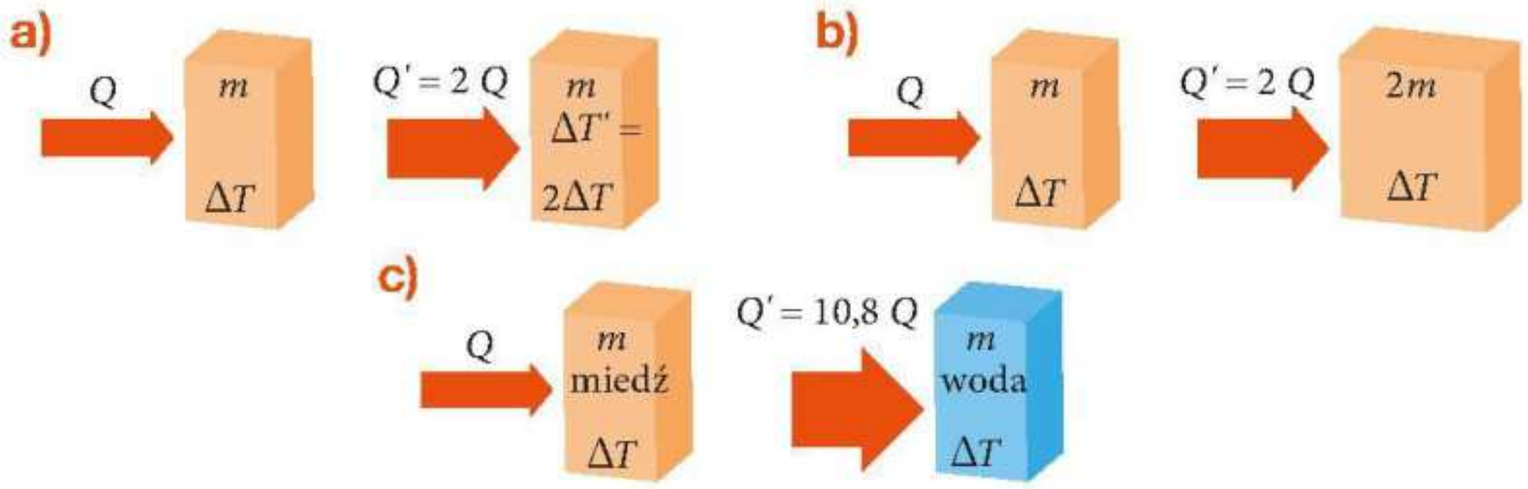
Ta ostatnia właściwość odróżnia ciepło od innego znanego ci sposobu przekazywania energii, jakim jest **praca**. Łatwo zauważyć, że praca nie ma związku z różnicą temperatur. Siłą swoich mięśni możesz poruszyć zarówno kawałek lodu, jak i kubek gorącej herbaty. W pierwszym przypadku przekazujesz energię ciału o temperaturze niższej niż temperatura twojej dłoni, a w drugim – ciału o temperaturze wyższej.

Praca, cz. I s. 188

Ciepło właściwe

Z codziennego doświadczenia wiemy, że aby spowodować wzrost temperatury ciała, trzeba dostarczyć do niego energię. Jednak do wywołania takiego samego przyrostu temperatury może być potrzebna większa lub

mniejsza ilość energii (rys. 7.43). Zależy to od masy ciała – im jest ona większa, tym więcej energii trzeba dostarczyć, aby je ogrzać. Zdarza się też jednak, że mimo dostarczenia identycznej ilości energii do ciał o takiej samej masie wzrost ich temperatury jest różny. Zależy on bowiem również od substancji, z jakiej jest wykonane ogrzewane ciało.



Rys. 7.43. Ilość ciepła potrzebna do zmiany temperatury zależy od: a) wielkości zmiany temperatury, b) ilości substancji, c) jej rodzaju

> Ciepło właściwe c_w substancji to wielkość równa liczbowo energii, jaką trzeba dostarczyć 1 kg tej substancji, aby podgrzać ją o 1 K.

Energia potrzebna do zmiany temperatury jest proporcjonalna zarówno do masy ciała m, jak i do zmiany temperatury ΔT, co jest zgodne ze wzorem znanym ci już ze szkoły podstawowej

$$E = mc_w\Delta T$$

gdzie: E – energia potrzebna do zmiany temperatury ciała o ΔT, m – masa ciała, c_w – ciepło właściwe ciała.

Na uzyskaną zmianę temperatury ciała nie ma wpływu to, czy energia została dostarczona przez przepływ ciepła z gorętszego ciała, czy też w postaci pracy (jak np. w czasie rozgrzewania się klocków hamulcowych na skutek tarcia). Ostatni wzór może więc w zależności od zjawiska, które opisujemy, przyjąć formę:

$$Q = mc_w\Delta T \quad \text{albo} \quad W = mc_w\Delta T$$

Powyższa zależność to ogólny zapis prostego rozumowania: jeśli do podgrzania 1 kg substancji o 1 K potrzebuję pewnej energii, to do podgrzania 2 kg tej substancji o 5 K potrzebuję $2 \cdot 5 = 10$ razy więcej energii.

> Jednostką ciepła właściwego jest $\frac{J}{kg \cdot K}$. Ponieważ różnica 1 K odpowiada różnicy 1°C, jednostkę ciepła właściwego zapisujemy także jako $\frac{J}{kg \cdot °C}$.

Przykłady ciepła właściwego dla różnych substancji podano w tabeli 7.4. Zgodnie z zasadą zachowania energii ciało w czasie obniżania temperatury oddaje energię, której ilość również można obliczyć z powyższego wzoru.

Tabela 7.4. Ciepło właściwe

Substancja	c_w $\left[\frac{J}{kg \cdot K}\right]$
Gazy*	
Azot	1040
Powietrze	1008
Tlen	918
Wodór	14 303
Ciecze	
Benzyna	2100
Olej lniany	1840
Woda	4200
Ciała stałe	
Aluminium	903
Bazalt	900
Ciało człowieka	3500
Lód	2100
Miedź	385
Miedzionikiel MN25	376
Mosiądz	380
Ołów	128
Stal	460
Styropian	1200
Szkło termometryczne	840
Złoto	129
Żelazo	450

* ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu

Formy przekazywania ciepła

Przewodnictwo cieplne to przepływ ciepła między ciałami stykającymi się bezpośrednio albo przez rozdzielającą je substancję, np. z płomienia do wody przez ścianki garnka. Przyczyną tego zjawiska są zderzenia między cząsteczkami stykających się ciał.

Szybkość przepływu ciepła zależy od substancji rozdzielającej ciała. Garnki czy kaloryfery są metalowe, gdyż metale są dobrymi przewodnikami ciepła. Natomiast uchwyty naczyń stawianych na kuchence, ciepłe ubrania czy izolacja budynku mieszkalnego są wykonane z substancji bardzo słabo przewodzących ciepło.

Konwekcja to przekaz ciepła następujący dzięki makroskopowemu ruchowi cieczy lub gazu (tzn. ruchowi większych mas, a nie pojedynczych cząsteczek). Podczas podgrzewania substancji zwykle zwiększa się jej objętość, a co za tym idzie – zmniejsza gęstość. Dlatego ciepła woda w garnku się unosi, a na jej miejsce przepływa zimna. Dzięki temu w całej swojej objętości woda ma bardziej wyrównaną temperaturę.

Bez konwekcji mogłoby się zdarzyć, że na dnie garnka woda już by wrzała, a blisko powierzchni pozostawałaby chłodna.
Konwekcja występuje także w znacznie większej skali – w oceanach i atmosferze, a także w gwiazdach (m.in. przy powierzchni Słońca).

Promieniowanie cieplne polega na wysyłaniu oraz pochłanianiu przez ciała fal elektromagnetycznych.

Promieniowanie takie wysyłają i pochłaniają wszystkie ciała. Jednak kiedy naprzeciwko siebie umieszczamy ciało cieplejsze (np. rozgrzany gaz wewnątrz płomienia) i chłodniejsze (np. dłoń), znacznie więcej energii przepływa z ciała cieplejszego do chłodniejszego niż na odwrót, gdyż ilość energii emitowana w postaci promieniowania bardzo szybko rośnie z temperaturą.

Promieniowanie cieplne to jedyny sposób przepływu ciepła przez próżnię, a więc np. ze Słońca na Ziemię.

Wyznaczanie ciepła właściwego cieczy

Wykonajmy doświadczenie pokazujące jeden ze sposobów wyznaczania ciepła właściwego cieczy. Użyjemy do tego celu wody.

Doświadczenie 7

1. Nalej do czajnika elektrycznego odmierzoną ilość zimnej wody, np. 1 litr, czyli 1 kg.
2. Włącz czajnik na ok. 10 s. Wyłącz go i przez chwilę mieszaj wodę.
3. Zmierz temperaturę wody w czajniku.
4. Włącz czajnik na 40 s. Wyłącz go, poczekaj chwilę, zamieszaj wodę termometrem i ponownie odczytaj jej temperaturę.
5. Na podstawie wyników swoich pomiarów oblicz ciepło właściwe wody.

Przyczyny niepewności pomiarowych

Jednym ze źródeł niepewności pomiarowych w tym doświadczeniu jest błąd systematyczny wynikający z różnicy między mocą grzałki czajnika podaną na tabliczce znamionowej a jego rzeczywistą mocą. Możesz go wyeliminować poprzez zastosowanie przyrządu do pomiaru mocy urządzenia elektrycznego (jak na zdjęciu do doświadczenia). Jeżeli ponadto uwzględnisz wyniki pomiarów z doświadczeń, które przeprowadzili inni uczniowie przy użyciu różnych czajników elektrycznych, błąd ten zostanie zniwelowany w jeszcze większym stopniu.

Niestety nie wyeliminujemy w ten sposób błędów wywołanych przez straty ciepła (oprócz wody ogrzewa się też otoczenie). Aby ograniczyć takie błędy, kończyliśmy ogrzewanie wody przy stosunkowo niskiej temperaturze. Dzięki temu różnica temperatury między wodą a otoczeniem była mniejsza, zatem przepływ ciepła z wody do otoczenia – wolniejszy. Jednak gdyby ogrzewanie trwało zbyt krótko, przyrost temperatury byłby niewielki, a przez to obarczony dużą niepewnością względną.
Kolejną przyczyną niepewności pomiaru jest fakt, że część energii służy do podgrzania grzałki czajnika, a nie wody. Aby zmniejszyć wpływ tego zjawiska, przed pomiarem rozgrzewaliśmy grzałkę przez 10 s.

Rys. 7.44. Ciepło właściwe wody ma ogromne znaczenie dla życia na Ziemi. Dzięki temu, że jest ono duże, zmiana temperatury w morzach i oceanach zachodzi powoli, co znacząco wpływa na klimat

Wartość energetyczna paliw

W energię wewnętrzną mogą się zmienić różne rodzaje energii. Na co dzień bardzo często podgrzewamy wodę na kuchence gazowej albo elektrycznej. W przypadku prądu elektrycznego dostarczoną energię najczęściej obliczamy na podstawie napięcia, natężenia prądu oraz czasu podgrzewania (wrócimy do tego zagadnienia w trzeciej części podręcznika). Natomiast w przypadku spalania gazu lub innych paliw do obliczeń możemy wykorzystać **wartość energetyczną** paliwa, inaczej zwaną **wartością opałową**.

> Wartość opałowa (energetyczna) paliwa określa, jakiej energii dostarcza jednostka masy danego paliwa podczas spalania.

Wartość opałową będziemy oznaczać symbolem Q_w. Jej jednostką jest dżul na kilogram $\left(\frac{J}{kg}\right)$, choć w przypadku paliw gazowych wartość opałową określa się często dla objętości gazu i podaje w dżulach na metr sześcienny $\left(\frac{J}{m^3}\right)$.

Uwaga. Ciepło spalania to całkowita energia wyzwalana podczas spalania paliwa. Jeśli w paliwie jest zawarty wodór, to w procesie spalania łączy się on z tlenem i powstaje para wodna. Ciepło spalania uwzględnia energię, którą można by uzyskać ze skroplenia pary. Wartość opałowa nie uwzględnia tej energii (w praktyce zwykle nie umiemy jej odzyskać).

Wartość energetyczna żywności

Odżywianie człowieka i innych zwierząt polega na spalaniu pokarmów, czyli ich utlenianiu, tyle że w sposób stopniowy i bez płomienia.

> Wartość energetyczna żywności to energia dostarczana organizmowi przez pożywienie w przeliczeniu na jednostkę masy.

W układzie SI jednostką wartości energetycznej jest $\frac{J}{kg}$, jednak na opakowaniach produktów spożywczych podaje się ją zwykle w przeliczeniu na 100 g (patrz rys. 7.45). Z kolei energię wyraża się tradycyjnie w pozaukładowej jednostce, jaką jest kilokaloria:

$$1\ \text{kcal} = 4186\ \text{J} \approx 4200\ \text{J}$$

Rys. 7.45. Wartości energetyczne podane na etykiecie

Ta jednostka pochodzi z czasów, gdy nie znano jeszcze natury zjawisk cieplnych. Uważano, że ciepło to wielkość zupełnie inna niż energia, znana już wtedy z mechaniki, nic więc dziwnego, że wyrażano je w innych jednostkach. Kalorię określono jako ilość ciepła potrzebną do ogrzania 1 g wody o 1°C, a kilokalorię – jako ilość ciepła potrzebną do ogrzania 1 kg wody o 1°C. Właśnie dlatego przelicznik między kilokaloriami a dżulami jest liczbowo równy ciepłu właściwemu wody.

Wiele osób nazywa kilokalorie w skrócie kaloriami, choć nie jest to poprawne.

Po tej lekcji powinieneś

- wyjaśniać pojęcie przepływu ciepła i omawiać formy przekazywania ciepła;
- stosować pojęcie ciepła właściwego do rozwiązywania zadań;
- wyznaczać doświadczalnie ciepło właściwe cieczy;
- posługiwać się wartością energetyczną paliw i żywności.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

Przykład

Stalowy garnek o masie 600 g ma temperaturę 90°C. Ile wody o temperaturze 10°C należy do niego wlać, aby ochłodzić go do temperatury 25°C? Pomiń wymianę ciepła z otoczeniem.

Rozwiązanie

Z warunków zadania wynika, że ciepło oddane przez garnek jest równe ciepłu pobranemu przez wodę. Chcemy, aby garnek ochłodził się od 90°C do 25°C, a więc powinien on oddać ciepło:

$$Q = m_g c_g \Delta T_g$$

gdzie: $m_g = 600\ \text{g} = 0{,}6\ \text{kg}$ – masa garnka, c_g – ciepło właściwe stali, z której wykonano garnek, ΔT_g – zmiana temperatury garnka.

Po podstawieniu danych liczbowych (w tym odczytanej z tablic wartości $c_g = 460\ \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot °\text{C}}$ oraz zmiany temperatury $\Delta T_g = 90°\text{C} - 25°\text{C} = 65°\text{C}$) otrzymujemy:

$$Q = 17\,940\ \text{J}$$

Takie ciepło ma oddać garnek i takie samo ciepło ma pobrać woda:

$$Q = m_w c_w \Delta T_w$$

gdzie: m_w – szukana masa wody, c_w – ciepło właściwe wody, ΔT_w – zmiana temperatury wody.

Stąd otrzymujemy zależność:

$$m_w = \frac{Q}{c_w \Delta T_w}$$

Zauważmy, że końcowa temperatura wody jest taka sama jak końcowa temperatura garnka, czyli wynosi 25°C. Tak więc $\Delta T_w = 25°\text{C} - 10°\text{C} = 15°\text{C}$. Ciepło właściwe wody odczytujemy z tablic: $c_w = 4200\ \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot °\text{C}}$. Po podstawieniu otrzymujemy:

$$m_w \approx 0{,}28\ \text{kg} = 280\ \text{g}$$

Odpowiedź: Do garnka należy wlać 280 g wody.

Uwaga. Zwróć uwagę, że chociaż zmiana temperatury garnka jest ponadczterokrotnie większa od zmiany temperatury wody, to masa wody i tak jest ponad dwa razy mniejsza od masy garnka. Dzieje się tak dlatego, że woda ma znacznie większe ciepło właściwe niż stal.

Zadania s. 48

Pytania i zadania

1. Oblicz, o ile wzrosłaby temperatura człowieka o masie 60 kg po zjedzeniu kubeczka jogurtu o wartości odżywczej 250 kcal przy założeniu, że jogurt ten został wykorzystany w całości do zmiany temperatury ciała tego człowieka. Czy otrzymany wynik jest realny? Uzasadnij odpowiedź. Ciepło właściwe ciała człowieka podano w tabeli na s. 43.

2. Oblicz, ile ciepła należy dostarczyć, aby podgrzać 1 kg wody w miedzianym garnku o masie 0,65 kg od 20°C do temperatury wrzenia.

3. Oblicz, ile gazu ziemnego trzeba spalić, aby zagotować 3 l wody w stalowym garnku o masie 800 g. Początkowa temperatura wody i garnka to 20°C. Przyjmij, że na ogrzewanie otoczenia (poza wodą i garnkiem) zużywa się 20% energii ze spalania gazu. Wartość opałowa gazu wynosi 34 $\frac{\text{MJ}}{\text{m}^3}$.

4. Zużycie energii podczas biegu szacuje się na 1 kcal na 1 km i na 1 kg masy ciała biegacza. Na przykład osoba o masie 70 kg na przebiegnięcie 5 km zużywa 350 kcal. Oblicz, ile kilometrów musi przebiec osoba o masie 60 kg, aby spalić energię zawartą w paczce czipsów o masie 150 g. Jakich danych brakuje w tym zadaniu? Znajdź je samodzielnie.

5. Przeczytaj opis doświadczenia i wykonaj polecenia.

Do wyznaczenia ciepła właściwego stopu, z którego wykonywane są monety 1-złotowe, uczniowie użyli 10 takich monet i styropianowego kubka z przykrywką ze styropianu (patrz zdjęcie). Moneta 1-złotowa ma masę 5 g i jest wykonana z miedzioniklu MN25. Monety ogrzano w gorącej wodzie. W naczyniu z monetami ustaliła się temperatura 76°C. Następnie do styropianowego kubka nalano 100 ml wody o temperaturze 19,5°C. Ogrzane monety wrzucono do kubka i szczelnie go zamknięto. Po zakończeniu procesu wymiany ciepła w kubku ostatecznie ustaliła się temperatura 22°C. Do pomiaru temperatury użyto termometru laboratoryjnego wyskalowanego co 1°C, natomiast wodę odmierzono z dokładnością do 1 ml.

a) Oblicz ciepło właściwe miedzioniklu na podstawie danych otrzymanych przez uczniów w powyższym doświadczeniu. Pomiń straty ciepła.

b) Odszukaj w tabeli 7.4 na s. 43 wartość ciepła właściwego miedzioniklu MN25 i sprawdź, czy mieści się ona w granicach niepewności pomiarowej wartości wyznaczonej w punkcie a).

c) Oceń, która z wyznaczanych wielkości była obarczona największą niepewnością.

7.6. Przemiany fazowe

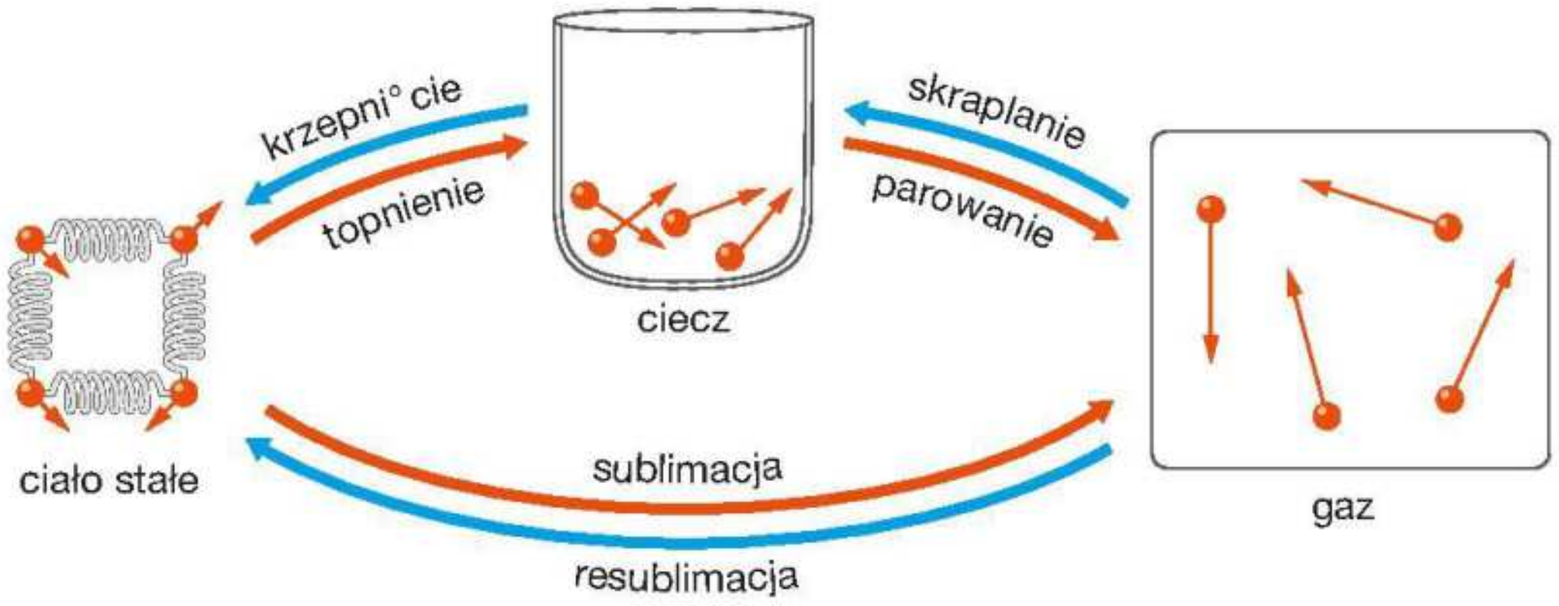
Przypomnij sobie

- Substancje mogą występować w różnych stanach skupienia: stałym, ciekłym i gazowym.
- Zmiana stanu skupienia wymaga dostarczenia lub odebrania energii.
- Ciśnienie określa siłę działającą na jednostkę powierzchni.

Jednym ze skutecznych sposobów ochłodzenia się jest polanie ciała wodą (rys. 7.46). Woda, aby wyparować, musi pobrać pewną ilość ciepła z otoczenia, czyli w tym przypadku – z naszego ciała. Kiedy z kolei chcemy ochłodzić napój, wrzucamy do niego kostkę lodu. Samo podgrzanie tak niewielkiej masy jak kostka lodu nie mogłoby spowodować znaczącego ochłodzenia napoju, ale topnienie lodu wymaga większej energii, którą lód musi pobrać z cieczy.

Stan skupienia jest także nazywany fazą, dlatego zamiast o zmianach stanów skupienia możemy mówić o przemianach fazowych. Omówmy takie przemiany (rys. 7.47) i towarzyszące im zjawiska cieplne.

Rys. 7.46. Woda paruje i pobiera ciepło z naszego ciała, co powoduje jego ochładzanie



Rys. 7.47. Zmiany stanów skupienia (przemiany fazowe)

Badanie topnienia lodu

Zbadajmy przemianę fazową znaną z życia codziennego – topnienie lodu.

Doświadczenie 8 – obowiązkowe

Pomiar temperatury podczas przemiany fazowej

1. Przygotuj: kostki lodu (20 sztuk), woreczek foliowy, tłuczek do mięsa, deskę do krojenia, kubek, termometr.
2. Włóż kostki lodu do woreczka i rozbij je tłuczkiem na desce, aż lód stanie się miękką masą.
3. Wrzuć potłuczony lód do kubka i nalej trochę wody. Wymieszaj. Zanurz termometr i obserwuj jego wskazania w miarę topnienia lodu, tzn. dopóki w kubku znajdują się zarówno woda, jak i lód.

Łatwo zauważyć, że w czasie topnienia temperatura wody z lodem się nie zmienia. Warto podkreślić, że zarówno lód, jak i woda mają w tym

czasie jednakową temperaturę: 0°C. Gdyby kubek był całkowicie izolowany od otoczenia, to ani lód by nie topniał, ani woda nie zamarzała (czyli nie krzepła).

> W temperaturze topnienia dwie fazy tej samej substancji znajdują się w równowadze. Jeśli nie dostarczamy ani nie odbieramy ciepła, nie zachodzi przemiana fazowa.

Rys. 7.48. W wiosenny dzień temperatura powietrza jest dodatnia, ale temperatura topniejącego śniegu ciągle wynosi 0°C

Ponieważ jednak w naszym doświadczeniu do badanego układu dopływało ciepło z otoczenia, lód topniał. Gdyby doświadczenie odbywało się na dworze w mroźny dzień, ciepło odpływałoby do otoczenia i woda stopniowo by krzepła. Również w takim przypadku temperatura byłaby stale równa 0°C aż do zamiany całej ciekłej wody w lód.

> Krzepnięcie zachodzi w tej samej temperaturze co topnienie, dlatego tę temperaturę możemy nazywać zarówno temperaturą topnienia, jak i temperaturą krzepnięcia. Inny jest tylko kierunek przepływu energii.

Jeśli mówimy potocznie, że woda zamarza, gdy temperatura jest ujemna, a lód topnieje, gdy jest ona dodatnia, to chodzi nam o temperaturę **otoczenia**, a nie samej wody albo lodu (rys. 7.48).

Mikroskopowy mechanizm topnienia

Przyjrzyjmy się topnieniu lodu z mikroskopowego punktu widzenia.
W ciele stałym cząsteczki znajdują się w określonych położeniach. Im wyższa jest temperatura, tym szybciej cząsteczki drgają wokół swoich położeń równowagi. Po osiągnięciu temperatury topnienia zaczynają się odrywać od siatki krystalicznej i lód topnieje.
Dalsze dostarczanie energii nie powoduje zwiększania temperatury lodu, a jedynie jego topnienie. Stopienie pewnej porcji lodu oznacza skokowe zwiększenie jego energii wewnętrznej. Ponieważ jednak nie możemy w krótkim czasie dostarczyć tak dużej energii, aby cały lód stopniał, topnienie obejmuje stopniowo kolejne cząsteczki. Dopiero gdy cały lód zamieni się w wodę, jej temperatura zacznie rosnąć.

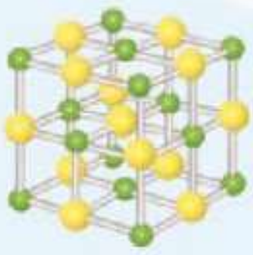
Ciała krystaliczne a ciała bezpostaciowe

Sposób, w jaki zachodzą przemiany fazowe, zależy od budowy ciał. Do tej pory rozważaliśmy przykład lodu. Podobnie do niego zachowują się wszystkie **kryształy**, czyli ciała stałe, w których atomy lub cząsteczki są ułożone w pewnym porządku geometrycznym. Gdy słyszysz słowo „kryształ", prawdopodobnie pierwsze przychodzą ci na myśl minerały.

Kryształy

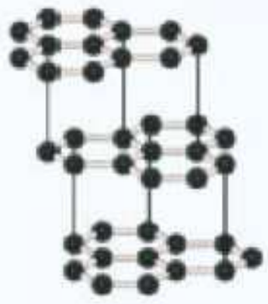
Kryształy to ciała stałe, w których atomy lub cząsteczki tworzą uporządkowany, powtarzający się wzór. Najmniejszym powtarzającym się fragmentem kryształu jest komórka elementarna.

Przykłady ciał o budowie krystalicznej

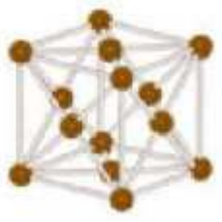


Sól kuchenna – atomy chloru i sodu w tym krysztale są ułożone naprzemiennie i tworzą regularny układ.

Kalcyt $CaCO_3$ (węglan wapnia) – minerał, którego ścianki komórek **elementarnych mają kształt rombów.**



Diament i grafit – oba kryształy są zbudowane z atomów węgla, tylko inaczej ułożonych.

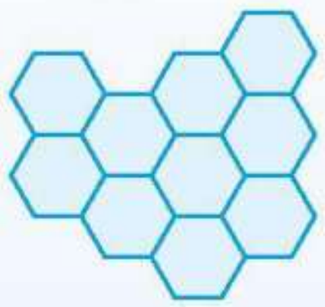


Miedź – w jej komórce elementarnej atomy układają się w rogach sześcianu, a w środku każdej ściany znajduje się dodatkowy atom.

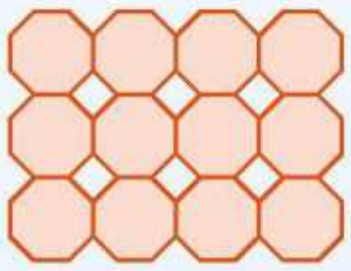
Komórki elementarne

W kryształach komórki elementarne muszą wypełniać całą przestrzeń. Wyjaśnijmy to na przykładzie dwuwymiarowym. Gdy układamy wzór z sześciokątów (1), możemy nimi zapełnić całą powierzchnię. Jeśli spróbujemy tak samo zrobić z ośmiokątami, to zostaną puste obszary (2).

1



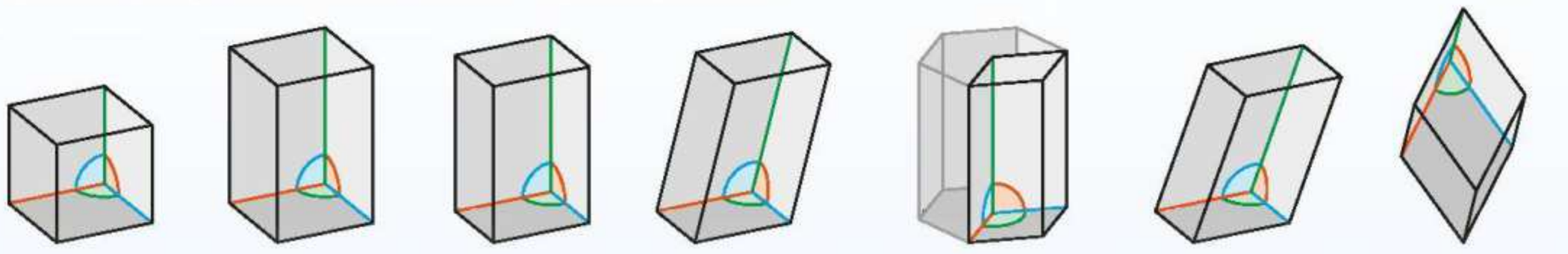
2



Układy krystalograficzne

Kryształów jest bardzo dużo, ale w każdym z nich atomy są rozmieszczone zgodnie z jednym, określonym układem krystalograficznym.

Legenda: a, b, c, α, β, γ



Regularny	Tetragonalny	Rombowy	Jednokośny	Heksagonalny	Trójkośny	Trygonalny
$a = b = c$	$a = b \neq c$	$a \neq b \neq c$	$a \neq b \neq c$	$a = b \neq c$	$a = b = c$	$a \neq b \neq c$
$\alpha = \beta = \gamma = 90°$	$\alpha = \beta = \gamma = 90°$	$\alpha = \beta = \gamma = 90°$	$\alpha = \beta = \gamma \neq 90°$	$\alpha = \beta = 90°, \gamma = 120°$	$\alpha = \beta = \gamma \neq 90°$	$\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90°$

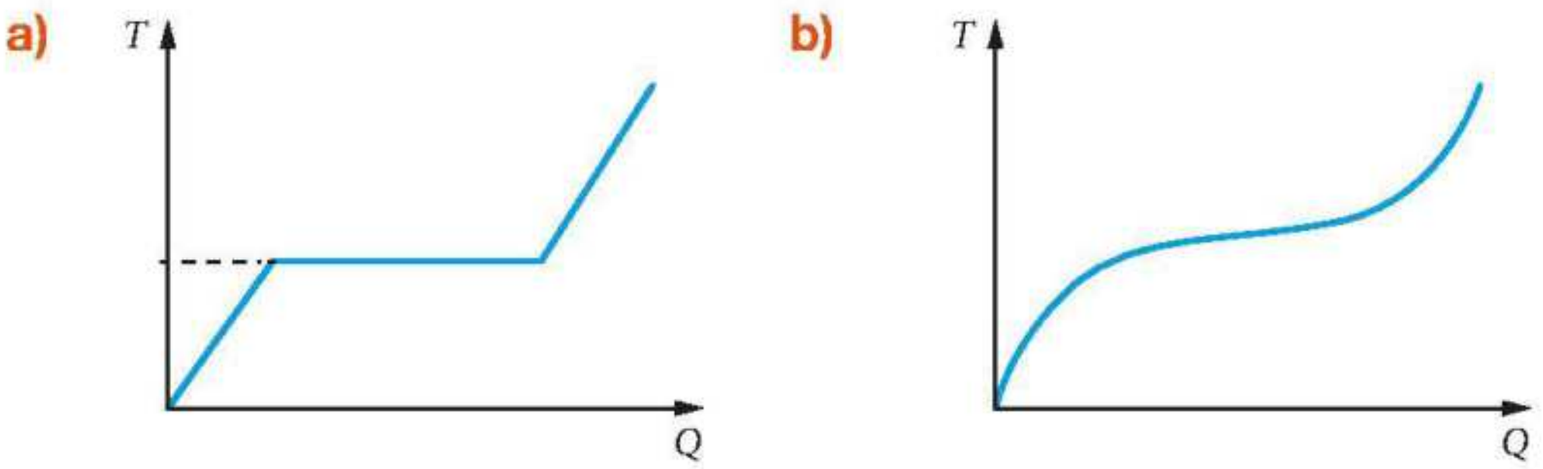
W przypadku wielu minerałów kształt, jaki spontanicznie przyjmują one przy pękaniu, jest w ogromnym powiększeniu podobny do kształtu, w jaki w tym krysztale układają się atomy. Sześcienny kształt kryształków chlorku sodu, czyli soli kuchennej, możesz łatwo zaobserwować za pomocą lupy.

Do kryształów należą również metale, choć ich krystalicznej budowy nie widać gołym okiem (patrz infografika s. 51).

Dla ciał krystalicznych temperatura przemian fazowych jest ściśle określona (patrz tabela 7.5), np. temperatura topnienia T_t lodu wynosi 0°C. W przypadku **ciał bezpostaciowych** (ciał stałych niebędących kryształami) topnienie nie przebiega w stałej temperaturze. Takie ciała stopniowo miękną i trudno stwierdzić, w którym dokładnie momencie zmieniają się w ciecz (rys. 7.49b).

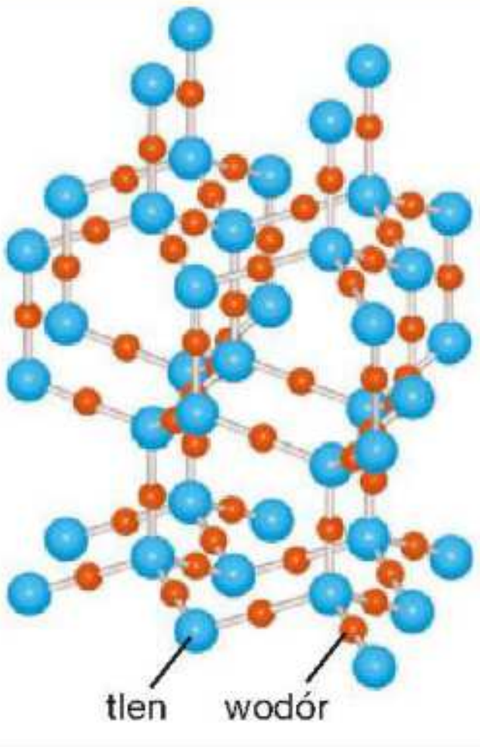
Tabela 7.5. Temperatura topnienia

Substancja	T_t [°C]
Azot	–210
Ołów	327
Rtęć	–39
Tlen	–219
Uran	1135
Woda	0
Złoto	1064



Rys. 7.49. Zmiany temperatury ciała w zależności od ilości dostarczonego ciepła dla a) kryształu, b) ciała bezpostaciowego

Przykładem ciała bezpostaciowego jest stearyna, z której wyrabia się świece. Innym przykładem jest szkło. Również ono stopniowo mięknie przy podgrzewaniu, choć ten proces zaczyna się w znacznie wyższej temperaturze niż w przypadku stearyny. Właśnie z powodu braku struktury krystalicznej szkło pęka w nieprzewidywalny sposób. Nie ma natomiast podstaw powtarzany czasem pogląd, że szkło jest cieczą o bardzo dużej lepkości, więc szyby powoli „spływają" i po kilkuset latach stają się grubsze u dołu.



A to ciekawe

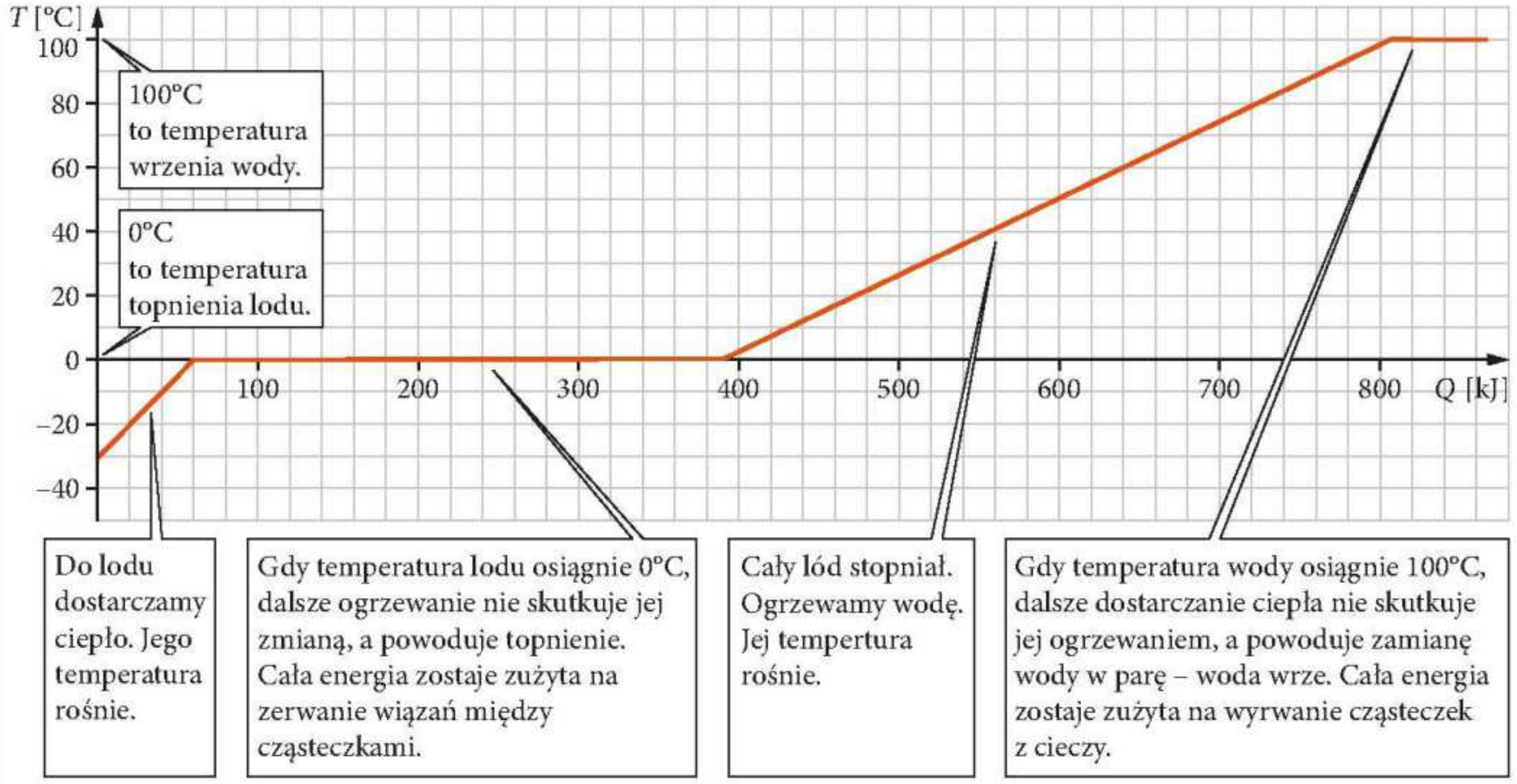
W temperaturze –4°C pod ciśnieniem atmosferycznym woda ma postać ciała stałego – lodu. Ułożenie atomów w lodzie przedstawiono na ilustracji obok. Jeśli jednak zwiększymy kilka tysięcy razy ciśnienie, to uporządkowanie atomów w krysztale lodu się zmieni.

Na Ziemi lód w takiej postaci nie występuje naturalnie, ale prawdopodobnie można go znaleźć we wnętrzu księżyców lodowych, takich jak satelita Jowisza – Ganimedes.

Łącznie znamy kilkanaście odmian krystalicznych lodu o różnych właściwościach fizycznych. Każda z nich jest uważana za osobną fazę, a przemiana jednej odmiany lodu w drugą jest przemianą fazową, która może wymagać dostarczenia lub odebrania ciepła.

Przemiany fazowe

Nie w każdym przypadku dostarczanie ciepła powoduje wzrost temperatury ciała. W czasie topnienia oraz wrzenia cała dostarczana energia jest zużywana na zmianę stanu skupienia substancji. Na wykresie przedstawiono zmiany temperatury 1 kg lodu (a następnie wody i pary wodnej) w zależności od dostarczonego ciepła. Dla innych ciał o budowie krystalicznej wykresy mają analogiczny kształt, zmieniają się tylko konkretne wartości temperatury i ciepła. Poniższy rysunek dotyczy przemian pod ciśnieniem atmosferycznym.



Ciepło przemiany fazowej

Do stopienia 2 kg lodu o temperaturze 0°C potrzeba dwa razy więcej energii niż do stopienia 1 kg lodu w tej samej temperaturze. Oznacza to, że aby obliczyć energię potrzebną do stopienia substancji, musimy jej masę m pomnożyć przez wielkość określającą energię potrzebną do stopienia 1 kg tej substancji. Wielkość równą liczbowo takiej porcji energii nazywamy **ciepłem topnienia**.

> Ciepło topnienia L_t to wielkość równa liczbowo energii potrzebnej do stopienia 1 kg substancji w temperaturze topnienia.

Ilość ciepła Q potrzebnego do stopienia ciała możemy zapisać:

$$Q = mL_t$$

gdzie m – masa substancji.

Zgodnie z tą definicją jednostką ciepła topnienia jest $\frac{J}{kg}$. Przykładowe wartości ciepła topnienia podano w tabeli 7.6.

Tabela 7.6. Ciepło topnienia

Substancja	$L_t \left[\frac{kJ}{kg}\right]$
Lód	334
Ołów	24,5
Rtęć	11,8
Tlen	13,8
Złoto	64,5

Tabela 7.7. Ciepło parowania

Substancja	$L_p\left[\frac{kJ}{kg}\right]$
Ołów	871
Rtęć	272
Tlen	213
Woda	2256
Złoto	1578

Z zasady zachowania energii wynika, że krzepnąca ciecz oddaje tyle samo energii, ile zostało zużyte do jej stopienia.
Analogicznie do ciepła topnienia możemy określić **ciepło parowania**.

> Ciepło parowania L_p to wielkość równa liczbowo energii potrzebnej do odparowania 1 kg substancji:
>
> $$Q = mL_p$$

Ciepło parowania **zależy od temperatury**. W wyższej temperaturze energia cząsteczek jest większa, więc aby wyrwać je z cieczy, wystarczy im dostarczyć mniej energii. Tak więc ciepło parowania w wyższej temperaturze jest mniejsze.

Rys. 7.50. Dwutlenek węgla w stanie stałym, zwany suchym lodem, nie topnieje, ale zmienia się bezpośrednio w gaz – sublimuje

Gdy mówimy o cieple parowania, a nie określamy temperatury, to znaczy, że chodzi nam o ciepło parowania dla temperatury wrzenia. Tę wielkość przedstawiono dla kilku substancji w tabeli 7.7. Zwróć uwagę, że w temperaturze pokojowej niektóre z nich są ciałami stałymi, a inne cieczami lub gazami. Tak więc ich wrzenie odbywa się w bardzo różnych temperaturach. Zgodnie z zasadą zachowania energii substancja w stanie gazowym podczas skraplania oddaje energię pobraną przy parowaniu. Jeśli chcemy obliczyć tę energię, również korzystamy z ciepła parowania.

Zarówno ciepło parowania, jak i ciepło topnienia to przykłady **ciepła przemiany fazowej**. Analogicznie możemy określić ciepło innych przemian fazowych, np. sublimacji (rys. 7.50).
W celu wyznaczenia ciepła parowania wody wykonaj doświadczenie.

Doświadczenie 9

1. Przygotuj wagę kuchenną o dokładności do 1 g, porcelanowy lub szklany kubek oraz grzałkę elektryczną o znanej mocy (zwykle moc urządzenia jest podawana na obudowie, możesz też skorzystać z przyrządu do pomiaru mocy, patrz s. 45).
2. Włóż grzałkę do kubka i nalej do niego tyle wody, aby grzałka była zakryta, ale kubek nie był pełny, a woda nie rozchlapywała się w czasie wrzenia.
3. Postaw kubek z wodą i grzałką na wadze, a następnie włącz grzałkę.
4. Gdy woda zacznie wrzeć, odczytuj co 30 s wskazania wagi. Wyłącz grzałkę, zanim jej spiralna część zacznie wystawać z wody.
5. Zaznacz wyniki swoich pomiarów w układzie współrzędnych, w którym na osi poziomej jest masa odparowanej wody, a na pionowej – dostarczona energia. Wyznacz niepewności pomiarowe i uwzględnij je na wykresie.
6. Dopasuj prostą do punktów pomiarowych i wyznacz jej współczynnik kierunkowy. Jest on równy ciepłu parowania wody.

Parowanie powierzchniowe a wrzenie

Jak wiesz, woda paruje nieustannie, nawet gdy jest zimna. To zjawisko można łatwo wyjaśnić. Pamiętamy, że temperatura jest związana ze

średnią energią kinetyczną cząsteczek. Choć w przypadku chłodnej wody ta średnia jest stosunkowo niewielka, to zawsze znajdą się cząsteczki o energii zarówno mniejszej, jak i większej od średniej. Te ostatnie mogą mieć energię wystarczającą do pokonania siły przyciągania pochodzącej od innych cząsteczek i wyrwania się z cieczy.

Do takiego wyrwania się może dojść jedynie wtedy, gdy cząsteczka znajduje się blisko powierzchni wody. Mówimy wówczas o parowaniu powierzchniowym. Jest to zgodne z codziennymi obserwacjami. Taka sama ilość wody wyparuje szybciej, gdy jest rozlana na dużej powierzchni (więcej cząsteczek znajduje się blisko powierzchni). Na przykład głębokie kałuże schną dłużej niż chodniki i jezdnie.

W miarę wzrostu temperatury coraz więcej cząsteczek ma duże prędkości, dlatego parowanie powierzchniowe zachodzi coraz szybciej, aż w pewnej temperaturze (na ogół 100°C) woda zaczyna parować nie jedynie na powierzchni, ale w całej swojej objętości. Odparowane cząsteczki, które znajdują się daleko od powierzchni cieczy, zbierają się w pęcherzyki, unoszące się ku górze – woda wrze.

> Wrzenie to parowanie cieczy w całej jej objętości. Odbywa się ono w stałej temperaturze.

W czasie wrzenia cała dostarczana energia jest zużywana na zmianę stanu skupienia. Dla różnych cieczy wrzenie przebiega podobnie, choć temperatura wrzenia jest inna (tabela 7.8).

Tabela 7.8. Temperatura wrzenia

Substancja	T_w [°C]
Azot	–196
Tlen	–183
Woda	100
Rtęć	357
Ołów	1756
Złoto	2800
Uran	3900

Gdzie zaczyna się przemiana

Parowanie wody podczas wrzenia zachodzi stopniowo. Dlaczego jednak w parę zmienia się najpierw akurat ta porcja wody, a nie inna? Dlaczego pęcherzyk pary we wrzącej wodzie pojawia się właśnie w tym, a nie jakimś innym miejscu?

Okazuje się, że do zapoczątkowania przemiany jest potrzebna nierówność naczynia, pyłek kurzu albo niejednorodność gęstości samej wody. Czystą wodę w gładkim garnku można podgrzać nawet o kilkadziesiąt stopni powyżej temperatury wrzenia. Mówimy wówczas, że woda jest **przegrzana**.

W warunkach domowych przegrzanie wody może być bardzo niebezpieczne. **Nigdy nie próbuj badać go doświadczalnie.** Przegrzana woda nie różni się wyglądem od zwykłej, ciepłej wody. Wystarczy jednak trochę drobin obcego ciała, aby zapoczątkować wrzenie. Wówczas przemiana nie zachodzi już stopniowo, ponieważ do dyspozycji jest cała energia dostarczona podczas ogrzewania powyżej 100°C. Zostaje ona w ułamku sekundy zużyta na zamianę w parę dużej ilości wody, a słup wody i pary strzela z ogromnym impetem.

Rys. 7.51. Para wodna (w obszarze wskazanym strzałką) jest niewidoczna. Obłoczek, zwany potocznie parą, to mgła, czyli drobne kropelki wody

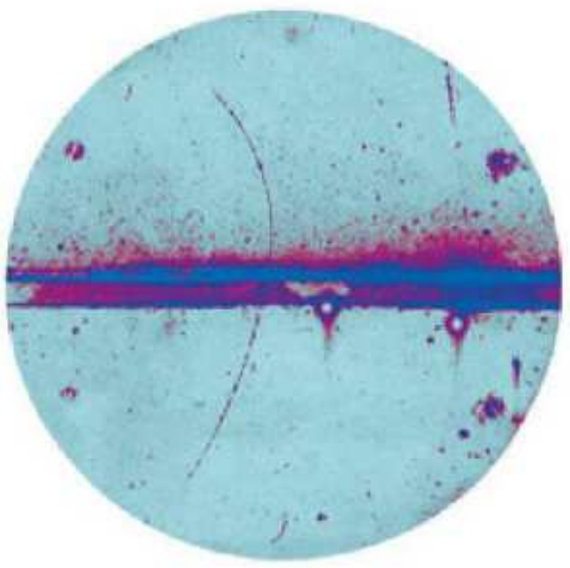
Rys. 7.52. Smugi kondensacyjne za samolotami fizycznie nie różnią się od chmur

Analogicznie jest w przypadku innych przemian fazowych, na przykład skraplania. Przypomnijmy sobie najpierw, że pary wodnej nie widać – jest przezroczysta (rys. 7.51 s. 55). Podobnie jest z chmurami, które są widoczne tylko dzięki kropelkom wody i kryształkom lodu.

Również **smuga kondensacyjna** za przelatującym samolotem (rys. 7.52) składa się z kropel wody i kryształków lodu. Od zwykłej chmury różni się jedynie kształtem i pochodzeniem.

Smuga taka powstaje, gdy przelatujący samolot pozostawia za sobą spaliny. Chociaż zawierają one parę wodną, to większa część smugi powstaje z pary naturalnie występującej w atmosferze. Na wysokości przelotowej samolotów jest jej wcześniej zbyt mało, aby zaczęła się samorzutnie skraplać, a zanieczyszczenia zawarte w spalinach oraz pyły, które już wcześniej znajdowały się w atmosferze, dodatkowo przyspieszają ten proces.

Zanim jeszcze zbudowano samoloty, fizycy wykorzystywali smugi kondensacyjne w mniejszej skali do obserwacji torów cząstek promieniowania (np. elektronów). Taka cząstka, gdy przelatuje przez **komorę mgłową**, powoduje skraplanie pary wodnej, którą jest wypełniona komora – powstaje smuga, obrazująca tor cząstki (rys. 7.53).



Rys. 7.53. Zdjęcie z komory mgłowej z 1932 r. – pierwszy dowód istnienia antymaterii

Również pęcherzyki CO_2 w napoju gazowanym powstają zwykle na nierównościach naczynia (chociaż nie jest to przemiana fazowa). Jeśli chcemy przyspieszyć ten proces, możemy wsypać do butelki jakikolwiek proszek, np. piasek, albo wrzucić porowate ciało, np. pastylkę mentosa. Wówczas gaz zaczyna się wydzielać na nierównościach ich powierzchni. Ponieważ zjawisko zostaje zapoczątkowane w wielu miejscach równocześnie, zachodzi bardzo gwałtownie.

Temperatura wrzenia wody a ciśnienie powietrza

Doświadczenie 10

1. Przygotuj strzykawkę o pojemności 20 cm^3.
2. Nabierz do strzykawki 1 cm^3 wody tak, aby nie było w niej powietrza.
3. Zaklej wylot strzykawki (tak jak w doświadczeniu 5. ze s. 19) i odciągnij tłoczek. Obserwuj, co zachodzi wewnątrz strzykawki.
4. Obetnij wylot strzykawki, aby znów stał się drożny. Co się dzieje teraz w jej wnętrzu?

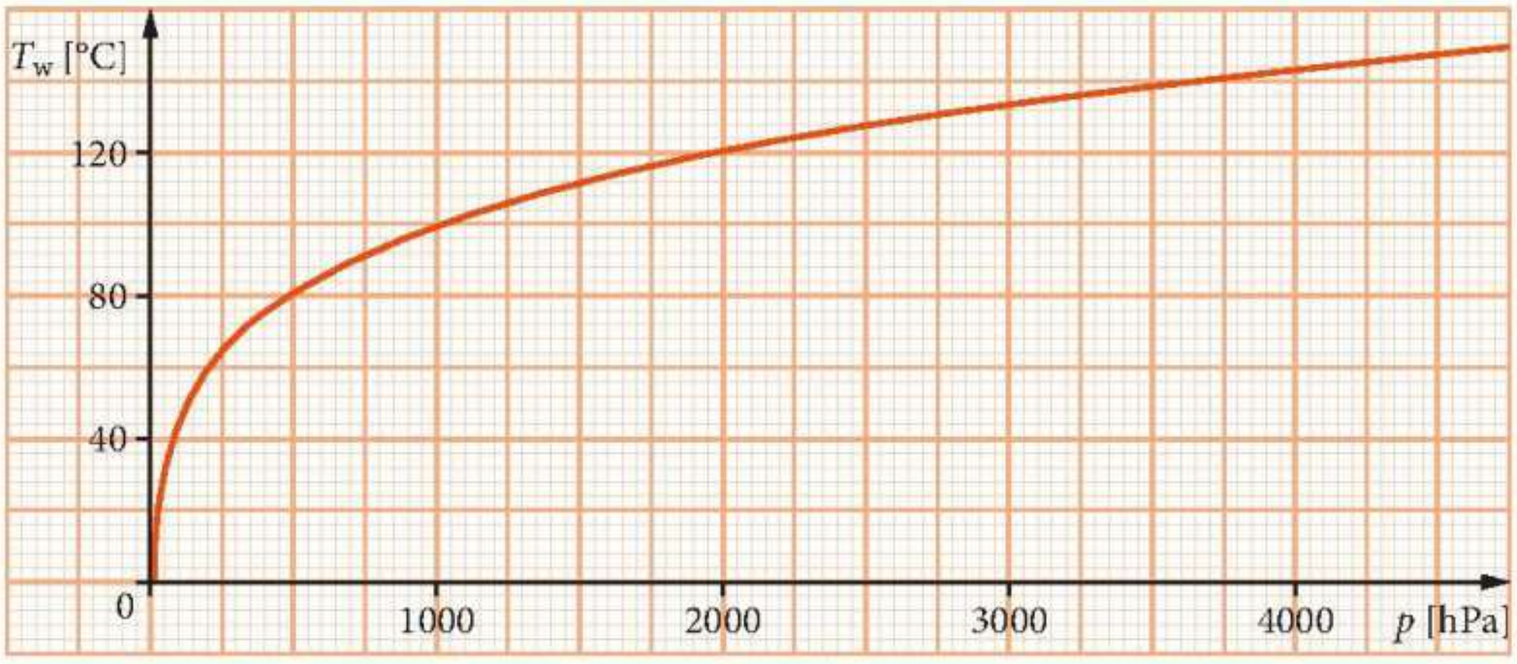
Powiedzieliśmy, że woda wrze zwykle w temperaturze 100°C. Określenie „zwykle" należy rozumieć: „pod zwykłym ciśnieniem atmosferycznym, czyli pod ciśnieniem 1013,25 hPa".

Ciśnienie atmosferyczne działa nie tylko na powierzchnię wody. Zgodnie z omówionym wcześniej prawem Pascala woda przenosi to ciśnienie w głąb swojej objętości. Ciśnienie wewnątrz wody powoduje zgniatanie powstających pęcherzyków pary. Aby mogły one powstawać, co jest warunkiem wrzenia wody, para wewnątrz pęcherzyków musi mieć na tyle

wysokie ciśnienie, aby zrównoważyć ciśnienie zewnętrzne. Do tego jest potrzebna wysoka temperatura.

Im wyższe ciśnienie atmosferyczne, tym silniejszy jest opisany efekt, a więc tym wyższa temperatura wrzenia wody. I na odwrót, gdy jest ono niższe – niższa jest również temperatura wrzenia wody. Zależność tę przedstawiono na wykresie (rys. 7.54).

Zależność temperatury wrzenia wody od ciśnienia powietrza jest wykorzystywana w praktyce w szybkowarach. Pozwala ona również wyjaśnić wybuchy gejzerów (patrz infografika na s. 73).



Rys. 7.54. Wykres zależności temperatury wrzenia wody od ciśnienia atmosferycznego

Po tej lekcji powinieneś

- wyjaśniać mechanizm przemian fazowych z mikroskopowego punktu widzenia (tj. za pomocą pojęcia cząsteczki);
- posługiwać się pojęciami: ciepło parowania i ciepło topnienia;
- odróżniać parowanie powierzchniowe od wrzenia.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

Przykład

Do szklanki zawierającej $m_w = 200$ g wody wrzucono $m_l = 40$ g lodu o temperaturze 0°C. Po dokładnym wymieszaniu zawartości szklanki okazało się, że stopniała połowa lodu i dalej lód nie topnieje. Oblicz początkową temperaturę wody. Pomiń wymianę ciepła z otoczeniem.

Rozwiązanie

Skoro lód przestał topnieć, to znaczy, że woda osiągnęła temperaturę 0°C. Stopniała połowa wrzuconego lodu, czyli taka jego część pobrała ciepło:

$$Q = \frac{1}{2} m_l L_t$$

Ciepło topnienia lodu odczytujemy z tablic, podstawiamy dane i otrzymujemy:

$$Q = \frac{1}{2} \cdot 0{,}04\ \text{kg} \cdot 334\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 6{,}7\ \text{kJ} = 6700\ \text{J}$$

Woda oddała tyle samo ciepła:

$$Q = m_w c_w \Delta T$$

i zmieniła swoją temperaturę o:

$$\Delta T = \frac{Q}{m_w c_w}$$

Po podstawieniu danych liczbowych otrzymujemy:

$$\Delta T = 8\ \mathrm{K}$$

Ponieważ obliczamy różnicę temperatur, a nie temperaturę, kelwiny możemy zastąpić stopniami Celsjusza:

$$\Delta T = 8°\mathrm{C}$$

Skoro końcowa temperatura wody wynosiła 0°C, temperatura początkowa była równa:

$$T_1 = 8°\mathrm{C}$$

Odpowiedź: Początkowa temperatura wody wynosiła 8°C.

1. Ile energii potrzeba do rozmrożenia 0,5 kg mrożonki warzywnej i doprowadzenia jej do temperatury 45°C, jeśli jej temperatura początkowa wynosiła –7°C? Przyjmij, że ciepło topnienia i ciepło właściwe mrożonki odpowiadają wartościom tych wielkości dla lodu, a ciepło właściwe rozmrożonej mrożonki jest równe ciepłu właściwemu wody.

2. Załóżmy, że taka sama ilość ciepła powoduje stopnienie próbek ołowiu i złota bez zmiany ich temperatur. Wyznacz stosunek mas tych próbek.

3. a) Ile gramów lodu o temperaturze –5°C potrzeba do schłodzenia 200 g wody od temperatury pokojowej (20°C) do temperatury 7°C?

b) Rozwiąż zadanie z punktu a), ale tym razem pomiń energię potrzebną do ogrzania lodu do 0°C. Oblicz, o ile procent uzyskany w ten sposób wynik różni się od wyniku otrzymanego w punkcie a).

4. Jednemu z autorów podręcznika zdarzyła się niebezpieczna sytuacja. Wlał on do garnka trochę wody i ogrzał ją na kuchence. Ciecz nie wrzała. Gdy jednak wsypał do niej kisiel w proszku, zaczęła wrzeć tak gwałtownie, że słup wody, pary wodnej i kisielu zalał sufit. Wyjaśnij to zjawisko. Nie próbuj samodzielnie wykonywać podobnych doświadczeń.

5. Ile energii potrzeba do stopienia bloku lodowego o rozmiarach 100 × 50 × 20 m o temperaturze –10°C? Oszacuj, w jakim czasie elektrociepłownia Siekierki (patrz zdjęcie), o mocy 2081 MW, wytwarza taką energię.

7.7. Bilans cieplny

Przypomnij sobie

- Ciepło właściwe jest liczbowo równe energii, jaką trzeba dostarczyć do 1 kg substancji, aby ogrzać ją o 1 K.
- Ciepło przemiany fazowej jest liczbowo równe energii dostarczonej lub wydzielonej podczas przemiany fazowej 1 kg substancji.

Jeśli jedyną formę przekazywania energii w układzie izolowanym stanowi przepływ ciepła, to łączne ciepło oddane przez ciała w tym układzie jest równe łącznemu ciepłu pobranemu przez ciała w tym układzie. Zestawienie ciepła pobranego przez jedno ciało i ciepła oddanego przez inne ciało nazywamy **bilansem cieplnym**. Zestawienie to wykorzystywaliśmy już podczas rozwiązywania niektórych prostych zadań na poprzedniej lekcji. Przejdźmy do przypadków bardziej skomplikowanych pod względem obliczeniowym.

Bilans cieplny – zestawienie ciepła pobranego i ciepła oddanego w układzie izolowanym.

Przykład

Do wody o $m_w = 1$ kg i temperaturze $t_1 = 20°C$ wrzucono pewną ilość lodu o temperaturze $t_2 = -10°C$. Lód stopniał, a po wyrównaniu się temperatur temperatura wody wynosiła $t_3 = 5°C$. Oblicz masę początkową lodu. Pomiń wymianę ciepła z otoczeniem.

Rozwiązanie

Woda podczas ochładzania się oddała ciepło:

$$Q = m_w c_w \Delta T_w$$

gdzie $\Delta T_w = 20°C - 5°C = 15°C$ to spadek temperatury wody.

Taka ilość ciepła spowodowała:
– podgrzanie lodu od $-10°C$ do $0°C$,
– stopienie lodu,
– podgrzanie powstałej wody od $0°C$ do $5°C$.

Łącznie lód i powstała z niego woda pobrały ciepło:

$$Q = m_l c_l \Delta T_1 + m_l L_t + m_l c_w \Delta T_2$$

gdzie:
m_l – masa lodu, c_l – ciepło właściwe lodu,
L_t – ciepło topnienia lodu,
$\Delta T_1 = 0°C - (-10°C) = 10°C$ – przyrost temperatury lodu od $-10°C$ do $0°C$,
$\Delta T_2 = 5°C - 0°C = 5°C$ – przyrost temperatury wody powstałej z lodu.

To pobrane ciepło jest równe ciepłu oddanemu przez wodę, możemy więc zapisać równanie bilansu cieplnego:

$$m_w c_w \Delta T_w = m_l c_l \Delta T_1 + m_l L_t + m_l c_w \Delta T_2$$

Z tego wzoru wyznaczamy szukaną przez nas masę lodu

$$m_l = \frac{m_w c_w \Delta T_w}{c_l \Delta T_1 + L_t + c_w \Delta T_2}$$

Po podstawieniu wartości liczbowych (stałe c_w, c_l i L_t odczytujemy z tablic) otrzymujemy:

$$m_l = 0{,}168 \text{ kg} = 168 \text{ g}$$

Odpowiedź: Początkowa masa lodu wynosiła 168 g.

Zastosowanie bilansu cieplnego

Umiejętność sporządzania bilansu cieplnego jest przydatna nie tylko przy rozwiązywaniu zadań rachunkowych, lecz także do opracowywania wyników doświadczeń.

Doświadczenie 11 – obowiązkowe

Wykorzystanie bilansu cieplnego

a)

b)

c)

1. Przygotuj wagę pozwalającą na pomiar masy z dokładnością co najmniej do 0,1 g, porcelanowy lub papierowy kubek, dużą stalową nakrętkę, termometr, kombinerki. Potrzebny będzie także dostęp do palnika lub kuchenki gazowej.
2. Zważ nakrętkę. Nalej do kubka zimną wodę o znanej masie (możesz odmierzyć wodę strzykawką albo zważyć kubek przed nalaniem wody i po nim). Zważ razem: kubek z wodą, nakrętkę (nie wkładaj jej przy tym do kubka) oraz termometr.
3. Zmierz temperaturę wody.
4. Złap nakrętkę kombinerkami i z zachowaniem środków ostrożności ogrzewaj ją w płomieniu gazowym przez ok. minutę (rys. a).
5. Wrzuć rozgrzaną nakrętkę do kubka z wodą (rys. b). Zamieszaj wodę termometrem (rys. c) i odczytaj temperaturę wody po podgrzaniu.
6. Zważ ponownie razem: kubek z wodą, nakrętkę oraz termometr. O ile zmniejszyła się masa tego układu? Dlaczego się zmniejszyła?
7. Za pomocą bilansu cieplnego wyznacz temperaturę rozgrzanej nakrętki przed wrzuceniem do wody.

Uwaga. Zwróć uwagę nie tylko na podgrzanie wody, lecz także na jej parowanie. Możesz natomiast pominąć pochłanianie ciepła przez kubek – jego ciepło właściwe i masa są niewielkie, a przy tym nie zdąży się on ogrzać tak jak woda.

Analiza wyników doświadczenia 11.

Do wykonania doświadczenia użyliśmy wagi elektronicznej o dokładności 0,01 g i termometru o dokładności 1°C. W analizie będziemy się posługiwać niepewnościami maksymalnymi. Za naczynie służył nam papierowy kubek.

Pomiary

Uzyskaliśmy następujące wyniki pomiarów mas:

pusty kubek: $m_k = 41{,}85$ g

kubek z wodą: $m_{kw} = 174{,}41$ g

stalowa nakrętka: $m_n = 28{,}12$ g

kubek z wodą razem z termometrem i nakrętką:

na początku: $m_{up} = 209{,}62$ g

na końcu (rys. 7.55): $m_{uk} = 209{,}45$ g

Rys. 7.55. Końcowy pomiar masy z dośw. 11.

Na początku cały układ (kubek z wodą, termometr i nakrętkę) zważyliśmy bez wkładania nakrętki do wody, aby przy wyjmowaniu nakrętki nie usunąć części wody.

Początkowa temperatura wody wynosiła: $T_1 = 26°C$

Do wody wrzuciliśmy stalową nakrętkę rozgrzaną w płomieniu gazowego palnika. Mieszaliśmy delikatnie wodę termometrem. Słupek cieczy w termometrze doszedł do wartości: $T_2 = 32°C$

Odpowiadało to sytuacji, gdy temperatury wody i nakrętki się wyrównały. Później woda zaczęła stygnąć z powodu strat energii (parowania i ogrzewania powietrza).

Tabela 7.9

Dane z pomiarów	
Pusty kubek	41,85 g
Kubek z wodą	174,41 g
Stalowa nakrętka	28,12 g
Masa początkowa	209,62 g
Masa końcowa	209,45 g
Temperatura początkowa	26°C
Temperatura końcowa	32°C

Obliczenia

Na podstawie powyższych wyników obliczyliśmy, ile wody wlaliśmy do kubka:

$$m_w = m_{kw} - m_k = 132{,}56 \text{ g} \pm 0{,}02 \text{ g}$$

Zauważ, że niepewność wyznaczonej masy wody jest większa niż niepewność wielkości, które posłużyły do jej wyznaczenia (zsumowaliśmy błędy obu pomiarów, równe dokładności użytej wagi). Łatwo sobie wytłumaczyć, że jeśli rzeczywista masa kubka z wodą byłaby np. większa o 0,01 g od wyniku pomiaru, a rzeczywista masa pustego kubka o 0,01 g mniejsza od wyniku pomiaru, to wynik powyższego odejmowania różniłby się właśnie o 0,02 g od rzeczywistej masy samej wody. Następnie obliczyliśmy, jaka część wody wyparowała, czyli o ile – po wyrównaniu się temperatury wody i nakrętki – zmniejszyła się masa całego układu: kubek, woda, termometr, nakrętka (przy poprawnie wykonanym doświadczeniu zmiana masy układu powinna być spowodowana tylko wyparowaniem wody):

$$m_p = m_{uk} - m_{up} = 0{,}17 \text{ g} \pm 0{,}02 \text{ g}$$

Zmiana temperatury wody wynosiła: $\Delta T_w = T_2 - T_1 = 6°C \pm 2°C$.

Jeżeli nie wykonaliśmy doświadczenia poprawnie, to zmiana masy wody mogła być spowodowana także innymi czynnikami, np. zbyt gwałtownym mieszaniem wody, która w wyniku tego pryskała.

Jak widać, to właśnie zmiana temperatury była obarczona największą niepewnością względną. Niestety, nie mieliśmy dokładniejszego termometru. Dokładność pomiaru temperatury można zwiększyć, jeśli użyje się termometru lekarskiego. Jednak trzeba wtedy bardzo uważać na zakres mierzonych temperatur, które muszą się mieścić w przedziale 35°C–42°C.

Bilans cieplny

Część ciepła oddanego przez nakrętkę posłużyła do ogrzania wody, a część – do jej odparowania. Do ogrzania wody było potrzebne ciepło: $Q_1 = m_w c_w \Delta T_w$. Po podstawieniu wyników pomiarów:

$$Q_1 = 0{,}132\ \text{kg} \cdot 4200\ \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 6^\circ\text{C} = 3326\ \text{J}$$

Obliczmy najmniejszą możliwą wartość Q_1 wynikającą z uwzględnienia niepewności pomiarów i największą taką wartość. Ponieważ masę wody m_w znamy z dużą dokładnością, podobnie jak jej ciepło właściwe c_w, więc uwzględniamy tylko niepewność pomiaru przyrostu temperatury. Ten przyrost wynosił co najmniej 4°C, a co najwyżej 8°C, zatem:

$$Q_{1\text{min}} = 0{,}132\ \text{kg} \cdot 4200\ \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 4^\circ\text{C} = 2218\ \text{J}$$

$$Q_{1\text{max}} = 0{,}132\ \text{kg} \cdot 4200\ \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 8^\circ\text{C} = 4435\ \text{J}$$

Do odparowania wody było potrzebne ciepło: $Q_2 = m_p c_p$. Obliczmy Q_2 oraz jego największą i najmniejszą wartość. Tym razem ciepło parowania c_p jest znane z dużą dokładnością, a sporą niepewnością względną jest obarczony pomiar masy m_p odparowanej wody, który wynosi 0,17 g ± 0,02 g, a więc zawierał się pomiędzy 0,15 g a 0,19 g:

$$Q_2 = 0{,}17\ \text{g} \cdot 2256\ \frac{\text{J}}{\text{g}} = 384\ \text{J}$$

$$Q_{2\text{min}} = 0{,}15\ \text{g} \cdot 2256\ \frac{\text{J}}{\text{g}} = 338\ \text{J} \qquad Q_{2\text{max}} = 0{,}19\ \text{g} \cdot 2256\ \frac{\text{J}}{\text{g}} = 429\ \text{J}$$

Ciepło pobrane do ogrzania i odparowania wody to ciepło oddane przez nakrętkę. Łącznie więc nakrętka oddała ciepło $Q = Q_1 + Q_2 = 3710$ J. Po uwzględnieniu niepewności możemy stwierdzić, że mieści się ono w granicach:

od $Q_{\text{min}} = Q_{1\text{min}} + Q_{2\text{min}} = 2556$ J do $Q_{\text{max}} = Q_{1\text{max}} + Q_{2\text{max}} = 4864$ J

Ciepło oddane przez nakrętkę możemy też wyznaczyć ze wzoru $Q = m_n c_n \Delta T_n$. Stąd szukana przez nas zmiana temperatury nakrętki:

$$\Delta T_n = \frac{Q}{m_n c_n}$$

Niepewność pomiaru masy nakrętki jest niewielka, możemy ją więc pominąć. Ciepło właściwe stali odczytujemy z tablic: $c_n = 460\ \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$. Stąd po podstawieniu za Q wartości wyznaczonych powyżej otrzymujemy zmianę temperatury $\Delta T_n = 286^\circ$C, a dla przypadków granicznych:

$$\Delta T_{n\,\text{min}} = 198^\circ\text{C} \qquad \Delta T_{n\,\text{max}} = 376^\circ\text{C}$$

Po uwzględnieniu temperatury końcowej 32°C możemy stwierdzić, że początkowa temperatura nakrętki wynosiła 318°C, a zawierała się między 230°C a 408°C, czyli wynosiła (po zaokrągleniu):

$$T = 320°C \pm 90°C$$

Niepewność tego wyniku jest duża ze względu na dużą niepewność względną pomiaru zmiany temperatury wody. Jednak przynajmniej mamy orientację co do temperatury nakrętki – w warunkach domowych czy szkolnych trudno byłoby ją zmierzyć bezpośrednio (taką możliwość dałoby zastosowanie kamery termowizyjnej).

286°C + 32°C = 318°C,
198°C + 32°C = 230°C,
376°C + 32°C = 408°C

Uwaga. W doświadczeniu przeprowadzonym przez nas ciepło wykorzystane na odparowanie wody nie było zbyt duże, mimo dość widowiskowego wrzenia wody wokół gorącej nakrętki. Można przewidywać, że podobnie będzie w doświadczeniu przeprowadzonym przez ciebie. Jeśli więc nie dysponujesz precyzyjną wagą, możesz użyć wagi kuchennej o dokładności 1 g i po prostu pominąć ciepło parowania.

Po tej lekcji powinieneś

- rozwiązywać zadania na podstawie bilansu cieplnego;
- korzystać z bilansu cieplnego przy opracowaniu danych doświadczalnych.

Pytania i zadania ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

Przykład

Do stalowego naczynia o masie $m_s = 300$ g zawierającego $m_w = 1$ kg wody włożono mosiężny przedmiot o masie $m_m = 300$ g. Ile wyniesie końcowa temperatura układu, jeśli wiadomo, że początkowa temperatura naczynia i wody wynosiła $T_{pw} = 20°C$, a temperatura mosiężnego przedmiotu $T_{pm} = 80°C$? Pomiń wymianę ciepła z otoczeniem.

Rozwiązanie

Naczynie ze stali oraz woda ulegną ogrzaniu, a mosiądz ochłodzeniu. Końcowa temperatura wszystkich ciał będzie taka sama. Ciepło oddane przez mosiądz będzie więc równe ciepłu pobranemu przez wodę i stal, dlatego możemy zapisać następujący bilans cieplny:

$$Q_w + Q_s = Q_m$$

czyli:

$$m_w c_w \Delta T_1 + m_s c_s \Delta T_1 = m_m c_m \Delta T_2$$

gdzie: Q_w – ciepło dostarczone wodzie, Q_s – ciepło dostarczone stalowemu naczyniu, Q_m – ciepło oddane przez mosiężny przedmiot, $\Delta T_1 = T_k - T_{pw}$ – różnica między temperaturą końcową a temperaturą początkową dla wody i stali, $\Delta T_2 = T_{pm} - T_k$ – różnica między temperaturą początkową mosiądzu a temperaturą końcową.

Możemy więc zapisać:

$$m_w c_w(T_k - T_{pw}) + m_s c_s(T_k - T_{pw}) = m_m c_m(T_{pm} - T_k)$$

Z tego równania wyznaczamy szukaną temperaturę końcową układu:

$$T_k = \frac{m_m c_m T_{pm} + m_w c_w T_{pw} + m_s c_s T_{pw}}{m_w c_w + m_s c_s + m_m c_m}$$

Po podstawieniu danych liczbowych (w tym: $c_w = 4200 \frac{J}{kg \cdot °C}$, $c_s = 460 \frac{J}{kg \cdot °C}$, $c_m = 380 \frac{J}{kg \cdot °C}$) i wykonaniu obliczeń otrzymujemy:

$$T_k = 22°C$$

Odpowiedź: Temperatura końcowa wszystkich elementów wynosi 22°C.

Uwaga. Pamiętaj, że 1 ml wody ma masę 1 g, czyli 1 l wody ma masę 1 kg.

1. Do aluminiowego kubka o masie 50 g nalano 150 ml gorącej wody. Po chwili kubek się ogrzał i miał taką samą temperaturę jak znajdująca się w nim woda, czyli 70°C. Aby szybko schłodzić wodę do temperatury 55°C, do kubka dolano 60 ml zimnej wody. Oblicz temperaturę początkową wody użytej do schłodzenia wody w kubku. Pomiń wymianę ciepła z otoczeniem.

2. O ile wzrośnie temperatura stalowego klocka o masie 1 kg, który przesuwamy ruchem jednostajnym prostoliniowym po poziomej stalowej powierzchni na drodze 1 m? Współczynnik tarcia stali o stal wynosi 0,1. Przyjmij: $g = 10 \frac{m}{s^2}$, połowa wykonanej pracy powoduje wzrost energii wewnętrznej klocka, a druga połowa – wzrost energii powierzchni, po której się on porusza.

3. Do wanienki o masie 15 kg zawierającej 30 l wody o temperaturze 15°C wlano 20 l wody o temperaturze 90°C. Temperatura układu po wyrównaniu się temperatur wynosiła 43,3°C.

   a) Oblicz ciepło właściwe substancji, z której wykonano wanienkę. Pomiń wymianę ciepła z otoczeniem.

   b) Porównaj uzyskany wynik z danymi w tablicach fizycznych i wskaż substancję, z której mogła być wykonana wanienka użyta w doświadczeniu.

4. Do kubka termicznego wrzucono garść kostek lodu o masie 50 g i temperaturze –5°C. Następnie wlano do niego wodę o temperaturze 40°C. Po pewnym czasie lód się stopił i powstała z niego woda, której temperatura wynosiła 15°C. Oblicz, ile wody wlano do kubka. Pomiń wymianę ciepła z otoczeniem.

5. Czarne, bazaltowe kamienie używane do masażu relaksacyjnego przed przeprowadzeniem zabiegu podgrzewa się do temperatury 50°C. Przygotowany do masażu kamień o masie 2 kg wpadł do plastikowej miski, w której znajdowało się 1,5 litra wody o temperaturze 18°C. Oblicz temperaturę kamienia i wody po zakończeniu procesu wymiany ciepła. Pomiń straty ciepła i rozgrzewanie się miski.

7.8. Rozszerzalność cieplna

Przypomnij sobie

- W ciałach stałych cząsteczki drgają wokół położeń równowagi.
- W cieczach cząsteczki poruszają się po całej objętości naczynia, chociaż odległości między nimi są podobne jak w ciele stałym.
- Gaz zawsze wypełnia całe naczynie, w którym się znajduje.
- Temperatura ciała odpowiada średniej energii kinetycznej ruchu postępowego jego cząsteczek.

Rozszerzalność cieplna cieczy i gazów

Badanie rozszerzalności cieplnej zaczniemy od prostego doświadczenia.

Doświadczenie 12

1. Przygotuj pustą szklaną butelkę, szklaną lub plastikową rurkę, plastelinę i miskę. Przydatny może być barwnik, np. atrament lub tusz.
2. Napełnij butelkę prawie do pełna zimną wodą. Możesz zabarwić ją kilkoma kroplami tuszu, aby jej poziom był lepiej widoczny. Zanurz w wodzie rurkę i uszczelnij otwór plasteliną.
3. Do miski nalej gorącej wody z kranu. Wstaw butelkę do miski i obserwuj zmianę poziomu wody w rurce.

W doświadczeniu zaobserwowaliśmy, że poziom wody w rurce się podniósł. Dzieje się tak, ponieważ ciecz zwiększa swoją objętość, gdy rośnie jej temperatura. Można sprawdzić, że podobnie zachowuje się gaz (zad. 5. s. 70).

Zauważmy, że butelka także się rozszerza, ale znacznie słabiej niż woda.

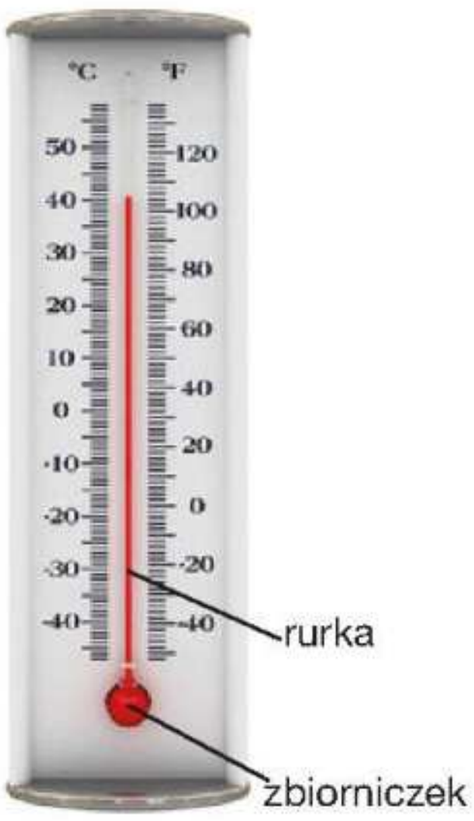
Zjawisko objętościowej rozszerzalności cieplnej cieczy i gazów polega na zwiększeniu objętości substancji na skutek wzrostu jej temperatury.

Co jednak oznacza zwiększanie się objętości gazu, skoro gaz nie ma stałej objętości, ale zajmuje całą objętość naczynia? Mówiąc ściślej, pod wpływem zwiększania się temperatury zwiększa się **ciśnienie** gazu. Aby ciśnienie pozostało stałe, musi się zwiększyć objętość naczynia. Gdy gaz zmienia objętość pod wpływem zmiany temperatury, ale jego ciśnienie pozostaje bez zmiany, mówimy, że ulega przemianie izobarycznej.

Przemiana izobaryczna s. 88

Termometr cieczowy

W powyższym doświadczeniu zbudowaliśmy prosty model termometru cieczowego. Gdyby na rurce umieścić podziałkę, poziom cieczy pozwoliłby nam odczytać temperaturę.



Rys. 7.56. Termometr cieczowy

Dawniej w termometrach używano rtęci. Ponieważ jednak jest ona toksyczna, została zastąpiona przez inne substancje, zwykle alkohole (nie tylko alkohol etylowy).

Zwróć uwagę, że zbiorniczek na ciecz jest stosunkowo szeroki, a rurka – wąska (rys. 7.56). Dzięki temu już niewielka zmiana objętości cieczy powoduje zauważalną zmianę wysokości słupka cieczy.

Rozszerzalność cieplna ciał stałych

Również ciała stałe powiększają swoje rozmiary pod wpływem temperatury.

> Zjawisko liniowej rozszerzalności cieplnej ciała stałego polega na zwiększeniu jego rozmiarów na skutek wzrostu jego temperatury.

Możemy zaobserwować to zjawisko w prostym doświadczeniu.

Doświadczenie 13 – obowiązkowe

Demonstracja rozszerzalności cieplnej ciała stałego

1. Przygotuj przewód miedziany o długości ok. 2 m (bez izolacji, ewentualnie emaliowany), ciężką stalową nakrętkę oraz zapalniczkę.

   Uwaga. W pobliżu układu doświadczalnego nie mogą się znajdować żadne palne przedmioty.
2. Jeden koniec przewodu przywiąż do statywu umieszczonego na dużej wysokości.
3. Do drugiego końca przewodu przywiąż stalową nakrętkę. Nakrętka powinna znajdować się ok. 1 mm nad podłogą. Jeśli znajduje się wyżej albo jeśli podłoga jest nierówna, możesz podłożyć książki, a na nich gładką deskę do krojenia.
4. Porusz lekko nakrętkę, aby zaczęła się kołysać na przewodzie.
5. Ostrożnie podgrzewaj przewód płomieniem zapalniczki. Przesuwaj zapalniczkę wzdłuż przewodu, ponieważ długotrwałe podgrzewanie go w jednym miejscu może doprowadzić do jego stopienia i przerwania.

   Uwaga! Jeśli przewód jest emaliowany, emalia się zapali. Nie jest to gwałtowny płomień, ale należy zachować ostrożność.
6. Po chwili nakrętka zacznie trzeć o podłoże i przestanie się kołysać. To znak, że długość przewodu się zwiększyła.
7. Obserwuj następnie, co będzie się działo po zakończeniu podgrzewania przewodu.

W doświadczeniu zaobserwowaliśmy, że rozszerzalność cieplna ciał stałych jest niewielka: mimo wysokiej temperatury udało nam się wydłużyć 2-metrowy drut zaledwie o ok. 1 mm, czyli o ok. 0,05%. Jednak nawet tak słaby efekt może mieć znaczenie praktyczne (patrz infografika na następnej stronie).

Znaczenie rozszerzalności cieplnej ciał stałych

Ciała stałe zmieniają swoje wymiary pod wpływem temperatury. To zjawisko wpływa na nasze codzienne życie. Na przykład przy budowie mostów oraz kładzeniu szyn należy stosować odpowiednie rozwiązania techniczne.

Złącze dylatacyjne w szynie

Podczas upałów szyny się wydłużają, a podczas mrozów – skracają, co może powodować ich wyginanie lub pękanie. Dawniej stosowano tzw. przerwy dylatacyjne, które powodowały charakterystyczny stukot kół pociągu. Obecnie stosuje się inne rozwiązania, np. złącza dylatacyjne.

Przerwa dylatacyjna

Złącze dylatacyjne

Szczeliny dylatacyjne w jezdni

Jezdnia mostu jest podzielona na odcinki, pomiędzy którymi znajdują się przerwy, tzw. szczeliny dylatacyjne, pozwalające na zmianę długości mostu.

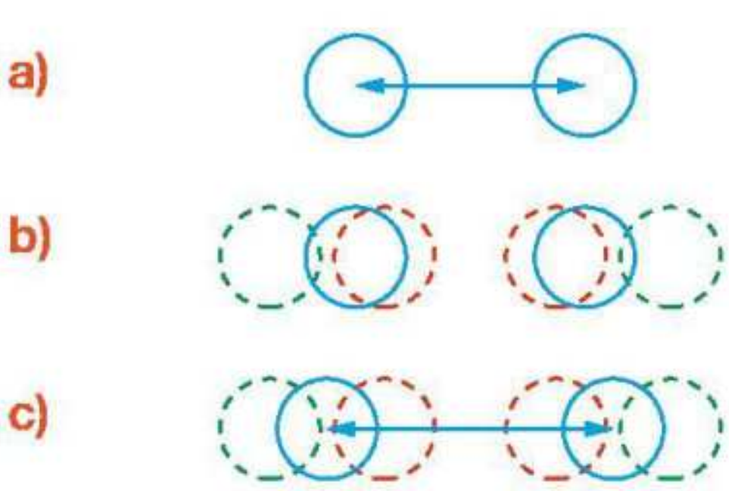
Ruchome przęsło

Przynajmniej jeden koniec ruchomego elementu mostu – przęsła – jest oparty na łożyskach, aby konstrukcja mogła zmieniać swoją długość w zależności od temperatury.

Wyjaśnienie mikroskopowe

Aby wyjaśnić przyczynę rozszerzalności cieplnej, trzeba odwołać się do cząsteczkowej budowy materii.

Przypomnijmy, że wyższa temperatura oznacza większą energię ruchu cząsteczek. W przypadku ciała stałego cząsteczki drgają wokół średnich położeń (rys. 7.57a).

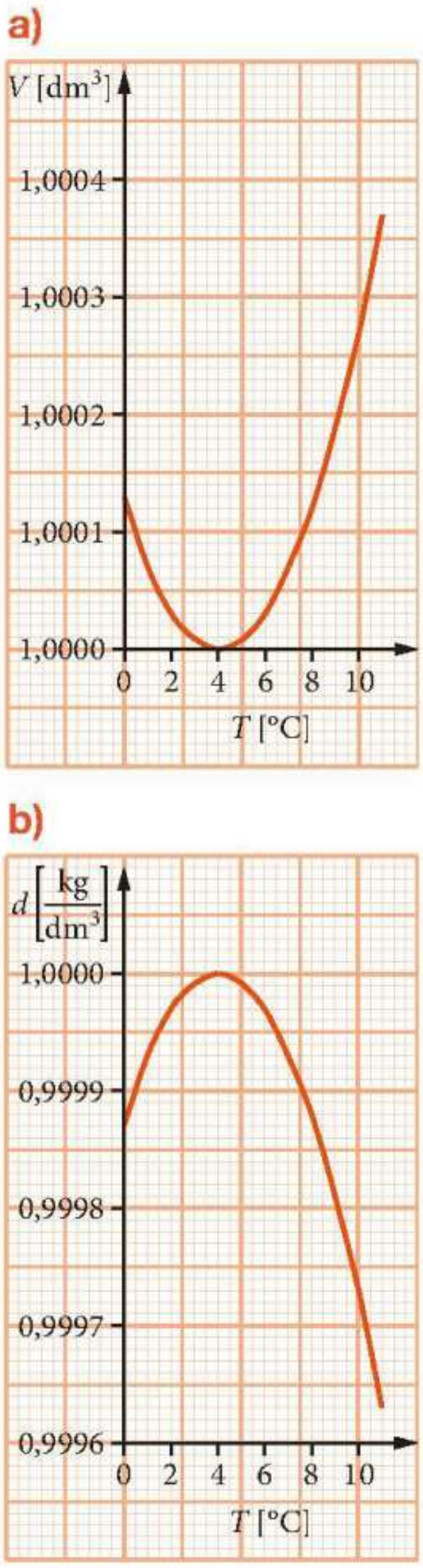


Rys. 7.57. Dwie cząsteczki ciała stałego a) w niskiej temperaturze drgają wokół średnich położeń, ale drgania te są na tyle małe, że pomijamy je na rysunku, b) podczas zwiększania się temperatury są bardziej oddalone od poprzednich położeń (niebieskie) przy maksymalnym oddaleniu (zielone) niż przy maksymalnym zbliżeniu (czerwone), c) w nowych średnich położeniach (niebieskie) w wyższej temperaturze znajdują się dalej od siebie niż w niskiej temperaturze

Większa energia drgań oznacza ich większą amplitudę. Gdyby cząsteczki drgały z większą amplitudą wokół tych samych średnich położeń, rozmiary ciała pozostałyby niezmienione. Tak się jednak nie dzieje: przy zbliżaniu się cząsteczek siła odpychania rośnie szybciej niż siła przyciągania przy ich oddalaniu, dlatego kosztem tej samej energii cząsteczki łatwiej mogą się od siebie oddalać niż do siebie przybliżać. W rezultacie średnia odległość cząsteczek się zwiększa (rys. 7.57).

Podobnie większe prędkości cząsteczek cieczy powodują, że zwiększają się średnie odległości między nimi.

Przyczyny zmiany objętości gazu pod wpływem temperatury omówimy w następnym rozdziale.



Rys. 7.58. a) objętość 1 kg wody w zależności od temperatury, b) gęstość wody w zależności od temperatury

Nietypowa rozszerzalność cieplna wody

Już w pierwszym doświadczeniu tej lekcji stwierdziliśmy, że woda rozszerza się wraz ze wzrostem temperatury. Okazuje się jednak, że dla niewielkich temperatur zachowanie wody jest bardziej skomplikowane. Gdy podgrzewamy wodę od temperatury 0°C, początkowo jej objętość się zmniejsza. Dla 4°C jest ona minimalna, a następnie się zwiększa, tak jak to ma miejsce dla większości substancji (rys. 7.58a).

Zwróćmy uwagę, że skoro w 4°C określona masa wody ma minimalną objętość, to znaczy, że woda w tej temperaturze ma maksymalną gęstość (rys. 7.58b).

A to ciekawe

Rozszerzalność cieplna ciał stałych zachodzi dla większości substancji. Istnieją jednak wyjątki. Stop o nazwie inwar (od ang. *invariable* – niezmienny) praktycznie nie zmienia rozmiarów pod wpływem temperatury, a pewien stop żelaza i platyny kurczy się przy ogrzewaniu. Istnieją kryształy, które kurczą się w jednym kierunku, a jednocześnie rozszerzają – w innym. Należy do nich grafit, stosowany m.in. do produkcji rysików w ołówkach. Jednak zmiany są zbyt małe, aby zauważyć je bez specjalistycznych przyrządów.

Maksimum gęstości oznacza, że jeśli do naczynia wlejemy dwie porcje wody: jedną o temperaturze 4°C, a drugą o innej temperaturze (wyższej lub niższej), to woda o temperaturze 4°C opadnie na dno. Kiedy tak się już stanie, w naczyniu przestanie zachodzić konwekcja, a więc wyrównywanie temperatur będzie następowało bardzo powoli.

To zjawisko ma zasadnicze znaczenie dla życia na Ziemi. Gdyby w jeziorze przez cały czas zachodziła konwekcja, w zimie zbiornik bardzo szybko wychłodziłby się aż do dna. Ważna jest także inna nietypowa właściwość wody: lód jest lżejszy od wody, a więc nie tonie, lecz utrzymuje się na powierzchni. Zamarznięta powierzchnia jeziora stanowi izolację cieplną dla jego wnętrza. Dzięki obu tym zjawiskom w dostatecznie głębokich jeziorach przy dnie stale panuje temperatura 4°C, pozwalająca organizmom wodnym na przeżycie (rys. 7.59).

Jaka jest przyczyna takich nietypowych właściwości wody? Otóż zimna woda, choć wydaje się jednorodną cieczą, zawiera mikroskopijne kawałki lodu. W miarę podgrzewania te kawałki topnieją, a więc ich objętość się zmniejsza. Aż do 4°C to zjawisko przeważa nad zwykłą rozszerzalnością cieplną wody.

Rys. 7.59. Mimo lodu na powierzchni jeziora w jego głębi życie organizmów wodnych ciągle jest możliwe

Po tej lekcji powinieneś

- opisywać zjawisko rozszerzalności cieplnej ciał stałych, cieczy i gazów;
- wyjaśniać nietypową rozszerzalność cieplną wody i jej znaczenie dla życia na Ziemi.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

1. W przedstawionym na zdjęciu tosterze źródłem ciepła są druciki umieszczone po obu stronach kromki chleba. Pod wpływem płynącego przez nie prądu druciki rozgrzewają się do czerwoności. Jeśli masz w domu toster, przyjrzyj się, jak wyglądają druciki, gdy są zimne, a jak – gdy są rozgrzane (w tym celu włącz go bez włożonego chleba). Co się zmienia w ich wyglądzie poza kolorem?

2. Beton i stal rozszerzają się w tym samym stopniu pod wpływem zmiany temperatury. Dowiedz się i zapisz, jakie praktyczne znaczenie ma ten fakt.

3. Zapoznaj się z informacjami w ramce, wykonaj obliczenia i odpowiedz na pytania.

Przyrost długości (a także każdego innego wymiaru) ciała stałego związany z rozszerzalnością cieplną jest proporcjonalny do początkowej długości ciała i do przyrostu temperatury:

$$\Delta l = \alpha l \Delta T$$

gdzie: Δl – przyrost długości ciała, l – początkowa długość ciała, ΔT – zmiana temperatury, α – współczynnik liniowej rozszerzalności cieplnej charakterystyczny dla danej substancji.

Dla miedzi $\alpha = 1{,}62 \cdot 10^{-5}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$. Zauważ, że interesuje nas tylko **przyrost** temperatury, który jest taki sam w kelwinach i stopniach Celsjusza, więc podany współczynnik możemy zapisać jako $1{,}62 \cdot 10^{-5}\ \frac{1}{^\circ\mathrm{C}}$.

a) O ile milimetrów wydłuży się miedziany pręt o długości 2 m, jeśli podgrzejemy go o 20°C?

b) O ile stopni trzeba podgrzać miedzianą rurę, aby jej długość zwiększyła się o 1%?

c) Metalowa figurka stała na dworze w temperaturze –30°C. Gdy przeniesiono ją do pokoju, ogrzała się do +20°C. Jej wysokość zwiększyła się wówczas z 12 cm do 12,0072 cm. Jaki jest współczynnik rozszerzalności cieplnej metalu, z którego wykonano figurkę?

4. Odpowiedz na pytania.

a) Czy minimalna wysokość przewodu linii energetycznej nad ziemią (wielkość h na zdjęciu) jest większa w lecie czy w zimie?

b) Dlaczego ogrzana szklanka pęka, gdy wlewamy do niej zimną wodę?

c) Gdy ogrzejemy stalową nakrętkę, jej średnica zewnętrzna się zwiększa. A jak zmienia się średnica wewnętrzna?

d) Dlaczego torów bezstykowych (tj. takich, w których kolejne szyny są ze sobą zespawane bez pozostawienia odstępów) nie wolno układać na wzniesieniach?

5. Wykonaj doświadczenie pozwalające sprawdzić, że także dla gazów zachodzi zjawisko rozszerzalności cieplnej.

a) Przygotuj pustą (suchą w środku) plastikową butelkę po wodzie mineralnej i mocno ją zakręć.

b) Włóż butelkę na pół godziny do zamrażalnika. Co możesz zaobserwować?

c) Ogrzej butelkę pod strumieniem ciepłej wody z kranu. Jak teraz zmienia się objętość powietrza w butelce?

7.9. Zjawiska cieplne w przyrodzie

Przypomnij sobie

- W porównaniu z innymi substancjami, ciepło właściwe i ciepło parowania wody mają dużą wartość.
- Przepływ ciepła odbywa się poprzez przewodnictwo cieplne, konwekcję lub promieniowanie.

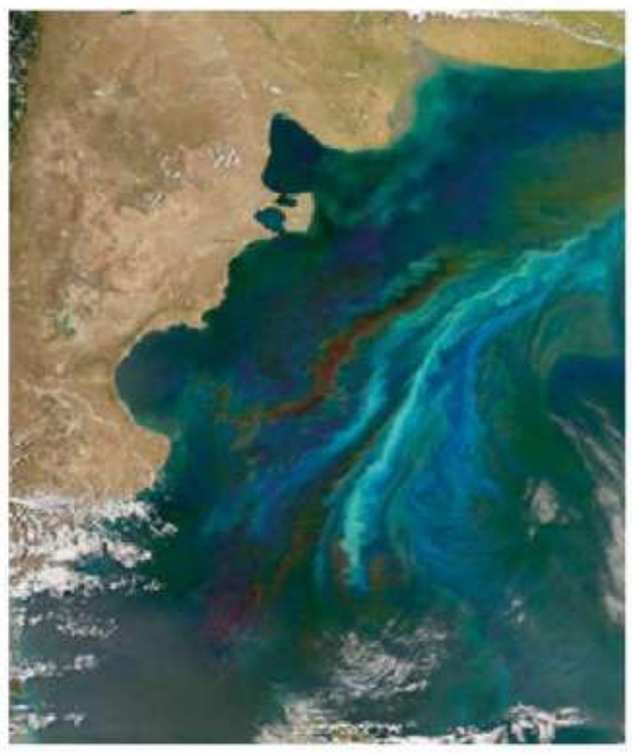
Ze zjawiskami cieplnymi mamy do czynienia zarówno w przyrodzie ożywionej, jak i nieożywionej. Omówimy tylko wybrane przykłady. Zaczniemy od zagadnień związanych z klimatem. Być może zdziwi cię, że nie wspominamy o efekcie cieplarnianym, ale to zagadnienie poruszymy w czwartej części podręcznika w rozdziale poświęconym promieniowaniu termicznemu ciał.

Ciepło właściwe i ciepło parowania wody a klimat

Średnia dobowa temperatura powietrza na pustyni to ok. 25°C. Wydawać by się mogło, że jest to wyjątkowo wygodne miejsce do życia, dopóki nie uzmysłowimy sobie, że w dzień jest tam ok. 50°C, a w nocy temperatura spada niemal do zera.

Skąd tak wielkie różnice? Wynikają one z braku wody, która jest swoistym „zbiornikiem ciepła". Jak wiesz, woda ma wysokie ciepło właściwe, a przy tym dzięki konwekcji nagrzewa się w całej objętości (a nie tylko w cienkiej warstwie, jak gleba czy piasek), dlatego wszędzie, gdzie występuje, niekoniecznie w otwartych zbiornikach, ale także np. w roślinach, niweluje różnice temperatur.

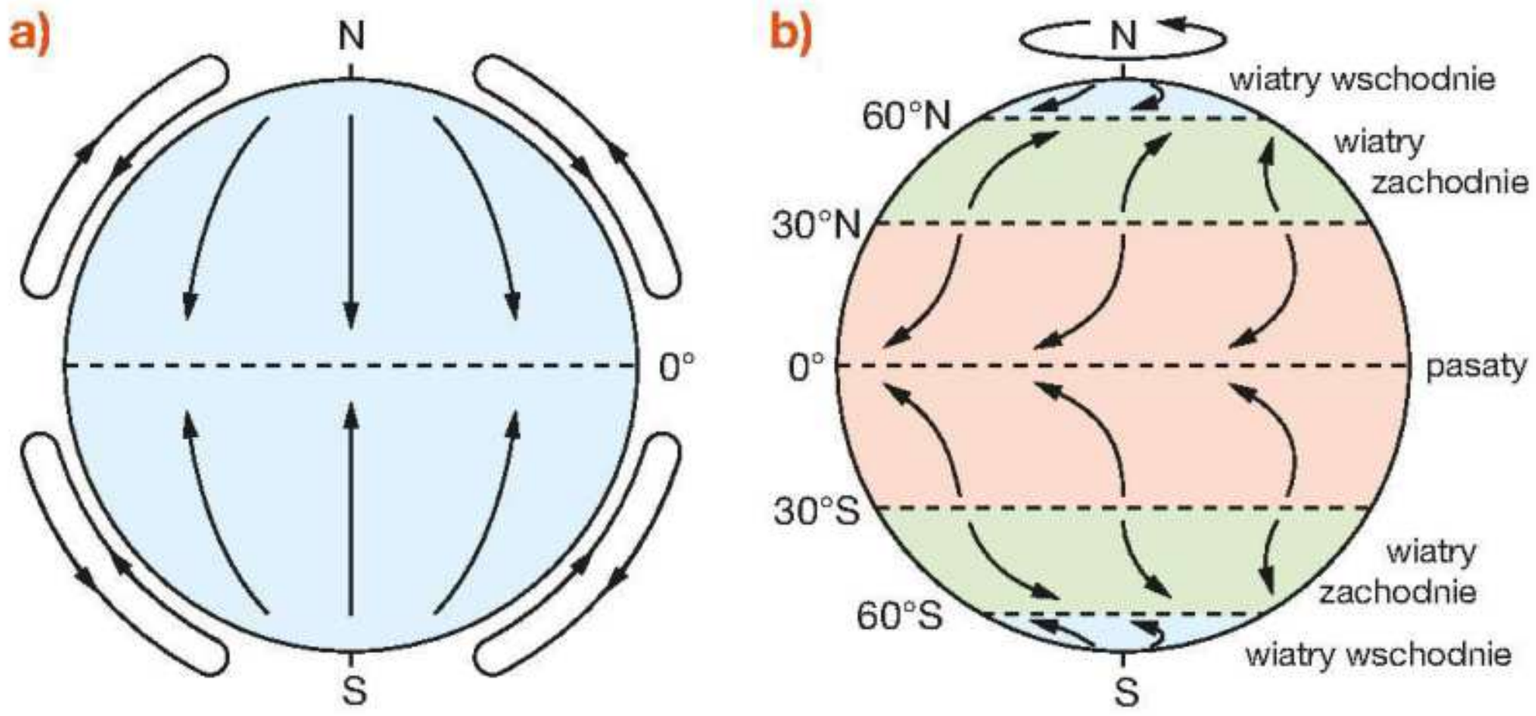
Drugim istotnym czynnikiem jest duże ciepło parowania wody. Woda paruje zarówno ze zbiorników, jak i z roślin, i tym samym obniża temperaturę otoczenia. Dlatego właśnie klimat morski jest łagodniejszy od kontynentalnego (rys. 7.60).



Rys. 7.60. Prądy morskie mają duży wpływ na klimat w wielu regionach Ziemi. Na zdjęciu prąd morski widoczny z satelity dzięki obecności fitoplanktonu

Konwekcja a klimat

W okolicach równika Ziemia otrzymuje znacznie więcej energii ze Słońca niż w okolicach biegunów. Gdyby ciepło to miało się przenosić do miejsc o wyższych szerokościach geograficznych tylko za pośrednictwem przewodnictwa cieplnego powietrza, wody i gleby, przepływ ciepła byłby bardzo niewielki. W okolicach równika byłoby jeszcze cieplej, a dalej od niego – jeszcze zimniej niż obecnie. W rezultacie życie byłoby możliwe tylko na niewielkiej części Ziemi.



Rys. 7.61. Obieg powietrza wynikający z konwekcji, a) gdyby Ziemia się nie obracała, b) na obracającej się Ziemi

Na szczęście ciepło na Ziemi jest przenoszone dzięki konwekcji. Gorące powietrze znad równika unosi się z powodu swojej mniejszej gęstości, a następnie na dużej wysokości przesuwa w rejony umiarkowane. Tu się ochładza, opada i wraca w kierunku równika, gdzie zastępuje gorące powietrze unoszące się w tym czasie znad równika (rys. 7.61).

Na podstawie tych wiadomości należałoby się spodziewać, że na Ziemi wieją głównie wiatry skierowane w stronę równika. Jednak trzeba pamiętać o **sile Coriolisa** działającej na poruszające się powietrze. Dopiero jej uwzględnienie pozwala prawidłowo określić kierunek wiatru.

Siła Coriolisa, cz. I s. 174

Jak pamiętasz, siła Coriolisa powstaje dlatego, że na różnych szerokościach geograficznych punkty Ziemi mają różną prędkość liniową, która jest związana z obrotem Ziemi wokół własnej osi. Gdy masy powietrza zbliżają się do równika, prędkość liniowa w miejscu, z którego zaczynają ruch, jest mniejsza niż na równiku, więc powietrze „zostaje w tyle". Z punktu widzenia układu nieinercjalnego, związanego z Ziemią, obserwujemy siłę pozorną, powodującą skręcanie wiatrów na zachód.
Dlatego w strefie równikowej dominują wiatry wschodnie (tzn. wiejące ze wschodu na zachód). Nazywamy je **pasatami**. Niegdyś były one bardzo ważne dla załóg żaglowców, ponieważ powodowały znaczne różnice czasu podróży na wschód i na zachód. Dzisiaj również trzeba je uwzględniać, gdy planuje się rejsy samolotów – ta sama prędkość samolotu względem wiatru może oznaczać inną prędkość względem ziemi.

Siła Coriolisa powoduje również podział obiegu powietrza na Ziemi na kilka stref, z których każda obejmuje ok. 30 stopni szerokości geograficznej. Polska wraz z większą częścią Europy znajduje się w strefie pomiędzy 30°N a 60°N. Gdyby nie siła Coriolisa, wiejące w tej strefie wiatry byłyby skierowane na północ, jednak w rzeczywistości odchylają się na wschód. To właśnie z powodu siły Coriolisa na naszych szerokościach wieją przeważnie wiatry zachodnie.

Promieniowanie i organizmy żywe

W jaki sposób jaszczurka (rys. 7.62) może się rozgrzać do temperatury wyższej niż otoczenie, skoro ciepło przepływa zawsze od ciała cieplejszego do zimniejszego?
Rozwiązanie jest proste i być może znasz je z własnych obserwacji: wygrzewa się na słońcu. W ten sposób czerpie energię nie z gleby czy powietrza, ale bezpośrednio ze Słońca. Wykorzystuje promieniowanie jako sposób przepływu ciepła.

Rys. 7.62. Jaszczurka wygrzewająca się na słońcu ma wyższą temperaturę niż otoczenie

Mniej znany jest fakt, że za pomocą promieniowania można się też chłodzić. Fenek (lisek pustynny, rys. 7.63) żyje w środowisku, w którym zarówno podłoże, jak i powietrze mają temperaturę wyższą niż on sam. Choć wypromieniowuje energię całą powierzchnią ciała, to pochłania jej jeszcze więcej z otoczenia. Fenek ma na to jednak sposób: wystawia uszy w stronę nieba – ale nie Słońca – i wypromieniowuje energię, pochłaniając w zamian promieniowanie atmosfery odpowiadające promieniowaniu ciała o temperaturze kilkunastu stopni Celsjusza. Energia oddana przez fenka trafia częściowo w kosmos, a częściowo odbija się od atmosfery i kieruje się w odległe, chłodniejsze obszary Ziemi.

Rys. 7.63. Fenek się chłodzi, wystawiając uszy w stronę nieba

Fizyka wokół nas

Gejzery

W gejzerach woda jest ogrzewana głęboko pod powierzchnią ziemi do temperatury wyższej niż 100°C. Dzieje się tak dlatego, że woda w podziemnych kanałach znajduje się pod ciśnieniem wyższym od atmosferycznego, a jak wiemy, temperatura wrzenia wody wzrasta wraz ze wzrostem ciśnienia. Gdy woda w dolnej części gejzeru osiągnie temperaturę wrzenia, jest wyrzucana na zewnątrz. Gwałtowny spadek ciśnienia doprowadza do wrzenia jeszcze więcej wody bez jej ogrzewania. Strumień gorącej wody i pary wodnej wzbija się w powietrze i może osiągnąć nawet 70 m wysokości. Po wybuchu gejzer się uspokaja, a woda zaczyna ponownie wypełniać podziemne kanały, aby za jakiś czas znowu wydostać się na powierzchnię.

Parowanie i zmiana temperatury ciała

Typowym sposobem na chłodzenie ciała przez ssaki jest wykorzystanie wysokiego ciepła parowania wody. Gdy jest gorąco, człowiek się poci, a parujący pot odbiera nadmiar energii. Pies, który nie potrafi się pocić, również stara się odparowywać wodę – gdy jest mu gorąco, wystawia język i szybko wydycha powietrze.

Opisane sposoby mają jednak zasadniczą wadę – wiążą się z utratą wody, o którą może być trudno. Dlatego u wielbłądów rozwinął się inny sposób regulacji temperatury ciała. Wielbłąd w nocy stygnie, a w dzień się nagrzewa. Ze względu na duże ciepło właściwe wody (która stanowi znaczną część masy zwierzęcia) zmiana temperatury jego ciała w porównaniu do dobowych amplitud temperatury powietrza jest stosunkowo niewielka – różnica temperatur wynosi ok. 5 stopni: waha się od ok. 35°C w nocy do ok. 40°C w dzień.

Dzięki opisanemu przystosowaniu wielbłąd może pić zaledwie 2 litry wody dziennie. Dla porównania, znacznie mniejszy od niego człowiek potrzebuje na pustyni aż 10 litrów płynów.

Po tej lekcji powinieneś

- wyjaśniać znaczenie wartości ciepła właściwego i ciepła parowania wody;
- opisywać wpływ konwekcji na klimat Ziemi;
- omawiać przykłady zjawisk cieplnych w przyrodzie ożywionej i nieożywionej.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

1. Znajdź w rozkładzie lotów czas bezpośredniego rejsu między wybranymi miastami w Europie i USA. Porównaj czasy przelotów w obie strony i wyjaśnij przyczynę różnicy między nimi (pamiętaj o różnicy czasu).
2. Oblicz, jakiej ilości ciepła pozbywa się człowiek na pustyni po odparowaniu 10 litrów wody. Jaka jest moc takiego systemu chłodzenia? Pamiętaj, że na pustyni jest gorąco tylko w dzień.
3. Oblicz, ile wody dziennie musiałby przez parowanie utracić wielbłąd, gdyby chciał utrzymać stałą temperaturę ciała. Przyjmij, że średnie ciepło właściwe ciała wielbłąda stanowi ok. 80% ciepła właściwego wody, masa zwierzęcia to ok. 500 kg, a ciepło parowania wody w temperaturze między 35°C a 40°C to ok. 2,4 $\frac{\text{MJ}}{\text{kg}}$.

Projekt Fontanna Herona

Wprowadzenie

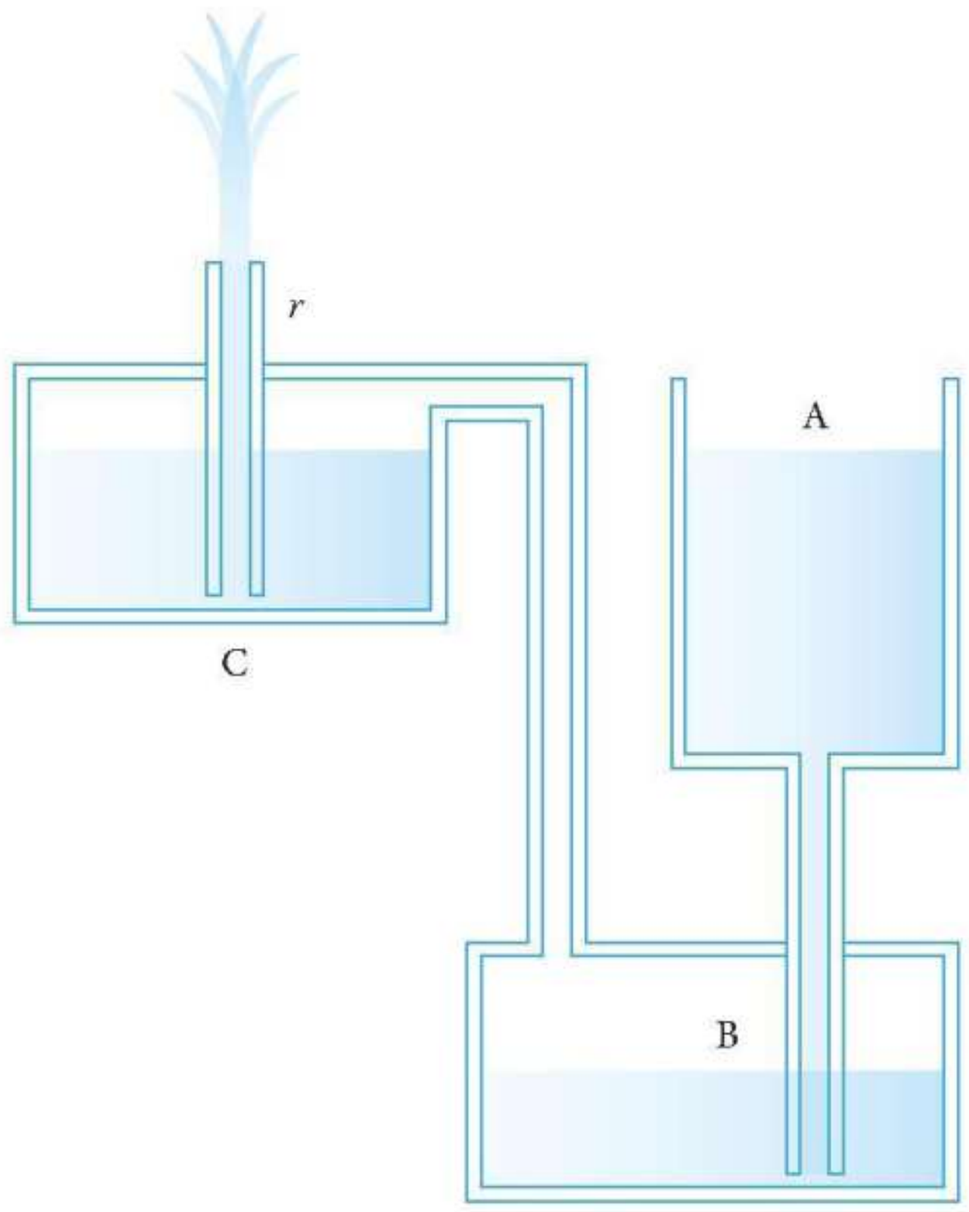
Łatwo zbudować fontannę, gdy ma się do dyspozycji pompę albo wieżę ciśnień. Ale czy można wykonać takie urządzenie bez mechanicznego napędu, i to tak, aby wylot wody znajdował się wyżej niż jej zbiornik?

Okazuje się, że można, a rozwiązanie tego problemu podał już w I w. n.e. Heron z Aleksandrii. Schemat jego wynalazku przedstawiono na ilustracji.

Zadania

1. Wyjaśnij na podstawie schematu, jak działa fontanna Herona. Zwróć uwagę na poniższe kwestie.

- Czy można powiedzieć, że woda w górę tryska pod wpływem siły ciężkości? Jeśli tak – jak to możliwe? Jeśli nie – czy to znaczy, że fontanna działałaby także w stanie nieważkości? I jaka w takim razie siła powoduje ruch wody w górę?
- Dlaczego zbiornik A jest od góry otwarty, natomiast zbiorniki B i C są zamknięte?
- Wyobraź sobie, że rurkę *r* przedłużamy. Do jakiej wysokości wypełniłaby ją woda?
- Jakie właściwości wody, a jakie – powietrza wykorzystano w fontannie?
- Jak to możliwe, że mimo braku pompy woda tryska na wysokość wyższą niż poziom wody w którymkolwiek ze zbiorników?
- Fontannę można zbudować tak, aby tryskająca woda wpływała później do zbiornika A. Czy to znaczy, że zbudowaliśmy perpetuum mobile? Dlaczego?



2. Zbierz i przedstaw wiadomości o Heronie z Aleksandrii, jego odkryciach i wynalazkach oraz o epoce, w której żył. Możesz skorzystać z książek:

- Andrzej Drzewiński, Jacek Wojtkiewicz, *Opowieści z historii fizyki*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2001.
- Anna Świderkówna, *Hellenika*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2009.

3. Zbuduj działającą fontannę Herona. Spróbuj wykonać swój model tak, aby woda tryskała na jak największą wysokość.

- Możesz zajrzeć do licznych instrukcji w internecie, ale potraktuj je tylko jako inspirację dla własnego pomysłu.
- Jeśli chcecie zorganizować w szkole konkurs, ustalcie dodatkowe warunki, np. maksymalną wielkość urządzenia.

Podsumowanie Hydrostatyka i wstęp do zjawisk cieplnych

- **Ciśnienie** to stosunek wartości siły nacisku F i pola powierzchni S, na którą działa ta siła:

$$p = \frac{F}{S}$$

  - Jednostką ciśnienia jest **paskal**: $1\,\text{Pa} = 1\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$.

- Siła nacisku cieczy na ścianki naczynia albo na zanurzone ciało jest zawsze prostopadła do powierzchni, na którą ciecz naciska. Siłę tę nazywamy również **siłą parcia**.

- **Prawo Pascala**: Zwiększenie ciśnienia zewnętrznego powoduje jednakowy przyrost ciśnienia w całej objętości cieczy lub gazu.

- **Gęstość** to wielkość opisująca masę jednostki objętości substancji.

$$d = \frac{m}{V}$$

  gdzie: m – masa substancji, V – jej objętość.

- **Ciśnienie hydrostatyczne** (wywierane przez słup cieczy z powodu jej ciężaru) zależy od gęstości d cieczy i wysokości h słupa cieczy **ponad punktem pomiaru**:

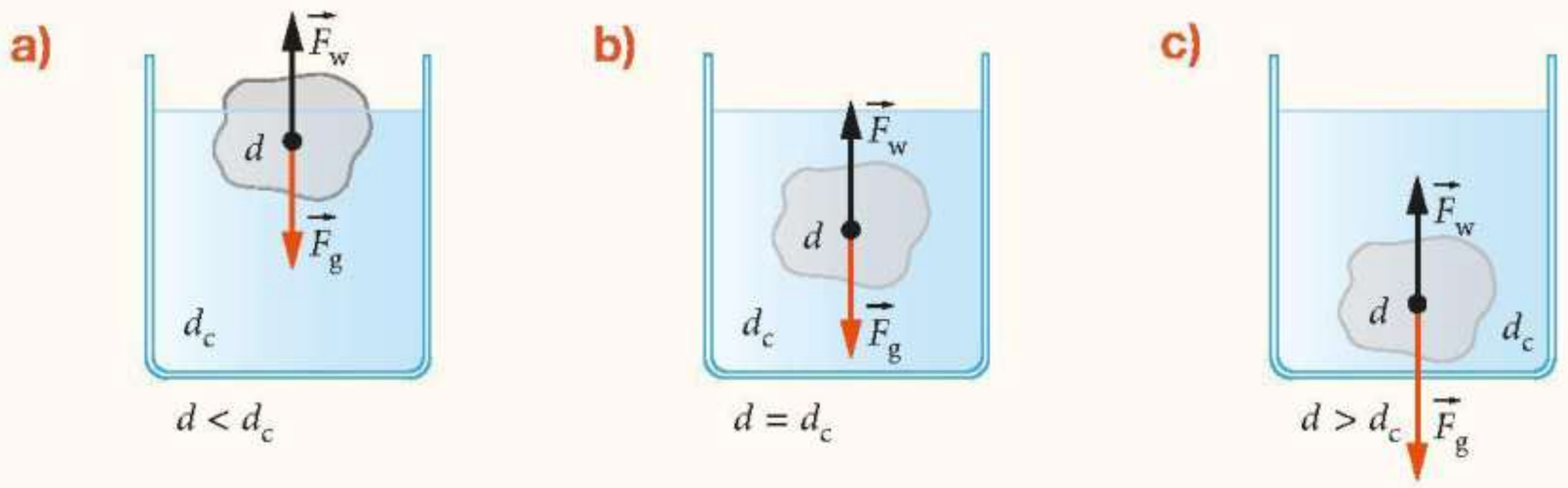
$$p = dgh$$

- **Prawo Archimedesa**: Na ciało zanurzone w cieczy działa siła wyporu, skierowana w górę, równa co do wartości ciężarowi takiej objętości cieczy, jaką ma zanurzona część ciała.

$$F_w = d_c V g$$

  gdzie: d_c – gęstość cieczy, V – objętość zanurzonej części ciała, g – przyspieszenie grawitacyjne.

  - Ciało pływa po powierzchni cieczy, gdy jego średnia gęstość jest mniejsza od gęstości cieczy (rys. a). Gdy średnia gęstość ciała jest większa od gęstości cieczy, ciało opada na dno (rys. c). W przypadku równych gęstości ciało unosi się, swobodnie zanurzone w cieczy (rys. b).

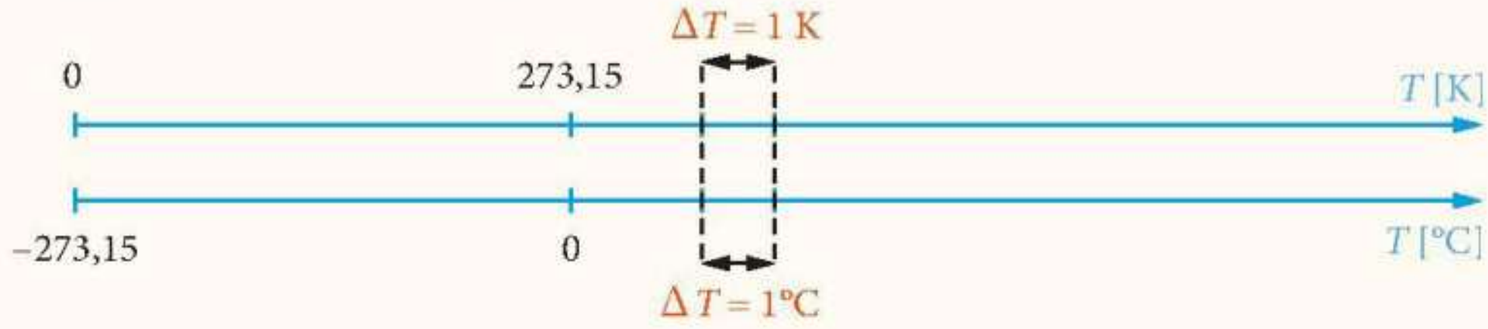


  - Gdy ciało pływa po powierzchni cieczy, siła wyporu równoważy jego ciężar (rys. a).

- **Teoria kinetyczno-molekularna budowy materii** zakłada, że wszystkie ciała są zbudowane z cząsteczek będących w ciągłym ruchu. Ruch jest tym szybszy, im jest wyższa temperatura ciała.

  - Teorię tę potwierdzają zjawiska takie jak dyfuzja czy ruchy Browna.

- **Temperatura** w skali bezwzględnej (w kelwinach) jest liczona od zera bezwzględnego (temperatury, w której ruch cząsteczek by zamarł).



- **Średnia energia kinetyczna ruchu postępowego** cząsteczki ciała jest związana z jego temperaturą:

$$E = \frac{3}{2}kT$$

gdzie $k = 1{,}38065 \cdot 10^{-23}\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}$ jest stałą, zwaną stałą Boltzmanna, a temperaturę wyrażamy w kelwinach.

- **Przepływ ciepła** to przekaz energii wywołany różnicą temperatur. Może następować na drodze przewodnictwa cieplnego, konwekcji lub promieniowania.

- **Ciepło właściwe** c substancji to wielkość równa liczbowo energii Q, którą trzeba dostarczyć $m = 1$ kg tej substancji, aby podgrzać ją o $\Delta T = 1$ K.

  Energia potrzebna do zmiany temperatury ciała o masie m o ΔT:

$$Q = mc\Delta T$$

- Wartość energetyczna paliwa lub żywności to energia, której dostarcza 1 kg substancji.

- Zmiana **stanu skupienia** jest przykładem **przemiany fazowej**. Ze zmianą stanu skupienia wiążą się poniższe pojęcia:

  - **ciepło topnienia** L_t – wielkość równa liczbowo energii potrzebnej do stopienia 1 kg substancji w temperaturze topnienia:

$$Q = mL_t$$

  - **ciepło parowania** L_p – wielkość równa liczbowo energii potrzebnej do odparowania 1 kg substancji w określonej temperaturze:

$$Q = mL_p$$

  - **wrzenie** – parowanie cieczy w jej całej objętości. Odbywa się w stałej temperaturze. Ciecz paruje w każdej temperaturze, natomiast wrze jedynie w ściśle określonej temperaturze, zwanej temperaturą wrzenia. Temperatura ta zależy od ciśnienia atmosferycznego.

- **Bilans cieplny** to zestawienie ciepła pobranego i oddanego w układzie izolowanym.

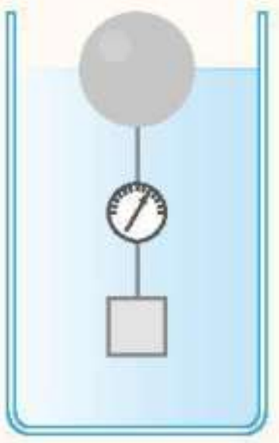
- Ciała stałe, ciecze i gazy (pod stałym ciśnieniem) zwiększają swoją objętość wraz ze wzrostem temperatury.

- Do szczególnych właściwości wody o istotnym znaczeniu dla życia na Ziemi należą:
  - nietypowa rozszerzalność cieplna (maksimum gęstości w 4°C),
  - bardzo duża wartość ciepła właściwego i ciepła przemian fazowych.

Sposób na zadanie

Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych

Zadanie 1. Przedmiot o masie 1 kg połączono za pomocą dwóch kawałków sznurka z siłomierzem i styropianową kulką. Następnie przedmiot wraz z siłomierzem umieszczono w wodzie (patrz rys.). Po ustaniu drgań stwierdzono, że siłomierz wskazuje 8 N.



Zadanie 1.1 (0–2)

Oblicz gęstość materiału, z którego wykonano przedmiot (pomiń wpływ sznurka). Przyjmij gęstość wody $d_w = 10^3 \frac{kg}{m^3}$ i przyspieszenie ziemskie $g = 10 \frac{m}{s^2}$.

Zadanie 1.2 (0–1)

Oceń, czy wartość siły naciągu sznurka między styropianową kulką a siłomierzem może być mniejsza niż między siłomierzem a przedmiotem. Odpowiedź uzasadnij.

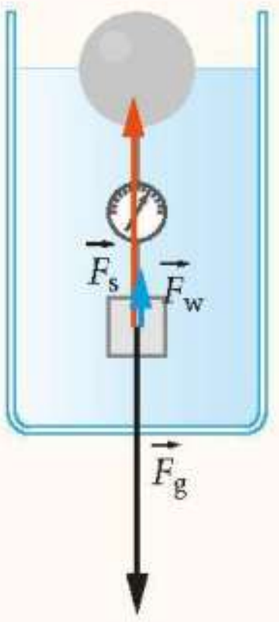
Rozwiązanie:

Ad 1.1

Wskazówka 1. Sposób rozwiązania bardziej złożonego zadania możesz wymyślać „od początku" lub „od końca". Skorzystamy tutaj z tej drugiej metody.

Zastanówmy się, czego nam brakuje do rozwiązania zadania. Skoro chcemy obliczyć gęstość (ogólny wzór $d = \frac{m}{V}$), a znamy masę, to brakuje nam objętości. Objętość możemy obliczyć na podstawie wartości siły wyporu (ogólny wzór $F_w = d_w V g$). A skąd wziąć siłę wyporu? Trzeba rozważyć, jakie siły działają na ciało.

Na zawieszony przedmiot zanurzony w wodzie działają trzy siły (patrz rys.): siła ciężkości $\vec{F}_g$ (w dół), siła wyporu $\vec{F}_w$ (w górę) oraz siła, którą ciągnie go sznurek $\vec{F}_s$ (w górę). Zgodnie z trzecią zasadą dynamiki ta ostatnia siła jest co do wartości równa sile, którą przedmiot za pośrednictwem sznurka ciągnie siłomierz, a więc jest też równa wskazaniu siłomierza $F_s = 8$ N.



Wskazówka 2. Jeżeli ciało spoczywa to oznacza, że siły na nie działające się równoważą.

Po uwzględnieniu zwrotów sił możemy zapisać warunek równowagi sił działających na przedmiot i wyznaczyć z niego siłę wyporu:

$$F_g = F_w + F_s \quad \rightarrow \quad F_w = F_g - F_s$$

Zauważmy, że wartość siły ciężkości obliczymy, ponieważ znamy masę przedmiotu:

$$F_g = mg = 1\,\text{kg} \cdot 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 10\,\text{N}$$

Teraz możemy obliczyć siłę wyporu: $F_w = 10\,\text{N} - 8\,\text{N} = 2\,\text{N}$.

Siłę wyporu działającą na całkowicie zanurzony w wodzie przedmiot da się też obliczyć z innej zależności:

$$F_w = d_w V_p g$$

gdzie: d_w – gęstość wody, V_p – objętość przedmiotu, g – przyspieszenie ziemskie.

Stąd wyznaczamy wzór na objętość przedmiotu, a następnie ją obliczamy:

$$V_p = \frac{F_w}{d_w g} \quad \rightarrow \quad V_p = \frac{2\,\text{N}}{1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0{,}0002\,\text{m}^3$$

Teraz możemy już obliczyć szukaną gęstość przedmiotu:

$$d_p = \frac{m}{V_p} \quad \rightarrow \quad d_p = \frac{1\,\text{kg}}{0{,}0002\,\text{m}^3} = 5000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Odpowiedź: Gęstość materiału, z którego wykonano przedmiot, wynosi $5000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

Ad 1.2

Tak, może, jeżeli siłomierz będzie miał średnią gęstość mniejszą od wody.

Warto zapamiętać!

- Złożone zadania można rozwiązywać „od końca", czyli określić, jak wyznaczyć szukaną wielkość, a następnie po kolei obliczać potrzebne do tego wielkości.
- Siła wyporu działająca na zanurzone ciało zależy od objętości zanurzonej części ciała.

Zadanie 2. (0–3)

W kalorymetrze znajdowało się 200 g wody o temperaturze 20°C. Włożono do niej 100 g lodu o temperaturze –10°C. Jaki procent zawartości kalorymetru będzie stanowił lód, kiedy mieszanina w kalorymetrze osiągnie równowagę termiczną? Jaka będzie wówczas temperatura wody, a jaka – lodu?

Rozwiązanie:

Wskazówka 3. Gdy zastanawiasz się nad pytaniami z treści zadania, nie musisz ich rozważać po kolei.

Na drugie pytanie możemy odpowiedzieć bez żadnych obliczeń. Jeśli powstała mieszanina wody i lodu będzie w równowadze, to znaczy, że temperatura wody będzie równa temperaturze lodu – dopóki temperatury nie są równe, nie ma równowagi i następuje przypływ ciepła. Jedyna temperatura, w której jest to możliwe, to 0°C.

Zastanówmy się nad przepływem ciepła w kalorymetrze. Woda podczas stygnięcia od 20°C do 0°C oddała ciepło Q_1, z którego część równa Q_2 posłużyła do ogrzania lodu od –20°C do 0°C, a pozostała część, równa Q_3, posłużyła do stopienia części lodu, zatem: $Q_1 = Q_2 + Q_3$.

Ciepło oddane przez wodę oraz ciepło potrzebne do ogrzania lodu możemy zapisać:

$$Q_1 = m_w c_w \Delta T_w \qquad Q_2 = m_l c_l \Delta T_l$$

gdzie:

$m_w = 0{,}2$ kg – początkowa masa wody w kalorymetrze, $\Delta T_w = 20°C$ – zmiana temperatury wody,

$m_l = 0{,}1$ kg – masa lodu, $\Delta T_l = 10°C$ – zmiana temperatury lodu,

$c_w = 4200 \frac{J}{kg \cdot °C}$ – ciepło właściwe wody,

$c_l = 2100 \frac{J}{kg \cdot °C}$ – ciepło właściwe lodu (ciepła właściwe znajdujemy w tablicach).

Możemy teraz obliczyć wartości liczbowe Q_1 i Q_2:

$$Q_1 = 0{,}2 \text{ kg} \cdot 4200 \frac{J}{kg \cdot °C} \cdot 20°C = 16\,800 \text{ J} \qquad Q_2 = 0{,}1 \text{ kg} \cdot 2100 \frac{J}{kg \cdot °C} \cdot 10°C = 2100 \text{ J}$$

Z równości $Q_1 = Q_2 + Q_3$ wyznaczamy ciepło, które posłużyło do stopienia części lodu: $Q_3 = Q_1 - Q_2$, i otrzymujemy ostatecznie: $Q_3 = 14\,700$ J.

Zauważamy, że ciepło Q_3 możemy też obliczyć z zależności:

$$Q_3 = m_t L_t$$

gdzie $L_t = 334 \frac{kJ}{kg} = 334\,000 \frac{J}{kg}$ to ciepło topnienia lodu wzięte z tablic, a m_t to masa stopionego lodu.

Stąd: $$m_t = \frac{Q_3}{L_t} \quad \rightarrow \quad m_t = \frac{14\,700 \text{ J}}{334\,000 \frac{J}{kg}} = 0{,}044 \text{ kg} = 44 \text{ g}$$

Tak więc stopnieją 44 g lodu, a pozostanie 100 g – 44 g = 56 g lodu.

Masa składników w kalorymetrze to 300 g, stąd zawartość lodu po ustaleniu się równowagi termicznej stanowi $\frac{56 \text{ g}}{300 \text{ g}} \approx 0{,}19$, czyli 19% zawartości kalorymetru.

Odpowiedź: Lód stanowi 19% zawartości kalorymetru, a temperatura wody i lodu wynosi 0°C.

Warto zapamiętać!

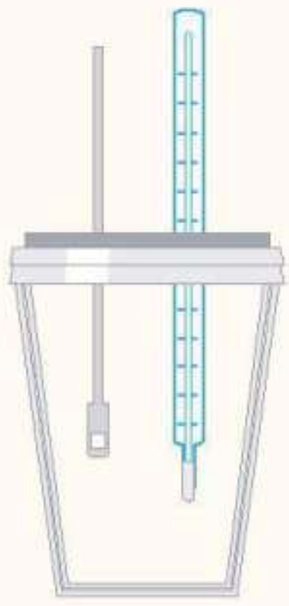
- Jeżeli jedyną formą przekazywania energii w układzie izolowanym jest przepływ ciepła, to łączne ciepło oddane i pobrane przez ciała w tym układzie są równe. Piszemy wtedy tzw. bilans cieplny.
- Jeżeli temperatura substancji się zmienia, to ciepło (oddane lub pobrane) obliczamy z zależności: $Q = mc\Delta T$, gdzie: m – masa substancji, c – ciepło właściwe substancji, ΔT – zmiana temperatury.
- Jeżeli temperatura substancji się nie zmienia, ale zmienia się jej stan skupienia, to ciepło (oddane lub pobrane) obliczamy ze wzoru: $Q = mL$, gdzie: m – masa substancji, L – ciepło przemiany fazowej.

Zadania powtórzeniowe

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

Zadanie 1. Doświadczenia z kalorymetrem

Uczniowie samodzielnie wykonali kalorymetr ze styropianowego kubka z pokrywką wyciętą z korkowej podkładki. Przez otwory w pokrywce włożyli do środka plastikowe mieszadełko i termometr. Aby maksymalnie zniwelować wpływ otoczenia na zjawiska zachodzące wewnątrz kalorymetru, włożyli go do jeszcze jednego styropianowego kubka.



1.1. Do kalorymetru wlano 150 ml wody o temperaturze 15°C, a następnie wrzucono kostkę lodu o temperaturze 0°C. Po pewnym czasie wewnątrz naczynia ustaliła się temperatura 8°C. Oblicz masę kostki lodu. Przyjmij ciepło właściwe wody $c_w = 4190 \frac{J}{kg \cdot K}$, ciepło topnienia lodu $L_t = 334 \frac{kJ}{kg}$.

1.2. Uczniowie chcieli wyznaczyć ciepło właściwe aluminium. Do kalorymetru zawierającego 100 g wody o temperaturze 80°C wrzucili kawałek aluminiowego drutu o masie 50 g i temperaturze 20°C. Po pewnym czasie temperatura wody się ustaliła i wynosiła 74°C. Oblicz ciepło właściwe aluminium.

Zadanie 2. Rozszerzanie i kurczenie

Do pojemnika w kształcie walca i polu powierzchni podstawy 200 cm^2 wlano 3,1 kg nafty o temperaturze 25°C, gęstości 790 $\frac{kg}{m^3}$ i współczynniku rozszerzalności objętościowej $96 \cdot 10^{-5} \frac{1}{K}$. Do poziomego dna tego naczynia przymocowany jest cienki pionowy pręt o długości 40 cm z naniesioną podziałką milimetrową, aby można było odczytać poziom cieczy w pojemniku. Pręt jest wykonany z substancji o współczynniku rozszerzalności liniowej $12 \cdot 10^{-5} \frac{1}{K}$, a podziałkę naniesiono na niego w temperaturze 25°C. Naczynie jest wykonane z materiału, którego rozszerzalność cieplną można w tym zadaniu zaniedbać.
Po pewnym czasie temperatura nafty i pręta spadła do 10°C.

Uwaga. Współczynnik rozszerzalności liniowej zdefiniowano w ramce na s. 70. Analogicznie definiujemy współczynnik rozszerzalności objętościowej β:

$$\Delta V = \beta V \Delta T$$

gdzie ΔV to przyrost objętości, V to początkowa objętość, a ΔT to przyrost temperatury.

2.1. Czy poziom nafty odczytany na podziałce podwyższył się, obniżył czy pozostał bez zmian? Jeśli się zmienił, to o ile milimetrów?

2.2. Określ, jaki wpływ na poziom nafty odczytywany na podziałce miałaby rozszerzalność cieplna naczynia, gdyby była na tyle duża, że nie można by było jej zaniedbać. Czy poziom ten obniżyłby się czy podwyższył?

Zadanie 3. Głębia

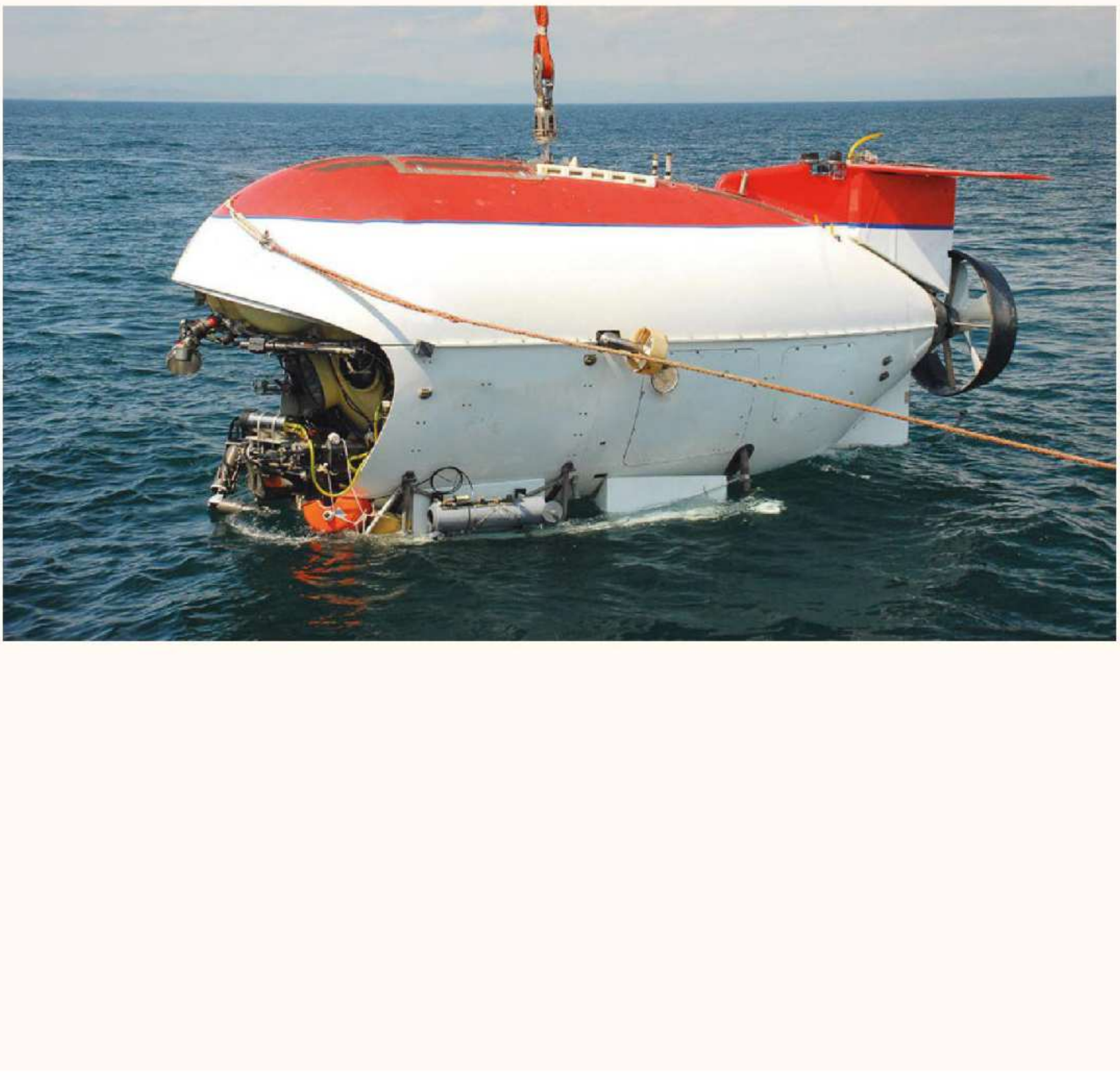
Robot o masie 8 t znajduje się 2,2 km pod powierzchnią oceanu, w nieruchomej wodzie. Pod robotem na krótkiej linie jest podwieszony balast – jednorodna kula o masie 700 kg wykonana ze stopu o gęstości 11 600 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. W tym miejscu głębokość oceanu wynosi 4,6 km. Tam, gdzie znajduje się robot, oraz głębiej gęstość wody jest równa 1027 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Początkowo robot i balast nie poruszają się względem wody i dna. Robot ma wyłączony napęd. Pomiń masę i objętość liny.

3.1. Oblicz siłę naciągu liny.

3.2. Oblicz objętość robota.

3.3. Robot pozbył się balastu. Po pewnym czasie, nadal z wyłączonym napędem i w pełnym zanurzeniu, robot wynurza się ze stałą prędkością skierowaną pionowo. Oblicz siłę oporu wody działającą na robota.

3.4. Balast opadł na dno. Oblicz, o ile wzrosło ciśnienie wywierane przez wodę na balast w porównaniu z ciśnieniem na głębokości 2,2 km.



8 Termodynamika

1. Badanie przemian gazu
2. Model gazu doskonałego
3. Przemiany gazu doskonałego
4. Ciepło w przemianach gazowych
5. Praca a wykresy przemian gazowych
6. Silniki cieplne
7. Pompy ciepła
8. Silniki spalinowe – temat dodatkowy
9. Druga zasada termodynamiki

8.1. Badanie przemian gazu

Przypomnij sobie

- Gaz zawsze wypełnia całe naczynie, w którym się znajduje.
- Gęstość substancji to iloraz jej masy i objętości. Liczbowo gęstość jest równa masie jednostki objętości.
- Ciśnienie to iloraz siły działającej prostopadle do powierzchni i pola tej powierzchni. Liczbowo ciśnienie jest równe sile działającej na jednostkę powierzchni.

Na kilku najbliższych lekcjach zajmiemy się przemianami gazów. Przekonasz się, że stosunkowo proste prawa pozwalają wyjaśnić zarówno zjawiska zachodzące w przyrodzie, jak i działanie różnych urządzeń. Tak właśnie jest w przypadku silników cieplnych, np. spalinowych, oraz pomp ciepła, np. lodówki.

Podczas doświadczalnego badania gazu zazwyczaj musimy zmierzyć się z pewnymi trudnościami, takimi jak konieczność stałego przechowywania gazu w szczelnym pojemniku. Prawa fizyki rządzące materią w tym stanie skupienia są jednak pod wieloma względami prostsze niż w przypadku ciał stałych i cieczy. Nie musimy badać struktury ułożenia cząsteczek (jak np. w kryształach), a ich wzajemne oddziaływania zazwyczaj można pominąć.

Przyczyny powstawania ciśnienia

Do opisu gazu będziemy używać następujących czterech wielkości:

- liczba cząsteczek – N,
- objętość – V,
- temperatura – T,
- ciśnienie – p.

O ciśnieniu mówiliśmy już w poprzednim rozdziale, teraz zwrócimy uwagę na przyczynę wytwarzania przez gaz ciśnienia. Jest nią fakt, że jego cząsteczki stale uderzają o ścianki naczynia, w którym się znajdują. Gdybyśmy dysponowali idealnym siłomierzem, moglibyśmy zarejestrować poszczególne uderzenia. W praktyce jednak cząsteczek jest zbyt dużo i uderzają w ścianki zbyt często, aby taki pomysł można było zrealizować. Obserwujemy więc stałe ciśnienie odpowiadające średniej sile działającej na jednostkę powierzchni.

Ciśnienie nie ma związku z ciężarem gazu. W stacji kosmicznej na orbicie panuje stan nieważkości (rys. 8.1), przedmioty nie wywierają tam ciśnienia na podłogę (trudno nawet stwierdzić, co jest podłogą), ale ciśnienie powietrza jest równe ciśnieniu atmosferycznemu na Ziemi. Dzięki temu astronauci mogą normalnie oddychać.

Rys. 8.1. W stacji kosmicznej mimo stanu nieważkości panuje ciśnienie atmosferyczne

Mol i stała Avogadra

W gazach zazwyczaj mamy do czynienia z bardzo dużą liczbą cząsteczek, co jest niewygodne w przypadku obliczeń. Dlatego wprowadzono pojęcie **mola**. Jest to jednostka ilości substancji w układzie SI.

Mol substancji to tyle jej elementarnych składników (cząsteczek lub atomów), ile atomów znajduje się w 12 g czystego izotopu węgla ^{12}C, czyli ok. $6{,}02214 \cdot 10^{23}$.

Do obliczeń przyjmujemy:
$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}$

Liczbę cząstek w jednym molu substancji, równą $N_A = 6{,}02214 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}$, nazywamy **stałą Avogadra**.

W bardzo dobrym przybliżeniu mol substancji to tyle jej gramów, ile jednostek masy atomowej ma cząsteczka danej substancji. Aby poznać masę 1 mola tlenu O_2, wystarczy pomnożyć masę atomową tlenu (rys. 8.2) przez liczbę atomów tlenu w cząsteczce O_2 i odczytać wynik w gramach:

$$m_O = 16 \text{ u}, \; m_{O_2} = 32 \text{ u}, \text{ czyli masa 1 mola } O_2 \text{ to } 32 \text{ g}$$

Otrzymujemy wynik: 1 mol tlenu O_2 ma masę 32 g.

Rys. 8.2. Tlen w układzie okresowym pierwiastków

Przemiana izotermiczna

Przemianami gazu nazywamy procesy, w których zmieniają się jego temperatura, ciśnienie lub objętość. Zbadamy teraz najprostsze przykłady przemian stałej ilości (tj. stałej liczby cząsteczek) gazu.

Doświadczenie 14

1. Przygotuj strzykawkę o pojemności 20 cm^3. Zmierz linijką, o ile centymetrów przesuwa się tłoczek między położeniami odpowiadającymi 0 cm^3 i 20 cm^3. Na tej podstawie oblicz powierzchnię tłoczka. Jeśli masz barometr, odczytaj ciśnienie atmosferyczne. Jeśli nie – przyjmij, że wynosi ono 1000 hPa.
2. Przesuń tłoczek tak, aby w strzykawce znajdowało się 10 cm^3 powietrza, i przygotuj strzykawkę tak, jak opisaliśmy w dośw. 5. pkt 4. na s. 19.
3. Przygotuj wagę kuchenną pozwalającą na pomiar z dokładnością do 1 g. Połóż na niej strzykawkę i wytaruj (wyzeruj) wagę. Jeśli to niemożliwe – zważ strzykawkę i odejmuj później jej masę od wskazań wagi.
4. Ustaw strzykawkę wylotem do góry i oprzyj tłoczek o szalkę wagi. Naciśnij strzykawkę tak, aby tłoczek przesunął się do położenia 9 cm^3 i zapisz wskazanie wagi. Następnie przesuń tłoczek do położenia 8 cm^3, zapisz wskazanie wagi itd. Przesuwaj tłoczek do położenia mniejszego o 1 cm^3 tyle razy, na ile pozwoli zakres pomiarowy (nośność) wagi.
5. Dla każdego położenia tłoczka oblicz ciśnienie powietrza w strzykawce, czyli sumę ciśnienia atmosferycznego i ciśnienia wywieranego przez tłoczek na wagę. Przykładowe obliczenia przedstawiliśmy na s. 86.
6. Zapisz w tabeli objętość i ciśnienie powietrza w strzykawce. Naszkicuj wykresy zależności $p(V)$ oraz $p(\frac{1}{V})$. Wyciągnij wniosek dotyczący zależności między ciśnieniem a objętością.

Poniżej przedstawiamy przykładowe opracowanie otrzymanych przez nas wyników doświadczenia 14.
Załóżmy, że przy pewnej objętości powietrza waga wskazuje 800 g. Oznacza to, że działa na nią siła równa ciężarowi ciała o masie 800 g, czyli siła o wartości:

$$F = 0{,}8\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}^2} = 7{,}848\ \text{N}$$

Taką samą siłą waga działa na tłoczek, a tłoczek – na powietrze wewnątrz strzykawki. Powietrze wewnątrz strzykawki zajmuje przestrzeń w kształcie walca o objętości:

$$V = S \cdot h$$

gdzie: S – powierzchnia podstawy, h – wysokość walca. Jeśli więc między położeniem 0 cm^3 a 20 cm^3 tłoczek przesuwa się o $h = 10$ cm, to jego powierzchnia wynosi:

$$S = \frac{V}{h} = 2\ \text{cm}^2$$

Po podstawieniu danych do wzoru na ciśnienie $p = \frac{F}{S}$ możemy obliczyć ciśnienie wywierane przez tłoczek na powietrze wewnątrz strzykawki:

$$p_{\text{tł}} = \frac{7{,}848\ \text{N}}{0{,}0002\ \text{m}^2} \approx 39\,000\ \text{Pa}$$

Oprócz niego na ciśnienie powietrza w strzykawce składa się też ciśnienie atmosferyczne, więc całkowite ciśnienie powietrza jest równe:

$$p = p_{\text{atm}} + p_{\text{tł}} = 100\,000\ \text{Pa} + 39\,000\ \text{Pa} = 139\,000\ \text{Pa} = 139\ \text{kPa}$$

Na podstawie przeprowadzonego doświadczenia i sporządzonych wykresów można stwierdzić, że ciśnienie gazu wzrasta, gdy zmniejsza się jego objętość. Co więcej, zależność między tymi wielkościami jest w przybliżeniu proporcjonalnością odwrotną. Aby proporcjonalność ta została dokładnie spełniona, temperatura gazu musi być stała. Przemianę gazu w stałej temperaturze nazywamy **przemianą izotermiczną** (od greckiego *isos* – równy, *thermos* – ciepły).

Skrót const od łacińskiego *constans* (czyt. konstans) – stały, niezmienny.

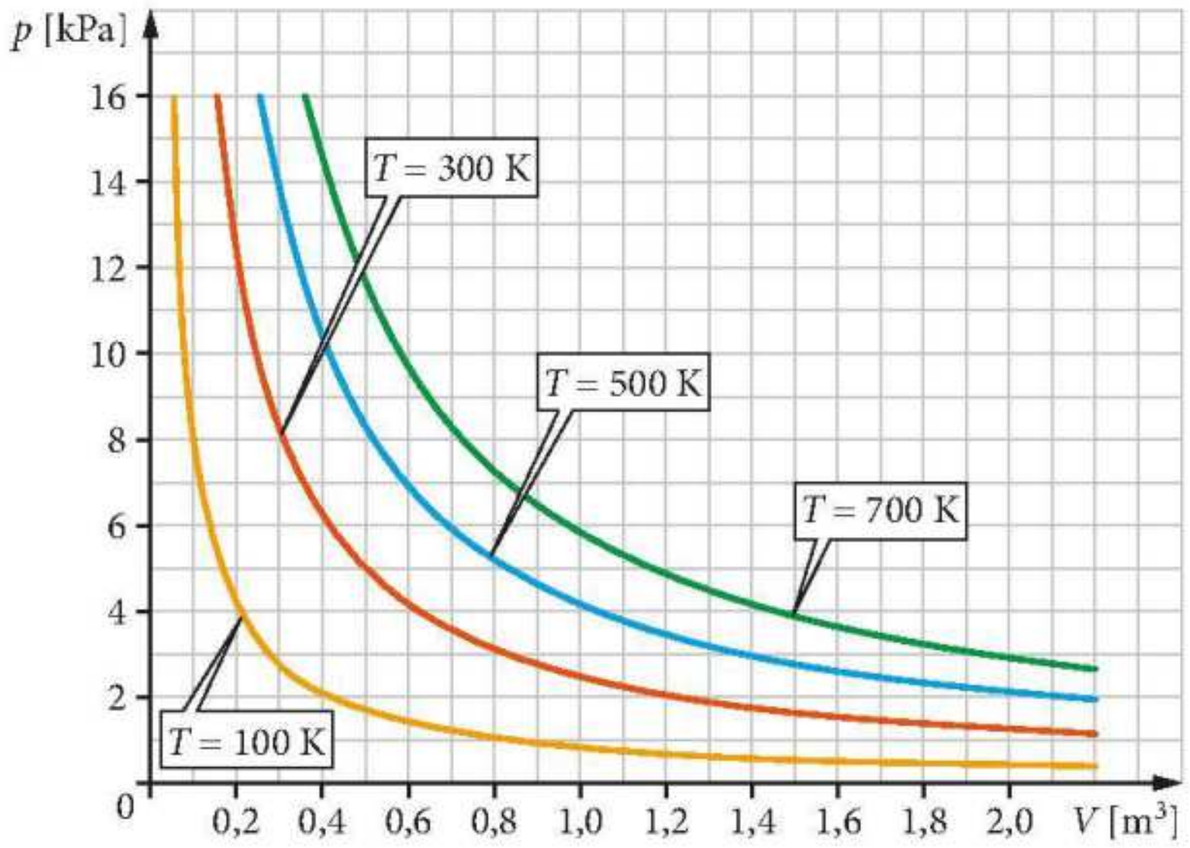
W stałej temperaturze ciśnienie gazu jest odwrotnie proporcjonalne do jego objętości:

jeśli $T = \text{const}$, to $pV = \text{const}$

Przemiana izotermiczna
n = const,
T = const,
pV = const

Oczywiście zależność ta jest prawdziwa dla przemiany danej ilości gazu (danej liczby cząsteczek, czyli dla n moli), którą sprężamy do mniejszej objętości (lub rozprężamy do większej), a nie dla różnych porcji gazu zajmujących naczynia różnej wielkości.
Zauważmy, że w naszym doświadczeniu przemiana nie była idealnie izotermiczna. Sprężając gaz, wykonywaliśmy pracę, więc zwiększaliśmy energię wewnętrzną gazu, a tym samym – jego temperaturę.

W naszych niezbyt precyzyjnych pomiarach nie miało to większego znaczenia, jednak przy dokładniejszych badaniach sprężanie powinno przebiegać na tyle powoli, aby temperatura gazu zdążyła się wyrównać z temperaturą otoczenia. Na rysunku 8.3 przedstawiliśmy zależności $p(V)$ w przemianie izotermicznej dla kilku temperatur.



Rys. 8.3. Izotermy – wykresy przedstawiające zależność ciśnienia 1 mola gazu od objętości, do której został on sprężony, w przemianie izotermicznej. Każdy z wykresów odpowiada określonej temperaturze

Przemiana izobaryczna

Zbadajmy teraz przemianę gazu inną niż w doświadczeniu 14.

Doświadczenie 15

1. Przygotuj dwie strzykawki z zamkniętymi wylotami (patrz dośw. 5 s. 19). W tym celu wykonaj czynności opisane w punktach 1. i 2. poprzedniego doświadczenia (s. 85).
2. Dodatkowo przygotuj termometr cieczowy. Możesz wykorzystać zaadaptowany do potrzeb doświadczenia termometr zaokienny (patrz ramka na s. 9). Odczytaj i zapisz temperaturę powietrza.
3. Włóż jedną ze strzykawek do zamrażarki. Obok niej połóż termometr. Po kilkunastu minutach odczytaj z termometru temperaturę, a ze strzykawki – objętość powietrza (położenie tłoczka).

   Uwaga. Podczas tego doświadczenia tłoczek powinien się swobodnie poruszać. Jeśli przymarznie do strzykawki, trzeba go lekko poruszyć.
4. Następnie drugą strzykawkę włóż do wody podgrzanej do najwyższej temperatury, którą można zmierzyć twoim termometrem. Odczytaj objętość powietrza w strzykawce.
5. Podgrzewaj wodę w naczyniu do czasu, aż zacznie wrzeć. Ponownie odczytaj objętość powietrza w strzykawce.
6. Na podstawie wyników swoich pomiarów naszkicuj wykres $V(T)$, gdzie T jest temperaturą w skali Kelvina. Wyciągnij wnioski.

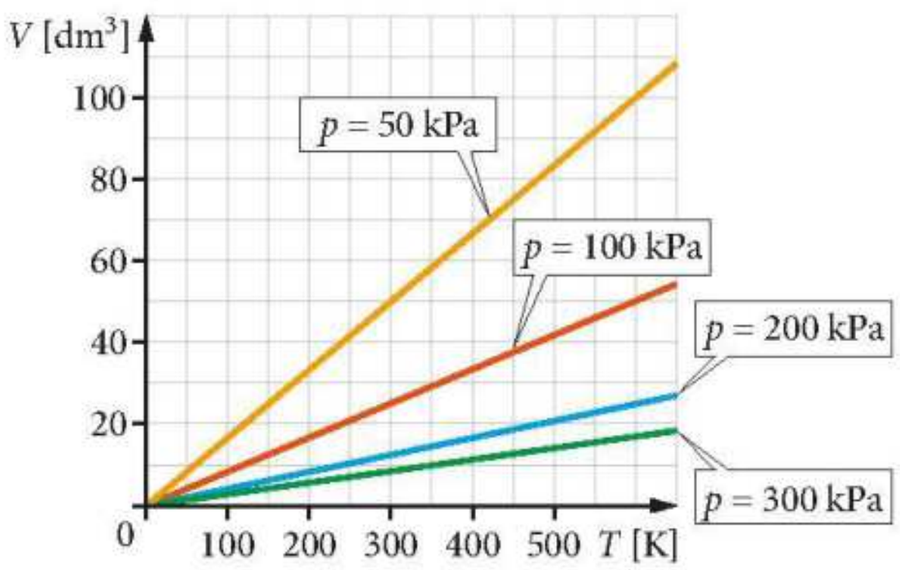
Przemiana izobaryczna
n = const,
p = const,
$\frac{V}{T}$ = const

Tym razem ciśnienie było praktycznie jednakowe we wszystkich pomiarach – równe ciśnieniu atmosferycznemu. Przemianę, w której ciśnienie gazu jest stałe, nazywamy **przemianą izobaryczną** (gr. *baros* – ciężki).

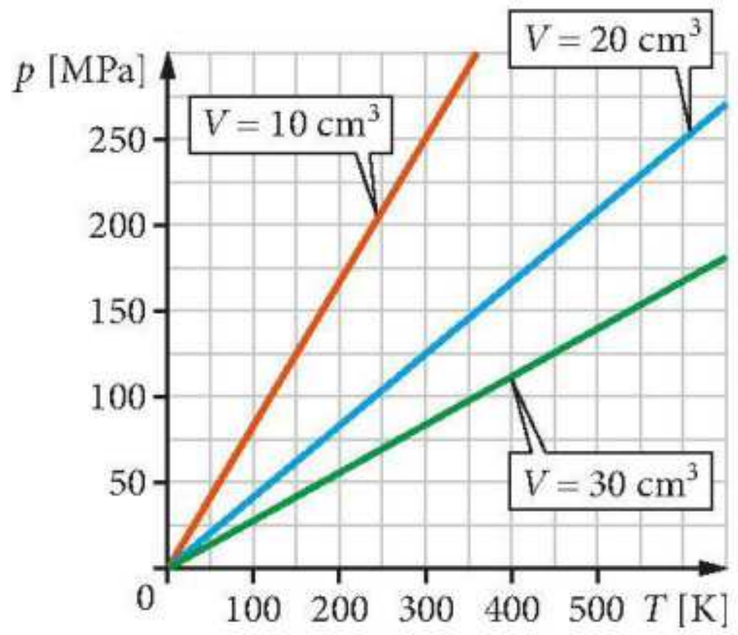
Pod stałym ciśnieniem objętość gazu jest wprost proporcjonalna do temperatury:

$$\text{jeśli } p = \text{const, to } \frac{V}{T} = \text{const}$$

Zwróćmy uwagę, że w przemianach gazowych temperaturę musimy wyrażać w skali bezwzględnej (w kelwinach). Na rysunku 8.4 przedstawiliśmy wykresy $V(T)$ dla przemiany izobarycznej. Współczynnik proporcjonalności funkcji $V(T)$ jest zależny od ciśnienia gazu.



Rys. 8.4. Izobary – wykresy przedstawiające zależność objętości 1 mola gazu od temperatury w przemianie izobarycznej. Każdy z wykresów dotyczy innego ciśnienia



Rys. 8.5. Izochory – wykresy przedstawiające zależność ciśnienia 1 mola gazu od temperatury w przemianie izochorycznej. Każdy z wykresów dotyczy innej objętości

Przemiana izochoryczna

Gdybyśmy w doświadczeniu 15. zablokowali tłoczki strzykawek, czyli objętość gazu nie mogłaby się zmieniać, to gaz zamknięty w strzykawkach podlegałby **przemianie izochorycznej** (gr. *chora* – przestrzeń). W przemianie tej objętość gazu jest stała, a zmieniają się jego temperatura i ciśnienie.

Jak dokładnie zależą od siebie ciśnienie p i temperatura T w przemianie izochorycznej? Z codziennego doświadczenia wiemy, że podczas ogrzewania gazu w zamkniętym naczyniu jego ciśnienie rośnie. Właśnie dlatego na pojemnikach dezodorantów umieszcza się ostrzeżenia przed ich podgrzewaniem. Aby dokładniej opisać to zjawisko, wyobraźmy sobie, że chcemy bez zmiany objętości gazu zwiększyć jego temperaturę i razy. Taką przemianę możemy zastąpić dwiema kolejnymi przemianami:

- najpierw ogrzewamy gaz izobarycznie do żądanej temperatury (zwiększy się przy tym jego objętość),
- potem sprężamy gaz izotermicznie do pierwotnej objętości.

W pierwszej części przemiany objętość gazu zwiększy się i razy. W drugiej części musimy z powrotem zmniejszyć objętość gazu i razy, więc jego ciśnienie zwiększy się i razy. W sumie: wzrostowi temperatury i razy odpowiada wzrost ciśnienia i razy.

Przemiana izochoryczna
n = const,
V = const,
$\frac{p}{T}$ = const

W stałej objętości ciśnienie gazu jest wprost proporcjonalne do jego temperatury:

$$\text{jeśli } V = \text{const, to } \frac{p}{T} = \text{const}$$

Zależność $p(T)$ przedstawiono na rysunku 8.5 na s. 88.
W następnej lekcji zobaczymy, że odkryte przez nas zależności opisujące trzy rodzaje przemian gazowych są szczególnymi przypadkami jednego ogólnego prawa.

Po tej lekcji powinieneś

- znać wielkości opisujące gaz;
- sprawdzać doświadczalnie i stosować w obliczeniach zależności opisujące przemiany gazu;
- na postawie wykresów określać, z jaką przemianą mamy do czynienia.

Pytania i zadania ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

Przykład

Masa powłoki i kosza balonu na ogrzane powietrze wynosi $m = 400$ kg. Powłoka zawiera $V = 3000\ \text{m}^3$ powietrza pod ciśnieniem atmosferycznym, rozgrzanego do temperatury $T_2 = 100°\text{C}$. Oblicz łączną masę pasażerów i ładunku, którą może unieść ten balon. Przyjmij, że temperatura na zewnątrz balonu wynosi $T_1 = 20°\text{C}$.

Rozwiązanie

Na balon działają następujące siły: ciężar balonu $\vec{F}_{gb}$, ciężar powietrza w jego powłoce $\vec{F}_{gp}$ i łączny ciężar pasażerów i ładunku $\vec{F}_{gł}$ (skierowane w dół) oraz siła wyporu $\vec{F}_w$ (skierowana w górę). Aby balon mógł wznieść się w górę, musi zachodzić warunek:

$$F_w > F_{gb} + F_{gp} + F_{gł}$$

Z tablic fizycznych odczytujemy gęstość powietrza pod ciśnieniem atmosferycznym w temperaturze $T_1 = 20°\text{C} = 293$ K. Wynosi ona $d_1 = 1{,}2\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Balon wypiera taką objętość powietrza, jaką sam zawiera, tzn. $V = 3000\ \text{m}^3$. Możemy stąd obliczyć masę powietrza wypartego przez balon:

$$m_1 = d_1 V = 3600\ \text{kg}$$

Na balon działa więc siła wyporu:

$$F_w = m_1 g = 35\,316\ \text{N}$$

Rozważmy, jak zmienia się gęstość powietrza w trakcie podgrzewania izobarycznego. Najpierw weźmy pod uwagę stałą masę m powietrza. Po ogrzaniu zajmuje ono większą objętość:

$$\frac{V_2}{T_2}=\frac{V_1}{T_1}, \quad \text{czyli} \quad \frac{V_1}{V_2}=\frac{T_1}{T_2}$$

Skoro ta sama masa powietrza zajmuje większą objętość, to znaczy, że ogrzane powietrze ma mniejszą gęstość:

$$d_1V_1 = m = d_2V_2$$

Stąd:

$$d_2 = d_1\frac{V_1}{V_2} = d_1\frac{T_1}{T_2}$$

W naszym zadaniu po podgrzaniu powietrza zmienia się masa wewnątrz czaszy balonu, gdyż jej objętość jest ograniczona i nadmiarowe powietrze ucieka do atmosfery. Skoro znamy pojemność czaszy V i gęstość gorącego powietrza d_2, możemy obliczyć masę gorącego powietrza:

$$m_2 = d_2V = \frac{T_1}{T_2}d_1V = \frac{T_1}{T_2}m_1$$

Po podstawieniu wartości liczbowych (pamiętaj, że temperatury podstawiamy w kelwinach) otrzymujemy: $m_2 = 2828$ kg.

Ciężar powietrza w balonie wynosi więc:

$$F_{gp} = m_2g = 27\,743 \text{ N}$$

a ciężar balonu (o masie 400 kg):

$$F_{gb} = mg = 3924 \text{ N}$$

Wypadkowa siły wyporu, ciężaru powietrza i ciężaru balonu jest skierowana w górę, a jej wartość jest równa:

$$F_{gł} = F_w - F_{gp} - F_{gb} = 3649 \text{ N}$$

Ta siła musi być większa od ciężaru pasażerów i ładunku, więc ich łączna masa maksymalnie może wynosić:

$$m_{gł} = \frac{F_{gł}}{g} \approx 372 \text{ kg}$$

Odpowiedź: Balon udźwignie pasażerów i ładunek o łącznej masie do 372 kg.

1. Manometr to urządzenie do pomiaru ciśnienia w oponach samochodowych, które wskazuje jego nadwyżkę w stosunku do ciśnienia atmosferycznego. Po długim postoju kierowca odczytał na skali manometru, że w oponach panuje ciśnienie 2,5 bara. Tego dnia ciśnienie atmosferyczne wynosiło 1000 hPa, a temperatura powietrza była równa 27°C. Powietrze w oponie ma objętość 40 litrów.

a) Oblicz objętość powietrza w oponie, jaką zajęłoby ono, gdyby je rozprężyć do ciśnienia atmosferycznego bez zmiany temperatury.

b) Oblicz ciśnienie powietrza w oponie, jeśli jego temperatura wzrośnie do 50°C. Załóż, że objętość powietrza się nie zmienia.

2. Narysuj wykres zależności gęstości powietrza pod ciśnieniem atmosferycznym od jego temperatury.

3. Szczelne naczynie zawiera powietrze pod ciśnieniem atmosferycznym 1000 hPa i o temperaturze 300 K. Ścianki naczynia ulegną zniszczeniu, gdy różnica ciśnień między wnętrzem i otoczeniem przekroczy 300 hPa. Do jakiej temperatury można rozgrzać gaz w naczyniu, a do jakiej można go ochłodzić? Załóż, że zmiany temperatury nie osłabiają ścianek naczynia.

4. Czy balon na rozgrzane powietrze uniesie większy ciężar w zimie czy w lecie? Załóż, że temperatura i objętość powietrza w czaszy balonu nie zależą od pory roku.

5. Masa kosza i powłoki balonu na ogrzane powietrze wynosi 300 kg. Pojemność powłoki wynosi $V = 2500\ \mathrm{m}^3$. Oblicz temperaturę, do jakiej trzeba rozgrzać powietrze wewnątrz powłoki, aby balon uniósł się w górę wraz z pasażerami o łącznej masie 200 kg. Temperatura na zewnątrz balonu wynosi 300 K. Gęstość powietrza w tej temperaturze to $1{,}2\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$.

6. Pudełko kartonowe ma kształt sześcianu o wewnętrznej krawędzi 10 cm. Oblicz, o ile procent wyższe ciśnienie wywiera powietrze na dno pudełka niż na jego wieczko.

Wskazówka. Ciśnienie gazu wywołane jego ciężarem obliczamy tak samo jak ciśnienie hydrostatyczne, wywierane przez ciecz na dno naczynia.

7. Znajdź potrzebne dane i wykonaj polecenia.

   a) Oblicz masę mola wodoru H_2.

   b) Oszacuj liczbę moli ludzi na Ziemi.

   c) Słowo „mól", oznaczające gatunek owada, brzmi w wielu formach tak samo jak „mol". Można więc zapytać, ile waży mol moli. Oszacuj tę wielkość, skoro masa jednego owada jest równa 10 mg. Jaki obiekt fizyczny ma porównywalną masę do mola moli?

8.2. Model gazu doskonałego

Przypomnij sobie

- Ciśnienie gazu wynika z uderzeń jego cząsteczek o ścianki naczynia.
- Do opisu gazu używamy czterech wielkości: liczby cząsteczek lub liczby moli, objętości, temperatury i ciśnienia.
- Gaz może podlegać przemianom, m.in. izobarycznej, izochorycznej i izotermicznej.

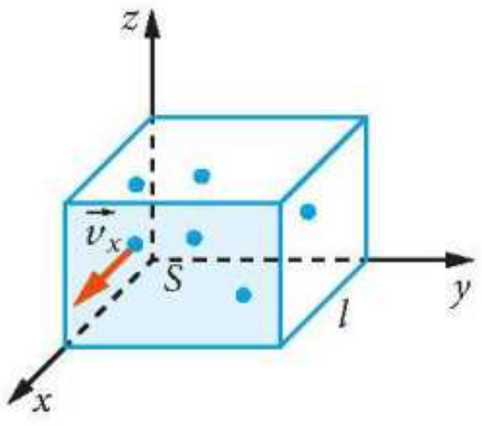
Rys. 8.6. W termometrze gazowym temperatura jest określana na podstawie ciśnienia gazu przy jego stałej objętości

Na poprzedniej lekcji opisaliśmy zależności między ciśnieniem, temperaturą i objętością gazu, przy czym badaliśmy wyłącznie przypadki, gdy jedna z tych wielkości jest stała (rys. 8.6). Co się jednak stanie, gdy wszystkie te wielkości będą zmieniać się jednocześnie? I dlaczego właściwie zachodzą potwierdzone przez nas doświadczalnie zależności?
Aby odpowiedzieć na te pytania, wprowadzimy **model gazu doskonałego**. Jak wiesz, cząsteczki gazu praktycznie nie oddziałują ze sobą poza chwilami zderzeń. Odległości między nimi są przeciętnie bardzo duże w porównaniu z ich rozmiarami (choć z naszego punktu widzenia obie te wielkości są niewyobrażalnie małe). Powyższe fakty pozwalają nam przyjąć model, w którym pomijamy rozmiary cząsteczek gazu, a także zachodzące między nimi oddziaływania oraz zderzenia.

Co to jest model, cz. I s. 12
Model to uproszczony opis rzeczywistego układu.

> Gaz doskonały to model gazu traktowanego jako zbiór wielu punktów materialnych zderzających się sprężyście ze ścianami naczynia.

Jest to dobre uproszczenie dla gazów w zwykłych warunkach. Zawodzi jednak, gdy odległości między cząsteczkami są na tyle małe, że nie można pomijać rozmiarów cząsteczek i oddziaływań między nimi. Przykładem takiej sytuacji może być gaz sprężony do bardzo wysokiego ciśnienia albo gaz ochłodzony pod normalnym ciśnieniem.



Rys. 8.7. Gaz w zamkniętym naczyniu

Równanie gazu doskonałego

Aby opisać zależności między ciśnieniem p, objętością V i temperaturą T dla gazu doskonałego, musimy odwołać się do naszej wiedzy o przyczynach wywierania ciśnienia przez gaz. Jak pamiętamy, jest ono powodowane przez uderzenia cząsteczek gazu o ścianki naczynia.
Wyobraźmy sobie dla uproszczenia prostopadłościenne naczynie, którego jedna ze ścian ma powierzchnię S, a krawędź prostopadła do tej ściany ma długość l (rys. 8.7). Wprowadźmy układ współrzędnych, w którym oś x jest skierowana prostopadle do wybranej przez nas ściany.

Rozważmy ruch cząsteczki, który odbywa się z prędkością równą średniej prędkości wszystkich cząsteczek gazu. Współrzędna tej prędkości wzdłuż osi x wynosi v_x. W pewnej chwili cząsteczka odbija się od wybranej przez nas ściany. Kolejne takie odbicie nastąpi po czasie Δt potrzebnym do pokonania odległości $2l$ (do przeciwległej ściany i z powrotem), czyli po czasie równym:

Przez „średnią prędkość" rozumiemy tu prędkość odpowiadającą średniej energii cząsteczek.

$$\Delta t = \frac{2l}{v_x}$$

W chwili uderzenia o wybraną przez nas ścianę cząsteczka zmieni swój pęd o $2mv_x$ (wartość prędkości się nie zmienia, ale jej zwrot zmienia się na przeciwny). Nie wiemy, jak długo trwa zderzenie. Nie znamy też wartości siły działającej na cząsteczkę w czasie zderzenia, ale ponieważ na przedział czasu Δt przypada jedno zderzenie, możemy powiedzieć, że średnia siła dla całego czasu Δt spełnia warunek:

Druga zasada dynamiki: $F\Delta t = \Delta(\text{pędu})$

$$F\Delta t = \Delta(\text{pędu})$$

Piszemy Δ(pędu), bo symbol p zarezerwowaliśmy dla ciśnienia. Zatem:

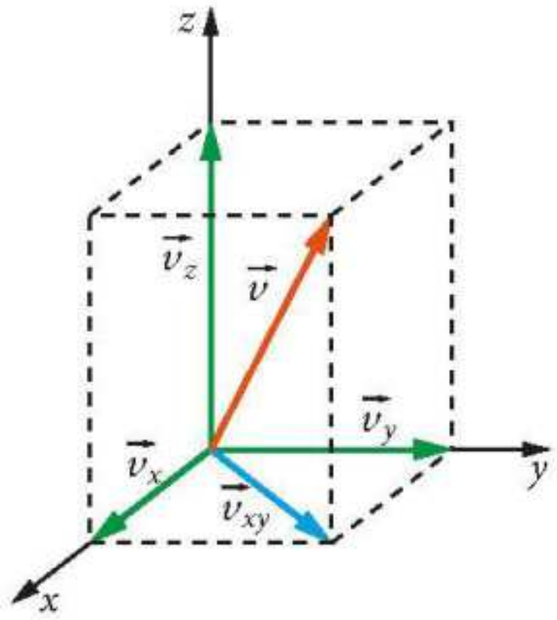
$$F\Delta t = 2mv_x$$

$$F\frac{2l}{v_x} = 2mv_x \quad \rightarrow \quad F = \frac{mv_x^2}{l}$$

Aby obliczyć ciśnienie (czyli $p = \frac{F}{S}$), podzielmy powyższe równanie stronami przez S. Z prawej strony w mianowniku pojawi się iloczyn Sl, równy objętości naczynia:

$$\frac{F}{S} = \frac{mv_x^2}{Sl} \quad \rightarrow \quad p = \frac{mv_x^2}{V}$$

Zapiszmy średnią energię kinetyczną ruchu postępowego cząsteczek za pomocą składowych prędkości (rys. 8.8). Korzystamy z zależności $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$ wynikającej z twierdzenia Pitagorasa:



Rys. 8.8. Rozkład wektora prędkości na składowe $v^2 = v_z^2 + v_{xy}^2, v_{xy}^2 = v_x^2 + v_y^2$

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)$$

Wiemy jednak, że cząsteczki gazu poruszają się bezładnie we wszystkich kierunkach. Skoro zaś żaden kierunek nie jest wyróżniony, średnio $v_x^2 = v_y^2 = v_z^2$, co zapisujemy następująco:

$$E_k = \frac{1}{2}m \cdot 3v_x^2 = \frac{3}{2}mv_x^2$$

Do wyprowadzonego wcześniej wzoru na ciśnienie możemy teraz podstawić $mv_x^2 = \frac{2}{3}E_k$. Otrzymujemy:

$$p = \frac{\frac{2}{3}E_k}{V}$$

Z lekcji 7.4 wiemy, że $E_k = \frac{3}{2}kT$, gdzie k to stała Boltzmanna. Po podstawieniu do wzoru na ciśnienie mamy:

$$p = \frac{kT}{V}$$

Dotychczas rozważaliśmy ruch pojedynczej cząsteczki. Ponieważ jednak cząsteczek jest znacznie więcej (oznaczmy ich liczbę jako N), wspólnie wywierają one na ścianę naczynia ciśnienie N razy większe:

$$p = \frac{NkT}{V}$$

W jednym molu gazu jest N_A cząsteczek, czyli w n molach gazu łączna liczba cząsteczek wynosi $N = nN_A$. Podstawmy tę zależność do naszego równania i pomnóżmy je stronami przez V. Otrzymujemy:

$$pV = nN_AkT$$

N_A – stała Avogadra,
$N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}$;
k – stała Boltzmanna,
$k = 1{,}3806 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$;
R – stała gazowa,
$R = N_A \cdot k = 8{,}314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

Dla uproszenia iloczyn dwóch stałych zastąpiono jedną stałą $R = N_A \cdot k$, zwaną **stałą gazową**.

Ciśnienie p, objętość V oraz temperatura T dla n moli gazu doskonałego spełniają równanie:

$$pV = nRT$$

gdzie n to liczba moli gazu, a $R = 8{,}314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$ jest stałą gazową.
Jest to podstawowe równanie opisujące gaz doskonały. Nazywamy je **równaniem Clapeyrona** (czyt. klapejrona).

Po tej lekcji powinieneś

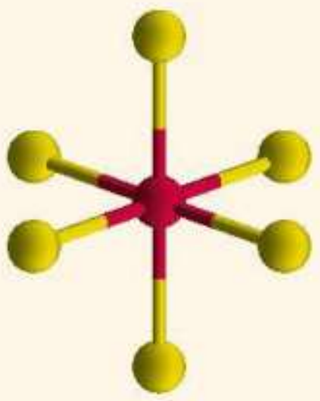
- znać założenia modelu gazu doskonałego;
- stosować równanie Clapeyrona do wyjaśniania zjawisk fizycznych i rozwiązywania zadań.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

Przykład

Oblicz gęstość sześciofluorku wolframu (WF_6) w temperaturze $T = 300$ K i pod ciśnieniem $p = 1000$ hPa.



Rozwiązanie

Z równania Clapeyrona $pV = nRT$ wyznaczamy: $V = \frac{nRT}{p}$.

Po podstawieniu danych z zadania dla jednego mola gazu w opisanych warunkach otrzymujemy wartość liczbową:

$$V = 0{,}0249 \text{ m}^3$$

Obliczmy masę 1 mola WF_6. Z układu okresowego odczytujemy masy atomowe wolframu (183,84 u) i fluoru (19 u). Po zsumowaniu mas atomowych pierwiastków przemnożonych przez liczby poszczególnych atomów w cząsteczce WF_6 otrzymujemy jego masę cząsteczkową:

$$183{,}84 \text{ u} + 6 \cdot 19 \text{ u} = 297{,}84 \text{ u}$$

Możemy zatem przyjąć, że 1 mol WF_6 ma masę 297,84 g. Ponieważ znamy objętość jednego mola tego gazu, więc możemy obliczyć gęstość $d = \frac{m}{V}$:

$$d = \frac{0{,}29784\,\text{kg}}{0{,}0249\,\text{m}^3} \approx 11{,}96\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \approx 12{,}0\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Odpowiedź: Gęstość sześciofluorku wolframu w opisanych warunkach to ok. $12\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

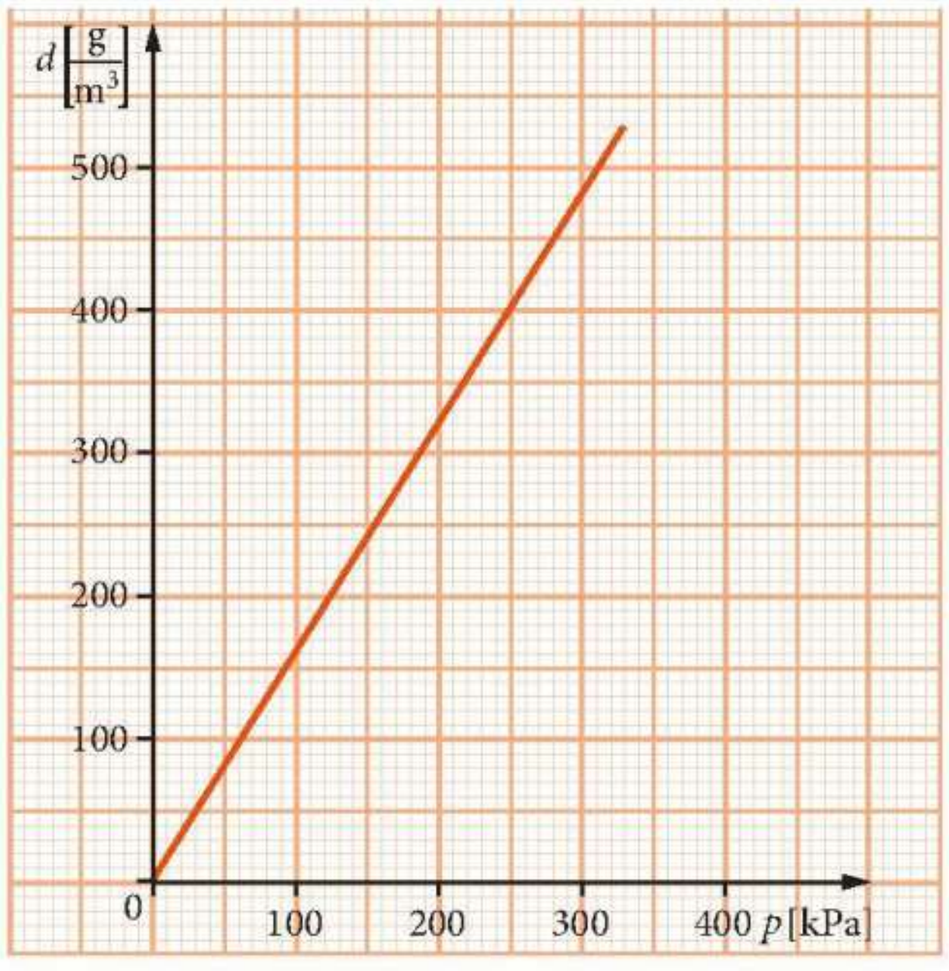
Uwaga. Sześciofluorek wolframu to jeden z najcięższych gazów, ok. 10 razy cięższy od powietrza. Używany jest przy produkcji urządzeń elektronicznych.

1. Oblicz objętość 1 mola gazu doskonałego w warunkach normalnych (tzn. przy $t = 0°C$ i $p = 1013{,}25$ hPa), a następnie długość krawędzi sześcianu o takiej objętości.

Uwaga. Objętość jednego mola gazu jest nazywana objętością molową. Ponieważ właściwości rzeczywistych gazów są zbliżone do właściwości gazu doskonałego, więc objętość molowa dowolnego gazu w podanych warunkach będzie zbliżona do wartości obliczonej w zadaniu.

2. Określ, jak zmieni się siła oddziaływania wiatru na ścianę oranżerii, gdy jego prędkość wzrośnie dwukrotnie. Uzasadnij odpowiedź. Wyjaśnij jej związek z tematem lekcji.

3. Na wykresie poniżej przedstawiono zależność gęstości pewnego gazu od jego ciśnienia w stałej temperaturze 300 K.

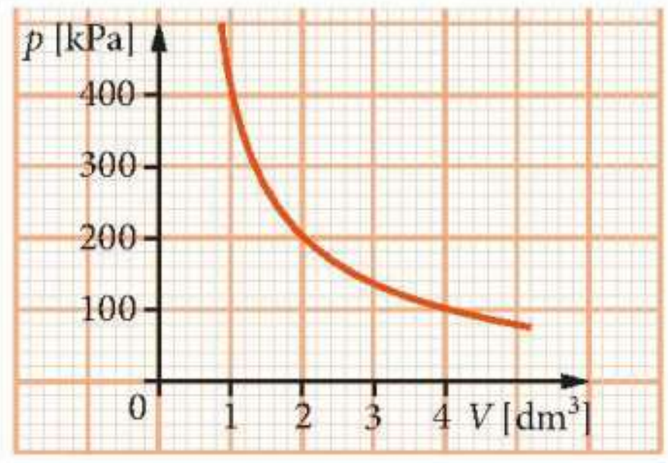


4. Poniżej pokazano wykresy zależności dwóch wielkości podczas różnych przemian 4 moli gazu doskonałego (rys. a–c). Nazwij przemiany zobrazowane na wykresach i określ, która wielkość jest stała w danej przemianie. Oblicz wartość stałej wielkości dla poszczególnych wykresów.

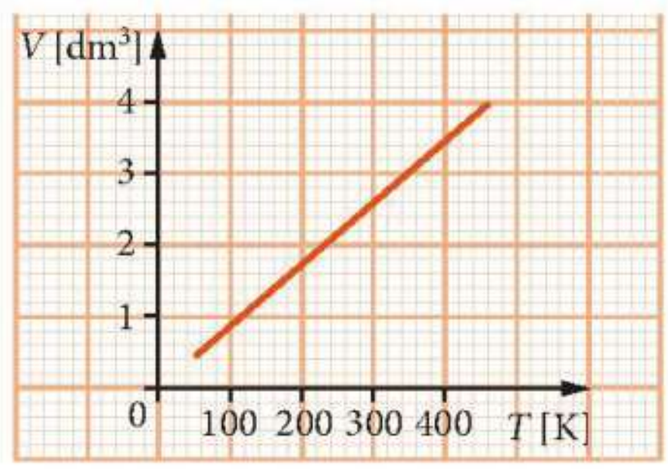
a) Na podstawie wykresu oblicz masę cząsteczkową tego gazu.

b) Który z gazów ma taką masę cząsteczkową: O_2, N_2 czy He?

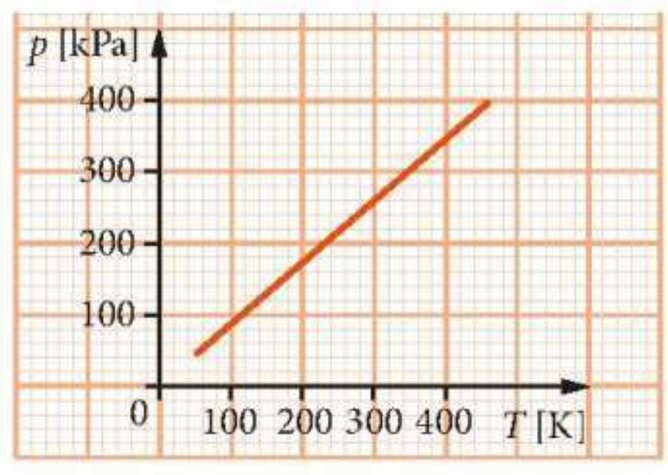
a)



b)



c)



8.3. Przemiany gazu doskonałego

Przypomnij sobie

- Wielkości opisujące gaz doskonały spełniają równanie Clapeyrona: $pV = nRT$.
- Temperatura ciała jest proporcjonalna do średniej energii kinetycznej ruchu postępowego jednej cząsteczki tego ciała.
- Gaz może podlegać przemianom, m.in.: izobarycznej, izochorycznej i izotermicznej.
- Zgodnie z zasadą zachowania energii całkowita energia układu izolowanego nie zmienia się w czasie.

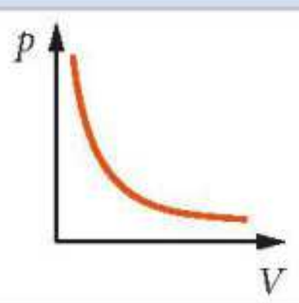
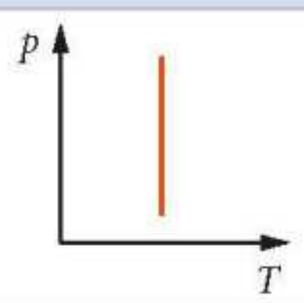
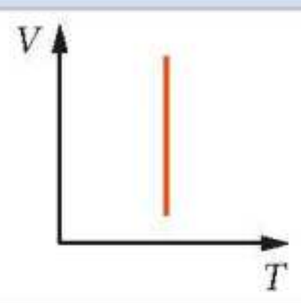
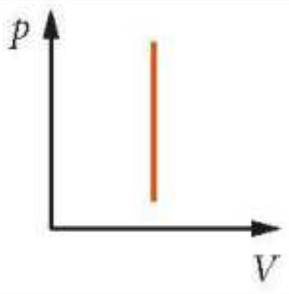
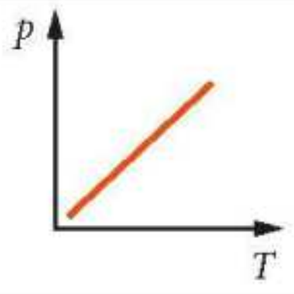
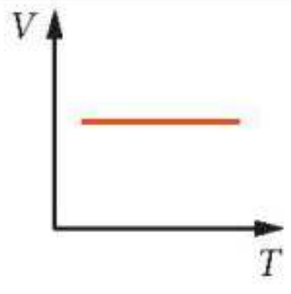
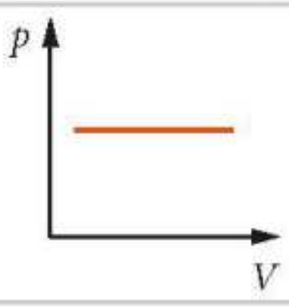
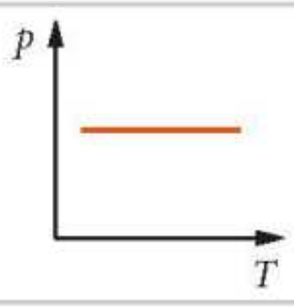
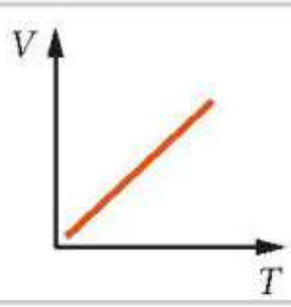
Równanie Clapeyrona a przemiany gazu

p – ciśnienie,
V – objętość,
T – temperatura,
n – liczba moli,
R – stała gazowa

Wystarczą proste przekształcenia równania Clapeyrona $pV = nRT$, aby uzyskać wszystkie zależności odkrywane przez nas doświadczalnie i opisane w lekcji 8.1.

Załóżmy, że ilość gazu podczas przemiany nie ulega zmianie ($n = \text{const}$). Przekształćmy równanie Clapeyrona tak, aby po jego prawej stronie znalazły się wartości stałe podczas danej przemiany gazowej. Otrzymamy wówczas zależności opisane w tabeli 8.1.

Tabela 8.1. Równanie Clapeyrona i wykresy przemian gazowych

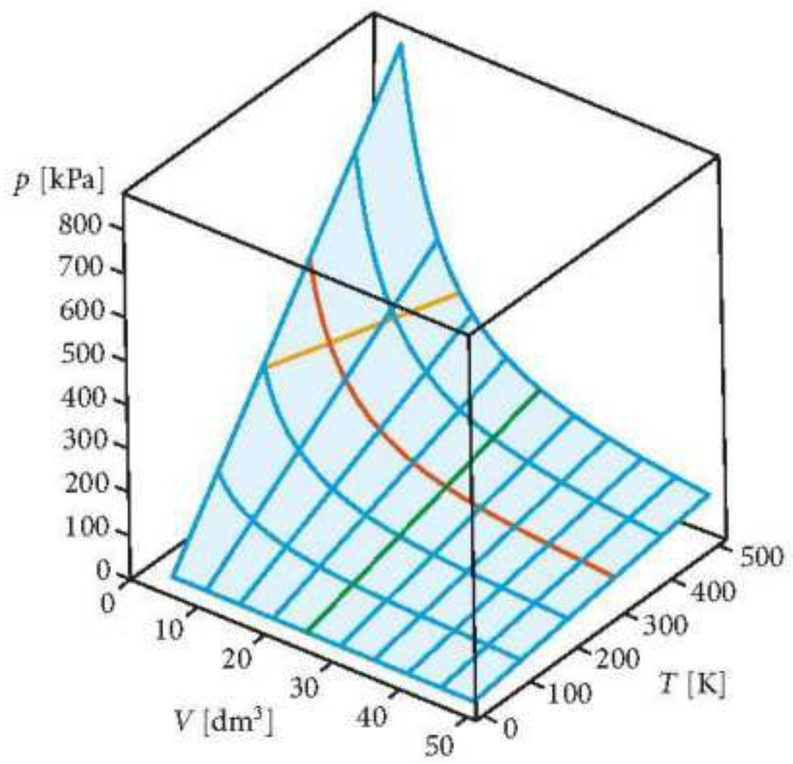
Przemiany \ Wykresy	$p(V)$	$p(T)$	$V(T)$
izotermiczna $T = \text{const}$ $pV = nRT = \text{const}$			
izochoryczna $V = \text{const}$ $\frac{p}{T} = \frac{nR}{V} = \text{const}$			
izobaryczna $p = \text{const}$ $\frac{V}{T} = \frac{nR}{p} = \text{const}$			

Równanie Clapeyrona pozwoli nam także zbadać, co się dzieje, gdy zmieniają się jednocześnie wszystkie trzy wielkości opisujące gaz.

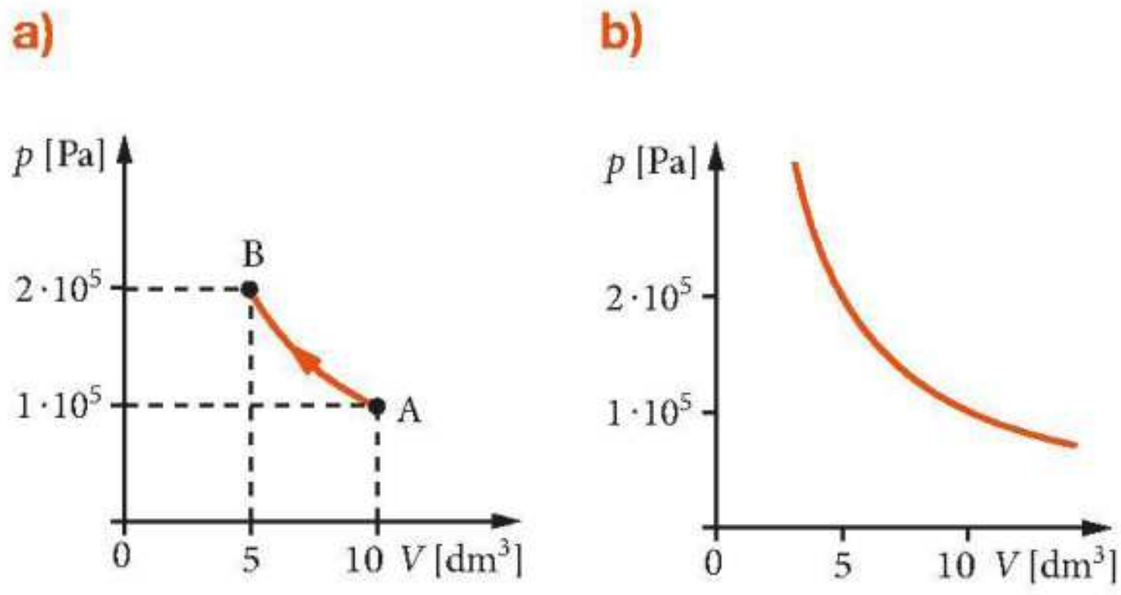
Równanie Clapeyrona a wykresy przemian gazowych

Równanie Clapeyrona można przedstawić w postaci wykresu trójwymiarowego, na którym uwzględnia się trzy wielkości: ciśnienie p, objętość V, temperaturę T (rys. 8.9), patrz „Dodatek matematyczny" s. 98.
Wykresy, które przedstawialiśmy podczas omawiania poszczególnych przemian gazowych, są przekrojami tego wykresu.
Na wykresach możemy także zaznaczać początek i koniec interesującej nas przemiany oraz za pomocą strzałki – jej kierunek (rys. 8.10). W dalszej części rozdziału najczęściej będziemy używali wykresu zależności $p(V)$. Można sobie wyobrażać, że wykres taki jest linią, którą w czasie przemiany zakreśla punkt o współrzędnych (V, p).

Wykres na rys. 8.9 zaczyna się od $V = 5\ dm^3$.
W celu zwiększenia czytelności oś T została narysowana z przodu. Zauważ, że przesunięcie jej do tyłu tak, aby wszystkie osie miały 0 w tym samym miejscu, nie zmieni wykresu.



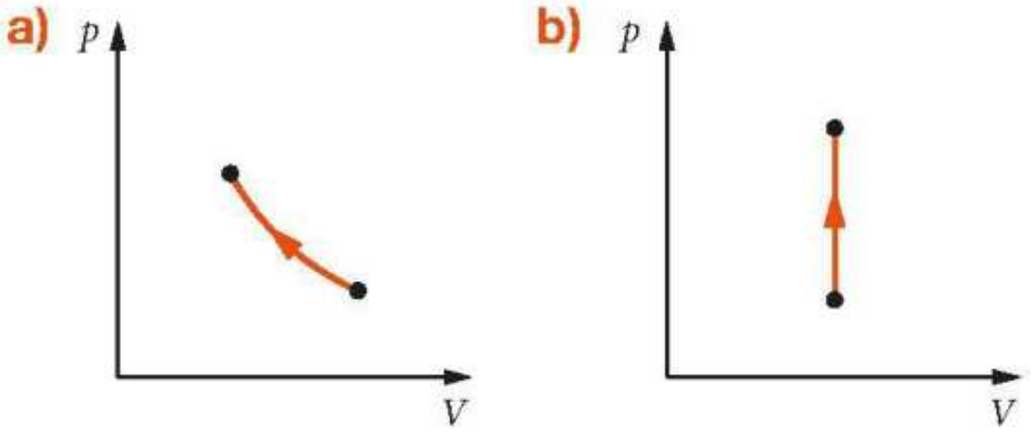
Rys. 8.9. Trójwymiarowy wykres równania Clapeyrona i jego przekroje: izoterma (czerwona), izobara (żółta), izochora (zielona)



Rys. 8.10. Wykresy: a) przemiany izotermicznego sprężania gazu od objętości 10 dm^3 do 5 dm^3, b) zależności $p(V)$ w przemianie izotermicznej

Wykresy przemian gazowych w układzie (V, p)

Gdy znamy kierunek, w którym zachodzi przemiana, możemy dokładnie określić, z jakim jej rodzajem mamy do czynienia.
Na rysunku 8.11a widzisz wykres izotermicznego sprężania gazu (ma on kształt fragmentu hiperboli). Rysunek 8.11b przedstawia przemianę izochoryczną (V jest stała), w której rośnie ciśnienie. Wynika to z jednoczesnego wzrostu temperatury gazu. Na rysunku 8.11c stałe jest ciśnienie, czyli mamy do czynienia z przemianą izobaryczną. Ponieważ zmniejsza się objętość gazu, maleje też temperatura, czyli następuje ochładzanie.



Rys. 8.11. Wykresy: a) izotermicznego sprężania, b) izochorycznego ogrzewania, c) izobarycznego chłodzenia

Dodatek matematyczny

Funkcje dwóch zmiennych

Pojęcie funkcji znasz z lekcji matematyki. Służy ono do opisywania różnych zależności. Na przykład jeśli ciało porusza się wzdłuż osi x ruchem jednostajnym, to zależność jego położenia od czasu można opisać za pomocą funkcji:

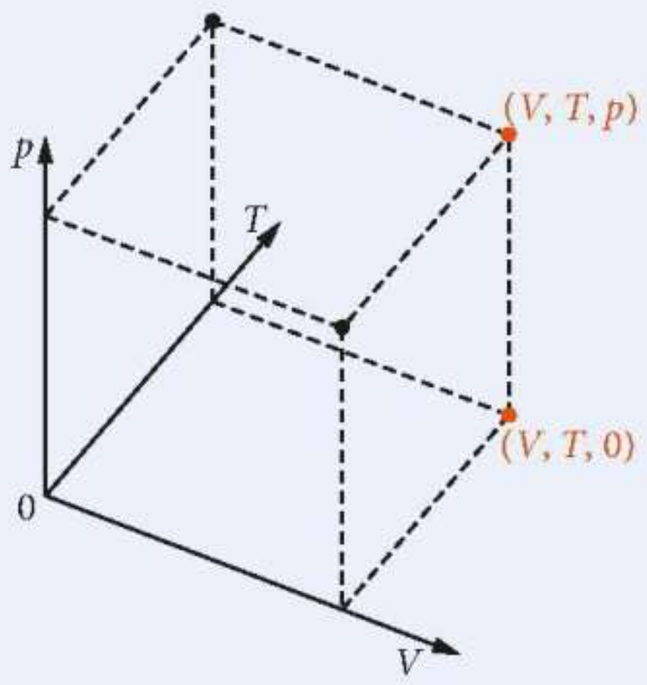
$$x(t) = vt + x_0$$

gdzie prędkość v i położenie początkowe x_0 są stałymi, t jest argumentem (zmienną niezależną), a $x(t)$ jest wartością funkcji (zmienną zależną).

Zdarza się jednak, że badana wielkość zależy od dwóch lub więcej wielkości.
Na przykład możemy rozważać zależność ciśnienia p gazu doskonałego od dwóch wielkości: objętości V, do której sprężono lub rozprężono gaz, oraz jego temperatury T. W takim wypadku mówimy, że ciśnienie jest **funkcją dwóch zmiennych**. Tę funkcję oznaczamy $p(V, T)$. W jej wzorze (wyznaczonym z równania Clapeyrona) występują obie interesujące nas zmienne (wielkości) V i T oraz stałe – w naszym przypadku stałymi dla danej ilości gazu są n oraz R:

$$p(V,T) = \frac{nRT}{V}$$

Wykres funkcji dwóch zmiennych można przedstawić w przestrzeni: zmienne T i V odkładamy na prostopadłych osiach w płaszczyźnie poziomej, a zmienną zależną p na osi pionowej (układ współrzędnych pokazano na rys. 8.12).
Na rysunku 8.9 na s. 97 przedstawiono taką zależność dla jednego mola gazu.



Rys. 8.12. Układ współrzędnych do rysowania wykresu funkcji dwóch zmiennych

Jaka przemiana zajdzie naprawdę?

Równanie Clapeyrona
$pV = nRT$

Gdy sprężamy gaz (np. powietrze w strzykawce), możemy kontrolować jego objętość. Zgodnie z równaniem Clapeyrona ciśnienie i temperatura nie mogą pozostać jednocześnie bez zmian. Równanie to pozostawia jednak dużą dowolność. Jeśli na przykład zmniejszymy objętość gazu dwukrotnie, to równanie Clapeyrona będzie spełnione, jeśli:

- ciśnienie wzrośnie dwukrotnie, a temperatura się nie zmieni,
- ciśnienie się nie zmieni, a temperatura spadnie dwukrotnie,
- ciśnienie wzrośnie cztery razy, a temperatura spadnie dwukrotnie,

i w nieskończenie wielu innych przypadkach.

Jednak w rzeczywistości zjawisko to zajdzie tylko w jeden określony sposób. Jaki? Aby to wyjaśnić, przypomnimy ważną zasadę.

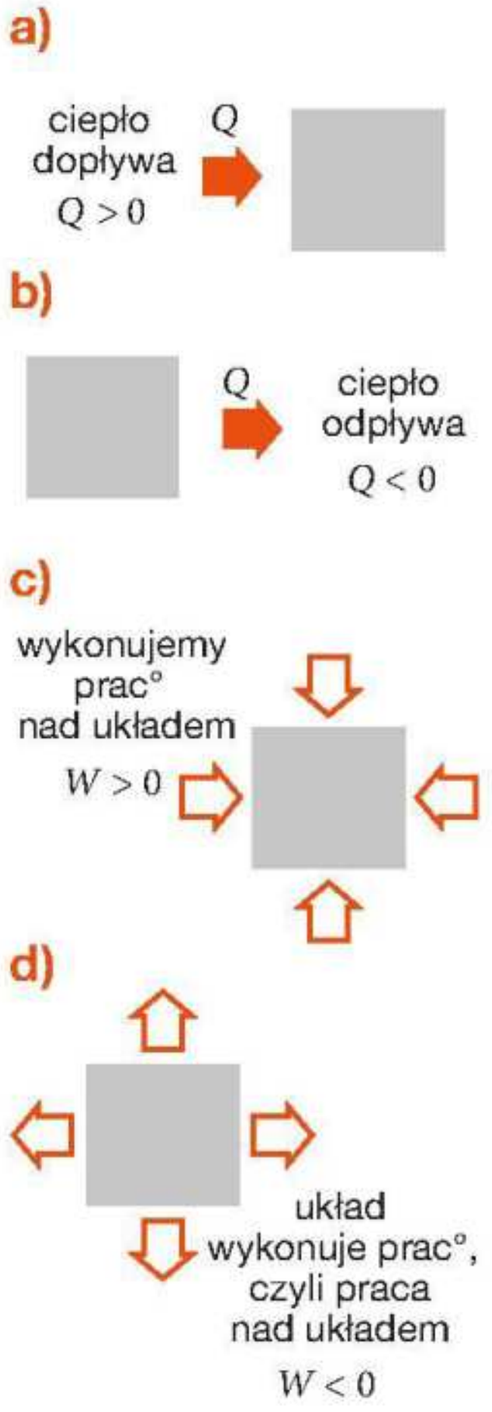
Zasada zachowania energii w zjawiskach cieplnych

W zjawiskach cieplnych, tak jak we wszystkich zjawiskach w przyrodzie, jest spełniona zasada zachowania energii.
Jeśli więc do układu dostarczamy ciepło, to zwiększamy jego energię wewnętrzną. Gdy układ oddaje ciepło – jego energia wewnętrzna maleje.
Podobnie jest z pracą: gdy wykonujemy pracę nad układem, jego energia wewnętrzna rośnie, a gdy to układ wykonuje pracę – jego energia wewnętrzna się zmniejsza. Opisane zależności można przedstawić w postaci **pierwszej zasady termodynamiki**:

> Zmiana energii wewnętrznej układu jest równa sumie ciepła dostarczonego do układu oraz pracy wykonanej nad tym układem:
>
> $$\Delta E_w = Q + W$$

Nazwa *pierwsza zasada termodynamiki* pochodzi z czasów, gdy jeszcze nie znano zasady zachowania energii (patrz „A to ciekawe" na dole strony). Dziś pierwsza zasada termodynamiki jest po prostu szczególnym przypadkiem zasady zachowania energii.

Zmiana energii wewnętrznej może być zarówno dodatnia (gdy energia rośnie), jak i ujemna (gdy energia maleje). Także Q i W mogą być zarówno dodatnie, jak i ujemne. Ich znaki zależą od tego, czy ciepło dopływa czy wypływa z układu, oraz od tego, czy wykonujemy pracę nad układem, czy też to układ wykonuje pracę (rys. 8.13).

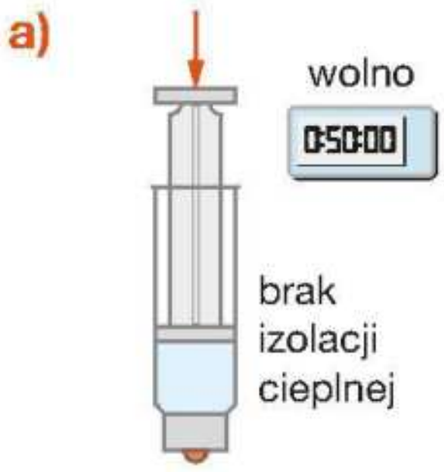


Rys. **8.13.** Znaki Q i W w poszczególnych przypadkach

A to ciekawe

Na początku XIX w. powszechnie przyjęto teorię zjawisk cieplnych, według której za te zjawiska odpowiada substancja zwana cieplikiem. Cieplik nie mógł powstawać ani znikać, mógł jednak przepływać między ciałami i powodować zmianę ich temperatury albo stanu skupienia. Była to teoria ilościowa – pozwalała na wykonywanie obliczeń, których wyniki z powodzeniem potwierdzano w doświadczeniach i wykorzystywano w teorii silników cieplnych.

Zjawiska rozgrzewania się ciał na skutek wykonania pracy tłumaczono wyciskaniem cieplika z ciał, a nie zamianą pracy na ciepło. Przecież podobnie poprzez wykonanie pracy możemy wyciskać wodę z gąbki, a nie oznacza to, że praca zmienia się w wodę. Dopiero odkrycie zjawisk, dzięki którym można było otrzymać dowolnie dużo ciepła kosztem pracy wykonywanej przez dowolnie długi czas, pozwoliło obalić teorię cieplika.



Rys. 8.14. Sprężanie gazu: a) izotermiczne, b) adiabatyczne

Przemiana adiabatyczna

Wróćmy do przemian gazu. Załóżmy, że początkowa temperatura gazu jest równa temperaturze otoczenia. Gdy naciskamy na tłoczek, wykonujemy pewną pracę, która powoduje zwiększenie się energii wewnętrznej gazu. Co się z nią stanie?

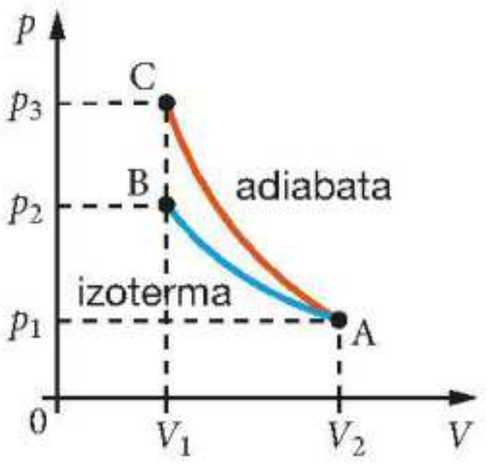
- Jeśli przemiana zachodzi powoli, a zbiornik gazu nie jest izolowany od otoczenia (rys. 8.14a), to na bieżąco oddaje on część energii i jego temperatura podczas przemiany pozostaje stała. Wówczas mamy do czynienia z przemianą **izotermiczną**.
- Jeśli zbiornik gazu jest izolowany od otoczenia (rys. 8.14b) lub przemiana zachodzi na tyle szybko, że wymiana ciepła z otoczeniem jest pomijalnie mała, to cała energia włożona w postaci pracy zmienia się w energię wewnętrzną gazu. Taką przemianę nazywamy **adiabatyczną**.

> Przemiana adiabatyczna to przemiana, w której nie zachodzi wymiana ciepła z otoczeniem.

Oprócz adiabatycznego sprężania możemy mówić także o adiabatycznym rozprężaniu. Wówczas gaz rozpręża się pod wpływem własnego ciśnienia i wykonuje pracę kosztem swojej energii wewnętrznej – a ponieważ nie może pobrać ciepła z otoczenia, jego temperatura się zmniejsza.

Przemiany izotermiczna i adiabatyczna to dwa wyidealizowane przypadki. W praktyce podczas sprężania gazu mamy do czynienia z przemianami, w których część (ale nie całość) energii uzyskanej przez gaz trafia do otoczenia. Analogicznie, przy rozprężaniu gaz pobiera pewną energię z otoczenia, ale nie tak wielką, aby zachować stałą temperaturę.

Wykres przemiany adiabatycznej



Rys. 8.15. Wykresy zależności $p(V)$ dla przemian: izotermicznej (niebieski) i adiabatycznej (czerwony)

Wyprowadzenie wzorów opisujących przemianę adiabatyczną wykracza poza szkolny program matematyki. Możemy jednak przedstawić wykres opisujący tę przemianę.
Na pierwszy rzut oka jest on podobny do wykresu przemiany izotermicznej, dlatego oba narysujemy w jednym układzie współrzędnych (rys. 8.15) i przyjrzymy się różnicy między nimi.

Jak widzisz, adiabata jest bardziej stroma niż izoterma wychodząca z tego samego punktu. Oznacza to, że gdy sprężamy gaz do tej samej objętości, w procesie adiabatycznym uzyskamy wyższe ciśnienie niż w izotermicznym. Fizyczna przyczyna tego stanu rzeczy jest łatwa do wyjaśnienia: podczas sprężania adiabatycznego rośnie temperatura gazu, co powoduje dodatkowy wzrost ciśnienia.

Po tej lekcji powinieneś

- znać pierwszą zasadę termodynamiki;
- przedstawiać przemiany gazowe na wykresach;
- analizować wykresy przemian gazowych;
- rozwiązywać zadania dotyczące konkretnych przemian.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

Przykład

Uczniowie odczytali z barometru ciśnienie atmosferyczne $p_{at} = 990$ hPa, a następnie przygotowali zestaw doświadczalny do zbadania przemiany izotermicznej. Użyli strzykawki o pojemności $V_s = 1{,}5$ ml oraz zestawu ciężarków, z których każdy miał masę $m = 50$ g. Uczniowie zmierzyli, o ile przesuwa się tłoczek między położeniem 0 cm^3 a 1,5 cm^3. Otrzymali wynik 3,9 cm. Następnie ustawili tłoczek tak, aby powietrze zajmowało objętość $V = 0{,}3$ ml strzykawki, i zasklepili jej otwór. Strzykawkę unieruchomili w uchwycie statywu w pozycji pionowej, tłoczkiem w dół. Na tłoczku zawiesili dwa ciężarki i zmierzyli objętość powietrza w strzykawce. Potem czterokrotnie zawieszali na tłoczku strzykawki kolejny ciężarek i mierzyli ciśnienie. Wyniki pomiarów zapisali w tabeli:

V [cm^3]	0,3	0,4	0,5	0,6	0,9	1,4
Masa ciężarków m [g]	0	100	150	200	250	300
Ciśnienie wewnątrz strzykawki p [kPa]						

a) Oblicz wartości ciśnienia wewnątrz strzykawki w poszczególnych przypadkach. Następnie przerysuj do zeszytu tabelę i ją uzupełnij. Pomiń opory ruchu tłoka.

b) Sporządź w zeszycie wykres zależności ciśnienia powietrza w strzykawce od odwrotności objętości, którą powietrze zajmuje w strzykawce. Na wykresie zaznacz również niepewności pomiarowe.

c) Sprawdź, czy dla przyjętej przez ciebie niepewności pomiarowej w przemianie zbadanej przez uczniów była spełniona zależność $pV = \text{const}$.

Rozwiązanie

a) Gdy tłoczek strzykawki nie był obciążony ciężarkiem, ciśnienie powietrza we wnętrzu strzykawki było równe ciśnieniu atmosferycznemu $p_{at} = 990$ hPa $= 99$ kPa, a objętość powietrza wynosiła $V = 0{,}3$ ml $= 0{,}3$ cm^3.
Doczepienie ciężarków o masie $m = 100$ g spowodowało pociągnięcie tłoczka w dół – objętość zwiększyła się do 0,4 cm^3. Ciśnienie wewnątrz strzykawki zmniejszyło się do:

$$p = p_{at} - \frac{mg}{S}$$

gdzie: m – masa ciężarków, g – przyspieszenie ziemskie, S – powierzchnia tłoczka.

Powierzchnię tłoczka obliczamy tak jak w opracowaniu doświadczenia 14. (s. 86).

$$S = \frac{1{,}5\,\text{cm}^3}{3{,}9\,\text{cm}} = 0{,}3846\,\text{cm}^2$$

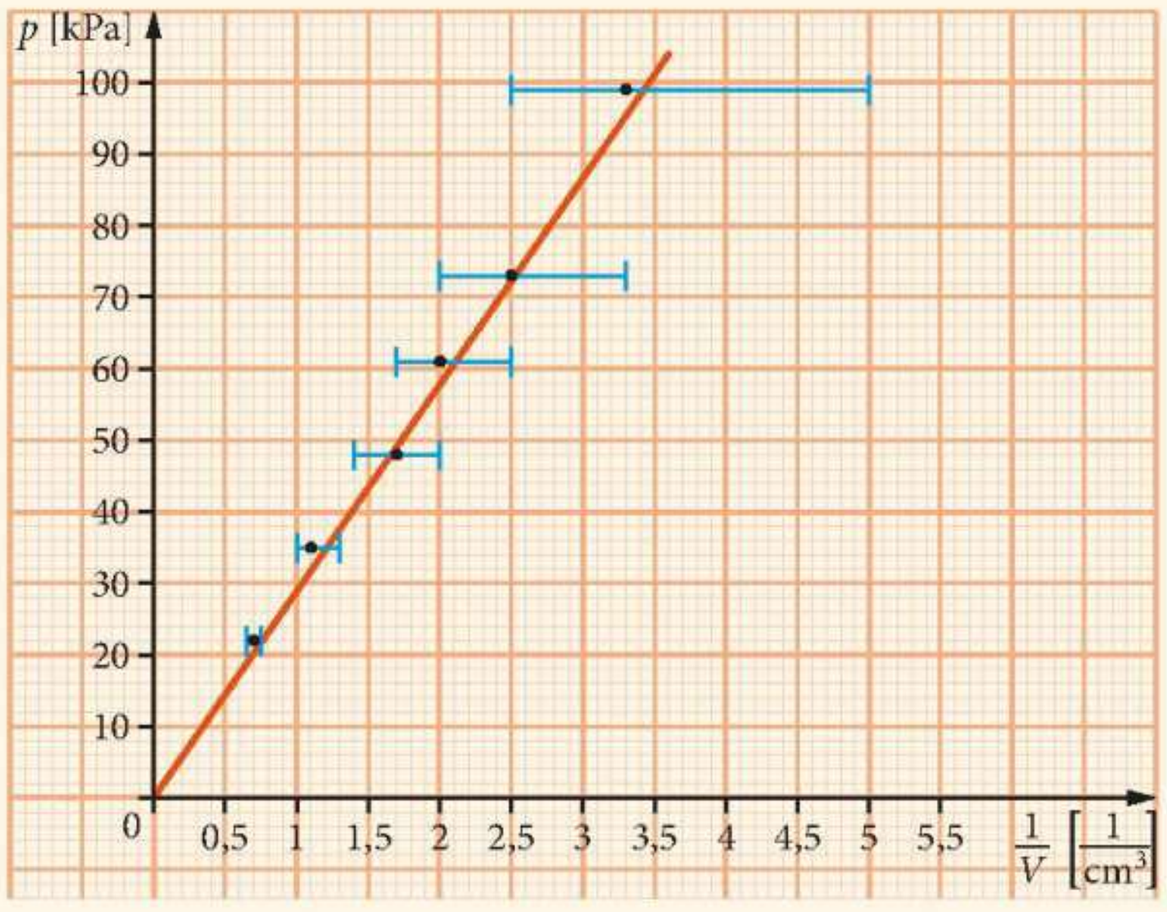
Po podstawieniu danych liczbowych z kolejnych pomiarów do powyższego wzoru obliczamy wartości ciśnienia i wpisujemy je do tabeli.

V [cm³]	0,3	0,4	0,5	0,6	0,9	1,4
Masa ciężarków m [g]	0	100	150	200	250	300
Ciśnienie wewnątrz strzykawki p [kPa]	99	73	61	48	35	22

b) Zakładamy, że niepewność pomiaru objętości jest równa najmniejszej działce na skali strzykawki i wynosi 0,1 cm³. Dla każdej z wartości V obliczamy jej odwrotność, a następnie najmniejszą i największą możliwą wartość oraz odpowiadające im skrajne wartości odwrotności objętości.

V [cm³]	0,3	0,4	0,5	0,6	0,9	1,4
V maksymalna [cm³]	0,4	0,5	0,6	0,7	1,0	1,5
V minimalna [cm³]	0,2	0,3	0,4	0,5	0,8	1,3
$\frac{1}{V}$ $\left[\frac{1}{\text{cm}^3}\right]$	3,3	2,5	2	1,7	1,1	0,7
$\frac{1}{V}$ maksymalna $\left[\frac{1}{\text{cm}^3}\right]$	5	3,3	2,5	2	1,3	0,77
$\frac{1}{V}$ minimalna $\left[\frac{1}{\text{cm}^3}\right]$	2,5	2,0	1,7	1,4	1,0	0,67
p [kPa]	99	73	61	48	35	22

Na papierze milimetrowym zaznaczamy punkty $\left(\frac{1}{V}, p\right)$ wraz z niepewnością pomiaru $\frac{1}{V}$. Niepewność pomiaru ciśnienia jest znacznie mniejsza, więc możemy ją pominąć i zamiast prostokątów błędów powstają odcinki.

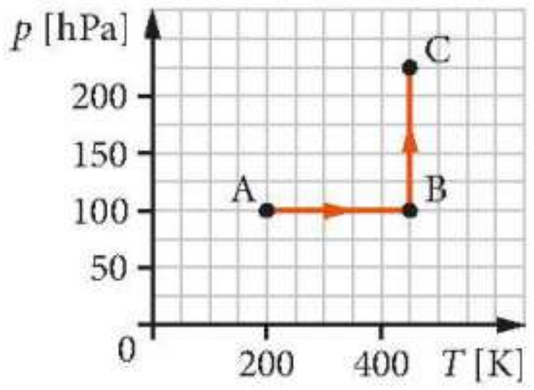


c) Widzimy na wykresie obok, że można poprowadzić prostą przechodzącą przez początek układu współrzędnych i zaznaczone punkty wraz z ich niepewnością. Tak więc w doświadczeniu spełniona była zależność:

$$p = \text{const} \cdot \frac{1}{V}$$

czyli: $pV = \text{const}$

1. Jeden mol gazu doskonałego poddano dwóm kolejnym przemianom, które zostały przedstawione w układzie (T, p).



a) Nazwij poszczególne przemiany, którym został poddany gaz.

b) Oblicz objętość gazu w stanie A.

c) Ile razy objętość gazu w stanie B jest większa niż w stanie C?

d) Wykaż, że objętości gazu w stanie A i stanie C są takie same.

e) Naszkicuj w zeszycie wykres zależności powyższych przemian w układzie (V, p).

2. Sprężając gaz, wykonano nad nim pracę 800 J. W tym samym czasie gaz oddał do otoczenia 100 J ciepła.

a) Jak zmieniła się energia wewnętrzna gazu?

b) Przerysuj do zeszytu rys. 8.15 (s. 100) i naszkicuj na nim wykres opisanej przemiany.

Wskazówka. Zastanów się, czy przyrost temperatury gazu jest mniejszy, większy czy taki sam jak w przemianie adiabatycznej.

3. Zestaw doświadczalny do badania przemiany izochorycznej składał się ze strzykawki o pojemności $V_1 = 20$ ml, naczynia z wodą, termometru, statywu oraz plastikowego wężyka. Tłoczek w strzykawce ustawiono tak, że powietrze zajmowało objętość $V_2 = 9$ ml. Otwór strzykawki połączono z wężykiem, do którego wodę wlano tak, aby do wewnątrz nie dostały się pęcherzyki powietrza. Podgrzewano wodę, w której była zanurzona strzykawka. Powietrze w strzykawce ogrzewało się i jego ciśnienie rosło. Aby zachować stałą objętość powietrza, zmieniano położenie (góra/dół) prawego ramienia wężyka.
Dla kilku temperatur zmierzono różnice poziomów wody w wężyku. Wyniki tych pomiarów zapisano w tabeli poniżej.
Wartość ciśnienia atmosferycznego podczas doświadczenia wynosiła:

$$p_{at} = 99\,000 \text{ Pa} = 99 \text{ kPa}$$

a) Przerysuj tabelę do zeszytu i ją uzupełnij, wpisując wyniki odpowiednich obliczeń.

b) Sporządź w zeszycie wykres zależności ciśnienia powietrza panującego w zbiorniczku strzykawki od temperatury wyrażonej w kelwinach. Zaznacz na wykresie niepewności pomiarowe. Przyjmij, że niepewność temperatury jest równa 0,5°C, a niepewność zmiany wysokości jest równa 2 mm.

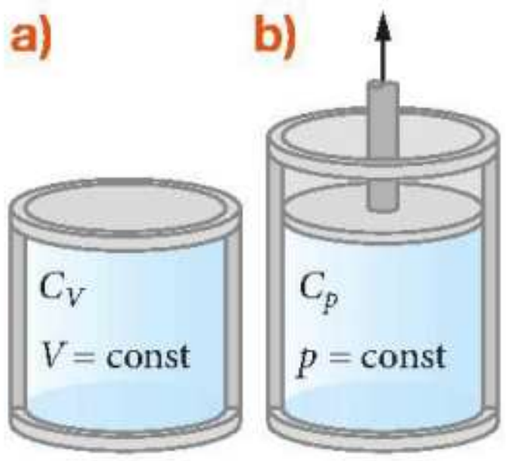
c) Na podstawie danych z uzupełnionej tabeli lub wykresu oblicz liczbę moli powietrza znajdującego się w zbiorniczku strzykawki.

T [°C]	28,5	30,0	33,0	36,0	38,5	42,0
T [K]						
Δh [cm]	14	20	31	40	49	60
Ciśnienie słupa wody $p_h = dg\Delta h$ [kPa]						
Ciśnienie powietrza w strzykawce p [kPa]						

8.4. Ciepło w przemianach gazowych

Przypomnij sobie

- Ciepło właściwe jest liczbowo równe energii, jaką trzeba dostarczyć do 1 kg substancji, aby zwiększyć jej temperaturę o 1 K.
- 1 mol to $6{,}022 \cdot 10^{23}$ obiektów elementarnych (np. cząsteczek lub atomów) danej substancji.



Rys. 8.16. Szczelnie zamknięte naczynie z gazem: a) o stałej objętości, b) o stałym ciśnieniu

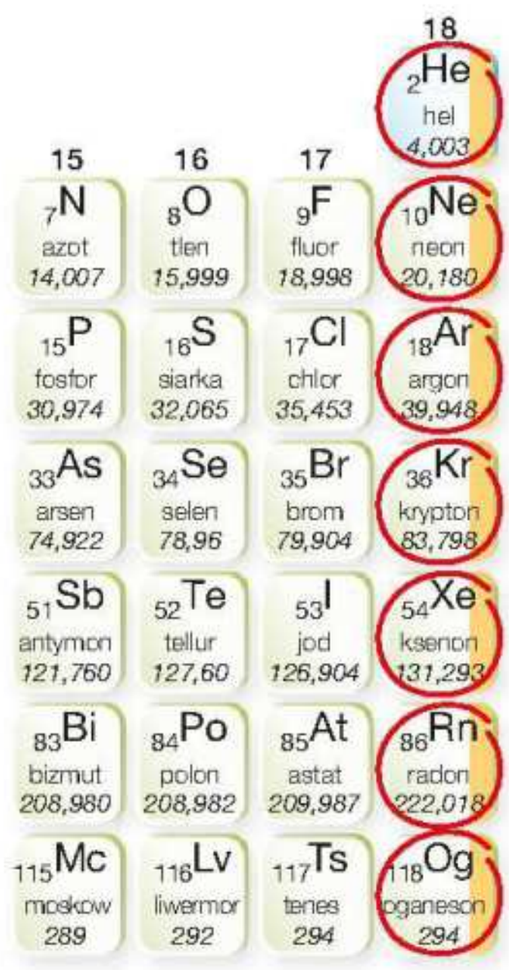
C_V – ciepło molowe przy stałej objętości,
C_p – ciepło molowe przy stałym ciśnieniu

Ciepło molowe

Jak pamiętasz, ciepło właściwe substancji określaliśmy w odniesieniu do masy tej substancji wyrażonej w kilogramach. Dla gazów wygodniej jest wyrażać ciepło właściwe w przeliczeniu na 1 mol, dlatego wprowadzimy nową wielkość. Będziemy mówić o molowym cieple właściwym, w skrócie – o **cieple molowym**.

Gdy rozważamy ciepło molowe, musimy zdecydować, o jaki sposób ogrzewania nam chodzi. Inna energia jest potrzebna do ogrzania o 1 K mola gazu o stałej objętości, np. zamkniętego w szczelnym naczyniu (rys. 8.16a), a inna – mola gazu, którego objętość może się zmieniać, a ciśnienie pozostaje stałe, np. zamkniętego w naczyniu z ruchomym tłokiem (rys. 8.16b). W pierwszym przypadku odpowiednie ciepło molowe oznaczamy symbolem C_V, a w drugim C_p – indeks zawsze wskazuje tę wielkość, która nie ulegała zmianie podczas ogrzewania gazu.
Kiedy naczynie z gazem ma stałą objętość, nie wykonujemy pracy, a cała dostarczona energia służy powiększeniu energii wewnętrznej układu, a więc także temperatury gazu. Gdy natomiast naczynie ma ruchomy tłok, potrzebna jest dodatkowa energia do wykonania pracy – jego przesunięcia. Stąd wniosek, że przy stałym ciśnieniu do podgrzania gazu o 1 K potrzeba więcej energii niż przy stałej objętości.

Dla danego gazu: $C_p > C_V$.



Rys. 8.17. Gazy szlachetne

Ciepło molowe w przemianie izochorycznej

Rozważmy jednoatomowy gaz doskonały, czyli taki, którego cząsteczka składa się z tylko jednego atomu. W dobrym przybliżeniu takim gazem są gazy szlachetne (rys. 8.17), ponieważ ich atomy nie łączą się w cząsteczki nawet między sobą. W przypadku jednoatomowego gazu doskonałego cała energia wewnętrzna to energia kinetyczna ruchu postępowego cząsteczek. Jak wiesz, średnia energia kinetyczna ruchu postępowego cząsteczki jest związana z temperaturą zależnością: $E_{\text{k śr}} = \frac{3}{2}kT$.

Mol gazu zawiera N_A cząsteczek, więc energia wewnętrzna jednego mola gazu o temperaturze T wynosi: $E_{k\,mol} = \frac{3}{2}kTN_A$, a ponieważ $kN_A = R$, możemy zapisać:

$$E_{k\,mol} = \frac{3}{2}RT$$

Widzimy więc, że gdy temperatura mola gazu zwiększy się o ΔT, jego energia wewnętrzna wzrośnie o $\Delta E = \frac{3}{2}R\Delta T$. Jeżeli objętość układu jest stała, to współczynnik $\frac{3}{2}R$ jest ciepłem molowym przy stałej objętości. Oznaczamy go C_V.

$$\Delta E = E_2 - E_1 = \frac{3}{2}RT_2 - \frac{3}{2}RT_1 = \frac{3}{2}R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}R\Delta T$$

Dla jednoatomowego gazu doskonałego $C_V = \frac{3}{2}R$.

Ciepło molowe C_V jednoatomowych gazów rzeczywistych jest praktycznie takie samo (patrz tabela 8.2) jak jednoatomowego gazu doskonałego. Najczęściej jednak mamy do czynienia z gazami dwuatomowymi, np. azotem N_2 i tlenem O_2. W tym przypadku część energii wewnętrznej stanowi energia ruchu obrotowego cząsteczek. Dlatego ciepło molowe takich gazów jest większe niż gazów jednoatomowych. Można udowodnić, że:

Tabela 8.2. Ciepło molowe przy stałej objętości

Substancja	C_V $\left[\frac{J}{mol \cdot K}\right]$
Jednoatomowy gaz doskonały	12,47
He	12,47
Ar	12,47
Dwuatomowy gaz doskonały	20,79
N_2	20,76
O_2	21,06

Dla dwuatomowego gazu doskonałego $C_V = \frac{5}{2}R$.

Ciepło molowe gazów o bardziej skomplikowanych cząsteczkach jest jeszcze większe. Można je znaleźć w tablicach fizycznych.

Ciepło molowe w przemianie izobarycznej

Wyjaśniliśmy, dlaczego $C_p > C_V$. Udowodnimy teraz, że różnica między tymi wielkościami jest stała:

Dla każdego gazu doskonałego $C_p = C_V + R$.

Dla **gazów jednoatomowych** $C_p = \frac{5}{2}R$, a dla **dwuatomowych** $C_p = \frac{7}{2}R$.

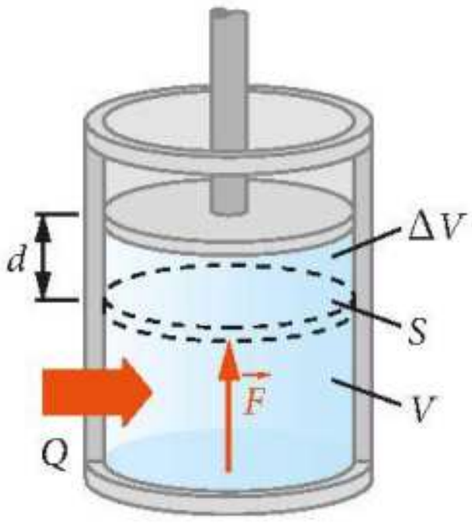
Rozważmy n moli gazu doskonałego o znanym cieple molowym C_V zamknięte w naczyniu o objętości V w temperaturze T. Podczas podgrzewania gazu zwiększamy jego temperaturę o ΔT. Co zrobić, aby przemiana była izobaryczna? Można na przykład zamknąć naczynie ruchomym tłokiem, który wywiera na gaz stałe ciśnienie (rys. 8.18). Podczas podgrzewania gaz się rozszerza i podnosi tłok, więc wykonuje pewną pracę:

$W = Fd$, gdzie F – siła, d – zmiana położenia tłoka.

Przemiana ta odbywa się pod stałym ciśnieniem, które wynosi $p = \frac{F}{S}$, pracę możemy więc zapisać: $W = pSd$.

Iloczyn Sd jest równy zmianie objętości gazu, a więc:

$$W = p\Delta V$$



Rys. 8.18. Izobaryczne rozprężanie gazu, $\Delta V = Sd$

Z zależności $W = p\Delta V$ będziemy jeszcze wielokrotnie korzystać.
Skoro:

$$W = p(V_2 - V_1) = pV_2 - pV_1$$

to zgodnie z równaniem Clapeyrona:

$$W = nRT_2 - nRT_1 = nR\Delta T$$

Gdyby gaz nie mógł się rozprężać, do jego ogrzania potrzebowalibyśmy tylko tyle ciepła, ile w przemianie izochorycznej:

$$Q_V = nC_V\Delta T$$

Część dostarczonego ciepła zmieni się w pracę W, więc zgodnie z pierwszą zasadą termodynamiki łącznie musimy dostarczyć ciepło:

$$Q_p = nC_V\Delta T + nR\Delta T = n(C_V + R)\Delta T$$

Ponieważ $Q_p = nC_p\Delta T$, więc po skróceniu powyższego równania stronami przez $n\Delta T$ otrzymujemy:

$$C_p = C_V + R$$

Zauważmy, że przy jednakowej zmianie temperatury zmiana energii wewnętrznej w obu przemianach – izochorycznej i izobarycznej – jest taka sama, gdyż energia wewnętrzna gazu zależy tylko od temperatury:

$$\Delta E_w = nC_V\Delta T$$

Dodatkowa energia w przemianie izobarycznej służy jedynie do wykonania pracy.

Po tej lekcji powinieneś

- korzystać z pojęcia ciepła molowego gazu pod stałym ciśnieniem i w stałej objętości;
- wyjaśniać zależność między C_p i C_V;
- obliczać zmiany energii wewnętrznej w przemianach izobarycznej i izochorycznej.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

Przykład

Oblicz, ile energii potrzeba do podgrzania $m = 3{,}5$ g azotu N_2 o $\Delta T = 20$ K w przemianie izobarycznej, a ile w przemianie izochorycznej. Jak zmieni się energia wewnętrzna gazu i jaką pracę wykona gaz w każdym z tych przypadków?

Rozwiązanie

Najpierw obliczamy, jaką część mola azotu N_2 stanowi masa podana w zadaniu. W tym celu sprawdzamy w układzie okresowym masę atomową azotu (14 u), a następnie obliczamy masę cząsteczkową N_2 – wynosi ona $14\text{ u} \cdot 2 = 28$ u. Skoro 1 mol azotu N_2 ma masę 28 g, to masa azotu podana w zadaniu stanowi:

$$n = \frac{3{,}5\text{ g}}{28\text{ g}} = 0{,}125\text{ mola } N_2$$

Szukane energie obliczymy ze wzorów na odpowiednie ciepła molowe gazów dwuatomowych, czyli $C_V = \frac{5}{2}R$ i $C_p = C_V + R = \frac{7}{2}R$:

$$Q_V = nC_V\Delta T = 0{,}125\ \text{mol} \cdot \frac{5}{2} \cdot 8{,}314\ \frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}} \cdot 20\ \text{K} \approx 52\ \text{J}$$

$$Q_p = nC_p\Delta T = 0{,}125\ \text{mol} \cdot \frac{7}{2} \cdot 8{,}314\ \frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}} \cdot 20\ \text{K} \approx 73\ \text{J}$$

Zgodnie z pierwszą zasadą termodynamiki zmiana energii wewnętrznej ΔE_w jest równa sumie dostarczonego ciepła Q i pracy W wykonanej nad ciałem.

W przypadku przemiany izochorycznej cała dostarczona energia zmienia się w energię wewnętrzną gazu – nie jest wykonywana praca, co oznacza, że energia rośnie o:

$$\Delta E_\text{w} = Q_V = 52\ \text{J}$$

W przypadku przemiany izobarycznej wzrost energii wewnętrznej gazu jest taki sam, ponieważ energia wewnętrzna ustalonej ilości gazu zależy wyłącznie od temperatury. Różnica w ilości dostarczonej energii wynika z tego, że w przemianie izobarycznej gaz traci część dostarczonej energii na wykonanie pracy:

$$\Delta E_\text{w} = Q_p - W$$

(napisaliśmy znak minus przy W, ponieważ pracę wykonuje gaz). Praca ta jest więc równa:

$$W = 73\ \text{J} - 52\ \text{J} = 21\ \text{J}$$

Odpowiedź: W przemianie izochorycznej należy dostarczyć 52 J energii, a w izobarycznej 73 J. W obu przypadkach energia wewnętrzna gazu zwiększy się o 52 J. W przemianie izobarycznej gaz wykonuje pracę równą 21 J, a w izochorycznej – nie wykonuje pracy.

1. W zamkniętej butelce znajdował się 1 l powietrza o temperaturze 20°C i pod ciśnieniem atmosferycznym. Gdy temperatura otoczenia spadła do 0°C, powietrze stopniowo oddawało ciepło, aż jego temperatura wyrównała się z temperaturą otoczenia.

a) Oblicz ciepło oddane przez powietrze w dwóch przypadkach: gdy butelka była szklana oraz gdy butelka była plastikowa.

b) Oblicz pracę wykonaną przez powietrze atmosferyczne podczas zgniatania butelki plastikowej.

Wskazówka. Butelka plastikowa ulega zgnieceniu, ponieważ nie jest w stanie wytrzymać działających na nią sił, które dążą do wyrównania ciśnienia wewnątrz butelki i ciśnienia atmosferycznego.

2. W wyniku dostarczenia 760 J ciepła porcja argonu pod stałym ciśnieniem wynoszącym 1520 hPa zwiększyła swoją objętość do 4 dm^3. Oblicz przyrost objętości.

3. W stalowej butli o pojemności 20 l znajdował się azot pod ciśnieniem 100 kPa o temperaturze 300 K. Pod wpływem ogrzewania butli przez promienie słoneczne ciśnienie wewnątrz niej wzrosło do 110 kPa. Oblicz:

a) liczbę moli gazu znajdującego się w butli,

b) temperaturę gazu po ogrzaniu,

c) ciepło dostarczone do gazu podczas ogrzewania.

8.5. Praca a wykresy przemian gazowych

Przypomnij sobie

- Gdy w przemianie gazowej zmienia się objętość gazu, wykonywana jest praca.
- Gaz może podlegać przemianom, m.in.: izobarycznej, izochorycznej, izotermicznej i adiabatycznej.

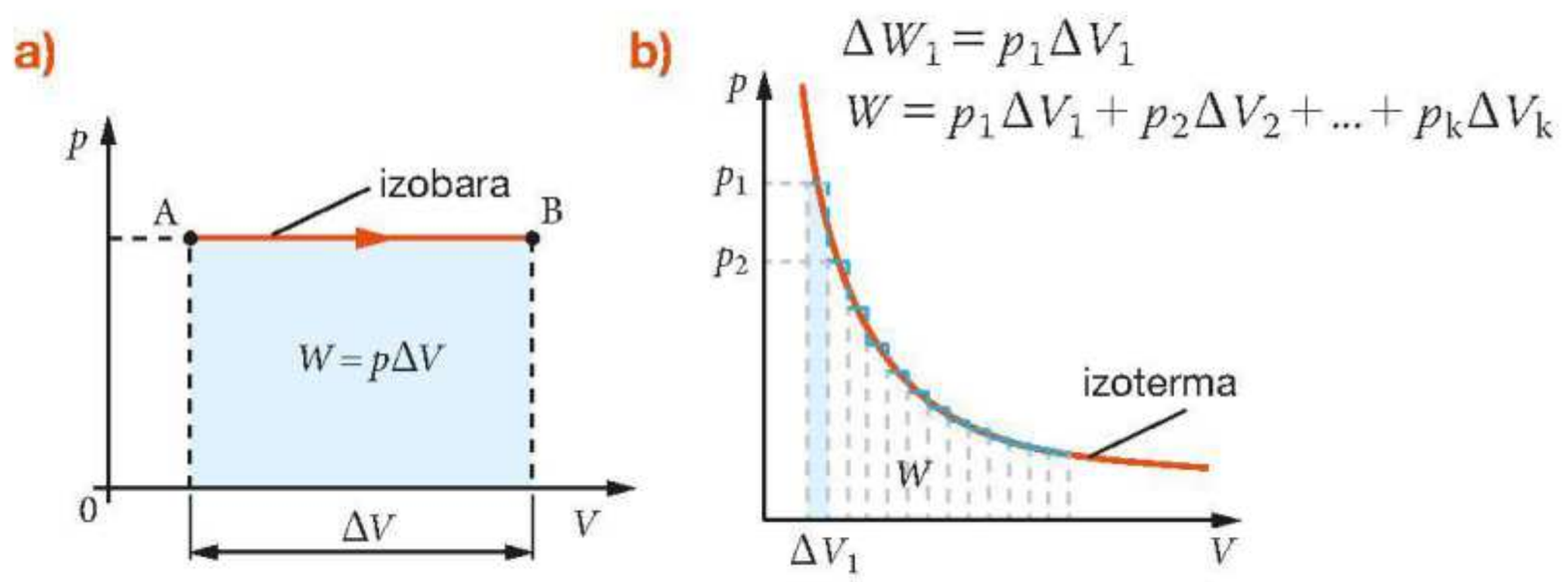
W to praca wykonana **przez gaz**. Jest ona dodatnia, gdy gaz się rozpręża. Możemy też powiedzieć, że **nad gazem** wykonujemy pracę ujemną, tak jak w pierwszej zasadzie termodynamiki.

Gdy w poprzednim temacie wyprowadzaliśmy zależność między C_V i C_p (s. 105–106), uzasadniliśmy ważną zależność zachodzącą dla przemiany izobarycznej:

$$W = Fd = pSd = p\Delta V$$

$$W = p\Delta V$$

Gdy przypomnimy sobie postać wykresu dla przemiany izobarycznej, zauważymy, że wykonana praca jest liczbowo równa polu pod tym wykresem (rys. 8.19a). Okazuje się, że podobnie jest w przypadku innych przemian gazowych.



Rys. 8.19. Wykresy zależności $p(V)$ a) dla przemiany izobarycznej, b) dla przemiany izotermicznej (można przybliżyć wykresem słupkowym)

Przybliżanie pola pod wykresem za pomocą schodków, cz. I s. 74

Gdy wykres jest linią krzywą, można go przybliżyć, dzieląc na poziome schodki (rys. 8.19b). Jak pamiętasz, podobnie postępowaliśmy w przypadku wykresów drogi i prędkości w ruchu zmiennym.

> Wartość bezwzględna pracy wykonanej przez gaz w dowolnej przemianie jest liczbowo równa polu pod wykresem przemiany w układzie (V, p).

Skoro znamy wartość bezwzględną pracy, interesuje nas jeszcze jej znak. Jak pamiętasz, rozprężający się gaz może wykonać pracę ($W > 0$). Z kolei aby sprężyć gaz, trzeba wykonać pracę. W tej sytuacji mówimy, że gaz

wykonuje pracę ujemną ($W < 0$). Dlatego w przypadku rozprężania gazu pracę wykonaną przez gaz oznaczamy znakiem plus, a w przypadku jego sprężania – znakiem minus.

Uwaga. Na pierwszy rzut oka może się wydawać, że gdy chłodzimy gaz w naczyniu, zmniejsza on objętość samorzutnie, bez wykonania pracy przez siły zewnętrzne. W rzeczywistości na tłok działają wówczas siły, o których łatwo zapomnieć: nacisk powietrza na zewnętrzną stronę tłoka, wynikający z ciśnienia atmosferycznego, oraz ciężar tłoka (i ewentualnie dodatkowego ciała stanowiącego jego obciążenie). Innymi słowy, to otoczenie wykonuje pracę nad gazem, co odpowiada ujemnej pracy gazu.

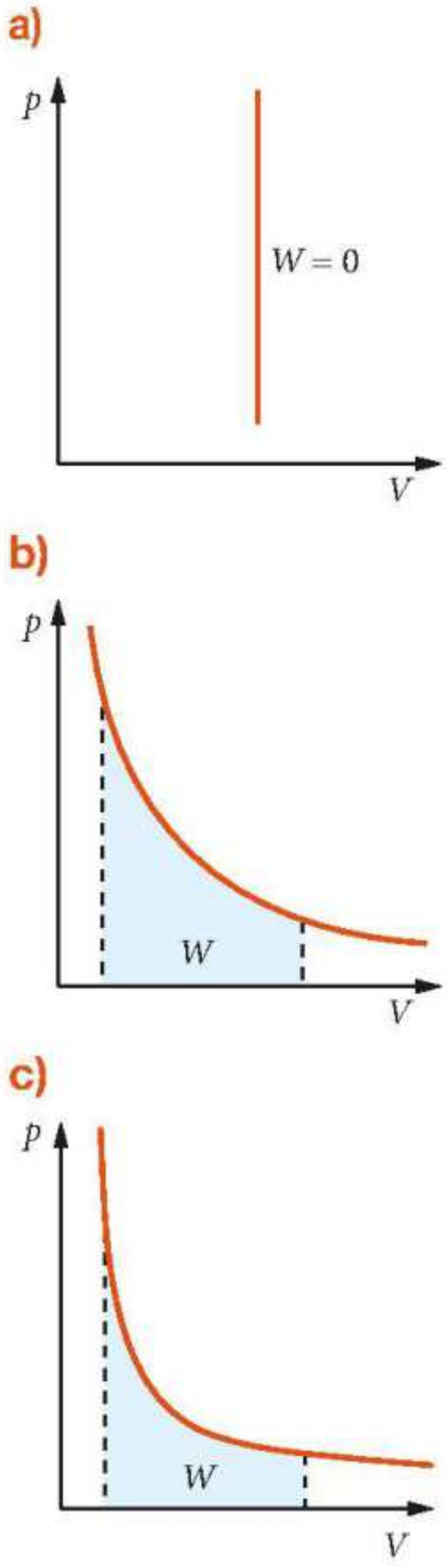
Praca w przemianach gazowych

Powiedzieliśmy już o zależności między pracą wykonaną przez gaz a polem pod wykresem $p(V)$. Zależność ta sprawia, że wykresy $p(V)$ są szczególnie przydatne do opisu poszczególnych rodzajów przemian.

Dla przemiany **izobarycznej** wykres $p(V)$ jest poziomą prostą, więc obliczenie pola pod nim sprowadza się do obliczenia pola prostokąta (rys. 8.19a na s. 108).

Wykres przemiany **izochorycznej** (rys. 8.20a) ma postać pionowej linii, a więc pole pod nim jest równe zeru. I rzeczywiście, praca w czasie takiej przemiany wynosi zero: nie zmienia się objętość gazu, a więc nie dochodzi do żadnego przemieszczenia. A jak wiesz, praca jest wykonywana tylko wtedy, gdy działaniu siły towarzyszy przemieszczenie.

Aby obliczyć pracę wykonaną w przemianie **izotermicznej**, konieczne jest obliczenie pola pod hiperbolą (rys. 8.20b). Z kolei dla przemiany adiabatycznej obliczenie pracy oznacza opisanie samej adiabaty za pomocą wzoru, a dopiero w drugiej kolejności obliczenie pola pod jej wykresem (rys. 8.20c). Oba opisane wyżej działania znacznie wykraczają poza zakres matematyki szkolnej. Jeśli jednak znamy wykres przemiany, możemy na jego podstawie wyznaczyć pracę metodą graficzną, licząc odpowiednio małe kratki.



Rys. 8.20. Praca w przemianach gazowych:
a) izochorycznej,
b) izotermicznej,
c) adiabatycznej

Praca zależy od kolejności przemian

Na rysunku 8.21a (s. 110) przedstawiono dwa sposoby przejścia od stanu A ($p = 1$ MPa, $V = 1$ dm^3) do stanu C ($p = 4$ MPa, $V = 4$ dm^3). Niebieska linia przedstawia proces, w którym:

- najpierw podgrzewano gaz izobarycznie, np. w naczyniu przykrytym ruchomym tłokiem (odcinek AD),
- następnie podgrzewano go izochorycznie, tzn. tłok był unieruchomiony (odcinek DC).

Czerwona linia przedstawia proces, w którym również podgrzewano gaz, ale kolejność przemian była odwrotna:
- najpierw podgrzewano gaz izochorycznie (odcinek AB),
- następnie podgrzewano go izobarycznie (odcinek BC).

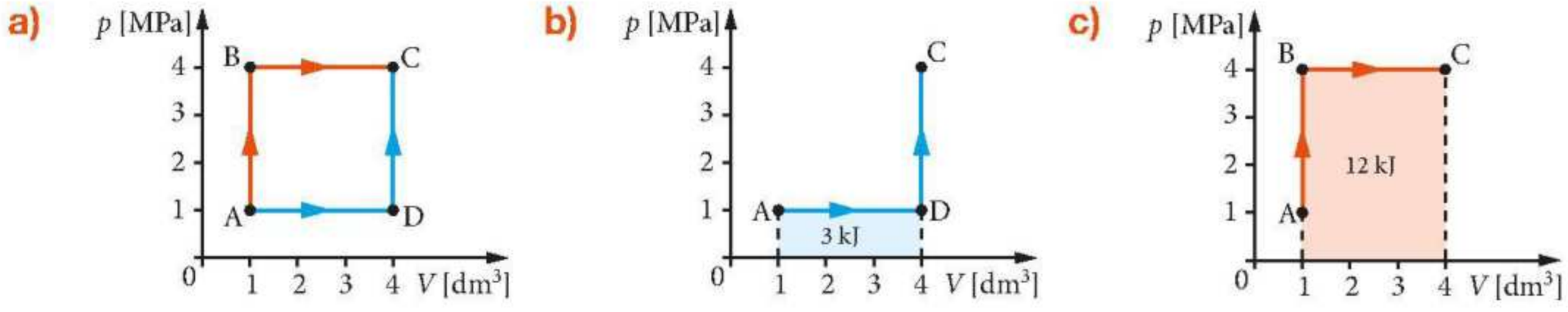
W czasie przemiany A–D–C (niebieskie odcinki) gaz wykonał pracę:

$$W_1 = 3\ \mathrm{dm^3} \cdot 1\ \mathrm{MPa} = 3 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m^3} \cdot 10^6\ \mathrm{Pa} = 3 \cdot 10^3\ \mathrm{J} = 3\ \mathrm{kJ}$$

którą ilustruje niebieskie pole pod wykresem na rys. 8.21b.
W czasie przemiany A–B–C (czerwone odcinki) gaz wykonał pracę:

$$W_2 = 3\ \mathrm{dm^3} \cdot 4\ \mathrm{MPa} = 12\ \mathrm{kJ}$$

co ilustruje czerwone pole pod wykresem na rysunku 8.21c.



Rys. **8.21.** a) porównanie dwóch przemian od stanu A do stanu C, b) obliczanie pracy w przemianie A–D–C, c) oblicznie pracy w przemianie A–B–C

Mimo że gaz wykonał różną pracę, to końcowe stany gazów w obu przemianach są identyczne. Na wykresie widać, że jednakowe są ciśnienia i objętości, więc również temperatury są równe. Wynika z tego, że **zmiana energii wewnętrznej jest taka sama w obu sytuacjach**. Zgodnie z pierwszą zasadą termodynamiki oznacza to, że podczas podgrzewania gazu dostarczono mu w przemianach oznaczonych na czerwono więcej ciepła niż w przemianach oznaczonych na niebiesko.

Wykresy przemian a ciepło

Ciepła oddanego lub pobranego przez gaz nie można odczytać bezpośrednio z wykresu przemiany. Można jednak obliczyć zmianę energii wewnętrznej gazu i wykonaną pracę, a następnie obliczyć ilość ciepła na podstawie pierwszej zasady termodynamiki (patrz przykład na s. 112).

Pierwsza zasada termodynamiki s. 99

Po tej lekcji powinieneś

- obliczać pracę jako pole pod wykresem $p(V)$ przedstawiającym przemianę gazową;
- interpretować wykresy przemian gazowych z uwzględnieniem kolejności przemian;
- obliczać ciepło pobrane i oddane przez gaz na podstawie wykresu przemiany i pierwszej zasady termodynamiki.

Przemiany gazowe a pierwsza zasada termodynamiki

Zależność opisująca pierwszą zasadę termodynamiki:

$$\Delta E_w = W + Q$$

gdzie:

ΔE_w – zmiana energii wewnętrznej gazu,

W – praca **wykonana nad gazem** ($W > 0$, gdy to my wykonujemy pracę nad gazem, $W < 0$, gdy gaz wykonuje pracę) – zwróć uwagę, że praca wykonana **przez gaz** ma przeciwny znak,

Q – ciepło dostarczone do gazu ($Q > 0$, gdy ciepło dopływa do gazu, $Q < 0$, gdy odpływa z gazu).

Poniżej w równaniu $\Delta E_w = W + Q$ zaznaczamy na zielono wielkości dodatnie, na czerwono ujemne, na niebiesko równe zeru.

Przemiana izotermiczna

Temperatura jest stała, więc energia wewnętrzna także jest stała: $\Delta E_w = 0$.

Sprężanie	Rozprężanie
Trzeba wykonać nad gazem pracę: $W > 0$. Aby utrzymać stałą temperaturę, musimy z gazu odprowadzać ciepło: $Q < 0$. $\Delta E_w = W + Q$ $0 = W + Q$	Gaz wykonuje pracę, czyli praca: $W < 0$. Aby utrzymać stałą temperaturę, musimy dostarczać do gazu ciepło: $Q > 0$. $\Delta E_w = W + Q$ $0 = W + Q$

Przemiana izochoryczna

Objętość jest stała, a więc nie jest wykonywana praca: $W = 0$.

Ogrzewanie	Chłodzenie
Dostarczamy do gazu ciepło: $Q > 0$. Rośnie temperatura, więc energia wewnętrzna też rośnie: $\Delta E_w > 0$. $\Delta E_w = W + Q$ $\Delta E_w = Q$	Odprowadzamy ciepło z gazu: $Q < 0$. Maleje temperatura, więc energia wewnętrzna też maleje: $\Delta E_w < 0$. $\Delta E_w = W + Q$ $\Delta E_w = Q$

Przemiana izobaryczna

Ciśnienie jest stałe.

Ogrzewanie	Chłodzenie
Dostarczamy do gazu ciepło: $Q > 0$. Rośnie temperatura, więc energia wewnętrzna też rośnie: $\Delta E_w > 0$. Mimo wzrostu temperatury ciśnienie ma pozostać stałe, więc gaz musi się rozprężać. Gaz wykonuje pracę, czyli praca: $W < 0$. $\Delta E_w = W + Q$ Musimy dostarczyć bardzo dużo ciepła: część zmieni się w pracę, część posłuży do zwiększenia energii wewnętrznej.	Odprowadzamy ciepło z gazu: $Q < 0$. Maleje temperatura, więc energia wewnętrzna też maleje $\Delta E_w < 0$. Mimo spadku temperatury ciśnienie ma pozostać stałe, więc musimy gaz sprężyć. Wykonujemy pracę nad gazem: $W > 0$. $\Delta E_w = W + Q$ Musimy odprowadzić bardzo dużo ciepła: część – w celu pozbycia się energii zyskanej przez gaz na skutek wykonania pracy, część – w celu zmniejszenia energii wewnętrznej.

Pytania i zadania

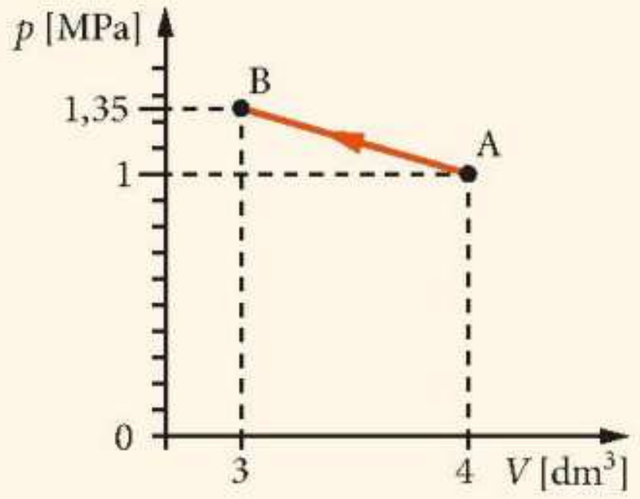
ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

Przykład

Na wykresie przedstawiono przemianę 1 mola powietrza. Na tej podstawie:

a) oblicz pracę wykonaną nad powietrzem w tej przemianie,

b) określ, czy powietrze pobrało czy oddało ciepło podczas tej przemiany, a następnie oblicz to ciepło.

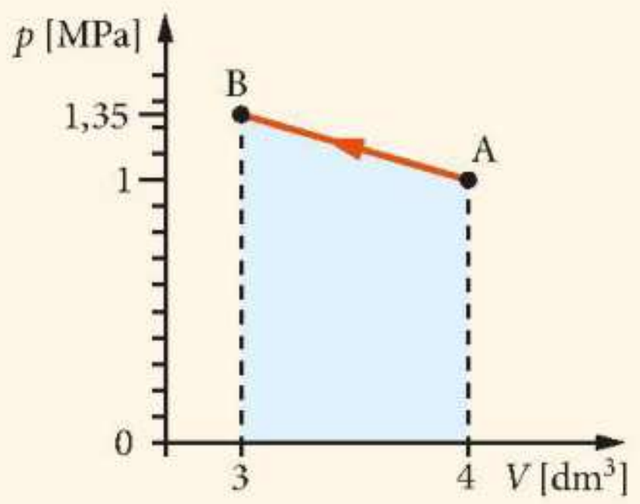


Rozwiązanie

Odczytujemy z wykresu współrzędne punktów A i B, będących odpowiednio początkowym i końcowym punktem tej przemiany:

$$A = (V_A, p_A) = (4\ \mathrm{dm}^3, 1\ \mathrm{MPa})$$

$$B = (V_B, p_B) = (3\ \mathrm{dm}^3, 1{,}35\ \mathrm{MPa})$$



a) Objętość powietrza się zmniejszała, a więc siły zewnętrzne wykonywały pracę, wciskając tłok. Pracę obliczamy jako pole trapezu pod wykresem $p(V)$ z uwzględnieniem jednostek i ich krotności:

$$W = \tfrac{1}{2}(1{,}35\ \mathrm{MPa} + 1\ \mathrm{MPa}) \cdot 1\ \mathrm{dm}^3 = 1{,}175\ \mathrm{MPa} \cdot 1\ \mathrm{dm}^3 = 1{,}175 \cdot 10^6\ \tfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} \cdot 1 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3$$

$$W = 1175\ \mathrm{J}$$

b) Temperaturę powietrza w punkcie A obliczamy z równania Clapeyrona. Podstawiamy $n = 1$ mol (z treści zadania), $R = 8{,}314\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol} \cdot \mathrm{K}}$ (stała gazowa):

$$p_A V_A = nRT_A \ \rightarrow\ T_A = \frac{p_A V_A}{nR}$$

$$T_A \approx 481\ \mathrm{K}$$

Analogicznie obliczamy temperaturę powietrza w punkcie B:

$$T_B = \frac{p_B V_B}{nR} \quad \rightarrow \quad T_B \approx 487\ \mathrm{K}$$

Temperatura podczas przemiany wzrosła, więc zwiększyła się energia wewnętrzna powietrza. Zmiana energii wewnętrznej powietrza zależy wyłącznie od temperatury początkowej i końcowej. Zamiast więc obliczać ją dla dość skomplikowanej przemiany opisanej w zadaniu, możemy ją obliczyć dla prostej przemiany izochorycznej, w której całe dostarczone ciepło równe jest zmianie energii wewnętrznej, gdyż nie jest wówczas wykonywana praca:

$$\Delta E_w = nC_V(T_B - T_A)$$

$$\Delta E_w = 1\ \mathrm{mol} \cdot \tfrac{5}{2}R \cdot (487\ \mathrm{K} - 481\ \mathrm{K}) \approx 125\ \mathrm{J}$$

Przyjmujemy $C_V = \frac{5}{2}R$, gdyż powietrze składa się niemal w całości z gazów dwuatomowych (tlen i azot stanowią ok. 99% jego objętości).

Wiemy już, że podczas sprężania powietrza wykonano pracę $W = 1175$ J, ale jego energia wewnętrzna zwiększyła się tylko o $\Delta E_w = 125$ J. Różnicę, równą 1050 J, powietrze musiało oddać w postaci ciepła.

Do tego samego wniosku można dojść w nieco bardziej sformalizowany sposób.

Zgodnie z pierwszą zasadą termodynamiki:

$$\Delta E_w = Q + W \quad \rightarrow \quad Q = \Delta E_w - W$$

Stąd obliczamy:

$$Q = 125\ \text{J} - 1175\ \text{J} = -1050\ \text{J}$$

Znak minus oznacza, że powietrze oddało ciepło, a nie pobrało go z otoczenia.

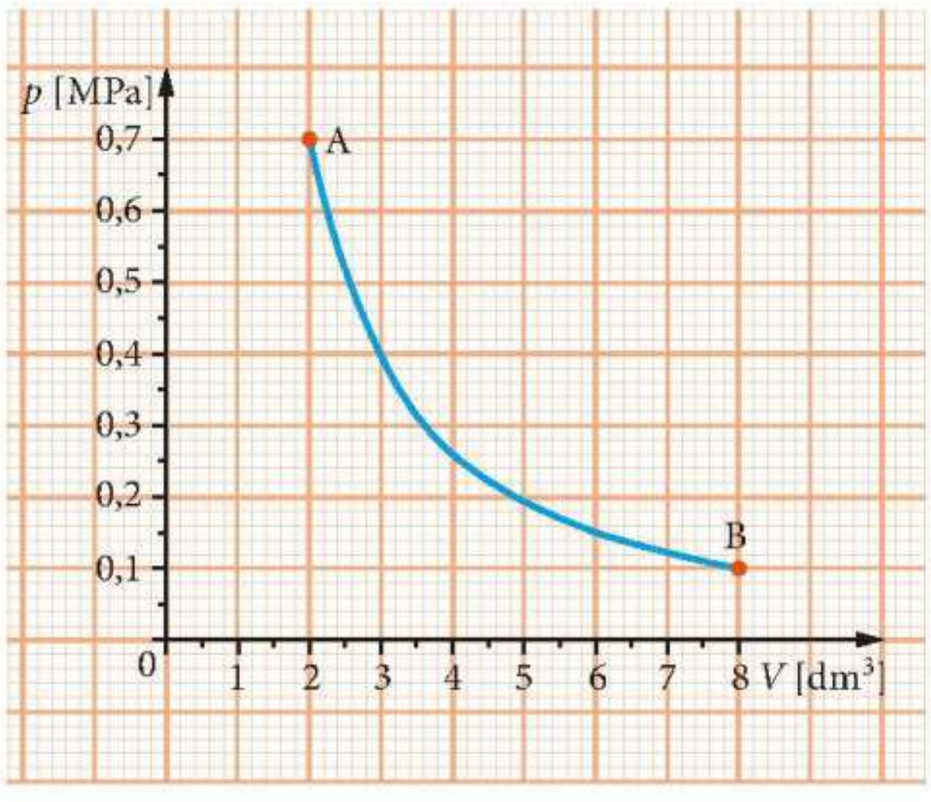
Odpowiedź: Przy sprężaniu powietrza wykonano pracę 1175 J. Oddało ono w tym czasie 1050 J ciepła.

1. W cylindrze znajdowało się sprężone powietrze. Gdy odblokowano tłok, powietrze bardzo szybko się rozprężyło i wypchnęło tłok na zewnątrz. Opisaną przemianę przedstawiono na wykresie.

a) Przeanalizuj wykres i ustal, czy przemiana zachodziła od punktu A do B czy od punktu B do A. Uzasadnij swoją odpowiedź.

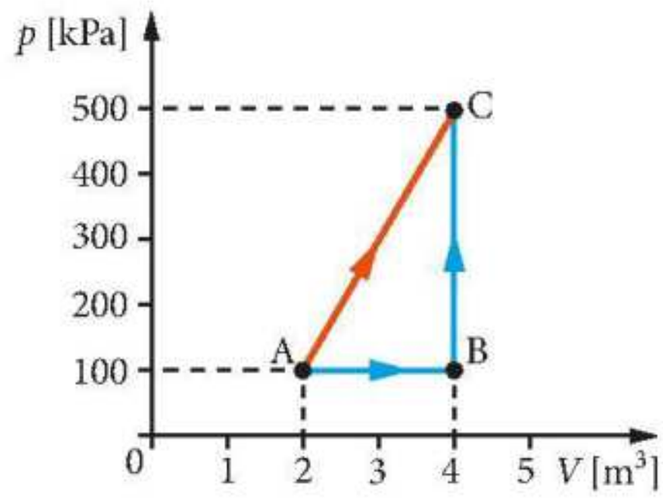
b) Na podstawie wykresu oszacuj pracę wykonaną przez powietrze nad tłokiem.

c) Oszacuj prędkość uzyskaną przez tłok, jeśli wiadomo, że jego masa wynosiła 2 kg. Pomiń tarcie.



2. Gaz jednoatomowy został sprężony pod stałym ciśnieniem 100 kPa od objętości 2 dm^3 do objętości 1,5 dm^3, przy czym ilość ciepła oddanego do otoczenia wyniosła 35 J. Oblicz pracę wykonaną nad gazem podczas izobarycznego sprężania oraz zmianę energii wewnętrznej gazu w trakcie tej przemiany. Czy energia ta wzrosła czy zmalała? Odpowiedź uzasadnij.

3. Na podstawie poniższego wykresu oblicz pracę wykonaną przez gaz podczas przemiany A–C oraz podczas przemiany A–B–C.



***4.** Narysuj na papierze milimetrowym wykres izotermicznego sprężania 1 mola gazu od ciśnienia atmosferycznego do ciśnienia dwukrotnie większego. Na podstawie wykresu wyznacz graficznie (licząc kratki) pracę wykonaną podczas tego sprężania.

8.6. Silniki cieplne

Przypomnij sobie

- Pracę wykonaną w czasie przemiany gazowej można obliczyć jako pole pod wykresem przemiany w układzie współrzędnych (V, p).
- Praca wykonana w czasie przemiany gazowej zależy nie tylko od początkowego i końcowego stanu gazu, lecz także od sposobu przejścia z jednego stanu do drugiego.
- Sprawność urządzenia to iloraz energii użytecznej oraz całkowitej energii pobranej przez to urządzenie. Sprawność zwykle wyrażamy w procentach.

Rys. 8.22. Pierwszy samochód z silnikiem benzynowym został skonstruowany przez Karla Benza (czyt. benca) w 1885 r. (patent w 1886 r.)

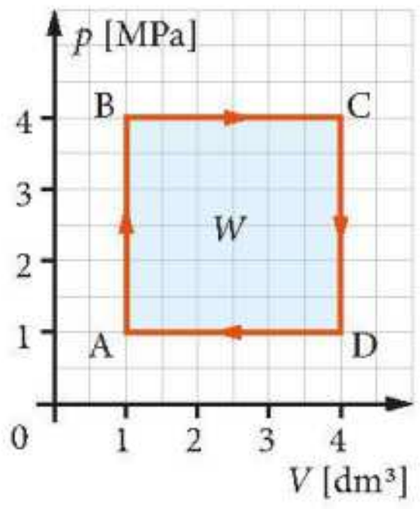
Wiesz już, jak obliczać pracę wykonaną nad sprężanym gazem albo przez rozprężający się gaz. Wykorzystamy tę umiejętność do opisu silników cieplnych.

Cykl termodynamiczny

Powróćmy do wykresu z rysunku 8.21a (s. 110) z poprzedniej lekcji. Wyobraźmy sobie przemianę zachodzącą wzdłuż linii zaznaczonych na tym wykresie, ale cyklicznie od A, przez B, C i D, z powrotem do A. Ciąg przemian, w którym gaz na koniec wraca do pierwotnego stanu, nazywamy **cyklem termodynamicznym**.

W ramce na następnej stronie widzisz ten sam cykl przemian gazowych wraz z opisami sposobu ich realizacji (dane zostały dobrane tak, aby łatwo było wykonywać obliczenia, dlatego różnią się od typowych wartości, które uzyskuje się w doświadczeniu). Z wykresu odczytujemy, że w przemianie B–C gaz wykona pracę 12 kJ (liczbowo jest ona równa polu pod wykresem).

Natomiast w przemianie D–A to siły zewnętrzne muszą wykonać pracę nad gazem, aby go sprężyć do mniejszej objętości. Praca ta wynosi jednak tylko 3 kJ. Pozostaje nam 9 kJ „zysku". Na ilustracji w ramce na następnej stronie widzisz, że tłok podniósł ciężar większy, niż był później potrzebny, aby tłok mógł wrócić do położenia początkowego.



Rys. 8.23. Uzyskana praca jest równa polu wewnątrz figury

Zauważ, że uzyskana **praca jest równa polu wewnątrz figury** powstałej z wykresów przemian $p(V)$ (rys. 8.23).

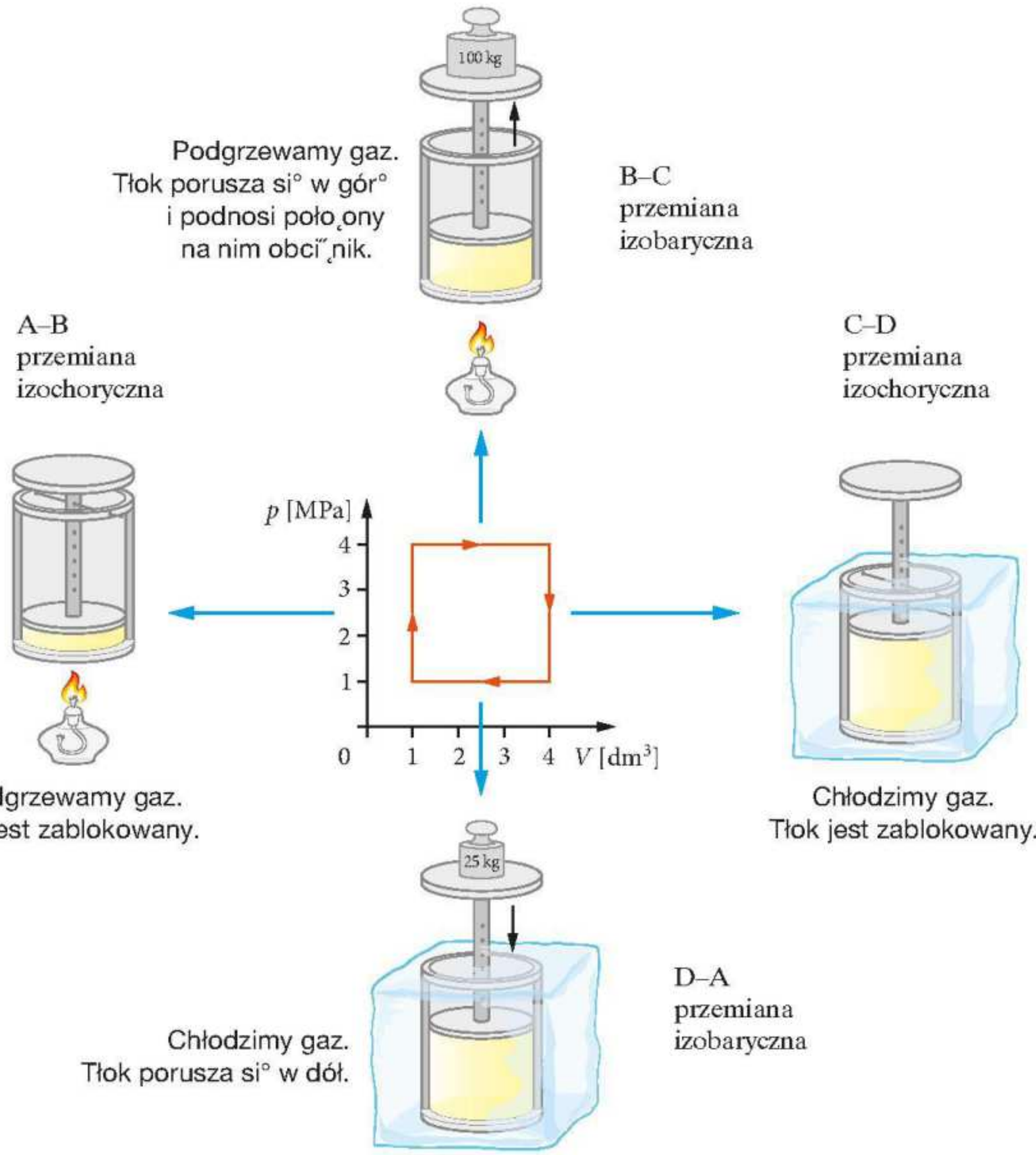
Pierwsza zasada termodynamiki s. 99

Zgodnie z pierwszą zasadą termodynamiki gaz musiał otrzymać więcej energii w postaci ciepła, niż stracił. Oznacza to, że nasz cykl, przedstawiony na rysunku 8.23, opisuje działanie pewnego **silnika cieplnego**.

> Silnik cieplny to urządzenie, które pracuje cyklicznie i zamienia część dostarczonego ciepła na pracę.

Cykl termodynamiczny

W przedstawionym cyklu występują dwie przemiany izobaryczne i dwie przemiany izochoryczne.



Przeważającą część energii wykorzystywanej w gospodarce uzyskujemy właśnie dzięki silnikom cieplnym. W transporcie korzystamy z silników spalinowych, a w elektrowniach – z turbin parowych (działających jak gigantyczne wirniki poruszane siłą pary). Mowa tutaj nie tylko o elektrowniach węglowych, lecz także o jądrowych, które różnią się jedynie sposobem podgrzewania wody. Jeśli uda się zbudować elektrownie termojądrowe, również one będą działać dzięki turbinom parowym.

Grzejnik

Silnik cieplny wymaga dostarczania ciepła z ciała o wyższej temperaturze, zwanego **grzejnikiem** (jego temperaturę oznaczamy T_g). W opisanym wyżej silniku grzejnik znajduje się na zewnątrz cylindra.

Podobnie jest w silnikach parowych, gdzie ciepło jest dostarczane przez płomień, który z oczywistych względów musi się znajdować na zewnątrz tłoka – ogień nie pali się w wodzie. Silniki takie nazywamy **silnikami spalania zewnętrznego**.
Natomiast w silnikach spalinowych paliwo zmieszane z powietrzem spala się i pełni jednocześnie funkcję grzejnika oraz gazu wykonującego pracę. Spalanie zachodzi tu wewnątrz cylindra, dlatego silniki spalinowe nazywamy **silnikami spalania wewnętrznego**.

Rys. 8.24. Chłodnie kominowe w elektrowni. Woda paruje w nich i oddaje ciepło

Chłodnica

Zwróćmy uwagę na słowo „część" w definicji silnika cieplnego (s. 114). Aby w naszym przykładowym silniku (ramka na s. 115) mogło zajść izochoryczne zmniejszenie ciśnienia gazu (odcinek CD) oraz izobaryczne sprężenie (odcinek DA), należało obniżyć temperaturę. Zatem ciepło musiało przepłynąć z gazu do ciała o niższej temperaturze, czyli do **chłodnicy**. W praktyce zwykle jej funkcję pełni otoczenie.
Fakt, że każdy silnik cieplny musi mieć chłodnicę, jest jednym ze sformułowań drugiej zasady termodynamiki, o której powiemy w lekcji 8.9.
W technice chłodnicami nazywamy także urządzenia, które umożliwiają odpływ ciepła do otoczenia, np. chłodnice samochodowe lub chłodnie kominowe elektrowni (rys. 8.24).

Sprawność silnika cieplnego

W silniku cieplnym tylko część dostarczonego ciepła zmienia się w użyteczną pracę. Reszta jest oddawana do chłodnicy (rys. 8.25). Z punktu widzenia użytkownika ważne jest, aby część zmieniana w pracę była jak największa. Do określania stopnia użyteczności pracy danego silnika służy pojęcie sprawności. Sprawnością η silnika cieplnego nazywamy iloraz uzyskanej pracy W i dostarczonego ciepła Q_g:

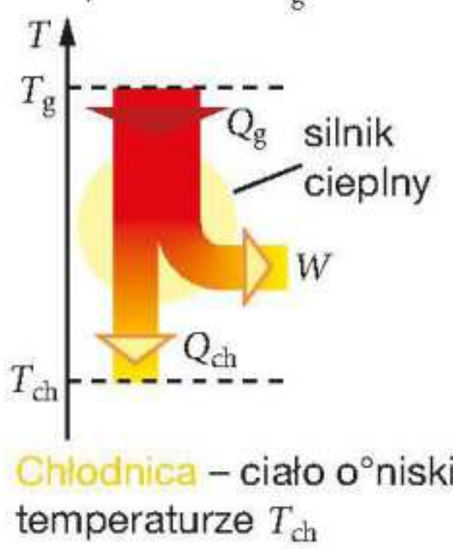
Sprawność, cz. I s. 202
Sprawność to stosunek uzyskanej energii użytecznej do energii dostarczonej.

$$\eta = \frac{W}{Q_g}$$

Ponieważ praca to różnica między ciepłem dostarczonym i oddanym do chłodnicy: $W = Q_g - Q_{ch}$, powyższy wzór możemy zapisać jako:

$$\eta = \frac{Q_g - Q_{ch}}{Q_g} = 1 - \frac{Q_{ch}}{Q_g}$$

Obliczmy sprawność rozważanego przez nas przykładowego silnika cieplnego (ramka na s. 115). Załóżmy, że znajduje się w nim powietrze. Z obliczeń ze s. 114 wiemy, że praca uzyskana w jednym cyklu cieplnym tego silnika była równa: $W = 9$ kJ.
Pozostaje nam obliczenie ciepła dostarczonego do silnika w jednym cyklu.



Grzejnik – ciało o° wysokiej temperaturze T_g
Chłodnica – ciało o° niskiej temperaturze T_{ch}

Rys. 8.25. Schemat silnika cieplnego

Jak widzimy w ramce na s. 115, ciepło jest dostarczane w czasie przemian A–B i B–C. Obliczmy więc ciepło dostarczone w każdej z tych przemian. Przemiana A–B jest przemianą izochoryczną, więc dostarczone ciepło można obliczyć ze wzoru:

$$Q_{AB} = nC_V(T_B - T_A)$$

gdzie n to liczba moli powietrza w cylindrze silnika, a T_A i T_B to temperatury w chwilach odpowiadających danym punktom wykresu.

Nie znamy ani n, ani żadnej z temperatur, ale z równania Clapeyrona:

$$pV = nRT$$

otrzymujemy:

$$nT = \frac{pV}{R}$$

czyli dla wskazanych temperatur odpowiednio:

$$nT_A = \frac{p_A V_A}{R} \quad \text{i} \quad nT_B = \frac{p_B V_B}{R}$$

Skoro tlen i azot stanowią w sumie 99% objętości powietrza, całość możemy potraktować jako gaz dwuatomowy. A jak pamiętamy, dla gazów dwuatomowych $C_V = \frac{5}{2}R$. Stąd:

$$Q_{AB} = C_V(nT_B - nT_A) = \frac{C_V}{R}(p_B V_B - p_A V_A) = \frac{5}{2}(p_B V_B - p_A V_A)$$

Po podstawieniu danych liczbowych otrzymujemy: $Q_{AB} = 7{,}5$ kJ.

Podobnie postępujemy w przypadku przemiany izobarycznej B–C:

$$Q_{BC} = nC_p(T_C - T_B) = C_p(nT_C - nT_B) = \frac{7}{2}R\left(\frac{p_C V_C}{R} - \frac{p_B V_B}{R}\right) =$$
$$= \frac{7}{2}(p_C V_C - p_B B_B)$$

Po podstawieniu danych liczbowych: $Q_{BC} = 42$ kJ.

W sumie ciepło dostarczone do silnika w jednym cyklu wynosi 49,5 kJ, z czego praca stanowi:

$$\frac{9\text{ kJ}}{49{,}5\text{ kJ}} \approx 0{,}18 = 18\%$$

Tak więc sprawność silnika wynosi: $\eta = 18\%$.

Równanie Clapeyrona s. 94

Dane z wykresu
$p_A = 1$ MPa, $V_A = 1$ dm^3,
$p_B = 4$ MPa, $V_B = 1$ dm^3,
$p_C = 4$ MPa, $V_C = 4$ dm^3

A to ciekawe

W silnikach cieplnych energia chemiczna paliwa (czyli energia wiązań międzyatomowych i międzycząsteczkowych) zmienia się w energię wewnętrzną, a następnie – w mechaniczną. Jednak z ostatnią przemianą wiążą się duże straty. Aby je ograniczyć, można zastosować ogniwa paliwowe, w których paliwem jest np. wodór. Zamieniają one energię chemiczną w elektryczną. Pierwsze samochody zasilane ogniwami są już dzisiaj produkowane.
W wyniku reakcji chemicznych wodór w ogniwie jest rozdzielany na protony i elektrony. Protony przepływają bezpośrednio do drugiej części ogniwa, gdzie łączą się z atomami tlenu z powietrza oraz z odłączonymi elektronami, docierającymi tu okrężną drogą przez silnik elektryczny. Zamiast spalin powstaje woda. Tymczasem elektrony płynące przez silnik napędzają pojazd.

Rys. 8.26. Silniki samochodów mają sprawność ok. 30%

Taki wynik oznacza niską sprawność. Na dodatek w rozważanym silniku występują bardzo wysokie ciśnienia i temperatury. Gdybyśmy chcieli zbudować silnik działający na tej samej zasadzie, ale pod mniejszym ciśnieniem i w niższej temperaturze, miałby on jeszcze niższą sprawność. Dlatego w praktyce zamiast silników opartych na przemianach przedstawionych w ramce na s. 115 wykorzystuje się silniki spalinowe i turbinowe.

Trzeba jednak pamiętać, że rozważana przez nas **sprawność termodynamiczna** uwzględnia wyłącznie straty energii związane z oddawaniem ciepła do chłodnicy. W rzeczywistości część ciepła wypływa z grzejnika wprost do otoczenia, a ruch mechanicznych części silnika (np. tłoka) odbywa się z pewnym tarciem. Te dodatkowe straty energii sprawiają, że całkowita sprawność urządzenia jest jeszcze niższa, niż wynikałoby to z naszych rozważań.

Rys. 8.27. Sprawność silnika parowozu wynosi tylko kilka procent

Silniki benzynowe osiągają całkowitą sprawność ok. 25%, a silniki Diesla ok. 35%, dlatego samochody z dieslami spalają mniej paliwa (rys. 8.26). Sprawność turbin parowych w elektrowniach wynosi 40–50%, a w najnowocześniejszych elektrowniach nawet 60%. Dla porównania parowozy osiągały zaledwie kilku-, najwyżej kilkunastoprocentową sprawność (rys. 8.27).

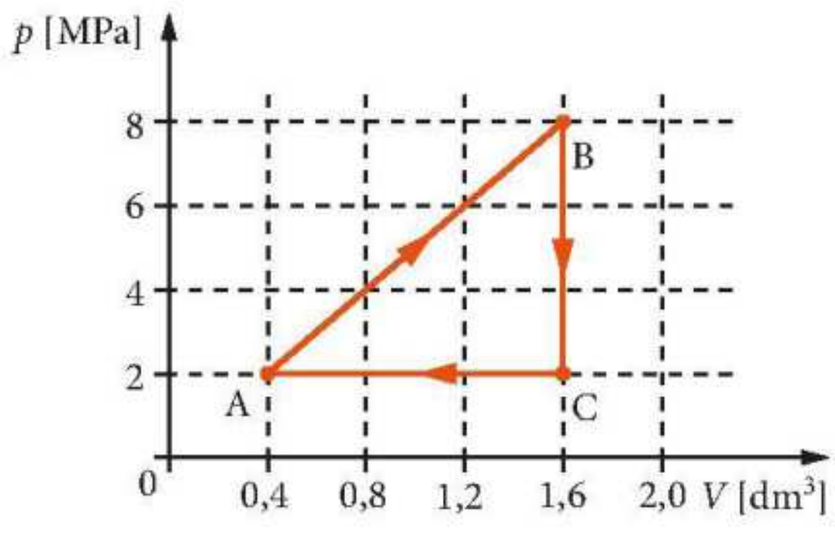
Po tej lekcji powinieneś

- opisywać i analizować przemiany energii w silnikach cieplnych;
- posługiwać się pojęciem sprawności silnika cieplnego.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

1. Silnik pracujący z mocą 20 kW spala w ciągu godziny 7,5 l benzyny. Wartość energetyczna benzyny wynosi 32 $\frac{\text{MJ}}{\text{l}}$. Oblicz sprawność silnika.
2. Każdy cylinder silnika czterocylindrowego otrzymuje jednorazowo wtrysk 60 mg benzyny o wartości energetycznej 40 $\frac{\text{MJ}}{\text{kg}}$. Załóż, że sprawność takiego silnika jest równa 25%, i oblicz ilość ciepła oddawanego przez silnik do układu chłodniczego podczas jednego cyklu oraz pracę wykonaną w tym czasie przez silnik.
3. Na wykresie obok przedstawiono teoretyczny cykl pracy silnika cieplnego. Gazem roboczym w tym silniku jest jednoatomowy gaz doskonały. Na podstawie danych zamieszczonych na wykresie oblicz pracę uzyskaną podczas jednego cyklu pracy tego silnika i sprawność silnika.



8.7. Pompy ciepła

Przypomnij sobie

- Ciepło przepływa samorzutnie tylko z ciała o wyższej temperaturze do ciała o niższej temperaturze.
- W silniku cieplnym część ciepła dostarczonego z grzejnika zmienia się w pracę, a część jest oddawana do chłodnicy.

Urządzeniem w pewnym sensie odwrotnym do silnika cieplnego jest pompa ciepła, której przykładem jest lodówka.

Doświadczenie 16

1. Na czas wykonywania doświadczenia wyłącz lodówkę z prądu.
2. Ostrożnie dotknij różnych elementów lodówki znajdujących się z tyłu urządzenia. Porównaj ich temperaturę z temperaturą otoczenia.
3. Spróbuj wyjaśnić wyniki swoich obserwacji.
4. Podłącz lodówkę do prądu.

Tylna część lodówki jest ciepła, ponieważ wydostaje się tamtędy „wypompowane" z niej ciepło. Lodówka jest więc przeciwieństwem silnika cieplnego. Jak powiedzieliśmy, w silniku cieplnym na skutek przepływu ciepła z ciała o wyższej temperaturze do ciała o niższej temperaturze uzyskujemy pracę.
W lodówce dzieje się odwrotnie – wykonujemy pracę, aby spowodować, że ciepło pobierane jest z ciała o niższej temperaturze (wnętrze lodówki) i oddawane do ciała o temperaturze wyższej (powietrze na zewnątrz pomieszczenia). Urządzenie działające na tej zasadzie jest nazywane **pompą ciepła**.

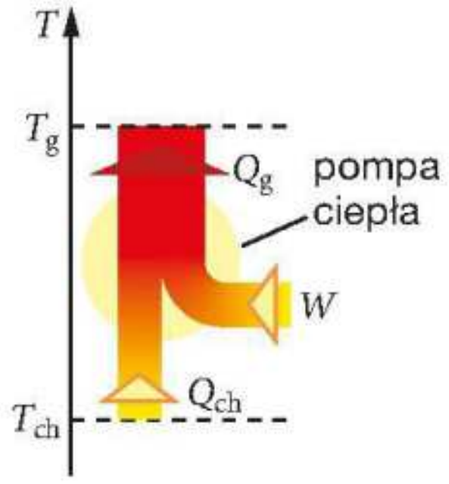
> Pompa ciepła działa odwrotnie niż silnik cieplny: przenosi ciepło z ciała o niższej temperaturze do ciała o wyższej temperaturze i wykonuje przy tym pracę.

Wykonanie pracy jest konieczne, ponieważ ciepło nie może przepływać samorzutnie z ciała zimniejszego do cieplejszego.

Gdzie stosuje się pompy ciepła

Najczęściej spotykanymi pompami ciepła są lodówki i zamrażarki (zasadę działania lodówki omówiono na s. 120). Innym często spotykanym przykładem ich użycia są klimatyzatory.
Pompa ciepła zawsze wymusza przepływ ciepła z ciała chłodniejszego do cieplejszego. W przypadku lodówki czy klimatyzatora interesuje nas

to, aby ciało chłodniejsze (wnętrze lodówki, domu, samochodu) dalej chłodzić. Ogrzewanie otoczenia jest tylko efektem ubocznym, na którym nam nie zależy.
Jednak tak uzyskiwane ciepło można wykorzystać. Pompy ciepła stosuje się zatem także do ogrzewania domów (patrz infografika na stronie obok). W zimie taka pompa wymusza przepływ ciepła z otoczenia do wnętrza budynku. Naszym celem staje się wówczas nie chłodzenie ciała chłodniejszego (otoczenia domu), ale ogrzewanie cieplejszego (domu). Aby pompa działała bardziej ekonomicznie, ciepło zamiast z powietrza pobieramy z gleby, która na pewnej głębokości zachowuje dodatnią temperaturę nawet zimą.



Rys. 8.28. Pompa ciepła działa odwrotnie niż silnik cieplny (por. rys. 8.25 s. 116)

„Pompowanie" ciepła z ciała chłodniejszego do cieplejszego wymaga wykonania pracy. Spójrz na rysunek 8.28. Energia zużyta do zasilania pompy ciepła ostatecznie zawsze jest oddawana do ciała o wyższej temperaturze. Zatem w przypadku ogrzewania domu zużyta w tym celu energia i tak służy do ogrzania pomieszczenia.
Jest to więc bardziej ekonomiczne ogrzewanie niż za pomocą tradycyjnej instalacji. Jeśli kosztem 1 MJ energii elektrycznej możemy wpompować do budynku 2 MJ ciepła, to w sumie energia wewnętrzna powietrza w budynku zwiększy się o 3 MJ – trzy razy więcej, niż gdybyśmy zużyli 1 MJ do zasilania grzejnika elektrycznego.
Nowoczesne urządzenia klimatyzacyjne pozwalają na przełączenie trybu pracy – z chłodzenia w lecie na grzanie w zimie i z powrotem.

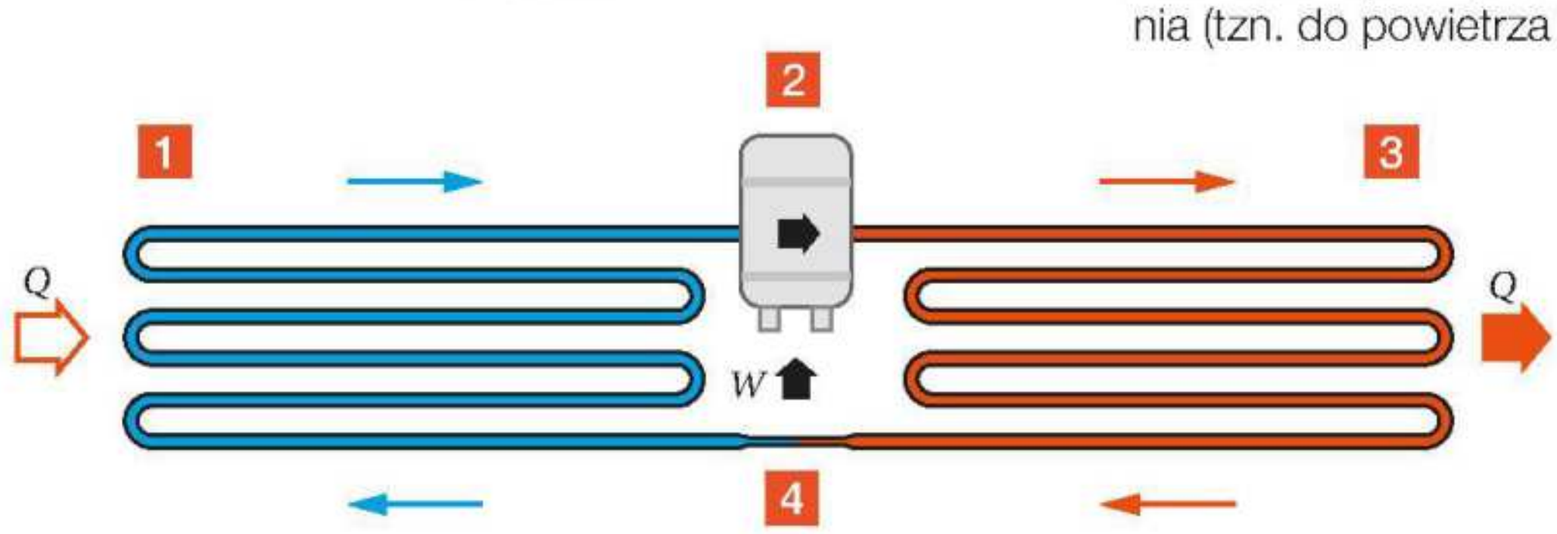
Zasada działania lodówki

Zasada działania większości lodówek opiera się na wykorzystaniu parowania i skraplania cieczy. Parująca ciecz odbiera ciepło z wnętrza urządzenia, a skraplająca się para oddaje je na zewnątrz.

1 Ciecz w rurkach wewnątrz lodówki paruje, dzięki czemu odbiera ciepło z jej wnętrza.

2 Sprężarka spręża powstałą parę do wysokiego ciśnienia i tłoczy do rurek na zewnątrz lodówki.

3 Choć przy sprężaniu para się ogrzewa, to z powodu wysokiego ciśnienia i tak się skrapla, zatem oddaje ciepło do otoczenia (tzn. do powietrza w kuchni).



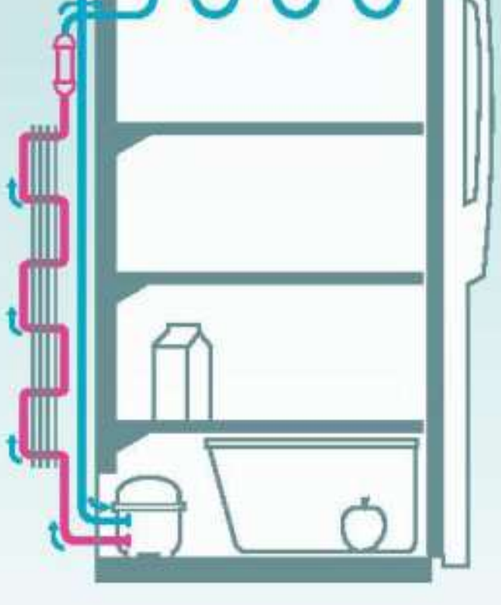
4 W przewodzie łączącym rurki na zewnątrz i wewnątrz lodówki jest przewężenie, przez które ciecz z trudem się przeciska. Dzięki temu można utrzymać wysokie ciśnienie w rurkach zewnętrznych lodówki, a niskie – w wewnętrznych.

Zastosowania pomp ciepła

Zastosowanie pomp ciepła nie ogranicza się do lodówek. Za pomocą takiego urządzenia można przemieszczać ciepło z zewnątrz domu do jego wnętrza. Zwykle wykorzystuje się ciepło skumulowane w glebie, która nawet w zimie ma dodatnią temperaturę. Uzyskaną energię można wykorzystać także do podgrzewania wody wodociągowej.

A Pompa ciepła

Ponieważ w instalacji na zewnątrz budynku wykorzystujemy inną ciecz niż wewnątrz, właściwa pompa ciepła jest połączona z wymiennikiem ciepła.



B Lodówka

Stosuje się w niej jeden obieg cieczy. Na zewnątrz (z tyłu) urządzenie oddaje ciepło do otoczenia, a wewnątrz – pobiera ciepło. Aby wymiana ciepła zachodziła szybko, ciecz płynie przez wiele cienkich rurek, których łączna powierzchnia jest znacznie większa niż w przypadku jednej grubej rury.

C Klimatyzator

Przekazuje ciepło z wnętrza budynku na zewnątrz. Możliwe jest także jego odwrotne użycie, przydatne w zimie. Wówczas przepływ ciepła następuje z zewnątrz do wnętrza.

Innym urządzeniem, w którym pompę ciepła wykorzystujemy zarówno do ogrzewania, jak i do chłodzenia jest bębnowa suszarka do prania. Pompa ciepła podgrzewa powietrze, które następnie jest kierowane do bębna z wypranymi ubraniami. Stamtąd ciepłe, ale wilgotne powietrze trafia do skraplacza chłodzonego przez tę samą pompę ciepła. W niskiej temperaturze para wodna zawarta w powietrzu skrapla się i ścieka do zbiornika na wodę. Suche powietrze z powrotem zostaje nagrzane, trafia do bębna i cykl się powtarza.

Efektywność pompy ciepła

Gdy omawialiśmy silniki cieplne, mówiliśmy o ich sprawności. W przypadku pompy ciepła podobnym pojęciem jest współczynnik efektywności, oznaczany skrótem *COP* (ang. *coefficient of performance*). Istnieją dwie podobne wielkości odgrywające tę rolę: COP_C oraz COP_H. Indeksy C i H są skrótami od ang. *cooling* (chłodzenie) i *heating* (ogrzewanie).

W przypadku **chłodzenia** za pomocą lodówki lub klimatyzatora interesuje nas zwykle, ile ciepła urządzenie usuwa z chłodzonej przestrzeni w stosunku do zużytej energii elektrycznej – i tak też wyznaczamy współczynnik efektywności dla tych urządzeń:

$$COP_C = \frac{Q_C}{W}$$

gdzie Q_C to ciepło pobrane z obszaru chłodniejszego, a W – praca prądu elektrycznego, czyli energia elektryczna zużyta przez urządzenie.

Jeśli natomiast interesuje nas **ogrzewanie** pomieszczenia za pomocą pompy ciepła, to bardziej przydatny jest współczynnik określony nieco inaczej:

$$COP_H = \frac{Q_H}{W}$$

gdzie Q_H to ciepło dostarczone do ogrzewanego obszaru.

Ponieważ zgodnie z zasadą zachowania energii zachodzi równość

$$Q_H = Q_C + W$$

więc różnica między określonymi wyżej współczynnikami jest zawsze równa 1:

$$COP_H = \frac{Q_H}{W} = \frac{Q_C + W}{W} = \frac{Q_C}{W} + \frac{W}{W} = COP_C + 1$$

O odróżnianiu obu współczynników trzeba pamiętać nie tylko w czasie rozwiązywania zadań, lecz także podczas zakupu pompy ciepła do

domu – współczynnik *COP* jest istotnym kryterium wyboru konkretnego modelu.
Bardzo ważne jest także, żeby porównywać tylko współczynniki określone w tych samych warunkach. Współczynnik *COP* zależy bowiem w znacznym stopniu od różnicy temperatury pomiędzy obszarem chłodzonym a ogrzewanym. Im większa różnica, tym trudniej pompować ciepło, a więc tym mniejszy *COP*.

Po tej lekcji powinieneś

- opisywać i analizować przemiany energii w pompach ciepła;
- opisywać zastosowania pomp ciepła;
- wykorzystywać w zadaniach współczynnik efektywności.

Pytania i zadania

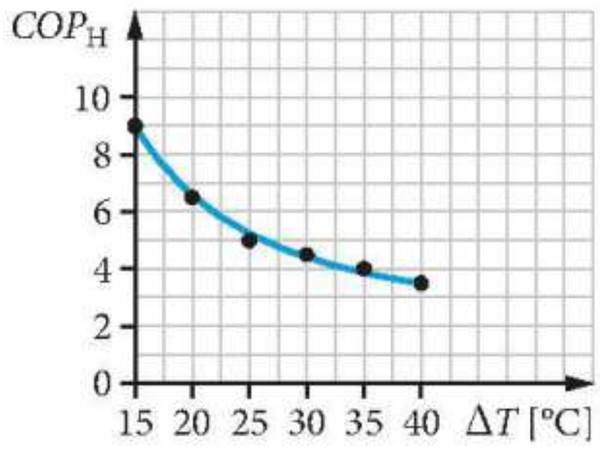
ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

1. W odizolowanym od otoczenia pomieszczeniu pracuje lodówka z otwartymi drzwiami. Jak po długim czasie zmieni się temperatura w tym pomieszczeniu?

2. Aby z wnętrza lodówki usunąć 1 J ciepła, kompresor musi wykonać pracę 0,5 J. W lodówce zepsuł się przycisk wyłączający oświetlenie i lampka o mocy 10 W świeci w niej przez cały czas. Ile zapłacimy dodatkowo w ciągu miesiąca za zużytą energię elektryczną, licząc po 80 gr za 1 kWh?

3. Oblicz współczynnik COP_C dla klimatyzatora pobierającego energię elektryczną o mocy 1,25 kW, który w ciągu godziny usuwa z pomieszczenia 18 MJ ciepła.

4. Niewielki dom ogrzewano zimą poprzez włączanie co noc na 6 godzin akumulacyjnych pieców elektrycznych o łącznej mocy 8 kW. Następnie zamieniono je na gruntową pompę ciepła, pracującą w tym samym trybie czasowym. Pompa pobiera ciepło z gruntu o temperaturze 5°C i oddaje je do domu, w którym temperatura powietrza wynosi 20°C. Zależność współczynnika COP_H od różnicy temperatur dla tej pompy przedstawia wykres.



a) Oblicz moc prądu elektrycznego potrzebnego do zasilania pompy.

b) Oblicz miesięczną oszczędność na opłatach za energię elektryczną po zamianie grzejników na pompę ciepła. Przyjmij, że właściciel domu wybrał taryfę, w której cena zależy od pory dnia – za energię w nocy płaci 25 gr za 1 kWh.

Temat dodatkowy

8.8. Silniki spalinowe

Przypomnij sobie

- Silnik cieplny to urządzenie zamieniające ciepło na pracę.
- Silnik cieplny oddaje część pobranego ciepła do chłodnicy.

Rys. 8.29. Znaczna część energii paliwa jest zużywana na podgrzewanie samochodu i jego otoczenia

Fizycy zajmowali się termodynamiką nie tylko po to, aby zrozumieć prawa przyrody rządzące zjawiskami cieplnymi, lecz także ze względów praktycznych: aby budować silniki cieplne o coraz większej sprawności. Pójdźmy tym tropem.

Maksymalna teoretyczna sprawność silnika cieplnego

Można udowodnić, że w optymalnie wybranym cyklu przemian maksymalna teoretycznie możliwa sprawność silnika cieplnego zależy wyłącznie od temperatury grzejnika T_g oraz temperatury chłodnicy T_{ch}. Wzór na maksymalną sprawność ma postać:

$$\eta_{max} = 1 - \frac{T_{ch}}{T_g}$$

Choć powyższy wzór opisuje tylko teoretyczną górną granicę, której rzeczywisty silnik nie może przekroczyć ani nawet osiągnąć, jednak można z tej zależności wyciągnąć kilka ważnych wniosków:

- Sprawność jest tym większa, im wyższa jest temperatura grzejnika. Z tego powodu w nowoczesnych elektrowniach para jest rozgrzewana do temperatury 600°C, podczas gdy w pierwszych maszynach parowych miała ona temperaturę zaledwie ok. 140°C.
- Sprawność jest tym większa, im niższa jest temperatura chłodnicy. Można by więc zadać pytanie: Dlaczego zimą samochody zużywają więcej paliwa? Jak już powiedzieliśmy, sprawność silnika jest określana na podstawie ilości ciepła oddawanego do chłodnicy, jednak całkowita sprawność samochodu jest czymś zupełnie innym. Jej określenie wymaga uwzględnienia zwiększonych oporów mechanicznych i długiego czasu rozgrzewania silnika (zanim osiągnie on swoją właściwą sprawność). Czynniki te sprawiają, że straty są większe niż zysk wynikający ze wzoru na η_{max}.
- Sprawność silnika cieplnego nie może wynosić 100%. Wymagałoby to osiągnięcia temperatury chłodnicy $T_{ch} = 0$ K, co jest niemożliwe.

Sprawność silnika zależy od:
- wybranego cyklu przemian,
- temperatury chłodnicy,
- temperatury grzejnika,
- oporów mechanicznych,
- czynników zewnętrznych.

W przypadku silnika spalinowego przez T_g rozumiemy temperaturę spalającego się paliwa. W typowym silniku benzynowym temperatura płonącego paliwa wynosi 2500 K, a chłodnicy – czyli otoczenia – ok. 300 K. Na podstawie przedstawionego wyżej wzoru można stwierdzić,

że sprawność silnika benzynowego nie przekroczy 88%. Jeśli uwzględnimy cykl przemian zachodzących w silniku spalinowym, okaże się, że sprawność mogłaby wynieść najwyżej ok. 60%. W obecnie produkowanych silnikach wynosi ona co najwyżej 30%.

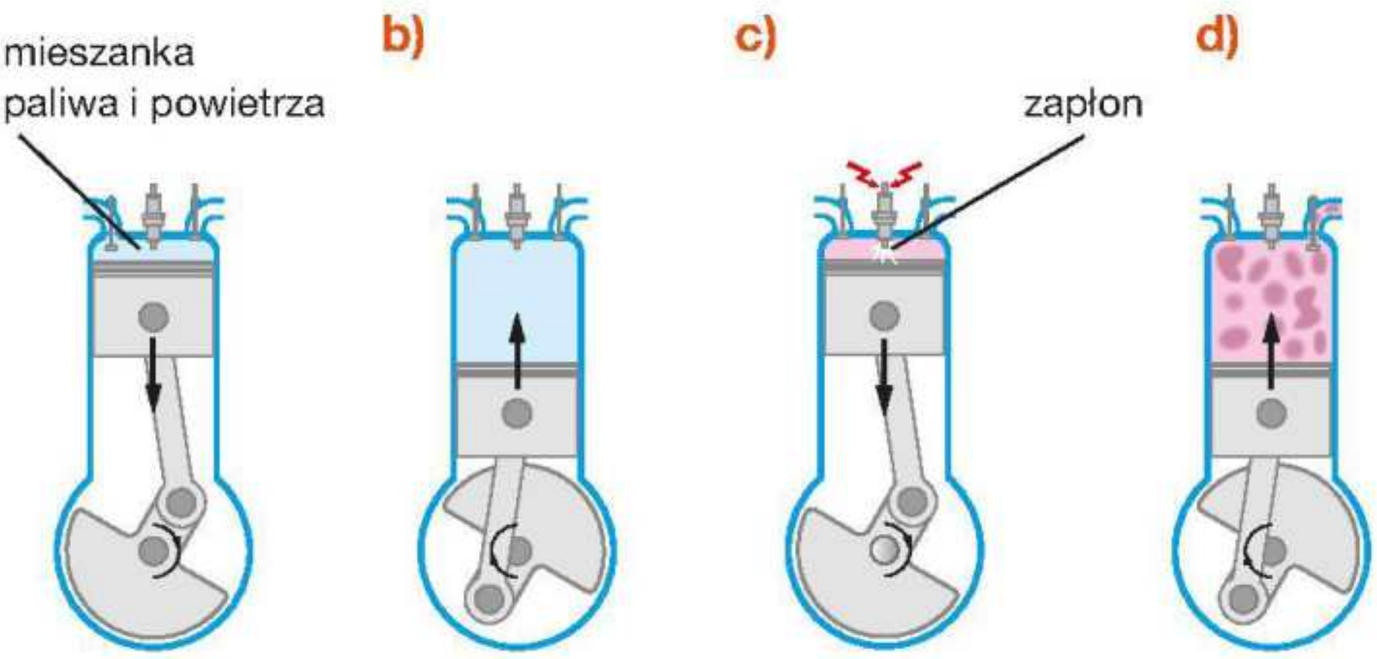
Silnik benzynowy i jego uproszczony model

Zasadę działania **silnika czterosuwowego** (rys. 8.30), którego paliwem jest benzyna, przedstawiamy na rysunku 8.31. Gdy silnik wykonuje suw ssania (rys. 8.31a), tłok porusza się w dół, otwiera się zawór i zasysana jest mieszanka paliwa i powietrza. Podczas suwu sprężania (rys. 8.31b) tłok porusza się w górę i następuje sprężenie mieszanki (oba zawory są zamknięte). Gdy mieszanka jest sprężona, iskra ze świecy zapłonowej zapala paliwo, a gazy spalinowe przesuwają tłok w dół (oba zawory są zamknięte) – jest to suw pracy (rys. 8.31c). Następnie mamy suw wydechu (rys. 8.31d): otwiera się zawór wylotowy, tłok porusza się do góry i wypycha gazy spalinowe z cylindra.

Rys. **8.30.** Silniki czterosuwowe są powszechnie stosowane w samochodach osobowych, zwłaszcza mniejszych

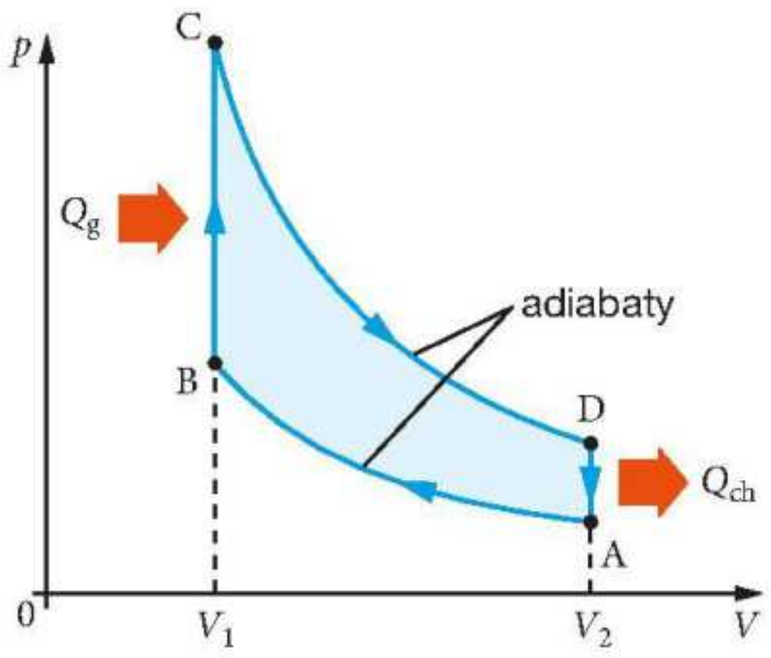
W czasie pracy silnika spalinowego zachodzą nie tylko przemiany gazowe, badane przez nas w poprzednich lekcjach, lecz także przemiana chemiczna (spalanie paliwa) oraz wymiana spalin na nową porcję powietrza i paliwa. Dokładny opis tych przemian jest dość skomplikowany. Jednak, jak zwykle w fizyce, można stworzyć uproszczony model, który pozwoli łatwiej opisać zjawiska cieplne zachodzące w silniku tego typu.
W naszym modelu przyjmujemy, że:

- zarówno mieszanka paliwa z powietrzem, jak i spaliny są gazami doskonałymi,
- spalanie mieszanki odbywa się poprzez jej ogrzewanie, pomijamy przy tym różnicę między liczbą moli gazu przed spalaniem i po spalaniu – większą część powietrza stanowi azot, który i tak nie uczestniczy w spalaniu,
- wydech i ssanie powodują chłodzenie gazu.



Rys. **8.31.** Schemat działania benzynowego silnika czterosuwowego: a) suw ssania, b) suw sprężania, c) suw pracy, d) suw wydechu

Taki wyidealizowany cykl pracy silnika spalinowego to **cykl Otta**. Przedstawiamy go na rysunku 8.32.



Opis przemian:

A–B – suw sprężania (przemiana adiabatyczna),

B–C – spalanie mieszanki (zachodzi ono tak szybko, że tłok nie zdąży się poruszyć, dlatego traktujemy je jako przemianę izochoryczną),

C–D – suw pracy (przemiana adiabatyczna),

D–A – wydech i ssanie (ponieważ przy wydechu i ssaniu objętość wraca do początkowej wartości, traktujemy je łącznie jako izochoryczne chłodzenie)

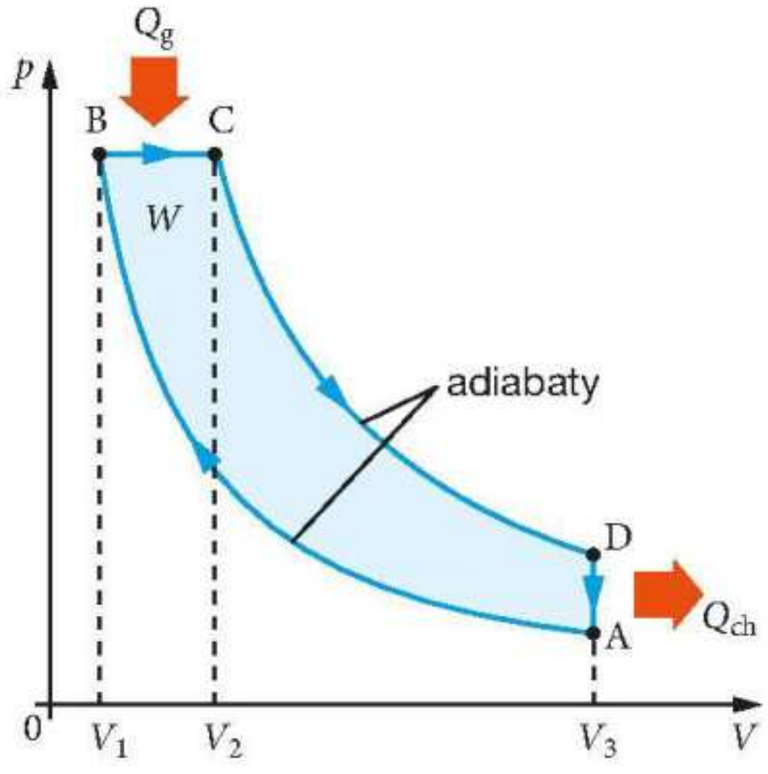
Rys. 8.32. Wykres cyklu Otta w układzie (V, p)

Gdy w suwie sprężania uda nam się sprężyć mieszankę paliwa z powietrzem do wyższego ciśnienia, w czasie spalania będzie ona miała wyższą temperaturę, co z kolei pozwoli uzyskać wyższą sprawność silnika. Niestety, ciśnienia mieszanki nie można podnosić w nieskończoność. Przeszkodą jest nie tyle wytrzymałość silnika, ile fakt, że przy wysokim ciśnieniu mieszanka sama się zapala, zanim dotrze do niej iskra ze świecy.

Rys. 8.33. Silniki Diesla stosuje się przeważnie w większych samochodach osobowych, a także w samochodach ciężarowych

Silnik Diesla

Problem samozapłonu przy wysokim ciśnieniu został rozwiązany, a właściwie ominięty, w silniku Diesla (czyt. dizla, rys. 8.33). Sprężaniu poddawane jest w nim wyłącznie powietrze, które samo się nie zapala. Można je sprężyć do bardzo wysokiego ciśnienia. Stąd też inna nazwa diesla – silnik wysokoprężny.



Opis przemian:

A–B – suw sprężania,

B–C – początek pracy (paliwo dostarczane w miarę spalania),

C–D – dalsza praca,

D–A – wydech i ssanie zastępujemy chłodzeniem izochorycznym

Rys. 8.34. Cykl w silniku Diesla

Dopiero po sprężeniu powietrza następuje wtrysk paliwa i dochodzi do jego samozapłonu (dlatego w takich silnikach nie ma świec zapłonowych).
Gdy paliwo się zapala, rozpoczyna się suw pracy, ale paliwo ciągle jest dostarczane i wciąż się spala – dlatego mimo zwiększającej się objętości gazu w cylindrze jego ciśnienie nie maleje (odcinek B–C na rys. 8.34 s. 126). Dopiero po zakończeniu spalania dalsza praca jest wykonywana przy malejącym ciśnieniu (odcinek C–D).

Silnik Diesla ma większą sprawność niż silnik benzynowy, czyli do wykonania takiej samej pracy potrzebuje mniej paliwa. To oznacza, że spala mniej paliwa na 100 km.
Dodatkowo olej napędowy, który stanowi paliwo dla diesli, jest tańszy w produkcji niż benzyna (choć nie zawsze przekłada się to na niższą cenę na stacji paliw).

Niestety silniki tego typu mają również wady – są droższe i większe. Z tego drugiego powodu rzadko spotykamy je w mniejszych samochodach.
Choć samochody z silnikiem Diesla dzięki mniejszemu spalaniu wytwarzają mniej dwutlenku węgla niż benzynowe, to trudno uznać je za bardziej ekologiczne. Ich spaliny zawierają drobne cząstki stałe, będące jedną z przyczyn powstawania smogu. Dlatego władze niektórych wielkich miast planują wprowadzenie zakazu wjazdu samochodów z silnikiem wysokoprężnym do centrum miasta.
Stężenie cząstek stałych w spalinach jest mniejsze, jeśli samochód jest wyposażony w filtr cząstek stałych (DPF). Niestety w naszym kraju ciągle jest dużo starych pojazdów, bez filtra, a co gorsza – niektórzy nieodpowiedzialni właściciele usuwają DPF, aby uniknąć ewentualnych kosztów jego naprawy.

A to ciekawe

Jak sama nazwa wskazuje, silnik dwusuwowy różni się od silnika czterosuwowego tym, że cykl jego pracy składa się z dwóch suwów. W jednym z nich następuje wydech, ssanie i sprężanie, a w drugim silnik wykonuje pracę.
Tego typu silniki najdłużej stosowano w samochodach z Polski (Syrena) i NRD (Trabant, Wartburg). Jednak wcześniej, w latach 60. i 70. XX w., montowano je także w pojazdach Suzuki i Saab. W końcu zrezygnowano z nich ze względu na niższą sprawność i większe zanieczyszczenie powietrza (taki silnik spala olej silnikowy, a część paliwa jest wyrzucana do atmosfery razem ze spalinami).
Zasadniczymi zaletami silnika dwusuwowego są niewielka masa i małe rozmiary. Dlatego silniki tego typu są często stosowane w kosiarkach, piłach spalinowych czy motorowerach. Chociaż istnieją także silniki dwusuwowe Diesla, stosowane do napędzania dużych maszyn: lokomotyw i statków.

Po tej lekcji powinieneś

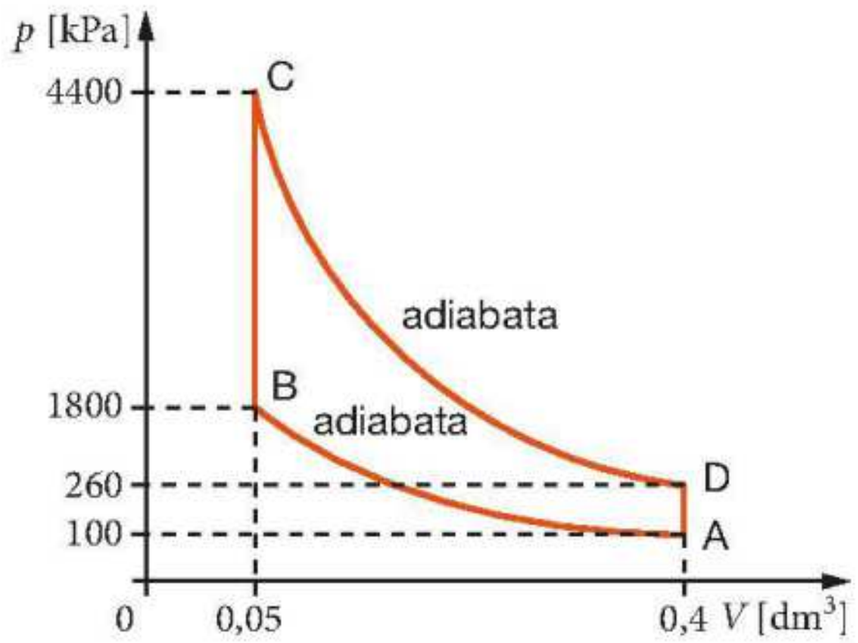
- obliczać maksymalną sprawność silnika cieplnego;
- opisywać działanie silników spalinowych: czterosuwowego benzynowego oraz Diesla.

Pytania i zadania

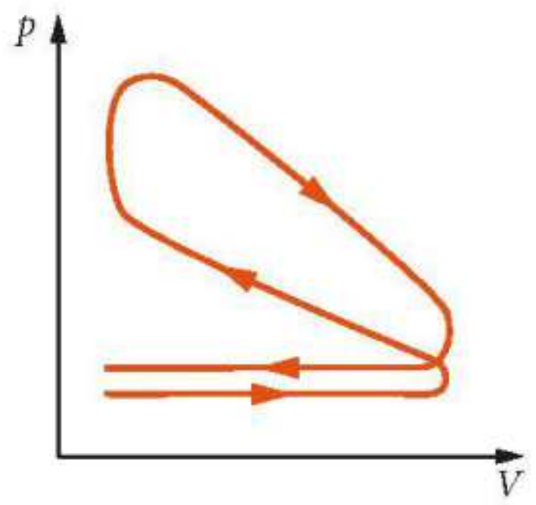
ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

1. Oblicz maksymalną możliwą sprawność silnika, w którym iloraz temperatury chłodnicy i temperatury grzejnika jest taki sam jak w silniku opisanym na s. 115. Porównaj ten wynik ze sprawnością silnika obliczoną na s. 117.

2. Załóżmy, że silnik benzynowy samochodu osobowego pracuje w teoretycznym cyklu Otta. Powietrze i spaliny wypełniające cylinder silnika potraktuj jak dwuatomowy gaz doskonały. Odczytaj odpowiednie dane z wykresu $p(V)$ i oblicz ciepło pobrane, ciepło oddane oraz sprawność cyklu tego silnika.



3. Na wykresie przedstawiono cykl pracy rzeczywistego silnika benzynowego. Przerysuj go do zeszytu, a następnie porównaj z cyklem Otta. Zaznacz na swoim wykresie poszczególne suwy pracy oraz chwilę zapłonu.



8.9. Druga zasada termodynamiki

Przypomnij sobie

- Przepływem ciepła nazywamy przekaz energii wywołany różnicą temperatur.
- Ciepło przepływa od ciała cieplejszego do chłodniejszego.

Kierunek przepływu ciepła

Jak wiesz, ciepło przepływa od ciała o wyższej temperaturze do ciała o niższej temperaturze do czasu, aż temperatury tych ciał się wyrównają. Spontaniczny przepływ ciepła zachodzi tylko w jedną stronę (rys. 8.35a). Dlatego też nie można zbudować urządzenia, które bez dopływu energii z zewnątrz ogrzewałoby piekarnik kosztem chłodzenia wnętrza lodówki, choć działanie takiego urządzenia nie byłoby sprzeczne z pierwszą zasadą termodynamiki (szczególnym przypadkiem zasady zachowania energii).

Procesy nieodwracalne

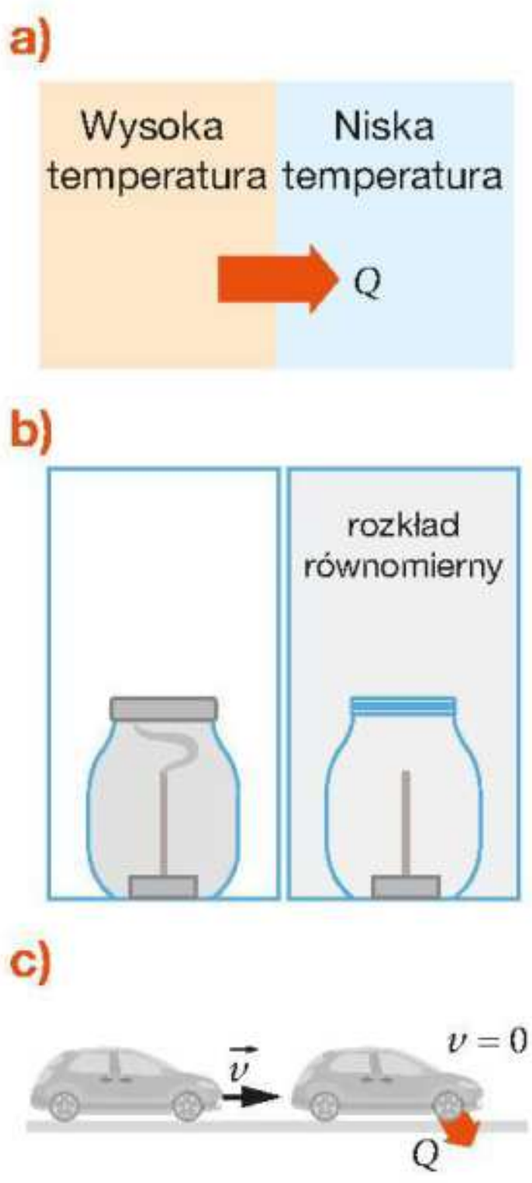
W przyrodzie występuje bardzo wiele zjawisk, które przebiegają wyłącznie w jednym kierunku. Dym ze świeczki zawsze spontanicznie ucieka ze słoika (rys. 8.35b), nigdy zaś słoik sam z siebie nie zbiera całego dymu z zewnątrz. Na skutek tarcia zmniejsza się prędkość samochodu, a zwiększa energia wewnętrzna nawierzchni drogi i kół (rys. 8.35c), nigdy jednak samochód nie przyspiesza kosztem chłodzenia szosy i opon. Takie zjawiska i procesy nazywamy **nieodwracalnymi** i można je ująć w postaci **drugiej zasady termodynamiki**.

> Ciepło przepływa samorzutnie z ciała o wyższej temperaturze do ciała o niższej temperaturze, a nigdy w przeciwną stronę.

Tę samą zasadę można także sformułować inaczej, w kontekście silników cieplnych.

> Nie jest możliwe zbudowanie urządzenia, które w całości zamieniałoby ciepło w pracę, co oznacza, że sprawność każdego silnika cieplnego jest mniejsza niż 100%.

Kluczowe jest tutaj określenie „w całości". Silnik cieplny zamienia wprawdzie ciepło w pracę, ale tylko częściowo. Potrzebuje bowiem chłodnicy, do której odpływa część energii. Gdyby nie była ona



Rys. 8.35. Przykłady procesów nieodwracalnych: a) przepływ ciepła, b) rozprzestrzenianie się dymu po otwarciu słoika, c) zamiana energii mechanicznej w wewnętrzną (pracy w ciepło)

potrzebna, moglibyśmy na przykład napędzać statek kosztem chłodzenia wody morskiej (służącej za grzejnik). Istnienia tego rodzaju napędu nie wyklucza zasada zachowania energii, ale jego zbudowanie jest niemożliwe z powodu drugiej zasady termodynamiki.

Równoważność sformułowań

Jak uzasadnić, że podane sformułowania drugiej zasady termodynamiki są równoważne?
Odpowiedź na to pytanie rozbijemy na dwa etapy. Najpierw pokażemy, że gdyby druga zasada termodynamiki w pierwszym sformułowaniu nie była spełniona, to nie byłaby spełniona także w drugim. Następnie udowodnimy, że gdyby nie była spełniona w drugim sformułowaniu – to nie byłaby spełniona również w pierwszym.

- Gdyby można było uzyskać spontaniczny przepływ energii z ciała zimniejszego do cieplejszego, można by ją skierować z chłodnicy silnika cieplnego do grzejnika. Potem w silniku część tej energii zmieniałaby się w pracę, a reszta wracałaby z chłodnicy do grzejnika itd. W ten sposób cały układ stanowiłby silnik całkowicie przekształcający ciepło w pracę. Czyli niespełnienie pierwszego sformułowania pociągnęło za sobą niespełnienie drugiego sformułowania drugiej zasady termodynamiki.
- Z kolei gdyby udało się zbudować urządzenie w całości zamieniające ciepło w pracę, mogłoby ono pracować kosztem energii wewnętrznej ciała o niższej temperaturze i jednocześnie zasilać urządzenie podgrzewające ciało o temperaturze wyższej. W całym układzie energia przepływałaby z ciała zimniejszego do cieplejszego. Czyli niespełnienie drugiego sformułowania pociągnęło za sobą niespełnienie pierwszego sformułowania drugiej zasady termodynamiki.

Również spontaniczne sprężanie się gazu jest sprzeczne z drugą zasadą termodynamiki. Taki sprężony gaz mógłby się następnie rozprężyć kosztem zmniejszenia swojej temperatury, poruszyć przy tym tłok i wykonać pracę, a następnie ponownie samorzutnie się sprężyć itd.
W ten sposób otrzymalibyśmy silnik cieplny całkowicie przekształcający ciepło w pracę. A jak wiemy, jest to niezgodne z drugą zasadą termodynamiki (naszym drugim sformułowaniem).

Skąd się biorą zjawiska nieodwracalne

Druga zasada termodynamiki jest zgodna z codziennym doświadczeniem, niełatwo ją jednak pogodzić z kinetyczno-molekularną teorią budowy materii.

Rys. 8.36. Mieszanie soku z wodą to przykład procesu nieodwracalnego – pokazano kolejne etapy zjawiska

Zjawiska dotyczące ciał zbudowanych z wielu cząsteczek są często nieodwracalne (rys. 8.36), chociaż ruchem i oddziaływaniami poszczególnych cząsteczek rządzą odwracalne prawa dynamiki Newtona.

Aby to wyjaśnić, spróbujmy sobie odpowiedzieć na pytanie, czy łatwo się domyślić, że oglądany przez nas film jest odtwarzany od końca. Odpowiedź brzmi: zależy, co ten film przedstawia. Bez trudu się zorientujemy, w czym rzecz, gdy na ekranie zimny gwóźdź zanurzony w wodzie samorzutnie rozgrzeje się do czerwoności, gdy dym wypełniający pokój zbierze się w mały obłoczek albo gdy kawałki szkła połączą się w żarówkę (patrz rys. 8.37).

Gdy jednak sfilmujemy zderzenie kul bilardowych albo podrzuconą do góry piłkę, a następnie puścimy nagranie od końca, widzowie się nie zorientują, że coś jest nie w porządku. Mogą po prostu pomyśleć, że piłka spadała. Skąd w takim razie bierze się nieodwracalność?

Rys. 8.37. Gdy widzimy tłukący się przedmiot, zawsze wiemy, jaka jest kolejność zdarzeń

Model rozprężania gazu

Aby odpowiedzieć na to pytanie, możemy rozważyć prosty model.

Doświadczenie 17

1. Podziel kartkę na dwie równe części (symbolizujące połowy naczynia).
2. Podrzuć 10 monet. Te, na których wypadł orzeł, połóż na pierwszej części kartki, a te, na których wypadła reszka – na drugiej.
3. Zapisz, ile monet znalazło się w pierwszej części kartki.
4. Wykonaj czynności opisane w punktach 2. i 3. jeszcze cztery razy. Co obserwujesz?

Prawdopodobieństwo, że wszystkie dziesięć monet upadnie na tę samą stronę, wynosi $\frac{1}{2^{10}} + \frac{1}{2^{10}} = \frac{1}{512}$. Oznacza to, że jeśli to doświadczenie wykona kilka tysięcy uczniów, kilkudziesięcioro z nich spotka się przynajmniej raz z sytuacją, w której wszystkie monety zgromadziły się na jednej połówce kartki. Nieco częściej zdarzy się, że w jednej z części znajdzie się tylko jedna lub dwie monety.

Gdybyśmy jednak wzięli 100 monet, prawdopodobieństwo upadku wszystkich na tę samą stronę zmalałoby do:

$$\frac{1}{2^{100}} + \frac{1}{2^{100}} = \frac{2}{2^{100}} \approx \frac{2}{10^{30}}$$

Przydatny sposób szacowania:
$2^{10} = 1024 \approx$
$\approx 1000 = 10^3$
więc
$2^{100} = (2^{10})^{10} \approx$
$\approx (10^3)^{10} = 10^{30}$

Rys. 8.38. Czy małpa posadzona przed klawiaturą może przypadkiem napisać *Hamleta*? W zasadzie jest to możliwe, choć bardzo mało prawdopodobne. Zjawiska sprzeczne z drugą zasadą termodynamiki są znacznie mniej prawdopodobne

Jest to prawdopodobieństwo równe prawdopodobieństwu trafienia szóstek w czterech kolejnych losowaniach Lotto. Gdyby każdy człowiek na Ziemi wykonywał takie doświadczenie sto razy dziennie, to na ułożenie wszystkich stu monet na jednej połowie kartki średnio musielibyśmy czekać dłużej, niż istnieje Wszechświat.

Tymczasem cząsteczek gazu w 1 molu jest nie 100, nie 10 000, ale $6 \cdot 10^{23}$. W tej sytuacji prawdopodobieństwo samorzutnego zebrania się ich wszystkich – albo choćby zauważalnej większości – w jednej połowie naczynia jest pomijalnie małe.

Interpretacja statystyczna

Stwierdziliśmy, że samorzutne zebranie się gazu w jednej połowie naczynia jest teoretycznie możliwe, ale bardzo mało prawdopodobne. Analogicznie jest z innymi omawianymi wyżej zjawiskami nieodwracalnymi. Przepływ ciepła „pod prąd" – z ciała zimniejszego do cieplejszego – jest w zasadzie możliwy, ale niesłychanie mało prawdopodobny. Dlatego mówimy, że druga zasada termodynamiki ma charakter statystyczny: określa, jakie zjawiska zachodzą z prawdopodobieństwem pozwalającym na ich obserwacje (rys. 8.38).

Po tej lekcji powinieneś

- wiedzieć, co to są procesy nieodwracalne;
- podawać różne sformułowania drugiej zasady termodynamiki i uzasadniać ich równoważność;
- rozumieć statystyczny charakter drugiej zasady termodynamiki.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

1. Wskaż, które z opisanych zjawisk są w przybliżeniu odwracalne, a które – nieodwracalne.

a) stłuczenie szklanki

b) zderzenie kul bilardowych

c) ruch wahadła od najwyższego położenia do położenia równowagi

d) ogrzewanie powietrza przez świecącą żarówkę

2. Urządzenie produkujące energię z niczego jest nazywane perpetuum mobile pierwszego rodzaju, natomiast urządzenie zamieniające całe pobrane ciepło na pracę jest nazywane perpetuum mobile drugiego rodzaju.

a) Wyjaśnij, dlaczego żadnego z takich urządzeń nie można zbudować. Z jakich praw fizyki to wynika?

b) Wyobraź sobie, że istnieje perpetuum mobile drugiego rodzaju produkujące energię elektryczną kosztem obniżania temperatury wody morskiej. Oblicz, o ile obniżyłaby się w ciągu roku temperatura wody w Bałtyku, gdyby z jej energii wewnętrznej produkować energię elektryczną w takiej ilości, jak to ma miejsce obecnie w Polsce. Samodzielnie znajdź potrzebne dane liczbowe. Zapisz, z jakich źródeł je zaczerpnąłeś.

Fizyka nie tylko na lekcjach

Na pikniki naukowe przychodzą tłumy, filmy popularnonaukowe mają miliony wyświetleń. Jak widać, fizyka może być fascynująca.

Poczytaj o nowych odkryciach

Wiele praw fizyki omawianych w szkole średniej znano już sto, dwieście, a nawet trzysta lat temu. Czemu nie omawiamy fal grawitacyjnych, czarnych dziur, komputerów kwantowych oraz innych nowych odkryć i wynalazków?

Cóż, aby naprawdę dobrze je zrozumieć, najpierw musisz gruntownie poznać fizykę klasyczną, o której mówimy na lekcjach.
Jednak już teraz możesz czytać czasopisma popularnonaukowe, w których znajdziesz doniesienia o nowych odkryciach zarówno z fizyki, jak i z innych dziedzin. Przedstawione w nich informacje nie są może tak precyzyjne, jak w przypadku prac naukowych czy podręczników akademickich, ale za to zrozumiałe już dla ucznia szkoły średniej.

Oto przykładowe tytuły dostępnych czasopism popularnonaukowych:

- „Wiedza i Życie" http://www.wiz.pl

Pismo poświęcone różnym dziedzinom wiedzy, ale głównie naukom ścisłym i przyrodniczym. Poziom trudności w sam raz dla ucznia szkoły średniej.

- „Świat Nauki" http://www.swiatnauki.pl

Polska edycja pisma „Scientific American". Nieco trudniejsza niż „Wiedza i Życie".

Internet – tak, bzdury – nie

Także w internecie można znaleźć mnóstwo ciekawych wiadomości. Niestety, jeszcze łatwiej natknąć się na materiały bezwartościowe czy wręcz – na fałszywe informacje. Aby pomóc ci w wyborze, poniżej polecamy dziesięć wybranych kanałów popularnonaukowych w serwisie YouTube.
Część z nich wymaga znajomości angielskiego, ale język używany w tych filmach nie jest trudny. Jeśli masz problem z rozumieniem ze słuchu, możesz włączyć angielskie napisy – łatwiej przyswoić informację, gdy jednocześnie się ją słyszy i czyta. Napisy pozwalają też korzystać ze słownika. Pojęcia naukowe można tłumaczyć również za pomocą Wikipedii: włączamy odpowiedni artykuł po angielsku, a następnie przełączamy język artykułu na polski.
Do niektórych filmów są polskie napisy, ale na ogół tłumaczone automatycznie, a więc nie zawsze poprawnie.

- emce kwadrat
- SciFun
- Nauka. To lubię
- Uwaga! Naukowy Bełkot

- Veritasium
- Kurzgesagt (wbrew pozorom po angielsku!)
- MinutePhysics
- SciShow
- Scientium

Nieco inny charakter ma kanał CrashCourse. Poszczególne filmy na nim układają się w dłuższe kursy. Każdy kurs to jedna playlista, więc nie ma problemu ze znalezieniem kolejnego odcinka.

Konkursy

Jeśli lubisz nie tylko fizykę, lecz także dreszczyk emocji wywołany przez sportową rywalizację, możesz startować w konkursach fizycznych. Informacje o wielu z nich uzyskasz od swojego nauczyciela albo znajdziesz w internecie. My opiszemy dwa, które uważamy za szczególnie ważne.

Olimpiada Fizyczna

To najstarszy konkurs dla szkół średnich, odbywa się od 1950 r. Zadania pierwszego etapu zawodnicy rozwiązują samodzielnie w domu i przesyłają do sprawdzenia przez internet. Dalsze etapy odbywają się już w warunkach kontrolowanych. Olimpiada jest trudna, ale daje dużą satysfakcję. Finaliści i laureaci mogą także łatwiej dostać się na wiele kierunków studiów.
Informacje i zadania: http://www.kgof.edu.pl

Turniej Młodych Fizyków

W tym konkursie startują kilkuosobowe zespoły – taki zespół możesz stworzyć wspólnie z koleżankami i kolegami. Problemy turniejowe nie przypominają zadań ze szkoły, matury, czy nawet olimpiady. Chodzi w nich o samodzielne zaplanowanie i przeprowadzenie badań na określony temat albo o budowę urządzenia, np. takiego, które „zapewni bezpieczne lądowanie surowego jajka kurzego na twardej powierzchni z wysokości 2,5 m". Na rozwiązanie zadań drużyna ma kilka miesięcy.

W czasie zawodów zespoły nie tylko przedstawiają swoje rozwiązania, lecz także dyskutują z przeciwnikami. Zwycięzcy krajowego finału reprezentują Polskę na turnieju międzynarodowym.
Więcej: http://tmf.org.pl/pl

Pytania i zadania do tekstu

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

1. Zajrzyj na stronę każdego z opisanych w tekście czasopism i przeczytaj spis treści aktualnego numeru. Wypisz dwa tytuły, które cię zainteresowały.
2. Obejrzyj jeden z filmów z dziedziny fizyki na jednym z wymienionych w tekście kanałów. Zapisz nazwę kanału, tytuł filmu i w kilku zdaniach zapisz, czego się z niego dowiedziałeś.
3. Zajrzyj na stronę Turnieju Młodych Fizyków i znajdź zadania (problemy) z ostatniego roku. Wybierz z nich trzy najbardziej dla ciebie interesujące i uzasadnij swój wybór w kilku zdaniach.

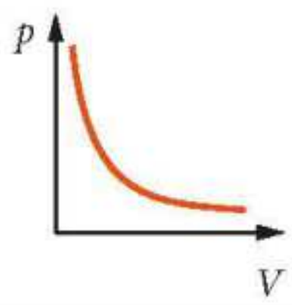
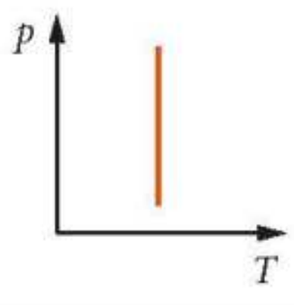
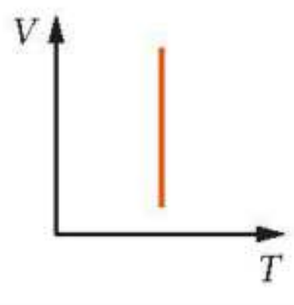
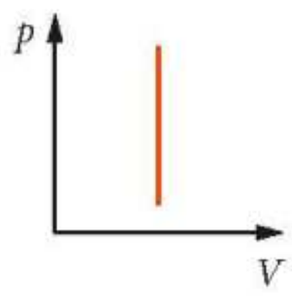
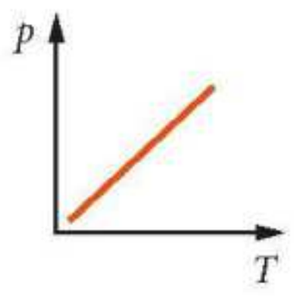
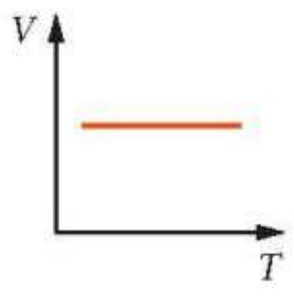
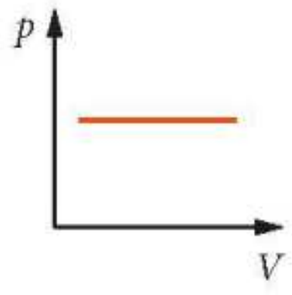
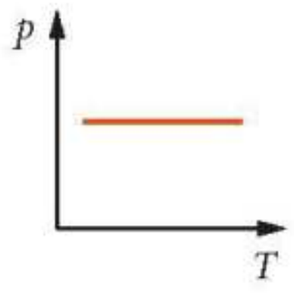
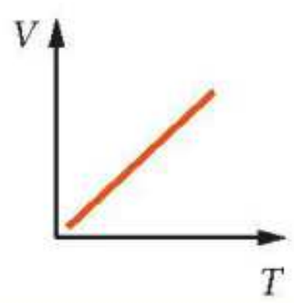
Podsumowanie Termodynamika

- Liczbę obiektów elementarnych w jednym molu substancji, $N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}$, nazywamy **liczbą Avogadra**.
- **Model gazu doskonałego** opiera się na następujących założeniach: gaz składa się z punktów materialnych, rozmiary cząsteczek i oddziaływania międzycząsteczkowe można pominąć. Do opisu gazu służą następujące wielkości: n – liczba moli gazu, p – ciśnienie, T – temperatura (w skali Kelvina), V – objętość.
- Z praw dynamiki możemy wyprowadzić **równanie Clapeyrona**:

$$pV = nRT$$

gdzie $R = k \cdot N_A = 8{,}314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$ to stała gazowa.

- **Przemiany gazowe**

Wykresy / Przemiany	$p(V)$	$p(T)$	$V(T)$
izotermiczna T = const $pV = nRT$ = const			
izochoryczna V = const $\frac{p}{T} = \frac{nR}{V}$ = const			
izobaryczna p = const $\frac{V}{T} = \frac{nR}{p}$ = const			

  - W przemianie **adiabatycznej** ciepło nie przepływa między gazem a otoczeniem.
- **Pierwsza zasada termodynamiki** jest szczególnym przypadkiem zasady zachowania energii. Zmiana energii wewnętrznej układu jest równa sumie ciepła dostarczonego do układu oraz wykonanej nad nim pracy.

$$\Delta E_w = Q + W$$

- **Ciepło molowe** to ciepło właściwe w przeliczeniu na 1 mol. Rozróżniamy ciepło molowe w przemianie izobarycznej (C_p) i ciepło molowe w przemianie izochorycznej (C_V).

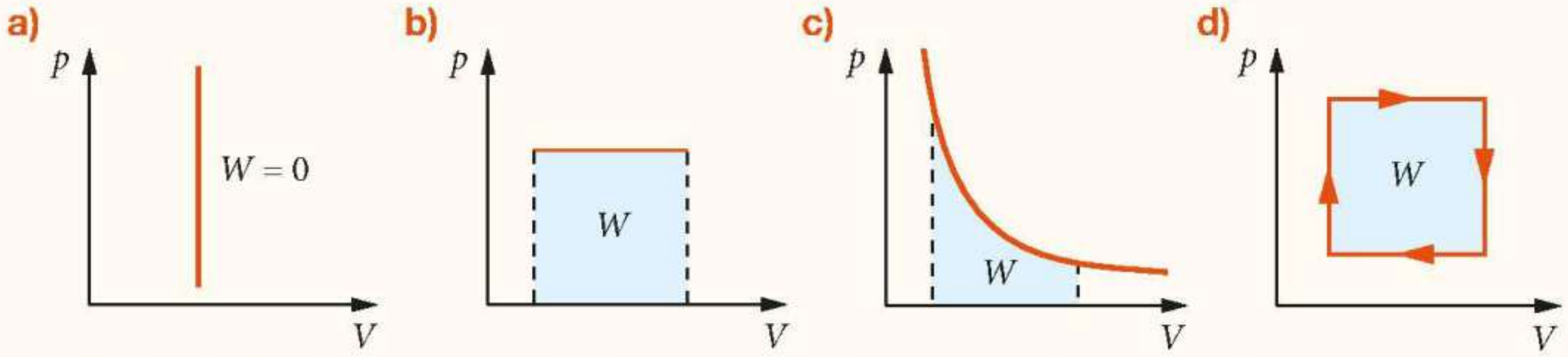
Gaz doskonały \ Ciepło molowe	C_V	C_p
jednoatomowy	$\frac{3}{2}R$	$\frac{5}{2}R$
dwuatomowy	$\frac{5}{2}R$	$\frac{7}{2}R$

gdzie R to stała gazowa.

Praca i silniki

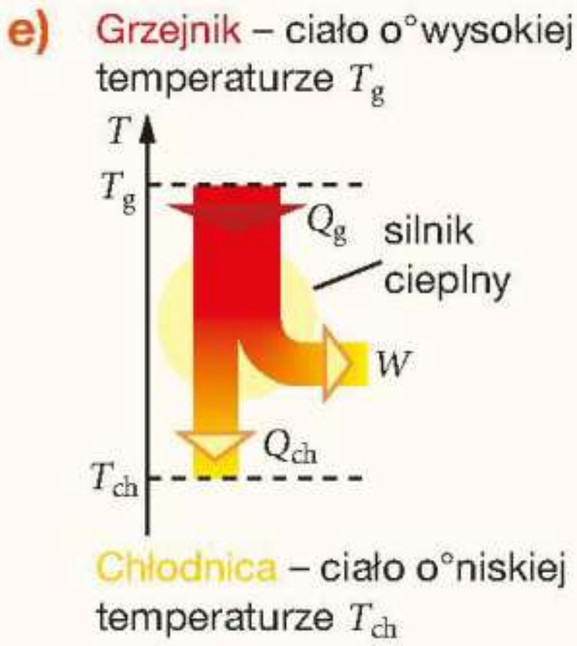
Wartość bezwzględna pracy wykonanej przez gaz jest liczbowo równa polu pod wykresem przemiany w układzie współrzędnych (V, p) – patrz rysunki poniżej: przemiana a) izochoryczna, b) izobaryczna, c) izotermiczna.

W przypadku przemiany cyklicznej praca przypadająca na jeden cykl jest równa polu wewnątrz wykresu (rys. d).



▸ **Silnik cieplny** to urządzenie, które pracuje cyklicznie i zamienia część dostarczonego ciepła na pracę (rys. e).

▸ **Pompa ciepła** to urządzenie, które dzięki wykonaniu pracy pobiera ciepło z ciała chłodniejszego i oddaje je do cieplejszego (rys. f).



Druga zasada termodynamiki

Można ją sformułować na kilka równoważnych sposobów, m.in.:

▸ Ciepło przepływa samorzutnie z ciała o wyższej temperaturze do ciała o niższej temperaturze, a nigdy w przeciwną stronę.

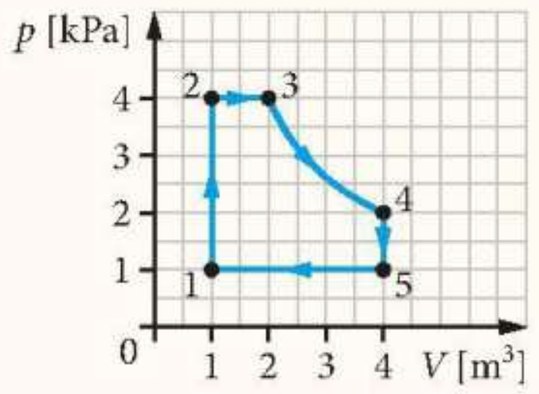
▸ Nie jest możliwe zbudowanie urządzenia, które w całości zamieniałoby ciepło na pracę, co oznacza, że sprawność każdego silnika cieplnego jest mniejsza niż 100%.

Druga zasada termodynamiki ma **charakter statystyczny**, tzn. sprzeczne z nią zjawiska są teoretycznie możliwe, ale niesłychanie mało prawdopodobne.

Sposób na zadanie

Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk

Zadanie 1. Na wykresie przedstawiono zamknięty cykl przemian termodynamicznych jednego mola gazu doskonałego. Krzywa 3–4 spełnia warunek pV = const.



Zadanie 1.1 (0–2)
Uszereguj temperatury w stanach 1, 2, 3, 4, 5 od najniższej do najwyższej.

Zadanie 1.2 (0–2)
Wymień przemiany między stanami 1, 2, 3, 4, 5, podczas których gaz oddawał ciepło.

Zadanie 1.3 (0–1)
Czy cykl przemian przedstawiony na wykresie opisuje działanie silnika cieplnego czy pompy cieplnej (lodówki)?

Rozwiązanie:

Ad 1.1. Z równania Clapeyrona $pV = nRT$ wyznaczamy temperaturę:

$$T = \frac{pV}{nR}$$

W powyższym równaniu mamy dwie stałe: R jest stałą gazową, natomiast n = 1 mol nie ulega zmianie w opisanym zjawisku. Tak więc temperatura zależy tylko od ciśnienia p i objętości V, a dokładniej – jest proporcjonalna do ich iloczynu.

> **Wskazówka 1.** Aby porównać dwie wielkości, niekoniecznie trzeba obliczać ich dokładne wartości.

Z wykresu wiemy od razu, że najniższa temperatura odpowiada punktowi 1, ponieważ zarówno ciśnienie, jak i objętość są tam najmniejsze. Z kolei w punktach 3 i 4 temperatura jest na pewno wyższa niż w punktach 2 i 5. Dodatkowo z warunku, że krzywa 3–4 spełnia równanie pV = const, wynika, że punktom 3 i 4 odpowiada ta sama temperatura (jest to warunek dla przemiany izotermicznej).
Pozostało nam porównać punkty 2 i 5. Łatwo sprawdzić, że dla nich także jest spełniona zależność pV = const, gdyż 1 m^3 · 4 kPa = 4 m^3 · 1 kPa.
Podsumujmy: najniższa temperatura jest w punkcie 1, wyższa w punktach 2 i 5, a najwyższa w punktach 3 i 4. Gdy to samo zapiszemy za pomocą symboli, otrzymamy:

$$T_1 < T_2 = T_5 < T_3 = T_4$$

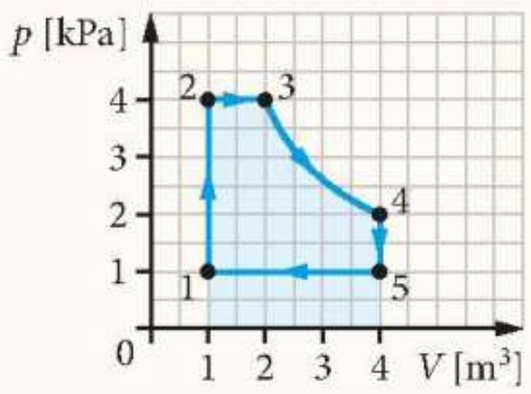
Ad 1.2. Rozważmy kolejne przemiany gazu:
1 → 2 Gaz zwiększa ciśnienie, choć nie zmienia się jego objętość. Aby to uzyskać, gaz trzeba podgrzać, czyli dostarczyć mu ciepło.
2 → 3 Gaz zajmuje coraz większą objętość, ale nie rozpręża się, ponieważ ciśnienie jest stałe. Aby to uzyskać, trzeba dostarczyć ciepło.

$3 \rightarrow 4$ Skoro w tej przemianie $pV = \text{const}$, to także $T = \text{const}$. Gaz rozpręża się, a więc wykonuje pracę, na co traci energię. Jednak jego temperatura się nie zmienia. Utrata energii musi być zatem równoważona przez dostarczanie ciepła.
$4 \rightarrow 5$ Objętość gazu się nie zmienia. To oznacza, że ani nad gazem nie jest wykonywana praca, ani gaz nie wykonuje pracy. Jednak obniża się jego temperatura (patrz rozwiązanie zadania 1.1), a co za tym idzie – zmniejsza jego energia wewnętrzna. Co się może dziać z tą energią? Widocznie gaz oddaje ciepło.
$5 \rightarrow 1$ Skoro objętość gazu się zmniejsza, to znaczy, że nad gazem wykonujemy pracę. Jednak temperatura gazu spada, a więc zmniejsza się także jego energia wewnętrzna. W takim razie gaz oddaje ciepło. I to dużo ciepła: tyle, o ile zmniejsza się energia wewnętrzna, i dodatkowo tyle, ile energii mu dostarczamy, wykonując pracę.

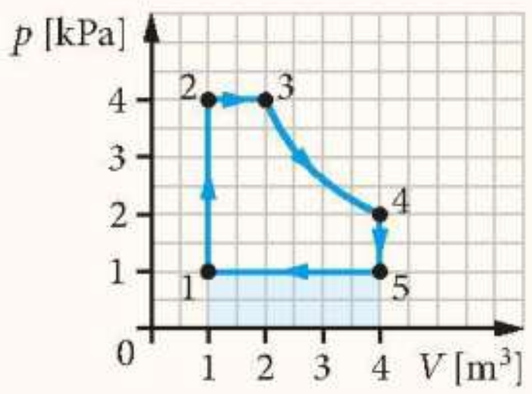
Odpowiedź: Gaz oddawał ciepło w przemianach $4 \rightarrow 5$ oraz $5 \rightarrow 1$.

Ad 1.3. Z opisu przemian w rozwiązaniu zadania 1.2 wiemy, że gaz wykonuje pracę w przemianach $2 \rightarrow 3$ oraz $3 \rightarrow 4$, a praca jest wykonywana nad gazem w przemianie $5 \rightarrow 1$. Praca jest równa polu pod wykresem $p(V)$.

Praca wykonana przez gaz:



Praca wykonana nad gazem:



Jak widać na wykresach praca wykonana przez gaz jest większa niż ta wykonana nad gazem. Mamy więc do czynienia z **silnikiem cieplnym**.

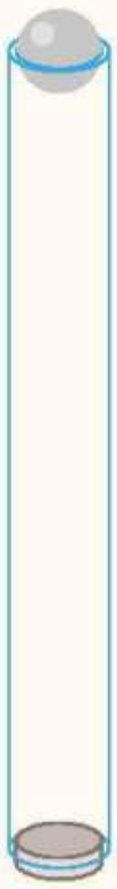
Wskazówka 2. Każdy cykl termodynamiczny, którego wykres w układzie $p(V)$ biegnie zgodnie ze wskazówkami zegara, to silnik cieplny. Gdy cykl zachodzi w przeciwnym kierunku, mamy do czynienia z pompą cieplną.
Zapamiętywanie podobnych reguł ma tę wadę, że łatwo się pomylić. Chyba że rozwiążesz tyle podobnych zadań, że reguła stanie się dla ciebie oczywista.

Warto zapamiętać

- Aby się zorientować, czy to gaz wykonał pracę, czy praca została wykonana nad gazem, najlepiej wyobrazić sobie, że gaz znajduje się w naczyniu przykrytym tłokiem:
  – jeśli gaz zwiększa swoją objętość, to musi przesuwać tłok, więc wykonuje pracę;
  – jeśli gaz zmniejsza swoją objętość, to musiała nad nim zostać wykonana praca, która wepchnęła tłok do naczynia – nawet gdy się wydaje, że podczas chłodzenia tłok sam opada, w rzeczywistości pracę wykonuje powietrze atmosferyczne (wyrównuje ciśnienia).

Zadanie 2. (0–2)

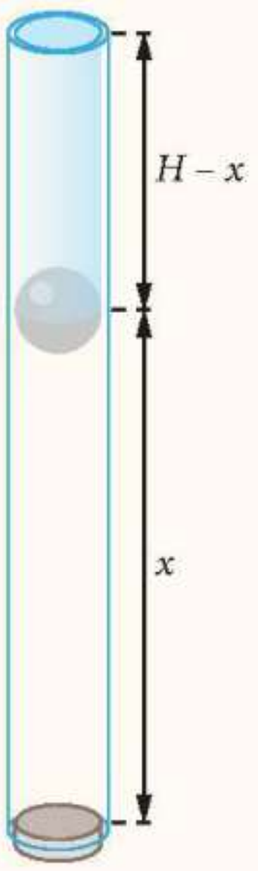
Pionowa rura o długości 13 m jest od dołu zamknięta korkiem, a od góry – szczelnie dopasowaną lekką piłką (patrz rys.), poruszającą się w naczyniu bez tarcia. W porównaniu z długością średnica rury jest mała. Początkowo ciśnienie powietrza w rurze jest równe ciśnieniu atmosferycznemu i wynosi 1000 hPa. Na piłkę powoli lejemy wodę, co powoduje obniżanie się piłki w rurze. Temperatura zamkniętego w naczyniu powietrza się nie zmienia. Gęstość wody $d = 1000\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, przyspieszenie ziemskie $g = 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Oblicz maksymalną głębokość, na jaką można w ten sposób wcisnąć piłeczkę do rury.



Rozwiązanie:

Wskazówka 3. Zanim zaczniesz wykonywać rachunki, zastanów się, jak będzie przebiegać zjawisko.

Zauważmy, że w miarę wciskania piłki ciśnienie pod nią rośnie coraz szybciej. Na przykład, aby wzrosło z 1 atm do 2 atm, trzeba przesunąć piłkę do połowy długości rury. Ale potem taki sam przyrost ciśnienia (o 1 atm) uzyskamy, gdy przesuniemy piłkę od połowy do $\frac{1}{3}$ długości, czyli o zaledwie $\frac{1}{6}$ jej całej długości.



Zatem początkowo ciśnienie powietrza w rurze rośnie nieznacznie – piłeczka może zagłębić się bardziej niż tylko na tyle, aby zrobić miejsce na nową wodę. Mamy więc w rurze piłeczkę, nad nią wodę, a nad nimi – trochę wolnego miejsca (czyli powietrza).

Jednak w pewnym momencie ciśnienie pod piłeczką staje się na tyle duże, że równoważy je słup wody sięgający aż do końca rury. Nie ma już miejsca na nową wodę, czyli piłeczka niżej się nie przesunie – to jest jej maksymalna głębokość, którą chcemy obliczyć.

Długość rurki (która po postawieniu w pionie staje się jej wysokością) oznaczmy symbolem H. W szukanym położeniu piłeczka znajduje na wysokości x (patrz rys.). Początkowa objętość powietrza pod piłeczką $V_0 = SH$ (gdzie S jest powierzchnią przekroju poprzecznego rury) zmniejszyła się do wartości $V_1 = Sx$, a ciśnienie wzrosło od ciśnienia atmosferycznego $p_0 = 1000$ hPa do pewnej wartości p_1.

Ponieważ zgodnie z treścią zadania zakładamy, że temperatura powietrza w rurze się nie zmienia, czyli że przemiana jest izotermiczna, stąd $pV = \text{const}$, czyli:

$$p_0V_0 = p_1V_1$$

Za objętości podstawiamy wyżej zapisane zależności i otrzymujemy:

$$p_0SH = p_1Sx$$

Z tego wzoru możemy wyznaczyć końcowe ciśnienie pod piłeczką (pozostałe wielkości są znane):

$$p_1 = \frac{H}{x}p_0$$

Ciśnienie to jest takie samo jak ciśnienie nad piłeczką, które jest równe sumie ciśnienia atmosferycznego p_0 oraz ciśnienia hydrostatycznego wody: $p_1 = p_0 + p_h$. Ciśnienie słupa wody nad piłeczką wynosi:

$$p_h = d_w g(H - x)$$

Podstawiamy teraz do wzoru na równowagę ciśnień $p_1 = p_0 + p_h$ wyznaczone wzory na p_1 i p_h:

$$\frac{H}{x} p_0 = p_0 + d_w g(H - x)$$

Wszystkie wielkości poza szukaną wysokością x są znane, możemy więc ją wyznaczyć za pomocą odpowiednich przekształceń:

$$\frac{H}{x} p_0 = p_0 + d_w g(H - x) \mid \cdot x$$

$$Hp_0 = p_0 x + d_w g(H - x)x$$

Przenosimy $p_0 x$ na lewą stronę i wyciągamy p_0 przed nawias, aby po obu stronach równania otrzymać taki sam nawias i go zredukować:

$$Hp_0 - p_0 x = d_w g(H - x)x$$

$$p_0(H - x) = d_w g(H - x)x \mid :(H - x) \quad \rightarrow \quad p_0 = d_w g x$$

Ostatecznie otrzymujemy:

$$x = \frac{p_0}{d_w g}$$

Po podstawieniu wartości liczbowych wyznaczamy szukaną wysokość:

$$x = \frac{100\,000\ \text{Pa}}{1000\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \approx 10{,}2\ \text{m}$$

Działania na jednostkach:

$$[x] = \frac{\text{Pa}}{\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{\text{Pa}}{\frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}^2}} = \text{Pa}\frac{\text{m}^2 \cdot \text{s}^2}{\text{kg}} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot \frac{\text{m}^2\text{s}^2}{\text{kg}} = \frac{\text{Ns}^2}{\text{kg}} = \frac{\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\text{s}^2}{\text{kg}} = \text{m}$$

Skoro piłeczka może znaleźć się na wysokości 10,2 m, to wsunie się o 13 m – 10,2 m = 2,8 m.

Odpowiedź: Piłeczka wsunie się 2,8 m w głąb rury.

Warto zapamiętać

- Jeżeli mamy do czynienia z przemianą izotermiczną, to pV = const i na odwrót.
- Gdy ruchomy tłok w naczyniu się nie porusza (w zadaniu to piłeczka), to znaczy, że ciśnienia nad nim i pod nim są takie same.
- Uwzględniaj ciśnienie atmosferyczne nawet wtedy, gdy nie działa ono bezpośrednio na tłok (pamiętaj o prawie Pascala).

Zadania powtórzeniowe

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

Zadanie 1. Pompa ciepła

Zasilana elektrycznie gruntowa pompa ciepła o efektywności $COP_H = 3{,}3$ dostarcza do domu A ciepło z mocą 7,8 kW. Pompa pobiera ciepło w temperaturze 3°C, a oddaje ciepło w temperaturze 22°C.

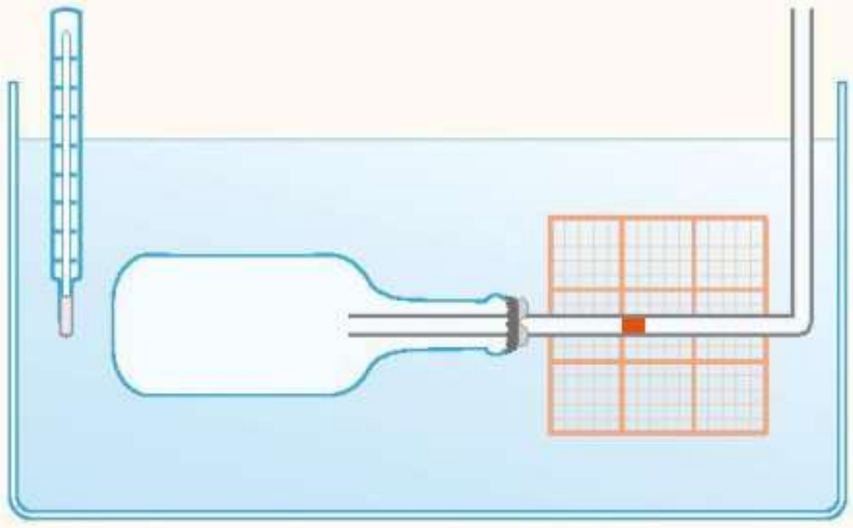
1.1. Oblicz moc prądu elektrycznego, którym jest zasilana pompa.

1.2. Oblicz moc, z jaką pompa pobiera ciepło z gruntu.

1.3. Inna pompa dostarcza ciepło do domu B również z mocą 7,8 kW. Tak samo pobiera ciepło w temperaturze 3°C i oddaje w temperaturze 22°C, ale tę pompę wystarczy zasilać z mocą 1,8 kW, czyli mniejszą niż w domu A. Zaproponuj hipotezę wyjaśniającą tę różnicę.

Zadanie 2. Badanie przemiany izobarycznej

Uczniowie przygotowali układ doświadczalny pokazany na rysunku. Przez otwór w nakrętce do pustej szklanej butelki o pojemności 250 ml wprowadzili plastikowy wężyk o średnicy 2 cm. Miejsce styku wężyka z nakrętką uszczelnili plasteliną. Butelkę z wężykiem zanurzyli w akwarium tak, że część wężyka znajdująca się pod wodą była ułożona równolegle do dna naczynia. Następnie włożyli do wody termometr, a za akwarium na wysokości wężyka przykleili pasek papieru milimetrowego.



Ciśnienie w butelce było wtedy równe ciśnieniu atmosferycznemu. Potem przez wężyk wlali trochę zabarwionej wody, która stanowiła rodzaj ruchomego tłoczka. Doświadczenie przeprowadzone przez uczniów polegało na obserwowaniu zmian położenia tłoczka (zabarwionej wody) podczas zmian temperatury powietrza w butelce.

Przy temperaturze $t = 20°C$ uczniowie zaznaczyli czerwoną kreską początkowe położenie tłoczka w rurce. Następnie zaczęli zwiększać temperaturę wody w akwarium, a co za tym idzie – również temperaturę powietrza w butelce, i odczytywali kolejne zmiany położenia tłoczka Δh. Wyniki obserwacji zapisali w tabeli.

t [°C]	20	23	25	28	30	35	37	40	42	45
T [K]										
Δh [cm]	0	0,8	1,3	2,2	2,7	4,0	4,6	5,4	6,0	6,8
ΔV [cm^3]										
V [cm^3]										

2.1. Wykonaj odpowiednie obliczenia, przerysuj tabelę do zeszytu i uzupełnij jej brakujące pola. Podaj wyniki z dokładnością do drugiego miejsca po przecinku.

2.2. Z podziałki milimetrowej można było odczytać Δh z dokładnością do 1 mm, natomiast termometr był wyskalowany co 1°C. Sporządź wykres zależności $\Delta h(t)$ dla powietrza w butelce. Zaznacz na wykresie niepewności pomiarowe.

2.3. Na podstawie wykresu $\Delta h(t)$ lub danych z tabeli ustal, czy w doświadczeniu została spełniona zależność $\frac{V}{T} = \text{const}$.

2.4. W butelce zamknięto 250 ml powietrza o temperaturze 20°C pod ciśnieniem atmosferycznym $p_0 = 1000$ hPa. Oblicz liczbę moli gazu poddanych badaniu w tym doświadczeniu.

2.5. Oblicz pracę, którą podczas rozprężania izobarycznego wykonał gaz w czasie, gdy jego temperatura wzrosła od 20°C do 30°C.

2.6. Oblicz zmianę energii wewnętrznej 0,01 mola powietrza znajdującego się w butelce w czasie, gdy jego temperatura wzrosła od 20°C do 40°C. Ciepło molowe gazu dwuatomowego, za jaki można uznać powietrze, wynosi $C_V = \frac{5}{2}R$, natomiast $C_p = C_V + R$.

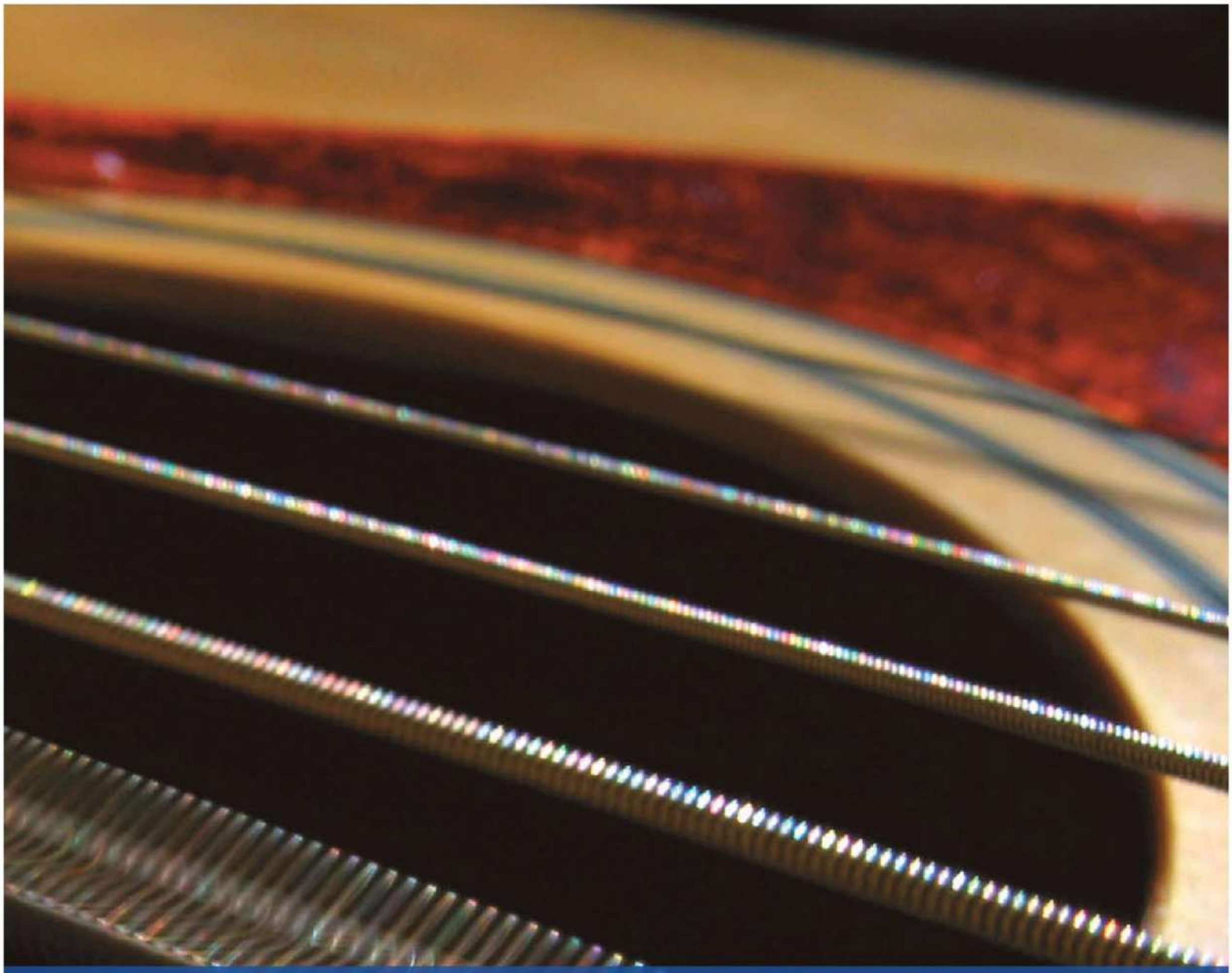
Zadanie 3. Nurkowanie

Nurek planuje zejście pod wodę w zbiorniku słonowodnym na głębokość 21 m. Na tej głębokości temperatura wody wynosi 20°C. Nurek zabiera pod wodę 15-litrową butlę napełnioną powietrzem o ciśnieniu 186 atm i temperaturze 20°C. Zgodnie z zasadami bezpieczeństwa musi rozpocząć wynurzanie najpóźniej wtedy, gdy ciśnienie w butli wyniesie 50 atm. Przyjmij, że powietrze jest gazem doskonałym, stała gazowa $R = 8{,}31\ \frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}$, gęstość słonej wody $d = 1030\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, ciśnienie atmosferyczne $p_{\text{at}} = 1\ \text{atm} = 1013{,}25\ \text{hPa}$.

3.1. Oblicz masę powietrza zabieranego przez nurka pod wodę oraz masę powietrza w butli w momencie rozpoczęcia wynurzania zgodnie z opisaną wyżej zasadą bezpieczeństwa. Przyjmij, że masa molowa powietrza w butli jest równa $29\ \frac{\text{g}}{\text{mol}}$.

3.2. Po wynurzeniu się z wody nurek pozostawił butlę na pokładzie statku, którym wracał do portu. Butla, w której znajdowała się minimalna dopuszczalna ilość powietrza, rozgrzała się do temperatury 50°C. Oblicz ciśnienie powietrza w tej temperaturze.

3.3. Aby nurek mógł swobodnie oddychać, ciśnienie powietrza w płucach musi być takie samo jak ciśnienie zewnętrzne. Oblicz ciśnienie powietrza w płucach nurka na głębokości 21 m.



9 Ruch drgający

1. Badanie ruchu drgającego
2. Drgania harmoniczne
3. Drgania sprężyn
4. Wahadło matematyczne
5. Energia w ruchu harmonicznym
6. Drgania tłumione i wymuszone. Rezonans

9.1. Badanie ruchu drgającego

Przypomnij sobie

- Ruch drgający to ruch, w którym ciało cyklicznie przemieszcza się tam i z powrotem po tym samym torze.
- Położenie równowagi to położenie, w którym wypadkowa sił wywołujących ruch drgający jest równa zeru.
- Amplituda to największe wychylenie z położenia równowagi.

Rys. 9.1. Poszczególne punkty szarpniętej struny poruszają się ruchem drgającym

Drgania występują powszechnie wokół nas. Drgają struny instrumentów muzycznych (rys. 9.1), struny głosowe, membrany głośników, atomy w krysztale. Wahadło starego zegara ściennego porusza się tam i z powrotem, podobnie huśtawka. Również koniec plastikowej linijki umocowanej w imadle, wychylony i puszczony swobodnie, porusza się ruchem drgającym (rys. 9.2).

Rys. 9.2. Wychylony i puszczony swobodnie koniec plastikowej linijki wykonuje ruch drgający

Pojęcia opisujące ruch drgający

Jak wiesz ze szkoły podstawowej, do opisu ruchu drgającego używamy następujących pojęć:

- **położenie równowagi** – położenie, w którym wypadkowa sił wywołujących ruch drgający jest równa zeru; ciało wychylone z tego położenia zaczyna się poruszać w jego stronę, a ciało zatrzymane w tym położeniu nie zaczyna się samo poruszać;
- **okres** T – czas pełnego cyklu drgań (np. od jednego skrajnego położenia do drugiego i z powrotem);
- **częstotliwość** f – liczba cykli drgań w jednostce czasu;
- **amplituda** A – maksymalne wychylenie z położenia równowagi.

Odległość między skrajnymi położeniami jest więc równa **podwojonej** amplitudzie. Zwróćmy uwagę, że w niektórych dziedzinach nauki amplitudę rozumiemy inaczej, np. dobowa amplituda temperatury to różnica między wartościami maksymalną i minimalną tej temperatury. Zależność między okresem a częstotliwością można opisać wzorem:

$$f = \frac{1}{T}$$

Jednostką częstotliwości jest **herc**: $1\ \text{Hz} = \frac{1}{\text{s}}$.

Wykres opisujący ruch drgający

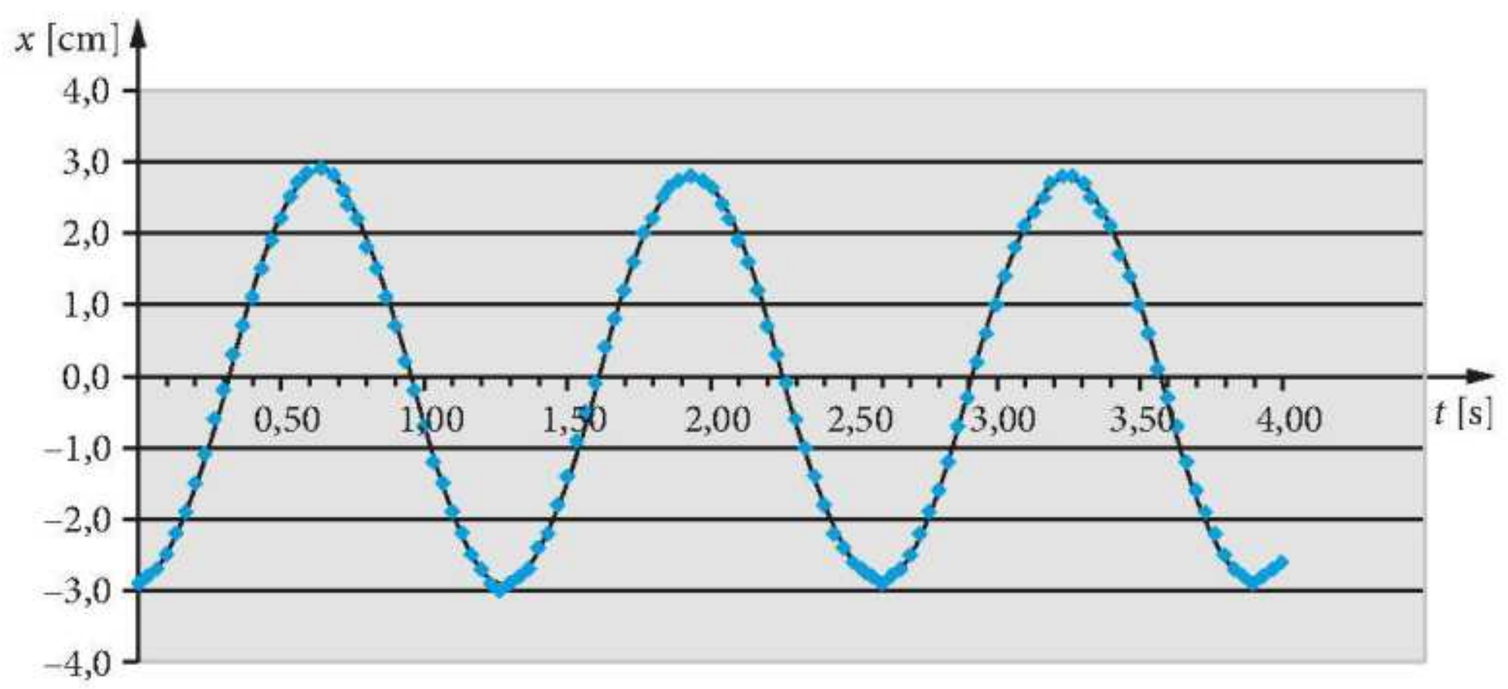
Gdy badaliśmy ruchy: jednostajny i jednostajnie zmienny, filmowaliśmy je i na tej podstawie badaliśmy ich właściwości. Podobnie postąpimy z ruchem drgającym.

Doświadczenie 18

1. Zawieś na statywie sprężynę, a na niej ciężarek.
2. Przygotuj miarkę z zerem pośrodku.
3. Przymocuj miarkę równolegle do statywu tak, aby zero znalazło się na wysokości wybranego przez ciebie punktu na ciężarku, a liczby dodatnie – powyżej.
4. Umocuj kamerę w sposób umożliwiający rejestrowanie ruchu ciężarka i ją włącz.
5. Pociągnij ciężarek lekko w dół i puść.
6. Sporządź wykres zależności położenia ciężarka (odczytanego z miarki) od czasu. Możesz skorzystać z programu Tracker (do pobrania ze strony http://physlets.org/tracker/) albo obejrzeć film klatka po klatce i samemu wpisać kolejne położenia ciężarka do arkusza kalkulacyjnego.

   Uwaga. Zachowaj opracowany plik – będzie jeszcze potrzebny.

Wykres zależności położenia od czasu sporządzony na podstawie wyników pomiarów do tego doświadczenia przedstawiono poniżej.



Rys. 9.3. Wykres zależności $x(t)$ dla ciężarka na sprężynie – wyniki dośw. 18.

W doświadczeniu miarkę, odpowiadającą jednowymiarowemu układowi współrzędnych, ustawiliśmy tak, aby współrzędna położenia równowagi była równa 0 cm. Innymi słowy – mierzyliśmy położenie względem położenia równowagi, zwane także **wychyleniem** z położenia równowagi. Przyjrzyjmy się wykresowi. Jego analizę ułatwia fakt, że oś x jest na nim skierowana tak samo jak w rzeczywistości w czasie pomiaru – w górę. Tak więc wznoszenie się wykresu odpowiada ruchowi ciała w górę, a opadanie wykresu – ruchowi w dół.

Łatwo zauważyć, że wykres składa się z jednakowych części – gdy ciało powraca do najniższego położenia, cały ruch zaczyna się od nowa i przebiega dokładnie tak samo jak wcześniej.

Zjawiska okresowe

W wielu przypadkach zmiany wielkości fizycznych mają przebieg podobny jak w ruchu drgającym ciał. Zwróć uwagę na wykres poziomu wody w oceanie mierzonego na stacji Eastport (czyt. istport) u wylotu zatoki Fundy. Wygląda on bardzo podobnie do wykresu ruchu drgającego.

Drgania kwarcu

Zegary kwarcowe mierzą czas poprzez zliczanie drgań kryształka kwarcu za pomocą układu elektronicznego, który steruje wyświetlaczem lub mechanizmem poruszającym wskazówki. Tak więc nawet w zegarku elektronicznym pomiar czasu opiera się na drganiach mechanicznych.

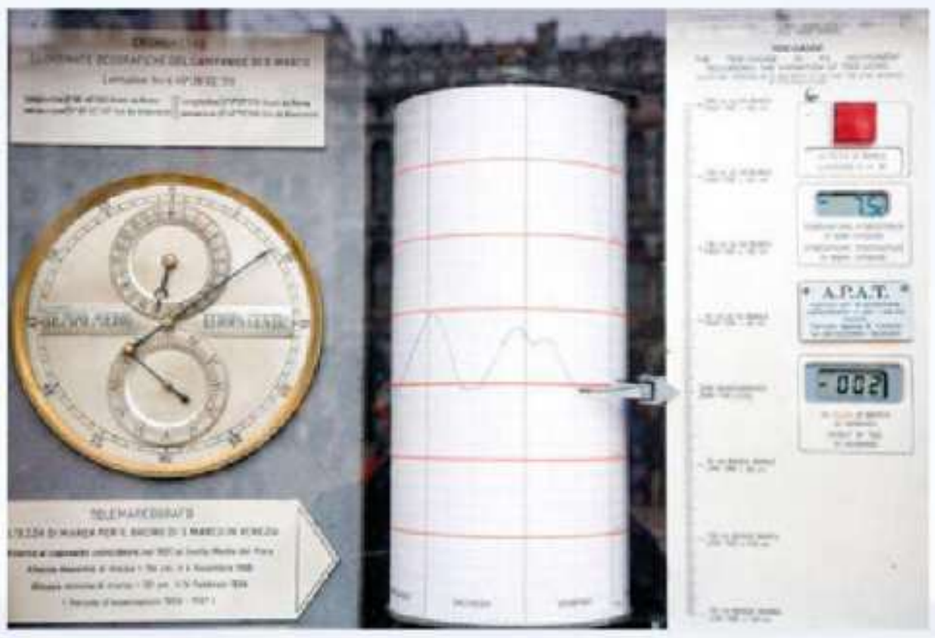
Prąd przemienny

Napięcie w sieci elektrycznej zmienia się cyklicznie z częstotliwością 50 Hz. Zmianom ulega zarówno jego wartość, jak i znak. Jedną z najważniejszych zalet prądu przemiennego jest możliwość zmiany jego napięcia za pomocą transformatora.

Zmiany temperatury

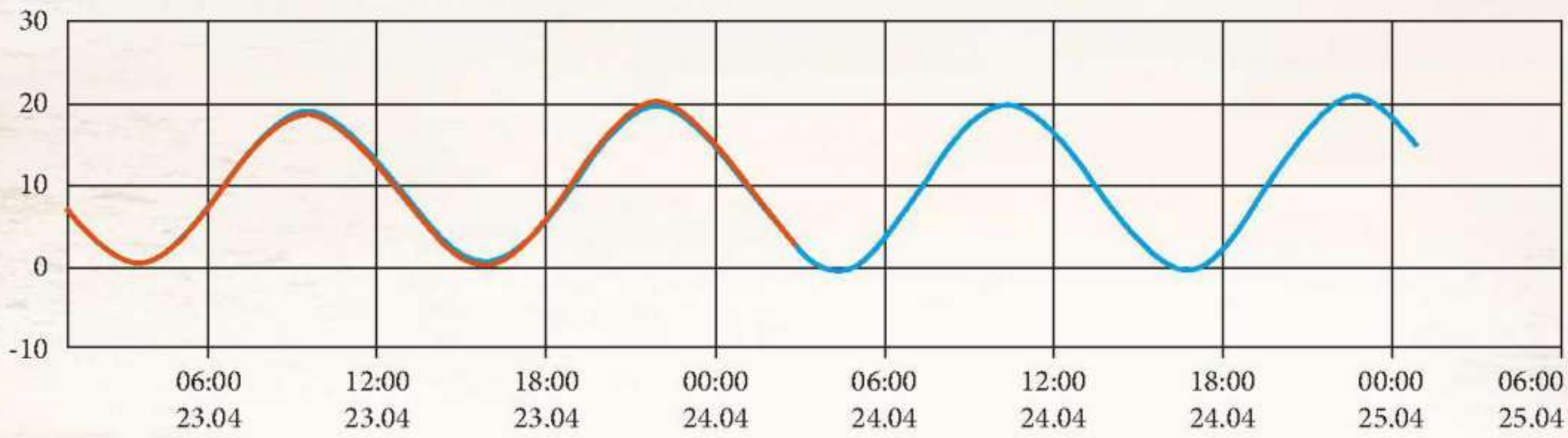
Temperatura ciała wielbłąda na pustyni zmienia się w ciągu doby: nocą spada do 35°C, a w dzień rośnie do 40°C. Gdyby zwierzę utrzymywało stałą temperaturę, w ciągu dnia musiałoby się mocno pocić, aby pozbyć się nadmiaru ciepła. Dzięki zmianom temperatury zwierzę może więc zaoszczędzić wodę.

Poziom oceanu zmienia się okresowo – mówimy o przypływach i odpływach. Okres tych zmian wynosi ok. 12 h.



Zmiany poziomu morza wynikające z pływów badamy za pomocą mareografu. Pozwala on także wyznaczać średni poziom morza, wykorzystywany do określania wysokości bezwzględnych.

Wykres zależności poziomu wody (w metrach) od czasu na stacji Eastport, leżącej u wylotu zatoki Fundy (Kanada)



Pulsacje cefeid

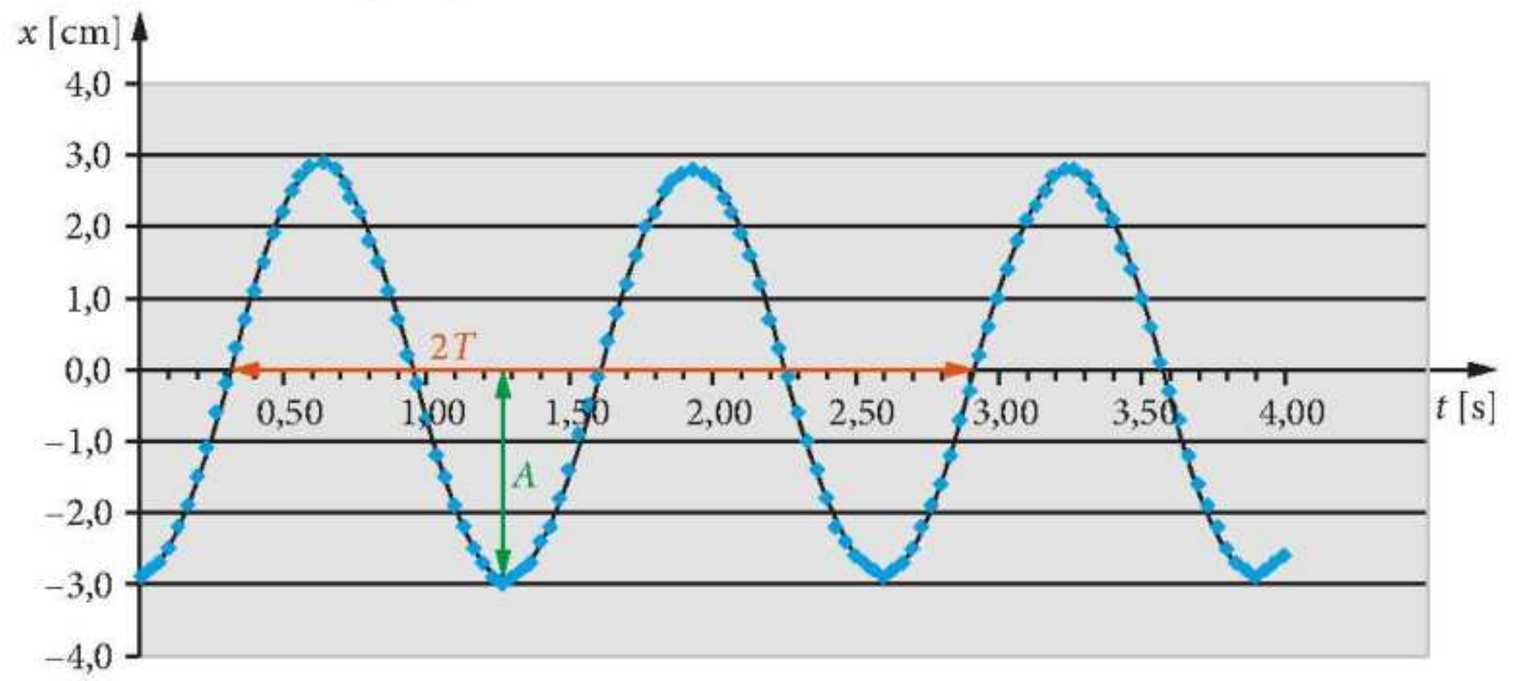
Zjawiskom okresowym podlegają również gwiazdy. Najsłynniejsze z nich to cefeidy – gwiazdy, które pulsują, czyli okresowo zwiększają i zmniejszają swoją jasność. Dzięki temu, że okres zmian jasności jest ściśle związany ze średnią mocą promieniowania cefeidy, te widoczne z daleka gwiazdy są dobrymi świecami standardowymi – obiektami służącymi do wyznaczania odległości kosmicznych. Cefeidą jest m.in. znana wszystkim Gwiazda Polarna.

Impulsy pulsarowe

Pulsar jest gwiazdą neutronową, która w niewielkich odstępach czasu wysyła w postaci impulsu promieniowanie elektromagnetyczne. Pierwszy pulsar został odkryty w 1967 r. Ze względu na regularnie powtarzający się sygnał uznano go za kosmiczną latarnię morską cywilizacji pozaziemskiej i nazwano żartobliwie LGM-1 (od *little green men* – małe zielone ludziki). Częstotliwość impulsów pulsara wykazuje pewne nieregularności, jednak średni czas odstępów między nimi daje bardzo dokładny wzorzec czasu.

Odczytywanie okresu i amplitudy drgań z wykresu

Aby ułatwić sobie odczytanie okresu i amplitudy drgań, do wykresu dorysowaliśmy dwie linie pomocnicze: czerwoną – wskazującą czas dwóch pełnych drgań oraz zieloną – pokazującą maksymalne wychylenie z położenia równowagi (rys. 9.4).



Rys. 9.4. Wykres drgań z zaznaczoną amplitudą i okresem drgań

Z wykresu możemy odczytać amplitudę drgań: ok. 3 cm. Za pomocą linijki zrobimy to dokładniej niż pozwala na to sama podziałka: $A = 2{,}9$ cm. Wykres sporządziliśmy sami na podstawie zebranych danych, możemy zatem odczytać amplitudę z wyników pomiarów. Pomijamy nieznaczny spadek amplitudy, wynikający z oporów ruchu – zakładamy, że amplituda drgań jest stała. Podobnie będziemy postępować podczas omawiania kolejnych zagadnień, aż do lekcji o drganiach tłumionych.

Następnie odczytujemy czas trwania dwóch pełnych okresów drgań. Obejmuje on przedział od $t = 0{,}3$ s do $t = 2{,}9$ s. Wobec tego:

$$2T = 2{,}9\text{ s} - 0{,}3\text{ s} = 2{,}6\text{ s}$$

Zależność między okresem T a częstotliwością f: $f = \frac{1}{T}$

Zatem okres wynosi: $T = 1{,}3$ s. Stąd możemy obliczyć częstotliwość drgań ciężarka:

$$f = \frac{1}{1{,}3}\frac{1}{\text{s}} \approx 0{,}77\text{ Hz}$$

Podsumujmy: okres drgań ciała zawieszonego na sprężynie wynosi 1,3 s, częstotliwość 0,77 Hz, a amplituda drgań 2,9 cm.

Zmniejszanie niepewności pomiarowej

Na początku odczytaliśmy czas trwania dwóch okresów, co pozwoliło nam obliczyć okres z większą dokładnością.

Jeżeli wzięlibyśmy pod uwagę przedział czasu odpowiadający tylko jednemu okresowi, to zarówno początek, jak i koniec tego przedziału znalibyśmy z dokładnością do $\frac{1}{30}$ s, ponieważ nasz film był kręcony z szybkością 30 klatek na sekundę. To znaczy, że długość jednego okresu znalibyśmy z dokładnością do $\frac{2}{30}$ s.

Jeżeli natomiast odczytamy długość dwóch okresów, to po podzieleniu wyniku pomiaru przez 2 ulegnie zmniejszeniu także niepewność odczytu, więc będziemy znać okres z dokładnością do $\frac{1}{30}$ s.
Gdyby wykres przedstawiał więcej pełnych cykli drgań, moglibyśmy jeszcze bardziej zmniejszyć niepewność pomiaru, odczytując łączny czas trwania wszystkich cykli mieszczących się na wykresie i dzieląc wynik wraz z niepewnością przez ich liczbę.

Nie ma w tym magii. Wyznaczamy tak naprawdę nie jedną, ale dwie wielkości: czas i liczbę cykli drgań. Tę drugą wartość znamy dokładnie, co sprawia, że niepewność pomiaru okresu się zmniejsza.

Zjawiska okresowe w przyrodzie

Oprócz ruchu drgającego w przyrodzie występują też inne zjawiska opierające się na cyklicznych zmianach różnych wielkości. Wszystkie te zjawiska nazywamy okresowymi (patrz infografika na s. 146–147).

Po tej lekcji powinieneś

- podawać przykłady ruchu drgającego i zjawisk okresowych;
- opisywać drgania za pomocą pojęć: wychylenia, okresu, częstotliwości i amplitudy;
- badać doświadczalnie ruch drgający i sporządzać wykres zależności wychylenia od czasu w tym ruchu.

Pytania i zadania ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

1. Z wykresu sporządzonego na podstawie wyników uzyskanych podczas samodzielnego wykonania doświadczenia 18. odczytaj okres i amplitudę drgań ciężarka zawieszonego na sprężynie. Oblicz częstotliwość drgań tego ciężarka.

2. Przyjmij, że serce człowieka kurczy się średnio 76 razy na minutę.

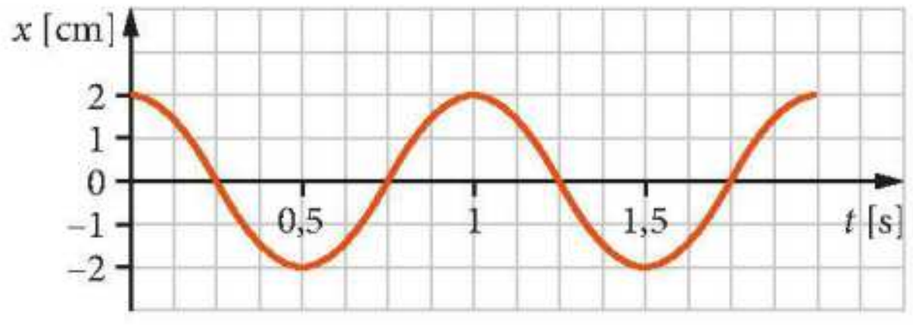
a) Oblicz, ile czasu (w sekundach) trwa jeden skurcz.

b) Oblicz, z jaką częstotliwością kurczy się serce.

c) Zmierz własny puls (patrz zdjęcie). Oblicz okres i częstotliwość bicia swojego serca.

3. Okres drgań wahadła wynosi 12 s. O godzinie 12:00:00 wahadło przechodziło przez położenie równowagi. Wypisz cztery najbliższe chwile, w których było maksymalnie wychylone (obojętnie, w którą stronę).

4. Na rysunku pokazano wykres zależności wychylenia drgającego ciężarka od czasu. Za chwilę początkową $t_0 = 0$ s przyjęto moment, w którym ciężarek był maksymalnie wychylony w górę z położenia równowagi.



a) Odczytaj z wykresu amplitudę i okres drgań ciężarka.

b) Oblicz liczbę pełnych drgań wykonywanych przez ciężarek w czasie 1 min.

9.2. Drgania harmoniczne

Przypomnij sobie

- W ruchu jednostajnym po okręgu nie zmienia się wartość prędkości liniowej ciała.
- Okresem T ruchu jednostajnego po okręgu nazywamy czas potrzebny na przebycie obwodu okręgu.
- Częstotliwość f i prędkość kątowa ω są związane z okresem T zależnościami: $f = \frac{1}{T}$, $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

Zajmiemy się teraz badaniem szczególnie ważnego rodzaju ruchu drgającego – **ruchu harmonicznego**. Jest on ściśle związany z ruchem po okręgu. Zaczniemy od przeprowadzenia doświadczenia.

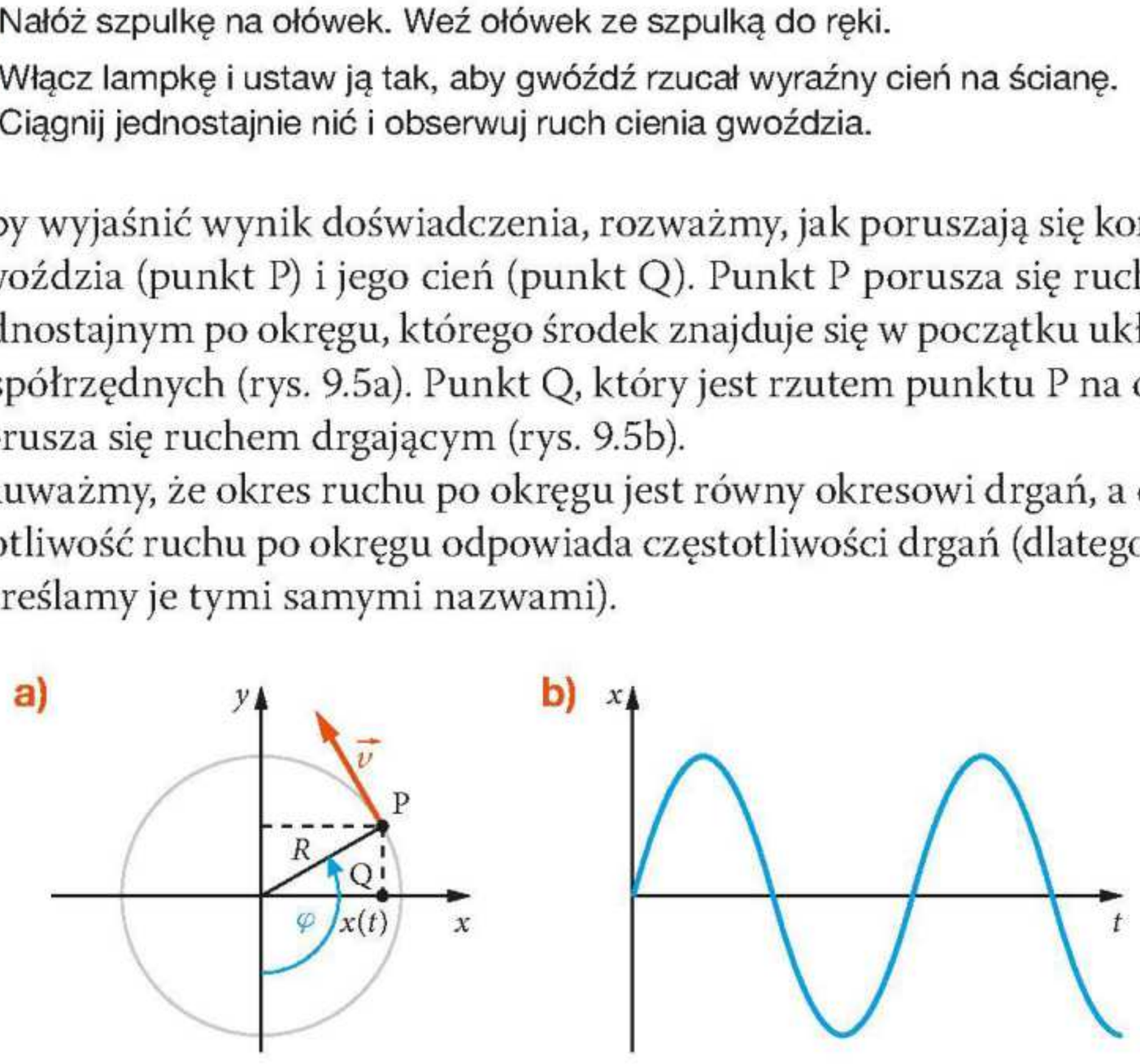
Doświadczenie 19

1. Przygotuj: lampkę biurkową, plastikową szpulkę po plastrze, gwóźdź, plastelinę, nić, ołówek, palnik i kombinerki. Nawiń nić na szpulkę.
2. Przytrzymaj gwóźdź kombinerkami i – zachowując ostrożność – rozgrzej go nad palnikiem.
3. Wbij rozgrzany gwóźdź w szpulkę jak najbliżej jej brzegu. Po wystudzeniu do główki gwoździa przyklej dość dużą kulkę z plasteliny, tak jak na zdjęciu (wskazanie P).
4. Nałóż szpulkę na ołówek. Weź ołówek ze szpulką do ręki.
5. Włącz lampkę i ustaw ją tak, aby gwóźdź rzucał wyraźny cień na ścianę. Ciągnij jednostajnie nić i obserwuj ruch cienia gwoździa.

Aby wyjaśnić wynik doświadczenia, rozważmy, jak poruszają się koniec gwoździa (punkt P) i jego cień (punkt Q). Punkt P porusza się ruchem jednostajnym po okręgu, którego środek znajduje się w początku układu współrzędnych (rys. 9.5a). Punkt Q, który jest rzutem punktu P na oś x, porusza się ruchem drgającym (rys. 9.5b).

Ruch jednostajny po okręgu, cz. I s. 111–112
Okres ruchu po okręgu to czas jednokrotnego obiegu tego okręgu, a częstotliwość to liczba okresów na sekundę.

Zauważmy, że okres ruchu po okręgu jest równy okresowi drgań, a częstotliwość ruchu po okręgu odpowiada częstotliwości drgań (dlatego też określamy je tymi samymi nazwami).



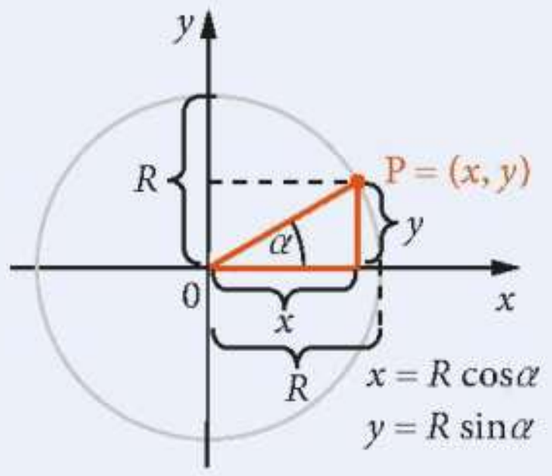
Rys. 9.5. a) punkt P porusza się po okręgu, a jego rzut Q porusza się po osi x ruchem drgającym, b) wykresem ruchu punktu Q w funkcji czasu jest sinusoida

Dodatek matematyczny

Funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej

Współrzędne punktu P znajdującego się na okręgu o promieniu R (rys. 9.6) można zapisać za pomocą funkcji trygonometrycznych kąta α:

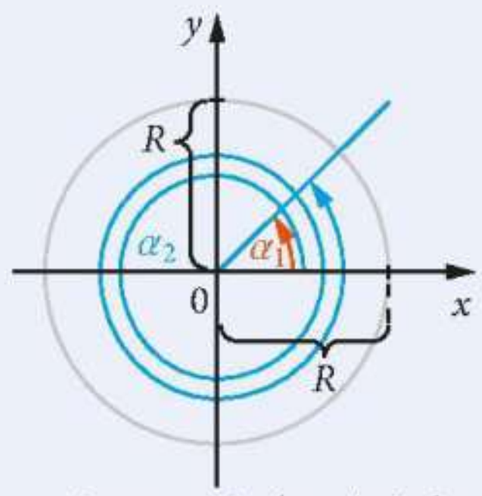
$$\begin{cases} x = R\cos\alpha \\ y = R\sin\alpha \end{cases}$$



Rys. 9.6. Współrzędne punktu P, znajdującego się na okręgu o promieniu R, zależą od kąta α

Obserwację tę można wykorzystać do zdefiniowania funkcji trygonometrycznych dla dowolnego kąta – także rozwartego lub nawet wklęsłego.

Funkcje sinus i cosinus można określić dla dowolnej liczby rzeczywistej, którą traktujemy jak miarę kąta wyrażoną w radianach. Liczby dodatnie odpowiadają kątom zwróconym przeciwnie do ruchu wskazówek zegara, ujemne – kątom zwróconym zgodnie z ruchem wskazówek zegara. Jeśli $\alpha > 2\pi$ lub $\alpha < -2\pi$, co odpowiada kątowi większemu niż 360° lub mniejszemu niż –360°, przyjmujemy, że ramię kąta obróciło się o kąt pełny (być może wielokrotnie – jak na rys. 9.7) i jeszcze o pewien kąt.

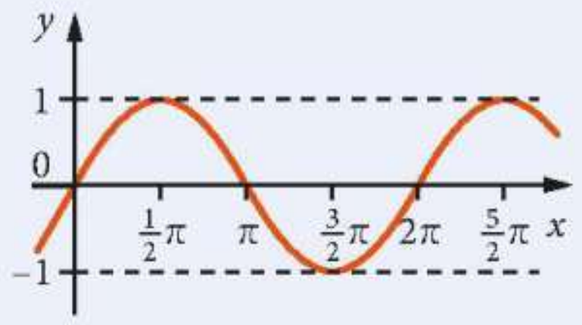


Rys. 9.7. Jeśli kąt jest większy od 2π, to przyjmujemy, że ramię kąta obróciło się o kąt pełny (być może wielokrotnie) i jeszcze o pewien kąt mniejszy od kąta pełnego

Wykres tak określonej funkcji sinus jest **sinusoidą** (rys. 9.8). Wykres funkcji cosinus ma taki sam kształt, tylko jest przesunięty o $\frac{1}{2}\pi$ w lewo.

Podczas opisu ruchu drgającego często będziemy rysować kąt φ od ujemnej półprostej osi y (rys. 9.9). Wówczas $x = R\sin\varphi$.

Uwaga. W arkuszach kalkulacyjnych do obliczania funkcji trygonometrycznych służą funkcje SIN(x), COS(x), TAN(x). Dopóki nie przełączymy miary na stopnie, arkusz traktuje podane liczby jako kąty w radianach. Liczbę π możemy zapisać jako PI().

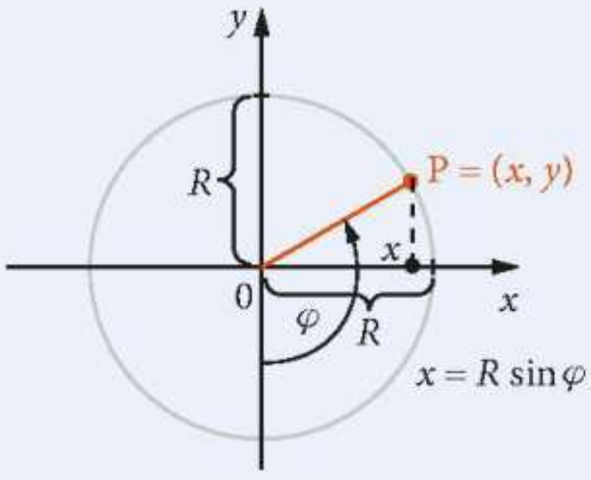


Rys. 9.8. Wykres funkcji $y = \sin x$

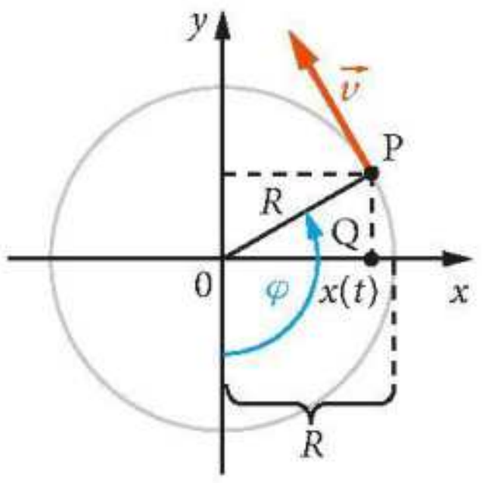
Funkcje odwrotne do funkcji trygonometrycznych

Funkcje arcus (czyt. arkus) sinus, arcus cosinus, arcus tangens: ASIN(x), ACOS(x), ATAN(x), podają kąt, dla którego dana funkcja przyjmuje wartość x, np. ACOS(1) = 0, ponieważ COS(0) = 1, podobnie ASIN(0,5) = $\frac{\pi}{6}$ (komputer jako wynik podaje wartość przybliżoną 0,523598776), ponieważ SIN(PI()/6) = 0,5.

Wartości funkcji trygonometrycznych i funkcji do nich odwrotnych możemy także obliczać za pomocą kalkulatorów naukowych. Funkcje odwrotne są tam oznaczone $\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$, $\tan^{-1}$.



Rys. 9.9. Jeśli kąt mierzymy od osi y, to $x = R\sin\varphi$



Rys. **9.10.** Punkt Q porusza się po osi *x* ruchem drgającym opisanym wzorem $x(t) = R\sin\varphi(t)$, gdzie *R* – promień okręgu

Opis matematyczny ruchu harmonicznego

Ruch punktu Q (rys. 9.10) wzdłuż osi *x* możemy opisać za pomocą funkcji trygonometrycznej (patrz „Dodatek matematyczny" s. 151 rys. 9.9 i opis):

$$x(t) = R\sin\varphi(t)$$

Jeśli ruch po okręgu odbywa się z prędkością kątową ω, którą obliczamy ze wzoru $\omega = \frac{\varphi}{t}$, a czas zaczynamy mierzyć w chwili, gdy punkt P znajduje się w najniższym położeniu, możemy zapisać:

$$\varphi(t) = \omega t$$

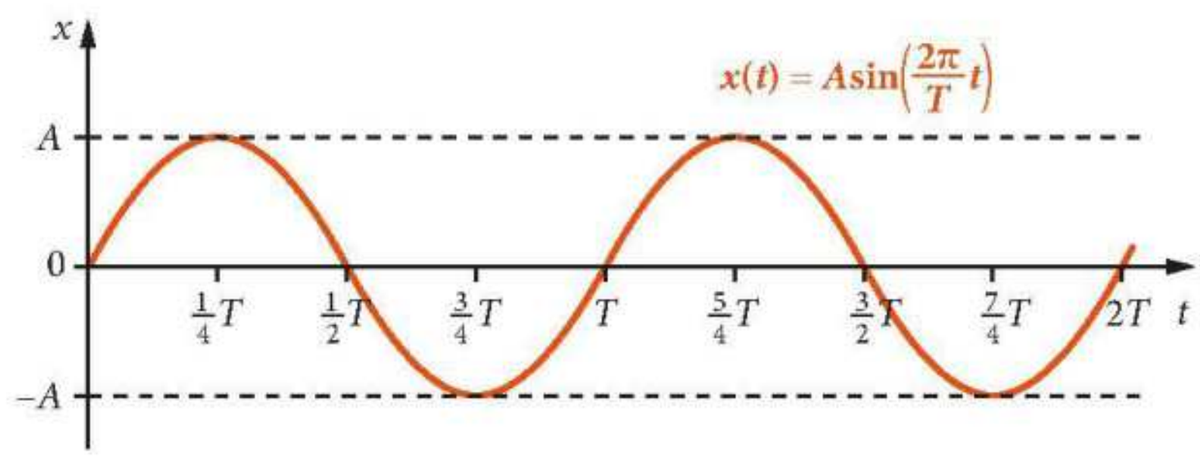
Zatem:

$$x(t) = R\sin(\omega t)$$

Zauważmy, że amplituda drgań jest równa promieniowi okręgu: $A = R$, natomiast prędkość kątowa ruchu po okręgu – zwana także **częstością kołową drgań** – jest związana z okresem zależnością $\omega = \frac{2\pi}{T}$. Pozwoli nam to wyprowadzić wzór opisujący **położenie ciała w ruchu harmonicznym**:

$$x(t) = A\sin(\omega t) = A\sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$$

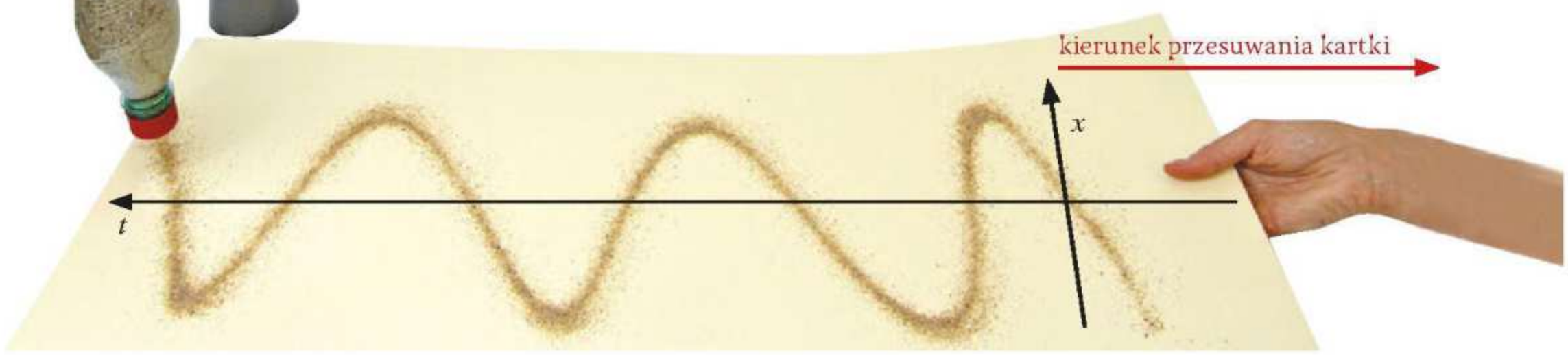
gdzie: A – amplituda drgań, ω – częstość kołowa drgań, T – okres drgań.



Rys. **9.11.** Wykres zależności *x*(*t*) dla ruchu harmonicznego jest sinusoidą

> Ruch drgający, w którym zależność położenia od czasu jest opisana za pomocą funkcji sinus, nazywamy ruchem harmonicznym.

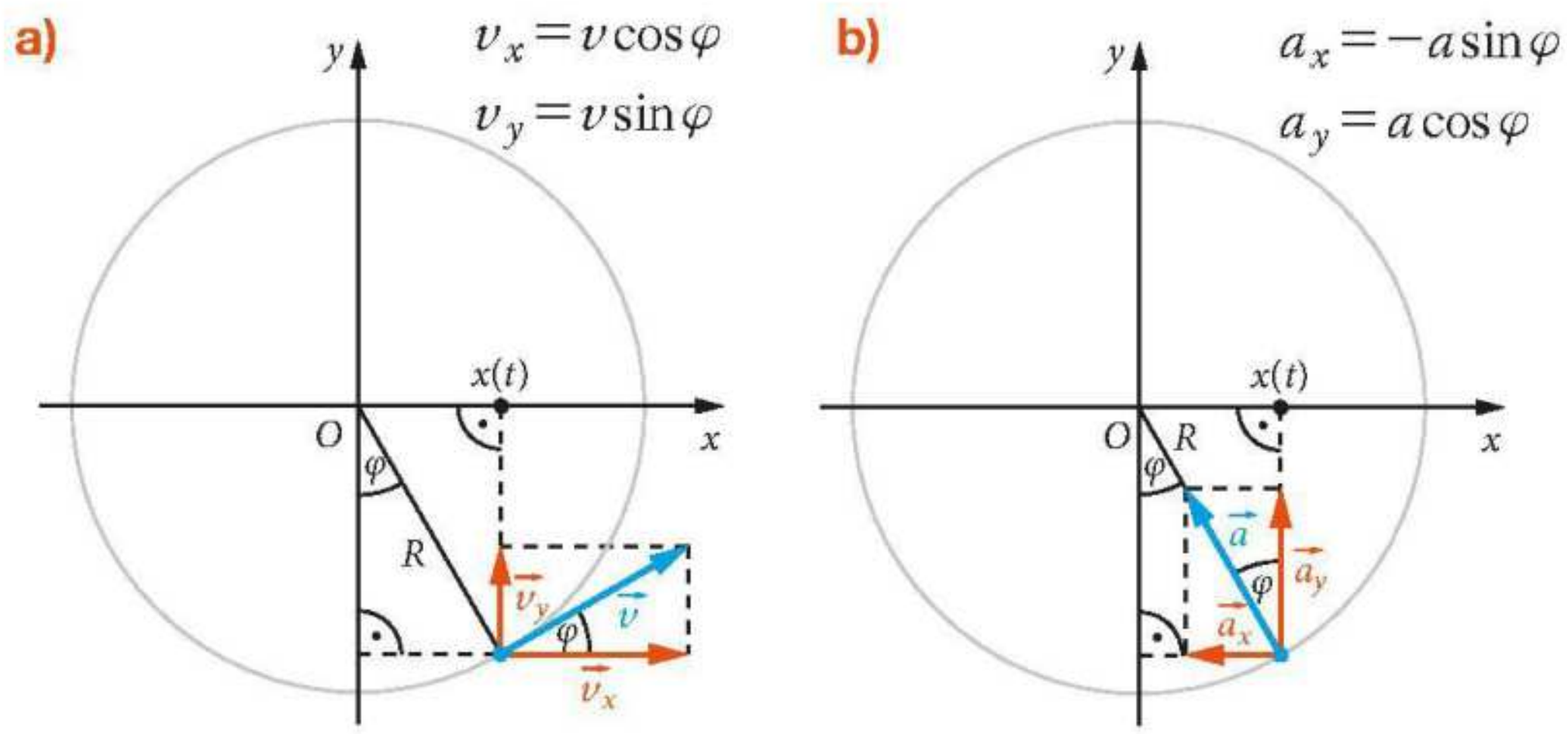
Jak powiedzieliśmy, czas zaczynamy mierzyć w chwili, gdy punkt P znajduje się w najniższym położeniu. Wówczas punkt Q znajduje się w punkcie $x = 0$ (w położeniu równowagi) i porusza się w prawo.
Wykres ruchu drgającego można otrzymać w sposób znany ci prawdopodobnie ze szkoły podstawowej, przedstawiony na zdjęciu poniżej.



Prędkość i przyspieszenie w ruchu harmonicznym

Podczas omawiania rzutu poziomego stwierdziliśmy, że **ruch krzywoliniowy można badać osobno dla kierunku poziomego i dla pionowego**. Z tej własności skorzystamy także przy opisie ruchu harmonicznego. Prędkość i przyspieszenie punktu poruszającego się po okręgu możemy rozłożyć na składowe wzdłuż osi x i y. Jak wiesz, prędkość jest stale skierowana stycznie do toru (czyli prostopadle do promienia, rys. 9.12a), a przyspieszenie – do środka okręgu (wzdłuż promienia, rys. 9.12b).

Rzut poziomy, cz. I s. 100



Rys. **9.12.** Rozkład na składowe a) wektora prędkości liniowej, b) wektora przyspieszenia dośrodkowego w ruchu po okręgu

Wartości prędkości i przyspieszenia w ruchu jednostajnym po okręgu są opisane wzorami:

Prędkość w ruchu po okręgu, cz. I s. 113

Przyspieszenie dośrodkowe, cz. I s. 117

$$v = \omega R \quad \text{i} \quad a = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$

Dla składowych prędkości i przyspieszenia wzdłuż osi x możemy zapisać:

$$v_x = v\cos\varphi = R\omega\cos\varphi = R\omega\cos(\omega t)$$

$$a_x = -a\sin\varphi = -\omega^2 R\sin\varphi = -\omega^2 R\sin(\omega t)$$

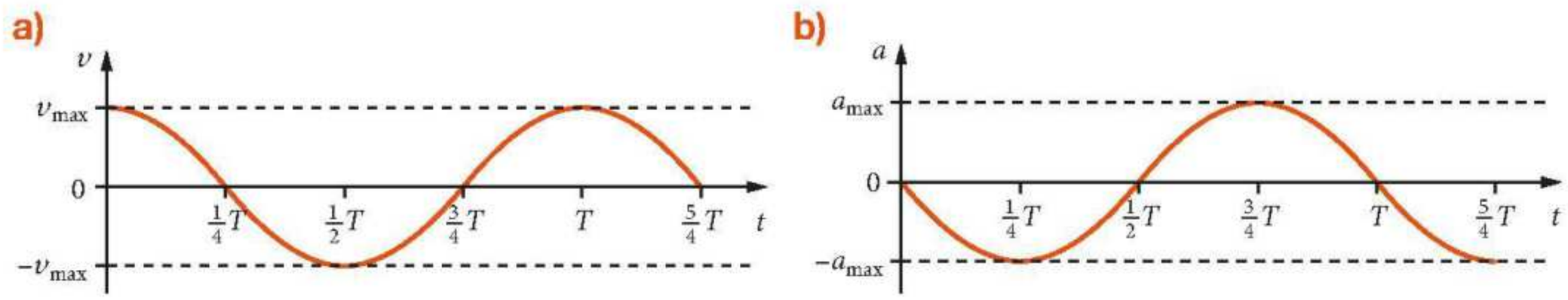
gdzie promień okręgu R jest równy amplitudzie A w ruchu drgającym.

Otrzymujemy więc zależności prędkości i przyspieszenia od czasu w ruchu harmonicznym o zadanej amplitudzie A:

$$v = A\omega\cos(\omega t)$$

$$a = -\omega^2 A\sin(\omega t)$$

Przeszliśmy do opisu ruchu wzdłuż jednej prostej, więc zgodnie z umową z cz. I podręcznika stosujemy oznaczenia v i a zamiast v_x i a_x.



Rys. **9.13.** Wykresy zależności a) prędkości od czasu, b) przyspieszenia od czasu dla ruchu drgającego

Siła w ruchu harmonicznym

Udowodnimy ważną zależność, która umożliwi nam ustalenie, jaka siła powoduje ruch harmoniczny. Porównajmy wzory na położenie i przyspieszenie ciała w ruchu harmonicznym:

$$x = A\sin(\omega t) \qquad a = -\omega^2 A\sin(\omega t)$$

Różnią się one wyłącznie współczynnikiem $-\omega^2$, możemy więc zapisać:

$$a = -\omega^2 x$$

Przyspieszenie wywołane jest przez siłę wypadkową F. Zgodnie z drugą zasadą dynamiki $F = ma$, czyli:

$$F = -m\omega^2 x$$

Symbol F to współrzędna siły, a x to współrzędna wektora położenia ciała. Współczynnik $-\omega^2$ jest ujemny, czyli znaki tych współrzędnych są przeciwne. Przeciwne współrzędne jednowymiarowych wektorów oznaczają ich przeciwny zwrot. Tak więc: przyspieszenie w ruchu harmonicznym ma zawsze zwrot przeciwny do zwrotu wektora położenia ciała. W takim razie również zwrot działającej siły jest przeciwny do zwrotu wychylenia. Udowodniliśmy więc ważną właściwość tego ruchu.

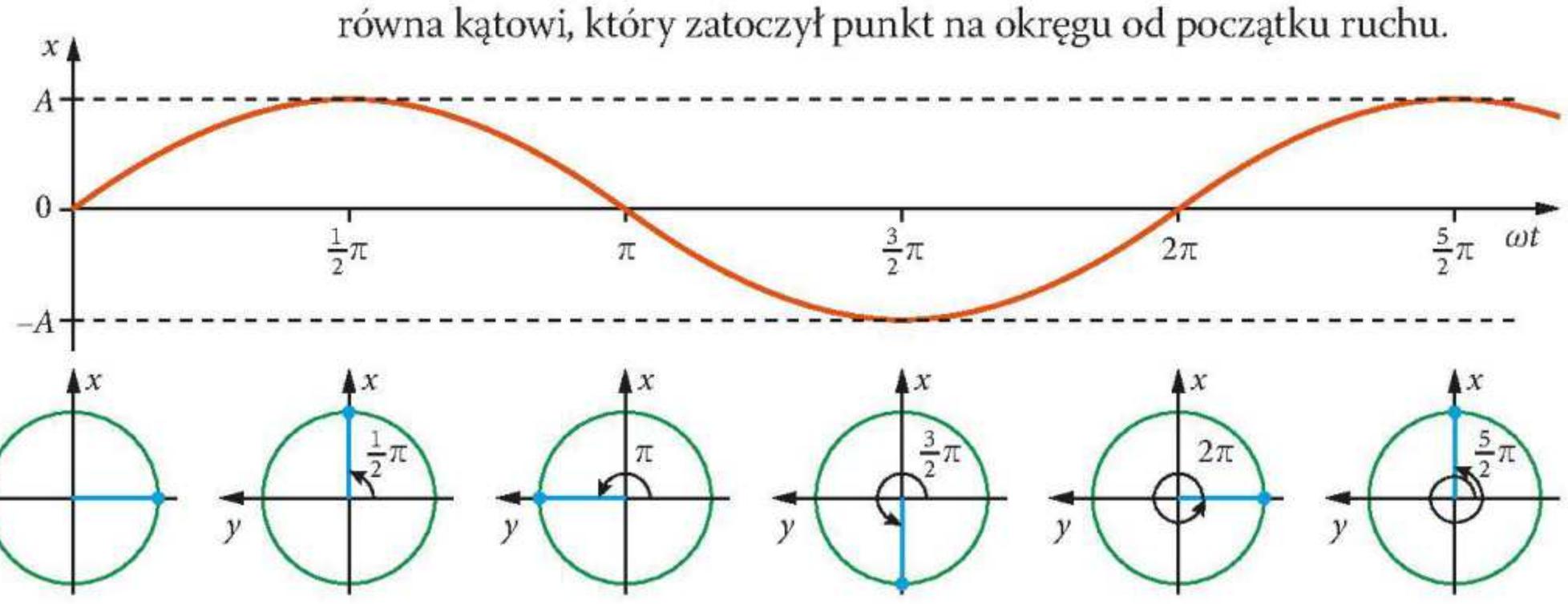
Równanie $a = -\omega^2 x$ nosi nazwę **równania oscylatora harmonicznego**.

Ruch harmoniczny wywołuje siła proporcjonalna do wychylenia ciała z położenia równowagi, ale zwrócona przeciwnie do niego.

Znasz już jedną siłę o tej właściwości – jest to siła sprężystości.

Faza w ruchu harmonicznym

Na rysunku 9.14 porównaliśmy wykres opisujący ruch harmoniczny z rysunkami ruchu punktu po okręgu. Na osi poziomej tego wykresu zaznaczyliśmy nie czas, ale wielkość $\varphi = \omega t$, zwaną **fazą**. Dzięki temu otrzymujemy wykres niezależny od okresu ruchu. Jak widać na rysunku, faza jest równa kątowi, który zatoczył punkt na okręgu od początku ruchu.



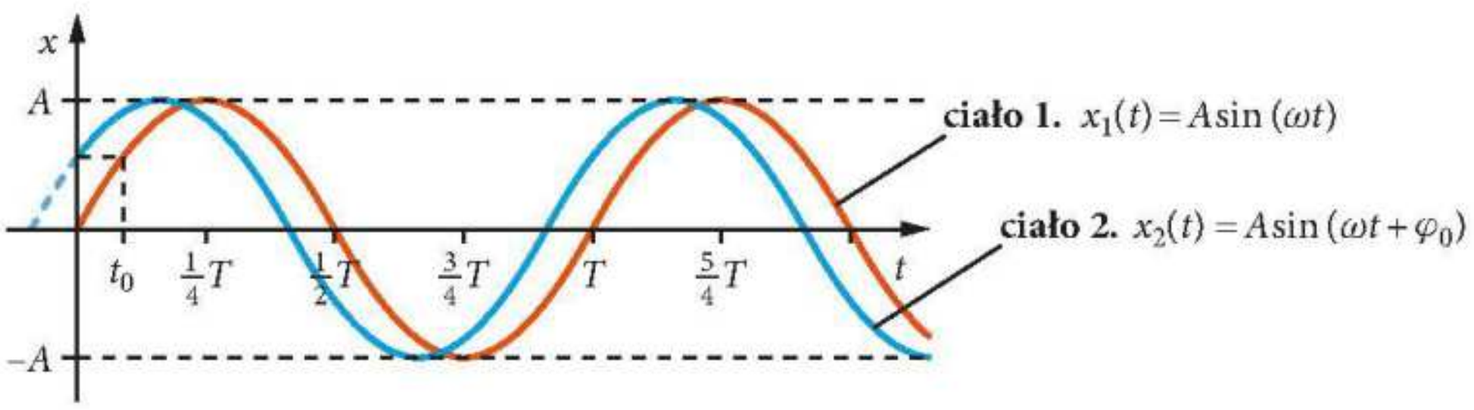
Rys. **9.14.** Ruch punktu po okręgu a zmiany położenia jego rzutu. Układ współrzędnych, w którym narysowaliśmy okrąg, został obrócony tak, aby oś x była ustawiona pionowo, jak na wykresie powyżej

Pojęcie fazy drgań ułatwia opisywanie ruchu harmonicznego, zwłaszcza gdy opisujemy drgania ogólnie, a nie dla konkretnego okresu. Zamiast mówić: „upłynął czas równy $\frac{1}{6}$ okresu od chwili, gdy ciało minęło położenie równowagi, poruszając się zgodnie ze zwrotem osi x", mówimy krótko: „faza ruchu ciała wynosi $\frac{\pi}{3}$", ponieważ $\frac{\pi}{3}$ to $\frac{1}{6}$ kąta pełnego (2π).

Rys. **9.15.** Czirliderki, które w zgodnej fazie machają pomponami

Przesunięcie fazowe w ruchu harmonicznym

Do tej pory zakładaliśmy, że czas mierzymy od chwili, gdy ciało przechodzi przez położenie równowagi z dodatnią prędkością, czyli od chwili, gdy faza $\varphi = 0$. Niekiedy jednak nie możemy przyjąć takiego założenia. Na rysunku 9.16 przedstawiliśmy w jednym układzie współrzędnych wykresy $x(t)$ dla dwóch ciał poruszających się ruchem drgającym.



Rys. **9.16.** Wykresy $x(t)$ dla dwóch ciał poruszających się ruchem harmonicznym

Znamy już zależność wychylenia od czasu dla ciała 1.:

$$x_1(t) = A\sin(\omega t)$$

Opiszmy zależność wychylenia od czasu $x_2(t)$ dla ciała 2. Zwróćmy uwagę, że w chwili $t = 0$, gdy ciało 1. rozpoczynało ruch z położenia równowagi, ciało 2. było już w miejscu, do którego ciało 1. dotarło później, w chwili t_0. To „opóźnienie" utrzymywało się przez cały czas: w chwili t ciało 2. znajdowało się w tym samym położeniu co ciało 1. w chwili $t + t_0$. Możemy więc zapisać:

$$x_2(t) = x_1(t + t_0)$$

Wobec tego:

$$x_2(t) = A\sin[\omega(t + t_0)] = A\sin(\omega t + \omega t_0) = A\sin(\omega t + \varphi_0)$$

gdzie $\varphi_0 = \omega t_0$ nazywamy **przesunięciem fazowym** lub **fazą początkową**. W tym przypadku fazę definiujemy ogólniej:

> faza ruchu harmonicznego $\varphi = \omega t + \varphi_0$

Powyższe wzory pozwalają opisać zależność $x(t)$ dla dowolnego ciała poruszającego się ruchem drgającym niezależnie od tego, w jakim momencie jego ruchu rozpoczęliśmy mierzyć czas. Wzory na prędkość i przyspieszenie zmienią się analogicznie.

Rys. **9.17.** Dzieci huśtają się z tą samą częstotliwością, ale w przeciwfazie ($\varphi_0 = \pi$)

Rys. 9.18. Podskakiwanie na drążku pogo to przykład ruchu drgającego, który nie jest ruchem harmonicznym

Zbierzmy wzory na wychylenie, prędkość i przyspieszenie:

$$x(t) = A\sin(\omega t + \varphi_0)$$
$$v(t) = A\omega\cos(\omega t + \varphi_0)$$
$$a(t) = -A\omega^2\sin(\omega t + \varphi_0)$$

Gdy dwa ciała drgają z tą samą częstotliwością, przesunięcie fazowe jest przez cały czas ruchu takie samo. Szczególnie ważne są dwa skrajne przypadki:

- przesunięcie fazowe wynosi 0 – mówimy wtedy, że ciała drgają w **fazach zgodnych** (rys. 9.15),
- przesunięcie fazowe wynosi π – mówimy, że ciała drgają w **fazach przeciwnych** (rys. 9.17).

Ruch harmoniczny a inne przykłady ruchu drgającego

W dalszej części rozdziału będziemy omawiać przykłady ruchu harmonicznego. Można jednak wskazać równie wiele ciał poruszających się ruchem drgającym, ale nieharmonicznym (rys. 9.18). Takim ruchem porusza się na przykład winda przemieszczająca się w tę i z powrotem pomiędzy parterem a pierwszym piętrem. Dlaczego nieharmonicznym? Ponieważ przez większość czasu porusza się ona ruchem jednostajnym.

Po tej lekcji powinieneś

- rozumieć zależność między drganiami harmonicznymi a ruchem punktu poruszającego się po okręgu;
- stosować wzory $x(t)$, $v(t)$, $a(t)$ dla ruchu harmonicznego;
- wyjaśniać, co to jest faza ruchu drgającego;
- rysować wykresy $x(t)$, $v(t)$, $a(t)$ dla ruchu harmonicznego i umieć się nimi posługiwać;
- wiedzieć, że ruch harmoniczny jest wywoływany przez siłę o wartości proporcjonalnej do wychylenia, ale przeciwnie do niego skierowaną oraz że można go opisać za pomocą funkcji sinus.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

Przykład

Ciało porusza się ruchem harmonicznym o amplitudzie $A = 5$ cm i okresie $T = 2$ s. Po pewnym czasie t_1 od przejścia przez położenie równowagi znajdzie się po raz pierwszy w odległości $x_1 = 3$ cm od tego położenia.

a) Oblicz, po jakim czasie to nastąpi.

b) Oblicz, z jaką prędkością będzie się wówczas poruszać ciało.

c) Zapisz wzór opisujący zależność $x(t)$ i naszkicuj wykres tej zależności.

Rozwiązanie

a) Przyjmijmy, że w chwili $t_0 = 0$ s ciało znajduje się w położeniu równowagi i porusza zgodnie ze zwrotem osi x. Wtedy przesunięcie fazowe $\varphi_0 = 0$, więc możemy je pominąć we wzorach. Z treści zadania wynika, że szukamy czasu t_1, w którym ciało znajdzie się w punkcie $x_1 = 3$ cm. Możemy skorzystać z równania ruchu tego ciała. Ma ono postać:

$$x(t) = A\sin(\omega t)$$

Musimy jeszcze wyznaczyć częstość kołową. Skorzystamy w tym celu z zależności $\omega = \frac{2\pi}{T}$:

$$x(t) = A\sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \rightarrow \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) = \frac{x(t)}{A}$$

Dla chwili t_1 mamy:

$$\sin\left(\frac{2\pi}{T}t_1\right) = \frac{x_1}{A} \rightarrow \sin\left(\frac{2\pi}{T}t_1\right) = 0{,}6$$

Z kalkulatora lub z tablic odczytujemy kąt, którego sinus wynosi 0,6. Kąt ten wyrażamy w radianach – ma on miarę 0,64 radiana. Zatem:

$$\frac{2\pi}{T}t_1 = 0{,}64 \quad |\cdot T \rightarrow 2\pi t_1 = 0{,}64\,T \quad |:2\pi$$

$$t_1 = 0{,}64\frac{T}{2\pi} \approx 0{,}1T = 0{,}2\text{ s}$$

b) Aby obliczyć prędkość ciała w chwili t_1, należy podstawić częstość kołową do wzoru:

$$v(t_1) = A\omega\cos(\omega t_1)$$

Otrzymujemy:

$$v(t_1) = A\cdot\frac{2\pi}{T}\cdot\cos\left(\frac{2\pi}{T}t_1\right)$$

Po podstawieniu danych mamy: $v(t_1) \approx 12{,}7\ \frac{\text{cm}}{\text{s}}$.

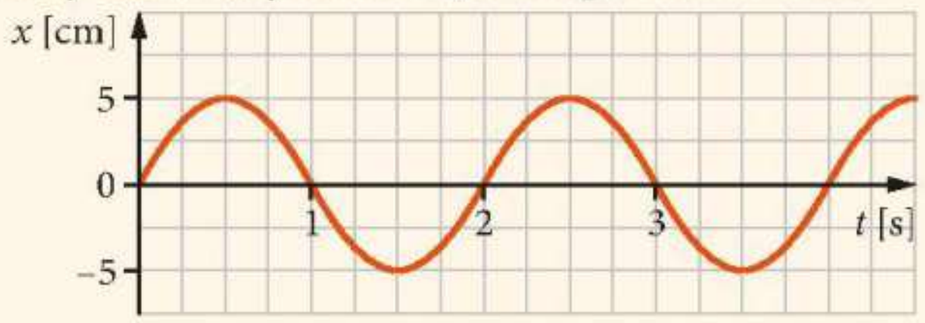
c) Zależność $x(t)$ opisujemy ogólnym wzorem:

$$x(t) = A\sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$$

Po podstawieniu wartości liczbowych otrzymujemy w naszym przypadku:

$$x(t) = 5\sin(\pi\cdot t)$$

gdzie amplituda jest wyrażona w centymetrach, a czas – w sekundach.
Szkicujemy sinusoidę, której okres wynosi 2 s, a amplituda 5 cm.



Odpowiedź: Ciało znajdzie się 3 cm od położenia równowagi po czasie 0,2 s. Będzie wtedy miało prędkość 12,7 $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$. Jego ruch opisuje zależność $x(t) = 5\sin(\pi\cdot t)$, której wykres przedstawiono powyżej.

Zadania s. 158

Pytania i zadania

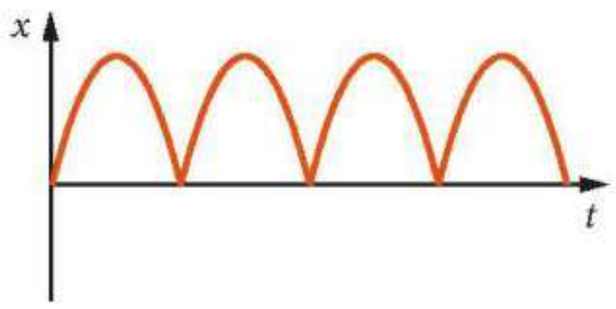
1. Dopasuj szkice wykresów do zjawisk opisanych w punktach a), b), c). Wskaż, w którym przypadku mamy do czynienia z ruchem harmonicznym. W opisie wszystkich zjawisk pominięto straty energii.

a) Koniec brzeszczotu piły drga wokół położenia równowagi.

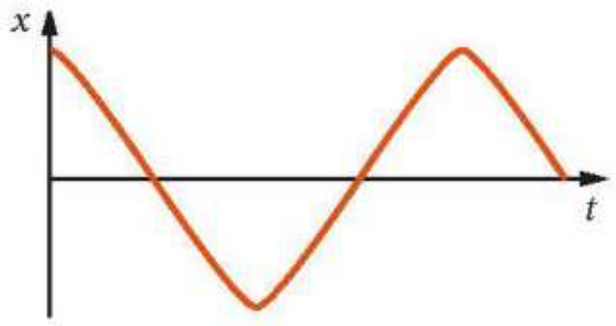
b) Piłeczka spada na podłogę, odbija się i wznosi na początkową wysokość, po czym znowu spada itd.

c) Piłeczka toczy się w kierunku ściany pokoju, odbija od niej, toczy w przeciwną stronę, odbija od przeciwległej ściany itd.

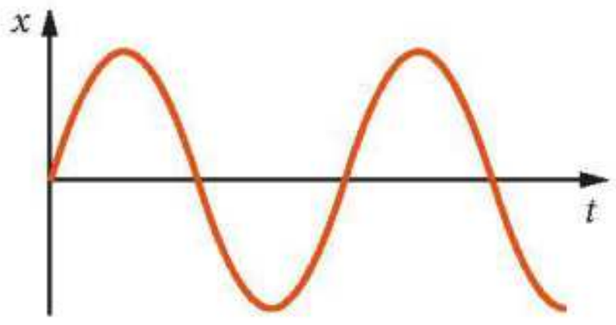
Wykres I



Wykres II



Wykres III



2. Boja morska swobodnie unosząca się na wodzie wykonuje pionowe drgania harmoniczne o amplitudzie 40 cm i częstotliwości $\frac{1}{4}$ Hz.

a) Oblicz, po jakim najkrótszym czasie od momentu przejścia przez położenie równowagi boja wychyli się od położenia równowagi o 20 cm.

b) Ile wyniesie prędkość boi w chwili wyznaczonej w punkcie a)?

c) Oblicz przyspieszenie boi w chwili wyznaczonej w punkcie a).

d) Jaka maksymalna siła działa na boję w czasie drgań, jeżeli masa boi wynosi 45 kg?

3. Ciało wykonuje ruch harmoniczny opisany równaniem $x = 5\sin\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$, gdzie czas wyrażono w sekundach, a współrzędną x w centymetrach. Oblicz:

a) częstość kołową ruchu,

b) okres,

c) przesunięcie fazowe.

4. Chłopiec wskoczył na łóżko z materacem sprężynowym. Powierzchnia materaca zaczęła drgać ruchem harmonicznym z częstotliwością $\frac{1}{2}$ Hz. Oblicz przyspieszenie chłopca na drgającym materacu w chwili, gdy powierzchnia materaca ugina się 4 cm względem położenia równowagi, co stanowi połowę maksymalnego wychylenia.

9.3. Drgania sprężyn

Przypomnij sobie

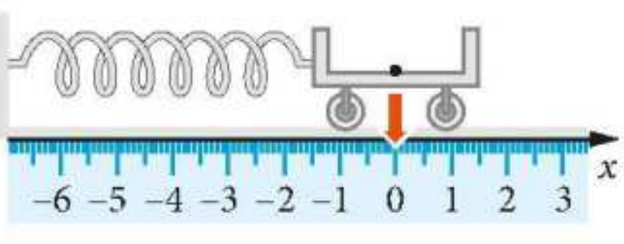
- Ciężarek zawieszony na sprężynie porusza się ruchem drgającym.
- Aby odkształcić sprężynę, należy działać na nią siłą o wartości proporcjonalnej do wydłużenia sprężyny.
- Pod wpływem siły proporcjonalnej do wychylenia, ale przeciwnie skierowanej ciało porusza się ruchem harmonicznym.

Siła powodująca ruch ciała – drgania w poziomie

Na początek przeanalizujemy poziomy ruch wózka na sprężynie. Na ten ruch wpływa **tylko** siła sprężystości. Następnie wrócimy do wahadła sprężynowego, czyli ciężarka zawieszonego na sprężynie (dośw. 18.), które porusza się pod wpływem siły sprężystości i siły ciężkości.

Drgania w poziomie

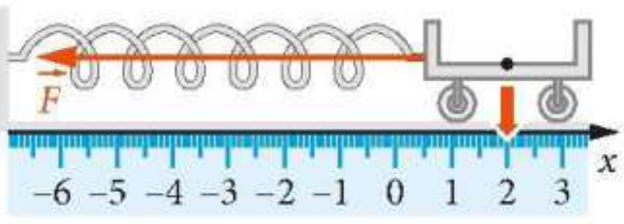
1



Omówmy sytuacje przedstawione na kolejnych rysunkach.

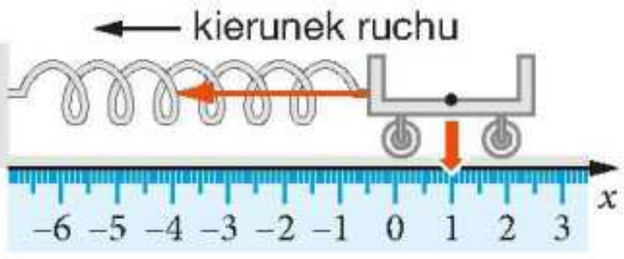
Wózek spoczywa w **położeniu równowagi** ($x = 0$). Wypadkowa działających na niego sił jest równa zeru, więc wózek sam się nie poruszy.

2



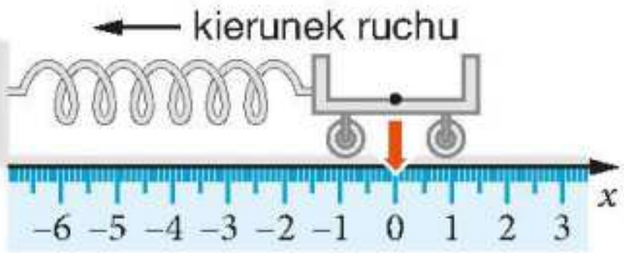
Wózek zostaje przesunięty poza położenie równowagi ($x = 2$) i puszczony. Działająca na niego siła sprężystości powoduje ruch w stronę położenia równowagi.

3



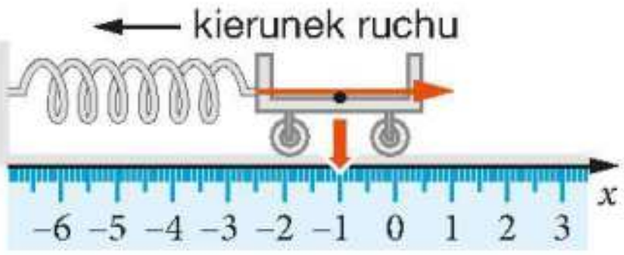
W miarę jak wózek zbliża się do położenia równowagi ($x = 1$), siła sprężystości maleje, ale nadal działa w stronę położenia równowagi.

4



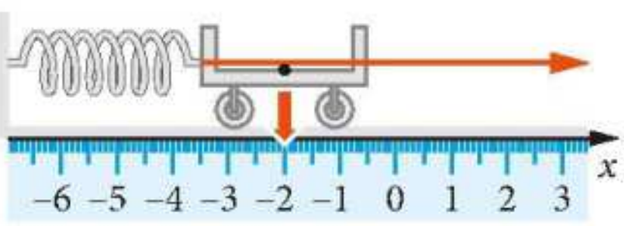
W położeniu równowagi ($x = 0$) wypadkowa sił jest równa zeru, ale wózek porusza się dalej z powodu swojej bezwładności.

5



Gdy wózek oddala się od położenia równowagi ($x = -1$), sprężyna jest ściskana do długości mniejszej niż zwykle, więc siła sprężystości działa tak, aby ją wyprostować. Zauważ, że ta siła hamuje wózek.

6



Jeśli pominąć tarcie, wózek zatrzymuje się w takiej samej odległości od położenia równowagi, z jakiej został puszczony, tylko że po drugiej stronie ($x = -2$). Od tego momentu wózek zaczyna się poruszać w prawo, aż do położenia z rys. 2. – wtedy zaczyna się następny cykl drgań.

Przypomnijmy, że siła sprężystości nie tylko działa w stronę przeciwną do wychylenia x ciała, lecz także ma wartość wprost proporcjonalną do tego wychylenia. Tę zależność możemy zapisać w postaci:

k – **współczynnik sprężystości**, $[k] = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$

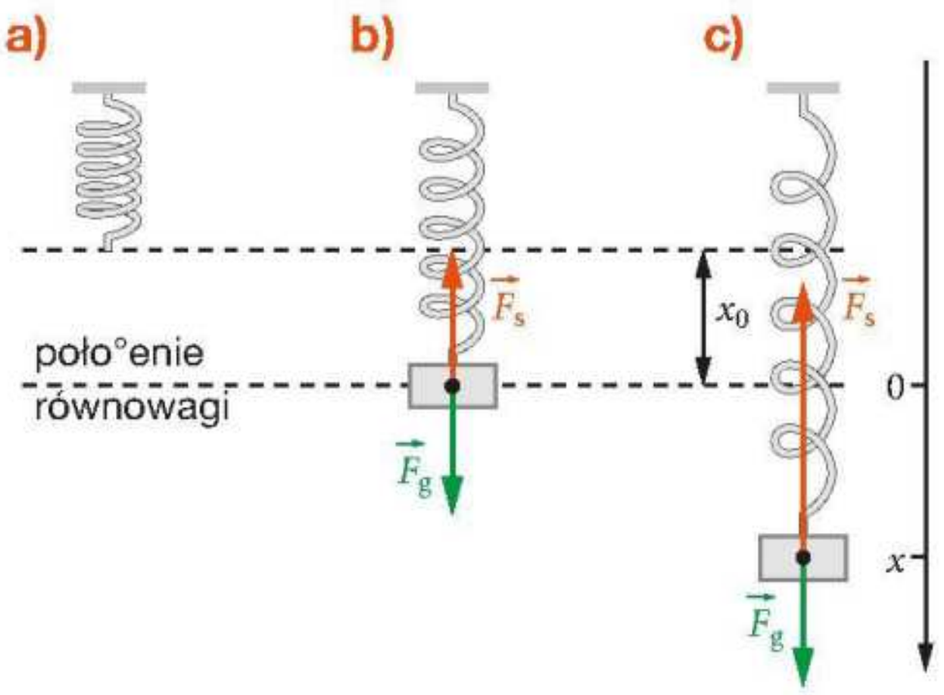
$$F = -kx$$

gdzie F jest współrzędną siły, a więc znak minus oznacza zwrot przeciwny do wychylenia. Jak wiemy, ruch ciała pod wpływem siły o tej właściwości jest ruchem harmonicznym.

Siła powodująca ruch ciała – drgania w pionie

Rozważmy teraz ciało zawieszone na sprężynie. W tym przypadku oprócz siły sprężystości trzeba uwzględnić także ciężar ciała. W położeniu równowagi (rys. 9.19b) sprężyna jest dłuższa, niż gdy jest nieobciążona (rys. 9.19a), a siła sprężystości $\vec{F}_s$ równoważy ciężar $\vec{F}_g$ zawieszonego ciała:

$$-kx_0 + F_g = 0 \quad \rightarrow \quad F_g = kx_0$$



Rys. **9.19.** Siły działające na ciało zawieszone na sprężynie

$\vec{F}_s$ – siła sprężystości,
$\vec{F}_g$ – siła ciężkości

Gdy ciało wychylimy o x z położenia równowagi (rys. 9.19c), jego ruch będzie spowodowany przez wypadkową $\vec{F}$ tych dwóch sił:

$$\vec{F} = \vec{F}_s + \vec{F}_g$$

Całkowite wydłużenie sprężyny będzie równe: $x + x_0$, a ponieważ wektory sił leżą na jednej prostej, mamy:

$$F = -k(x + x_0) + F_g = -kx - kx_0 + F_g$$

przy czym mieliśmy $F_g = kx_0$, co oznacza, że:

$$F = -kx$$

Wzór opisujący siłę działającą na ciało wiszące na sprężynie jest taki sam jak dla ciała na sprężynie drgającego w poziomie.
A skoro także w tym przypadku siła spełnia warunek $F = -kx$, to również **wahadło sprężynowe porusza się ruchem harmonicznym**.

Porównanie opisu matematycznego z wynikami doświadczenia 18.

Po wykonaniu doświadczenia 18. dysponujemy danymi dość precyzyjnie opisującymi ruch wahadła sprężynowego. Wiemy już, że wahadło to powinno wykonywać drgania harmoniczne, które umiemy opisać za pomocą odpowiedniego wzoru. Porównajmy więc wyniki pomiarów z tym wzorem.

Przypomnijmy, że otrzymaliśmy: $A = 2{,}9$ cm, $T = 1{,}3$ s. W doświadczeniu mierzyliśmy czas nie od momentu, gdy ciężarek przechodził przez położenie równowagi ($x = 0$), ale od chwili o $\frac{T}{4}$ wcześniejszej, musimy więc uwzględnić przesunięcie fazowe $\varphi_0 = -\frac{2\pi}{4} = -\frac{\pi}{2}$.

Sporządzamy tabelę, w której kolumnach zawieramy odpowiednio:
- w pierwszej – czas t,
- w drugiej – wychylenie wahadła zmierzone w doświadczeniu,
- w trzeciej – wychylenie wahadła obliczone na podstawie wzoru $x(t) = A\sin(\frac{2\pi}{T} \cdot t + \varphi_0)$, czyli w naszym przypadku:

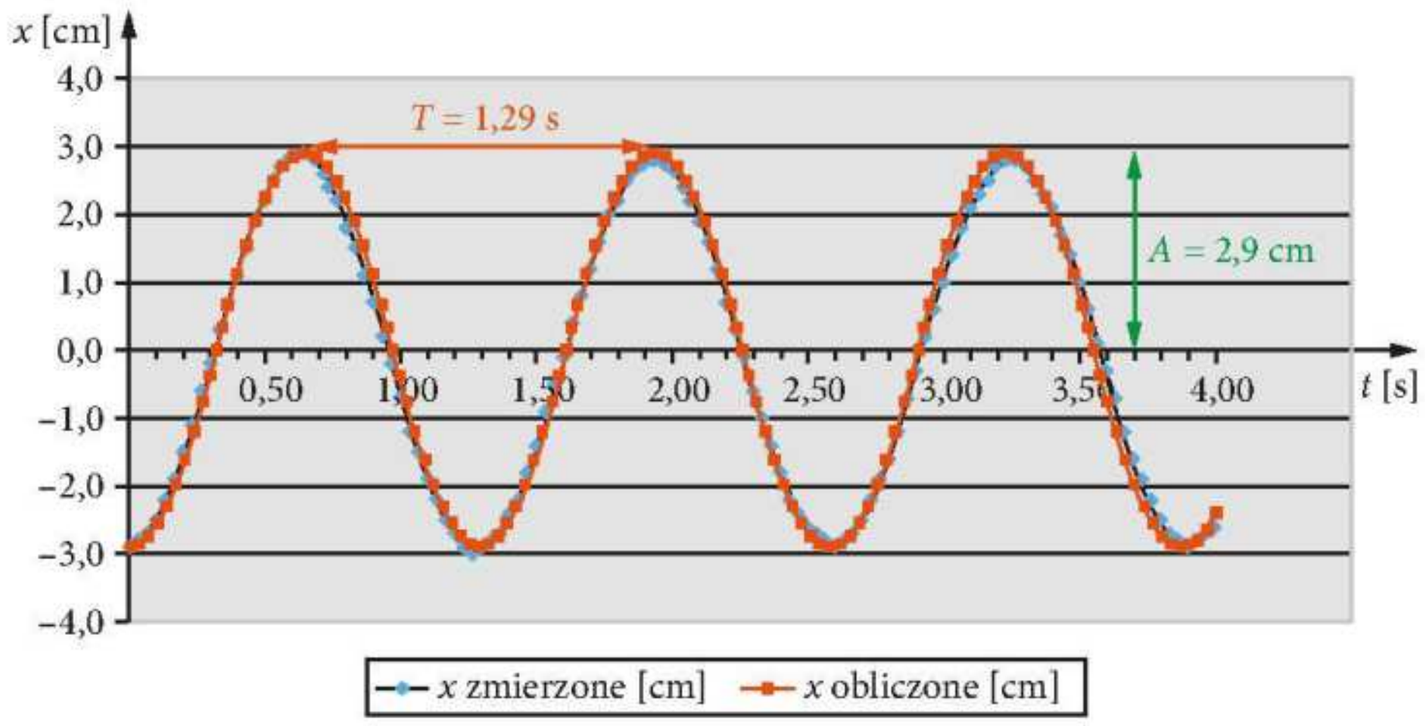
$$x(t) = 2{,}9\sin\left(\frac{2\pi}{1{,}3} \cdot t - \frac{\pi}{2}\right)$$

gdzie t jest wyrażone w sekundach, x w centymetrach (fragment tej tabeli zamieszczono obok – tabela 9.1).

Na podstawie danych z tabeli tworzymy wykres zależności wychylenia wahadła od czasu $x(t)$ (rys. 9.20).

Tabela 9.1. Wyniki z doświadczenia 18.

t [s]	x zm. [cm]	x obl. [cm]
0,00	–3,0	–2,90
0,03	–2,9	–2,86
0,07	–2,8	–2,75
0,10	–2,6	–2,56
0,13	–2,3	–2,31
0,17	–2,0	–2,00
0,20	–1,6	–1,63
0,23	–1,2	–1,22
0,27	–0,7	–0,78
0,30	–0,3	–0,32
0,33	0,2	0,15
0,37	0,6	0,61
0,40	1,0	1,06
0,43	1,4	1,49
0,47	1,8	1,87
0,50	2,1	2,20
0,53	2,4	2,48
0,57	2,6	2,69
0,60	2,7	2,83
0,63	2,8	2,89
0,67	2,7	2,88
0,70	2,5	2,80
0,73	2,3	2,64



Rys. 9.20. Wykresy zależności wychylenia wahadła od czasu $x(t)$ sporządzone na podstawie danych doświadczalnych (wykres niebieski) oraz wzoru opisującego ruch harmoniczny (wykres czerwony)

Jak widzisz, na wykresie punkty odpowiadające wynikom pomiarów leżą bardzo blisko sinusoidy narysowanej na podstawie wzoru. Opis matematyczny zgadza się więc bardzo dokładnie z danymi doświadczalnymi.

Badanie zależności okresu wahadła sprężynowego od parametrów opisujących ruch

Przedstawiona powyżej zgodność opisu matematycznego z wynikami doświadczenia dotyczy jednak tylko faktu, że ruch ciężarka można opisać za pomocą funkcji sinus. Amplitudę i okres drgań oraz przesunięcie fazowe dobraliśmy tak, aby pasowały do naszego doświadczenia.
Od czego zależą te parametry? W przypadku amplitudy i przesunięcia fazowego sprawa jest prosta: dobieramy je sami, wychylając ciężarek w mniejszym lub większym stopniu oraz rozpoczynając pomiar czasu w tym albo w innym momencie.
Natomiast okresu drgań nie możemy bezpośrednio wybrać. Od czego on zależy? Zbadamy to w następnym doświadczeniu.

Doświadczenie 20 – obowiązkowe

Badanie okresu drgań wahadła sprężynowego

Doświadczenie jest pracochłonne, więc warto podzielić pomiary pomiędzy kilka osób, np. niech każdy uczeń wykona pomiary dla jednej sprężyny.

1. Zawieś sprężynę na statywie i zmierz jej długość.
2. Zmierz, o ile zmieniła się długość sprężyny dla kilku różnych obciążeń, i na tej podstawie wyznacz jej współczynnik sprężystości.
3. Powieś na sprężynie obciążnik i wyznacz okres jego drgań.

   Uwaga. Aby dokładniej wyznaczyć okres, zmierz łączny czas wielu drgań i podziel go przez liczbę okresów.
4. Wykonaj swoje pomiary dla kilku różnych amplitud. Czy okres zależy od amplitudy drgań? A jeśli zależy, to czy ta zależność jest rosnąca czy malejąca?
5. Wykonaj pomiary dla obciążników o kilku różnych masach. Czy okres zależy od masy ciężarka? A jeśli zależy, to czy ta zależność jest rosnąca czy malejąca?
6. Porównajcie wyniki pomiarów dla jednakowych obciążników zawieszonych na sprężynach o różnych współczynnikach sprężystości. Czy okres zależy od stałej sprężystości? A jeśli zależy, to czy ta zależność jest rosnąca czy malejąca?

Przedstawimy analizę wykonanego przez nas doświadczenia. Wyznaczymy współczynnik sprężystości, a następnie sprawdzimy zależność okresu drgań od amplitudy, masy i współczynnika sprężystości.

Tabela 9.2. Wyniki dla pkt 2. doświadczenia 20.

F [N]	Δl [cm]
0,2	0,7
0,5	1,7
0,7	2,5
1	3,5
1,2	4,5
1,5	5,5
2	7,5

Wyznaczanie współczynnika sprężystości

Najpierw wyznaczmy współczynnik sprężystości na podstawie wyników kilku pomiarów dla jednej sprężyny. Na sprężynie zawieszaliśmy kolejne obciążniki o różnych masach i mierzyliśmy rozciągnięcie Δl (przyrost długości) odpowiadające ciężarowi F poszczególnych obciążników. Wyniki te zebraliśmy w tabeli 9.2.
Niepewność pomiaru długości sprężyny oszacowaliśmy na 3 mm. Wpływ na tę niepewność miał m.in. fakt, że trudno umieścić obciążnik

tak, aby jego środek masy znalazł się idealnie na osi sprężyny, a to powoduje jej odchylanie od pionu. Niepewność siły rozciągającej, równej ciężarowi obciążnika, którego masę zmierzyliśmy za pomocą wagi elektronicznej, można pominąć.

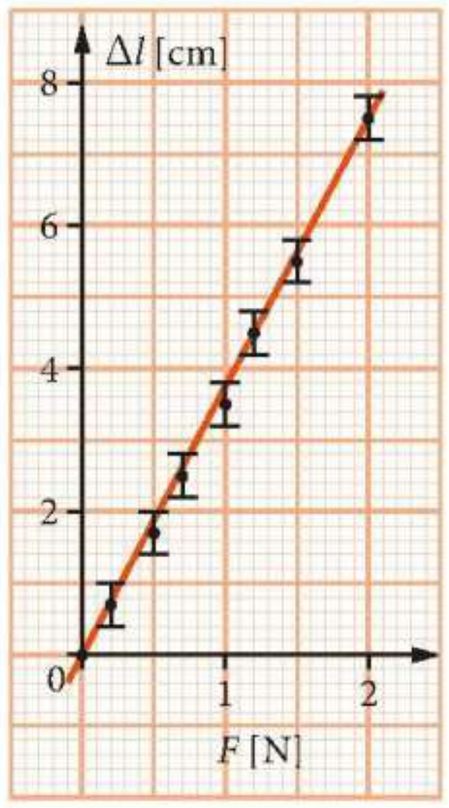
Punkty odpowiadające wynikom pomiarów zaznaczyliśmy wraz z niepewnościami w układzie współrzędnych na papierze milimetrowym i poprowadziliśmy prostą najlepiej do nich pasującą (rys. 9.21).

Następnie wyznaczyliśmy współczynnik kierunkowy narysowanej prostej. Ponieważ przechodzi ona przez początek układu współrzędnych, więc wystarczy znaleźć jeden punkt, którego współrzędne łatwo odczytać, np. (2; 7,5). Wobec tego współczynnik kierunkowy prostej wynosi:

$$\frac{7{,}5\ \text{cm}}{2\ \text{N}} = 3{,}75\ \frac{\text{cm}}{\text{N}}$$

Oznacza to, że zależność wydłużenia sprężyny Δl od siły sprężystości F ma postać:

$$\Delta l = 3{,}75\ \frac{\text{cm}}{\text{N}} \cdot F$$



Rys. 9.21. Wykres zależności wydłużenia sprężyny od ciężaru obciążnika

Jednak interesuje nas współczynnik sprężystości k występujący w zależności odwrotnej – siły sprężystości od wydłużenia: $F = k\,\Delta l$.

Aby go odczytać, przekształcamy wzór $\Delta l = 3{,}75\ \frac{\text{cm}}{\text{N}} \cdot F$ do postaci:

$$F = \frac{1}{3{,}75\ \frac{\text{cm}}{\text{N}}} \cdot \Delta l$$

Widzimy więc, że współczynnik sprężystości k wynosi:

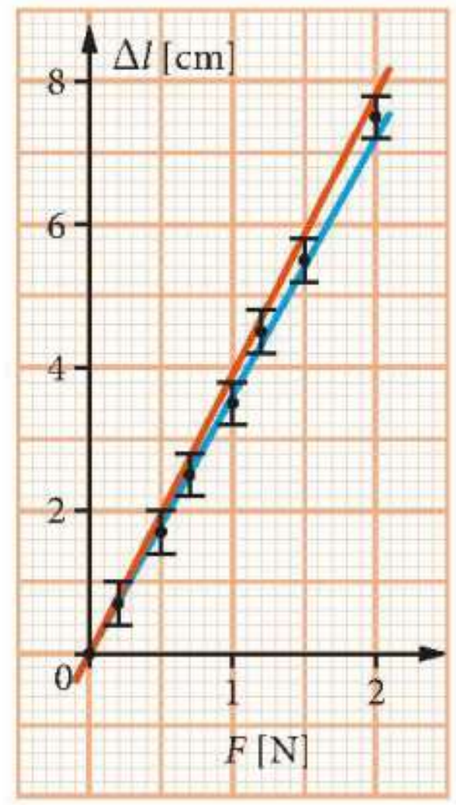
$$k = \frac{1}{3{,}75\ \frac{\text{cm}}{\text{N}}} = 0{,}27\ \frac{\text{N}}{\text{cm}} = 27\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

W celu oszacowania niepewności tego pomiaru narysowaliśmy proste przechodzące przez punkty pomiarowe wraz z niepewnościami tak, aby nachylenie jednej było jak największe, a drugiej – jak najmniejsze (rys. 9.22). Otrzymaliśmy współczynniki kierunkowe tych prostych: $3{,}9\ \frac{\text{cm}}{\text{N}}$ i $3{,}6\ \frac{\text{cm}}{\text{N}}$. Odpowiada to współczynnikom sprężystości:

$$0{,}26\ \frac{\text{N}}{\text{cm}} = 26\ \frac{\text{N}}{\text{m}} \quad \text{i} \quad 0{,}28\ \frac{\text{N}}{\text{cm}} = 28\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Tak więc ostateczny wynik pomiaru to:

$$k = 27\ \frac{\text{N}}{\text{m}} \pm 1\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$$



Rys. 9.22. Proste o największym (czerwona) i najmniejszym (niebieska) nachyleniu przechodzące przez punkty pomiarowe wraz z niepewnościami

W podobny sposób wyznaczyliśmy współczynniki sprężystości pozostałych sprężyn.

Zależność okresu drgań od amplitudy

Na jednej ze sprężyn ($k = 17\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$) zawiesiliśmy obciążnik o masie 50 g. Zmierzyliśmy czas trwania 40 okresów dla amplitud: 0,5 cm, 1 cm, 2 cm, 3 cm. Otrzymaliśmy wyniki: 15 s, 14 s, 14 s, 14 s (tabela 9.3), co oznacza, że w granicach niepewności pomiarowej są one jednakowe. Z tego wynika, że okres drgań wahadła nie zależy od amplitudy drgań.

Tabela 9.3. Wyniki dla pkt 3. i 4. doświadczenia 20.

A [cm]	$40T$ [s]
0,5	15
1	14
2	14
3	14

Tabela 9.4. Wyniki dla pkt 5. doświadczenia 20.

m [g]	T [s]
20	0,275
50	0,35
70	0,4
100	0,48
120	0,53

Tabela 9.5. Wyniki dla pkt 6. doświadczenia 20.

k [$\frac{N}{m}$]	T [s]
5,4	0,67
17	0,35
26	0,29

Zależność okresu drgań od masy

Porównaliśmy okres drgań różnych obciążników na sprężynie użytej do poprzedniej części doświadczenia ($k = 17\,\frac{N}{m}$). Wyniki zebraliśmy w tabeli 9.4. Jak widać z tabeli, zależność jest rosnąca, czyli ze wzrostem masy obciążnika wydłuża się jego okres drgań.

Zależność okresu drgań od współczynnika sprężystości

Posługiwaliśmy się trzema sprężynami, których współczynniki sprężystości zebraliśmy w tabeli 9.5. Na każdej sprężynie zawiesiliśmy ten sam ciężarek (o masie 50 g) i zmierzyliśmy jego okres drgań.
Tym razem zależność jest malejąca, czyli dla sprężyn o coraz większych współczynnikach sprężystości okres drgań wahadła się skracał.
Z doświadczenia 20. możemy wnioskować, że okres drgań wahadła nie zależy od amplitudy drgań, wydłuża się wraz ze wzrostem obciążenia, a skraca dla sprężyn o coraz większych współczynnikach sprężystości.

Wzór na okres wahadła sprężynowego

W poprzedniej lekcji udowodniliśmy, że siłę powodującą ruch harmoniczny można obliczyć ze wzoru:

$$F = -m\omega^2 x$$

W przypadku wahadła sprężynowego tą siłą jest siła wypadkowa sił grawitacji i sprężystości:

$$F = -kx$$

Po porównaniu tych wzorów widzimy, jak można obliczać częstość kołową drgań:

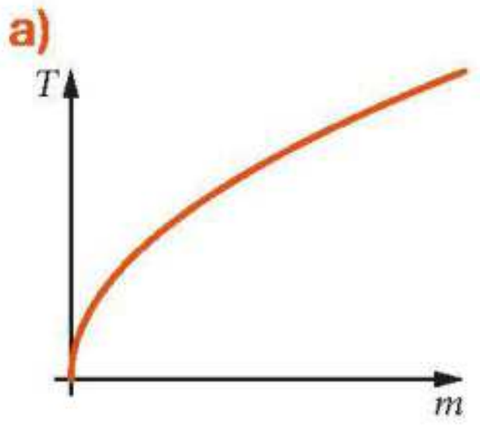
$$m\omega^2 = k$$

Stąd $\omega^2 = \frac{k}{m}$, a więc $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$. Aby wyznaczyć wzór na okres drgań wahadła sprężynowego, korzystamy z zależności $\omega = \frac{2\pi}{T}$, z której wyznaczamy okres $T = \frac{2\pi}{\omega}$ i podstawiamy otrzymany wyżej wzór na częstość kołową ω.
Ostatecznie **wzór na okres wahadła sprężynowego**:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

gdzie: m – masa ciała, k – współczynnik sprężystości sprężyny.

m – masa ciała wykonującego drgania,
ω – częstość kołowa,
x – wychylenie ciała,
k – współczynnik sprężystości



Rys. 9.23. Zależność okresu drgań a) od masy obciążnika przy danym k, b) od współczynnika sprężystości przy danym m

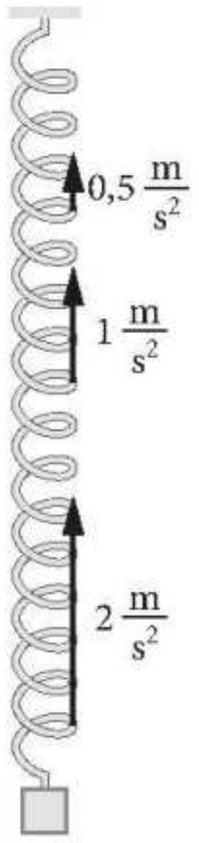
Zauważmy, że zgadza się on z wnioskami z doświadczenia 20.:

- okres nie zależy od amplitudy – przy większej amplitudzie ciężarek co prawda przebywa w jednym cyklu dłuższą drogę, ale za to większa siła nadaje mu większe przyspieszenie;
- okres rośnie wraz z masą (rys. 9.23a) – cięższe wahadło porusza się wolniej, bo ma większą bezwładność;
- okres maleje ze stałą sprężystości (rys. 9.23b) – twardsza sprężyna powoduje szybsze drgania, bo działa większą siłą.

Zależność okresu od masy poruszającego się ciała i stałej sprężystości mogliśmy rozpatrywać osobno, ponieważ są to dwie wielkości niezależne od siebie.

Przyjęte przybliżenie

W naszym modelu pominęliśmy fakt, że sama sprężyna też ma masę, a wobec tego część siły sprężystości „marnuje się" na nadanie przyspieszenia poszczególnym zwojom sprężyny (przy czym co gorsza, poszczególnie zwoje poruszają się w różny sposób, patrz rys. 9.24). Dlatego wyprowadzony przez nas wzór odpowiada sytuacji, gdy masa obciążnika jest dużo większa od masy sprężyny.



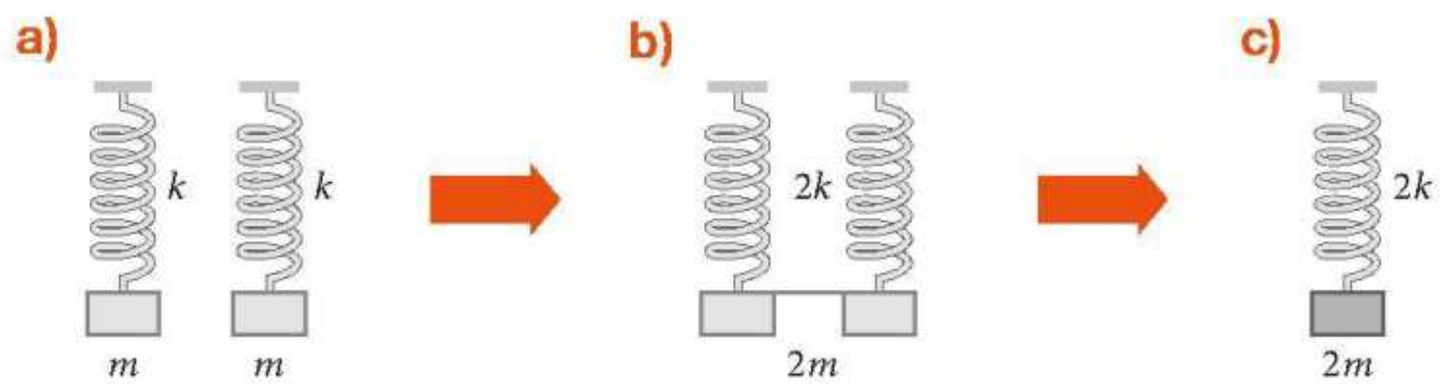
Rys. **9.24.** Różne zwoje sprężyny poruszają się z różnymi przyspieszeniami

Niestety w warunkach szkolnych zastosowanie takiego obciążnika mogłoby spowodować zniszczenie sprężyny. Właśnie dlatego w doświadczeniu obowiązkowym badaliśmy tylko, czy zależność okresu od m i k jest rosnąca czy malejąca, a nie – jaka to dokładnie zależność. Możesz sprawdzić, że obliczony ze wzoru okres T znacznie się różni od wyznaczonego w doświadczeniu.

Zależność okresu drgań od ułamka $\frac{m}{k}$

Warto zwrócić uwagę na jeszcze jedną własność wzoru opisującego okres drgań. Okres zależy tylko od ułamka $\frac{m}{k}$, a to znaczy, że jeśli zamienimy obciążnik na dwa razy cięższy, a sprężynę na dwa razy twardszą, czyli o dwa razy większym współczynniku sprężystości, to okres się nie zmieni (bo $\frac{2m}{2k} = \frac{m}{k}$). Fizyczna interpretacja tej zależności jest przedstawiona na rysunku 9.25.

Dwa ciężarki (rys. 9.25a) o równych masach m na jednakowych sprężynach o stałej sprężystości k mają taki sam okres drgań, więc możemy je wprawić w ruch w taki sposób, aby drgały w zgodnej fazie. Będzie to łatwiejsze do wykonania, gdy połączymy je lekką listewką, której masę będziemy mogli pominąć (rys. 9.25b).
Zauważmy, że teraz dwa obciążniki połączone listewką można traktować jako jedno ciało o masie $2m$, a dwie równoległe, połączone sprężyny zachowują się tak jak jedna sprężyna o stałej sprężystości $2k$ (rys. 9.25c).



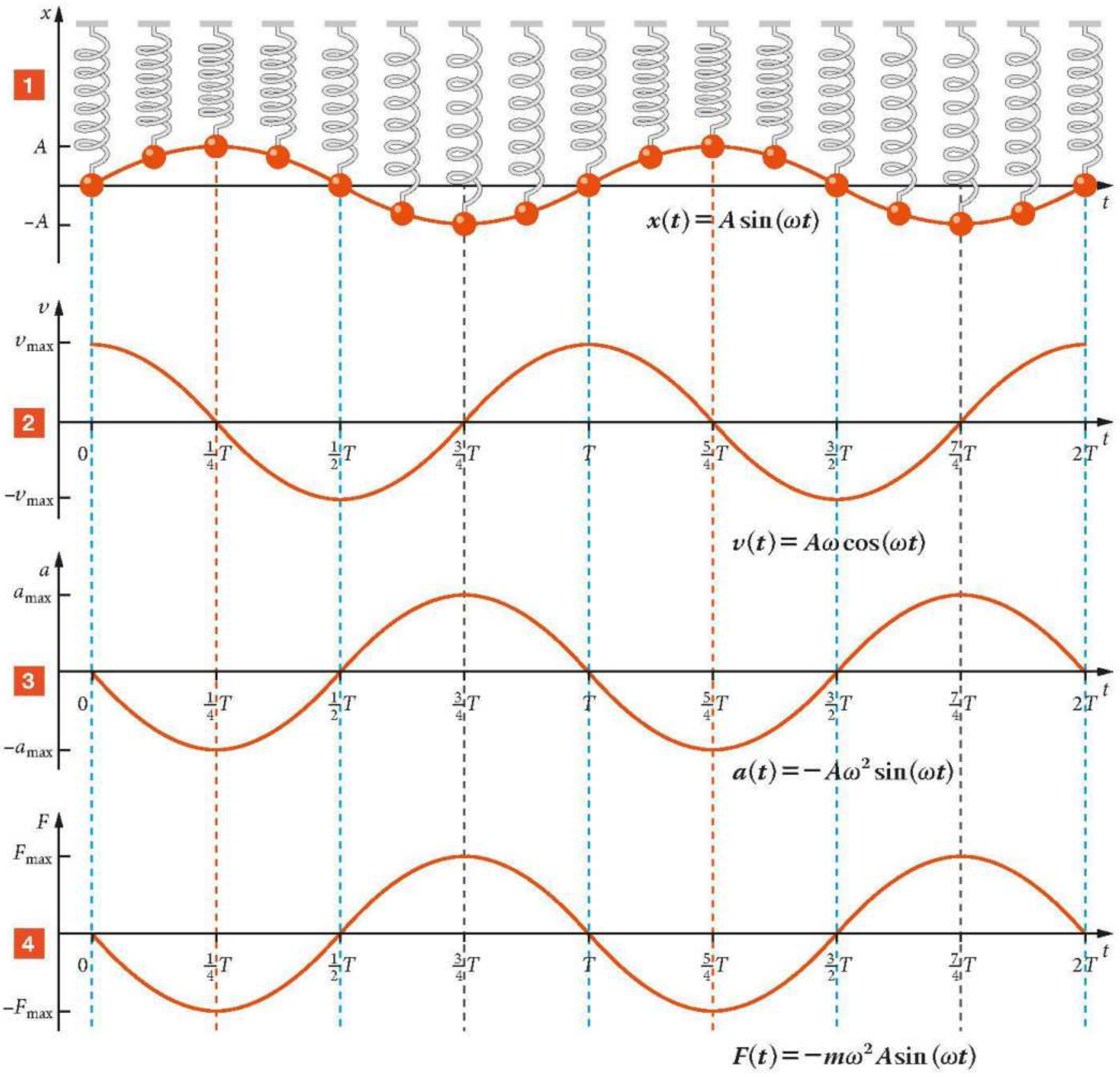
Rys. **9.25.** Stała sprężystości, przy równoległym połączeniu sprężyn

Wykresy opisujące ruch harmoniczny obciążnika zawieszonego na sprężynie

Poniżej przedstawiono wykresy: **1** wychylenia, **2** prędkości, **3** przyspieszenia, **4** siły, od czasu w ruchu harmonicznym.

W położeniu równowagi (dla $t=0$, $t=\frac{1}{2}T$, $t=T$, $t=\frac{3}{2}T$, $t=2T$; niebieskie linie pomocnicze) wartość bezwzględna prędkości jest maksymalna. Siła wypadkowa działająca na obciążnik, a co za tym idzie również jego przyspieszenie – są zerowe.

W chwilach **maksymalnego wychylenia w górę** (dla $t=\frac{1}{4}T$, $t=\frac{5}{4}T$; czerwone linie pomocnicze) lub **w dół** (dla $t=\frac{3}{4}T$, $t=\frac{7}{4}T$; czarne linie pomocnicze) prędkość jest równa zeru, a siła i przyspieszenie osiągają największą wartość bezwzględną.



Po tej lekcji powinieneś

- opisywać i analizować ruch harmoniczny;
- badać doświadczalnie ruch ciała na sprężynie;
- rozwiązywać zadania dotyczące ruchu ciała na sprężynie.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

Na sprężynie o współczynniku sprężystości $k = 100\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$ zawieszono ciężarek. Gdy wychylono go o $A = 1$ cm i puszczono, zaczął drgać z częstotliwością $f = 2$ Hz. Oblicz masę odważnika oraz maksymalną prędkość jego ruchu.

Rozwiązanie

Najpierw obliczmy masę ciężarka. Skorzystajmy ze wzoru na okres drgań:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Z niego wyznaczymy masę ciężarka:

$$m = \frac{T^2 \cdot k}{4\pi^2}$$

gdzie: $T = \frac{1}{f}$, czyli:

$$m = \frac{k}{4\pi^2 f^2}$$

$$[m] = \frac{\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}}{\frac{1}{\mathrm{s}^2}} = \frac{\mathrm{N} \cdot \mathrm{s}^2}{\mathrm{m}} = \frac{\mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}}{\cancel{\mathrm{s}^2}} \cdot \cancel{\mathrm{s}^2}}{\mathrm{m}} = \frac{\mathrm{kg} \cdot \cancel{\mathrm{m}}}{\cancel{\mathrm{m}}} = \mathrm{kg}$$

Po podstawieniu danych otrzymujemy:

$$m = \frac{100\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}}{4\pi^2\,(2\ \mathrm{Hz})^2} \approx 0{,}6\ \mathrm{kg}$$

Maksymalną prędkość odważnika możemy obliczyć ze wzoru $v(t)$ dla ruchu harmonicznego:

$$v(t) = A\omega\cos(\omega t)$$

Największa wartość przyjmowana przez funkcję cosinus to 1, a więc maksymalna prędkość ciężarka wynosi:

$$v_{\max} = A\omega = \frac{2\pi A}{T}$$

$$v_{\max} = 2\pi A f$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$f = \frac{1}{T}$$

Po podstawieniu danych liczbowych otrzymujemy:

$$v_{\max} = 2\pi \cdot 1\ \mathrm{cm} \cdot 2\ \mathrm{Hz} \approx 12{,}6\ \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}$$

Odpowiedź: Masa ciężarka wynosi 0,6 kg, a jego maksymalna prędkość to 12,6 $\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}$.

Zadania s. 168

Pytania i zadania

1. Powiększony na zdjęciu fragment wagi sprężynowej wyskalowanej w gramach przedstawiono w skali 1 : 3,5. Wyznacz stałą sprężystości sprężyny tego przyrządu.

2. Ciężarek powieszony na sprężynie o współczynniku sprężystości 30 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$ porusza się ruchem drgającym o okresie 0,5 s. Oblicz masę ciężarka.

3. Po zawieszeniu obciążnika długość wiszącej sprężyny zwiększyła się o 0,5 cm. Układ wprawiono w ruch drgający.
Oblicz okres i częstotliwość drgań tego układu.

4. Gdy na sprężynie o długości 10 cm zawieszono ciężarek o masie 100 g, długość sprężyny zwiększyła się do 10,5 cm. Następnie ciężarek zamieniono na inny, o masie 200 g. Oblicz:

a) współczynnik sprężystości sprężyny,

b) długość sprężyny po zamianie ciężarka,

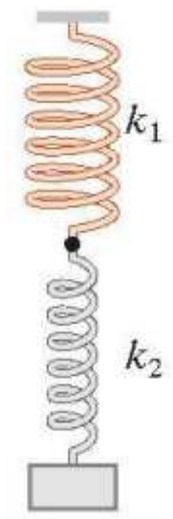
c) okres drgań sprężyny po zamianie ciężarka,

d) maksymalną prędkość drugiego obciążnika w czasie ruchu o amplitudzie 2 cm,

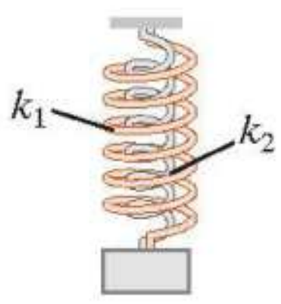
e) maksymalne przyspieszenie drugiego obciążnika w czasie ruchu o amplitudzie 2 cm.

***5.** Wyprowadź wzór na okres drgań ciężarka o masie m zawieszonego na dwóch sprężynach (połączonych tak jak na rysunkach) o jednakowej długości, ale różnych współczynnikach sprężystości k_1 i k_2.

a)

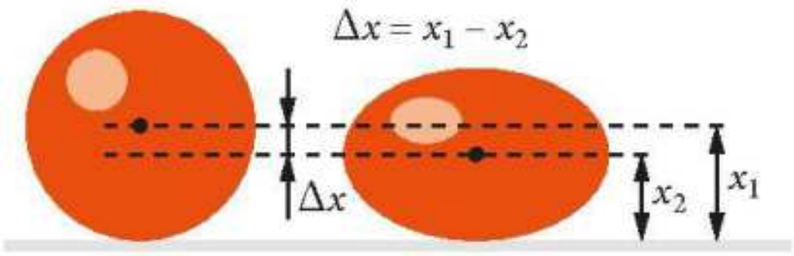


b)



***6.** Czas odbicia piłeczki kauczukowej od twardego podłoża jest na tyle krótki, że bardzo trudno byłoby go zmierzyć bezpośrednio. Ponieważ jednak siła sprężystości piłeczki jest w dobrym przybliżeniu proporcjonalna do jej odkształcenia Δx (patrz rysunek), zderzenie przebiega jak ruch harmoniczny.

Samodzielnie zaplanuj i wykonaj doświadczenie, na podstawie którego oszacujesz czas odbicia piłeczki od twardego podłoża.



9.4. Wahadło matematyczne

Przypomnij sobie

- W fizyce do analizy wielu zjawisk wykorzystuje się modele matematyczne.
- Wahadło to zawieszone ciało poruszające się ruchem drgającym.
- Ruch drgający spowodowany działaniem siły proporcjonalnej do wychylenia, ale przeciwnie skierowanej, nazywamy ruchem harmonicznym.

Rys. 9.26. Wahadło zegara porusza się ruchem drgającym

Wahadło zegara (rys. 9.26), serce dzwonu oraz sam dzwon, a także huśtawka, to przykłady wahadeł, które znasz z codziennego życia. Badanie ruchu tych wahadeł może być dość skomplikowane, dlatego zajmiemy się tylko wyidealizowanym modelem – **wahadłem matematycznym**.

> Wahadło matematyczne to punkt materialny o masie m zawieszony na nieważkiej, nierozciągliwej nici o długości l.

W definicji wahadła mowa o punkcie materialnym, a więc o ciele pozbawionym wymiarów. W praktyce oznacza to, że wymiary ciała są znacznie mniejsze od długości nici. Długość wahadła mierzymy zawsze od punktu przymocowania górnego końca nici do środka masy zawieszonego ciała. Dobrym przybliżeniem wahadła matematycznego jest mały ciężarek zawieszony na długiej nici. Nić nie powinna być rozciągliwa – pozwoli to przyjąć założenie, że jej długość się nie zmienia.

Lepiej użyć bawełnianej nici niż plastikowej żyłki.

Analiza ruchu wahadła matematycznego

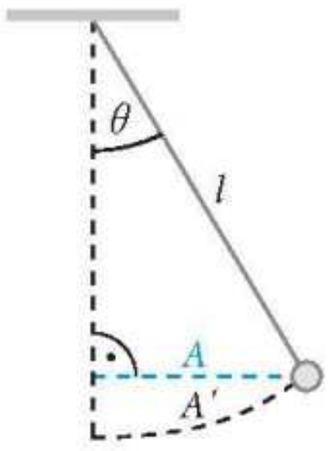
Zbadajmy, od jakich wielkości zależy okres wahadła matematycznego.

Doświadczenie 21 – obowiązkowe

Badanie okresu drgań wahadła matematycznego

1. Przygotuj wahadło: przywiąż stalową nakrętkę do bawełnianej nici o długości ponad 1 m, a następnie przymocuj nić tak, aby zwisała swobodnie i mogła się poruszać.
2. Wpraw wahadło w drgania o niewielkiej amplitudzie. Wyznacz ich okres. Najlepiej zmierz łączny czas np. 25 cykli drgań i podziel wynik przez 25.
3. Powtarzaj czynności opisane w punkcie 2., zmieniając kolejno:
   a) amplitudę (odchylenie od pionu nie powinno przekroczyć 20°),
   b) masę wahadła,
   c) długość wahadła.
4. Czy okres drgań wahadła w poszczególnych przypadkach się zmienia? Jeżeli tak, to w jaki sposób zachodzą te zmiany?

Uwaga. Pamiętaj o niepewności pomiaru.



Rys. 9.27. Układ z doświadczenia 21.

Analiza wyników doświadczenia 21.
Wykonaliśmy wahadło z nakrętki o masie 28 g zawieszonej na grubej nici. Długość wahadła wynosiła $l = 160$ cm. Zmierzyliśmy czas 25 wahnięć dla różnych amplitud drgań. Amplitudę mierzyliśmy jako odchylenie wahadła w poziomie, a następnie przeliczyliśmy tę wielkość na stopnie (kąt θ; na rysunku 9.27). Na przykład dla amplitudy 10 cm, mamy $\sin\theta = \frac{10}{160} \rightarrow \theta \approx 3{,}6°$. Wyniki pomiarów przedstawia tabela 9.6.

Tabela 9.6. Wyniki pomiaru okresu dla różnych amplitud

Amplituda [cm]	Amplituda [°]	$25 \cdot T$ [s]	T [s]
3	1,1	63	2,52
5	1,8	63	2,52
10	3,6	62	2,48
50	18,2	64	2,56

Niepewność pomiaru 25 okresów wynosiła 1 s, więc różnice poszczególnych wyników są mniejsze od niepewności pomiaru. Wykazaliśmy więc niezależność okresu drgań od amplitudy.

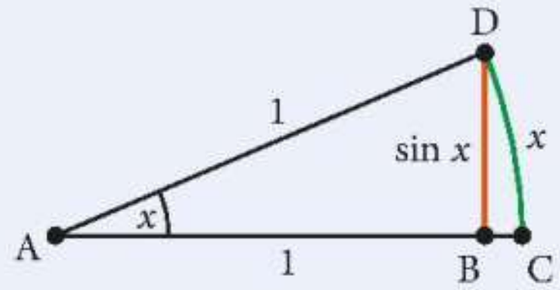
W drugiej części doświadczenia amplituda była stała – wynosiła 3 cm. Zmieniała się za to masa wahadła. Do kolejnych pomiarów używaliśmy trzech i pięciu nakrętek. Nie wpłynęło to na zmianę okresu. Wykazaliśmy więc **niezależność okresu drgań** wahadła matematycznego **od masy** – to inny wynik niż dla wahadła sprężynowego (doświadczenie 18.).
Do trzeciej części doświadczenia wykonaliśmy wahadło czterokrotnie krótsze, ale o takiej samej masie. Kiedy zmierzyliśmy czas 25 okresów

Dodatek matematyczny

Przybliżenie $\sin x \approx x$ dla małych kątów w mierze łukowej

Przeanalizujmy rysunek 9.28, przedstawiający wycinek koła o promieniu 1 i kącie x.

Miara łukowa kąta x jest liczbowo równa długości łuku CD, natomiast jego sinus – długości odcinka BD. Dla niewielkich kątów różnica między x a $\sin x$ jest bardzo mała. Spójrz na tabelę 9.7. W wierszu „błąd względny" podano, o ile procent x (w radianach) różni się od $\sin x$ (tzn. zapisano tam wartość wyrażenia $\frac{x - \sin x}{\sin x} \cdot 100\%$).



Rys. 9.28. Porównanie kąta i jego sinusa

Tabela 9.7. Porównanie kąta w radianach i jego sinusa

x [stopnie]	50	20	10	5	3	2	1
x [rad]	0,872665	0,349066	0,174533	0,087266	0,05236	0,034907	0,017453
$\sin x$	0,766044	0,34202	0,173648	0,087156	0,052335	0,034899	0,017452
błąd względny przybliżenia w %	14	2	0,5	0,13	0,05	0,02	0,005

jego drgań, otrzymaliśmy wynik 32 s, więc jeden okres wyniósł ok. 1,28 s. Taki wynik oznacza, że **okres wahadła zależy od jego długości** – dłuższe wahadło ma dłuższy okres drgań. Nie jest to jednak proporcjonalność prosta, bo 4 razy dłuższe wahadło ma okres w przybliżeniu tylko 2 razy dłuższy $\left(\frac{2{,}52}{1{,}28} \approx 2\right)$.

Pod koniec lekcji wrócimy jeszcze do doświadczalnego badania zależności okresu drgań od długości wahadła, gdyż posłuży nam ona do wyznaczenia przyspieszenia ziemskiego.

Siły działające na wahadło matematyczne

Aby zrozumieć zależności obserwowane w doświadczeniu 21., należy przeanalizować siły działające na nakrętkę, gdy nić jest odchylona od pionu o kąt θ, mniejszy od maksymalnego wychylenia. Są to siły: ciężkości $\vec{F}_g$ i naciągu nici $\vec{F}_N$ (rys. 9.29a). Ich wypadkową $\vec{F}_w$ można rozłożyć na składowe: równoległą do nici $\vec{F}_{w\parallel}$ i prostopadłą do nici $\vec{F}_{w\perp}$ (rys. 9.29b). Siła $\vec{F}_{w\parallel}$ jest siłą dośrodkową, zakrzywiającą tor ruchu nakrętki. Nas jednak interesuje siła działająca wzdłuż toru, dlatego zajmiemy się składową prostopadłą $\vec{F}_{w\perp}$. Oznaczmy ją dla uproszczenia przez $\vec{F}$. Zwróć uwagę, że siła naciągu nici (jak i żadna inna siła) nie ma składowej prostopadłej do siebie samej. Wobec tego $\vec{F}_{w\perp}$ to po prostu składowa wektora $\vec{F}_g$ prostopadła do kierunku nici. Jej wartość obliczamy więc przy użyciu funkcji trygonometrycznych:

$$|F| = F_g \sin\theta = mg \sin\theta$$

Dla małych kątów wyrażonych w radianach można zastosować przybliżenie $\sin\theta \approx \theta$ (patrz „Dodatek matematyczny" na stronie obok):

$$|F| \approx mg\theta$$

Przyjmijmy, że przez położenie nakrętki x rozumiemy długość łuku, który przebyła ona od położenia równowagi. Przy wychyleniu w lewą stronę oznaczamy je jako ujemne. Tak określone położenie jest związane z kątem θ (wyrażonym w radianach) prostą zależnością $x = l\theta$. Stąd:

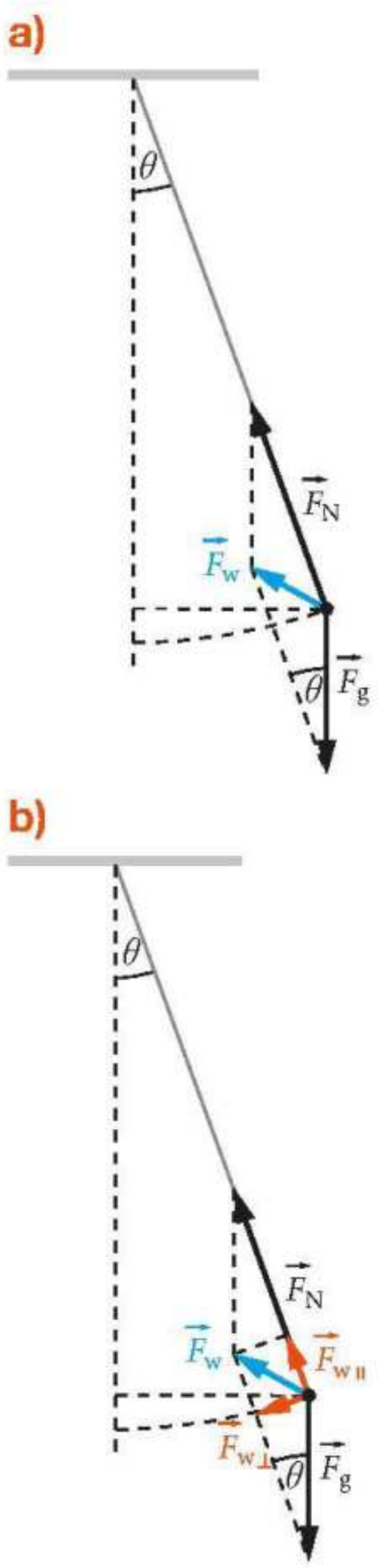
$$\theta = \frac{x}{l}$$

Otrzymujemy więc:

$$F = -mg\frac{x}{l} = -\frac{mg}{l} \cdot x$$

Wzór został poprzedzony znakiem minus, ponieważ wyrażona nim siła jest skierowana w przeciwną stronę niż wychylenie nakrętki. Zatem:

> Dla niewielkich kątów ruch wahadła matematycznego jest w dobrym przybliżeniu ruchem harmonicznym.

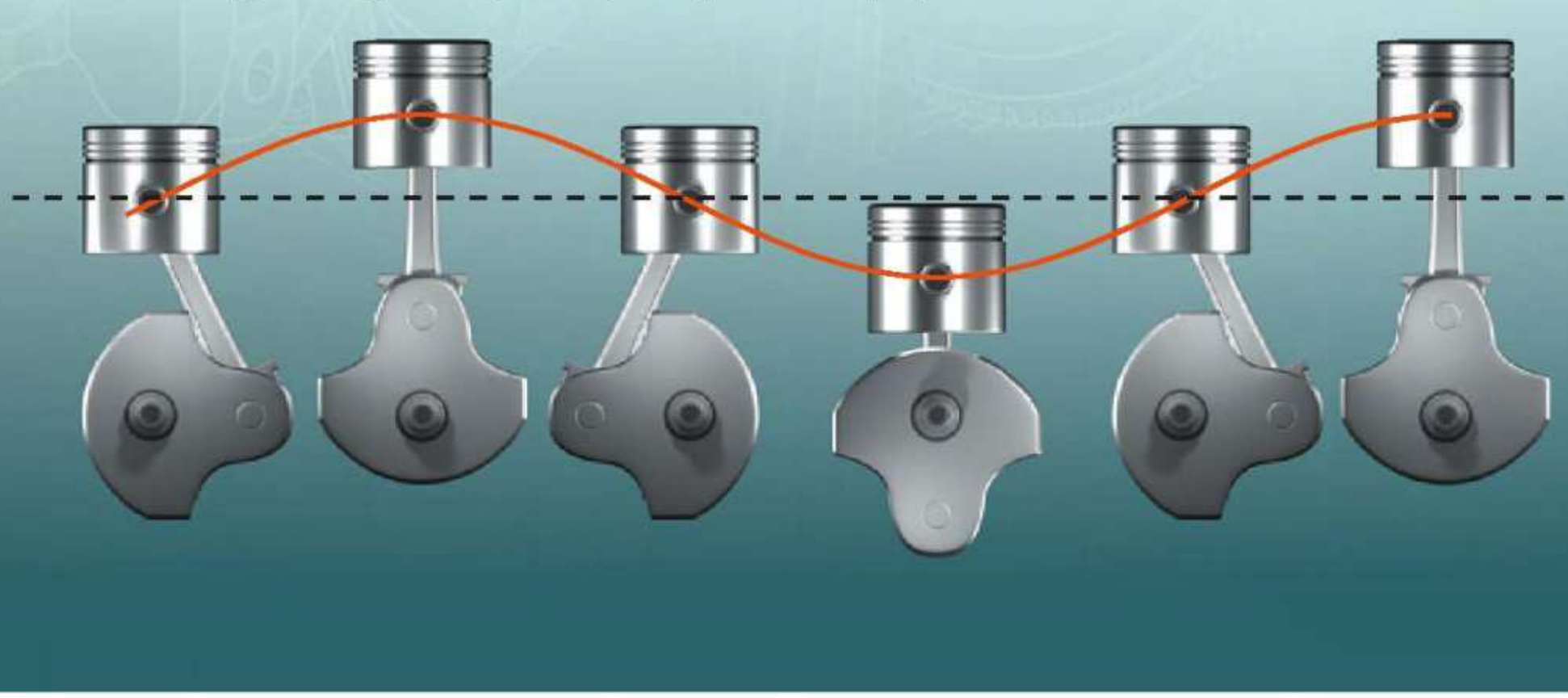


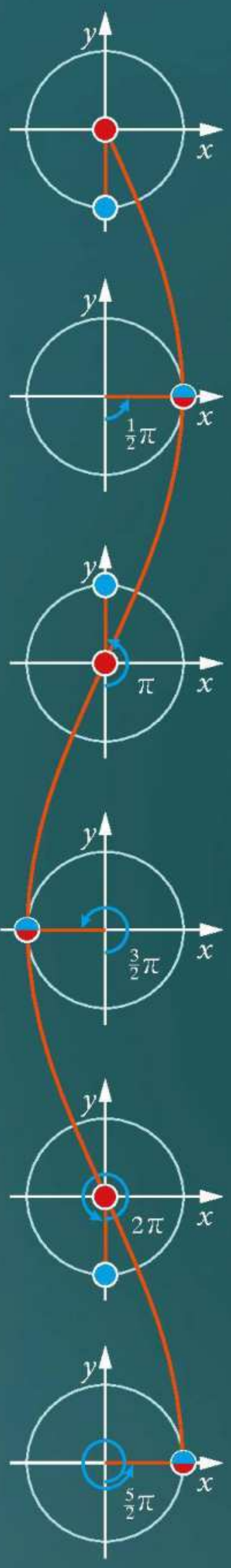
Rys. 9.29. Siły działające na nakrętkę w wahadle matematycznym. Na rysunku b) przedstawiono dodatkowo rozkład $\vec{F}_w$ na składowe

Wykres ruchu harmonicznego a ruch wahadła

Wykres zależności wychylenia od czasu dla każdego ruchu harmonicznego jest sinusoidą. Na ilustracji przedstawiono wykresy dla kilku przykładów takiego ruchu wraz ze schematycznymi rysunkami położenia ciała w jego poszczególnych momentach.

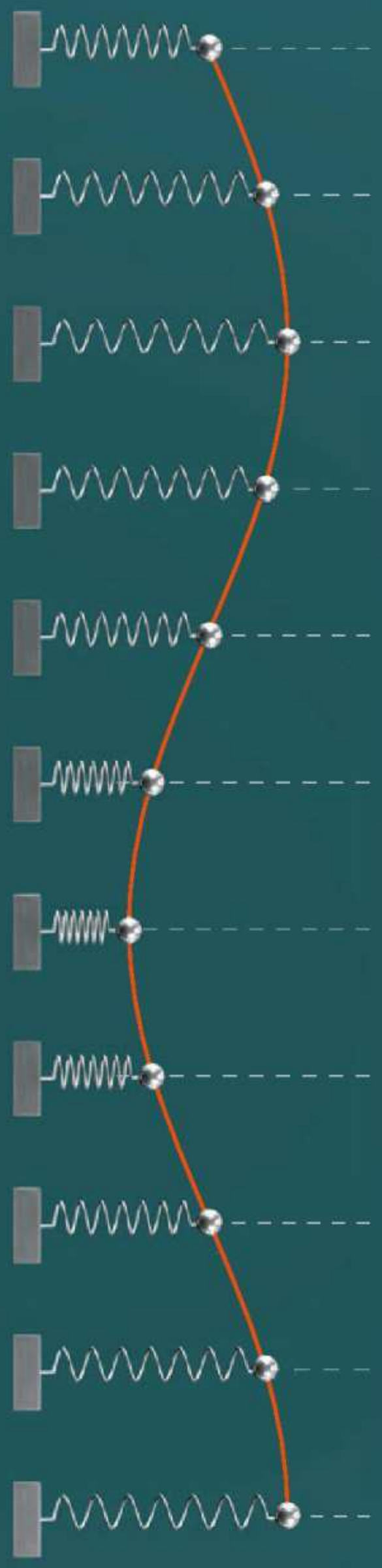
W silniku spalinowym ruch tłoka, w przybliżeniu harmoniczny, jest zamieniany na ruch obrotowy, a następnie za pomocą wału przenoszony np. na koła samochodu.



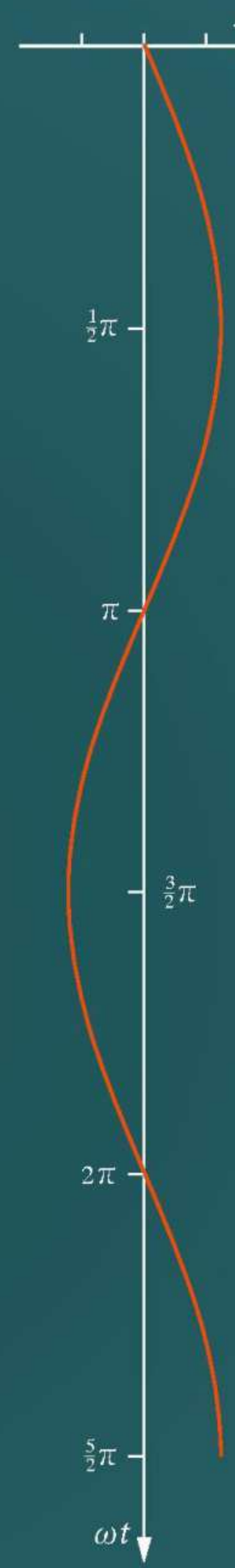


Rzutem punktu (oznaczonego niebieską kropką) poruszającego się ruchem jednostajnym po okręgu jest punkt zaznaczony na czerwono. Punkt ten porusza się ruchem harmonicznym.

Wahadło porusza się ruchem harmonicznym (wychylenia wahadła do 20°). Siłą, która wprawia je w ruch, jest siła wypadkowa siły ciężkości i siły naciągu nici.



Siła sprężystości działająca na ciężarek wychylony z położenia równowagi wprawia go w ruch harmoniczny.



Jeśli na osi zamiast czasu zaznaczymy fazę, wykres ten pozostanie taki sam niezależnie od częstotliwości drgań.

Okres drgań wahadła matematycznego

Stwierdziliśmy, że na nakrętkę działa siła równa w przybliżeniu:

$$F = -\frac{mg}{l} \cdot x$$

Zgodnie z ogólnym wzorem na siłę w ruchu harmonicznym jest ona też równa:

$$F = -m\omega^2 \cdot x$$

Po porównaniu obu wzorów otrzymujemy: $-\frac{mg}{l} \cdot x = -m\omega^2 \cdot x$, czyli

$$\frac{g}{l} = \omega^2$$

Zatem częstość kołowa wynosi:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

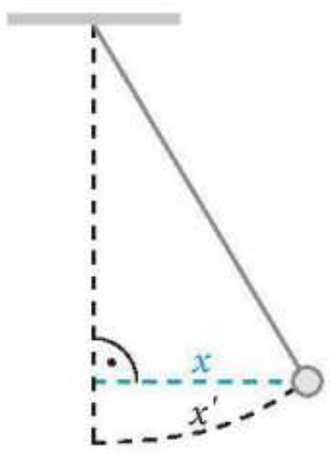
Z powyższej zależności oraz wzoru $\omega = \frac{2\pi}{T}$ otrzymujemy:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Wyprowadziliśmy wzór na **okres drgań wahadła matematycznego**. Zauważ, że zależy on od długości wahadła l i przyspieszenia grawitacyjnego g, natomiast nie zależy od amplitudy drgań ani masy wahadła (zgodnie z wynikami doświadczenia 21.).

Zależność okresu drgań od długości wahadła również zgadza się z wynikami doświadczenia 21.: 4 razy dłuższe wahadło ma $\sqrt{4} = 2$ razy dłuższy okres.

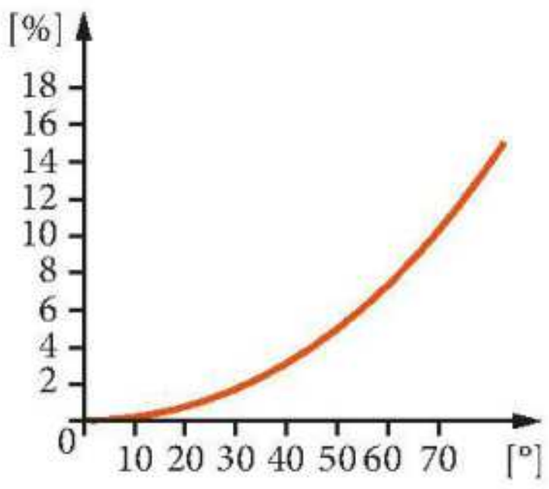
Często przez **położenie wahadła** x rozumie się **jego współrzędną w poziomie**, a nie długość łuku x'. Dla małych wychyleń różnice między tymi wielkościami można pominąć.



Okres drgań wahadła a amplituda

Powróćmy do doświadczenia 21., przeprowadzonego na początku lekcji. Jak pokazują jego wyniki, okres drgań wahadła matematycznego (przy małych wychyleniach) nie zależy od amplitudy drgań.

Pamiętajmy, że niezależność okresu od amplitudy uzasadniliśmy **dla małej amplitudy drgań**, gdy można przyjąć przybliżenie $\sin x \approx x$. Kiedy wychylenia wahadła są na tyle duże, że nie można przyjąć takiego przybliżenia, drgania nie są już harmoniczne, a ich okres zależy od amplitudy. Wykres na rys. 9.30 przedstawia, o ile procent rzeczywisty okres wahadła jest większy od okresu obliczonego ze wzoru $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. Na osi poziomej zaznaczono maksymalny kąt odchylenia wahadła od pionu (w stopniach).



Rys. 9.30. Różnica (w procentach) między rzeczywistym okresem drgań wahadła a obliczonym ze wzoru (patrz opis w tekście)

Zauważ, że nawet dla całkiem dużych kątów, takich jak 30°, ta różnica nie przekracza 2%, a w przypadku kątów mniejszych niż 10° jest tak mała, że nie widać jej na wykresie. Nie będziemy więc jej uwzględniać nawet wtedy, gdy postaramy się wyznaczyć okres wahadła z dokładnością do kilku procent, jak w doświadczeniu obowiązkowym na s. 176.

A to ciekawe

Fakt, że okres drgań wahadła nie zależy od amplitudy, odkrył w 1581 r. Galileusz. W wysokim kościele obserwował kołyszący się żyrandol (patrz ilustracja). Zmierzył czas za pomocą własnego pulsu i zauważył, że okres wahnięć nie zmienia się mimo malejącej amplitudy. Dzięki temu odkryciu 76 lat później holenderski uczony Christian Huygens (czyt. hojhens) zbudował zegar wahadłowy. Zegar tego typu był najdokładniejszym przyrządem do pomiaru czasu aż do wynalezienia zegara kwarcowego w 1927 r.

Okres drgań wahadła a masa

Inaczej jest z niezależnością okresu wahadła od jego masy. O tej niezależności możemy mówić także w przypadku drgań o dużej amplitudzie. Gdybyśmy w naszym doświadczeniu wyznaczali okresy wahadeł o różnej masie, to nawet dla dużych wychyleń nie zależałyby one od masy.

Dzieje się tak z tego samego powodu, z którego przyspieszenie w spadku swobodnym nie zależy od masy ciała. Siła powodująca ruch wahadła jest proporcjonalna do siły ciężkości, a więc i do masy ciężarka. Ciężarek o większej masie ma jednak większą bezwładność, więc mimo że działa na niego proporcjonalnie większa siła, wahadło porusza się z takim samym przyspieszeniem.
Pamiętajmy jednak, że zgodnie z naszymi założeniami masa ciężarka musi być znacznie większa od masy nitki, a także na tyle duża, aby można było pominąć wpływ oporu powietrza.

Okres drgań jest **niezależny**:
- od amplitudy – tylko dla niewielkiego kąta,
- od masy – zawsze.

Wyznaczanie przyspieszenia ziemskiego

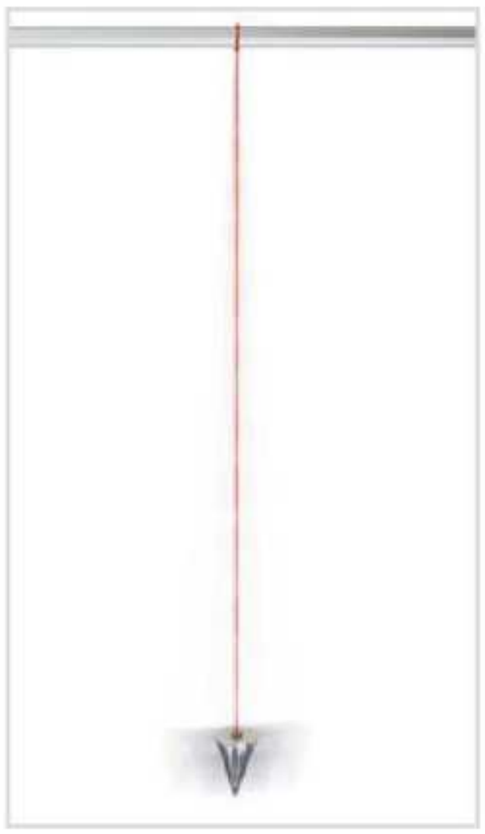
Przyspieszenie ziemskie można łatwo wyznaczyć za pomocą wahadła matematycznego, ponieważ jego długość i okres wahań da się zmierzyć bardzo dokładnie.
Wzór na okres wahadła matematycznego:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

możemy przekształcić do postaci:

$$g = \frac{(4\pi^2 l)}{T^2}$$

Gdy zmierzymy długość wahadła i okres jego drgań, obliczymy przyspieszenie ziemskie. Długość wahadła można zmierzyć dość dokładnie, a jego okres – wyznaczyć z niewielką niepewnością na podstawie pomiaru kilkudziesięciu okresów. Dzięki temu przyspieszenie ziemskie wyznaczymy ze znacznie mniejszą niepewnością niż na podstawie pomiaru czasu spadania ciał. Pomiary dla wielu różnych wahadeł pozwolą jeszcze bardziej zmniejszyć tę niepewność.



Doświadczenie 22 – obowiązkowe

Wyznaczanie wartości przyspieszenia ziemskiego

1. Zawieś masywny obciążnik, np. metalową nakrętkę, na długiej nici (ponad 1,5 m) i przywiąż jej wolny koniec do stabilnego elementu, np. drążka, pod którym wahadło będzie mogło swobodnie się poruszać.
2. Zmierz długość powstałego wahadła. Wpraw wahadło w niewielkie drgania i zmierz ich okres. Najlepiej zmierz łączny czas, np. 40 cykli drgań, a następnie podziel wynik przez 40.
3. Skróć nić i ponownie wykonaj czynności opisane w punkcie 2. Powtórz pomiary dla kilku długości wahadeł.
4. Dla każdej długości nici i odpowiadającego jej okresu wyznacz przyspieszenie ziemskie. Oblicz średnią arytmetyczną tych wyników i jej niepewność.

Uwaga. Pomiary są łatwiejsze i dokładniejsze, kiedy wahadło jest dłuższe.

Analiza wyników i niepewności pomiarowych

Zbudowaliśmy 8 wahadeł. Ich długości i okresy zapisaliśmy w tabeli 9.8. Ze wzoru:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

wyznaczyliśmy przyspieszenie ziemskie:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$$

Na podstawie tej zależności obliczyliśmy g dla każdego pomiaru l i T. Wyniki zamieściliśmy w kolejnym wierszu tabeli 9.8.

Tabela 9.8. Pomiary i obliczenia dla doświadczenia 22.

l [m]	0,40	0,60	0,75	0,91	1,00	1,21	1,42	1,69
T [s]	1,275	1,550	1,725	1,900	2,000	2,200	2,360	2,600
$g\ \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right]$	9,71	9,86	9,95	9,95	9,87	9,87	10,07	9,87

Średnia wartości g obliczonych dla kolejnych pomiarów wynosi $9{,}89\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Skrajne wyniki to: $9{,}71\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ oraz $10{,}07\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Przypomnijmy, że połowa ich różnicy to niepewność maksymalna pojedynczego pomiaru:

$$\Delta g = \frac{10{,}07\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} - 9{,}71\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{2} = 0{,}18\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Niepewność maksymalna średniej, cz. I s. 23

Aby obliczyć **niepewność maksymalną średniej**, dzielimy niepewność maksymalną pojedynczego pomiaru przez pierwiastek z liczby pomiarów:

$$\Delta g = \frac{0{,}18\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{\sqrt{8}} = 0{,}064\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Po zaokrągleniu możemy więc zapisać nasz wynik w postaci:

$$g = 9{,}89\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \pm 0{,}06\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Jest to o około 1% więcej niż znana ci wartość tablicowa. Ta niewielka różnica może wynikać z przyjętej przez nas przybliżonej metody opracowania danych. W dokładniejszych obliczeniach powinniśmy obliczyć niepewność g dla każdego z wyników z osobna. Okazałoby się, że te wyniki obarczone są różną niepewnością, a w tej sytuacji obliczanie średniej arytmetycznej jest metodą tylko przybliżoną.

Po tej lekcji powinieneś

- opisywać ruch wahadła matematycznego jako ruch harmoniczny;
- badać doświadczalnie ruch wahadła matematycznego;
- wyznaczać przyspieszenie ziemskie za pomocą wahadła matematycznego.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

Przykład

Z dwóch identycznych obciążników wykonano dwa wahadła, przy czym jeden obciążnik zawieszono na nici, a drugi – na sprężynie. Oba wahadła miały taki sam okres drgań. Oblicz długość nici, jeśli wiadomo, że pod wpływem ciężaru obciążnika sprężyna zwiększyła swoją długość o $\Delta x = 20$ cm.

Rozwiązanie

Wahadło zawieszone na nici jest wahadłem matematycznym, natomiast zawieszone na sprężynie – sprężynowym. Okresy drgań takich wahadeł obliczamy odpowiednio ze wzorów:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad \text{i} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

gdzie:

T – okres drgań każdego z wahadeł, l – długość wahadła matematycznego, g – przyspieszenie ziemskie, m – masa obciążnika, k – współczynnik sprężystości sprężyny.

Po porównaniu okresów drgań obu wahadeł i uproszczeniu równania otrzymujemy:

$$mg = kl$$

Wiemy, że pod wpływem siły:

$$F_g = mg$$

sprężyna uległa rozciągnięciu o Δx, co zgodnie z prawem Hooke'a (patrz pierwsza część podręcznika s. 206) oznacza, że $mg = k\Delta x$, stąd:

$$kl = k\Delta x, \text{ czyli } l = \Delta x$$

Odpowiedź: Wahadło matematyczne miało długość 20 cm.

Uwaga. Rozwiązanie tego zadania stanowi pewnego rodzaju ciekawostkę. Długość wahadła matematycznego jest równa przyrostowi długości sprężyny pod wpływem ciężaru obciążnika i nie zależy od żadnych innych danych. Jak sądzisz, czy byłoby to prawdą, gdyby masy wahadeł były różne?

Zadania s. 178

Pytania i zadania

1. Zgodnie z pierwszą definicją metra, sformułowaną w XVII w., 1 metr to długość wahadła, którego połowa okresu wynosi 1 s (a więc okres wynosi 2 s). W późniejszych latach ta definicja była wielokrotnie zmieniana, dlatego dzisiejszy metr różni się nieco od metra z pierwszej definicji.

a) Oblicz długość wahadła, którego okres wynosi 2 s. Odpowiedź podaj z dokładnością do 1 mm.

b) O ile procent twój wynik różni się od 1 m?

2. Wahadło matematyczne o pewnej długości wykonuje na Ziemi drgania, których okres wynosi 3 s. Oblicz, ile wynosiłby okres drgań takiego samego wahadła umieszczonego na Marsie. Przyjmij do obliczeń wartość przyspieszenia grawitacyjnego na Ziemi $g_Z = 9{,}81\ \frac{m}{s^2}$, a na Marsie $g_M = 3{,}70\ \frac{m}{s^2}$.

3. W chwili $t = 0{,}3$ s od przejścia przez położenie równowagi wahadło matematyczne osiągnęło maksymalne wychylenie równe 2 cm. Oblicz:

a) okres wahadła i jego długość,

b) prędkość w chwili $t_0 = 0$ s (tj. w chwili przechodzenia przez położenie równowagi),

c) prędkość w chwili $t_1 = 0{,}1$ s.

4. Uczeń chciał wykonać doświadczenie obowiązkowe ze s. 169. Podobnie jak w naszym opisie, najpierw zmierzył okres dla wahadła wykonanego ze stalowej nakrętki zawieszonej na nici. Następnie przywiązał do tej nakrętki cztery kolejne (jak na zdjęciu). Okazało się, że okres wahadła się zmienił.

a) Jaki błąd popełnił ten uczeń, gdy planował swoje doświadczenie?

b) Czy okres jego wahadła zwiększył się czy zmniejszył po dowiązaniu nakrętek?

5. Wykaż doświadczalnie, że ruch wahadła matematycznego jest ruchem harmonicznym. W tym celu:

a) Wykonaj wahadło. Zawieś obciążnik na nici długości ok. 1 m. W tle nici umieść miarkę (kątomierz) pozwalającą mierzyć kąt wychylenia wahadła od pionu (patrz zdjęcia poniżej).

b) Ustaw kamerę tak, aby filmować ruch wahadła, a następnie ją włącz.

c) Wpraw wahadło w ruch.

d) Za pomocą programu Tracker sporządź wykres drgań wahadła $\alpha(t)$.

e) Odczytaj z wykresu amplitudę i okres drgań wahadła.

f) Przenieś dane z programu Tracker do arkusza kalkulacyjnego. Sporządź w tym samym układzie współrzędnych wykres drgań twojego wahadła według danych doświadczalnych oraz wykres drgań harmonicznych o amplitudzie i okresie odczytanych w punkcie e). Porównaj wykresy.

***6.** Wahadło matematyczne ma długość 1 m i wykonuje drgania o amplitudzie 10 cm. Oblicz siłę, jaką ciężarek o masie 10 g działa na nitkę po 0,2 s od chwili maksymalnego wychylenia.

9.5. Energia w ruchu harmonicznym

Przypomnij sobie

- Energia potencjalna grawitacji ciała o masie m znajdującego się na wysokości h nad poziomem przyjętym umownie za zerowy jest wyrażana wzorem $E_{pg} = mgh$.
- Energia kinetyczna ciała o masie m poruszającego się z prędkością v jest wyrażana wzorem $E_k = \frac{1}{2}mv^2$.
- Energia potencjalna sprężystości zgromadzona w sprężynie o współczynniku sprężystości k, której odkształcenie wynosi x, jest wyrażana wzorem $E_{ps} = \frac{1}{2}kx^2$.

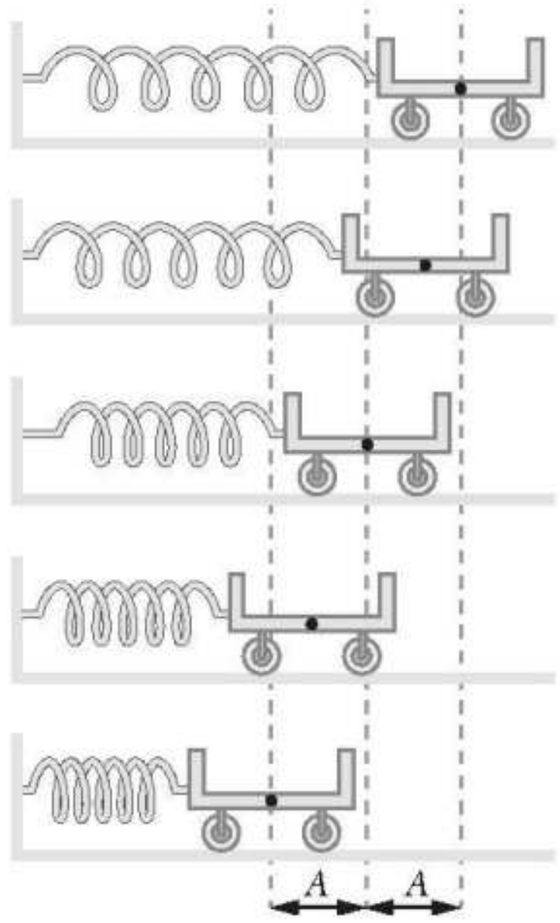
Drganiom harmonicznym towarzyszą przemiany energii. Omówimy je na trzech przykładach: ciała na sprężynie poruszającego się w poziomie, obciążnika na sprężynie poruszającego się w pionie oraz wahadła matematycznego.

Ciało na sprężynie – ruch w poziomie

Przykładem ruchu harmonicznego jest ruch drgający wagonika na sprężynie odbywający się w poziomie (rys. 9.31). W tym ruchu mamy do czynienia z dwiema formami energii: energią potencjalną sprężystości oraz energią kinetyczną. Pomijamy tarcie wagonika o podłoże. Obliczmy wartości tych energii w chwili t, w której wychylenie wagonika wynosi x, przy czym $x = A\sin(\omega t)$.

Dla energii potencjalnej sprężystości odpowiedni wzór wyprowadziliśmy w lekcji 5.4 pierwszej części podręcznika (s. 206): $E_{ps} = \frac{1}{2}kx^2$. Po podstawieniu zależności $x = A\sin(\omega t)$ otrzymujemy:

$$E_{ps} = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t)$$



Rys. 9.31. Podczas ruchu w poziomie wagonika na sprężynie zachodzi przemiana energii kinetycznej w energię potencjalną sprężystości i z powrotem

Do obliczenia energii kinetycznej wykorzystamy wzór na prędkość ciała poruszającego się ruchem harmonicznym $v = A\omega\cos(\omega t)$.

Po podstawieniu go do wzoru na energię kinetyczną otrzymujemy:

Wzory opisujące ruch harmoniczny s. 156

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\,A^2\omega^2\cos^2(\omega t)$$

Ponieważ ze wzoru $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ wynika zależność $\omega^2 = \frac{k}{m}$, możemy zapisać:

$$E_k = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t)$$

Po dodaniu do siebie wyróżnionych wzorów otrzymamy wzór na **całkowitą energię mechaniczną** w ruchu harmonicznym:

$$E_c = E_{ps} + E_k$$

$$E_c = \tfrac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t) + \tfrac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t) = \tfrac{1}{2}kA^2[\sin^2(\omega t) + \cos^2(\omega t)]$$

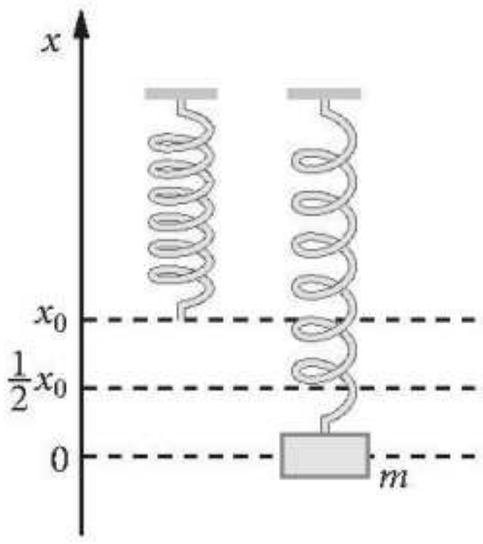
Korzystamy z **jedynki trygonometrycznej** $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$$E_c = \tfrac{1}{2}kA^2$$

Wzory na E_{ps} i E_k możemy więc zapisać w postaci:

$$E_{ps} = E_c\sin^2(\omega t) \qquad E_k = E_c\cos^2(\omega t)$$

Obciążnik na sprężynie – ruch w pionie



Rys. 9.32. Położenie równowagi obciążonej sprężyny znajduje się niżej niż w przypadku sprężyny bez obciążenia

Podczas ruchu w pionie obciążnika wiszącego na sprężynie przemianom ulegają trzy formy energii: energia kinetyczna, energia potencjalna grawitacji oraz energia potencjalna sprężystości.

Ponieważ obciążnik porusza się w pionie, jego położenie będziemy określać jako współrzędną na pionowej osi x skierowanej w górę. Punkt zerowy znajduje się w położeniu równowagi obciążnika (rys. 9.32). Oznaczmy położenie końca nieobciążonej sprężyny symbolem x_0. Ponieważ obciążnik o masie m (a więc o ciężarze mg) powoduje rozciągnięcie sprężyny o x_0, możemy zapisać:

$$kx_0 = mg$$

Gdy obciążnik znajdzie się w punkcie o współrzędnej x, zmiana długości sprężyny będzie wynosić $x - x_0$, a więc energia potencjalna sprężystości osiągnie wartość:

$$E_{ps} = \tfrac{1}{2}k(x - x_0)^2$$

Nawet jeśli $x - x_0 < 0$, to kwadrat tej różnicy jest dodatni.

Aby zapisać wzór na energię potencjalną grawitacji, musimy wybrać poziom, względem którego ją obliczamy. W celu ułatwienia sobie dalszych rachunków przyjmiemy, że poziom odniesienia jest równy $\frac{1}{2}x_0$. Wobec tego energia potencjalna grawitacji obciążnika wynosi:

$$E_{pg} = mg(x - \tfrac{1}{2}x_0) = kx_0(x - \tfrac{1}{2}x_0)$$

E_{pg} jest ujemna, gdy $x < \frac{1}{2}x_0$.

Opis przemian energii staje się prostszy, gdy weźmiemy pod uwagę **łączną energię potencjalną sprężystości i grawitacji**:

$$E_p = E_{ps} + E_{pg}$$

Skorzystaliśmy ze wzoru skróconego mnożenia: $(x - x_0)^2 = x^2 - 2xx_0 + x_0^2$

Po dodaniu wzorów na E_{ps} i E_{pg} oraz wykonaniu uproszczeń otrzymamy wyrażenie:

$$E_p = \tfrac{1}{2}kx^2$$

które ma postać identyczną jak wzór na E_{ps} dla ruchu obciążnika w poziomie. Po podstawieniu zależności $x(t)=A\sin(\omega t)$ otrzymujemy więc takie samo wyrażenie jak poprzednio:

$$E_p = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t)$$

Ponieważ zależność $v(t)$ jest taka sama zarówno dla ruchu w pionie, jak i w poziomie, również energia kinetyczna zmienia się w czasie w ten sam sposób:

$$E_k = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t)$$

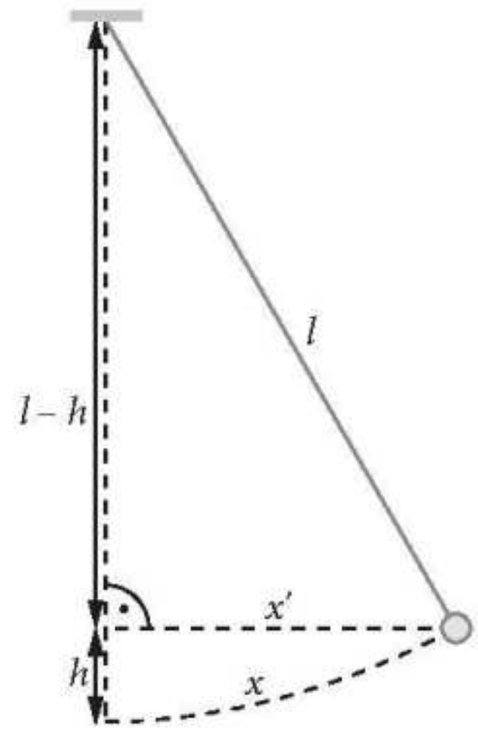
Wzór na energię całkowitą zyska tę samą postać co poprzednio:

$$E_c = \frac{1}{2}kA^2$$

Rys. 9.33. Podczas skakania na sprężystej uprzęży zachodzi przemiana energii potencjalnej sprężystości w energię potencjalną grawitacji i energię kinetyczną

Wahadło matematyczne

Podczas ruchu wahadła zachodzą podobne przemiany energii jak w przypadku ruchu obciążnika zawieszonego na sprężynie. Podstawowa różnica polega na tym, że nie rozpatrujemy już energii potencjalnej sprężystości. Mamy do czynienia jedynie z energią potencjalną grawitacji. Aby zapisać wzór na tę formę energii, musimy najpierw opisać wysokość, na której znajduje się ciężarek wahadła. Za poziom zerowy przyjmujemy najniższe położenie wahadła.



Rys. 9.34. Sposób obliczania wysokości, na jakiej znajduje się ciężarek wahadła

Na rysunku 9.34 obrazującym odchylenie wahadła możemy dostrzec trójkąt prostokątny. Zapisujemy dla niego twierdzenie Pitagorasa:

$$(l-h)^2 + x'^2 = l^2$$

Ponieważ rozważamy niewielkie wychylenia, możemy przyjąć, że $x' = x$, gdzie x jest długością łuku. Nasze równanie przyjmuje więc postać:

$$(l-h)^2 + x^2 = l^2$$

czyli po przekształceniach:

$$2lh = x^2 + h^2$$

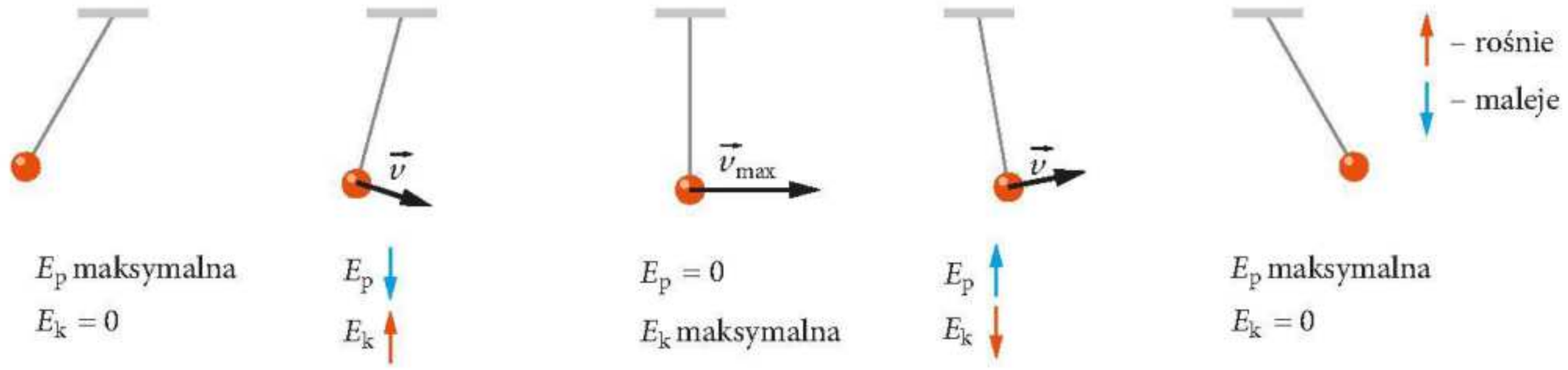
$$2lh = x^2\left[1+\left(\frac{h}{x}\right)^2\right]$$

Po raz drugi posłużymy się przybliżeniem. Przy małych wychyleniach h jest znacznie mniejsze od x, a więc $\frac{h}{x}$ jest bardzo niewielkim ułamkiem. Kwadrat tego ułamka jest jeszcze mniejszą liczbą. Możemy więc go pominąć i zapisać:

$$2lh = x^2, \qquad \text{stąd} \qquad h = \frac{x^2}{2l}$$

Ponieważ $\frac{h}{x}$ jest niewielkim ułamkiem, $\left(\frac{h}{x}\right)^2$ jest znacznie mniejsze od 1, np. $\left(\frac{1}{20}\right)^2 = \frac{1}{400}$

Przemiany energii w ruchu wahadła



Dzięki wyrażeniu na h, wyprowadzonemu na wcześniejszej stronie, wzór na energię potencjalną przyjmie postać:

$$E_p = mgh = \frac{mg}{2l}x^2 = \frac{mgA^2}{2l}\sin^2(\omega t)$$

Przejdźmy do opisu energii kinetycznej. Gdy do ogólnego wzoru $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ podstawimy zależność $v(t)$ dla ruchu harmonicznego, wtedy:

$$E_k = \frac{1}{2}m[A\omega\cos(\omega t)]^2 = \frac{1}{2}mA^2\omega^2\cos^2(\omega t)$$

Skorzystajmy z zależności $\omega^2 = \frac{g}{l}$. Wzór przyjmie postać:

$$E_k = \frac{mgA^2}{2l}\cos^2(\omega t)$$

Korzystamy z jedynki trygonometrycznej.

Po zsumowaniu energii potencjalnej i kinetycznej otrzymamy całkowitą energię mechaniczną wahadła:

$$E_c = \frac{mgA^2}{2l}$$

Stąd wzory na E_p i E_k zapiszemy: $E_p = E_c\sin^2(\omega t)$ i $E_k = E_c\cos^2(\omega t)$.

Cechy wspólne przemian energii w ruchu drgającym

Dla wszystkich badanych przez nas ruchów harmonicznych energię potencjalną i kinetyczną możemy opisać za pomocą zależności:

$$E_p = E_c\sin^2(\omega t) \qquad E_k = E_c\cos^2(\omega t)$$

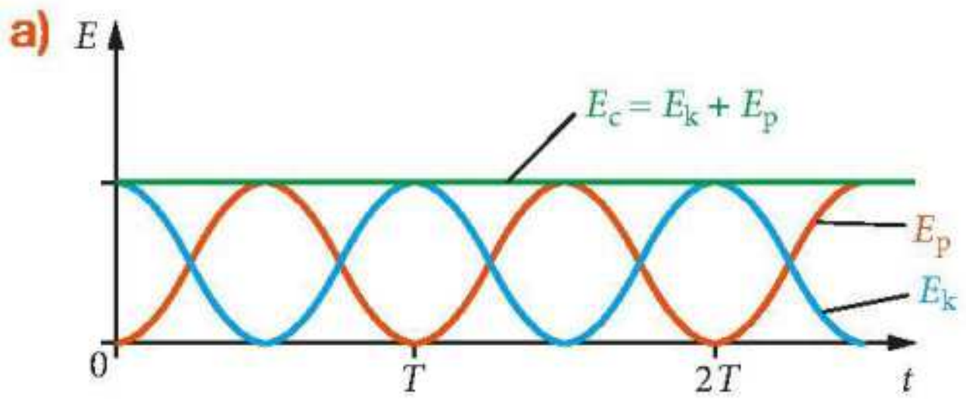
Opisane wzorami zmiany E_p i E_k najłatwiej przeanalizować, gdy przedstawimy je na wykresie (rys. 9.35a na następnej stronie).

Energia potencjalna osiąga wartość maksymalną, gdy energia kinetyczna maleje do zera (a więc prędkość chwilowa także jest równa zeru).

Z kolei przez położenie równowagi, w którym energia potencjalna jest równa zeru, ciało przechodzi z maksymalną prędkością (czyli z maksymalną energią kinetyczną).

Suma energii kinetycznej i potencjalnej, czyli energia całkowita, jest stała. Wynika to z dobrze ci znanej zasady zachowania energii.

Zasada zachowania energii, cz. I s. 201
W układzie izolowanym całkowita energia wszystkich ciał nie ulega zmianie.



Rys. 9.35. Energia ciała w ruchu harmonicznym: a) zależność od czasu, b) zależność od wychylenia

Zauważmy jeszcze jedną wspólną cechę wzorów na energię całkowitą ciężarka na sprężynie oraz wahadła matematycznego:

$$E_c = \frac{1}{2}kA^2 \qquad E_c = \frac{mg}{2l}A^2$$

W obu przypadkach mamy do czynienia z taką samą zależnością.

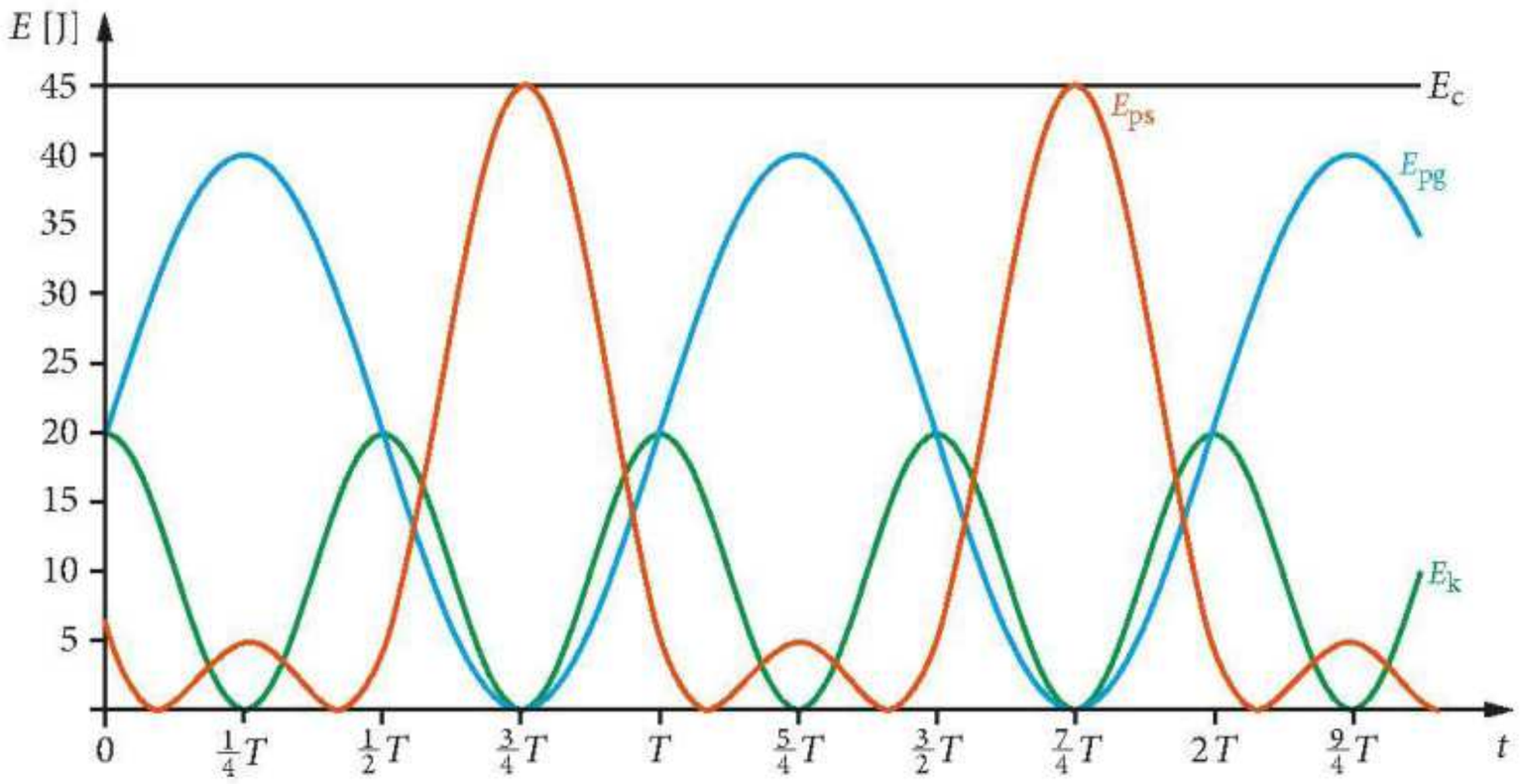
> Energia całkowita jest proporcjonalna do kwadratu amplitudy.

Powyższe rozważania stanowią ilustrację jednej z ważnych cech fizyki. Ten sam model matematyczny – w naszym przypadku opis ruchu harmonicznego – można zastosować do zjawisk, których fizyczne przyczyny są zupełnie inne (siła sprężystości i siła grawitacji). Z następnej części podręcznika dowiesz się, że w analogiczny sposób można opisywać także niektóre zjawiska elektromagnetyczne.

Zmiany energii w ruchu obciążnika w pionie

W naszych rozważaniach wyprowadziliśmy wzory na wszystkie trzy formy energii podlegające przemianom w ruchu obciążnika wiszącego na sprężynie. Za pomocą programu komputerowego możemy przedstawić ich zmiany na wykresie. Wykres takich zmian dla przykładowych danych pokazano na rysunku 9.36.

Zwróć uwagę na kształt wykresu E_{ps}. Większe maksima tej energii odpowiadają maksymalnemu rozciągnięciu sprężyny, natomiast mniejsze – sytuacji, gdy $x > x_0$ i sprężyna jest skurczona do długości mniejszej niż bez obciążenia.



Rys. 9.36. Wykres przemian energii obciążnika zawieszonego na sprężynie dla $x_0 = 1$ m, $A = 2$ m, $m = 1$ kg, $g = 10\ \frac{m}{s^2}$. Kolorami oznaczono zależność energii od czasu: zielonym – kinetycznej $E_k(t)$, niebieskim – potencjalnej grawitacji $E_{pg}(t)$, czerwonym – potencjalnej sprężystości $E_{ps}(t)$, czarnym – całkowitej $E_c(t)$

Po tej lekcji powinieneś

- analizować przemiany energii w ruchu harmonicznym;
- stosować zasadę zachowania energii i wzory z nią związane do rozwiązywania zadań dotyczących ruchu harmonicznego;
- sporządzać i analizować wykresy zależności poszczególnych form energii od czasu i wychylenia.

Pytania i zadania ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

Przykład

Wahadło o długości $l = 1$ m wykonuje drgania o amplitudzie $A = 50$ cm. Oblicz, z jaką prędkością porusza się w najniższym położeniu. Rozwiąż zadanie na dwa sposoby:

a) bezpośrednio z zasady zachowania energii,

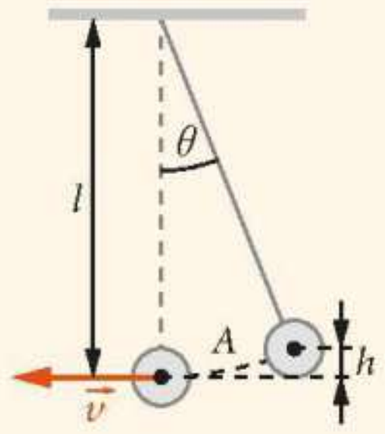
b) za pomocą wzorów opisujących ruch harmoniczny.

Porównaj wyniki. Wyjaśnij, która z metod jest dokładna, a która przybliżona, i na czym polega przybliżenie.

Rozwiązanie

a) Przy maksymalnym wychyleniu wahadło tworzy z pionem kąt θ. Zatem:

$$A = l\theta, \text{ czyli } \theta = \frac{A}{l}, \text{ stąd } \theta = 0{,}5 \text{ rad}$$



Wychylone wahadło znajduje się na wysokości h (mierzonej względem najniższego położenia), przy czym:

$$h = l - l\cos\theta$$

Po podstawieniu danych liczbowych:

$$h \approx 12{,}2 \text{ cm} = 0{,}122 \text{ m}$$

Podczas ruchu od najwyższego do najniższego położenia energia potencjalna wahadła zmienia się w energię kinetyczną:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

a więc:

$$v = \sqrt{2gh}$$

Po podstawieniu danych liczbowych otrzymujemy:

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0{,}122 \text{ m}} \approx 1{,}55 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) Skorzystamy ze wzoru na prędkość w ruchu harmonicznym:

$$v = A\omega\cos(\omega t)$$

Przy założeniu, że czas mierzymy od chwili, gdy ciało przechodzi przez położenie równowagi, możemy przyjąć, że $t = 0$, czyli:

$$v = A\omega$$

Pozostało nam obliczenie częstości kołowej:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

Uwaga. Ten wzór wyprowadziliśmy na s. 174. Nie musisz go znać na pamięć. Można najpierw obliczyć okres wahadła, a dopiero z niego częstość kołową.

Po podstawieniu danych uzyskujemy:

$$\omega = \sqrt{\frac{9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{1\,\mathrm{m}}} \approx 3{,}132\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$$

stąd:

$$v = 0{,}5\,\mathrm{m} \cdot 3{,}132\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}} \approx 1{,}57\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Odpowiedź: Wynik otrzymany pierwszą metodą to $1{,}54\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, a drugą $1{,}57\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Dokładniejszy jest pierwszy sposób rozwiązania, gdyż w drugim zakładamy, że wahadło porusza się ruchem harmonicznym, co jest prawdziwe tylko w przybliżeniu. Jednak jak widać, mimo dużej amplitudy drgań wyniki uzyskane oboma sposobami są bardzo zbliżone.

Uwaga. Przybliżenie drgań harmonicznych dla wahadła odchylającego się o 0,5 rad (prawie 30°) zwykle odrzuca się jako zbyt mało dokładne. Jednak w naszym przykładzie różnica wyników wyniosła tylko 2%.

1. Wagonik o masie 500 g drga w poziomie na sprężynie o współczynniku sprężystości $10\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$. Amplituda drgań wynosi 4 cm. Oblicz:

a) energię potencjalną sprężystości wagonika przy maksymalnym wychyleniu,

b) prędkość wagonika w chwili przejścia przez położenie równowagi.

2. Na sprężynie długości 20 cm zawieszono ciężarek o masie 50 g. Wówczas jej długość zwiększyła się do 25 cm. Następnie ciężarek wprawiono w drgania o amplitudzie 6 cm.

a) Oblicz częstotliwość drgań ciężarka.

b) Oblicz wartości energii kinetycznej i potencjalnej ciężarka po czasie 0,6 s od chwili, gdy znajdował się on w najniższym położeniu.

c) Oblicz wartości energii kinetycznej, potencjalnej sprężystości i potencjalnej grawitacji ciężarka w najwyższym położeniu. Za poziom odniesienia energii potencjalnej grawitacji przyjmij położenie równowagi ciężarka na sprężynie.

3. Wahadło matematyczne o długości 60 cm wychylono i puszczono. Po jakim czasie od chwili puszczenia wahadła jego energia kinetyczna i potencjalna będą sobie równe? Przyjmij, że energia potencjalna jest równa zeru w położeniu równowagi.

4. Ile wynoszą maksymalna prędkość oraz maksymalna energia kinetyczna człowieka o masie 60 kg, który na długiej elastycznej linie (bungee, czyt. bandżi – patrz zdjęcie) porusza się w pionie ruchem drgającym o amplitudzie 5 m? Stała sprężystości liny $k = 60\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$.

9.6. Drgania tłumione i wymuszone. Rezonans

Przypomnij sobie

- Z ruchem ciała najczęściej są związane opory ruchu.
- Tylko w idealnych warunkach (bez oporów) ruch drgający odbywałby się w ten sam sposób dowolnie długo.

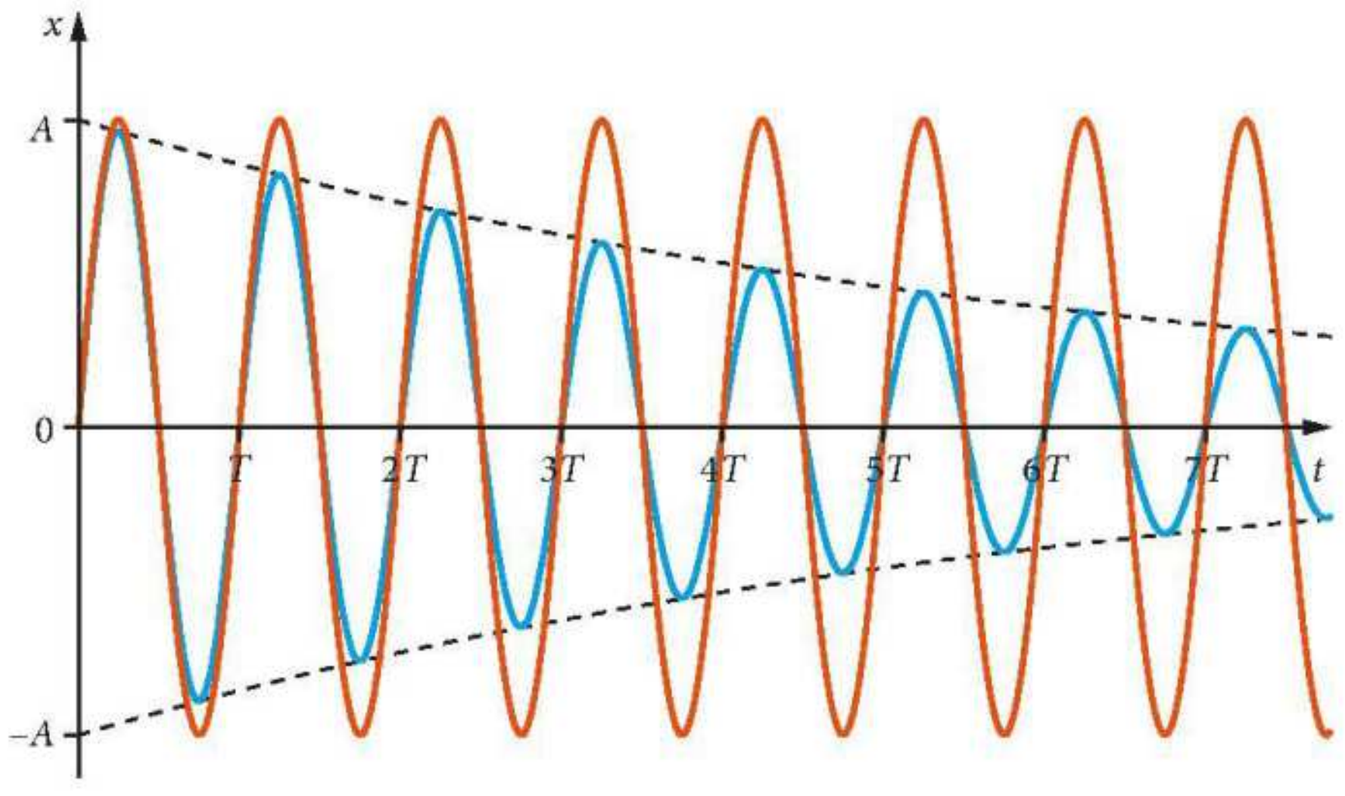
Huśtawka wprawiona w ruch zatrzyma się po pewnym czasie. Również drgania struny gitary ustaną po kilku lub kilkunastu sekundach. Ponieważ zawsze występują opory ośrodka, z czasem amplituda drgań maleje. Mamy wówczas do czynienia z **drganiami tłumionymi**.
Ruch drgający można jednak podtrzymywać, dostarczając energię do układu, czyli wywołując **drgania wymuszone**.

Doświadczenie 23

1. Do dwóch nici jednakowej długości przyklej plastelinowe kulki takiej samej wielkości. Tak przygotowane wahadła zawieś na poziomej rurce.
2. Do jednego z wahadeł przymocuj kawałek papieru (jak na zdjęciu).
3. Wychyl wahadła o ten sam kąt i puść. Obserwuj je. Czym różni się ruch tych wahadeł?

Drgania tłumione

Gdy siły oporu działające na wahadło są niewielkie, częstotliwość jego drgań praktycznie się nie zmienia, maleje natomiast ich amplituda. Mówimy wtedy o **drganiach harmonicznych tłumionych** (albo o drganiach z tłumieniem). Energia zostaje rozproszona, zamieniona na energię wewnętrzną wahadła i cząsteczek otoczenia.
Zwróć uwagę, że ruch tłumiony nie spełnia wszystkich warunków ruchu drgającego, w którym cykl drgań powinien się dokładnie powtarzać.



Rys. 9.37. Drgania harmoniczne bez tłumienia (czerwony wykres) i z tłumieniem (niebieski wykres)

Drgania wymuszone i rezonans

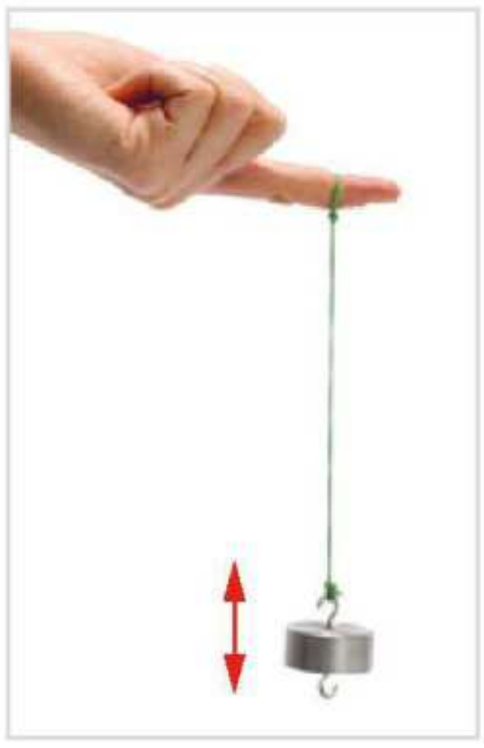
Co się dzieje, gdy na ciało wykonujące drgania działamy siłą zewnętrzną o pewnej częstotliwości? Wykonajmy proste doświadczenie.

Doświadczenie 24 – obowiązkowe

Demonstrowanie zjawiska rezonansu mechanicznego

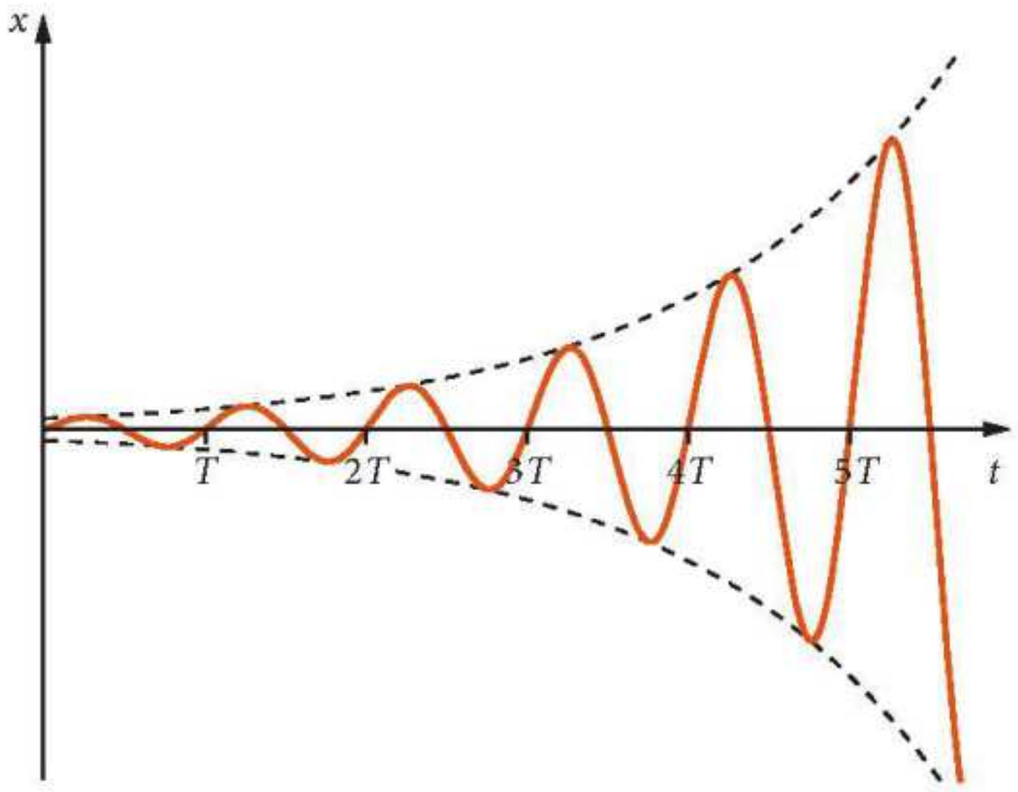
Uwaga. Gumka może się przerwać, doświadczenie wykonaj nad materacem lub innym miękkim obiektem.

1. Rozetnij gumkę recepturkę. Do jednego jej końca przymocuj ciężarek, a drugi – przywiąż sobie do palca.
2. Wpraw ciężarek w ruch w pionie. Za pomocą stopera lub zegarka z sekundnikiem wyznacz okres i częstotliwość drgań ciężarka.
3. Następnie poruszaj rytmicznie palcem w górę i w dół. Znajdź taką częstotliwość, aby amplituda drgań ciężarka wzrastała.



W tym doświadczeniu możemy zaobserwować, że ciężarek zawieszony na gumce przywiązanej do nieruchomego palca drga z pewną częstotliwością. Częstotliwość tę nazywamy **częstotliwością drgań własnych**.
Gdy dodatkowo pobudzamy go do drgań ruchami palca, jego ruch się zmienia. Kiedy częstotliwość drgań palca i częstotliwość drgań własnych ciężarka znacznie się różnią, drgania palca zaburzają drgania własne ciężarka. Gdy jednak te częstotliwości są prawie takie same, amplituda drgań ciężarka zaczyna rosnąć. Podobnie dzieje się w przypadku innych drgań harmonicznych.

Jeśli częstotliwość zmian siły zewnętrznej działającej na ciało drgające harmonicznie jest zbliżona do częstotliwości jego drgań własnych, to amplituda drgań znacznie wzrasta (rys. 9.38). Zjawisko to nazywamy rezonansem.



Rys. 9.38. W przypadku rezonansu amplituda drgań rośnie. Przy braku tłumienia rosłaby coraz bardziej

Fizyka wokół nas

Rezonans

Zjawisko rezonansu znalazło wiele zastosowań praktycznych.
Bywają także sytuacje, gdy jest ono niebezpieczne.

Pozytywne wykorzystanie rezonansu

Dzięki pudłom rezonansowym dźwięki wielu instrumentów muzycznych, m.in. gitary czy wiolonczeli, są głośniejsze.

Dostrojenie częstotliwości drgań ultradźwiękowych do częstotliwości drgań własnych kamieni nerkowych umożliwia rozbicie tych złogów i usunięcie ich z organizmu bez operacji.

Negatywne skutki rezonansu

Kilkakrotnie się zdarzyło, że most runął w wyniku rezonansu wywołanego przez maszerujące wojsko. Dlatego żołnierze mają zakaz maszerowania po moście w zgodnym rytmie – na zdjęciu odpowiednia informacja.

Jeżeli konstrukcja, na której zamocowany jest silnik, wpadnie w rezonans pod wpływem jego drgań, sprzęt może ulec zniszczeniu.

A to ciekawe

W 1985 r. silne trzęsienie ziemi spowodowało wielkie zniszczenia w mieście Meksyk. Zawaliły się przede wszystkim budynki o wysokości od 5 do 15 pięter, natomiast zarówno niższe, jak i wyższe domy w większości ocalały. Te wybiórcze zniszczenia były spowodowane rezonansem. Fale sejsmiczne miały częstotliwość ok. 0,5 Hz, która była zbliżona do częstotliwości drgań własnych domów jedynie z pewnego zakresu wysokości. Wyższe domy, których częstotliwość drgań własnych była mniejsza, i niższe, dla których była ona większa, nie wpadły w rezonans i w mniejszym stopniu uległy zniszczeniu podczas kataklizmu.

Gdyby ruch ciała wpadającego w rezonans nie był tłumiony, jego amplituda rosłaby coraz bardziej. W rzeczywistości jednak każdy ruch odbywa się z oporami, a więc z tłumieniem. Amplituda rośnie tylko do pewnej wartości, przy której wymuszenie i tłumienie się redukują.

Rezonans ma duże znaczenie praktyczne – czasami jest pożyteczny, lecz czasami szkodliwy, czy wręcz groźny (patrz infografika na s. 188).
Jak sama nazwa wskazuje, to zjawisko wykorzystujemy w budowie pudła rezonansowego instrumentów strunowych. Drgania struny wywołują rezonans powietrza w pudle, dzięki czemu energia struny jest szybciej przekazywana do powietrza. Bez pudła gitara gra znacznie ciszej, o czym możemy się przekonać, gdy szarpiemy strunę gitary elektrycznej niepodłączonej do wzmacniacza. Pudło zwiększa chwilową moc akustyczną gitary, ale nie całkowitą emitowaną energię – nie ma przecież źródła zasilania. Gitara bez pudła gra cicho, ale jej dźwięk utrzymuje się znacznie dłużej po szarpnięciu.

Po tej lekcji powinieneś

- opisywać i analizować drgania tłumione oraz wymuszone;
- opisywać zjawisko rezonansu i podawać jego przykłady;
- wiedzieć, co to jest częstotliwość drgań własnych.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

1. Na poziomo rozciągniętym sznurku zawieś trzy wahadła, z których dwa mają jednakowe długości nici. Jedno z tych dwóch wahadeł wpraw w drgania. Zaobserwuj, co dzieje się z całym układem.

2. Efektywna stała sprężystości układu zawieszenia samochodu jest równa $6 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ (czyli nadwozie samochodu drga tak, jakby było umocowane na sprężynie o podanej stałej sprężystości). Oblicz, ile energii musi pochłonąć ten układ, aby wytłumić drgania o początkowym maksymalnym wychyleniu 6 cm.

3. Samochód osobowy jedzie po asfaltowej jezdni z łączeniami poszczególnych odcinków co 20 m. Masa tego pojazdu to 1500 kg, a całkowity współczynnik sprężystości jego zawieszenia wynosi $20 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$.

a) Oblicz częstotliwość, przy której pojazd wpada w rezonans.

b) Oblicz prędkość, przy której samochód zacznie silnie drgać podczas jazdy.

c) Sprawdź, czy istnieje ryzyko, że przy prędkości obliczonej w punkcie b) któryś z narządów ujętych w tabeli wpadnie w rezonans.

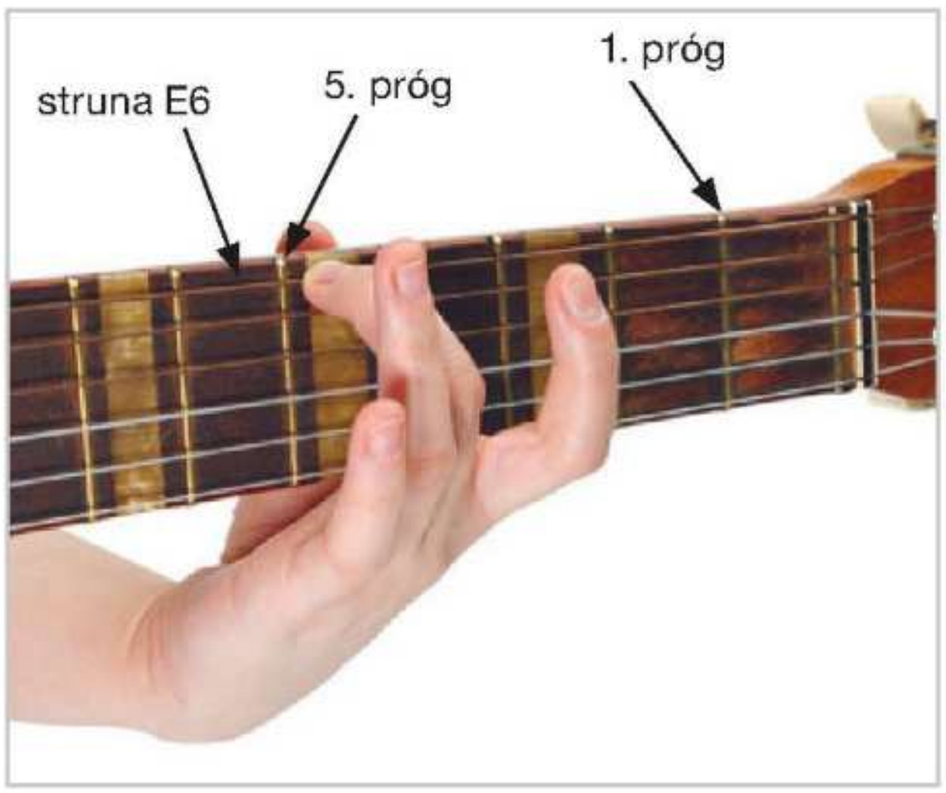
Organ wewnętrzny	Częstotliwość drgań własnych organu [Hz]
Płuca	2,5–4
Serce	6–7,5
Żołądek	4–7

4. Silnik spalinowy przymocowany jest do metalowej podstawy, której częstotliwość drgań własnych wynosi 60 Hz. Oblicz liczbę obrotów jego wirnika na minutę, przy której silnik zostanie wprawiony w drgania o dużej amplitudzie.

5. Śpiewanie przez dłuższy czas dźwięku o odpowiednio dobranej częstotliwości może spowodować pęknięcie szkła, np. kieliszka. Zastanów się, w jaki sposób dobrać wysokość dźwięku do danego naczynia bez użycia przyrządów. Spróbuj samodzielnie znaleźć odpowiedź, a następnie obejrzyj film na ten temat na kanale Physics Girl.

Uwaga. Nie powtarzaj doświadczenia przedstawionego na filmie. Nawet w okularach ochronnych można się poranić odłamkami szkła.

6. Weź dobrze nastrojoną gitarę i przyciśnij strunę E6 (najgrubszą) na piątym progu. Sprawdź, czy wydaje ona taki sam dźwięk jak nieprzyciśnięta struna A5 (sąsiednia). Jeśli nie – gitarę trzeba nastroić. Następnie znowu mocno szarpnij strunę E6 przyciśniętą na piątym progu i obserwuj, co się dzieje ze struną A5. Wyjaśnij zaobserwowane zjawisko.



Projekt Figury Lissajous

Zadania

1. Podaj przykłady ciał drgających znajdujących się w twoim otoczeniu. Czy ruch tych ciał jest harmoniczny? Uzasadnij odpowiedź.

2. Przedstaw historię powstania figur Lissajous (czyt. lisażu).

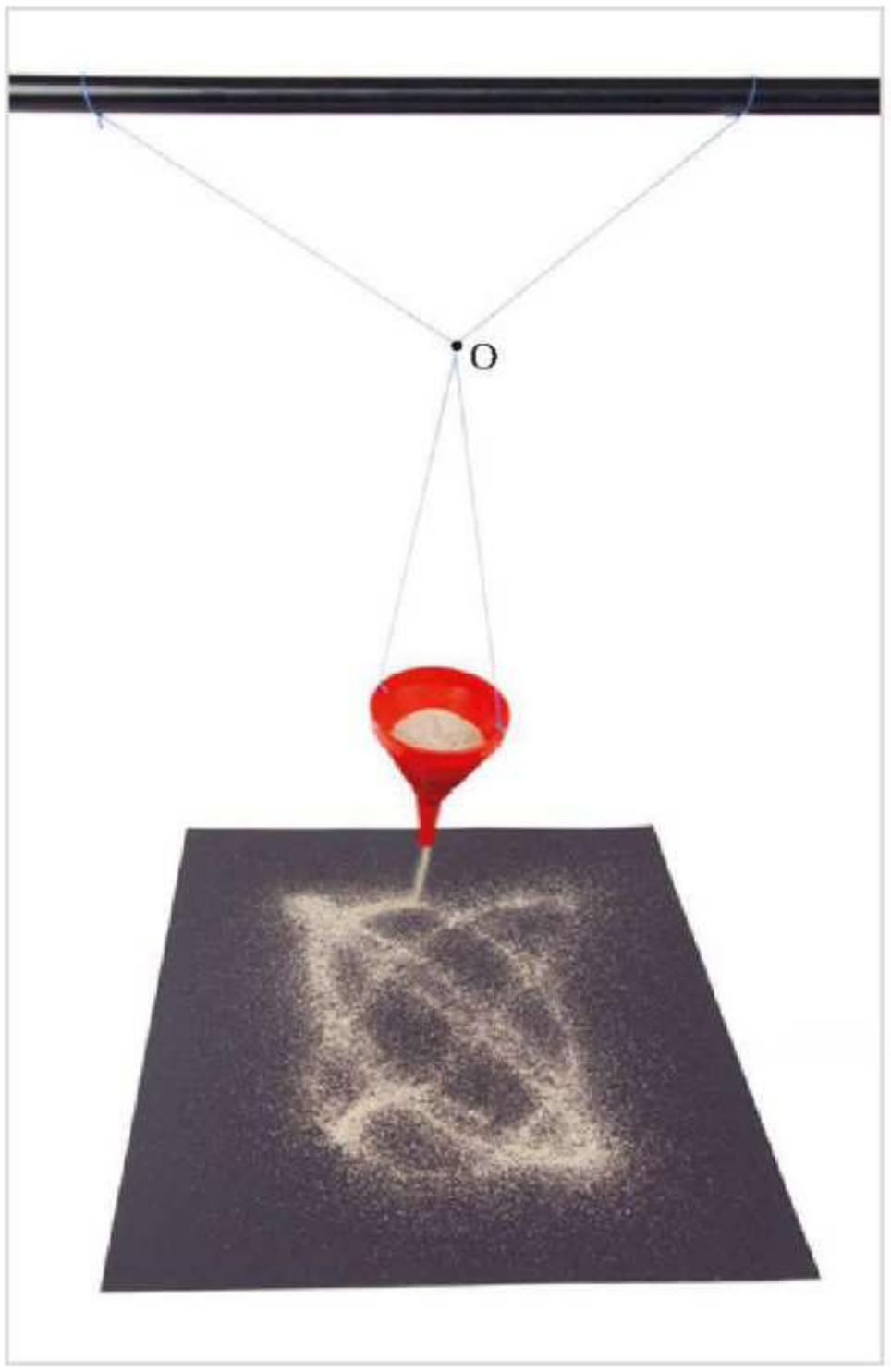
Propozycja doświadczenia 1

1. Przygotuj plastikowy lejek, plastelinę, sznurek, drobny, jasny i suchy piasek, długi pręt, arkusz ciemnego papieru (albo sztywną ciemną tkaninę), gumkę recepturkę lub spinacz.

2. Przygotuj lejek tak, aby piasek wysypywał się z niego jak najwęższym strumieniem. W tym celu zwęź jego zakończenie, np. zalepiając je częściowo plasteliną. Symetrycznie po dwóch stronach lejka przymocuj sznurek.

3. Pręt umocuj poziomo, np. połóż go na dwóch odsuniętych od siebie kuchennych taboretach. Końce pręta przyciśnij kilkoma książkami, aby pozostały nieruchome w trakcie doświadczenia.

4. Plastikowy lejek zawieś nisko nad podłogą i połącz sznurki w punkcie O za pomocą gumki recepturki lub spinacza tak, jak na zdjęciu obok.



5. Na podłodze pod lejkiem rozwiń ciemny papier.

Uwaga. Aby wzór z piasku się nie rozmazywał, zwilż uprzednio papier.

6. Odchyl lejek skośnie do płaszczyzny utworzonej przez nici.

7. Przeprowadź obserwacje.

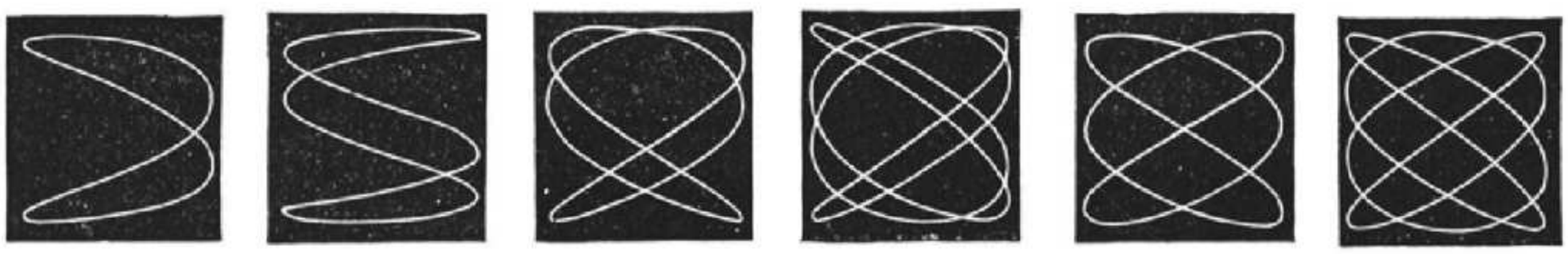
a) Jaki ślad zostawia piasek na kartonie?

b) W ilu płaszczyznach lejek wykonuje drgania?

c) Jakim ruchem porusza się lejek z piaskiem?

8. Zmień położenie punktu łączenia sznurków przed wprawieniem lejka w drgania i powtórz czynności z punktów 6. i 7. **Uwaga.** Przy wybranych położeniach punktu łączenia powinieneś otrzymać ślady w postaci krzywych zamkniętych, jak na rysunkach poniżej.

Przykładowe figury Lissajous



Propozycja doświadczenia 2

1. Uruchom na komputerze arkusz kalkulacyjny.

2. Do wybranych komórek arkusza kalkulacyjnego wpisz początkowe wartości amplitud i częstości kołowych, np. $\omega_1 = 8\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$, $A_1 = 1$ m, $\omega_2 = 2\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$, $A_2 = 1$ m.

3. Przygotuj tabelę zawierającą trzy kolumny.

a) Kolumna A będzie zawierać czas, zatem wpisz do jej komórek (np. A2–A602) liczby od 0 do 30, różniące się o 0,05.

b) W kolumnie B znajdą się wartości wychylenia wzdłuż osi x, zatem wprowadź do komórki B2 formułę na wychylenie zgodną z wyrażeniem $x = A_1 \sin \omega_1 t$. Pamiętaj, aby występujące we wzorze stałe wartości częstości kołowych i amplitud adresować bezwzględnie, czyli za pomocą formuły np. „=F$2*sin(E$2*A2)".

c) W kolumnie C znajdą się wartości wychylenia wzdłuż osi y, zatem wprowadź do komórki C2 formułę na wychylenie zgodną z wyrażeniem $y = A_2 \sin \omega_2 t$.

4. Skopiuj, np. przez przeciągnięcie, formułę z komórki B2 do pozostałych komórek kolumny B. Następnie analogicznie skopiuj formuły z komórki C2 do pozostałych komórek kolumny C.

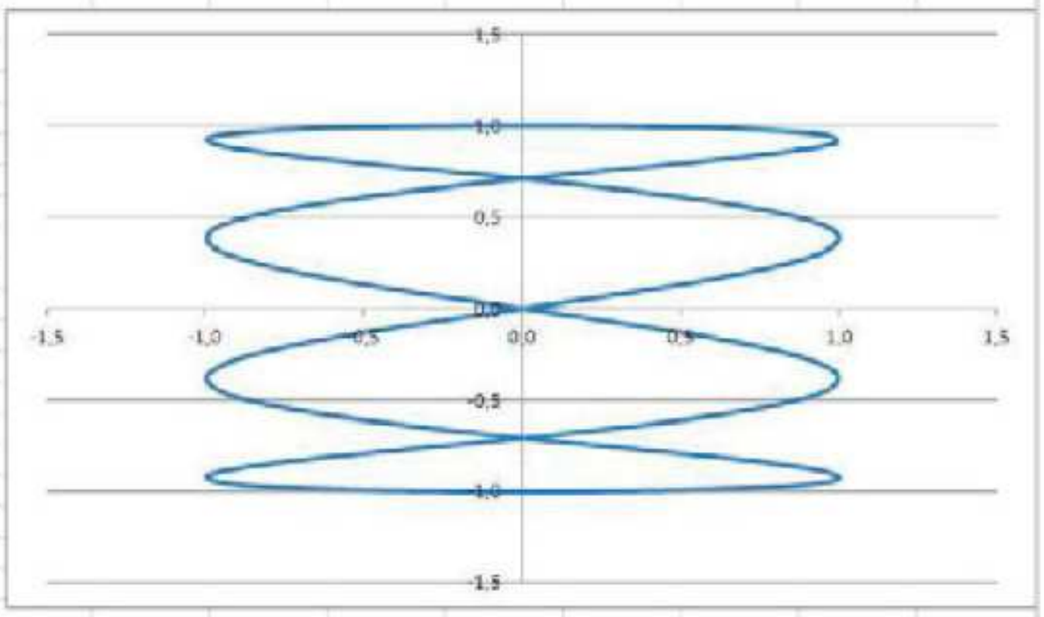
5. Sporządź wykres punktowy XY zależności $y(x)$.

6. Obserwuj, jak zmiany wartości częstości kołowej i amplitudy wpływają na kształt otrzymanej krzywej Lissajous.

7. Zastanów się, jak zmodyfikować swój arkusz, aby uwzględnić przesunięcie fazowe pomiędzy drganiami w obu kierunkach.

Na poniższym rysunku przedstawiono arkusz kalkulacyjny z przykładowymi wartościami częstości kołowych i amplitud.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	t [s]	x	y		ω_1 [rad/s]	A_1 [m]		ω_2 [rad/s]	A_2 [m]			
2	0,00	0,0000	0,0000		8	1		2	1			
3	0,05	0,3894	0,0998									
4	0,10	0,7174	0,1987									
5	0,15	0,9320	0,2955									
6	0,20	0,9996	0,3894									
7	0,25	0,9093	0,4794									
8	0,30	0,6755	0,5646									
9	0,35	0,3350	0,6442									
10	0,40	-0,0584	0,7174									
11	0,45	-0,4426	0,7833									
12	0,50	-0,7568	0,8415									
13	0,55	-0,9516	0,8912									
14	0,60	-0,9962	0,9320									
15	0,65	-0,8835	0,9636									
16	0,70	-0,6313	0,9854									
17	0,75	-0,2794	0,9975									
18	0,80	0,1165	0,9996									
19	0,85	0,4941	0,9917									
20	0,90	0,7937	0,9738									
21	0,95	0,9679	0,9463									
22	1,00	0,9894	0,9093									
23	1,05	0,8546	0,8632									
24	1,10	0,5849	0,8085									
25	1,15	0,2229	0,7457									
26	1,20	-0,1743	0,6755									



Podsumowanie Ruch drgający

- **Ruch drgający** polega na okresowych zmianach położenia ciała lub układu ciał.

  ▸ Pojęcia opisujące ruch drgający:
  – **położenie równowagi** – położenie, w którym wypadkowa sił wywołujących ruch drgający jest równa zeru,
  – **okres** T – czas pełnego cyklu drgań,
  – **częstotliwość** f – liczba cykli drgań w jednostce czasu:

$$f = \frac{1}{T}$$

  gdzie: T – okres drgań,
  – **amplituda** A – maksymalne wychylenie z położenia równowagi.

- Ruch drgający, w którym zależność położenia od czasu jest opisana za pomocą funkcji sinus, nazywamy **ruchem harmonicznym**.

- Pomiędzy wielkościami opisującymi ruch harmoniczny zachodzą następujące zależności:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

gdzie:
ω – częstość kołowa, T – okres, f – częstotliwość.

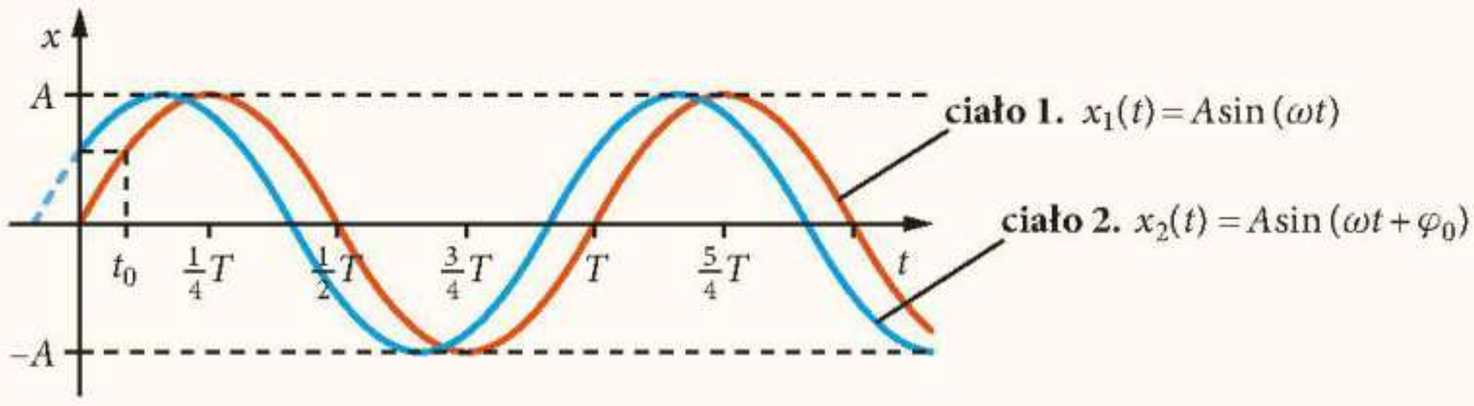
Położenie ciała w ruchu drgającym, czyli jego **wychylenie** z położenia równowagi, jest opisywane za pomocą funkcji:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi_0) = A\sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right)$$

gdzie:

x – współrzędna punktu, w którym ciało znajduje się w chwili t, A – amplituda, ω – częstość kołowa, T – okres, φ_0 – przesunięcie fazowe.

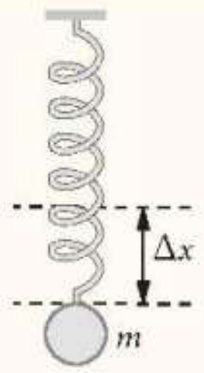
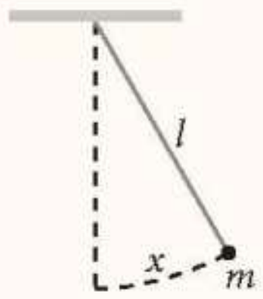
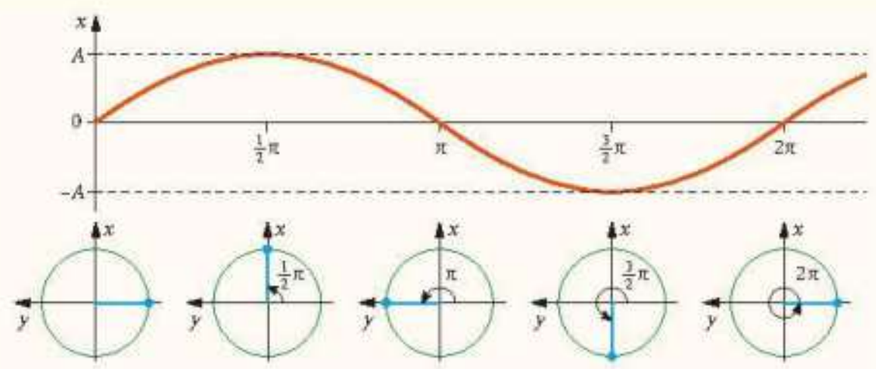
- **Wykresy $x(t)$** dla dwóch ciał poruszających się ruchem harmonicznym, wykres niebieski z przesunięciem fazowym $\varphi_0 \neq 0$:



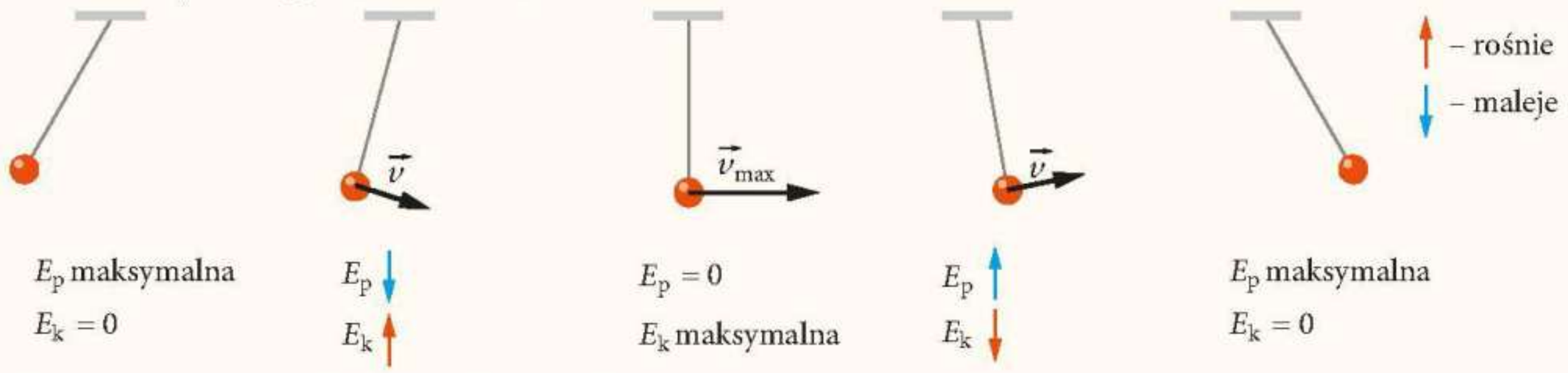
- **Prędkość, przyspieszenie i siła w ruchu harmonicznym**

Prędkość	Przyspieszenie	Siła
$v = A\omega\cos(\omega t + \varphi_0)$	$a = -A\omega^2\sin(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 x$	$F = -m\omega^2 x$

Przykłady ruchu harmonicznego

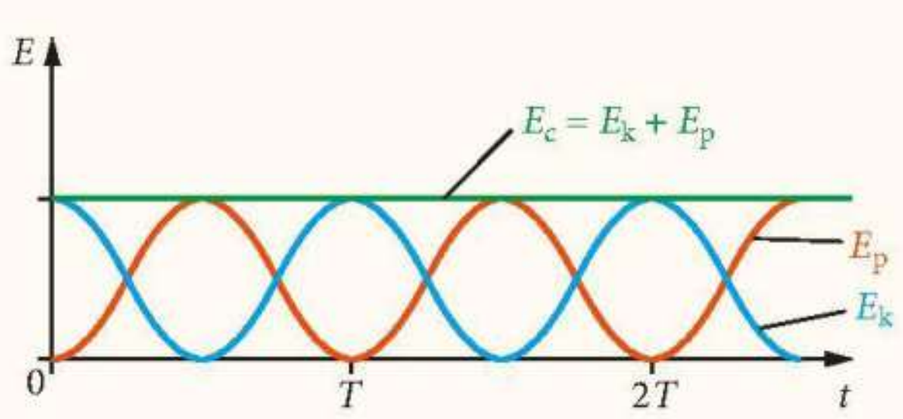
Ciężarek na sprężynie	Wahadło matematyczne (małe wychylenie)	Rzut ruchu po okręgu
		
$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$	$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$	$T = \frac{2\pi}{\omega}$

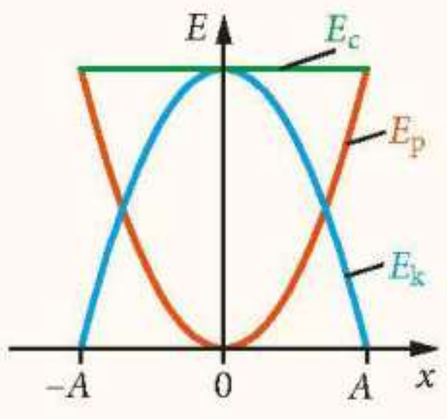
Przemiany energii w ruchu wahadła



E_p maksymalna, $E_k = 0$ | E_p ↓, E_k ↑ | $E_p = 0$, E_k maksymalna | E_p ↑, E_k ↓ | E_p maksymalna, $E_k = 0$

- **Energia potencjalna sprężystości** zgromadzona w sprężynie o współczynniku sprężystości k, której odkształcenie wynosi x: $E_{ps} = \frac{1}{2}kx^2$.
- **Energia całkowita** w ruchu harmonicznym jest stała w czasie: $E_c = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$.
- **Energia potencjalna** w ruchu harmonicznym: $E_p = E_c \sin^2(\omega t)$.
- **Energia kinetyczna** w ruchu harmonicznym: $E_k = E_c \cos^2(\omega t)$.





Drgania harmoniczne tłumione

Jeśli siły oporu ośrodka działające na ciało poruszające się ruchem harmonicznym są niewielkie, to częstotliwość drgań się nie zmienia, natomiast maleje amplituda drgań. Mamy wtedy do czynienia z **drganiami tłumionymi**.

Drgania wymuszone i rezonans

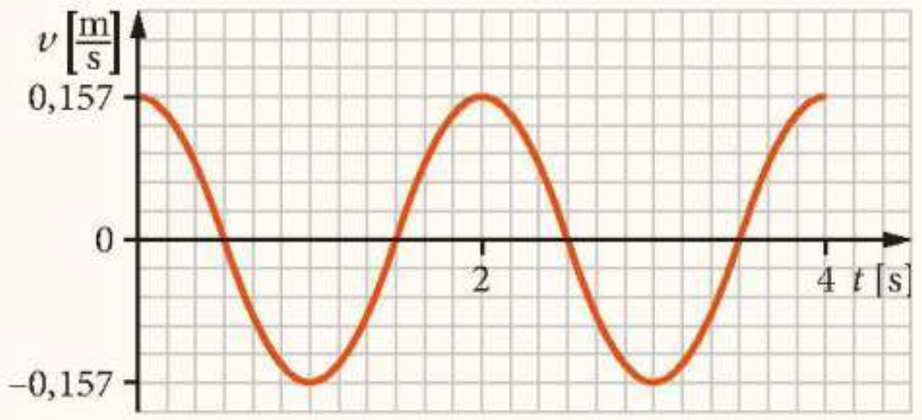
Jeśli ruch drgający jest podtrzymywany poprzez dostarczanie energii do układu, to mamy do czynienia z **drganiami wymuszonymi**. Szczególnym przypadkiem drgań wymuszonych jest **rezonans**.

Rezonans powstaje wtedy, gdy częstotliwość zmian siły zewnętrznej działającej na ciało jest zbliżona do jego częstotliwości drgań własnych – wówczas amplituda drgań znacznie wzrasta.

Sposób na zadanie

Wykorzystywanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci wykresu

Zadanie 1. (0–2)
Na wykresie przedstawiono zależność $v(t)$ dla małego ciężarka zawieszonego na nierozciągliwej nici o długości 1 m i poruszającego się ruchem harmonicznym. Oblicz amplitudę drgań tego ciężarka.



Rozwiązanie:

Wskazówka 1. Zwróć uwagę, że dany jest wykres zależności **prędkości** od czasu, a nie wychylenia od czasu.

Ciężarek na długiej nierozciągliwej nici to wahadło matematyczne. Z wykresu widzimy, że w chwili $t = 0$ s prędkość ciężarka była maksymalna. To oznacza, że znajdował się on w najniższym położeniu – w położeniu równowagi. Jego prędkość była wówczas dodatnia, a więc ciężarek poruszał się zgodnie ze zwrotem przyjętym za dodatni. Wobec tego przesunięcie fazowe w ruchu ciężarka wynosiło zero.

Wskazówka 2. Nie myl maksimum prędkości wahadła z maksymalnym wychyleniem. Gdy prędkość jest maksymalna, wychylenie wynosi zero. Z kolei przy maksymalnym wychyleniu prędkość wynosi zero.

Wzór na prędkość ma więc postać: $v(t) = A\omega\cos(\omega t)$.
Z wykresu możemy odczytać, że prędkość ciężarka osiąga maksymalną wartość $v_{max} = 0{,}157\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ dla $t = 0$ s. Zgadza się to z powyższym wzorem, ponieważ funkcja cosinus przyjmuje największą wartość, równą 1, dla argumentu 0.
Zapiszmy więc wzór na prędkość maksymalną, aby z niego wyznaczyć szukaną amplitudę:

$$v_{max} = v(0) = A\omega \;\rightarrow\; A = \frac{v_{max}}{\omega}$$

Musimy jeszcze obliczyć częstość kołową. Korzystamy ze wzoru: $\omega = \frac{2\pi}{T}$, do którego okres drgań odczytujemy z wykresu: $T = 2$ s. Otrzymujemy:

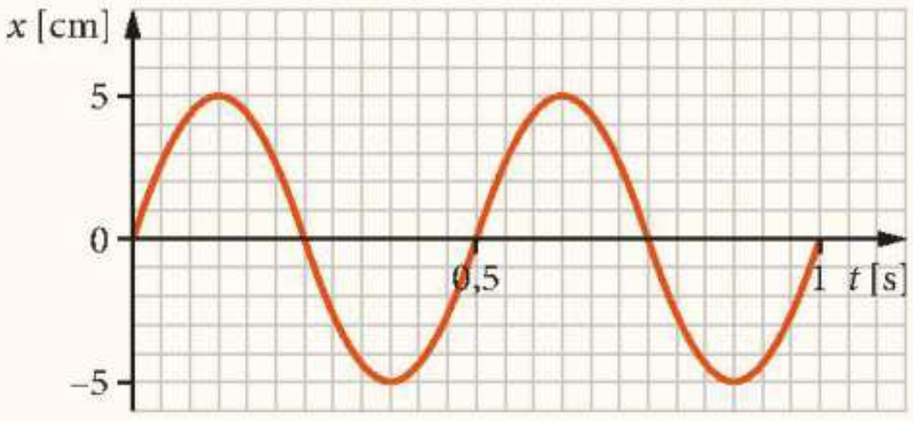
$$\omega = \frac{2\pi}{2\,\text{s}} = \pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Ostatecznie amplituda drgań wynosi: $A = \frac{0{,}157\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{\pi\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}} \approx 0{,}05\,\text{m} = 5\,\text{cm}.$

Warto zapamiętać!

- Jeżeli przesunięcie fazowe wynosi zero, to dla $t = 0$ s wychylenie i przyspieszenie wynoszą zero, a prędkość jest maksymalna.
- Częstość kołową drgań wyznaczamy podobnie jak prędkość kątową w ruchu po okręgu.

Zadanie 2. Na wykresie przedstawiono zależność wychylenia od czasu dla ruchu harmonicznego ciężarka o masie 50 g zawieszonego na sprężynie.



Zadanie 2.1 (0–1)
Zapisz równanie $x(t)$. Wyraź występujące w nim wielkości fizyczne w jednostkach układu SI.

Zadanie 2.2 (0–1)
Określ, jaka będzie współrzędna x_0 końca sprężyny, gdy zdejmiemy z niej ciężarek.

Rozwiązanie:

Ad 2.1. Ogólny wzór na wychylenie ma postać: $x(t) = A\sin(\omega t + \varphi_0)$.

> **Wskazówka 3.** Jeżeli w zadaniu mamy wykres, to musimy odczytać z niego potrzebne dane.

Wyznaczamy więc po kolei potrzebne wielkości (pamiętajmy, że mają być w jednostkach układu SI):
– amplituda A – odczytujemy ją z wykresu: $A = 5\text{ cm} = 0{,}05\text{ m}$,
– częstość kołowa ω – korzystamy ze wzoru $\omega = \frac{2\pi}{T}$, gdzie T to okres, który możemy odczytać z wykresu: $T = 0{,}5\text{ s}$, stąd $\omega = \frac{2\pi}{0{,}5\text{ s}} = 4\pi\frac{\text{rad}}{\text{s}}$,
– faza początkowa φ_0 – dla $t = 0\text{ s}$ ciężarek przechodzi przez położenie równowagi, poruszając się w kierunku przyjętym za dodatni, czyli $\varphi_0 = 0$.
Wpisujemy wyznaczone wartości do ogólnego wzoru i otrzymujemy: $x(t) = 0{,}05\sin(4\pi t)$.

Ad 2.2. Gdyby zdjąć ciężarek, dolny koniec sprężyny znalazłby się wyżej – w położeniu, które oznaczymy x_0. Współrzędna x_0 to przyrost długości sprężyny pod wpływem ciężaru mg powieszonego ciężarka. Gdy ciężarek wisi, ale się nie porusza, siła sprężystości równoważy jego ciężar:

$$mg = kx_0$$

gdzie: m – masa ciężarka, k – współczynnik sprężystości sprężyny.

Współczynnik k jest związany z częstością kołową drgań: $k = \omega^2 m$. Po podstawieniu do poprzedniego równania wyznaczamy x_0: $mg = \omega^2 m x_0 \;\rightarrow\; x_0 = \frac{g}{\omega^2}$

Po podstawieniu danych:
$$x_0 = \frac{9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\left(4\pi\frac{1}{\text{s}}\right)^2} = 0{,}062\text{ m} = 6{,}2\text{ cm}$$

> **Wskazówka 4.** Jeśli część danych w zadaniu okazuje się zbędna, to zastanów się, czy wynik rzeczywiście nie zależy od tych danych. W naszym przypadku w ostatecznym wzorze nie znalazła się masa. Gdyby jednak ciężarek miał większą masę, to dla uzyskania drgań o tym samym okresie musielibyśmy użyć odpowiednio twardszej sprężyny.
> A wtedy szukane wydłużenie by się nie zmieniło.

Warto zapamiętać!

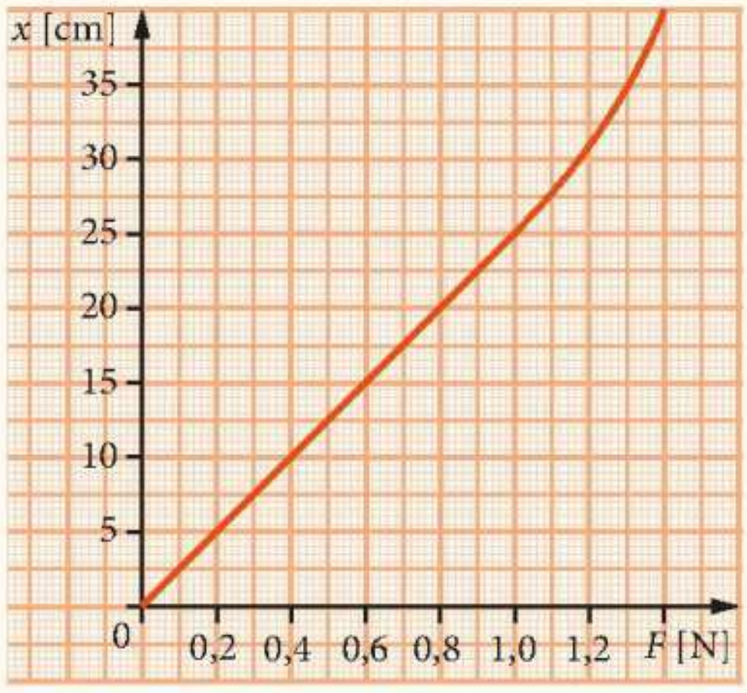
- Częstość kołowa drgań ciężarka na sprężynie zależy od jego masy i od stałej sprężystości sprężyny.

Zadania powtórzeniowe

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

Zadanie 1. Współczynnik sprężystości sprężyny

Uczniowie wyznaczali doświadczalnie współczynnik sprężystości pewnej sprężyny. W tym celu sprężynę o początkowej długości 5 cm i zaniedbywalnej masie zawiesili na statywie, a do jej wolnego końca przyczepiali różne ciężarki.



1.1. W pierwszej części doświadczenia do sprężyny uczniowie przyczepiali kolejne ciężarki o masach 10 g każdy i odczytywali za każdym razem wydłużenie sprężyny. Zależność wydłużenia sprężyny od siły $x(F)$ przedstawili następnie na wykresie.

a) Określ na podstawie wykresu $x(F)$ zakres odkształceń sprężystych.

b) Wyznacz na podstawie wykresu współczynnik sprężystości sprężyny w zakresie odkształceń sprężystych.

1.2. W drugiej części doświadczenia uczniowie do sprężyny doczepiali ciężarki o różnej masie i mierzyli okresy drgań tak obciążonej sprężyny. Wyniki zebrali w tabeli.

Lp.	Masa ciężarka m [g]	Czas 40 drgań sprężyny wokół położenia równowagi [s]					T [s]	T^2 [s^2]
		t_1	t_2	t_3	t_4	$t_{śr}$		
1	50	27,7	27,8	27,0	28,3	27,7	0,69	0,48
2	75	34,1	34,0	33,8	35,0			
3	100	39,2	39,2	39,9	40,1			
4	125	44,3	44,1	44,6	44,5			

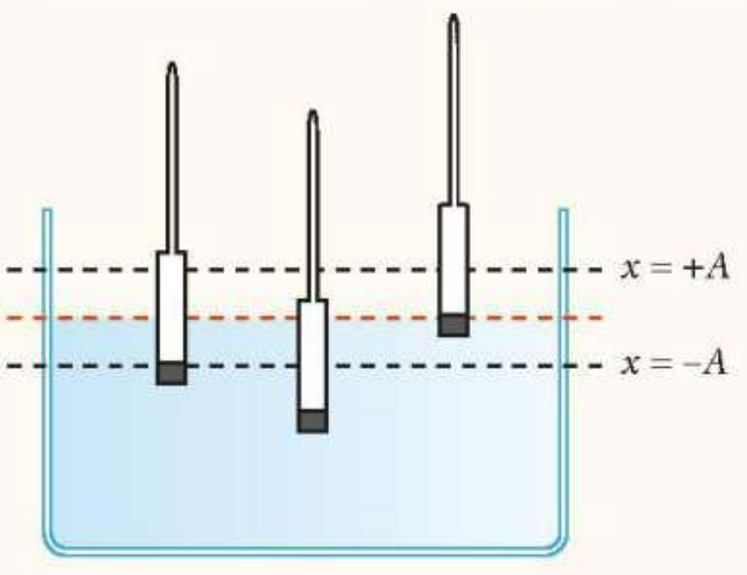
a) Na podstawie danych z tabeli wyznacz okresy drgań sprężyny przy różnych masach zawieszonego ciężarka. Skopiuj tabelę do zeszytu i uzupełnij jej pozostałe pola.

b) Sporządź wykres zależności kwadratu okresu drgań od masy ciężarka zawieszonego na sprężynie i na jego podstawie oblicz współczynnik sprężystości sprężyny.

1.3. Porównaj wartości współczynnika sprężystości sprężyny uzyskane obiema metodami. Czy otrzymane wyniki są zgodne? Odpowiedź skomentuj.

Zadanie 2. Wędkarz

Wędkarz siedzący na brzegu łowiska obserwował nieruchomy spławik, zanurzony do połowy w wodzie. Gdy ryba szarpnęła przynętę, spławik zanurzył się o dodatkowe 4 cm i zaczął drgać (patrz rysunek). Przyjmij, że spławik miał kształt cienkiego walca o polu przekroju podstawy $S = 1{,}2\ \text{cm}^2$, a całkowita masa spławika wraz z ciężarkiem wynosiła 9 g.



2.1. Narysuj i nazwij siły działające na spławik, gdy spoczywał on nieruchomo w wodzie.

2.2. Wykaż, że ruch spławika jest ruchem harmonicznym, a siła wprawiająca spławik w drgania ma postać: $F = -kx$, gdzie $k = dgS$, natomiast d jest gęstością wody. Pomiń opory ruchu.

2.3. Oblicz częstotliwość drgań własnych spławika.

2.4. Napisz równanie opisujące zależność wychylenia spławika od czasu. Załóż, że nie ma strat energii. Przyjmij fazę początkową $\frac{\pi}{2}$. Wartości liczbowe wielkości fizycznych wyraź w jednostkach układu SI.

2.5. Wędkarz zaobserwował, że po pewnym czasie drgania spławika ustały. Jak można nazwać takie drgania?

2.6. Naszkicuj wykres przedstawiający zależność wychylenia spławika od czasu $x(t)$.

Uwaga. W punkcie 2.2 pomijaliśmy opór wody, który w rzeczywistości jest znaczny i powoduje tłumienie drgań. Mimo to częstotliwość obliczona w punkcie 2.3 jest zgodna z rzeczywistą. Możesz to sprawdzić doświadczalnie. Wykonaj spławik z zewnętrznej części strzykawki – zaklej jej dzióbek i obciąż metalową nakrętką. Pomiar okresu i częstotliwości drgań najłatwiej wykonać na podstawie nagranego przez siebie filmu. Wyniki pomiarów możesz porównać z wynikami obliczeń analogicznych do tych z punktu 2.3, ale wykonanych dla wymiarów i masy twojego spławika.

Zadanie 3. Wahadło matematyczne

Wahadło matematyczne o okresie $T = 8$ s w chwili $t = 0$ s przechodziło przez położenie równowagi, natomiast w chwili $t = 3$ s znajdowało się w odległości 1 cm od położenia równowagi. Kulka wahadła ma masę 500 g.

3.1. Wybierz prawidłowe zakończenie zdania. W chwili $t = 3$ s wahadło:

A. oddalało się od położenia równowagi.
B. znajdowało się w położeniu równowagi.
C. zbliżało się do położenia równowagi.
D. było wychylone maksymalnie.

3.2. Wymień cztery kolejne chwile, w których wahadło znajdowało się w takiej samej odległości od położenia równowagi jak w chwili $t = 0{,}5$ s (niezależnie od strony, w którą było wychylone).

3.3. Oblicz kąt między nicią wahadła a pionem w chwili $t = 3$ s.

3.4. Oblicz maksymalny kąt między nicią wahadła a pionem.

3.5. Oblicz siłę wypadkową działającą na kulę wahadła w chwili $t = 4$ s.

Zadanie 4. Tłumienie

Na lince rozpiętej poziomo między ścianami zawieszono pionowo lekką sprężynę, do której podczepiono ciężarek. Ciężarek drga w pionie, a okres jego drgań tłumionych to 2 s. Zaobserwowano, że maksymalna energia kinetyczna ciężarka w danym okresie jest za każdym razem o 8% mniejsza niż w okresie poprzednim (np. w trzecim okresie w porównaniu do drugiego okresu).

4.1. Oblicz maksymalne wychylenie ciężarka z położenia równowagi w drugim okresie, jeśli w dwunastym okresie maksymalne wychylenie ciężarka z położenia równowagi było równe 9 cm.

4.2. Na lince, na której jest zawieszona sprężyna z pionowo drgającym ciężarkiem, zawieszono obok drugą sprężynę z przymocowaną do niej kulką o masie 30 dag. Sprężyny i obciążniki się nie dotykały. Kulka początkowo spoczywała, ale zaczęła się poruszać i przez pewien czas amplituda jej pionowych drgań wzrastała. Wyjaśnij, dlaczego kulka zaczęła drgać, i oblicz częstość jej drgań pionowych.

4.3. Na lince ponownie wisi tylko sprężyna z drgającym ciężarkiem. Od pewnej chwili jest zwiększana gęstość gazu, w którym porusza się ciężarek, a jego ruch wyraźnie się zmienia. Wyjaśnij przyczynę tej zmiany i opisz, jak zmienia się okres, a jak amplituda drgań tłumionych (rośnie, nie zmienia się, maleje).

10 Fale mechaniczne

1. Ruch falowy
2. Matematyczny opis fal
3. Fale dźwiękowe
4. Rozchodzenie się fal. Natężenie fali
5. Odbicie i załamanie fali
6. Interferencja i dyfrakcja fal
7. Fizyka w muzyce – temat dodatkowy
8. Efekt Dopplera
9. Jak człowiek odbiera bodźce słuchowe

10.1. Ruch falowy

Przypomnij sobie

- Ruch drgający polega na okresowych zmianach położenia ciała lub układu ciał.
- Fala mechaniczna to rozchodzące się w przestrzeni zaburzenie ośrodka.
- Przemieszczanie się fali jest czymś innym niż ruch cząsteczek ośrodka.

Rys. **10.1.** Dźwięk to przykład fal mechanicznych

Fala mechaniczna

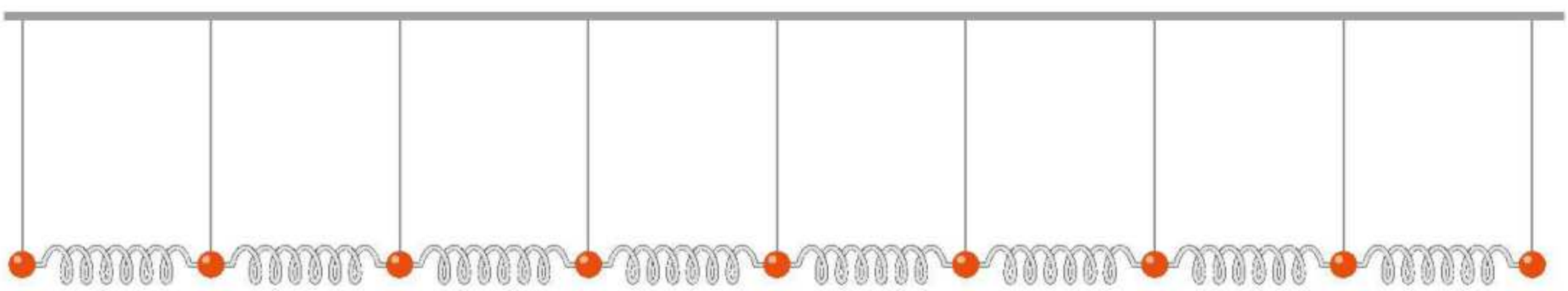
W poprzednim rozdziale opisywaliśmy ruch drgający pojedynczego ciała. Ze szkoły podstawowej wiesz, że w odpowiednich warunkach drgania mogą się przenosić między ciałami i w ten sposób rozchodzić na duże odległości. Na przykład ruch drgający powierzchni wody w jednym miejscu wywołuje drgania sąsiednich miejsc. W ten sposób drgania stopniowo przemieszczają się coraz dalej – na powierzchni wody rozchodzi się fala.

> Fala mechaniczna to rozchodzące się zaburzenie ośrodka, polegające na drganiach cząsteczek tego ośrodka bez zmiany ich średniego położenia.

Do fal mechanicznych zaliczamy także fale na napiętych strunach (rys. 10.1) i sprężynach, dźwięk, którego falowej natury nie dostrzegamy bezpośrednio, fale sejsmiczne związane z trzęsieniami ziemi i wiele innych. Zauważ, że wir w wodzie nie jest falą.
W tym rozdziale zajmiemy się właściwościami fal mechanicznych. Później, kiedy będziemy omawiać fale elektromagnetyczne, przekonamy się, że również one mają podobne właściwości.

Badanie fal poprzecznych

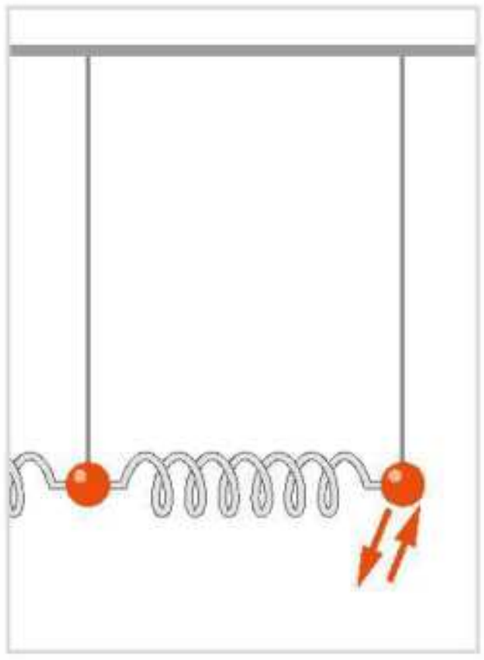
Rozpocznijmy od doświadczalnego badania fal. Wykorzystamy do tego zestaw złożony z jednakowych wahadeł połączonych jednakowymi sprężynami (rys. 10.2).



Rys. **10.2.** Zestaw doświadczalny do badania fal – układ wahadeł połączonych sprężynami

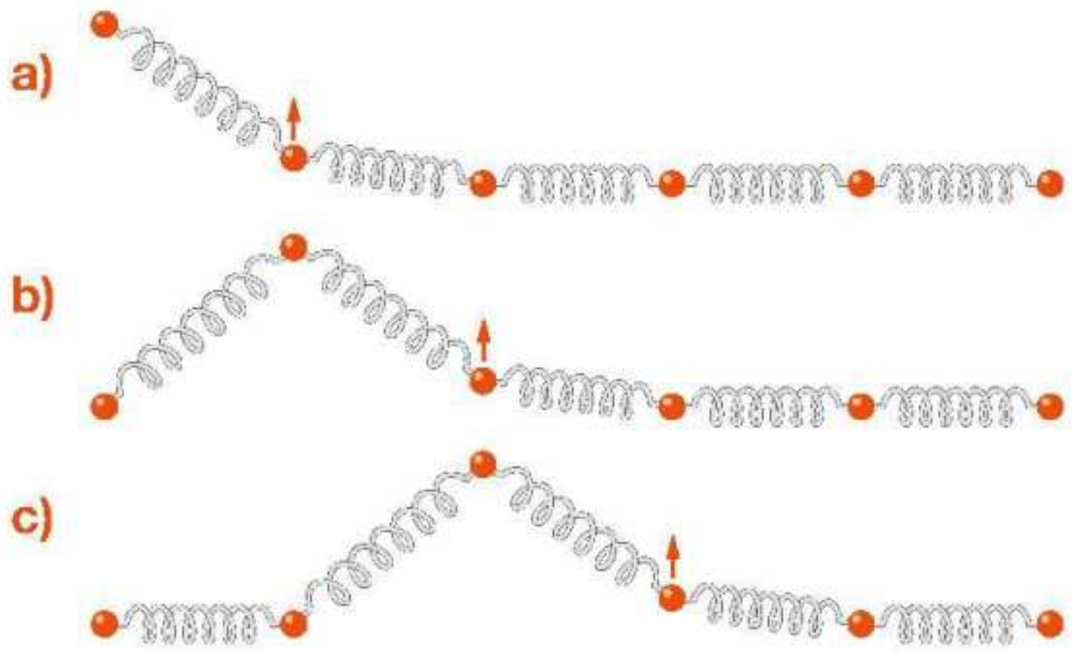
Doświadczenie 25

1. Przygotuj zestaw doświadczalny przedstawiony na rysunku 10.2. Poproś drugą osobę, aby filmowała eksperyment z góry.
2. Weź do ręki skrajny ciężarek i zdecydowanym ruchem porusz nim w bok tak, aby odchylił się jeden raz i wrócił do początkowego położenia, prostopadle do linii łączącej ciężarki.
3. Obserwuj, co się dzieje z ciężarkami. W jakim kierunku poruszają się ciężarki, a w jakim – rozchodzące się zaburzenie?
4. Powtórz czynności opisane w punktach 2. i 3., tym razem jednak poruszaj ciężarkiem wielokrotnie ruchem zbliżonym do harmonicznego.
5. Obejrzyj uważnie film z doświadczenia. Czy możesz coś dodać do swoich obserwacji poczynionych w trakcie eksperymentu?



Aby lepiej zrozumieć przebieg doświadczenia, przeanalizujmy rysunki 10.3 i 10.4, na których przedstawiono układ eksperymentalny widziany z góry w kolejnych etapach ruchu.

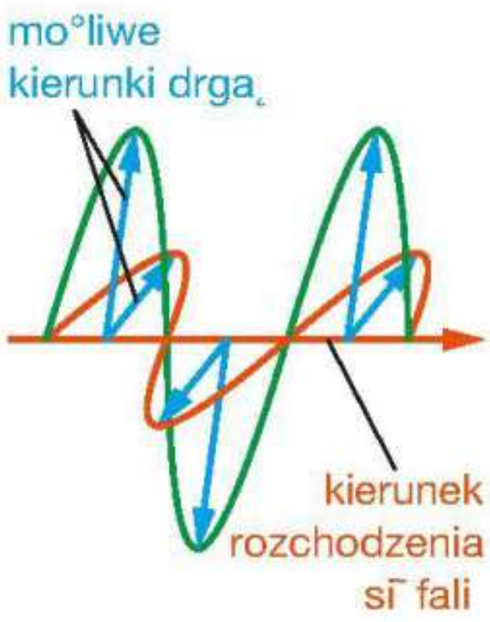
Najpierw rozważmy przypadek, gdy wychylimy skrajny ciężarek jednokrotnie (rys. 10.3). Wychylony ciężarek za pośrednictwem sprężyny pociąga za sobą drugi (rys. 10.3a), jednak ze względu na jego bezwładność nie dzieje się to natychmiast. Zanim drugi zostanie wychylony, pierwszy ciężarek wróci na swoje miejsce. Tymczasem drugi ciężarek pociąga trzeci (rys. 10.3b), a ten analogicznie pobudza do ruchu czwarty (rys. 10.3c). W ten sposób wychylone zostają kolejne ciężarki. Wzdłuż przyrządu przemieszcza się pojedyncze zaburzenie, które nazywamy **impulsem falowym**.



Rys. **10.3.** Kolejne etapy przemieszczania się impulsu falowego w układzie sprężyn (widok z góry)

Przejdźmy do sytuacji, gdy skrajnym ciężarkiem poruszamy nie raz, ale wielokrotnie, ruchem harmonicznym. Podobnie jak w przypadku impulsu falowego pierwszy ciężarek za pośrednictwem sprężynki przekazuje swoje drgania drugiemu, drugi – trzeciemu itd.

Rys. **10.4.** Fala harmoniczna (widok z góry)



Rys. **10.5.** Istnieje nieskończenie wiele kierunków prostopadłych do kierunku rozchodzenia się fali. Drgania w czasie rozchodzenia się fali poprzecznej mogą zachodzić w każdym z nich

Każdy z ciężarków wykonuje ruch harmoniczny o tej samej częstotliwości, ale o innej fazie – gdy jeden jest wychylony maksymalnie, inny przechodzi przez położenie równowagi itd. Tak rozchodzące się drgania nazywamy **falą harmoniczną** (rys. 10.4 s. 201).

> Falę, która polega na rozchodzeniu się drgań harmonicznych, nazywamy falą harmoniczną.

W doświadczeniu ciężarki – będące modelem cząsteczek ośrodka – drgały w kierunku prostopadłym do kierunku rozchodzenia się fali. W takich sytuacjach mówimy, że rozchodzi się **fala poprzeczna** (rys. 10.5).

> Jeśli kierunek drgań cząsteczek ośrodka jest prostopadły do kierunku rozchodzenia się fali, to falę nazywamy falą poprzeczną.

Badanie fal podłużnych

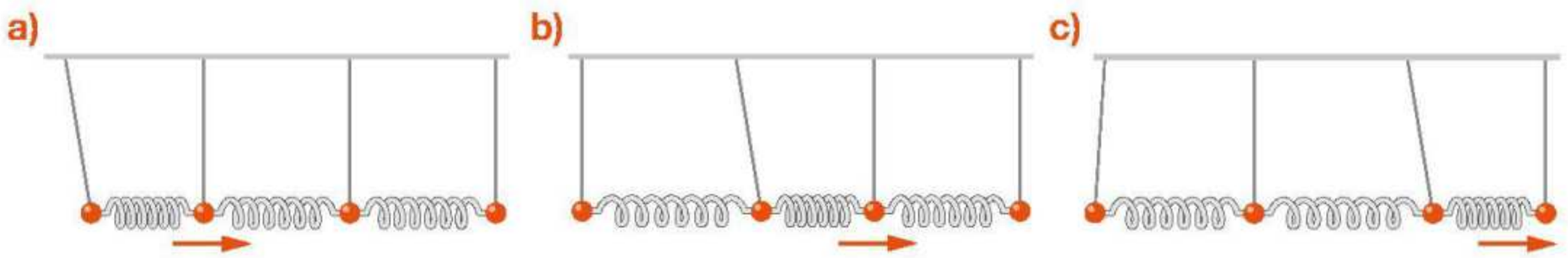
Wykonamy jeszcze jeden eksperyment przy użyciu tego samego układu wahadeł i sprężyn co w doświadczeniu 25. Okaże się, że za jego pomocą można wytworzyć także inny rodzaj fal.

Doświadczenie 26

1. Przygotuj zestaw eksperymentalny taki jak w doświadczeniu 25. Poproś drugą osobę, aby filmowała eksperyment z boku.
2. Weź do ręki skrajny ciężarek i gwałtownie porusz nim w tę i z powrotem zgodnie z kierunkiem prostej łączącej ciężarki.
3. Obserwuj, co się dzieje. W jakim kierunku poruszają się ciężarki, a w jakim – rozchodzące się wśród nich zaburzenie?
4. Powtórz czynności opisane w pkt 2. i 3., tylko poruszaj ciężarkiem wielokrotnie w tę i z powrotem ruchem zbliżonym do harmonicznego.
5. Obejrzyj uważnie film z doświadczenia. Czy możesz dokładniej opisać swoje obserwacje poczynione w trakcie eksperymentu?

Podobnie jak w przypadku doświadczenia 25., mogliśmy obserwować rozchodzące się drgania, jednak tym razem sprężyny nie odchylały się na boki, ale kurczyły i rozciągały.

Wyjaśnienie zjawiska też jest podobne. Wywołany impuls falowy (pkt 2. dośw. 26.) przemieszczał się dzięki temu, że każdy ciężarek popychał, a potem ciągnął kolejny (rys. 10.6).



Rys. **10.6.** Mechanizm powstawania fali podłużnej – kolejne etapy przemieszczania się impulsu falowego

Porównanie fal: podłużnej i poprzecznej

Fale podłużne (rys. a) i poprzeczne (rys. b) można łatwo zademonstrować za pomocą długiej sprężyny-zabawki. Jej kolejne zwoje pełnią jednocześnie funkcję ciężarków (mają przecież swoją masę, a więc także związaną z nią bezwładność) i sprężynek – przekazują sobie drgania.

Natomiast gdy wprawialiśmy ciężarek w ruch harmoniczny (pkt 4. dośw. 26.), w układzie rozchodziła się fala harmoniczna. Tym razem jednak ciężarki drgały równolegle do kierunku rozchodzenia się fali. W takim przypadku mówimy o rozchodzeniu się w układzie **fali podłużnej**.

> Jeśli kierunek drgań cząsteczek ośrodka jest równoległy do kierunku rozchodzenia się fali, to falę nazywamy falą podłużną.

Fale będące złożeniem fal poprzecznych i podłużnych

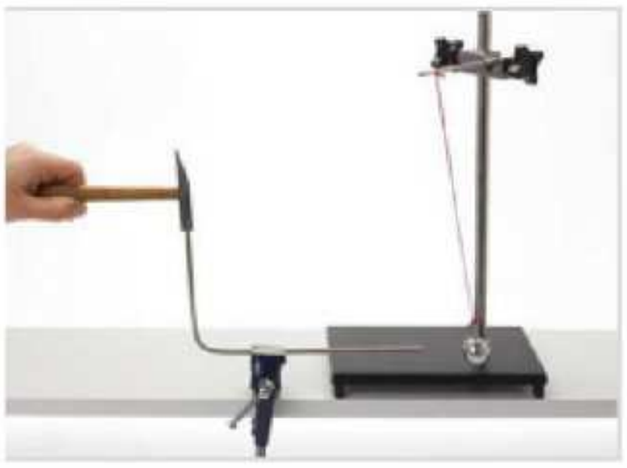
W wielu sytuacjach cząsteczki ośrodka drgają jednocześnie równolegle i prostopadle do kierunku rozchodzenia się fali. Dzieje się tak m.in. w przypadku fal na powierzchni wody (rys. 10.7). Fale te powodują kołysanie się łódki nie tylko w górę i w dół (fala poprzeczna), lecz także w tę i z powrotem, zgodnie z kierunkiem rozchodzenia się fali (fala podłużna).

Rys. **10.7.** Cząsteczki przy powierzchni falującej wody poruszają się w przybliżeniu po okręgach. Ruch po okręgu można więc opisać jako złożenie dwóch ruchów harmonicznych

Fale na wodzie nie są idealnymi falami harmonicznymi i zdarza się, że wypadkowy ruch pływającego ciała odbywa się w kierunku zgodnym z kierunkiem rozchodzenia się fal. Ma to praktyczne skutki dla osób pływających w morzu: nawet przy dużych umiejętnościach oddalanie się od brzegu jest niebezpieczne, jeśli fale powodują znoszenie pływaka w stronę pełnego morza.

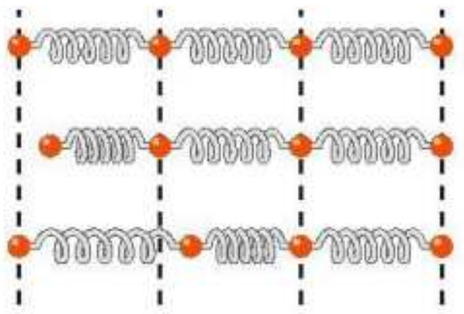
Badanie fali w ciele stałym

Sprawdzimy teraz doświadczalnie, że fala może rozchodzić się również w ciele stałym, a konkretnie – w stalowym pręcie.



Doświadczenie 27

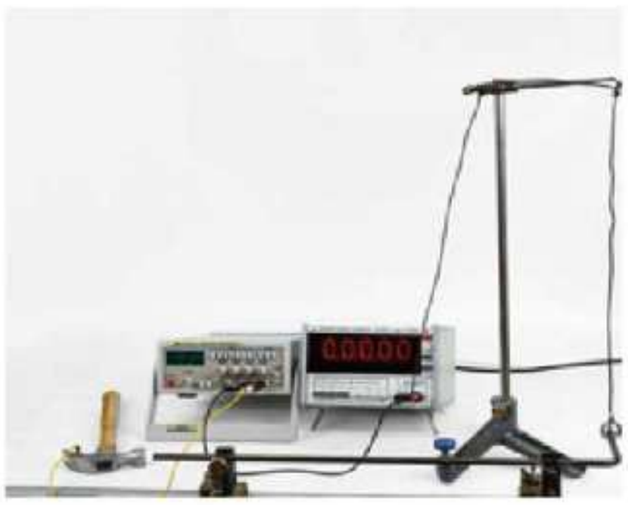
1. Przygotuj stalowy pręt o długości ok. 50 cm i zamocuj go poziomo w imadle w taki sposób, aby się nie poruszał, nawet gdy uderzysz młotkiem w jego koniec. Możesz wygiąć pręt pod kątem prostym.
2. Zawieś kulkę na sznurku tak, aby dotykała jednego z końców pręta.
3. Uderz młotkiem w drugi koniec pręta. Co się dzieje z kulką?



Rys. 10.8. Schemat rozchodzenia się fali podłużnej w ciele stałym. Kulki oznaczają atomy, a sprężynki symbolizują ich oddziaływanie

Powyższe doświadczenie w pierwszej chwili nie przypomina eksperymentów z ciężarkami połączonymi za pomocą sprężyn, jednak i tym razem badamy podobne zjawisko – rozchodzenie się fali mechanicznej. W metalu funkcję ciężarków pełnią atomy, a funkcję sprężynek – oddziaływania między nimi. Mechanizm powstawania fali w obu przypadkach jest podobny. Na skutek uderzenia atomy zbliżają się do siebie, po czym pod wpływem wzajemnych oddziaływań fala ich „zagęszczenia" przemieszcza się aż na drugi koniec pręta. Kiedy dociera do drugiego końca pręta, wprawia w ruch kulkę (rys. 10.8).

Zwróćmy uwagę, że gdy pręt jest wygięty (jak na zdjęciu przy doświadczeniu 27.), rozchodząca się wzdłuż niego fala zmienia kierunek. Gdyby na skutek uderzenia młotkiem cały pręt przesunął się w dół, nie wprawiłby kulki w ruch.



Rys. 10.9. Układ do pomiaru prędkości fali w metalu

Doświadczenie 27. można zmodyfikować tak, aby zmierzyć czas przechodzenia fali przez pręt.

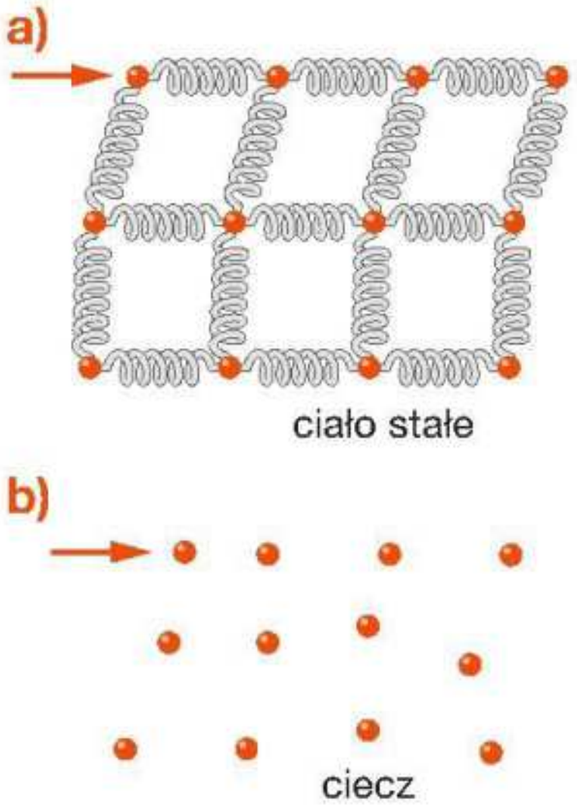
W tym celu podłączamy młotek i kulkę przewodami elektrycznymi do urządzenia mierzącego czas (rys. 10.9). Uderzenie młotka w pręt i utrzymanie go w kontakcie z metalem zamyka obwód, a odskoczenie kulki pod wpływem fali rozchodzącej się w pręcie – otwiera. Z wyświetlacza odczytujemy, jak długo obwód był zamknięty.

Na tej podstawie można obliczyć prędkość rozchodzenia się impulsu falowego w pręcie. Najlepiej powtórzyć pomiar dla prętów o różnych długościach, aby porównać otrzymane prędkości.

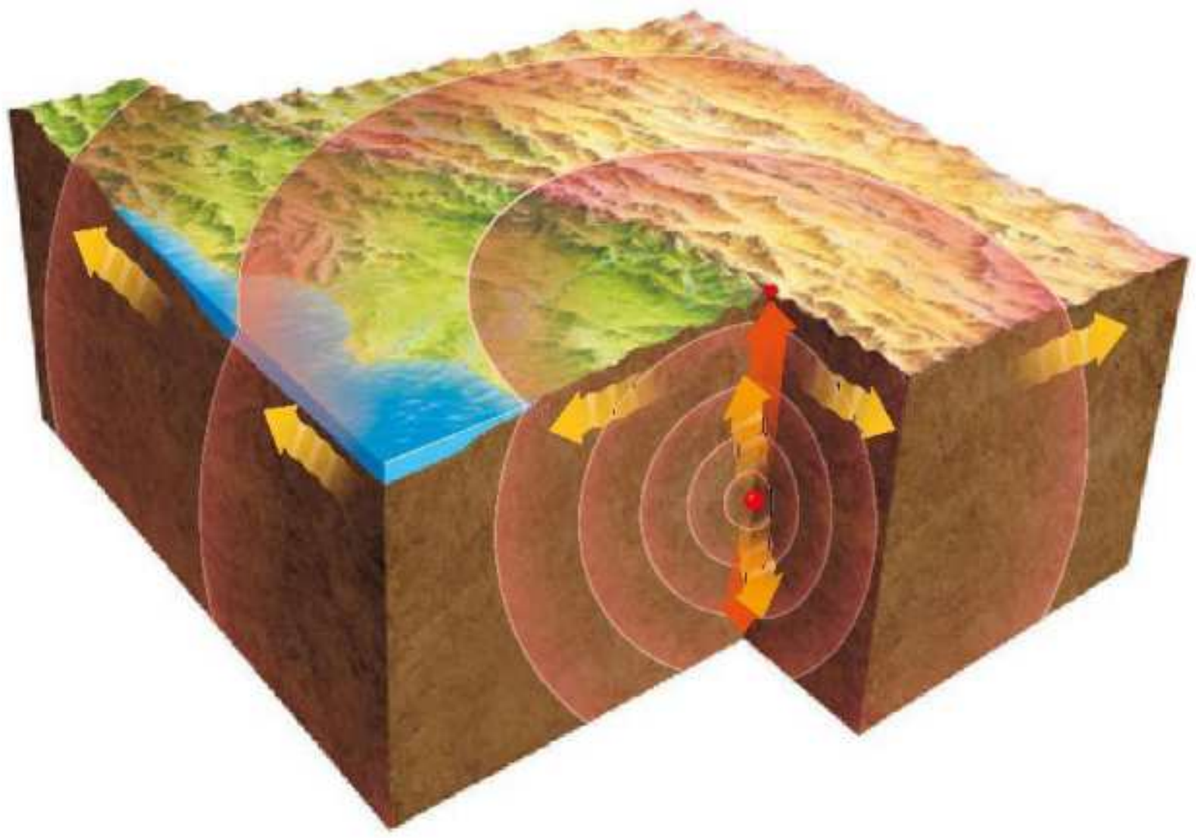
Sami przeprowadziliśmy pomiar prędkości impulsu w pręcie w układzie przedstawionym na rys. 10.9 i otrzymaliśmy wynik ok. 5400 $\frac{m}{s}$. Jest to wartość zbliżona do tablicowej prędkości dźwięku w stali.

Ośrodki o różnym stanie skupienia

Gdy w ciele stałym przesuniemy jedną warstwę atomów (górna warstwa na rys. 10.10a), oddziaływania między atomami spowodują przesunięcie sąsiedniej warstwy. W ten sposób rozchodzi się fala poprzeczna.
Dlatego w ciałach stałych mogą się rozchodzić zarówno fale poprzeczne, jak i podłużne. Przykład stanowią fale sejsmiczne, rozchodzące się w skorupie ziemskiej i powodujące trzęsienia ziemi (rys. 10.11).
Im twardsza substancja, tym fale rozchodzą się lepiej. W bardzo miękkich materiałach, takich jak plastelina, praktycznie nie rozchodzą się wcale.



Rys. **10.10.** Warstwy atomów oddziałują ze sobą w ciele stałym (a), ale nie w cieczy (b)



Rys. **10.11.** Podłużna fala sejsmiczna porusza się z prędkością 4–8 $\frac{km}{s}$, a poprzeczna z prędkością 2–5 $\frac{km}{s}$

Z kolei w cieczach i gazach warstwy atomów (lub cząsteczek) mogą przesuwać się niezależnie od siebie (rys. 10.10b). Dlatego w tych ośrodkach rozchodzą się wyłącznie fale podłużne, polegające na zmianach gęstości, czyli sprężaniu i rozprężaniu substancji.

Uwaga. Powyższa uwaga dotyczy drgań rozchodzących się **wewnątrz** cieczy lub gazu, a nie fal na powierzchni cieczy.

Prędkość fali

Zaburzenie powierzchni wody czy położenia ciężarków nie rozchodzi się natychmiast, ale z pewną określoną prędkością. Nazywamy ją **prędkością fali**.
Gdy fala rozchodzi się w jednorodnym ośrodku (np. na wodzie o stałej głębokości, w sprężynie o stałym współczynniku sprężystości), ta prędkość się nie zmienia. Wraz ze zmniejszaniem się amplitudy fali maleje prędkość ruchu cząsteczek ośrodka, ale nie prędkość fali.

> Fala rozchodzi się ze skończoną prędkością.

Prędkość fali może być bardzo różna: badane przez nas fale na sprężynach mają prędkość rzędu kilkudziesięciu centymetrów na sekundę, natomiast prędkość fal sejsmicznych to kilka kilometrów na sekundę.

W doświadczeniu z obciążnikami obserwowaliśmy, że gdy fala dochodziła do kolejnych obciążników, zaczynały się one poruszać. Wynika z tego, że **fala przenosi energię**.

Praca i energia, cz. I s. 194
Aby wykonać pracę, potrzebna jest energia.

Skąd bierze się energia fal? Każda fala mechaniczna została wywołana przez ruch jakiegoś ciała – **źródła fali**. Aby to źródło się poruszało, musiała zostać wykonana praca (zostać mu przekazana energia). W przypadku fal przy powierzchni wody energia pochodzi w przeważającej części z wiatru.

Wspólne właściwości fal mechanicznych

Na podstawie przedstawionych doświadczeń i codziennych obserwacji możemy opisać kilka ważnych właściwości **wszystkich fal mechanicznych**.

- Mimo że zjawisko fali wiąże się z ruchem cząsteczek, przemieszczanie się fali nie polega na przemieszczaniu się cząsteczek.
- Fala rozchodzi się w ośrodkach takich jak powietrze, stalowy pręt czy woda.

  Zauważ, że dotyczy to tylko fal **mechanicznych**. Fale elektromagnetyczne, m.in. światło, rozchodzą się także w próżni.
- Fala rozchodzi się z określoną, skończoną prędkością.
- Fala niesie energię.

Po tej lekcji powinieneś

- wiedzieć, co to jest fala mechaniczna;
- rozumieć mechanizm powstawania fal mechanicznych;
- odróżniać fale podłużne od poprzecznych i demonstrować je doświadczalnie;
- omawiać podstawowe właściwości fal mechanicznych.

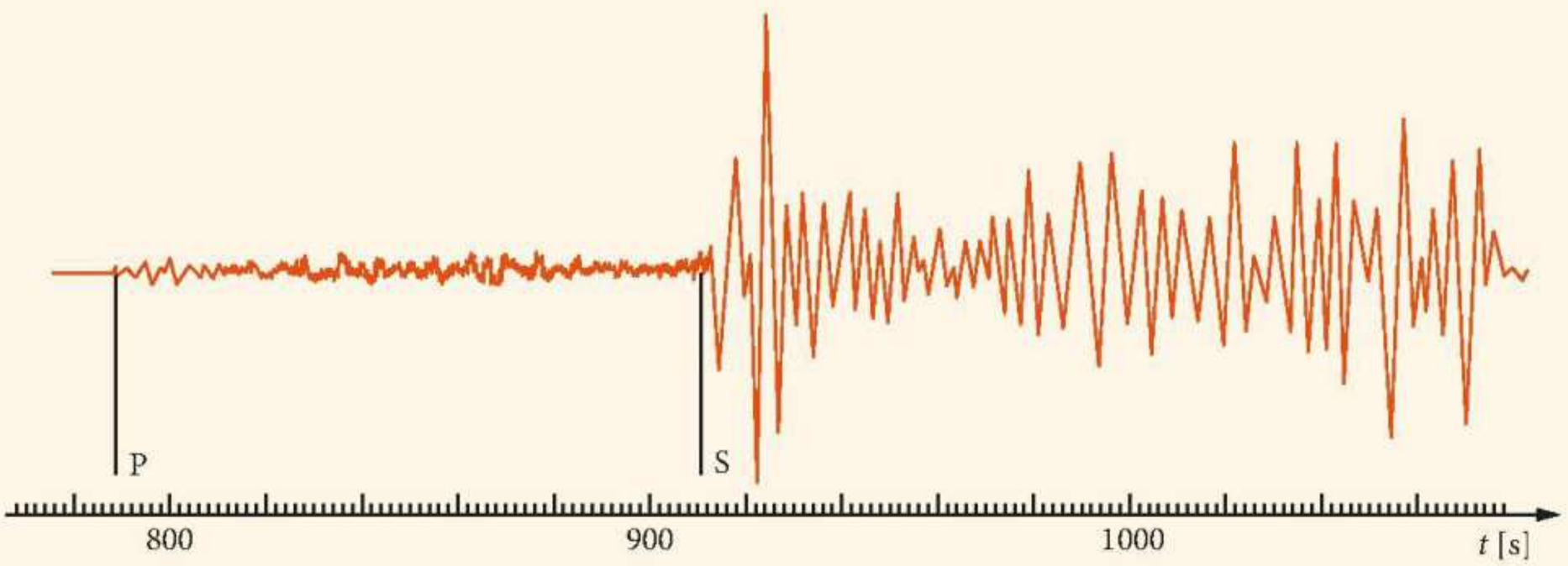
A to ciekawe

Całkowita moc fal morskich to ok. 3 TW, czyli $3 \cdot 10^{12}$ W. W przybliżeniu odpowiada ona mocy wszystkich elektrowni na świecie. Choć wykorzystanie całej energii fal morskich nie jest możliwe, ponieważ jest ona rozproszona na ogromnych obszarach, to działają już elektrownie zamieniające energię fal na energię elektryczną, jak np. pokazana na zdjęciu elektrownia w Aguçadourze (czyt. agusadorze) u wybrzeży Portugalii.

Pytania i zadania ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

Przykład

Poniżej zamieszczono zapis z sejsmografu wykonany podczas pewnego trzęsienia ziemi. Symbolem P oznaczono chwilę dotarcia do niego fal podłużnych, a S – poprzecznych. Na podstawie tego zapisu oblicz, w jakiej odległości od urządzenia rejestrującego wstrząsy znajdowało się epicentrum tego trzęsienia ziemi. Przyjmij, że prędkość fal poprzecznych v_{pop} to ok. 4,5 $\frac{km}{s}$, a prędkość fal podłużnych v_{pod} to ok. 8 $\frac{km}{s}$.



Rozwiązanie

Obie fale przebywają tę samą odległość z różnymi prędkościami. Z sejsmogramu odczytujemy, że do urządzenia rejestrującego jako pierwsza dotarła fala podłużna ($t_{pod} = 788$ s), a jako druga – fala poprzeczna, która została zarejestrowana po upływie czasu:

$$\Delta t = 910\text{ s} - 788\text{ s} = 122\text{ s}$$

od zarejestrowania pierwszej fali. Zapisujemy wzory na drogę dla obydwu fal

$$\begin{cases} s = v_{pod}\,t \\ s = v_{pop}\,(t + \Delta t) \end{cases}$$

gdzie:
s – droga pokonana przez falę z epicentrum do sejsmografu,
Δt – różnica czasu między przybyciem fali poprzecznej i podłużnej,
t – czas przemieszczania się fali podłużnej.

Z pierwszego równania wyznaczamy $t = \frac{s}{v_{pod}}$, podstawiamy do drugiego równania i wyznaczamy drogę s:

$$s = v_{pop}\left(\frac{s}{v_{pod}} + \Delta t\right)$$

$$s = s\frac{v_{pop}}{v_{pod}} + v_{pop}\Delta t \quad \rightarrow \quad s - s\frac{v_{pop}}{v_{pod}} = v_{pop}\Delta t$$

$$s\left(1 - \frac{v_{pop}}{v_{pod}}\right) = v_{pop}\Delta t$$

Sprowadzamy wyrażenie przy s do wspólnego mianownika, dzielimy przez nie obie strony równania i ostatecznie otrzymujemy wzór:

$$s = \frac{v_{pop}\Delta t}{\frac{v_{pod} - v_{pod}}{v_{pod}}} \quad \longrightarrow \quad s = \frac{v_{pod} \cdot v_{pop} \cdot \Delta t}{v_{pod} - v_{pop}}$$

Po podstawieniu danych obliczamy drogę: $s = 1255$ km ≈ 1300 km.

Odpowiedź: Epicentrum trzęsienia ziemi znajdowało się ok. 1300 km od sejsmografu.

Uwaga. W odpowiedzi podajemy zaokrąglony wynik, gdyż zarówno podziałka sejsmogramu, jak i założone prędkości fal sejsmicznych nie są zbyt dokładne. Fale podłużne i poprzeczne nie musiały się też przemieszczać po tej samej drodze.

1. Czy na wstążce mogą się rozchodzić fale poprzeczne? A fale podłużne? Wyjaśnij, dlaczego tak jest.

2. Po wykonaniu doświadczenia 26. przeczytaj poniższe pytania i zastanów się, jakie odpowiedzi mogą być poprawne. Uzasadnij swój wybór. Czy potrafisz wykonać doświadczenie, w którym mógłbyś je zweryfikować?

a) Czy prędkość rozchodzenia się fali zależy od masy ciężarków? Jeśli tak, to czy jest to zależność malejąca czy rosnąca?

b) Czy prędkość rozchodzenia się fali zależy od stałej sprężystości sprężyn? Jeśli tak, to czy jest to zależność malejąca czy rosnąca?

3. Silne burze przy europejskim brzegu Atlantyku mogą wywołać fale poruszające się z prędkością 15 $\frac{m}{s}$, które docierają aż do brzegów Kanady i USA. Skorzystaj z atlasu geograficznego i oszacuj czas przemieszczania się takiej fali przez ocean.

4. Przygotuj długą sprężynę-zabawkę i jeden jej koniec zamocuj np. do statywu, a drugi – trzymaj w wyciągniętej ręce. Przećwicz wytwarzanie na sprężynie fal podłużnych. Następnie umieść przy sprężynie miarkę.

Sfilmuj ruch podłużnego impulsu falowego i na podstawie nakręconego filmu wyznacz prędkość rozchodzenia się wywołanego impulsu falowego.

10.2. Matematyczny opis fal

Przypomnij sobie

- Długość fali λ to odległość między jej kolejnymi grzbietami.
- W czasie równym swojemu okresowi drgań T fala przebywa drogę równą długości fali λ.
- Drgania harmoniczne opisujemy za pomocą wzoru $x = A\sin(\omega t + \varphi)$, gdzie: A – amplituda drgań, ω – częstość kołowa drgań, t – czas, φ – przesunięcie fazowe.

Wielkości służące do opisu fali

Jak już wiesz, fala to rozchodzące się drgania cząsteczek ośrodka. Każda z cząsteczek ośrodka drga z taką samą częstotliwością. Nazywamy ją **częstotliwością fali** (f). Podobnie **okres fali** (T) to okres drgań dowolnej cząsteczki ośrodka, a **amplituda fali** (A) to amplituda takich drgań. Wielkości te można wyznaczyć, badając zachowanie ośrodka w dowolnym, jednym punkcie.

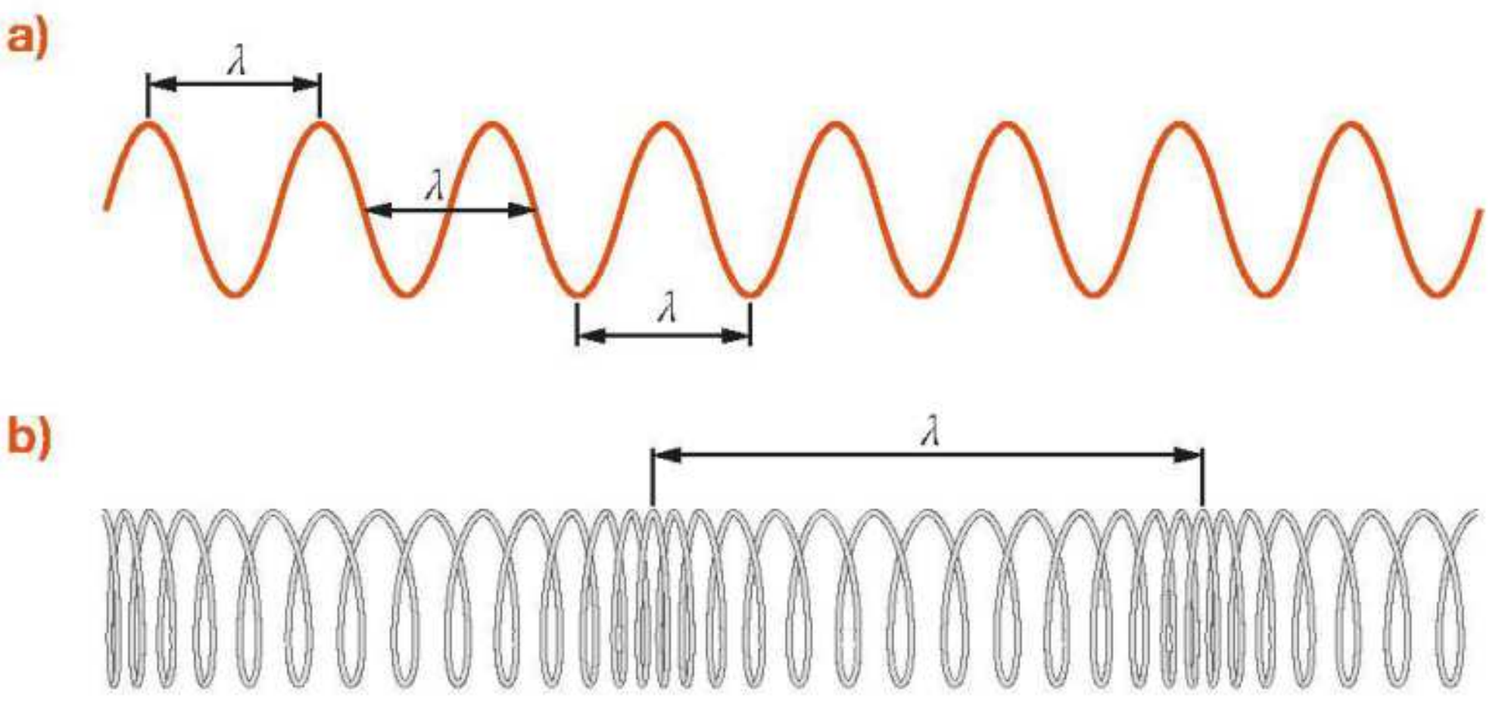
Gdy chcemy opisać rozchodzenie się fali jako całości, posługujemy się **prędkością fali** (v) oraz **długością fali** (λ) (rys. 10.12).

Rys. **10.12.** Fale na morzu – zaznaczona długość fali

Ze szkoły podstawowej wiesz, że długość fali to odległość między jej dwoma kolejnymi grzbietami. Zamiast grzbietów możemy wybrać dwie kolejne doliny lub – ogólniej – dwa kolejne punkty będące w tej samej fazie drgań (rys. 10.13a). Przyjmijmy, że w przypadku fali podłużnej na sprężynie przez grzbiety rozumiemy miejsca o maksymalnym zagęszczeniu zwojów (rys. 10.13b).

Faza ruchu drgającego s. 154

Możemy więc zapisać ogólną definicję długości fali.



Rys. **10.13.** Długość fali to odległość między sąsiednimi punktami, które drgają w tej samej fazie, np.: a) między dwoma sąsiednimi grzbietami, b) między dwoma kolejnymi zagęszczeniami zwojów

Długość fali to odległość między dwoma kolejnymi punktami drgającymi w tej samej fazie.

W czasie równym jednemu okresowi T fala przebywa drogę równą swojej długości λ. Wobec tego znany wzór na prędkość $v = \frac{s}{t}$ dla fal przybiera postać:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$

gdzie: v – prędkość fali, λ – długość, T – okres, f – częstotliwość.

Zależność między częstotliwością f a okresem T: $f = \frac{1}{T}$

Funkcja falowa fali harmonicznej

Drgania harmoniczne s. 152

Wśród wielu rodzajów fal bardzo ważną rolę odgrywają **fale harmoniczne**, w których drgania cząsteczek ośrodka są drganiami harmonicznymi. Przykładami są fala na sprężynie wywołana harmonicznym ruchem końca sprężyny oraz czysty ton muzyczny.

Występowanie fal harmonicznych w przyrodzie nie jest jedynym powodem, dla którego się nimi zajmujemy. Okazuje się bowiem, że również bardziej skomplikowaną falę można przedstawić jako sumę fal harmonicznych o różnych częstotliwościach. W lekcji 10.7 zobaczysz, w jaki sposób na strunie gitary lub w piszczałce organów powstaje dźwięk złożony z tonów o różnych wysokościach.

Rozważmy falę harmoniczną rozchodzącą się wzdłuż osi x, np. na sprężynie. Interesuje nas wychylenie y określonego punktu sprężyny z położenia równowagi w zależności od jego współrzędnej x i czasu t. Zauważmy, że skoro położenie zależy od dwóch wielkości (x oraz t), to do jego opisu będziemy używać funkcji dwóch zmiennych $y(x, t)$, gdzie y jest wychyleniem sprężyny w punkcie x w chwili t.

Funkcja dwóch zmiennych s. 98

Najpierw zapiszmy wzór dla $x = 0$. Opisuje on po prostu drgania sprężyny w określonym punkcie, a ponieważ drgania te są harmoniczne, możemy skorzystać ze wzoru znanego z poprzedniego rozdziału:

Wzór na położenie w ruchu harmonicznym s. 156

$$y(0, t) = A\sin(\omega t + \varphi_0)$$

gdzie: A – amplituda drgań, ω – częstość kołowa drgań, t – chwila, w której wychylenie wynosi $y(0, t)$, φ_0 – przesunięcie fazowe.

Zmieniło się tylko oznaczenie zmiennej niezależnej z x na y, pojawił się też pierwszy argument równy 0, który oznacza, że nasz wzór dotyczy tylko punktu o współrzędnej $x = 0$.

Jeśli interesuje nas punkt o innej współrzędnej x, należy uwzględnić fakt, że fala dochodzi do niego po czasie $\Delta t = \frac{x}{v}$, gdzie v to prędkość fali. Wychylenie punktu o współrzędnej x w chwili t musi więc być takie samo jak wychylenie punktu o współrzędnej $x = 0$ w chwili o Δt wcześniejszej, czyli w chwili:

$$t' = t - \Delta t = t - \frac{x}{v}$$

Wobec tego:

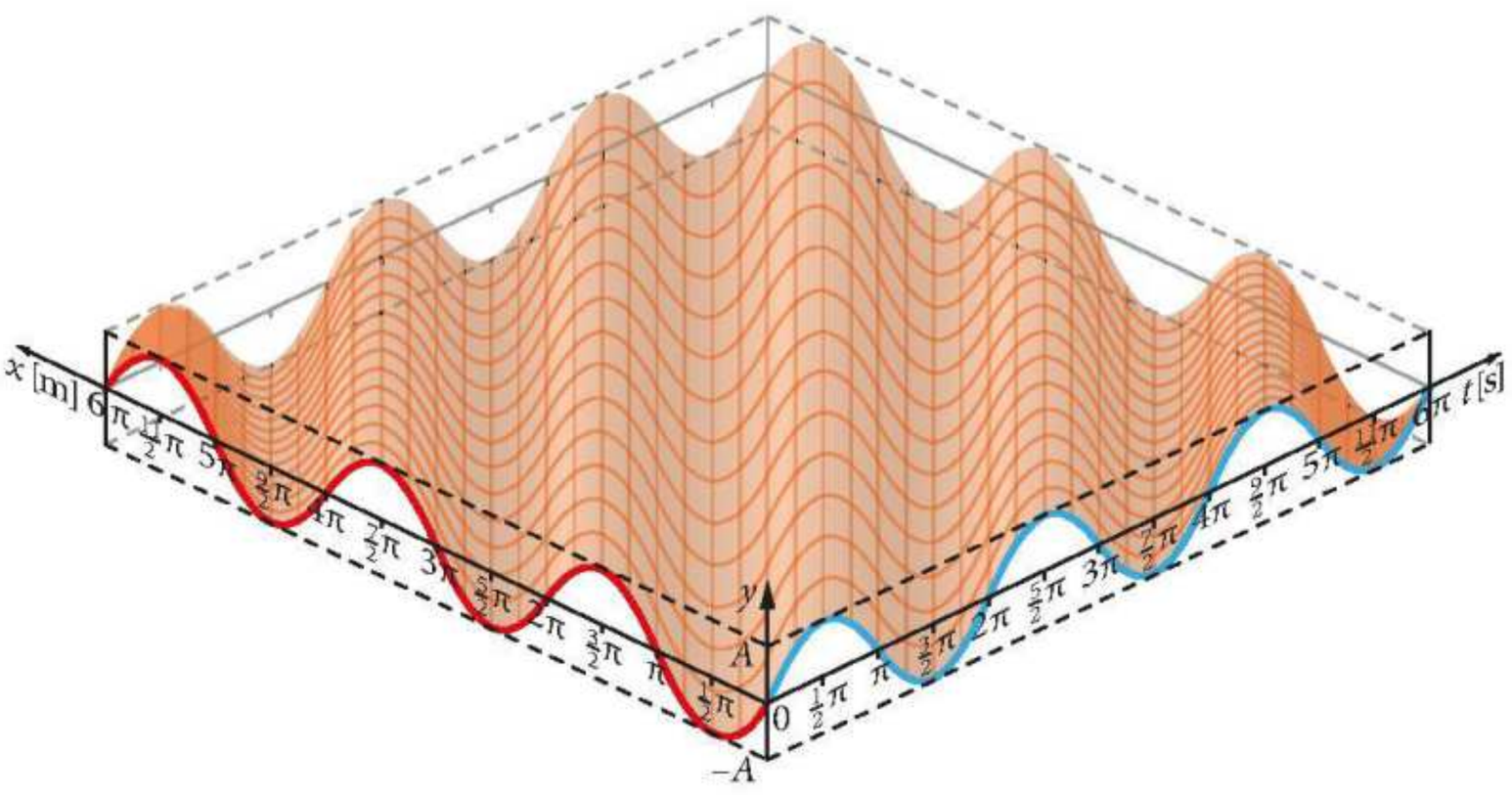
$$y(x, t) = y(0, t') = A\sin(\omega t' + \varphi_0)$$

$$y(x,t) = A\sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) + \varphi_0\right]$$

W ten sposób wyprowadziliśmy ogólny wzór na **funkcję falową** fali harmonicznej.

Wykres funkcji falowej

Ponieważ funkcja falowa jest funkcją dwóch zmiennych, jej wykres jest trójwymiarowy – na dwóch osiach poziomych zaznaczamy argumenty x i t, a na osi pionowej wartości y (rys. 10.14).



Rys. **10.14.** Wykres funkcji falowej jako funkcji dwóch zmiennych $y(x, t)$

Spójrzmy na kolorowe linie na brzegu wykresu. Obie mają kształt sinusoidy, choć na rysunku przestrzennym zostały nieco zniekształcone.

- Czerwona krzywa odpowiada zależności $y(t)$ dla $x = 1{,}5\pi$. Opisuje więc drgania sprężyny w pewnym określonym punkcie. Jest to wykres zależności położenia od czasu w ruchu harmonicznym jednego punktu, znany nam z poprzedniego rozdziału.
- Niebieska krzywa odpowiada zależności $y(x)$ dla $t = 2\pi$. Przedstawia obraz fali w danym momencie jednocześnie w wielu punktach.

Zwróć uwagę, że choć wykresy te wyglądają analogicznie, inna jest ich interpretacja.

Funkcja falowa a faza drgań punktu

Sprawdźmy teraz, że nasz wzór na funkcję falową zgadza się z tym, co wiemy o długości fali. Zgodnie z definicją tej długości punkty, których współrzędne x różnią się o λ, drgają w tej samej fazie. Do takiego samego wniosku możemy dojść na podstawie wzoru.
Rzeczywiście, dla punktu o współrzędnej $x + \lambda$ argument funkcji sinus ma wartość:

$$\omega\left(t-\frac{x+\lambda}{v}\right)+\varphi_0=\omega\left(t-\frac{x}{v}-\frac{\lambda}{v}\right)+\varphi_0=\omega\left(t-\frac{x}{v}-T\right)+\varphi_0=$$

$$=\omega\left(t-\frac{x}{v}\right)+\varphi_0-\omega T=\omega\left(t-\frac{x}{v}\right)+\varphi_0-2\pi$$

$\omega=\frac{2\pi}{T} \quad \rightarrow \quad \omega T=2\pi$

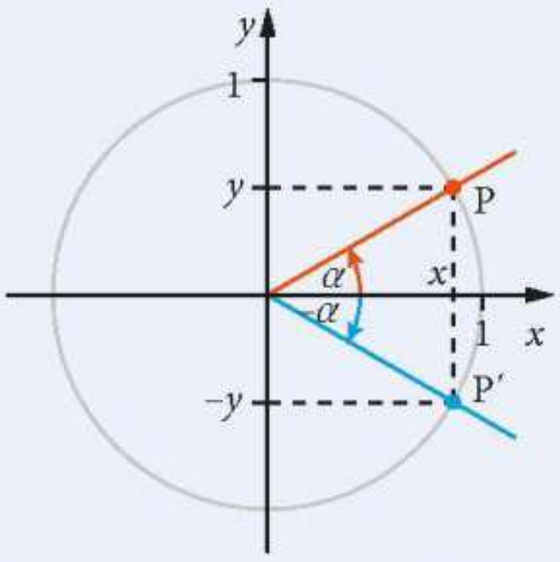
a ponieważ 2π jest okresem funkcji sinus, przyjmuje więc ona taką samą wartość dla punktów x i $x + \lambda$.

Podobne rozważania możemy przeprowadzić dla punktów, których **współrzędne x różnią się o $\frac{\lambda}{2}$**. Argument funkcji sinus różni się wtedy o π, więc **drgania** odbywają się **w przeciwnej fazie**, tzn. w przeciwfazie (rys. 10.15).

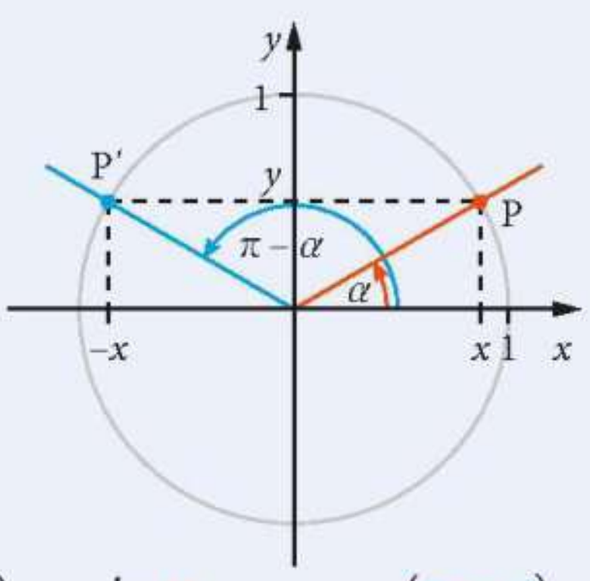
Dodatek matematyczny

Wzory redukcyjne

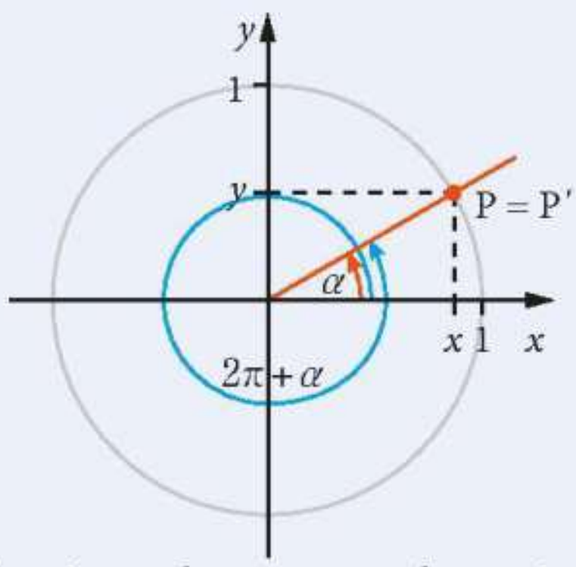
Funkcje trygonometryczne są określone dla dowolnej liczby rzeczywistej, jednak aby je obliczyć, wystarczy znać wartości tych funkcji dla kątów ostrych i posłużyć się **wzorami redukcyjnymi**. Te wzory z czasem zapamiętasz, ale w każdej chwili możesz naszkicować odpowiedni rysunek i odtworzyć wzór na jego podstawie. Na każdym z rysunków promień okręgu $R = 1$, dlatego $\sin\alpha = y$, $\cos\alpha = x$.



$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha \qquad \cos(-\alpha) = \cos\alpha$

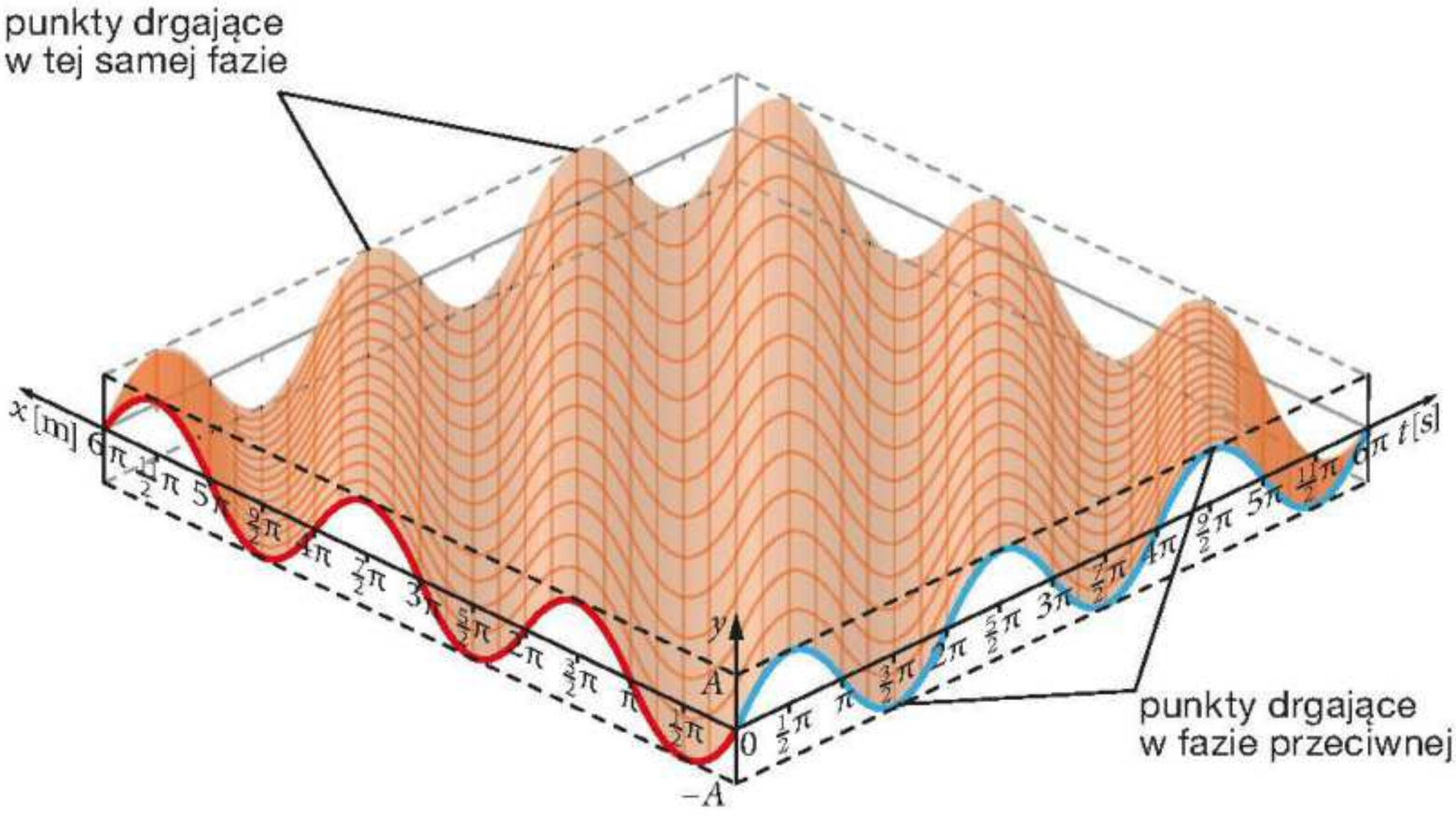


$\sin(\pi - \alpha) = \sin\alpha \qquad \cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha$
$\sin(180° - \alpha) = \sin\alpha \qquad \cos(180° - \alpha) = -\cos\alpha$



Pełen obrót nie wpływa na położenie punktu P:

$\sin(2\pi + \alpha) = \sin\alpha \qquad \cos(2\pi + \alpha) = \cos\alpha$
$\sin(360° + \alpha) = \sin\alpha \qquad \cos(360° + \alpha) = \cos\alpha$

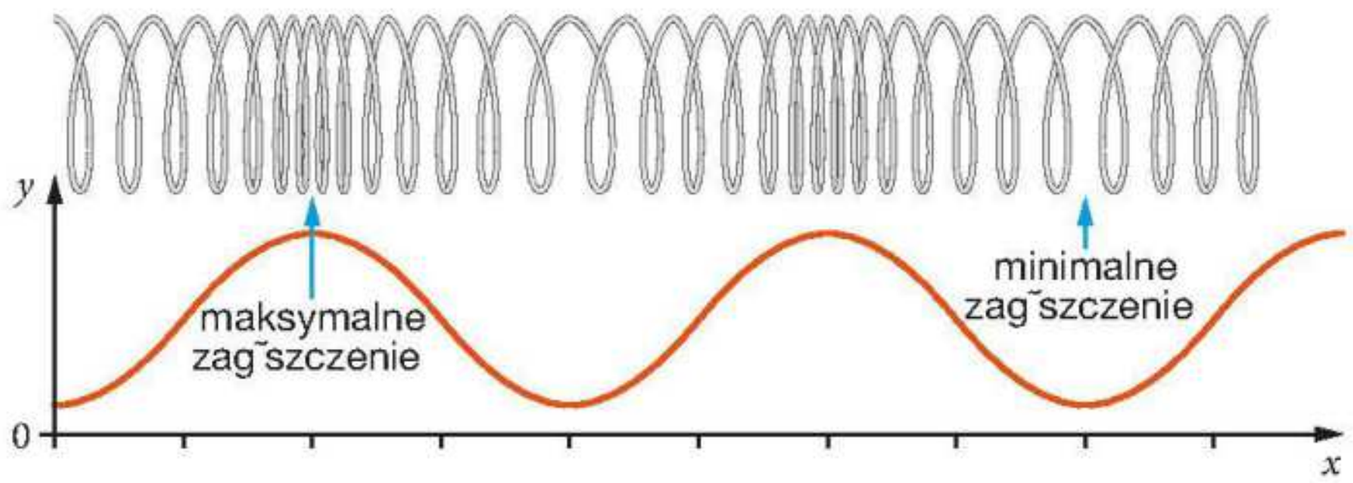


Rys. **10.15.** Punkty drgające w zgodnej lub przeciwnej fazie na wykresie funkcji falowej

Funkcja falowa a fala podłużna

Wyprowadzony powyżej wzór funkcji $y(x, t)$ obowiązuje również dla fal podłużnych. Na przykład dla fali podłużnej na sprężynie wzór ten opisuje zależność liczby zwojów na jednostkę długości (współrzędna y) od współrzędnej x i czasu t. Porównanie wykresu z wyglądem sprężyny przedstawiono na rysunku 10.16. Jak widać, w tym przypadku wykres nie przedstawia obrazu falującej sprężyny.

Fala podłużna s. 202



Rys. **10.16.** Wykres fali podłużnej przedstawia zależność liczby zwojów na jednostkę długości (y) od współrzędnej (x) mierzonej zgodnie z kierunkiem osi, wzdłuż której rozchodzi się fala. Nie jest to obraz falującej sprężyny

Po tej lekcji powinieneś

- stosować pojęcia: okres, częstotliwość, długość oraz prędkość fali;
- wykorzystywać zależności między wielkościami opisującymi fale do rozwiązywania zadań;
- stosować funkcję falową do opisu fal harmonicznych.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

Przykład

Po napiętej sprężynie rozchodzi się harmoniczna fala poprzeczna o amplitudzie $A = 2$ cm i długości $\lambda = 10$ cm, która porusza się z prędkością $v = 20\,\frac{\text{cm}}{\text{s}}$ zgodnie ze zwrotem osi x. W chwili $t_0 = 0$ s w punkcie $x_0 = 0$ cm wychylenie sprężyny wynosi zero, a prędkość chwilowa jest skierowana w górę. O ile centymetrów i w którą stronę w stosunku do osi x będzie wychylona sprężyna w chwili $t_1 = 1{,}3$ s w punkcie $x_1 = 3$ cm?

Rozwiązanie

Aby ustalić, o ile centymetrów będzie wychylona sprężyna, wykorzystamy funkcję falową opisującą omawianą falę. Ogólne równanie funkcji falowej dla $\varphi = 0$ ma postać:

$$y = A\sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)\right]$$

Po uwzględnieniu oznaczeń z treści zadania szukaną wielkość zapisujemy: $y_1 = A\left[\omega\left(t_1 - \frac{x}{v}\right)\right]$.
Zgodnie z treścią zadania w naszym przypadku $A = 2$ cm oraz $v = 20\,\frac{\text{cm}}{\text{s}}$.
Musimy obliczyć częstość kołową drgań ω. Wiemy, że:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Ponieważ znamy długość i prędkość fali, możemy po przekształceniu zależności:

$$v = \frac{\lambda}{T} \quad \longrightarrow \quad T = \frac{\lambda}{v}$$

i podstawieniu danych obliczyć jej okres:

$$T = \frac{10\,\text{cm}}{20\,\frac{\text{cm}}{\text{s}}} = 0{,}5\,\text{s}$$

Po uwzględnieniu tej wartości we wzorze na częstość kołową uzyskujemy:

$$\omega = \frac{2\pi}{0{,}5\,\text{s}} = 4\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Skoro znamy wszystkie wielkości występujące we wzorze opisującym funkcję falową, wystarczy podstawić dane z zadania. Stąd otrzymujemy (dla t_1 w sekundach i x_1 w centymetrach):

$$y_1 = 2\sin\left[4\pi\left(1{,}3 - \frac{3}{20}\right)\right] = 2\sin(4{,}6\pi)$$

$$y_1 \approx 1{,}9\,\text{cm}$$

Aby stwierdzić, w którą stronę porusza się interesujący nas punkt na sprężynie, możemy obliczyć, na jakiej wysokości względem osi x będzie się on znajdował po czasie trochę dłuższym niż t, np. w chwili $t_2 = 1{,}31$ s. Po ponownym podstawieniu danych do wzoru na funkcję falową otrzymamy:

$$y_2 \approx 1{,}8\,\text{cm}$$

Skoro w chwili późniejszej punkt znajdował się niżej, to sprężyna poruszała się w dół.

Odpowiedź: Sprężyna w punkcie x_1 i w chwili t_1 będzie wychylona o 1,9 cm z położenia równowagi i będzie się poruszała w dół.

Uwaga. Jeśli korzystasz z funkcji trygonometrycznych kątów ostrych wyrażonych w stopniach, musisz przeliczyć argument funkcji sinus z radianów na stopnie. Najłatwiej zapamiętać, że kąt pełny $360° = 2\pi$ rad, a więc π rad $= 180°$. Kąt występujący w tym zadaniu ma więc miarę:

$$4{,}6\pi \text{ rad} = 4{,}6 \cdot 180° = 4 \cdot 180° + 0{,}6 \cdot 180° = 2 \cdot 360° + 108°$$

Dlatego:

$$\sin 4{,}6\pi = \sin(2 \cdot 360° + 108°) = \sin 108° = \sin(180° - 72°) = \sin 72° \approx 0{,}95$$

W obliczeniach korzystaliśmy ze wzorów redukcyjnych (patrz „Dodatek matematyczny" s. 212). Gdy korzystasz z kalkulatora, obliczenia są prostsze, pamiętaj jednak, że na maturze masz do dyspozycji tylko tablice.

1. Na oceanie wiatr wytworzył falę, która co 10 s unosiła i opuszczała tratwę ratunkową. Pomiędzy kolejnymi grzbietami fali była odległość 90 m. Oblicz prędkość fali.

2. Gdy wokalista chce zaśpiewać nutę c^1, jego aparat głosowy wytwarza falę o długości 168 cm. Prędkość dźwięku w powietrzu wynosi 340 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

a) Oblicz częstotliwość tego dźwięku.

b) Oblicz, jaka będzie częstotliwość dźwięku, jeśli śpiewak wciągnie do płuc hel zamiast powietrza. Prędkość dźwięku w helu wynosi $v = 1015 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

c) Czy próbowałeś „mówić helem" albo słyszałeś, jak robi to ktoś inny? Jeśli nie, możesz znaleźć odpowiedni film w internecie.

3. Do wanny wlano warstwę wody o głębokości kilku centymetrów. Za pomocą prostokątnej gąbki na jej powierzchni została wytworzona fala rozchodząca się wzdłuż wanny. W czasie 15 s gąbka uderzyła o wodę 35 razy. Powstawała wtedy fala o długości ok. 10 cm i amplitudzie ruchu pionowego cząsteczek wody 1 cm (rys. 10.7 na s. 203). Przyjęto, że fala rozchodziła się zgodnie ze zwrotem osi x. Ustalono punkt na powierzchni wody $x = 0$, dla którego w danej chwili wychylenie $y = 0$, a woda w tym miejscu unosiła się w górę. Oblicz, po jakim czasie w punkcie $x = 11$ cm woda znalazła się w najwyższym położeniu.

4. W Centrum Nauki Kopernik zwiedzającym udostępniono falownicę – ok. dwumetrowej długości wąski zbiornik z wodą, na którego końcu znajduje się łopatka do wytwarzania fal. Gdy poruszamy łopatką, na powierzchni wody rozchodzi się fala o amplitudzie 4 cm i długości 80 cm. Zwiedzający CNK wytworzył w falownicy falę poruszającą się z prędkością 2 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ (o zwrocie zgodnym ze zwrotem osi x). W pewnej chwili w miejscu, dla którego ustalono położenie $x = 0$, wychylenie powierzchni wody było równe zeru i woda w tym miejscu się unosiła.
Oblicz, o ile centymetrów i w którą stronę (w stosunku do kierunku rozchodzenia się fali) będzie wychylona powierzchnia swobodna cieczy po czasie 1,5 s w punkcie odległym o $x_1 = 25$ cm.

10.3. Fale dźwiękowe

Przypomnij sobie

- Wyróżniamy fale mechaniczne: poprzeczne i podłużne.
- Dźwięk jest falą mechaniczną.
- Dźwięki o wyższej częstotliwości słyszymy jako wyższe, a o niższej – jako niższe.
- Ultradźwięki to dźwięki zbyt wysokie, a infradźwięki to dźwięki zbyt niskie, aby mogły być słyszane przez człowieka.

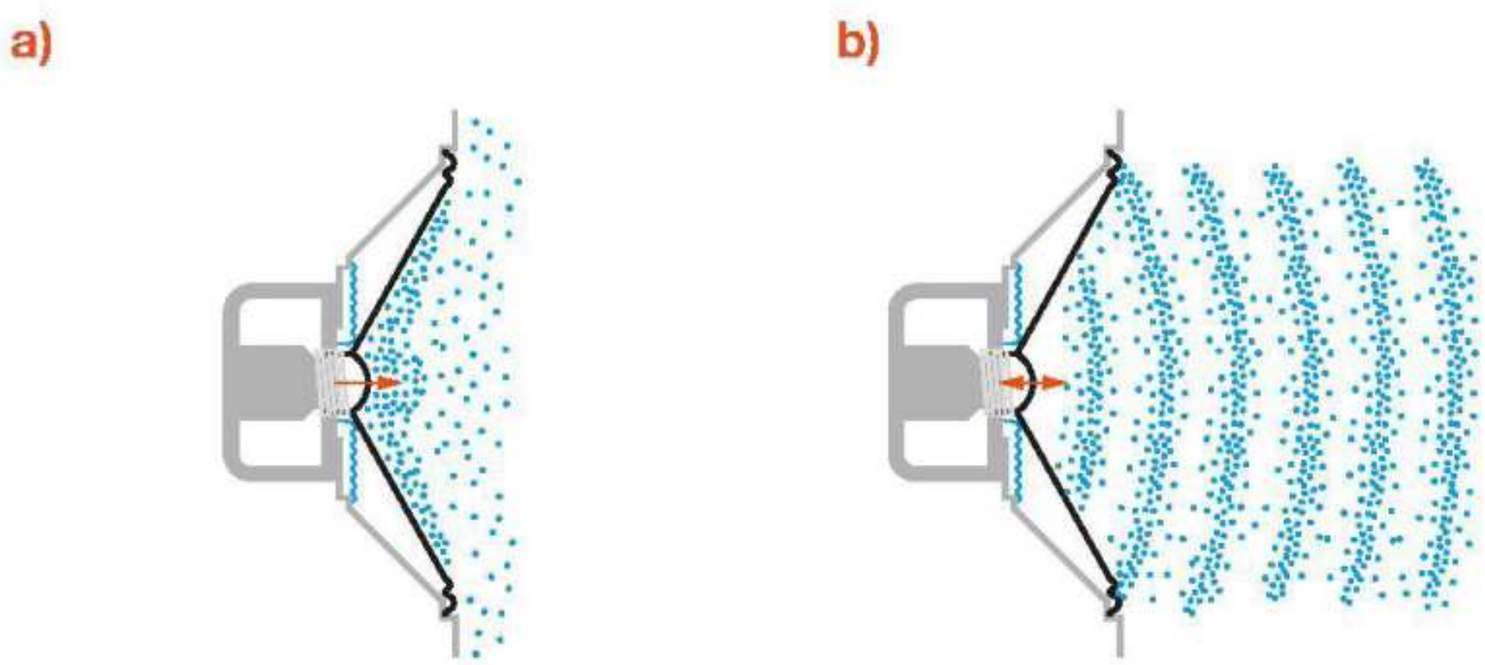
Rys. **10.17.** Dźwięk fortepianu powstaje dzięki drganiom strun wewnątrz instrumentu

Ze szkoły podstawowej wiesz, że jednym z rodzajów fal mechanicznych są fale dźwiękowe. Źródłem dźwięku mogą być np. drgające struny (rys. 10.17) lub membrany instrumentów.
Na początku zajmijmy się opisem rozchodzenia się fal dźwiękowych w powietrzu.

Mechanizm powstawania i odbioru fali dźwiękowej

Mechanizm powstawania fali dźwiękowej jest podobny do mechanizmu rozchodzenia się fali podłużnej na sprężynie.
Gdy ciało (np. membrana głośnika) drga w powietrzu, wtedy porusza się raz w jedną, raz w drugą stronę, przez co powoduje na przemian zagęszczenia i rozrzedzenia powietrza w swoim najbliższym otoczeniu. Te zagęszczenia i rozrzedzenia rozchodzą się na duże odległości i powstaje **fala dźwiękowa** (rys. 10.18). Jest to **fala podłużna** – tylko takie fale rozchodzą się w powietrzu.

Fala podłużna s. 202



Rys. **10.18.** a) gdy membrana głośnika się przesuwa, tworzy przed sobą zagęszczenie cząsteczek powietrza, b) gdy membrana porusza się rytmicznie, powstaje duża liczba rozrzedzeń i zagęszczeń powietrza – tworzy się fala dźwiękowa

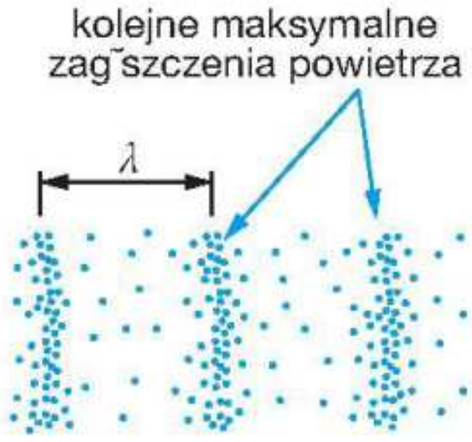
Co się dzieje, gdy fala dźwiękowa dotrze do błony bębenkowej ucha? Drgające powietrze wprawia błonę bębenkową w drgania. Drgania te są przenoszone przez kolejne części ucha aż do komórek słuchowych, które za pośrednictwem nerwu słuchowego przekazują informację o dźwięku do mózgu. W ten sposób dźwięk dociera do naszej świadomości.

Fala dźwiękowa może wprawić w drgania także inne ciała, nie tylko błonę bębenkową. Przy bardzo głośnym huku (np. od wybuchu) szyby w oknach drżą, a nawet mogą pękać.

Długość i częstotliwość fali dźwiękowej

Długość fali podłużnej na sprężynie jest równa odległości między kolejnymi miejscami największego zagęszczenia zwojów. Analogicznie – długość fali dźwiękowej to odległość między dwoma kolejnymi miejscami największego zagęszczenia powietrza (rys. 10.19).

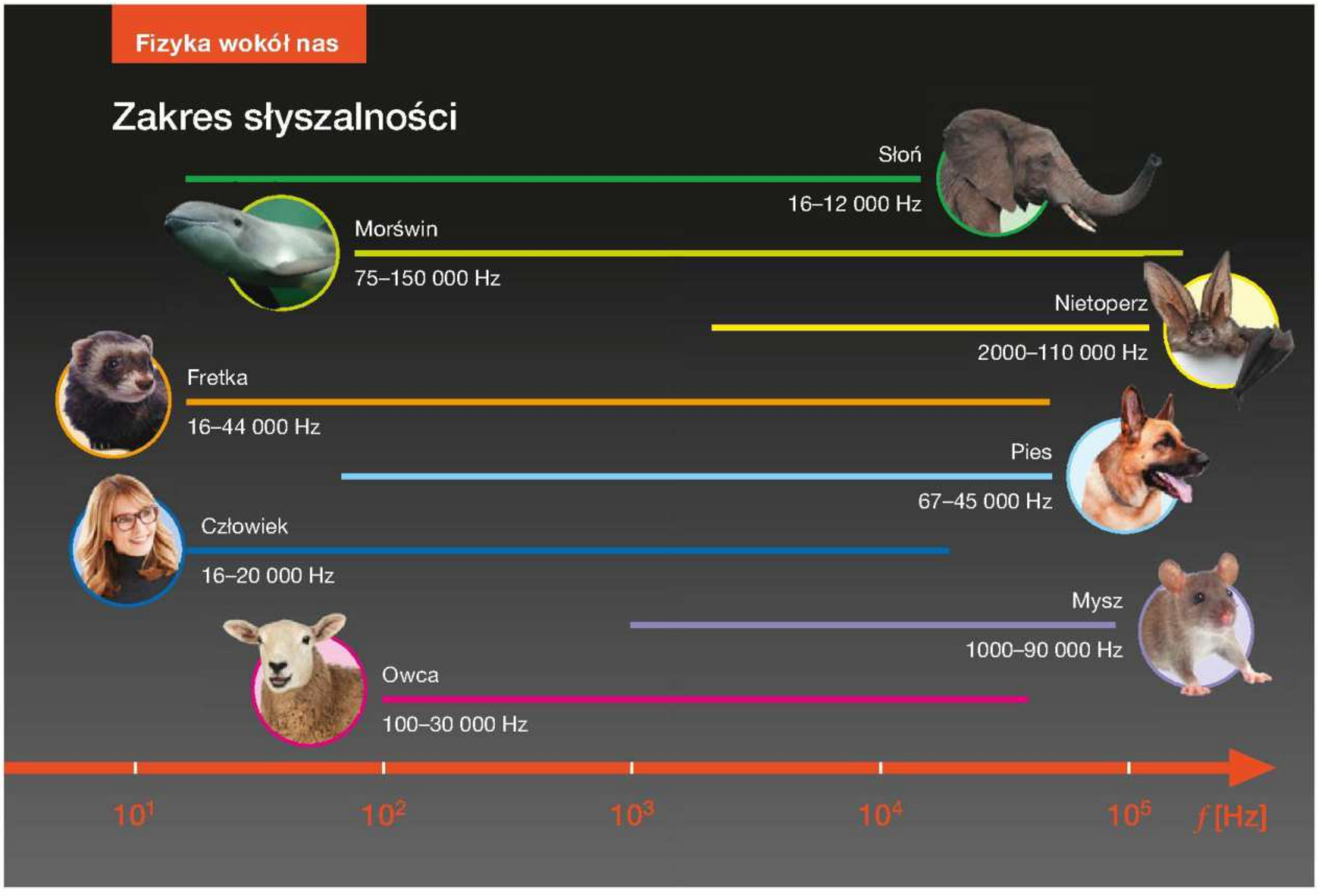
> Częstotliwość fali dźwiękowej odbieramy jako wysokość dźwięku. Dźwięk wyższy to dźwięk o wyższej częstotliwości, niższy – o niższej.



Rys. **10.19.** Długość fali dźwiękowej

Człowiek nie słyszy ani dźwięków bardzo niskich – **infradźwięków**, ani bardzo wysokich – **ultradźwięków**. Zakres słyszalności człowieka obejmuje dźwięki od 16 Hz do 20 kHz. Jednak poszczególne osoby mogą mieć różny zakres słyszalności, dlatego możesz spotkać także inne dane na ten temat.

Z wiekiem obniża się górna granica słyszalności – młodzież słyszy zwykle dźwięki dochodzące do 20 kHz, dla 30-latków granica obniża się do 15 kHz, a dla 60-latków nawet do 5 kHz.



Uwaga. W niektórych publikacjach możesz znaleźć definicję dźwięku jako fali słyszalnej dla ucha ludzkiego.

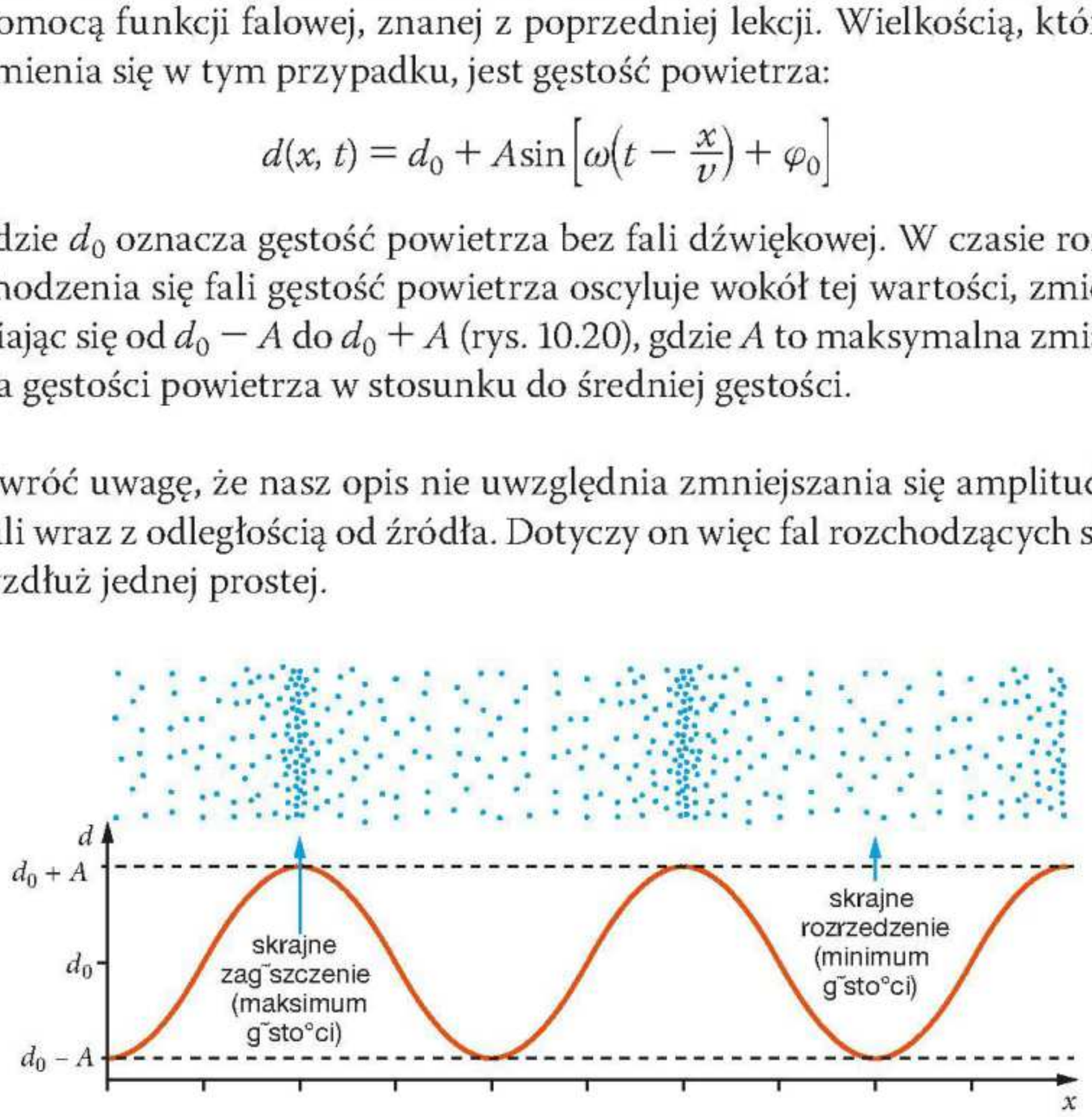
Funkcja falowa

Fala dźwiękowa o ustalonej częstotliwości, zwana też tonem czystym, jest harmoniczną falą podłużną. Oznacza to, że można ją opisać za pomocą funkcji falowej, znanej z poprzedniej lekcji. Wielkością, która zmienia się w tym przypadku, jest gęstość powietrza:

$$d(x, t) = d_0 + A\sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) + \varphi_0\right]$$

gdzie d_0 oznacza gęstość powietrza bez fali dźwiękowej. W czasie rozchodzenia się fali gęstość powietrza oscyluje wokół tej wartości, zmieniając się od $d_0 - A$ do $d_0 + A$ (rys. 10.20), gdzie A to maksymalna zmiana gęstości powietrza w stosunku do średniej gęstości.

Zwróć uwagę, że nasz opis nie uwzględnia zmniejszania się amplitudy fali wraz z odległością od źródła. Dotyczy on więc fal rozchodzących się wzdłuż jednej prostej.



Rys. 10.20. Wykres zmian gęstości powietrza w zależności od odległości od źródła dźwięku dla czystego tonu w pewnej chwili. W miarę upływu czasu zagęszczenia i rozrzedzenia się przesuwają – fala się przemieszcza. W rzeczywistości zagęszczenia i rozrzedzenia cząsteczek są wielokrotnie mniejsze niż na naszych poglądowych rysunkach

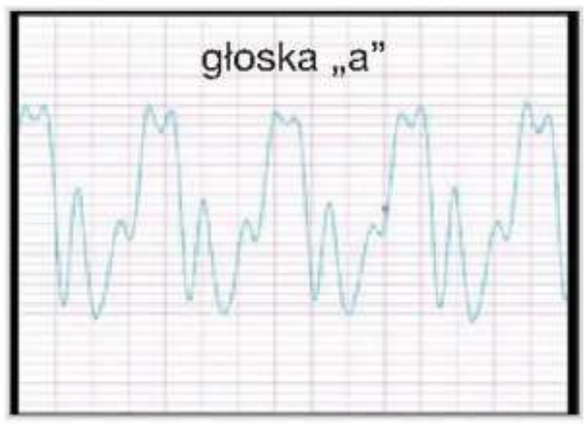
Badanie dźwięków i pomiar ich częstotliwości

W czasie rozchodzenia się dźwięku wielkością ulegającą zmianom jest gęstość powietrza. Dla czystego tonu (fali harmonicznej) zmiany gęstości w zależności od odległości od źródła przedstawia rys. 10.20.
Tak samo wygląda wykres zmian gęstości w zależności od czasu w jednym ustalonym miejscu. Natomiast dla fali niebędącej falą harmoniczną wykres ten przyjmuje bardziej skomplikowany kształt. Można go zbadać w następującym doświadczeniu.

Doświadczenie 28

1. Przygotuj komputer z mikrofonem (wbudowanym lub podłączonym).
2. Ściągnij z internetu bezpłatny program Oscilloscope 2.51 i go uruchom.
3. Zaśpiewaj do mikrofonu głoskę „a". Zatrzymaj obraz i mu się przyjrzyj.
4. Powtórz czynność z punktu 3. dla innych samogłosek, śpiewanych na tej samej wysokości. Możesz także zbadać w podobny sposób dźwięk instrumentów muzycznych.

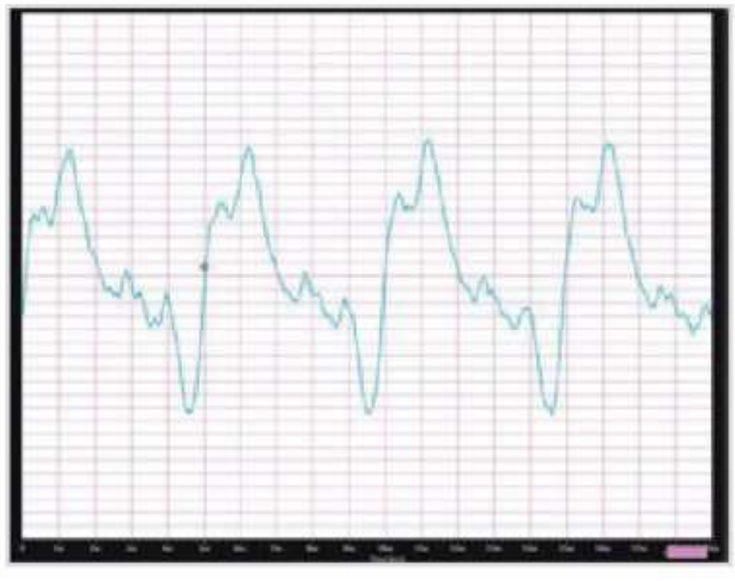
   Uwaga. Dostępne są także podobnie działające aplikacje na telefon komórkowy (wpisz w wyszukiwanie hasło „oscyloskop").

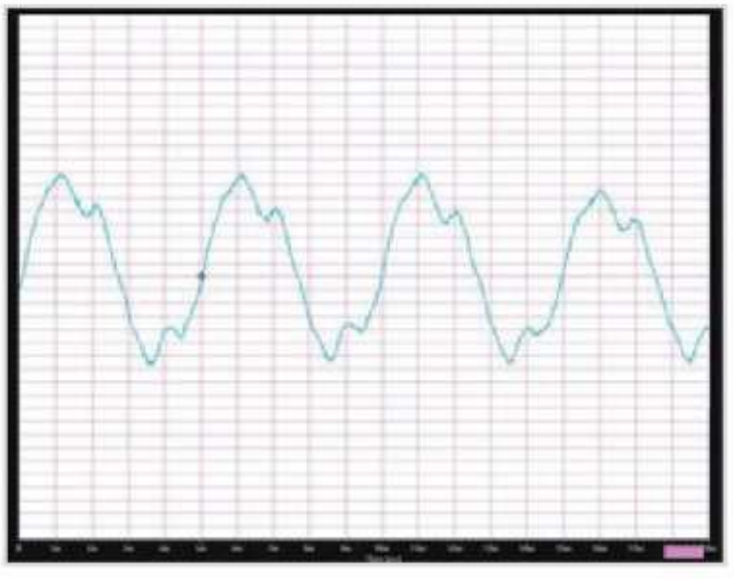


Jak widzimy, głos człowieka i dźwięki instrumentów nie są na ogół falami harmonicznymi, gdyż wykresy obrazujące odpowiadające im fale nie są sinusoidami.
Programu wykorzystanego w doświadczeniu 28. możemy użyć do pomiaru częstotliwości dźwięku, a za jej pośrednictwem – do pomiaru częstotliwości drgań struny.

Doświadczenie 29

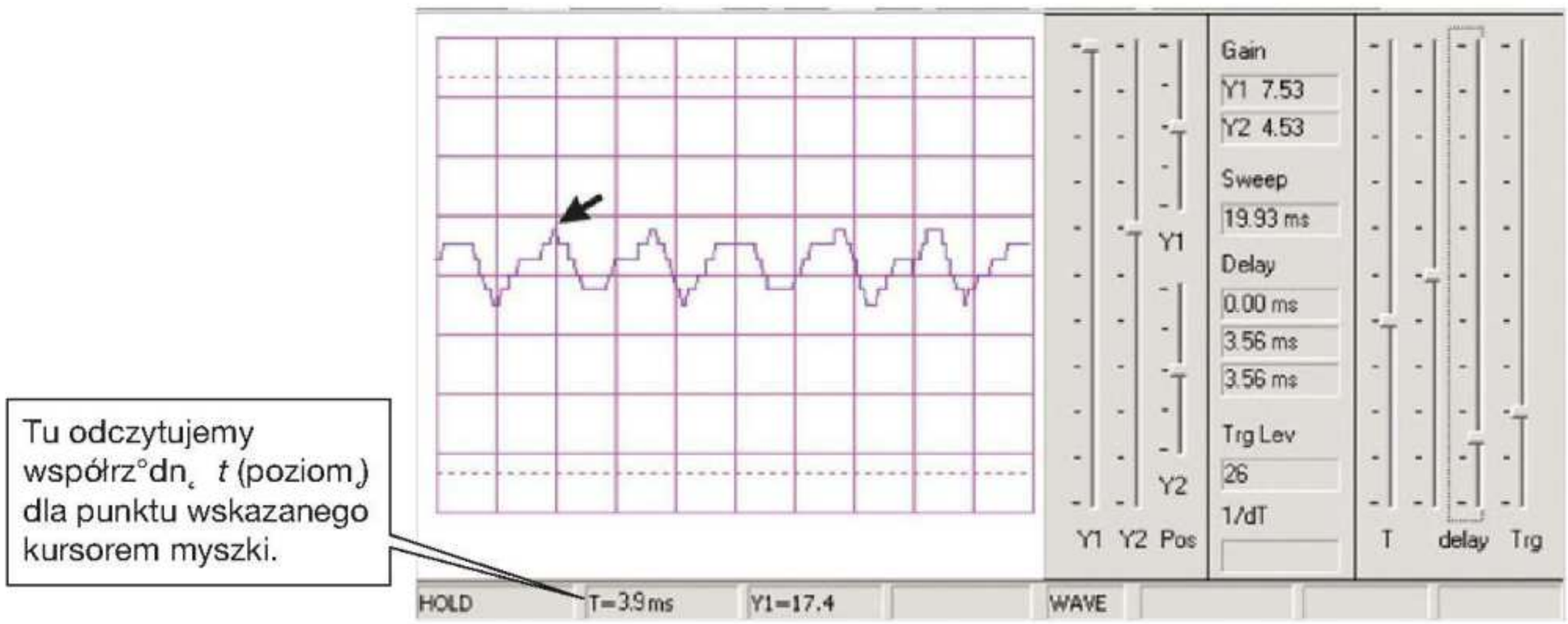
1. Przygotuj gitarę lub inny instrument strunowy oraz komputer z kartą dźwiękową i mikrofonem (wbudowanym lub podłączonym) oraz programem Oscilloscope 2.51 (patrz doświadczenie 28.). Możesz użyć aplikacji w telefonie, ale pomiary będą wówczas mniej dokładne. Uruchom program.
2. Zbliż gitarę do mikrofonu, szarpnij najcieńszą strunę i zatrzymaj obraz na komputerze.
3. Z wykresu widocznego na ekranie monitora odczytaj współrzędne dwóch maksimów wykresu fali (niekoniecznie sąsiednich). Na tej podstawie oblicz okres fali, a następnie jej częstotliwość.
4. Przyciśnij wcześniej szarpniętą strunę na pierwszym progu instrumentu (patrz zdjęcie obok) i wykonaj czynności opisane w punktach 2. i 3.
5. Powtórz doświadczenie jeszcze kilka razy, za każdym razem przyciskając tę samą strunę na kolejnym progu gitary.
6. Porównaj otrzymane wyniki i wyciągnij wnioski. Czy gdy zmniejsza się długość grającej części struny, częstotliwość wydawanego przez nią dźwięku zmniejsza się czy zwiększa?
7. Zapisz kolejno częstotliwości drgań struny nienaciśniętej, naciśniętej na pierwszym progu, na drugim progu itd. Oblicz, o ile herców oraz o ile procent różnią się kolejne częstotliwości. Co zauważasz?





Analiza doświadczenia 29.

Oto przykładowy sposób opracowania wyników pojedynczego pomiaru z doświadczenia 29.



Rys. **10.21.** Wykres fali dźwiękowej wytwarzanej przez strunę gitary

Z wykresu fali dźwiękowej wytwarzanej przez strunę gitary odczytujemy współrzędne czasowe pierwszego i ostatniego wyraźnego maksimum wykresu (rys. 10.21) – wynoszą one: $t_1 = 3{,}9$ ms, $t_5 = 16{,}6$ ms. Oznacza to, że między chwilami odpowiadającymi tym maksimom minęło:

$$\Delta t = t_5 - t_1 = 12{,}7 \text{ ms}$$

Jak widać z wykresu, w tym przedziale czasu mieszczą się cztery okresy fali, czyli okres tej fali wynosi:

$$T = \frac{\Delta t}{4} = \frac{12{,}7 \text{ ms}}{4} = 3{,}175 \text{ ms}$$

a jej częstotliwość ($f = \frac{1}{T}$) jest równa:

$$f = \frac{1}{3{,}175 \cdot 10^{-3} \text{ s}} \approx 315 \text{ Hz}$$

Niepewności pomiarowe

Aby wyznaczyć niepewność pomiaru częstotliwości, musimy najpierw oszacować, z jaką dokładnością odczytujemy z wykresu czasy t_1 i t_5. Wystarczy lekko przesuwać kursor myszy w obrębie maksimum wykresu, aby stwierdzić, że moment, w którym wykres osiągnął wartość maksymalną, możemy odczytać z dokładnością do 0,1 ms.

Tak więc t_1 mieści się między 3,8 ms a 4,0 ms, natomiast t_5 – między 16,5 ms a 16,7 ms. Ich różnica może więc wynosić:

- maksymalnie $\Delta t_{max} = 16{,}7 \text{ ms} - 3{,}8 \text{ ms} = 12{,}9 \text{ ms}$ – aby wynik był jak największy, od **największej** wartości t_5 odejmujemy **najmniejszą** wartość t_1,
- minimalnie $\Delta t_{min} = 16{,}5 \text{ ms} - 4{,}0 \text{ ms} = 12{,}5 \text{ ms}$ – aby wynik był jak najmniejszy, od **najmniejszej** wartości t_5 odejmujemy **największą** wartość t_1.

Dla każdej z wartości Δt obliczamy okres i odpowiadającą mu częstotliwość. Otrzymujemy odpowiednio 310 Hz i 320 Hz, co oznacza, że wynik naszego pomiaru wraz z niepewnością pomiarową wynosi:

$$f = 315\,\text{Hz} \pm 5\,\text{Hz}$$

Najcieńsza struna gitary powinna być nastrojona na dźwięk e^1, czyli 330 Hz. Widocznie nasza gitara była nastrojona ok. pół tonu za nisko.

Dźwięk w różnych ośrodkach

Fale dźwiękowe mogą się rozchodzić nie tylko w powietrzu, lecz także w innych ośrodkach o różnym stanie skupienia. Nie rozchodzą się natomiast w próżni, ponieważ nie ma tam żadnego ośrodka, którego cząsteczki mogłyby drgać.

Dźwięk rozchodzi się w różnych ośrodkach z różną prędkością (tabela 10.1). Z reguły najwolniej – w gazach, szybciej – w cieczach, a najszybciej – w ciałach stałych o budowie krystalicznej. Wynika to z odległości i oddziaływań między cząsteczkami.

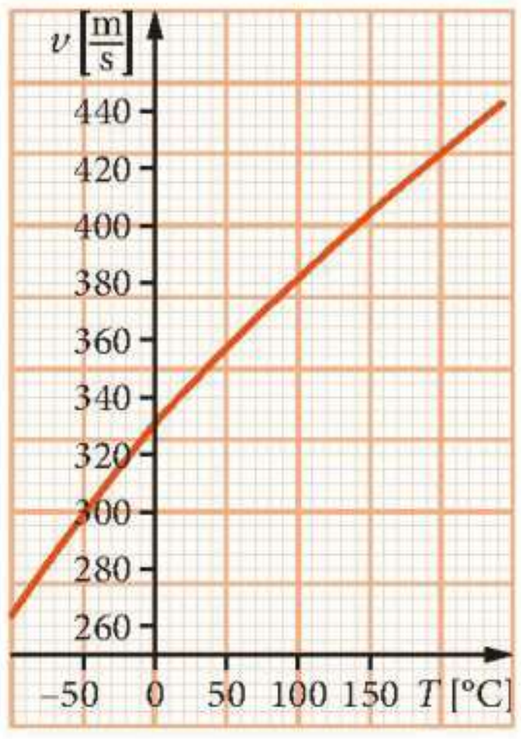
- W gazach cząsteczki znajdują się stosunkowo daleko od siebie, dlatego przesuwanie się fali zagęszczenia cząsteczek wymaga więcej czasu.
- W cieczach ze względu na mniejsze odległości między cząsteczkami przekazywanie drgań może następować szybciej.
- W ciałach stałych odległości te są podobne jak w cieczach, ale dzięki silniejszemu oddziaływaniu międzycząsteczkowemu drgania przenoszą się w nich szybciej.

Tabela 10.1. Prędkość dźwięku (v_d) w różnych ośrodkach w temperaturze 20°C

Ośrodek	$v_d \left[\frac{m}{s}\right]$	Ośrodek	$v_d \left[\frac{m}{s}\right]$	Ośrodek	$v_d \left[\frac{m}{s}\right]$
Guma wulkanizacyjna	54	Hel	1015	Woda w oceanie (zasolenie 3,5%, temp. 25°C)	1535
Sześciofluorek siarki SF_6	130	Etanol	1144	Glin	6400
Dwutlenek węgla	268	Wodór	1313	Szkło kwarcowe	5600
Tlen	329	Rtęć	1451	Stal	6000
Powietrze	344	Woda	1482	Diament	18 000

Spośród danych z tabeli może zaskakiwać prędkość dźwięku w gumie wulkanizacyjnej. Jest ona przecież ciałem stałym, a dźwięk rozchodzi się w niej wolniej niż w powietrzu. Dzieje się tak, ponieważ guma jest bardzo miękka, co spowalnia przemieszczanie się fali dźwiękowej.

Zauważ, że dane w tabeli 10.1 zostały podane dla określonej temperatury. Prędkość dźwięku zmienia się bowiem wraz z temperaturą, choć nie są to bardzo duże różnice. Dla powietrza tę zależność przedstawiono na wykresie obok (rys. 10.22).



Rys. **10.22.** Prędkość dźwięku w powietrzu zależy od temperatury powietrza

Po tej lekcji powinieneś

- opisywać dźwięk jako falę mechaniczną;
- wyjaśniać mechanizm powstawania i odbioru fal dźwiękowych;
- stosować pojęcia częstotliwości, długości i prędkości fali do opisu fal dźwiękowych;
- wykonywać pomiar częstotliwości drgań struny.

Pytania i zadania ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

Przykład

W stalowym pręcie wzbudzono falę dźwiękową o długości $\lambda_2 = 0{,}75$ m. Następnie ta fala przeszła do powietrza. Oblicz długość i częstotliwość fali w powietrzu. Temperatura powietrza była równa 20°C.

Rozwiązanie

Wiemy, że prędkość fali jest związana z długością λ w następujący sposób:

$$v = \lambda f$$

gdzie f – częstotliwość fali.

Przy zmianie ośrodka częstotliwość nie ulega zmianie (patrz wyjaśnienie na s. 231). Możemy więc zapisać $f_1 = f_2$, stąd:

$$\frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{v_2}{\lambda_2}$$

gdzie:
v_1 – prędkość fali w powietrzu,
λ_1 – długość fali w powietrzu,
v_2 – prędkość fali w stalowym pręcie,
λ_2 – długość fali w stalowym pręcie.

Długość fali w powietrzu możemy zatem opisać wzorem:

$$\lambda_1 = \frac{v_1}{v_2} \cdot \lambda_2$$

Po podstawieniu danych, w tym wartości v_1 i v_2 odczytanych z tabeli 10.1 na s. 221, otrzymujemy:

$$\lambda_1 = \frac{344\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{6000\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} \cdot 0{,}75\,\text{m} = 0{,}043\ \text{m} = 4{,}3\ \text{cm}$$

Częstotliwość obliczymy ze wzoru:

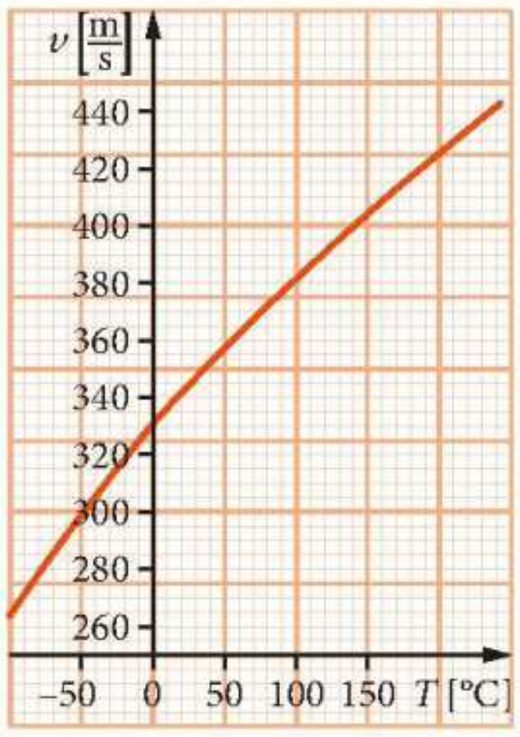
$$f = \frac{v_2}{\lambda_2}$$

Po podstawieniu danych liczbowych i wykonaniu obliczeń otrzymujemy:

$$f = 8000\ \text{Hz}$$

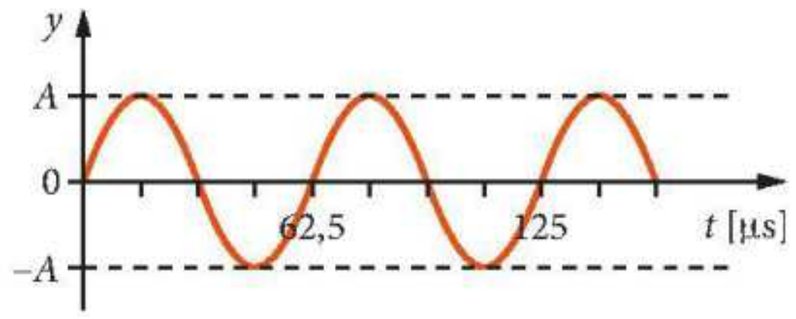
Odpowiedź: Długość fali w powietrzu to 4,3 cm, a jej częstotliwość to 8000 Hz.

1. Na podstawie poniższego wykresu oblicz długość fali dźwiękowej o częstotliwości 3520 Hz (najwyższy dźwięk fortepianu) w temperaturach −20°C i +20°C.



2. Dźwięk gwizdka ratownika na basenie ma częstotliwość 2700 Hz. Oblicz długość wytwarzanej przez niego fali dźwiękowej w powietrzu i w wodzie.

3. Na podstawie wykresu określ częstotliwość fali dźwiękowej. Czy jest ona słyszalna dla człowieka?



4. W tabeli 10.2 (poniżej) przedstawiono masę cząsteczkową kilku gazów oraz prędkość dźwięku w tych gazach w temperaturze 0°C.

a) Na podstawie danych z tabeli narysuj w zeszycie wykres zależności $v(m)$.

b) Wyjaśnij jakościowo zależność $v(m)$. Skorzystaj z tego, co wiesz o rozchodzeniu się dźwięku.

c) Znajdź przybliżony wzór opisujący zależność $v(m)$.

Wskazówka. Na podstawie arkusza kalkulacyjnego i danych z tabeli sporządź w zeszycie wykresy różnych zależności zachodzących między masą cząsteczkową gazów a prędkością dźwięku w tych gazach, np. $v(m^2)$, $v(\frac{1}{m})$. Poszukaj takiej zależności, której wykres będzie najbardziej zbliżony do linii prostej.

d) Znajdź informacje na temat masy cząsteczkowej kilku gazów niewymienionych w tabeli 10.2 oraz prędkości rozchodzenia się dźwięku w tych gazach i sprawdź, czy twój wzór stosuje się także do nich.

Tabela 10.2. Masa cząsteczkowa wybranych gazów i prędkość rozchodzenia się w nich dźwięku

Gaz	Masa cząsteczkowa m [u]	Prędkość dźwięku w danym gazie $v\left[\frac{m}{s}\right]$
CO_2	44	268
O_2	32	329
He	4	1015
H_2	2	1313
SF_6	146	146

10.4. Rozchodzenie się fal. Natężenie fali

Przypomnij sobie

- Fala przenosi energię ze swojego źródła do miejsc, do których dociera.
- Ruch harmoniczny to ruch drgający, w którym zależność położenia od czasu jest opisana za pomocą funkcji sinus.
- Energia całkowita ciała poruszającego się ruchem harmonicznym jest wprost proporcjonalna do kwadratu amplitudy jego drgań.

Rys. **10.23.** Puszczamy kaczki na wodzie, aby obserwować rozchodzenie się fal

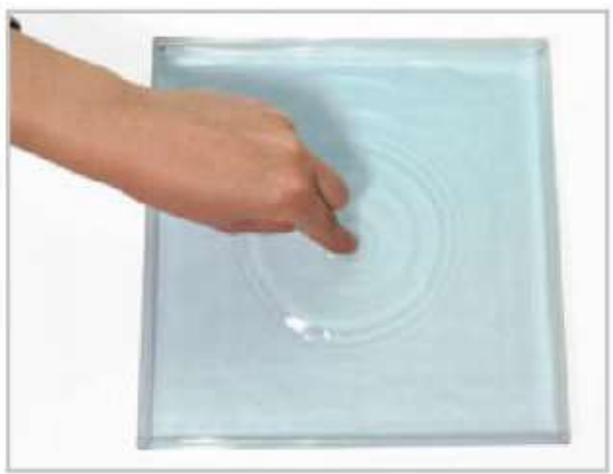
Promień fali. Powierzchnia falowa

Na powierzchni wody możemy zaobserwować tworzenie się fal o dwóch charakterystycznych kształtach, które łatwo zademonstrować nawet w warunkach domowych.

Doświadczenie 30

1. Przygotuj duże prostokątne naczynie o jasnym dnie. Nalej do niego trochę wody.
2. Ustaw naczynie tak, aby dokładnie widzieć jego wnętrze, np. na niskim stoliku, i oświetl je mocno od góry.
3. Uderzaj palcem w powierzchnię wody pośrodku naczynia. Obserwuj rozchodzące się fale (patrz zdjęcie a).
4. Uderzaj linijką albo deseczką w powierzchnię wody (jak na zdjęciu b) w pobliżu brzegu naczynia. Obserwuj fale rozchodzące się zarówno przed odbiciem od brzegów naczynia, jak i po odbiciu.
5. Naszkicuj w zeszycie, jak rozchodzą się fale w obu przypadkach.

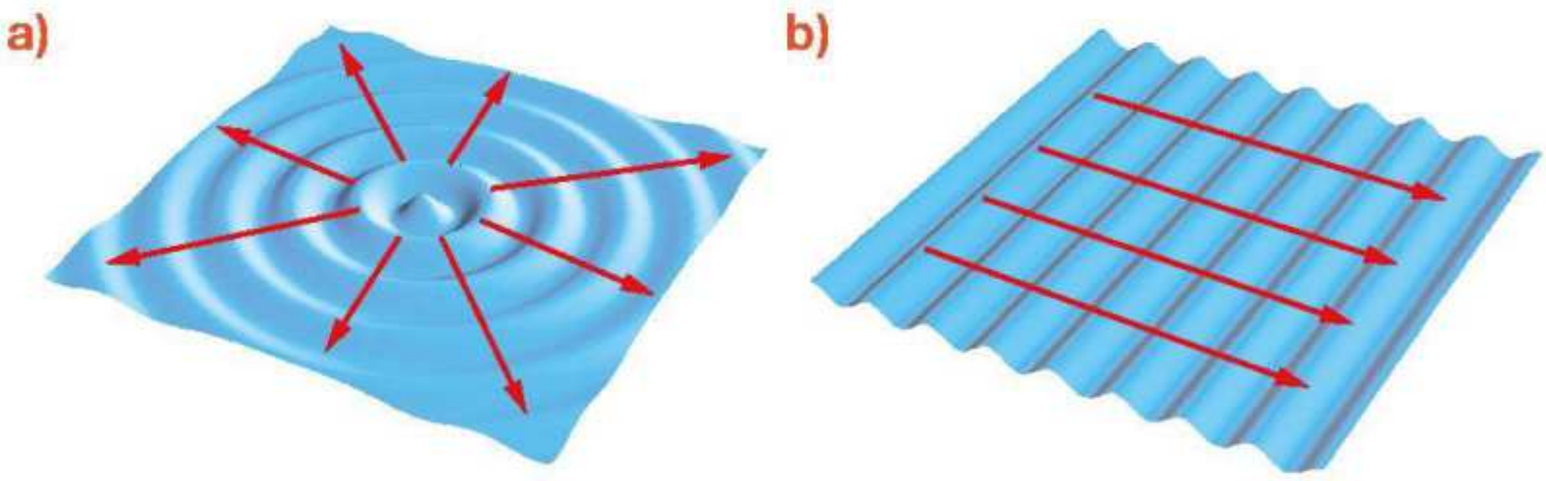
a)



b)

Gdy obserwujemy fale na powierzchni wody, zauważamy ich grzbiety i doliny. Falę, której grzbiety mają kształt okręgów, nazywamy **falą kolistą** (rys. 10.24a). Jeśli natomiast grzbiety fali mają kształt linii prostej, mówimy o **fali płaskiej** (rys. 10.24b).

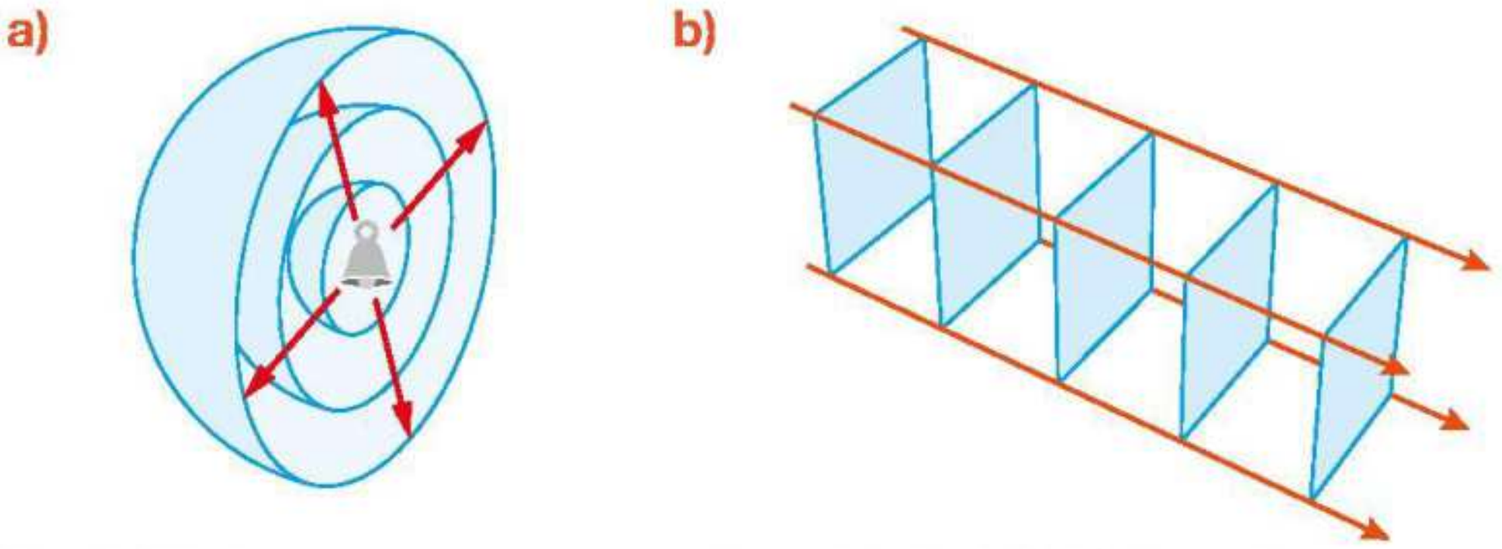
Aby określić kierunek rozchodzenia się fal, możemy rozważyć linię prostopadłą do grzbietów i dolin tych fal. Tę wyimaginowaną linię nazywamy **promieniem fali** (czerwone linie na rys. 10.24).



Rys. **10.24.** Promienie fal na wodzie: a) kolistych, b) płaskich

Jak już powiedzieliśmy, podczas rozchodzenia się fali dźwiękowej odpowiednikiem punktów na grzbiecie fali na wodzie są miejsca najsilniejszego zagęszczenia powietrza. Najczęściej punkty te układają się w kuliste powierzchnie, zwane **powierzchniami falowymi**, będące trójwymiarowymi odpowiednikami dwuwymiarowych fal kolistych na wodzie. Fale rozchodzące się w przestrzeni w ten sposób nazywamy **falami kulistymi** (rys. 10.25a).

W każdym jednorodnym ośrodku fale dźwiękowe rozchodzą się od źródła dźwięku równomiernie we wszystkich kierunkach. Ich promienie prowadzimy prostopadle do tych powierzchni.



Rys. **10.25.** Promienie i powierzchnie falowe a) kulistej fali dźwiękowej, b) fali płaskiej w przestrzeni

Trójwymiarowym odpowiednikiem fali płaskiej na wodzie jest fala, w której powierzchnie falowe są równoległymi płaszczyznami (w praktyce oczywiście są to tylko fragmenty płaszczyzn). Promienie takiej fali są prostopadłe do tych płaszczyzn (rys. 10.25b). W dobrym przybliżeniu płaska jest fala wytwarzana przez głośnik o dużej płaskiej membranie, gdy obserwujemy ją blisko głośnika.

Natężenie fali

Wiemy, że fala przenosi energię. Na przykład fala na wodzie może rozkołysać łódź, a fala dźwiękowa wprawić w ruch błonę bębenkową w uchu albo membranę mikrofonu. Jeśli interesuje nas, ile energii **źródła** zamienia się w energię fal, możemy po prostu sprawdzić jego moc w watach.

Moc,
cz. I s. 190
Moc określa, jak szybko zachodzi przemiana energii.

Gdy jednak chcemy określić, ile energii dociera do **obserwatora** znajdującego się w pewnej odległości od źródła, musimy użyć innej wielkości. Dźwięk ze źródła rozchodzi się przecież w różne strony, więc do obserwatora dociera tylko część energii wyemitowanej przez źródło.
Jeśli membrana jest ustawiona prostopadle do kierunku rozchodzenia się dźwięku, to energia do niej docierająca zależy nie tylko od samej fali, lecz także:

- od powierzchni membrany – im większa membrana, tym więcej energii do niej dotrze;
- od czasu ekspozycji – w dłuższym czasie do membrany dotrze więcej energii.

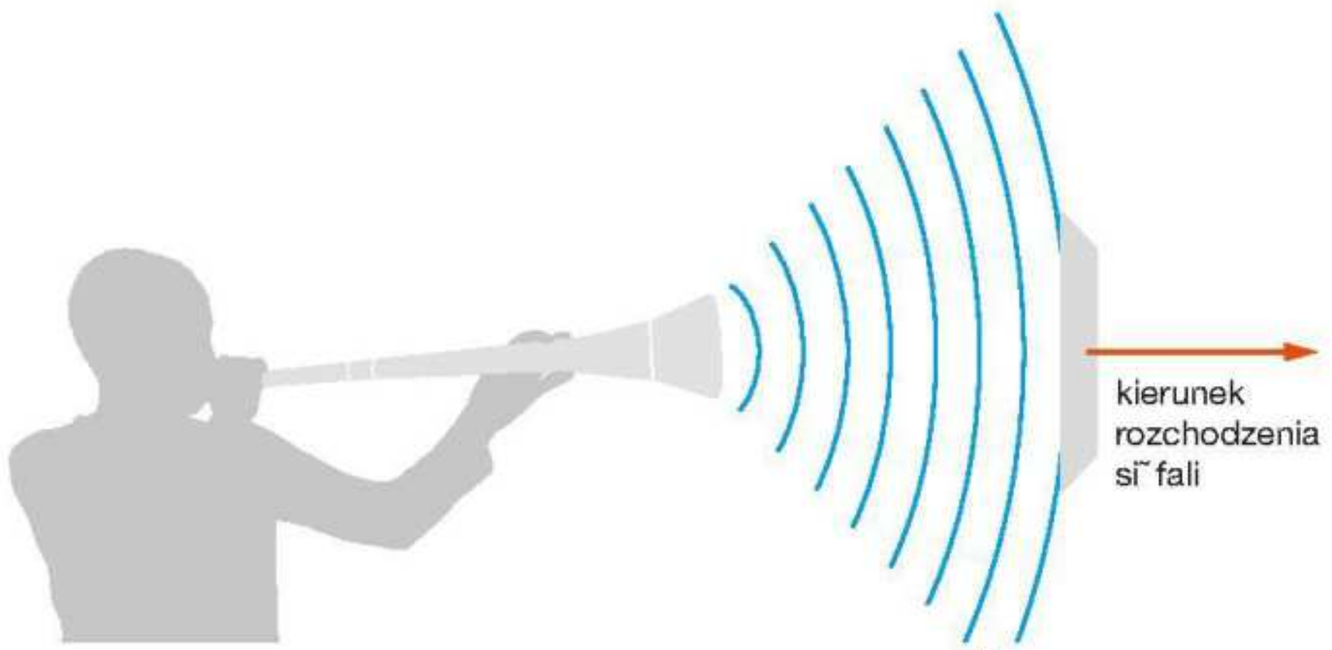
To dowodzi, że nie powinniśmy mówić o energii w jednym punkcie, ale o energii padającej na jednostkę powierzchni w jednostce czasu (rys. 10.26).

Natężeniem fali docierającej do pewnego miejsca nazywamy energię fali padającej w czasie 1 s na powierzchnię 1 m^2 prostopadłą do kierunku rozchodzenia się fali.

$$I = \frac{E}{tS}$$

gdzie: E – energia emitowana przez źródło, t – czas, w którym dźwięk przechodzi przez powierzchnię S, prostopadłą do kierunku rozchodzenia się fali.

Tak zdefiniowana wielkość opisuje nie tylko fale dźwiękowe, lecz także inne fale mechaniczne. Jak przekonamy się później, można ją stosować również w odniesieniu do światła i innych fal elektromagnetycznych.



Rys. **10.26.** Energia fali padającej na 1 m^2 w ciągu 1 s to natężenie fali

Ponieważ stosunek energii do czasu to moc $P = \frac{E}{t}$, nasz wzór na natężenie fali można zapisać także w postaci:

$$I = \frac{P}{S}$$

Z tego wzoru na natężenie fali wynika, że jednostką natężenia fali jest $\frac{W}{m^2}$ (wat na metr kwadratowy).

Uwaga. W wielu przypadkach zamiast natężenia dźwięku w $\frac{W}{m^2}$ podajemy poziom natężenia dźwięku w decybelach (dB). Tę wielkość opiszemy w lekcji 10.9.

Zależność od odległości

Z codziennych obserwacji wiesz, że im dalej znajdujemy się od źródła dźwięku, tym cichszy dźwięk słyszymy. Widocznie dociera do nas mniej energii. Z czego to wynika? Straty energii przy rozchodzeniu się fali są stosunkowo **niewielkie**. Istotniejsze jest to, że przy rozchodzeniu się fali kulistej w przestrzeni ta sama ilość energii stopniowo rozkłada się na coraz większą powierzchnię (rys. 10.25a s. 225).
Zauważ, że powierzchnia sfery jest proporcjonalna do kwadratu jej promienia. Oznacza to, że np. w 3 razy większej odległości ta sama energia rozkłada się na $3^2 = 9$ razy większą powierzchnię.

> Natężenie fali kulistej jest odwrotnie proporcjonalne do kwadratu odległości od źródła.

Dokładną zależność pomiędzy natężeniem fali dźwiękowej a odległością od źródła uzyskamy, gdy do znanego nam już wzoru podstawimy wzór na powierzchnię sfery:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2}$$

gdzie P jest mocą źródła, a $S = 4\pi r^2$ to powierzchnia sfery o promieniu r.

Zależność od amplitudy

Rozważmy teraz, jak natężenie fali jest związane z amplitudą drgań ośrodka. Zacznijmy od fali na sprężynie opisanej na s. 200–201. Ruch ciężarków jest w dobrym przybliżeniu harmoniczny, a jak już wiesz, w takim przypadku energia całkowita poruszającego się ciała jest proporcjonalna do kwadratu amplitudy.
Tak samo jest dla innych fal harmonicznych oraz – w przybliżeniu – dla innych fal mechanicznych.

Zależność energii drgającego ciała od amplitudy s. 183

> Natężenie fali jest proporcjonalne do kwadratu amplitudy drgań ośrodka.

W przypadku fali mechanicznej rozchodzącej się w ciele stałym mamy na myśli drgania cząsteczek tego ośrodka związane z rozchodzeniem się fali, a nie drgania termiczne. Natomiast w przypadku fali dźwiękowej w gazie (np. w powietrzu) interesuje nas amplituda drgań „porcji" powietrza zawierających bardzo wiele drgających wspólnie cząsteczek.

A to ciekawe

Moc głośnika podawana przez producenta oznacza tempo zużywania przez niego energii elektrycznej. Jednak sprawność głośników jest niezwykle mała – wynosi od 1% do 10%. Tak więc np. 20-watowy głośnik czerpie ze wzmacniacza 20 W, ale emituje falę dźwiękową o mocy zaledwie od 0,2 W do 2 W. Na dodatek mowa tu o maksymalnej mocy – jeśli wzmacniacz jest zbyt słaby albo po prostu nagranie jest ciche, to moc fali akustycznej będzie odpowiednio mniejsza.

Porównanie zależności natężenia fali od odległości i amplitudy

Zwróćmy uwagę na pojęciową różnicę pomiędzy dwiema opisanymi wyżej zależnościami:

- zależność natężenia fali od odległości od źródła interesuje nas dla fali jako całości – musimy wiedzieć, w jakiej odległości od obserwatora znajduje się źródło;
- zależność natężenia fali od amplitudy drgań interesuje nas tylko dla niewielkiego wycinka fali – nie musimy wiedzieć, skąd ona pochodzi.

W fizyce w podobnych przypadkach używamy określeń „globalny" oraz „lokalny". Zależność natężenia fali od odległości od źródła ma charakter globalny, a zależność od amplitudy – lokalny.

Po tej lekcji powinieneś

- używać pojęć: powierzchnia falowa, fala kulista i promień fali (do opisu rozchodzenia się fal);
- rozumieć i stosować do rozwiązywania zadań pojęcie natężenia fali;
- opisywać i wyjaśniać zależności natężenia fali od odległości od źródła oraz od amplitudy drgań i wykorzystywać je do rozwiązywania zadań.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

Przykład

Gdy rozmawiamy z osobą stojącą obok, natężenie docierającej do nas fali dźwiękowej wynosi $10^{-6}\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$. Oblicz, w jakiej odległości na otwartej przestrzeni należy umieścić stuwatowy głośnik o sprawności 3%, aby docierał do nas dźwięk o takim samym natężeniu. Przyjmij w przybliżeniu, że głośnik wytwarza falę kulistą.

Rozwiązanie

Stuwatowy głośnik zużywa 100 W energii elektrycznej, ale przy sprawności 3% moc emitowanej przez niego fali dźwiękowej wynosi zaledwie $P = 3$ W.

Zgodnie z definicją natężenie I fali kulistej w odległości r od źródła wynosi:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2}$$

Stąd wyznaczamy szukaną przez nas odległość do słuchacza, czyli promień sfery:

$$4\pi r^2 = \frac{P}{I} \quad \rightarrow \quad r^2 = \frac{P}{4\pi I} \quad \rightarrow \quad r = \sqrt{\frac{P}{4\pi I}}$$

Podstawiamy dane i przeliczamy jednostkę:

$$r = \sqrt{\frac{3\ \mathrm{W}}{4\pi \cdot 10^{-6}\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}}} \approx \sqrt{0{,}2389 \cdot 10^6\ \mathrm{m}^2} \approx 490\ \mathrm{m}$$

Odpowiedź: Odległość między głośnikiem a słuchaczem musiałaby wynieść ok. 490 m.

Uwaga. Założenie, że głośnik znajduje się na otwartej przestrzeni, a nie w budynku pozwala pominąć odbicia dźwięku.

1. Wyjaśnij, jak amplituda drgań cząsteczek ośrodka zależy od odległości od źródła fali.

2. Moc fali dźwiękowej emitowanej przez fortepian wynosi maksymalnie 0,4 W. Oblicz natężenie fali docierającej do człowieka słuchającego tego instrumentu z odległości 5 m.

Uwaga. Przyjmij w przybliżeniu, że fortepian emituje falę kulistą. Pomiń odbicia dźwięku.

3. Natężenie fali kulistej w odległości 20 m od źródła wynosi $10^{-7}\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$. Oblicz:

a) moc źródła fali,

b) natężenie fali w odległości 30 m od źródła.

4. Moc głośnika wynosi 30 W, a jego sprawność jest równa 2%. Oblicz:

a) energię elektryczną zużywaną przez głośnik w ciągu minuty,

b) moc emitowanej fali akustycznej,

c) natężenie dźwięku w odległości 2 m od głośnika.

Uwaga. Przyjmij w przybliżeniu, że głośnik emituje falę kulistą. Pomiń odbicia dźwięku.

5. Natężenie fali dźwiękowej dochodzącej do nas podczas rozmowy z drugą osobą wynosi $10^{-6}\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$, co odpowiada amplitudzie drgań powietrza $1{,}2 \cdot 10^{-8}$ m. Podczas koncertu rockowego zespół emituje fale dźwiękowe o natężeniu milion razy większym. Oblicz amplitudę drgań powietrza w tym drugim przypadku. Podaj przykłady obiektów, których rozmiary są zbliżone do tej amplitudy.

6. Zależność natężenia fali od odległości od źródła opisaliśmy tylko dla fali kulistej. Jak wygląda ta zależność dla:

a) fali płaskiej rozchodzącej się w przestrzeni,

b) fali kolistej na powierzchni wody,

c) fali rozchodzącej się na naprężonym gumowym sznurze?

10.5. Odbicie i załamanie fali

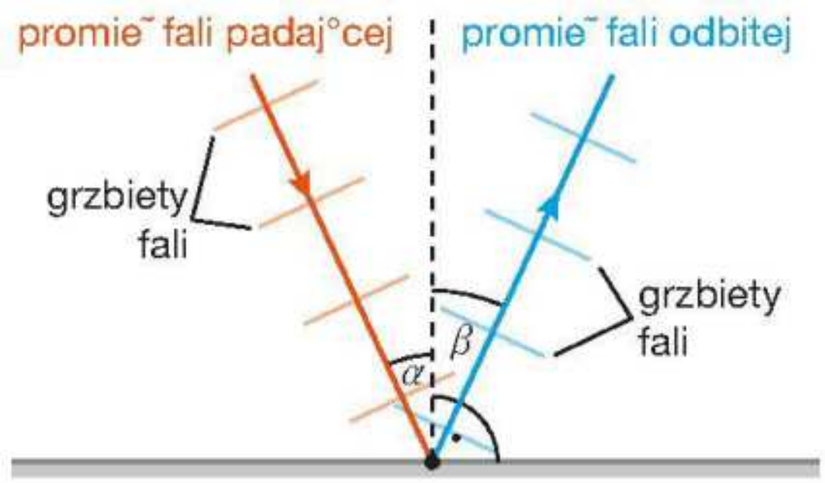
Przypomnij sobie

- Fala dźwiękowa odbija się od przeszkód. Odbita od przeszkody fala dociera do naszych uszu jako echo.
- Światło odbija się od zwierciadła, przy czym kąt odbicia promienia jest równy kątowi jego padania (prawo odbicia).

Rys. **10.27.** Odbicie fali dźwiękowej dociera do nas jako echo

Odbicie fali

Na pewno słyszałeś echo – dźwięk odbity od skały lub ściany budynku (rys. 10.27). Echo jest przykładem zjawiska **odbicia** fali od przeszkody, które zachodzi dla wszystkich rodzajów fal.



Rys. **10.28.** Kąt odbicia β jest równy kątowi padania α

W doświadczeniu 30. na s. 224 mogliśmy zaobserwować, że fala odbija się pod takim samym kątem, pod jakim padła na przeszkodę. Przypomnijmy, że zarówno kąt padania, jak i kąt odbicia mierzymy względem linii prostopadłej do granicy ośrodków.
Tę zależność znasz ze szkoły podstawowej. Była wtedy opisywana w odniesieniu do fal świetlnych, ale jest prawdziwa dla wszystkich rodzajów fal, także mechanicznych. Prawo opisujące tę zależność to **prawo odbicia**.

Kąt padania – kąt między promieniem padającym a prostą prostopadłą do granicy ośrodków.
Kąt odbicia – kąt między promieniem odbitym a prostą prostopadłą do granicy ośrodków.

> Kąt odbicia promienia fali jest równy kątowi jego padania. Promień padający i promień odbity oraz prosta prostopadła do granicy ośrodków leżą w tej samej płaszczyźnie.

O drugiej części prawa załamania łatwo zapomnieć, ponieważ wydaje się oczywista. Aby zrozumieć, jak mogłoby być inaczej, możesz przerysować rys. 10.28 na kartkę i zgiąć ją wzdłuż przerywanej prostej. Kąt beta się nie zmieni, nadal będzie równy kątowi alfa, ale trzy interesujące nas proste nie będą już leżały w jednej płaszczyźnie.
To, że w przyrodzie nie może się zdarzyć taka sytuacja, nie jest więc wnioskiem z geometrii, ale prawem fizyki sprawdzonym w doświadczeniach.

Załamanie fali

Podczas nurkowania w basenie czy jeziorze słyszymy dźwięki powstające poza wodą. Dźwięk może zatem przejść z jednego ośrodka do drugiego (w tym przypadku – z powietrza do wody).

> Przy przejściu do innego ośrodka nie zmienia się częstotliwość fali.

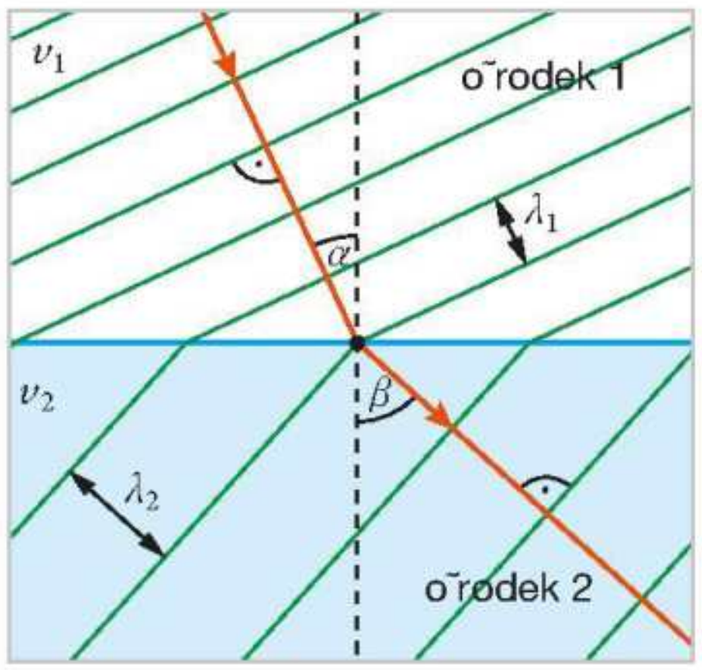
Jest to zrozumiałe: jeśli cząsteczki powietrza drgają 100 razy na sekundę, to pobudzają cząsteczki wody do drgań z tą samą częstotliwością. Jednak prędkość dźwięku w wodzie jest znacznie większa niż w powietrzu, więc w czasie równym okresowi fali większą odległość pokona fala w wodzie. Będzie to odległość odpowiadająca długości λ tej fali (rys. 10.29a).

$v_1 < v_2$

$f = \frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{v_2}{\lambda_2}$

$\lambda_1 < \lambda_2$

a)



b)

α – kąt padania,
β – kąt załamania,
λ_1 – długość fali w ośrodku 1,
λ_2 – długość fali w ośrodku 2,
v_1 – prędkość fali w ośrodku 1,
v_2 – prędkość fali w ośrodku 2

Rys. **10.29.** a) Schematyczne przedstawienie przejścia fali z jednego ośrodka do drugiego, w którym fala rozchodzi się szybciej. Grzbiety fal tworzą ciągłe linie. b) Załamanie fali na granicy głębszej i płytszej wody (na dnie naczynia w prawym dolnym rogu ułożono prostokątną szklaną płytkę). Na wodzie o innej głębokości fala rozchodzi się z inną prędkością

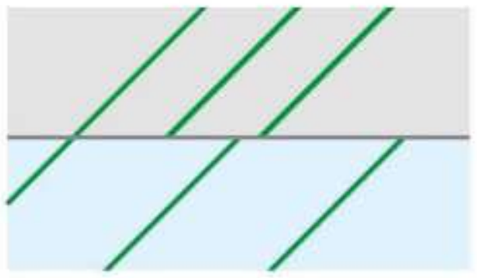
> Jeśli fala przechodzi do ośrodka, w którym rozchodzi się z większą prędkością, to jej długość się zwiększa.

I na odwrót: gdy fala przechodzi do ośrodka, w którym rozchodzi się z mniejszą prędkością, jej długość się zmniejsza.
Gdy fala pada na granicę ośrodków, ale nie jest do niej prostopadła, musi zmienić kierunek. W innym przypadku jej grzbiety uległyby przerwaniu (rys. 10.30a), co nie jest możliwe. Dzięki zmianie kierunku grzbiety fali załamanej i padającej się pokrywają (rys. 10.30b).

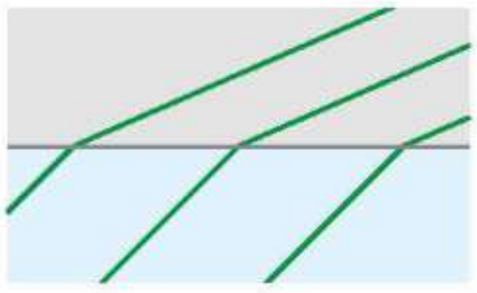
> Zmianę kierunku fali podczas przejścia do ośrodka, w którym rozchodzi się ona z inną prędkością, nazywamy załamaniem fali.

Załamaniu ulegają nie tylko fale mechaniczne, ale także światło. Pamiętasz zapewne ze szkoły podstawowej zjawisko załamania światła, wykorzystywane w soczewkach i pryzmatach.

a)



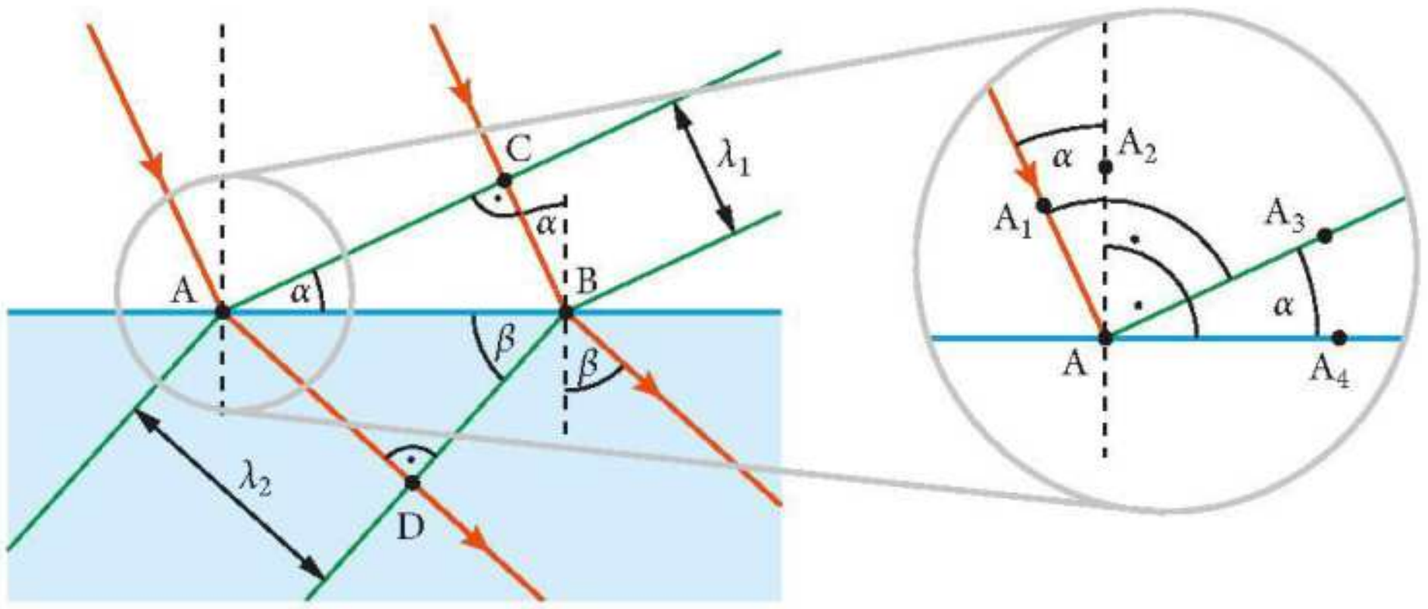
b)



Rys. **10.30.** Gdyby długość fali miała się zwiększyć bez zmiany kierunku, grzbiety musiałyby ulec przerwaniu (a), ale grzbiety fal tworzą linie ciągłe (b)

Prawo załamania

Wyznaczmy teraz zależność między kątem załamania a kątem padania. Popatrz na rysunek 10.31, gdzie wprowadziliśmy potrzebne oznaczenia.



$\sphericalangle A_1 A\, A_3 = 90°$ – kąt między promieniem a grzbietem fali
$\sphericalangle A_2 A\, A_4 = 90°$
$\sphericalangle A_1 A\, A_2 = \alpha$ – kąt padania,
$\sphericalangle A_2 A\, A_3 = 90° - \alpha$
$\sphericalangle A_3 A\, A_4 = 90° - \sphericalangle A_2 A A_3 = \alpha$

Rys. **10.31.** Uzasadnienie prawa załamania

Dla trójkąta prostokątnego ABC możemy zapisać:

$$\sin\alpha = \frac{BC}{AB}$$

Sinus i cosinus kąta ostrego, cz. I s. 103

Natomiast dla trójkąta ABD słuszna jest zależność:

$$\sin\beta = \frac{AD}{AB}$$

Stąd:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{BC}{AD} \qquad (1)$$

Zauważmy, że długości boków BC i AD to długości fal odpowiednio w pierwszym i drugim ośrodku:

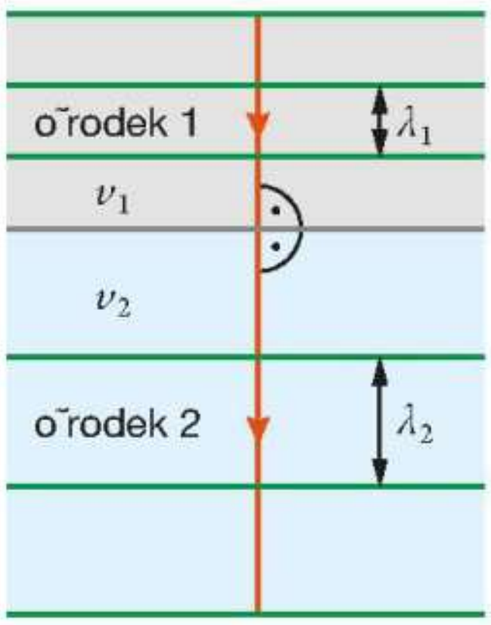
$$BC = \lambda_1 = \frac{v_1}{f}, \text{ a } AD = \lambda_2 = \frac{v_2}{f}$$

gdzie: v_1 i v_2 – prędkości fali odpowiednio w pierwszym i w drugim ośrodku, f – częstotliwość fali (jednakowa w obu ośrodkach).
Wobec tego:

$$\frac{BC}{AD} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} \qquad (2)$$

czyli z (1) i (2)

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{v_1}{v_2} = \text{const}$$



Rys. **10.32.** Fala padająca prostopadle na granicę ośrodków

Tę zależność nazywamy **prawem załamania**.

> Dla danych dwóch ośrodków stosunek sinusów kąta padania i załamania jest stały i równy stosunkowi prędkości fali w tych ośrodkach

Prawo załamania obowiązuje dla wszystkich rodzajów fal, zarówno mechanicznych, jak i elektromagnetycznych (w tym światła).
Powyższego równania nie można zastosować dla fali padającej prostopadle na granicę ośrodków. Jednak taka fala po prostu się nie załamuje – więc i w tym przypadku nie dochodzi do rozerwania grzbietów fal (rys. 10.32).

Całkowite wewnętrzne odbicie

Na ogół fala na granicy dwóch ośrodków ulega odbiciu i załamaniu. To, jaka część fali przechodzi do drugiego ośrodka, zależy od właściwości tych ośrodków. Dlatego fala na wodzie odbija się od betonowego falochronu prawie w całości, ale fala dźwiękowa tylko w części.

Rozważmy inną możliwość. Gdy fala przechodzi z ośrodka, w którym rozchodzi się wolniej, do ośrodka, w którym rozchodzi się szybciej, to wtedy dla odpowiednio dużego kąta padania nie istnieje taki kąt β, aby prawo załamania zostało spełnione. Wówczas fala w ogóle nie wchodzi do drugiego ośrodka, ale w całości odbija się od granicy ośrodków (rys. 10.33b).

Zastanówmy się, jak duży musi być kąt padania fali dźwiękowej z powietrza do wody, aby zaszło opisane zjawisko. Prawo załamania ma postać:

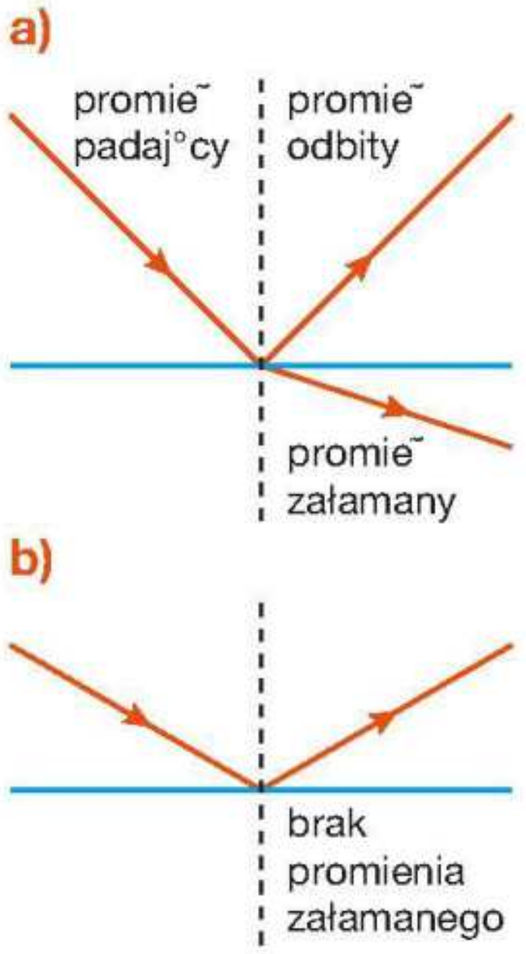
$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{v_1}{v_2}$$

Załóżmy, że powietrze i woda mają temperaturę 20°C. Po podstawieniu prędkości dźwięku w powietrzu $v_1 = 344\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ i prędkości dźwięku w wodzie $v_2 = 1482\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ otrzymujemy:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=0{,}232$$

Wiemy, że $\sin\beta \leq 1$, więc $\sin\alpha \leq 0{,}232$.

Ustalamy więc miarę kąta α (np. obliczamy ją za pomocą kalkulatora lub odczytujemy z tablic) dla granicznej wartości $\sin\alpha = 0{,}232$. Wynosi ona 13°. Zatem dla kątów α większych niż 13° nie można znaleźć takiego kąta β, dla którego byłoby spełnione prawo załamania. Oznacza to, że dla kątów padania większych od 13° fala dźwiękowa się nie załamuje, ale w całości odbija od granicy ośrodków.



Rys. **10.33.** Odbicie i załamanie fali (a) oraz jej całkowite odbicie dla dużego kąta padania (b)

A to ciekawe

Tsunami to fala powstająca na otwartym oceanie na skutek trzęsienia ziemi. Zaburzenie to rozciąga się od dna oceanu do powierzchni. W momencie powstania jest niemal niewidoczne na powierzchni oceanu – ma wtedy nie więcej niż 1 m wysokości. Za to długość tej fali może przekraczać 100 km. Kiedy fala tsunami wpływa na płytsze wody, jej prędkość maleje, a co za tym idzie – zmniejsza się jej długość. Cała masa wody, która znajdowała się powyżej jej średniego poziomu na długości wielu kilometrów, musi się nagle zmieścić na znacznie krótszym odcinku, więc woda się spiętrza. W wyniku tej zmiany w pobliżu brzegu fala tsunami osiąga wysokość nawet 30–40 m. Kiedy uderza w wybrzeże, może się stać przyczyną ogromnej katastrofy, jak miało to miejsce w 2011 r. w japońskim mieście Miyako (patrz zdjęcia).

Opisane powyżej zjawisko jest nazywane **całkowitym wewnętrznym odbiciem** fali, a kąt α_{gr} nazywamy **kątem granicznym**.
Zauważ, że jeżeli fala przechodzi z ośrodka, w którym rozchodzi się szybciej, do ośrodka, w którym rozchodzi się wolniej, to dla każdego kąta padania istnieje kąt załamania, ponieważ wtedy $\beta < \alpha$. Tak więc przy przejściu dźwięku z wody do powietrza całkowite wewnętrzne odbicie nie zachodzi nigdy.

Po tej lekcji powinieneś

- opisywać odbicie i załamanie fal mechanicznych;
- wyjaśniać przyczynę załamania fal;
- rozwiązywać zadania z wykorzystaniem prawa załamania fal;
- wyznaczać kąt graniczny.

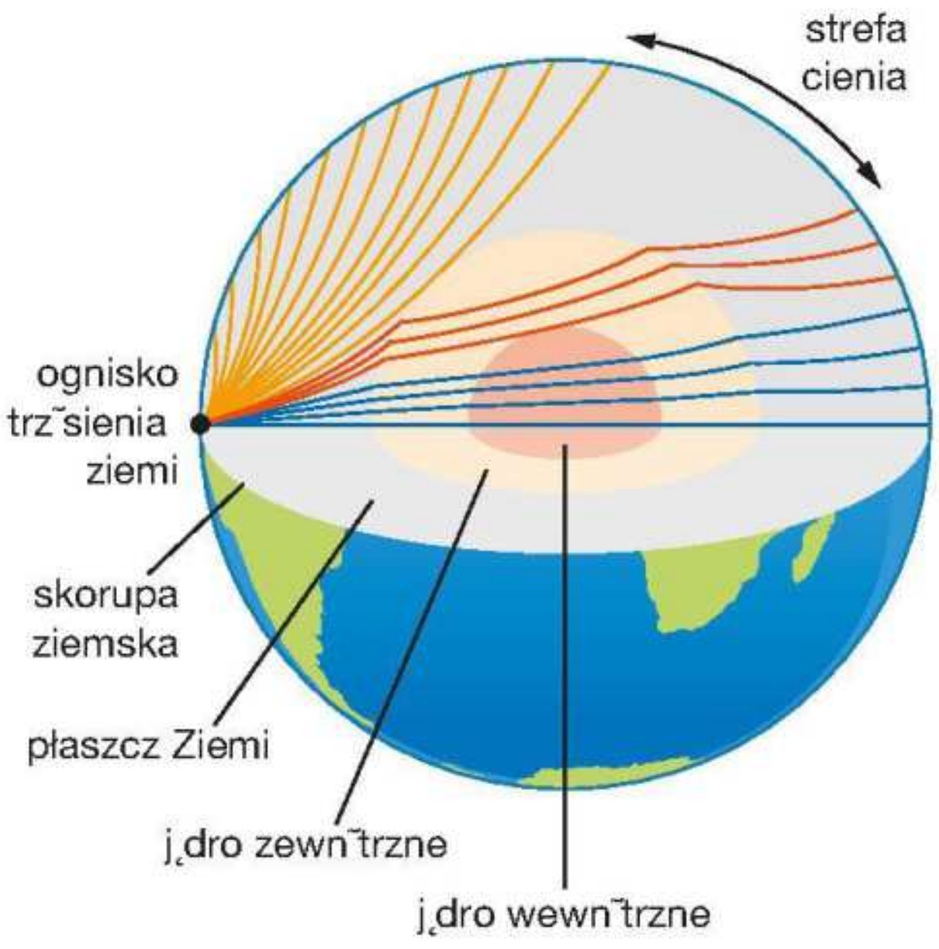
Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

1. Na otwartym morzu fale poruszają się w różne strony. Jednak w pobliżu brzegu wszystkie biegną prostopadle do niego. Wyjaśnij dlaczego.

Wskazówka. Fale na płytszej wodzie rozchodzą się z mniejszą prędkością.

2. Na schemacie przedstawiono rozchodzenie się fal sejsmicznych w głębi Ziemi. Na jego podstawie odpowiedz, czy prędkość tych fal jest większa w płaszczu Ziemi czy w jądrze zewnętrznym.



3. Sonar może wyznaczać czas między wysłaniem fali a rejestracją powracającej fali odbitej z dokładnością do 0,005 s. Ustal, z jaką dokładnością można wyznaczyć położenie ciała w wodzie za pomocą tego urządzenia.

4. Fala dźwiękowa pada z powietrza na powierzchnię wody pod kątem 10°. Pod jakim kątem załamie się ta fala?

5. Narysuj za pomocą wybranego przez siebie programu komputerowego wykres zależności kąta załamania od kąta padania dla fali, która podczas przejścia z płytszej do głębszej wody zwiększa prędkość z 1 $\frac{m}{s}$ do 2 $\frac{m}{s}$. Na podstawie tego wykresu odczytaj kąt graniczny.

Wskazówka. Możesz skorzystać z bezpłatnego programu Graph. Program jest dostępny w polskiej wersji językowej. Zwróć uwagę, że funkcje trygonometryczne oblicza dla kątów wyrażonych w radianach.

10.6. Interferencja i dyfrakcja fal

Przypomnij sobie

- Fala mechaniczna to rozchodzące się zaburzenie ośrodka.
- Falę złożoną z pojedynczego zaburzenia nazywamy impulsem falowym.

Dotychczas mówiliśmy o fali rozchodzącej się z jednego źródła. Jednak często spotykamy się z sytuacjami, gdy źródeł fal jest kilka. Dzieje się tak na przykład, gdy na powierzchnię wody pada jednocześnie kilka kropel albo gdy szarpiemy jednocześnie kilka strun gitary.
Istnieją reguły składania spotykających się pojedynczych fal, pozwalające wyjaśnić mechanizm powstawania struktur takich jak przedstawiona na zdjęciu obok (rys. 10.34).

Rys. **10.34.** Przykład superpozycji fal na powierzchni wody

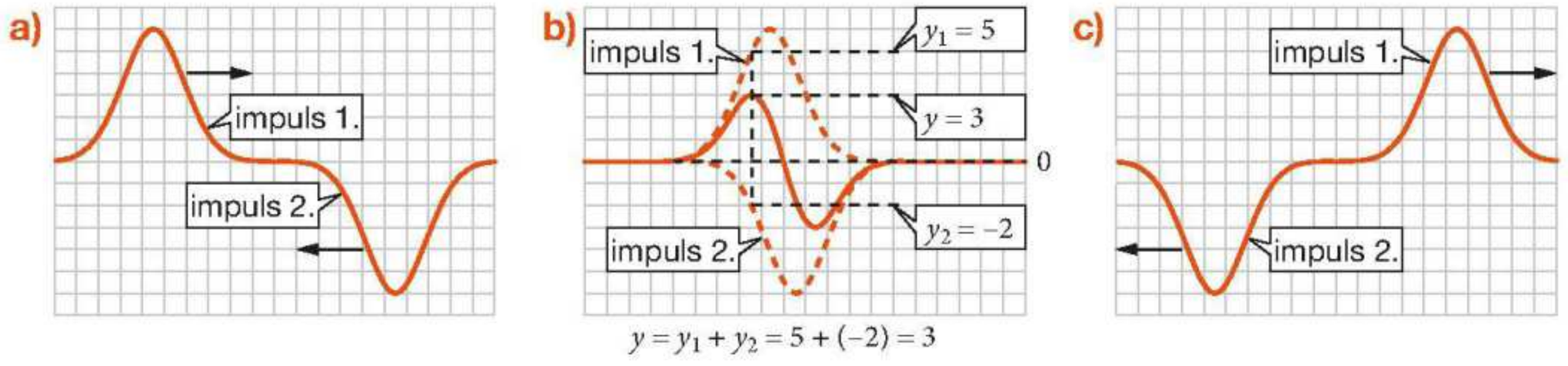
Superpozycja fal

Zaczniemy od badania prostego przypadku, w którym wystąpią dwa impulsy falowe przemieszczające się w przeciwnych kierunkach.

Doświadczenie 31

1. Połóż na podłodze wzdłuż linii prostej gruby, długi (4–5-metrowy) sznur.
2. W połowie jego długości ustaw kamerę na statywie tak, aby filmowała sznur od góry. Włącz ją.
3. Niech dwie osoby chwycą za końce sznura, naciągną go i jednocześnie każda z nich energicznie poruszy końcem sznura w swoją lewą stronę i z powrotem, aby wzbudzić impuls falowy.
4. Obejrzyj nagranie z doświadczenia klatka po klatce. Zwróć szczególną uwagę na to, co się dzieje, gdy impulsy falowe się spotykają.

W naszym doświadczeniu spotkały się impulsy falowe przemieszczające się w przeciwnych kierunkach. Dzięki temu, że impulsy są wybrzuszone w przeciwne strony, możemy obserwować bieg każdego z nich z osobna i nie mylić ich ze sobą (rys. 10.35a).



Rys. **10.35.** Widok od góry impulsów rozchodzących się na sznurze a) przed spotkaniem, b) podczas ich spotkania, gdy obserwujemy superpozycję, c) po spotkaniu

Widzimy, że impulsy falowe rozchodzą się niezależnie od siebie. Gdy się spotkają, przenikają się i biegną dalej każdy w swoją stronę (rys. 10.35c). Dokładniejsze pomiary pokazałyby, że w chwili ich spotkania wychylenie sznura było sumą wychyleń wynikających z poszczególnych impulsów (rys. 10.35b).

W doświadczeniu wytworzyliśmy impulsy falowe, gdyż są one stosunkowo łatwe do badania. Jednak nasze obserwacje są ilustracją ogólnej właściwości fal mechanicznych zwanej **zasadą superpozycji fal.**

> Jeśli do danego punktu w przestrzeni dociera więcej niż jedna fala, to docierające fale się nakładają. Wychylenie fali w danym punkcie jest sumą wychyleń wszystkich fal, które do niego docierają w tej samej chwili.

Zjawisko superpozycji fal jest możliwe, gdyż fale mechaniczne rozchodzą się w ośrodku niezależnie od siebie.

Interferencja fal

Zajmiemy się teraz szczególnym przypadkiem superpozycji fal.

> Superpozycję fal o jednakowych częstotliwościach, ale pochodzących z różnych źródeł, nazywamy interferencją.

Zbadamy ją najpierw doświadczalnie, a następnie wyjaśnimy wyniki doświadczenia za pomocą obliczeń.

A to ciekawe

Przez wiele lat twierdzono, że fale na morzu mogą osiągać maksymalną wysokość 15 m. Pojawiały się wprawdzie wzmianki o falach nawet dwukrotnie wyższych, zwanych falami wyjątkowymi (ang. *rogue wave*, gdzie *rogue* oznacza łajdaka, zbója, ale także włóczęgę lub zwierzę żyjące samotnie). Sądzono jednak, że są one wytworem fantazji marynarzy. Dopiero niedawno za sprawą obserwacji satelitarnych istnienie fal wyjątkowych zostało potwierdzone. A to one są prawdopodobną przyczyną zatonięć wielu statków. Rzadko kiedy po spotkaniu z falą wyjątkową udaje się doprowadzić uszkodzoną jednostkę do portu, jak miało to miejsce w przypadku „Caledonian Star" (na zdjęciu).

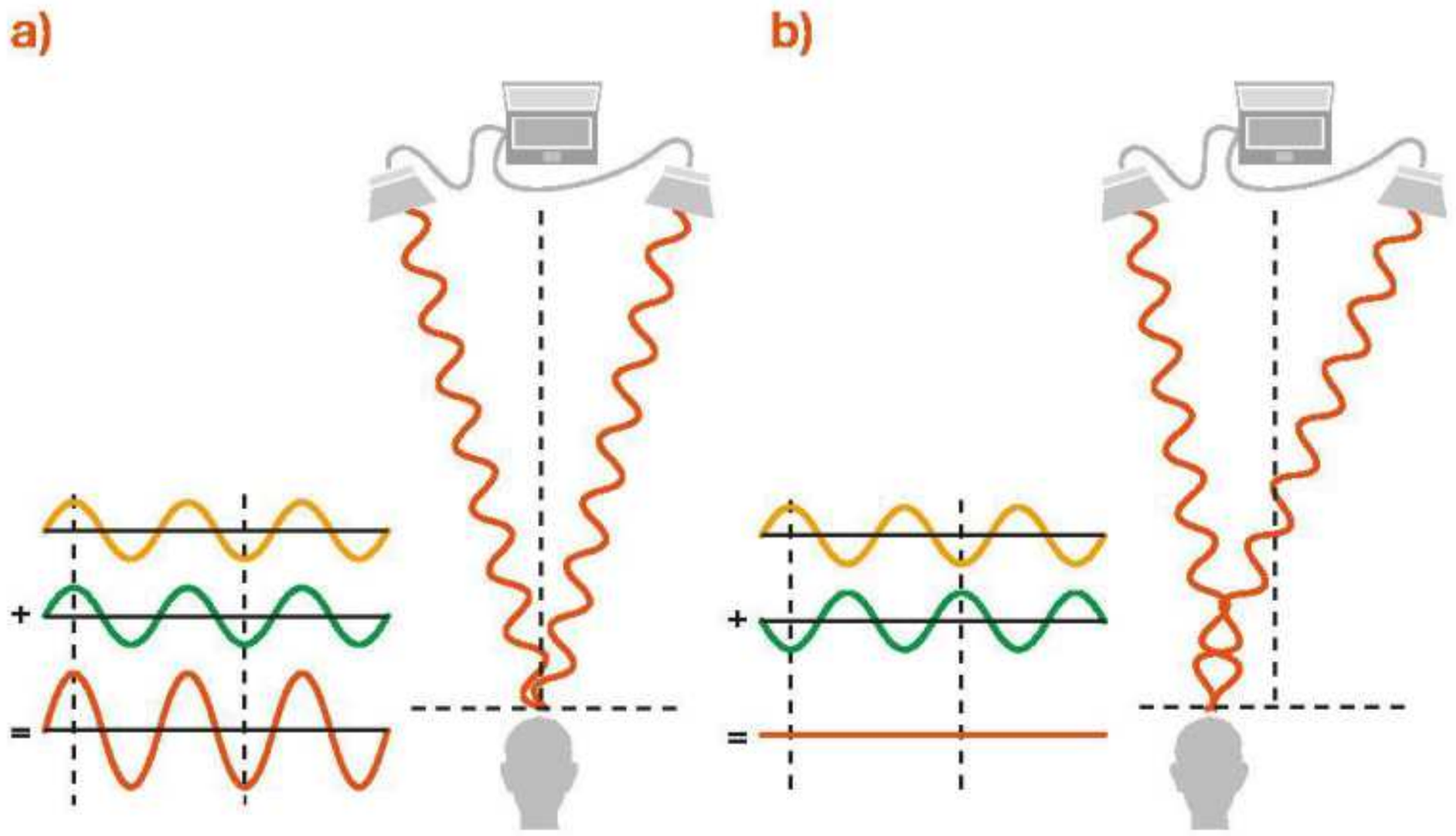
Zgodnie z dzisiejszym stanem wiedzy za główną przyczynę powstawania fal wyjątkowych uważa się niespełnienie zasady superpozycji fal. Jako jedynie przybliżony model w pewnych warunkach przestaje ona mieć zastosowanie. Wówczas fale nie rozchodzą się niezależnie od siebie, ale w miejscu ich spotkania powstaje fala znacznie większa, niż wynikałoby to z zasady superpozycji.

Obecnie fizycy pracują nad modelami matematycznymi tych fal. Pozwoliłoby to przewidywać ich powstawanie i zapobiegać katastrofom.

Doświadczenie 32 – obowiązkowe

Obserwacja zjawiska interferencji fal

1. Przygotuj komputer z dwoma głośnikami. Pobierz z internetu plik dźwiękowy z tonem o częstotliwości 2000 Hz (wpisz do wyszukiwarki „pure tone mp3").
2. Postaw głośniki na krzesłach przy krótszej ścianie pokoju w odległości ok. 1 m od siebie. Włącz odtwarzanie dźwięku tak, aby komputer odtwarzał dźwięk bez przerwy.
3. Kucnij przy przeciwległej ścianie w takiej samej odległości od obu głośników. Zakryj dłonią jedno ucho. Powoli przesuwaj się wzdłuż ściany. Zwróć uwagę, jak zmienia się głośność dźwięku (patrz schematy poniżej).



Wyjaśnijmy wynik przeprowadzonego doświadczenia. Występowały w nim dwa źródła fal dźwiękowych, przy czym powstające fale miały jednakowe częstotliwości, poruszały się z tą samą prędkością i były zgodne w fazie, tzn. każdy głośnik jednocześnie wytwarzał zagęszczenie powietrza – „grzbiet fali" lub jego rozrzedzenie – „dolinę fali".

Do miejsca tak samo oddalonego od obu głośników grzbiety i doliny fal dźwiękowych docierały jednocześnie, gdyż miały do przebycia jednakową drogę. Dlatego fale **wzmacniały się** maksymalnie – powstawała fala o dwa razy większej amplitudzie, a dźwięk był głośniejszy (doświadczenie 32. rys. a).

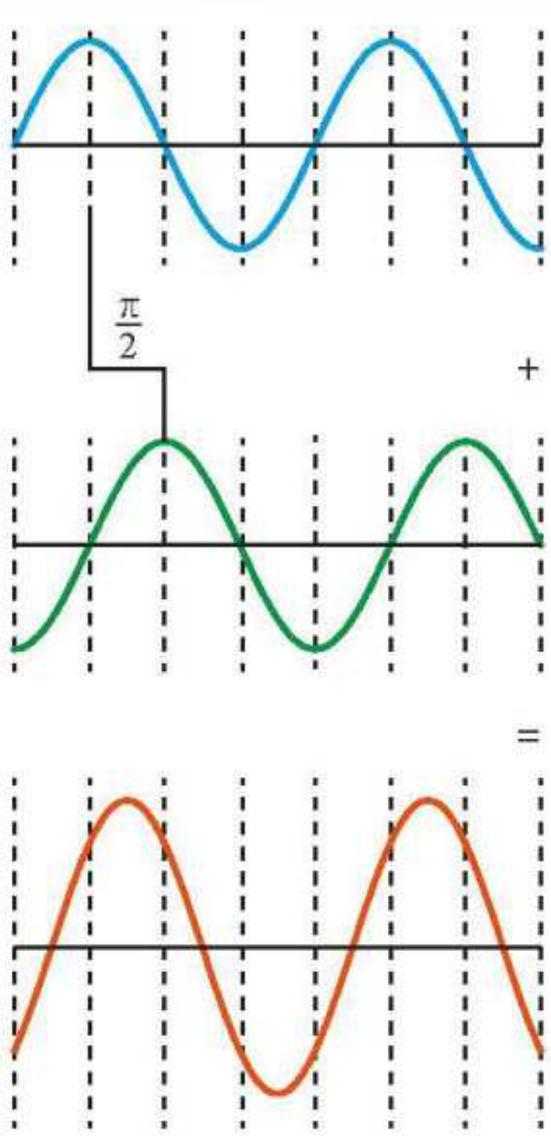
W miarę jak się przesuwałeś, zmieniały się drogi fal dźwiękowych od źródła dźwięku do ciebie. W niektórych miejscach grzbiet jednej fali dochodził do ciebie w tym samym czasie co dolina drugiej. Wówczas fale **wygaszały się** – ich suma była równa zeru. W miejscach takich panowała cisza (w praktyce trudno uzyskać całkowitą ciszę, ale słyszany dźwięk jest na pewno znacznie wyciszony; doświadczenie 32. rys. b).

Rys. **10.36.** Interferencja dwóch fal kolistych

Jak zaobserwowałeś podczas wykonywania doświadczenia, miejsca wzmocnienia i wygaszania występują na przemian. Ich położenie opiszemy dokładniej w dalszej części lekcji.

A to ciekawe

Do redukcji hałasu zwykle używa się słuchawek częściowo pochłaniających fale dźwiękowe. Od niedawna dostępne są także słuchawki z aktywnym tłumieniem hałasu. Emitują one falę dźwiękową taką samą jak zewnętrzny hałas, ale w przeciwfazie. Dzięki zjawisku interferencji obie fale się wygaszają, a użytkownik słuchawek może cieszyć się muzyką bez szumu ulicy w tle.

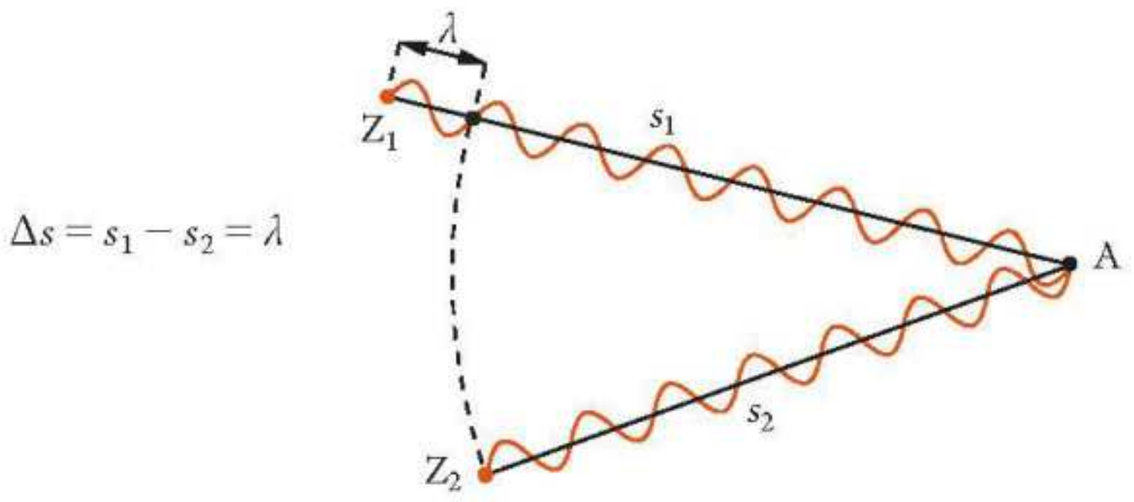


Rys. **10.37.** Gdy dwie fale o tej samej amplitudzie, lecz przesunięte w fazie o $\frac{\pi}{2}$ dochodzą do tego samego miejsca, mamy do czynienia z częściowym wzmocnieniem. Oznacza to, że amplituda fali wypadkowej jest większa od amplitudy każdej z fal składowych, ale mniejsza od sumy ich amplitud

Poza przedstawionymi skrajnymi przypadkami maksymalnego wzmocnienia i całkowitego wygaszenia dźwięków istnieją możliwości pośrednie, np. gdy grzbiet jednej fali spotyka się z punktem pomiędzy grzbietem a doliną drugiej fali (rys. 10.37).

Położenia miejsc wzmocnień i wygaszeń fali

Na rysunku 10.38 widzisz schemat przebiegu naszego doświadczenia. W punktach Z_1 i Z_2 znajdują się dwa źródła fal dźwiękowych **o zgodnej** fazie. Fale docierające do punktu A ze źródła Z_1 mają do przebycia dłuższą drogę niż fale biegnące ze źródła Z_2. Jeśli jednak różnica dróg $\Delta s = s_1 - s_2$ jest równa długości fali dźwiękowej wysyłanej z głośników, to grzbiety fal z obu źródeł docierają do punktu A w danym momencie w tej samej fazie. Wprawdzie fala ze źródła Z_1 dotrze z opóźnieniem jednego cyklu drgań, ale nie wpłynie to na wynik obserwacji.



Rys. **10.38.** Gdy drogi przebyte przez dwie fale różnią się o λ, fale spotykają się w tej samej fazie i się wzmacniają

Podobnie się stanie, gdy różnica dróg będzie równa 2λ, 3λ itd. (patrz rys. 10.39). Wysuńmy zatem bardziej ogólny wniosek.

Maksymalne wzmocnienie fal pochodzących ze źródeł drgających w zgodnych fazach występuje w tych punktach, dla których różnica dróg od źródeł do danego punktu jest wielokrotnością długości fali:

$$\Delta s = n \cdot \lambda$$

gdzie $n = 0, 1, 2, 3...$

W podobny sposób możemy wyprowadzić wzór na **całkowite wygaszanie** się fal. Aby miało ono miejsce, fale muszą spotkać się w przeciwfazie,

a więc różnica ich dróg powinna być równa połowie długości fali (i ewentualnie dodatkowo pewnej liczbie całych długości fali).

$$\Delta s = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

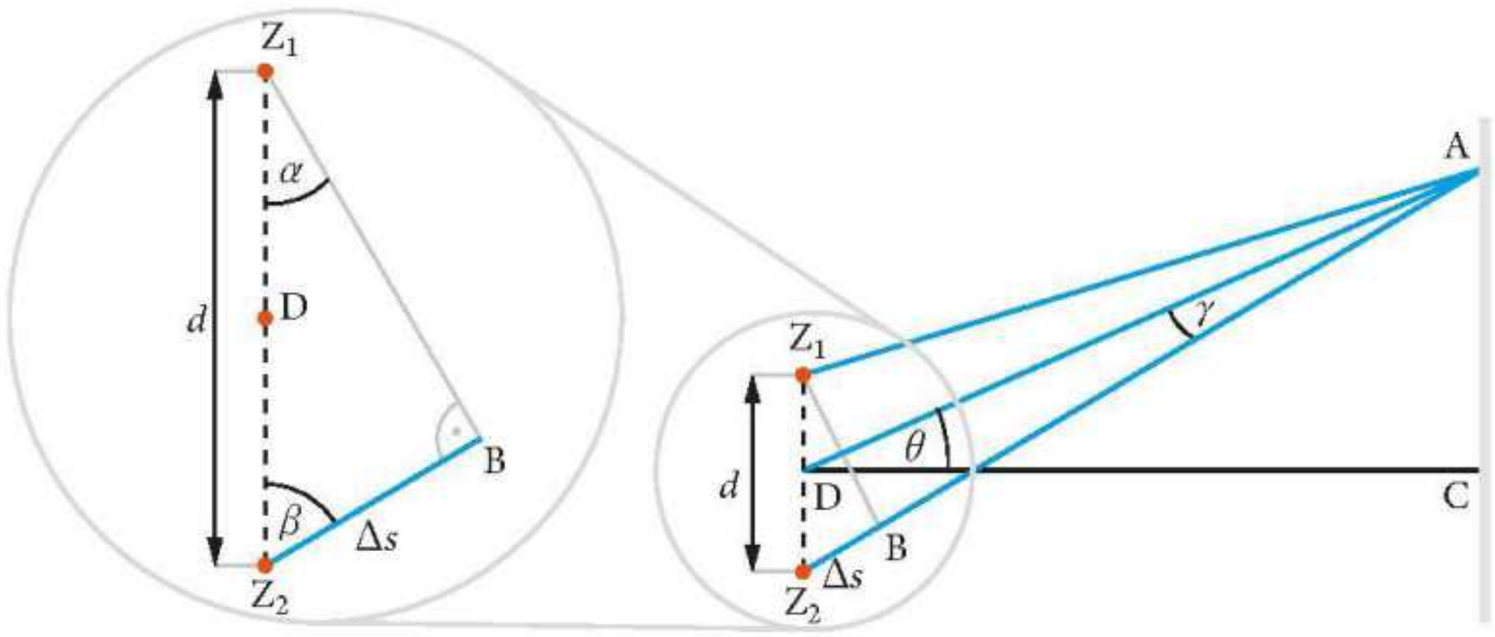
Warunki wzmocnienia i wygaszenia fal za pomocą kąta

Miejsca największego wzmocnienia fal wygodnie jest opisać za pomocą kąta θ (patrz rys. 10.40) między prostą DC (symetralną odcinka łączącego źródła fal) a prostą DA (przechodzącą przez punkt, z którego obserwujemy fale, i przez środek odcinka łączącego źródła fal).

Wyznaczmy kąt θ, dla którego następuje maksymalne wzmocnienie fal. Korzystamy z tego, że suma kątów w trójkącie Z_2AD wynosi 180°:

$$(90° + \theta) + \gamma + \beta = 180° \quad \rightarrow \quad \theta + \beta + \gamma = 90°$$

Rys. **10.39.** Jeśli tramwaje danej linii kursują co 5 min i wszystkie są opóźnione o 5 min, to oczekujący na przystanku nie zauważą spóźnienia



Rys. **10.40.** Schemat ilustrujący wyprowadzenie wzoru na warunek wzmocnienia fali

Załóżmy, że **punkt A znajduje się daleko od źródeł fali**, tzn. że drogi s_1 i s_2 są znacznie dłuższe niż odległość d między źródłami. Można wówczas przyjąć, że $\sphericalangle Z_2AD = \gamma$ jest bardzo mały, i pominąć go w powyższym równaniu. Otrzymamy:

$$\theta + \beta = 90°$$

Ponieważ $\sphericalangle Z_1Z_2B = \sphericalangle DZ_2A$, więc dla trójkąta prostokątnego Z_1Z_2B możemy zapisać:

$$\beta + \alpha = 90°$$

Po porównaniu ostatnich dwóch równań widzimy, że:

$$\theta = \alpha$$

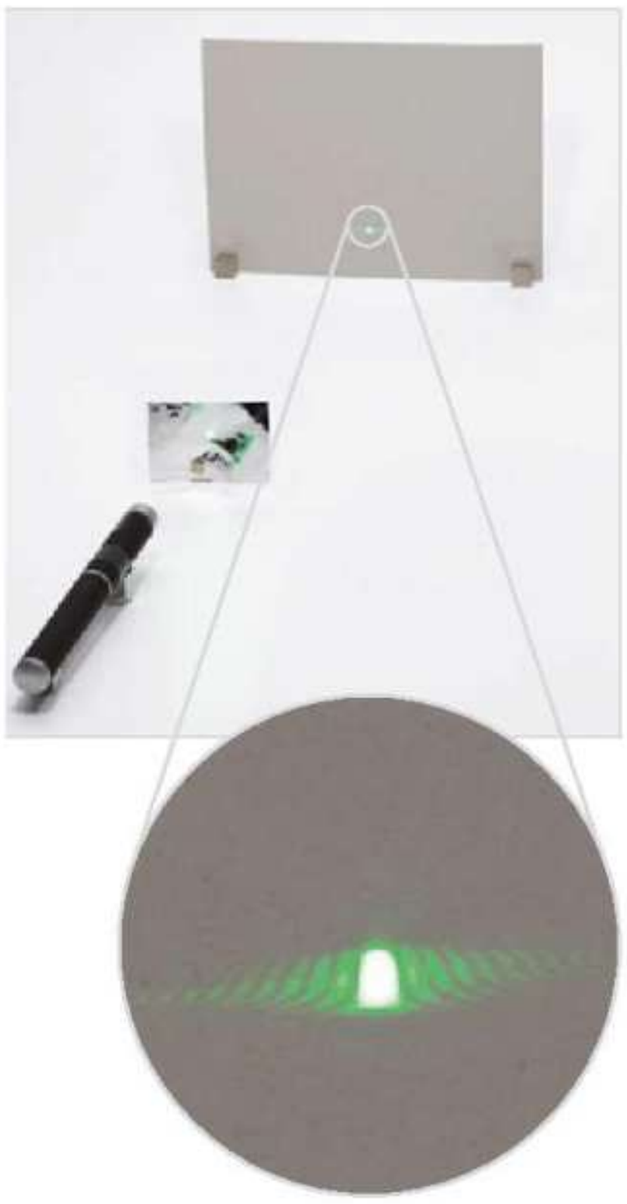
Z funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym Z_1Z_2B wynika, że:

$$\sin\theta = \sin\alpha = \frac{\Delta s}{d}$$

Wiemy, że przy zgodnej fazie źródeł **wzmocnienie fal** następuje dla $\Delta s = n\lambda$, stąd:

$$\sin\theta_n = \frac{n\lambda}{d}$$

gdzie: $n = 0, 1, 2, 3...$, a d – odległość między dwoma źródłami.



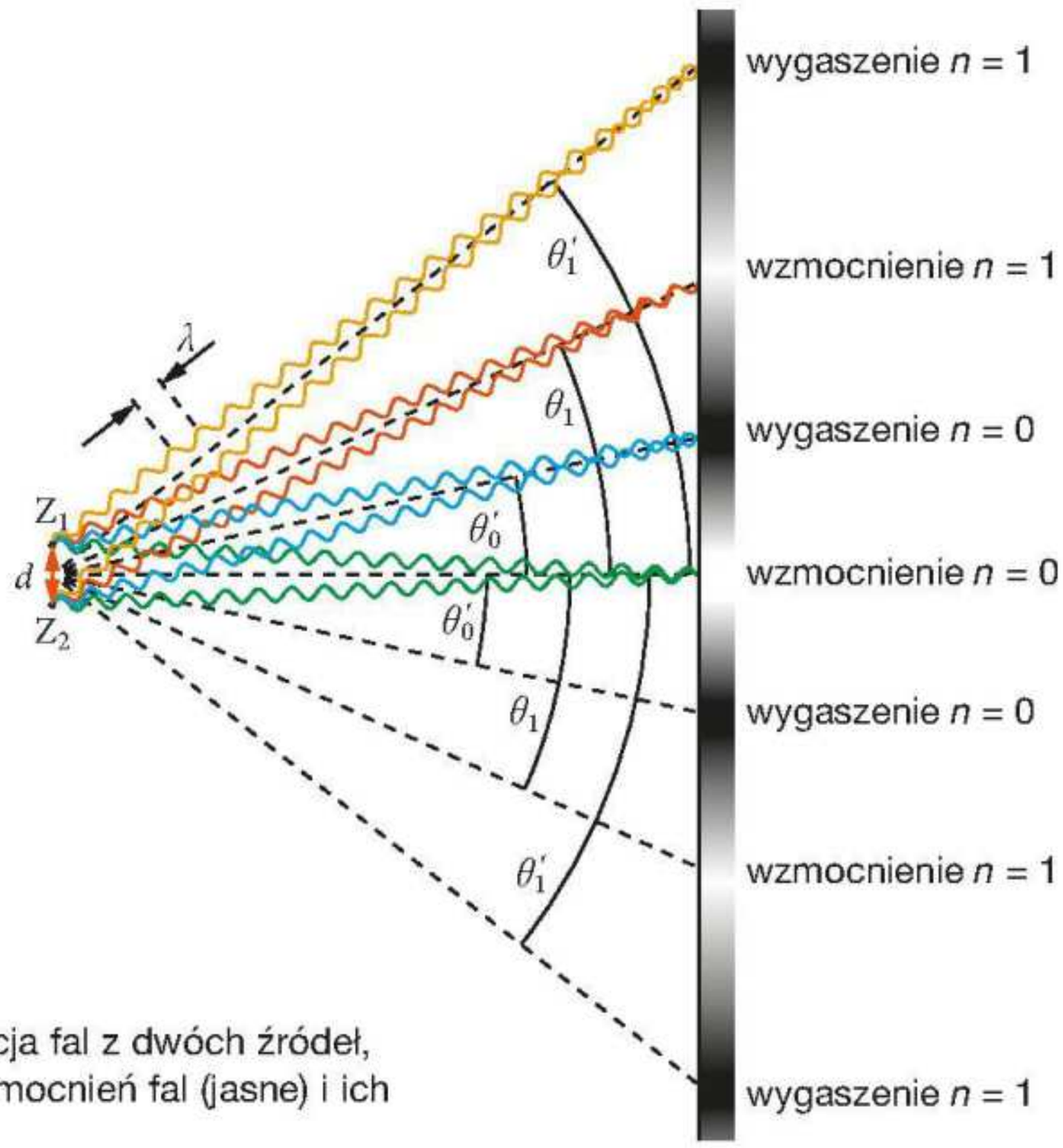
Rys. **10.41.** Odkrycie, że światło ulega dyfrakcji i interferencji, było dowodem jego falowej natury

Analogicznie dla **wygaszenia fal**:

$$\sin\theta'_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{d}$$

Zależności te pozwalają wyznaczać długość fali na podstawie położenia wzmocnień lub wygaszeń. Będziemy te wzory stosować również w czwartej części podręcznika do fal świetlnych (rys. 10.41), gdyż interferencja jest zjawiskiem charakterystycznym dla wszystkich fal – nie tylko mechanicznych (jedynym warunkiem jest dostateczna odległość obserwatora od źródeł fal).

Na podstawie wyprowadzonych wzorów możemy naszkicować schematycznie **obraz interferencyjny** (rys. 10.42).



Rys. **10.42.** Interferencja fal z dwóch źródeł, widoczne miejsca wzmocnień fal (jasne) i ich wygaszeń (ciemne)

A to ciekawe

Niektóre zwierzęta, np. nietoperze, do orientacji w terenie i poszukiwania pokarmu wykorzystują echolokację. Najlepsze wyniki przynosi ona, kiedy wysyłane fale biegną po liniach prostych, czyli kiedy ich dyfrakcja jest niewielka. Dlatego zwierzęta zazwyczaj posługują się ultradźwiękami, ulegającymi dyfrakcji w mniejszym stopniu. Zdarza się, że do echolokacji nietoperze używają też fal słyszalnych dla człowieka. W taki sposób poszukują pożywienia nietoperze owocożerne – owoce są bowiem większe od owadów i nawet dłuższa fala nie ulega na nich ugięciu.

Zaobserwowano, że nietoperze po zlokalizowaniu pożywienia „przyglądają mu się". Badają wówczas obiekt dźwiękami o wyższej częstotliwości, pozwalającymi na jego dokładniejsze „obejrzenie".

Ugięcie fali na przeszkodzie – dyfrakcja

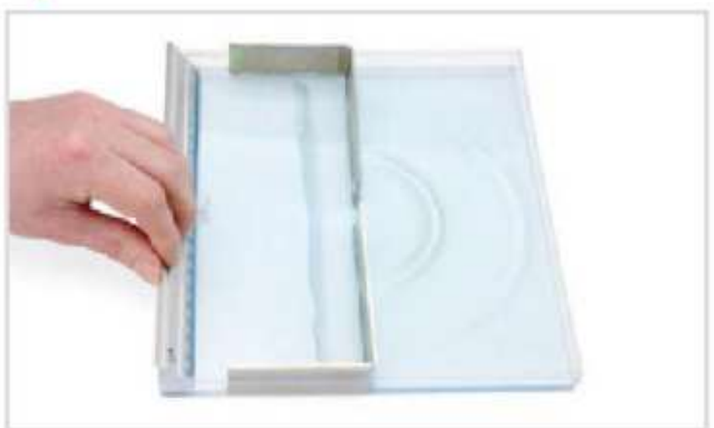
Zajmiemy się teraz kolejnym zjawiskiem charakterystycznym dla wszystkich fal – ugięciem fali na przeszkodzie. Zbadamy je doświadczalnie dla fal na powierzchni wody.

Doświadczenie 33 – obowiązkowe

Obserwacja zjawiska dyfrakcji fali na szczelinie

1. Przygotuj układ do badania fal na wodzie taki jak do doświadczenia 30. na s. 224 oraz dwa metalowe kątowniki.
2. Ustaw kątowniki w wodzie tak, aby powstała pomiędzy nimi wąska szczelina (zdjęcie a). Za pomocą linijki lub deseczki wytwórz falę płaską, która będzie padać na przegrodę utworzoną z kątowników.
3. Zmieniaj szerokość szczeliny. Zauważ, co się dzieje z falą po przejściu przez szczelinę.
4. Zaobserwuj, w jaki sposób zachowanie fali zależy od szerokości szczeliny.

a)



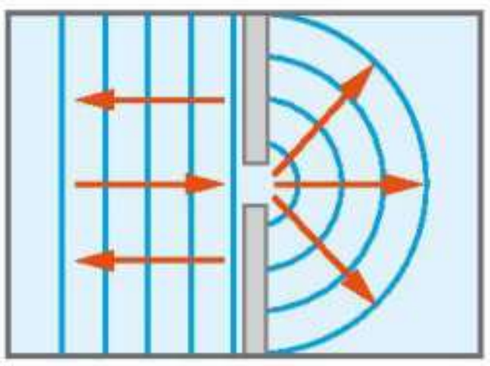
b)

Gdy fala napotyka szczelinę o szerokości znacznie większej od długości fali, przechodzi przez nią niemal bez zmiany kierunku. Natomiast gdy szczelina jest wąska, ugięcie fali jest większe, a kierunek jej biegu zmienia się w sposób zauważalny – zachodzi **dyfrakcja** (rys. 10.43 i 10.44).

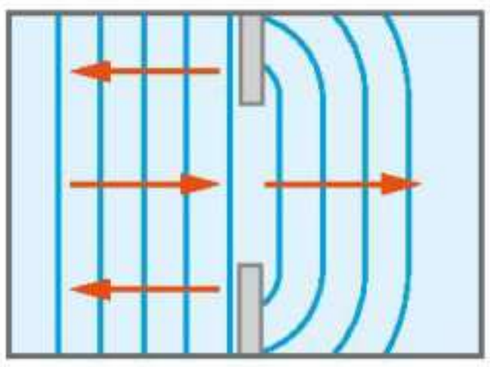
> Dyfrakcja to ugięcie fali na przeszkodzie lub przy przejściu przez szczelinę.

Dyfrakcję najłatwiej zaobserwować, gdy rozmiary przeszkody lub szczeliny są porównywalne z długością fali. Zjawisko to obserwujemy także na równej krawędzi przeszkody, nawet gdy ta przeszkoda jest duża.

a)



b)



Rys. **10.43.** Zachowanie się fali płaskiej padającej na przegrodę ze szczeliną w zależności od jej rozmiaru: a) gdy rozmiar szczeliny jest porównywalny z długością fali, fala ulega dyfrakcji – za otworem powstaje fala kolista, b) gdy rozmiar szczeliny jest dużo większy od długości fali, fala przechodzi na drugą stronę prawie niezaburzona

Rys. **10.44.** Dyfrakcja fal na falochronie

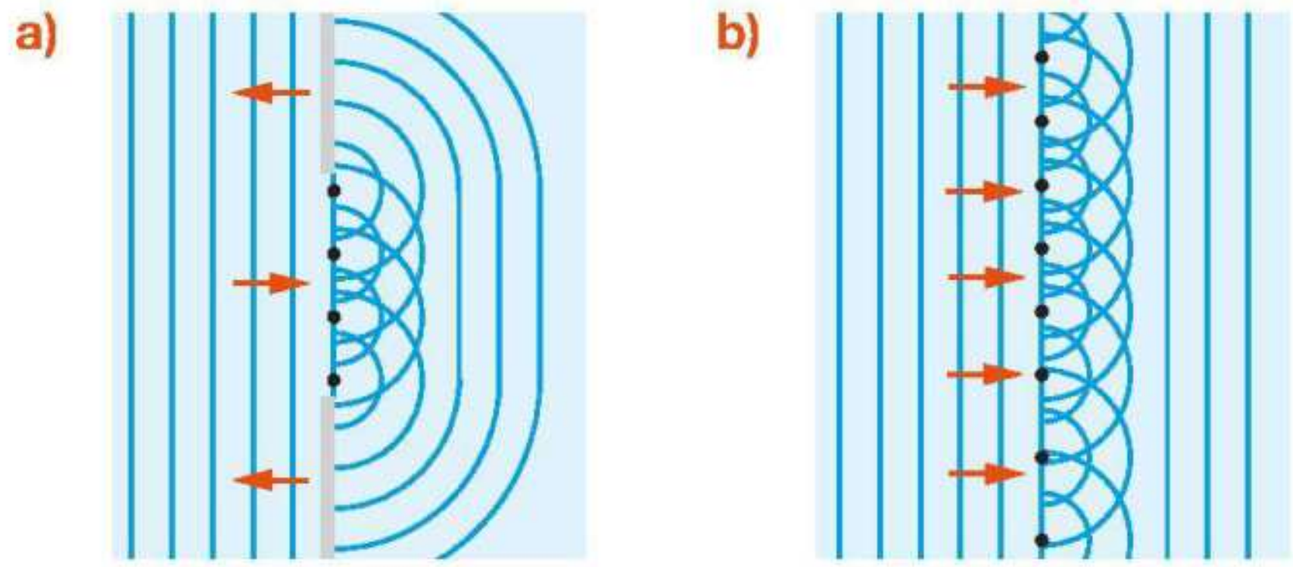
Dyfrakcja, podobnie jak interferencja, jest zjawiskiem charakterystycznym dla wszystkich rodzajów fal – zarówno mechanicznych, jak i elektromagnetycznych.

Zasada Huygensa

Zjawisko dyfrakcji można jakościowo wyjaśnić dzięki zasadzie Huygensa (rys. 10.45a):

> Każdy punkt, do którego dochodzi fala, można traktować jako źródło wtórnej fali kulistej rozchodzącej się z tego punktu.

Ta geometryczna reguła obowiązuje nie tylko w sytuacji, gdy fala napotyka przeszkodę. Gdy fala płaska rozchodzi się w przestrzeni bez przeszkód, także możemy zastosować zasadę Huygensa. W tej interpretacji z każdego punktu przestrzeni rozchodzi się fala kulista. Jak widzisz jednak na rys. 10.45b, sumą tych wszystkich fal kulistych jest znowu fala płaska.



Rys. **10.45.** Zasada Huygensa: a) pozwala wyjaśnić zjawisko ugięcia fali, b) ma także zastosowanie w przypadku, gdy fala nie napotyka na przeszkodę

W przypadku fal na powierzchni wody odpowiednikiem fali kulistej jest fala kolista. Zasada Huygensa przybiera więc postać: „Każdy punkt powierzchni wody, do którego dochodzi fala, można traktować jako źródło nowej fali kolistej".

Jak powiedzieliśmy wcześniej, zasada ta pozwala wyjaśnić zjawisko dyfrakcji. Gdy fala napotyka szczelinę, każdy z punktów wewnątrz szczeliny staje się źródłem fali kolistej. Jeżeli szczelina jest wąska, zawarte w niej punkty znajdują się bardzo blisko siebie, więc powstające w nich fale praktycznie nakładają się na siebie, jakby miały źródło w tym samym miejscu.

Po tej lekcji powinieneś

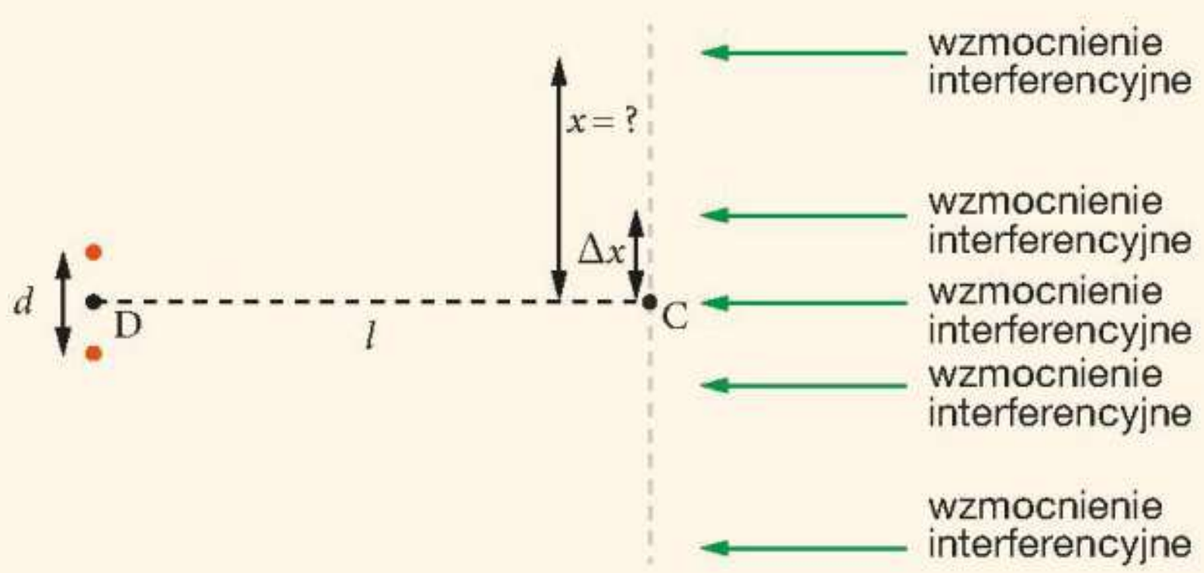
- wiedzieć, co to jest superpozycja fal i kiedy zachodzi;
- opisywać interferencję fal pochodzących z dwóch źródeł;
- stosować wzory na zależności między długością fali a położeniem miejsc wzmocnienia i wygaszenia;
- wykonywać proste doświadczenia dotyczące dyfrakcji i interferencji fal mechanicznych.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

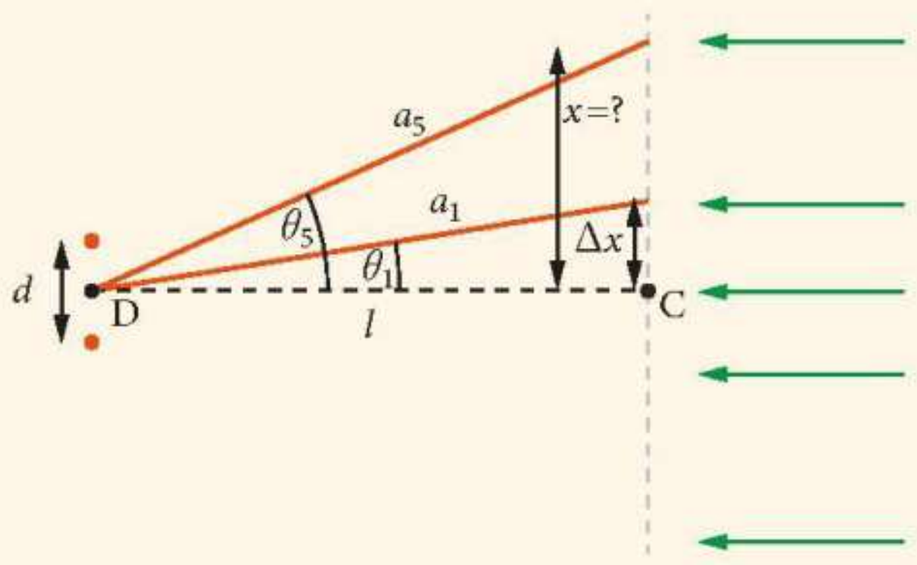
Przykład

Dwa źródła fal zgodne w fazie znajdują się w odległości $d = 4$ cm od siebie. Z odległości $l = 4$ m obserwujemy interferencję fal pochodzących z tych źródeł. Od punktu C, położonego naprzeciwko źródeł, do najbliższego miejsca o najsilniejszym wzmocnieniu fali jest $\Delta x = 20$ cm. Oblicz, jak daleko od punktu C jest do piątego z kolei takiego miejsca.



Rozwiązanie

Uzupełnijmy rysunek, zaznaczając na nim kąty, które występują w równaniu pozwalającym znaleźć miejsce o najsilniejszym wzmocnieniu fal (s. 240).



Z rysunku widzimy, że z twierdzenia Pitagorasa $a_1 = \sqrt{l^2 + (\Delta x)^2}$, możemy więc zapisać:

$$\sin\theta_1 = \frac{\Delta x}{a_1} = \frac{\Delta x}{\sqrt{l^2 + (\Delta x)^2}} = 0{,}05$$

Skorzystajmy ze wzoru $\sin\theta_n = n \cdot \frac{\lambda}{d}$ dla piątego miejsca wzmocnień:

$$\sin\theta_5 = \frac{5\lambda}{d} = 5\sin\theta_1 = 0{,}25$$

Z własności funkcji trygonometrycznych wiemy, że:

$$\sin\theta_5 = \frac{x}{a_5} \quad \rightarrow \quad x = 0{,}25a_5, \text{ czyli } a_5 = 4x$$

Z twierdzenia Pitagorasa otrzymujemy:

$$l^2 + x^2 = (4x)^2 \quad \rightarrow \quad 15x^2 = l^2$$

a stąd $x = 103{,}3$ cm.

Odpowiedź: Szukana odległość od punktu C wynosi 103,3 cm.

Zadania s. 244

Pytania i zadania

1. Wyjaśnij, dlaczego do echolokacji używa się ultradźwięków, a nie dźwięków słyszalnych.

2. Dwa głośniki emitujące zgodne w fazie fale harmoniczne umieszczono w odległości 3 m od siebie. Obserwator znajduje się w odległości 6 m od jednego z głośników i 6,5 m od drugiego. Wykonaj schematyczny rysunek tej sytuacji. Określ, czy obserwator stwierdzi wzmocnienie czy wygaszenie fal przy podanej długości fali λ. Która z informacji w zadaniu nie jest potrzebna do jego rozwiązania?

a) $\lambda = 10$ cm **c)** $\lambda = 25$ cm

b) $\lambda = 20$ cm **d)** $\lambda = 50$ cm

Uwaga. Skorzystaj bezpośrednio z różnicy dróg przebytych przez fale. Przybliżonych wzorów z funkcją sinus nie można stosować w tym przypadku – zastanów się dlaczego.

3. Dwa źródła oddalone od siebie o 50 cm emitują w zgodnej fazie falę o długości 5 cm. Oblicz kąt θ odpowiadający:

a) wzmocnieniu fali rzędu 2 ($n = 2$),

b) wygaszeniu fali rzędu 3 ($n = 3$).

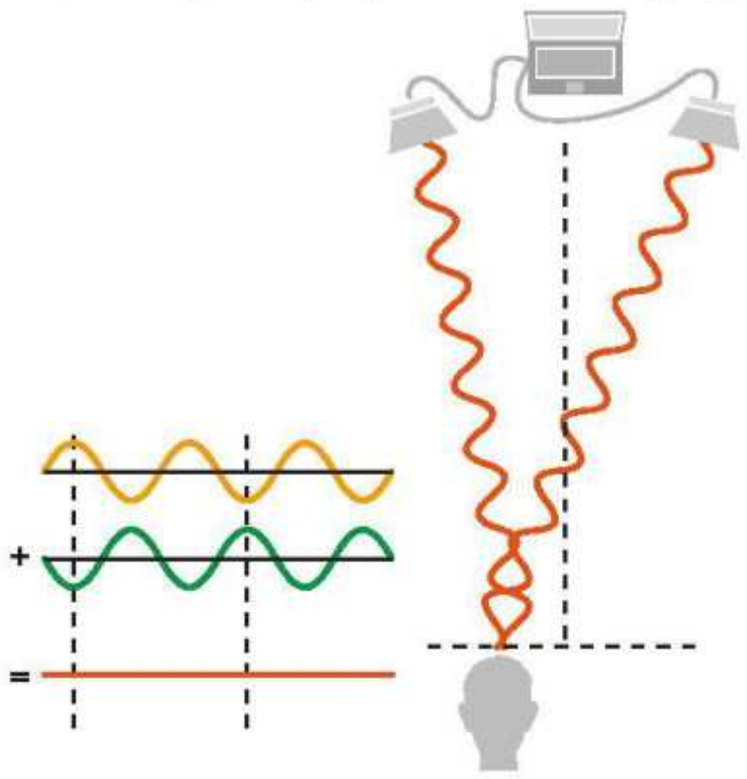
4. Na brzegu małego basenu siedzi dziecko i uderza jednocześnie obiema stopami o wodę. Ustawiło nogi tak, że stopy dotykają powierzchni wody w odległości 20 cm od siebie. Przy każdym uderzeniu powstaje fala kolista o długości 1 cm, która następnie dociera do przeciwległego brzegu basenu znajdującego się w odległości 2 m. Oblicz odległość między:

a) miejscem wzmocnienia fali rzędu 1 i rzędu 2.

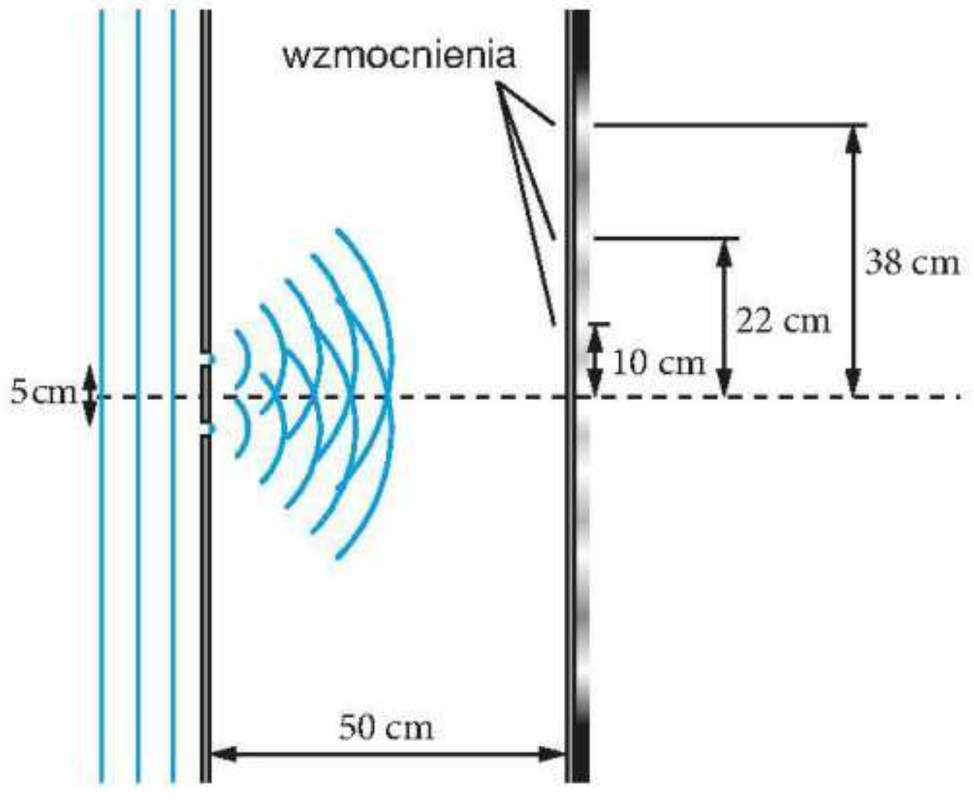
b) miejscem wygaszenia fali rzędu 1 i rzędu 2.

Uwaga. Położenie wzmocnień i wygaszeń fali określ względem symetralnej odcinka łączącego stopy dziecka.

5. W doświadczeniu 32. ze s. 237 wykorzystano dwa małe głośniki oddalone od siebie o 20 cm i ustawione przy jednej ze ścian pokoju. Tym razem emitują one ton o częstotliwości 8000 Hz. Obserwator znajduje się na symetralnej odcinka łączącego głośniki, przy przeciwległej ścianie, odległej od odcinka łączącego głośniki o 5 m, i zaczyna się przesuwać wzdłuż ściany. Oblicz, jaką drogę musi pokonać, aby dotrzeć do pierwszego miejsca, gdzie jest najciszej, a jaką – do drugiego.



6. Płaska fala na wodzie napotkała na przeszkodę z dwiema szczelinami. Za każdą ze szczelin utworzyła się fala kolista, a na końcu naczynia zaobserwowano interferencję fal. Na podstawie wymiarów podanych na rysunku oblicz długość fali.



Temat dodatkowy

10.7. Fizyka w muzyce

Przypomnij sobie

- Dźwięk jest falą mechaniczną. Jej źródłem jest drgające ciało.
- Im większa częstotliwość fali dźwiękowej, tym wyższy dźwięk.
- Im większa amplituda fali dźwiękowej, tym głośniejszy dźwięk

Na ostatniej lekcji mówiliśmy o superpozycji fal. Opisane w niej zasady odnoszą się między innymi do fal dźwiękowych.

Gdy źródło dźwięku drga harmonicznie, w powietrzu powstaje harmoniczna fala dźwiękowa, nazywana także **dźwiękiem prostym** lub **czystym tonem**. Źródłem dźwięku prostego jest np. kamerton (rys. 10.46). Natomiast instrumenty muzyczne wytwarzają **dźwięki złożone**, czyli superpozycje dźwięków prostych o różnych częstotliwościach.

Aby pobrać nagranie czystego tonu z internetu, wpisz do wyszukiwarki „pure tone mp3".

Od proporcji amplitud dźwięków składowych zależy **barwa (widmo) dźwięku** instrumentu. Dzięki temu bez problemu odróżniamy dźwięk trąbki od dźwięku skrzypiec, nawet gdy na obu instrumentach muzycy grają ten sam dźwięk gamy.

Rys. **10.46.** Kamerton służy do strojenia instrumentów muzycznych

Fale stojące

W zrozumieniu mechanizmu powstawania dźwięków złożonych pomoże nam proste doświadczenie.

Doświadczenie 34

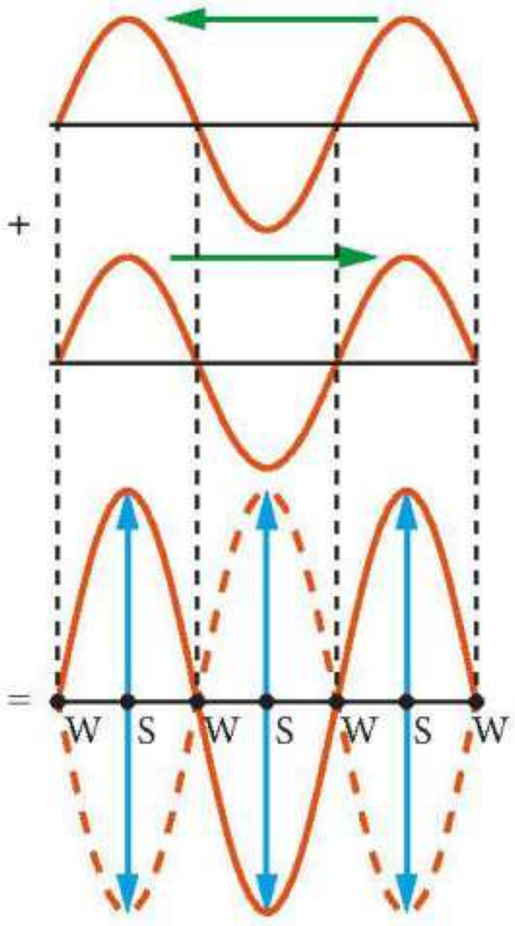
1. Połóż sprężynę-zabawkę na stole.
2. Przymocuj jeden z jej końców do statywu, a drugi weź do ręki.
3. Poruszaj sprężyną w płaszczyźnie poziomej prostopadle do osi sprężyny. Znajdź taką częstotliwość drgań końca sprężyny, aby powstała fala pokazana na zdjęciu a).
4. Powtórz czynność opisaną w punkcie 3. dwukrotnie i spróbuj uzyskać fale pokazane na zdjęciach b) i c).

a)

b)

c)

Aby wyjaśnić wynik tego doświadczenia, musimy sobie przypomnieć doświadczenie 31. ze s. 235. Wtedy impuls falowy wywołany



Rys. 10.47. Fala stojąca powstaje w wyniku nałożenia się dwóch fal biegnących w przeciwne strony

przez jedną osobę nakładał się na impuls wysłany przez drugą osobę. W bieżącym doświadczeniu jest podobnie, z tą różnicą, że sznur zastąpiono sprężyną, a fala wywoływana przez ruch ręki nakłada się na falę odbitą, czyli biegnącą w przeciwną stronę. Nakładają się zatem dwie fale harmoniczne.

Przy odpowiedniej częstotliwości w wyniku dodawania dwóch fal powstaje **fala stojąca**, która nie przesuwa się wzdłuż sprężyny, ale stoi w miejscu. Poszczególne jej punkty drgają z różnymi amplitudami. Są zarówno takie, które mocno odchylają się od położenia równowagi, jak i takie, które nie drgają w ogóle (rys. 10.47 i 10.48).

> Fala stojąca powstaje w wyniku nałożenia się dwóch fal o takiej samej częstotliwości i jednakowej amplitudzie biegnących w przeciwne strony wzdłuż tej samej prostej.

Fala stojąca nie niesie energii, gdyż jej fale składowe niosą takie same energie, ale w przeciwne strony.

Punkty, które w falach stojących nie wykonują drgań (o zerowej amplitudzie), nazywamy **węzłami** i oznaczamy jako W, natomiast punkty o maksymalnej amplitudzie drgań to **strzałki**, oznaczane jako S (patrz rys. 10.47). Odległość między kolejnymi strzałkami jest taka sama jak odległość między sąsiednimi węzłami – równa połowie długości fali.

Rys. 10.48. Fala stojąca

Badanie widma dźwięku struny

Zbadajmy doświadczalnie widmo dźwięku (patrz infografika na s. 250–251) wytworzonego przez drgającą strunę. Do wykonania doświadczenia ponownie będą potrzebne gitara lub inny instrument strunowy oraz komputer z mikrofonem i zainstalowanym programem Oscilloscope 2.51.

Doświadczenie 35

1. Włącz program Oscilloscope 2.51 w trybie analizy widma (przycisk z tęczą – patrz ilustracja obok), zbliż gitarę do mikrofonu, szarpnij strunę i zatrzymaj obraz przyciskiem „Pauza".
2. Odczytaj z wykresu częstotliwości składowe dźwięku (tzn. dla jakich częstotliwości amplituda dźwięku jest wyraźnie większa niż dla pozostałych) i je zapisz. Kolejne częstotliwości oznacz f_1, f_2, f_3 itd.
3. Oblicz, ile razy częstotliwości f_2, f_3 itd. są większe od f_1.

Jak zaobserwowałeś w doświadczeniu, struna gitary wytwarza dźwięki o wielu różnych częstotliwościach. Najniższą z nich (f_1) nazywamy **częstotliwością podstawową**, natomiast kolejne są wielokrotnościami

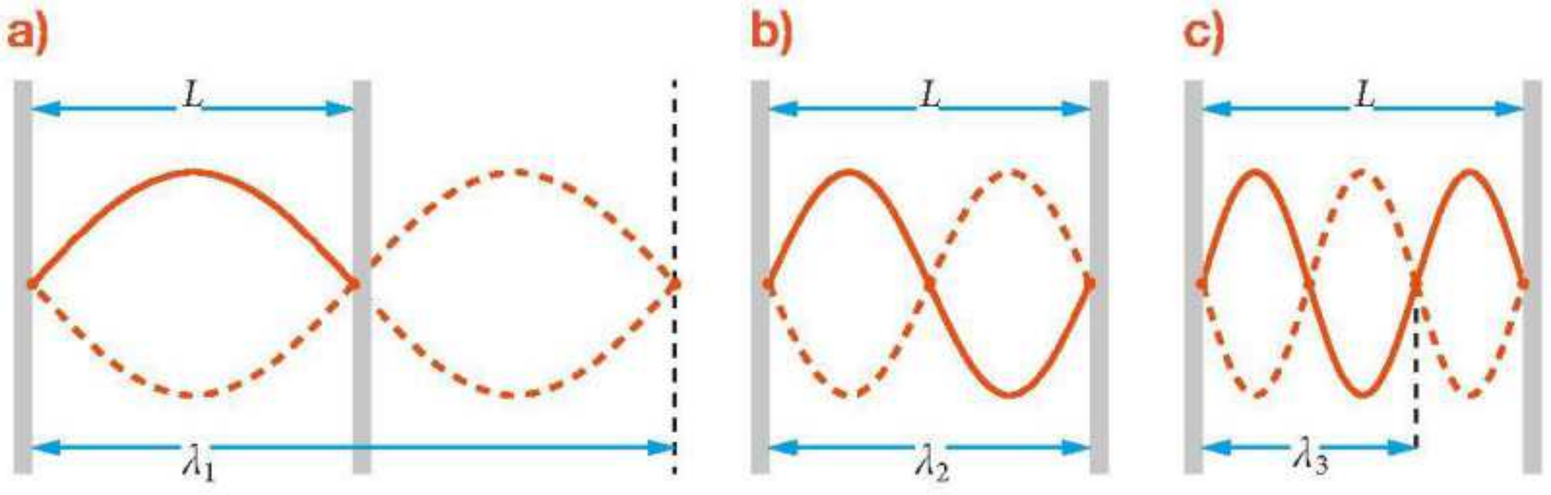
częstotliwości podstawowej i wynoszą $2f_1$, $3f_1$, $4f_1$ itd. Fale składające się na dany dźwięk instrumentu nazywamy **składowymi harmonicznymi**. Ich amplitudy są na ogół różne, a suma wszystkich składowych ma dość skomplikowany przebieg (patrz infografika na s. 250–251).

W muzyce składowe harmoniczne nazywamy inaczej alikwotami.

Fala stojąca na strunie

Jak to się dzieje, że drgania struny są jednocześnie źródłem fal dźwiękowych o różnych częstotliwościach? Otóż powstają na niej fale stojące o ściśle określonych długościach, podobnie jak to miało miejsce w przypadku sprężyny-zabawki (dośw. 34. na s. 245).

Ponieważ struna jest unieruchomiona z obu stron, na jej końcach znajdują się węzły fali. Pomiędzy nimi może się znaleźć jedna strzałka (rys. 10.49a) lub więcej strzałek (rys. 10.49b i 10.49c).



Rys. **10.49.** Strunę można pobudzić do drgań tak, że: a) będzie miała węzły tylko na końcach – wtedy $\lambda_1 = 2L$, b) i c) powstaną kolejne składowe harmoniczne i fala będzie miała węzły nie tylko na końcach struny – wtedy $\lambda_n = \frac{\lambda_1}{n}$

Gdy strzałka jest tylko jedna, długość fali $\lambda = 2L$, gdzie L jest długością spoczywającej struny. Jeśli strzałek jest n, to w długości struny mieści się n połówek długości fali, a więc $L = n\frac{\lambda}{2}$, czyli:

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}$$

Gdy skorzystamy ze wzoru $\lambda = \frac{v}{f}$, otrzymamy zależność:

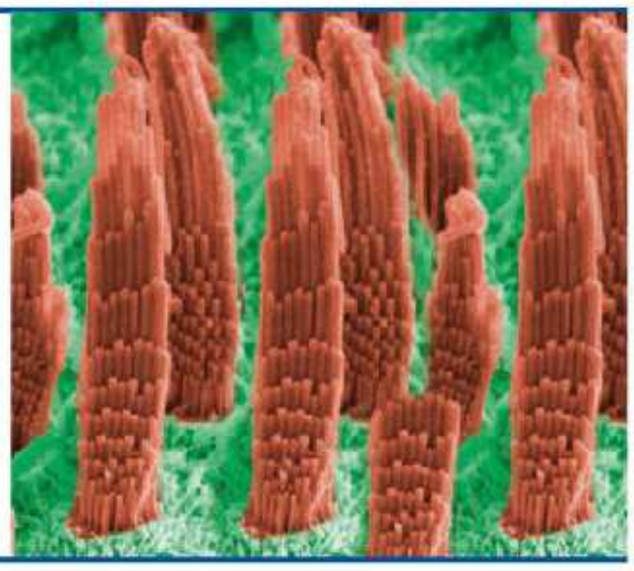
$$f_n = \frac{v}{2L}n$$

gdzie $n = 1, 2, 3, ...$, a v to prędkość rozchodzenia się fali na strunie.

dla $n = 1$:
$f_1 = \frac{v}{2L}$
dla $n = 2$:
$f_2 = \frac{v}{2L} \cdot 2 = 2f_1$
dla $n = 3$:
$f_3 = \frac{v}{2L} \cdot 3 = 3f_1$

A to ciekawe

Ucho człowieka przesyła do mózgu informację o widmie dźwięku, tzn. jego rozkładzie na poszczególne częstotliwości. Komórki słuchowe (patrz zdjęcie) są umieszczone na długiej błonie podstawnej. Różne jej obszary, a wraz z nimi – komórki słuchowe, są pobudzane do drgania przez różne częstotliwości dźwięku. Za pośrednictwem nerwu słuchowego komórki te przekazują informację do mózgu. Dlatego, aby słyszeć, nie wystarczy sprawnie działające ucho – potrzebne są jeszcze odpowiednio działające struktury w mózgu.



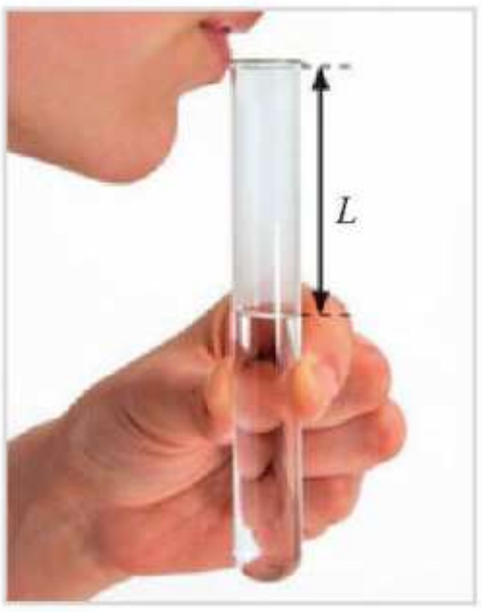
Rys. **10.50.** Organy w katedrze w Kamieniu Pomorskim

Zgadza się to z wynikiem doświadczenia 35. ze s. 246 , w którym zaobserwowaliśmy, że kolejne częstotliwości są wielokrotnościami częstotliwości podstawowej.
Z doświadczenia wynika również, że wszystkie składowe harmoniczne powstają jednocześnie, niezależnie od siebie. Jest to zgodne z zasadą superpozycji fal.
Proporcja amplitud składowych zależy od miejsca, w którym została szarpnięta struna, i zmienia się w czasie wybrzmiewania dźwięku. Możesz to sprawdzić metodą opisaną w doświadczeniu 35.

Fale stojące w słupie powietrza

Fala dźwiękowa w instrumentach dętych powstaje dzięki drganiom słupa powietrza we wnętrzu instrumentu.
Do instrumentów dętych zaliczamy m.in. trąbkę, flet i organy (rys. 10.50). Nawet jeśli np. w trąbce „słup" jest zwinięty, to nie zmienia się sposób powstawania fali. W przypadku tego instrumentu źródłem dźwięku są drgania warg trębacza, podczas gry na klarnecie, oboju czy fagocie – drgania cienkiej płytki (lub płytek). Muzyk przykłada wargi do ustnika i wdmuchuje powietrze do instrumentu, czym wprawia źródło fal w drgania.

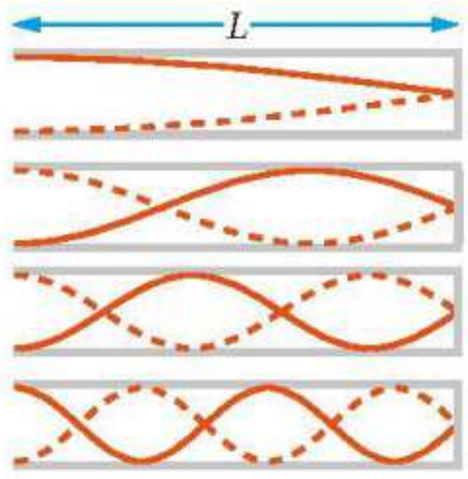
Piszczałka zamknięta



Zbadajmy dźwięk powstający w wyniku drgań słupa powietrza w podłużnym naczyniu zamkniętym na jednym końcu.

Doświadczenie 36

1. Przygotuj probówkę lub inne naczynie o zbliżonym kształcie oraz komputer z mikrofonem i programem Oscilloscope. Włącz tryb analizy widma dźwięku.
2. Nalej wody do połowy wysokości naczynia.
3. Dmuchnij tak, aby wydobyć dźwięk z probówki, i zatrzymaj obraz na komputerze. Czy widzisz wszystkie częstotliwości harmoniczne tak, jak to było w przypadku struny?



Rys. **10.51.** Schemat powstawania fali stojącej w piszczałce zamkniętej

Wyjaśnijmy teraz wynik naszego doświadczenia. Nasza próbówka jest przykładem **piszczałki zamkniętej**. W miejscu, w którym w nią dmuchamy, pobudzamy powietrze do drgań. Natomiast przy powierzchni wody powietrze jest unieruchomione. W miejscu wdmuchiwania powietrza znajduje się więc strzałka, a przy powierzchni wody – węzeł fali stojącej. Pomiędzy nimi mogą się znaleźć dodatkowe strzałki i węzły (rys. 10.51). Sytuacja jest więc taka jak w przypadku fali na sprężynie unieruchomionej na jednym końcu (patrz dośw. 34. na s. 245). W piszczałce powstają fale dźwiękowe o długościach $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \ldots$, spełniających warunki:

$$L = \frac{1}{4}\lambda_1, L = \frac{3}{4}\lambda_2, L = \frac{5}{4}\lambda_3, \ldots$$

ogólnie:

$$L = \frac{2n-1}{4}\lambda_n$$

Wzór na długość fali w piszczałce zamkniętej ma więc postać:

$$\lambda_n = \frac{4}{2n-1}L$$

Z tego wzoru możemy wyznaczyć częstotliwości tych fal:

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = (2n-1)\frac{v}{4L}$$

Dla $n = 1, 2, 3, \ldots$ z powyższego wzoru otrzymujemy:

$$f_1 = \frac{v}{4L},\ f_2 = 3 \cdot \frac{v}{4L} = 3f_1,\ f_3 = 5 \cdot \frac{v}{4L} = 5f_1, \ldots$$

Widzimy, że powstają tylko nieparzyste wielokrotności częstotliwości podstawowej f_1, tak jak to obserwowaliśmy w doświadczeniu.

Piszczałka otwarta

Inaczej jest, gdy dźwięk jest wytwarzany w **piszczałce otwartej**, czyli w rurce otwartej z obu stron. Wtedy na obu końcach piszczałki są strzałki fali. Jak widać na rysunku 10.52, w piszczałce otwartej mogą powstać fale o długościach $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \ldots$, spełniających warunki:

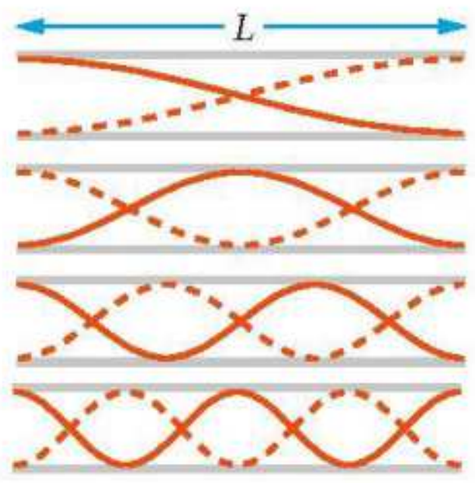
$$L = \frac{1}{2}\lambda_1,\ L = \frac{2}{2}\lambda_2,\ L = \frac{3}{2}\lambda_3$$

ogólnie:

$$L = \frac{n}{2}\lambda_n$$

Czyli wzór na długość fali w piszczałce otwartej ma postać:

$$\lambda_n = \frac{2}{n}L$$



Rys. **10.52.** Schemat powstawania fali stojącej w piszczałce otwartej

Z tej zależności możemy wyznaczyć częstotliwości tych fal:

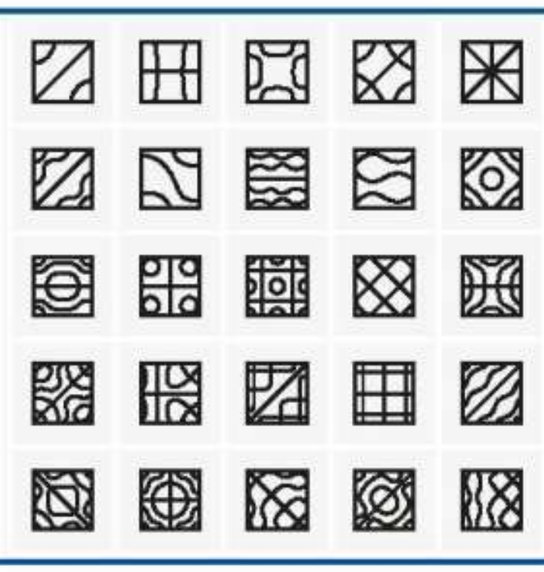
$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = n\frac{v}{2L}$$

Dla $n = 1, 2, 3, \ldots$ z powyższego wzoru otrzymujemy:

$$f_1 = \frac{v}{2L},\ f_2 = 2 \cdot \frac{v}{2L} = 2f_1,\ f_3 = 3 \cdot \frac{v}{2L} = 3f_1, \ldots$$

A to ciekawe

Na dwuwymiarowych drgających powierzchniach również mogą powstawać fale stojące. Gdy drgającą harmonicznie płytę posypiemy piaskiem, ziarenka ułożą się w węzłach fali, zrzucane tam z pozostałych drgających miejsc. W ten sposób powstają **figury Chladniego**, m.in. takie jak na rysunkach obok. Możesz to też zobaczyć na filmie *Resonance Experiment!* (kod QR).

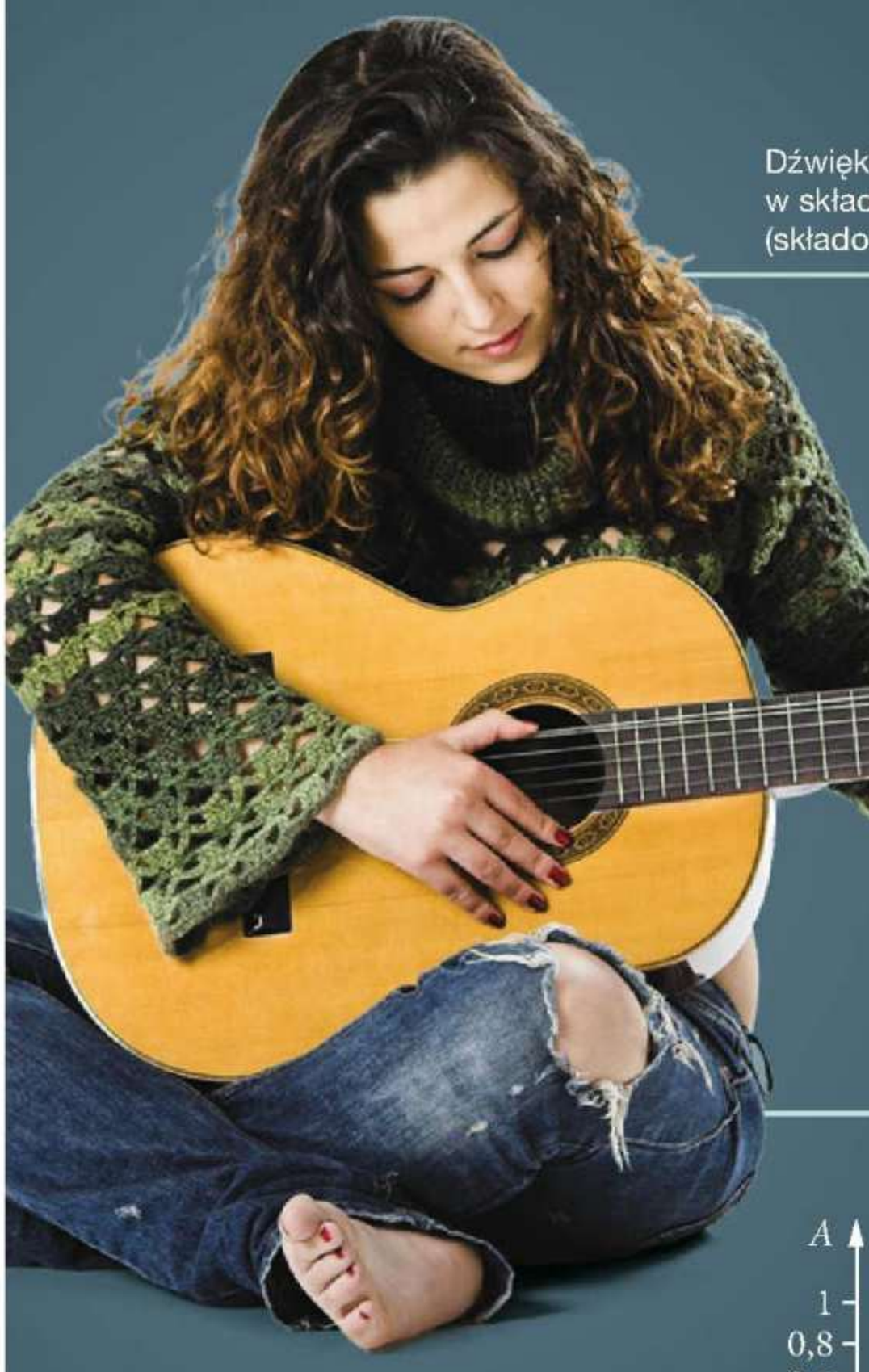


Dźwięk wytwarzany w instrumentach muzycznych

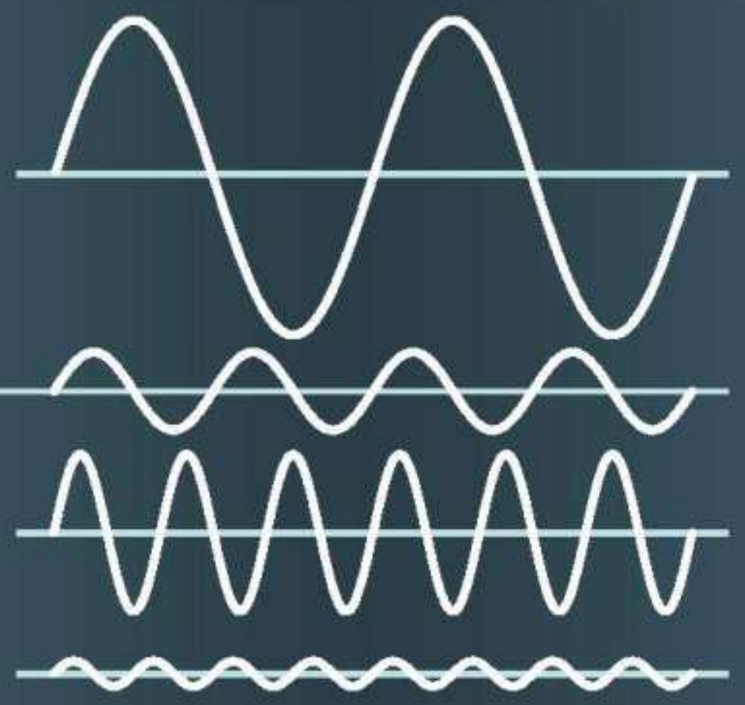
Dźwięk wytwarzany w instrumentach muzycznych jest falą złożoną z wielu dźwięków prostych, czyli takich, których przebieg jest sinusoidalny. Te dźwięki proste nazywamy składowymi harmonicznymi.

Poszczególne składowe harmoniczne dźwięku gitary oraz ich sumę możesz zobaczyć poniżej. Po prawej przedstawiamy wykresy fal dźwiękowych dla różnych instrumentów oraz ludzkiego głosu. Jak widzisz, dźwięk skrzypiec ma przebieg najbardziej zbliżony do dźwięku prostego, otrzymywanego za pomocą kamertonu. Z kolei dźwięk kontrabasu, którego struny szarpiemy palcami zamiast grać smyczkiem, jest zupełnie inny. Dobry basista albo gitarzysta potrafią szarpać struny w taki sposób, aby wzmacniać lub osłabiać poszczególne harmoniczne.

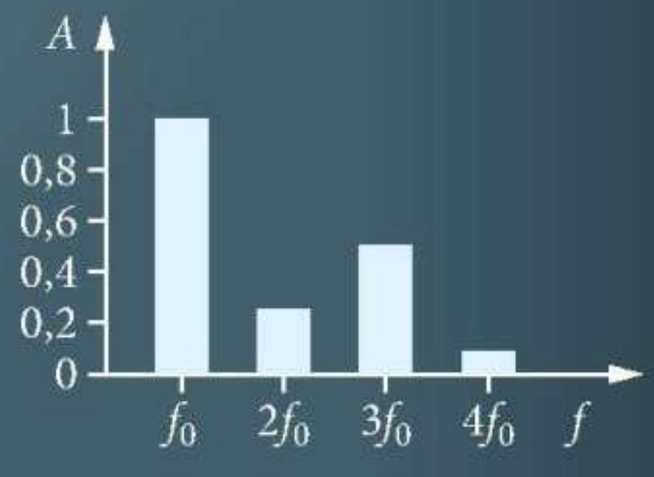
gitara



Dźwięki proste wchodzące w skład dźwięku gitary (składowe harmoniczne)...



... oraz ich suma.



Widmo dźwięku to wykres przedstawiający amplitudy poszczególnych składowych harmonicznych.

kamerton

flet

obój

skrzypce

saksofon

róg

głoska „o”

kontrabas

Rys. **10.53.** We fletni Pana mamy piszczałki zamknięte

Ze wzorów wyprowadzonych przez nas na s. 249 wynika, że w piszczałce otwartej powstają fale dźwiękowe o częstotliwościach będących zarówno parzystymi, jak i nieparzystymi wielokrotnościami podstawowej częstotliwości dźwięku (dla danej piszczałki).

Tak samo było na strunie, która jest unieruchomiona z obu stron (porównaj wzory wyprowadzone dla struny na s. 247 ze wzorami dla piszczałki otwartej na s. 249), choć nieco inna była przyczyna zjawiska. Fala na strunie ma węzły na obu końcach, a fala w piszczałce otwartej – strzałki na obu końcach.

W większości instrumentów muzycznych (np. flet, trąbka) stosujemy piszczałki otwarte. We fletni Pana (patrz zdjęcie obok) są one zamknięte. Natomiast wśród piszczałek organów są zarówno piszczałki otwarte, jak i zamknięte, dzięki czemu możemy uzyskiwać dźwięki o bardzo różnej barwie.

Fala stojąca jako przykład rezonansu

Zjawisko rezonansu s. 187

Zauważmy, że powstawanie fal stojących w instrumentach dętych jest przykładem zjawiska rezonansu. Drgania powietrza wdmuchiwanego do piszczałki można traktować jako mieszaninę drgań o wszystkich częstotliwościach (możesz to sprawdzić, włączając program Oscilloscope 2.51 w trybie analizy widma i dmuchając do mikrofonu).
W piszczałce powstają jednak tylko fale o określonych częstotliwościach. Są to częstotliwości drgań własnych słupa powietrza.

Raz wytworzona fala stojąca mogłaby istnieć w nieskończoność, gdyby nie tłumienie drgań. W instrumentach muzycznych tłumienie drgań słupa powietrza wynika nie tylko ze strat energii, lecz także z jej zamiany w energię fali dźwiękowej rozchodzącej się w powietrzu.

Po tej lekcji powinieneś

- wiedzieć, co to są dźwięki proste, częstotliwość podstawowa i częstotliwości harmoniczne;
- rozumieć, że dźwięki o różnej barwie różnią się proporcją składowych harmonicznych;
- wiedzieć, co to jest fala stojąca i czym się ona charakteryzuje;
- wyjaśniać związek dźwięku instrumentów muzycznych z falami stojącymi wytwarzanymi na strunach lub w słupie powietrza;
- badać doświadczalnie widmo dźwięku.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

Przykład

Dobrze nastrojona najgrubsza struna gitary klasycznej wytwarza dźwięk E, czyli falę dźwiękową o częstotliwości $f = 82{,}4$ Hz. Oblicz prędkość rozchodzenia się fali poprzecznej na tej strunie. Przyjmij, że ma ona długość $L = 70$ cm.

Rozwiązanie

Gdy mówimy „struna wytwarza dźwięk o częstotliwości...", chodzi nam o częstotliwość podstawową drgań opisanych w zadaniu. Wynosi ona 82,4 Hz. Jak widzimy na rysunku 10.49 na s. 247, długość fali odpowiadającej częstotliwości podstawowej jest dwa razy większa od długości struny, a więc wynosi:

$$\lambda = 2\,L$$

$$\lambda = 2 \cdot 70\text{ cm} = 140\text{ cm} = 1{,}4\text{ m}$$

Teraz z zależności $v = \lambda f$ możemy obliczyć prędkość fali na strunie:

$$v = 1{,}4\text{ m} \cdot 82{,}4\,\frac{1}{\text{s}} \approx 115{,}4\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Odpowiedź: Fala na tej strunie porusza się z prędkością 115,4 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

1. Flet poprzeczny jest przykładem zastosowania piszczałki otwartej. Najniższym dźwiękiem tego instrumentu jest dźwięk c^1, którego częstotliwość podstawowa wynosi 262 Hz. Oszacuj długość tego instrumentu.

2. Wśród piszczałek organowych występują zarówno piszczałki otwarte, jak i zamknięte.

a) Porównaj częstotliwość podstawową piszczałki otwartej i zamkniętej o tej samej długości.

b) Uzasadnij za pomocą obliczeń, że piszczałka otwarta o długości 10 m wytwarza dźwięk o częstotliwości podstawowej równej w przybliżeniu dolnej częstotliwości granicznej dźwięku słyszalnego przez człowieka.

c) W kilku instrumentach na świecie znajdują się piszczałki o długości 20 m. Wyjaśnij, jak to się dzieje, że możemy słyszeć dźwięk takiej piszczałki, mimo że jego częstotliwość podstawowa należy do infradźwięków.

3. Strojenie gitary polega na regulacji siły naciągu poszczególnych strun. Aby podwyższyć dźwięk, należy mocniej naciągnąć strunę. Czy czynność ta powoduje zwiększenie czy zmniejszenie prędkości rozchodzenia się fali w strunie? Odpowiedź uzasadnij.

4. Powtórz doświadczenie 35. ze s. 246. Tym razem nie zatrzymuj obrazu, ale obserwuj zmniejszanie się amplitudy poszczególnych składowych harmonicznych. Czy wszystkie zanikają równo, czy też ich proporcje z czasem się zmieniają?

5. Gdy szarpniemy strunę gitary elektrycznej niepodłączonej do wzmacniacza, usłyszymy bardzo cichy dźwięk. Kiedy szarpniemy strunę gitary akustycznej (z pudłem rezonansowym), dźwięk będzie znacznie głośniejszy. Stąd można wysnuć wniosek, że pudło gitary powoduje zwiększenie głośności dźwięku. Skąd się bierze dodatkowa energia fali dźwiękowej, skoro pudło nie ma żadnego źródła energii?

6. Przeprowadź poniższe doświadczenie, a dowiesz się, na czym polegają dudnienia.

a) Weź dobrze nastrojoną gitarę i przyciśnij strunę E6 (najgrubszą) na piątym progu (licząc od główki – patrz zdjęcie obok). Sprawdź, czy wydaje taki sam dźwięk jak nieprzyciśnięta struna A5 (sąsiednia).

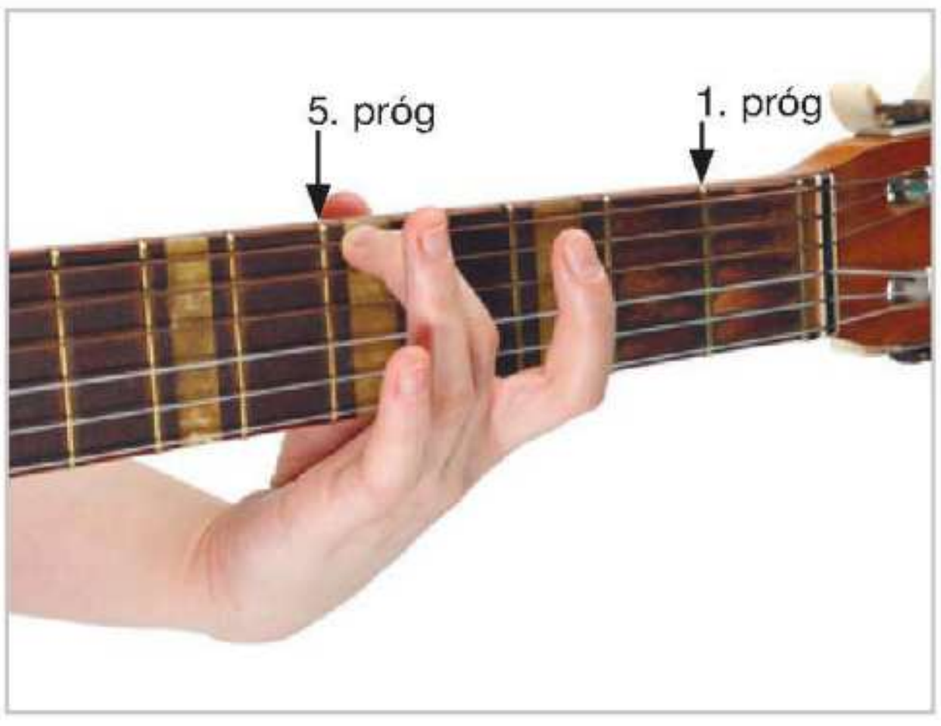
b) Przyciśnij strunę E6 na czwartym progu. Szarpnij jednocześnie struny E6 i A5. Słuchaj dźwięku. Co zauważasz? Obserwowane zjawisko nazywamy dudnieniami.

c) Za pomocą dowolnego programu do rysowania wykresów, np. Graph (patrz wskazówka do zadania 5. na s. 234), sporządź wykres funkcji $y = \sin(10x) + \sin(11x)$.

d) Wyjaśnij związek między wynikiem doświadczenia a postacią wykresu.

e) Sprawdź na narysowanym wykresie, że częstotliwość dudnień (czyli częstotliwość, z jaką dźwięk na przemian cichnie i narasta) jest równa różnicy częstotliwości składanych fal

Uwaga. Jeśli nie masz gitary, ale masz pianino lub inny instrument klawiszowy, zamiast wykonać punkty a) i b) tego doświadczenia możesz wcisnąć jednocześnie dwa sąsiednie klawisze (różniące się o półton), najlepiej dla niskich dźwięków. Punkty od c) do e) wykonaj bez zmian.



10.8. Efekt Dopplera

Przypomnij sobie

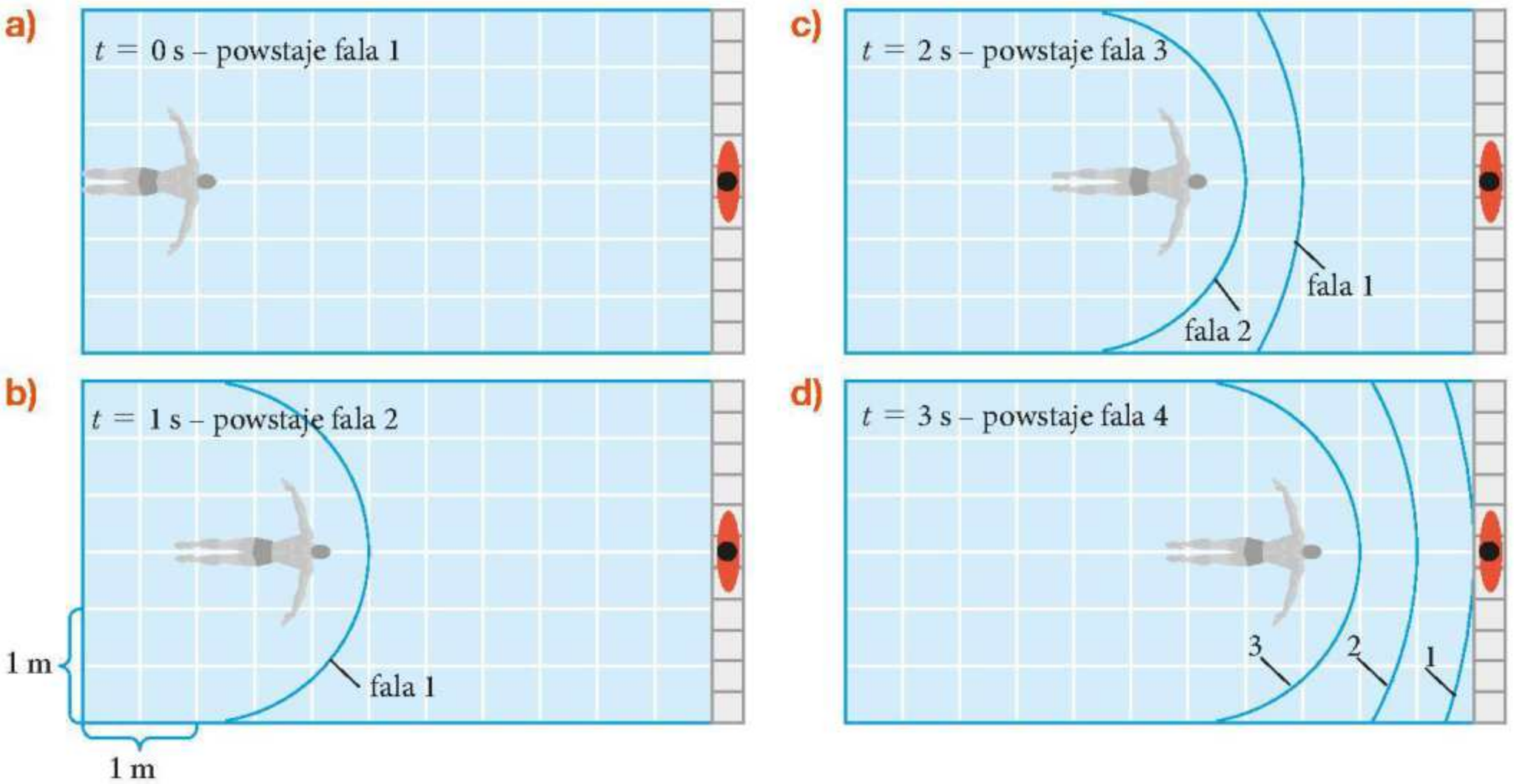
- Wysokość dźwięku zależy od jego częstotliwości.
- Dźwięki o częstotliwości zbyt wysokiej dla ucha ludzkiego nazywamy ultradźwiękami, a zbyt niskiej – infradźwiękami.

Gdy słyszymy zbliżającą się na sygnale karetkę pogotowia, dźwięk jej syreny wydaje się nam wyższy niż pojazdu stojącego z włączonym sygnałem alarmowym (rys. 10.54). W przypadku oddalającej się karetki – przeciwnie, dźwięk jest niższy. Oznacza to, że kiedy źródło fali dźwiękowej znajduje się w ruchu, nieruchomy obserwator odbiera dźwięk o innej częstotliwości, niż kiedy źródło spoczywa. Zmiana obserwowanej częstotliwości zachodzi też, gdy to obserwator się porusza. To zjawisko nazywamy **efektem Dopplera** (czyt. doplera) albo zjawiskiem Dopplera. Fala dźwiękowa rozchodzi się w powietrzu z dużą prędkością, dlatego trudno jest ten efekt zbadać. Dużo łatwiej jest zaobserwować zjawisko Dopplera dla fal rozchodzących się po wodzie.

Rys. **10.54.** Gdy karetka jadąca na sygnale zbliża się do nas, dźwięk syreny wydaje się wyższy

Zjawisko Dopplera dla fal na wodzie

Wyobraź sobie, że stoisz na brzegu basenu, a 4,5 m od brzegu na wprost ciebie płynie człowiek. Przedstawmy tę sytuację na schematycznym rysunku (patrz rys. 10.55). Jedna kratka odpowiada na nim kwadratowi o boku 50 cm.



Rys. **10.55.** Pływak i efekt Dopplera – źródło fali zbliża się do nieruchomego obserwatora. Dla uproszczenia zaznaczyliśmy falę tak, jakby rozchodziła się od głowy pływaka

W chwili $t = 0$ s człowiek zaczyna płynąć w twoją stronę z prędkością $1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (rys. 10.55a). Uderza w wodę raz na 1 s, co powoduje powstawanie fali o częstotliwości 1 Hz. Prędkość tej fali wynosi $1{,}5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, a jej długość jest równa 1,5 m.

W chwili $t = 1$ s pływak jest bliżej brzegu, na którym stoisz. Fala wysłana przed sekundą zbliżyła się do ciebie o 1,5 m, ale wyprzedziła pływaka tylko o 0,5 m (rys. 10.55b).

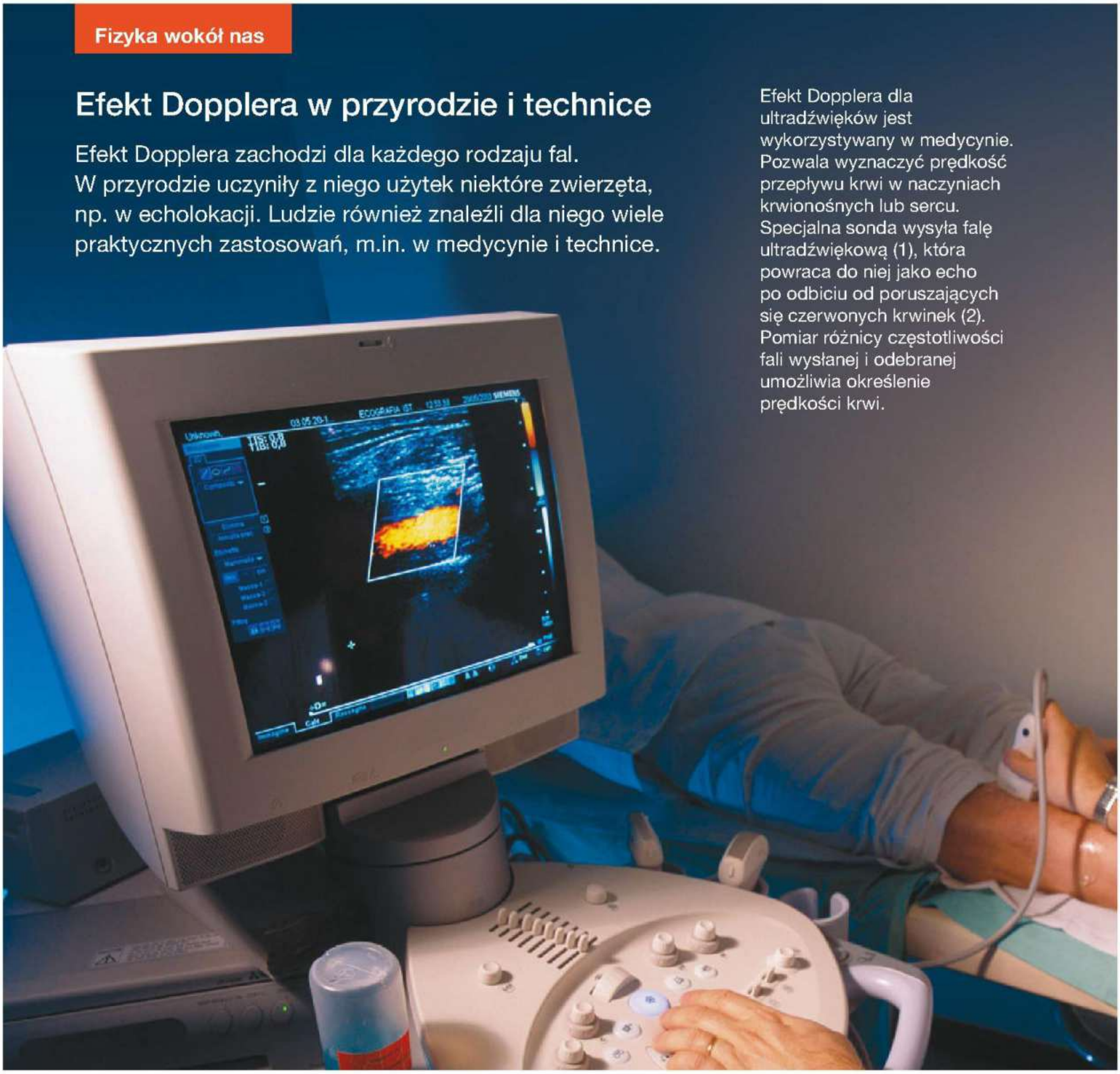
W chwili $t = 2$ s na wodzie widać już dwa kręgi fal powstałe w chwilach $t = 0$ s i $t = 1$ s (rys. 10.55c).

W chwili $t = 3$ s do brzegu dociera pierwszy krąg, wysłany w chwili $t = 0$ s, a kolejne zbliżają się do brzegu (rys. 10.55d). Ponieważ każdy

Fizyka wokół nas

Efekt Dopplera w przyrodzie i technice

Efekt Dopplera zachodzi dla każdego rodzaju fal. W przyrodzie uczyniły z niego użytek niektóre zwierzęta, np. w echolokacji. Ludzie również znaleźli dla niego wiele praktycznych zastosowań, m.in. w medycynie i technice.

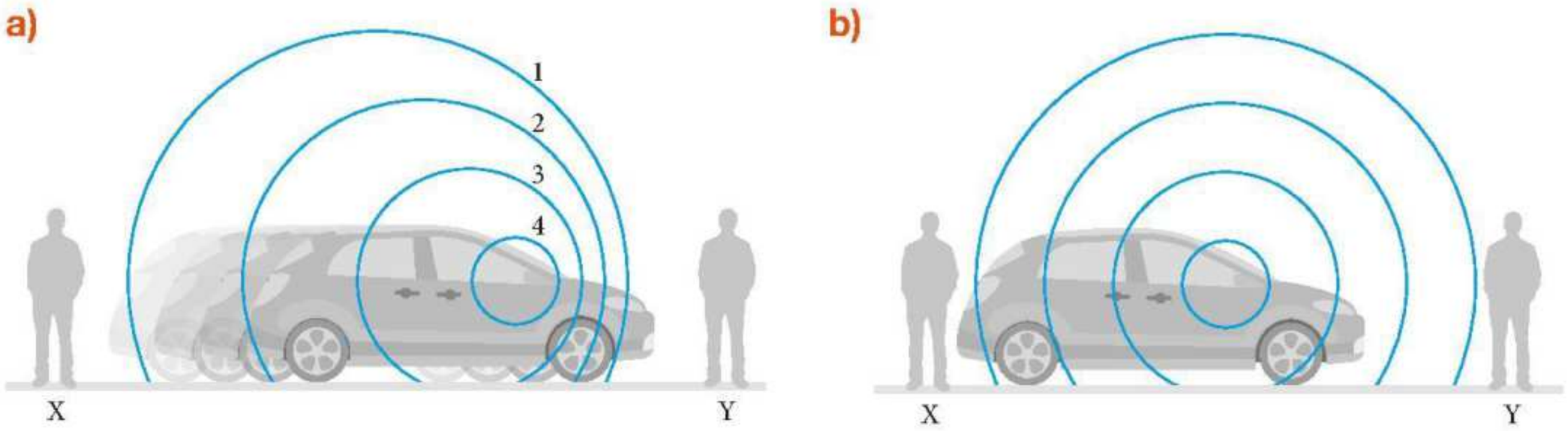


Efekt Dopplera dla ultradźwięków jest wykorzystywany w medycynie. Pozwala wyznaczyć prędkość przepływu krwi w naczyniach krwionośnych lub sercu. Specjalna sonda wysyła falę ultradźwiękową (1), która powraca do niej jako echo po odbiciu od poruszających się czerwonych krwinek (2). Pomiar różnicy częstotliwości fali wysłanej i odebranej umożliwia określenie prędkości krwi.

z nich porusza się z prędkością 1,5 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$, a odległości między poszczególnymi kręgami wynoszą tylko 0,5 m, kręgi uderzą o brzeg w odstępie $\frac{1}{3}$ s. Obserwowana z brzegu częstotliwość fali wzbudzanej na wodzie przez pływaka poruszającego się w kierunku brzegu wynosi więc 3 Hz.

Efekt Dopplera dla dźwięku

Podobnie jak dla fal na wodzie efekt Dopplera przebiega wtedy, kiedy mamy do czynienia z falą dźwiękową. Gdy samochód jedzie z włączonym klaksonem, kolejne „grzbiety" fal dźwiękowych (powierzchnie maksymalnego zagęszczenia powietrza) są wysyłane z różnych miejsc.



Rys. **10.56.** Gdy źródło zbliża się do obserwatora, następuje przesunięcie w stronę częstotliwości wyższych, a gdy oddala się od niego – w stronę częstotliwości niższych (a). Jeśli źródło dźwięku jest względem obserwatora nieruchome, wtedy nie nastąpi przesunięcie w odbieranej częstotliwości fali (b)

Spójrzmy na schematyczny rysunek, obrazujący, co się wtedy dzieje. Kiedy samochód zbliża się do obserwatora Y, „grzbiety" fali dźwiękowej pochodzącej z klaksonu docierają do niego częściej (rys. 10.56a) niż w przypadku stojącego samochodu (rys. 10.56b).
Gdy pojazd oddala się od obserwatora X, grzbiety fal docierają do niego rzadziej (rys. 10.56a), co oznacza, że długość odbieranej przez niego fali dźwiękowej rośnie.

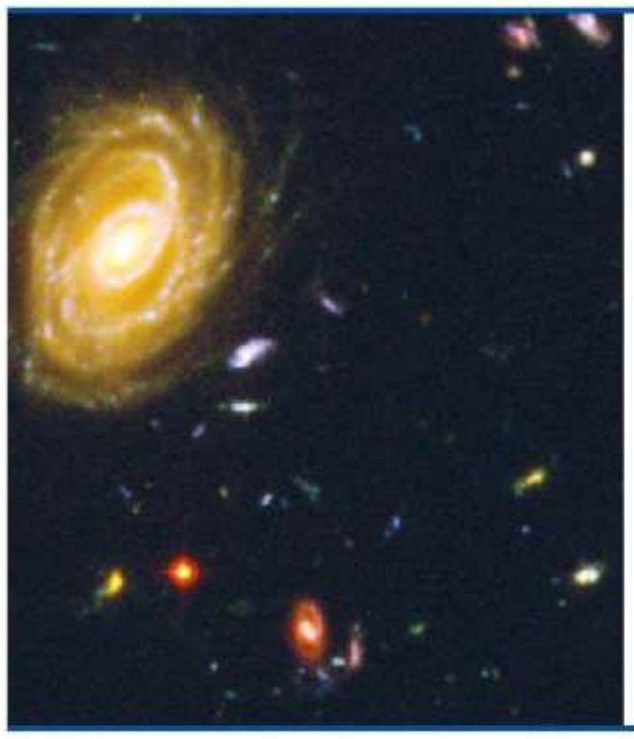
Źródło przybliżające się do obserwatora

Długość fali dźwiękowej:
$\lambda = \frac{v}{f}$
Droga przebyta przez pojazd w czasie jednego okresu fali:
$s = v_{\text{źr}} \cdot T$

Załóżmy, że źródło dźwięku o częstotliwości f, czyli w naszym przypadku samochód, **przybliża** się do obserwatora Y z prędkością $v_{\text{źr}}$. Jeżeli prędkość dźwięku oznaczymy przez v, to długość fali dźwiękowej wysyłanej przez źródło fali wynosi $\lambda = \frac{v}{f}$.

Fala dźwiękowa przebywa odległość równą tej długości w czasie T. Jednak w tym samym czasie pojazd przebywa drogę $s = v_{\text{źr}} \cdot T$, dlatego kolejne grzbiety fali dochodzące do obserwatora są odległe nie o λ, ale o $\lambda' = \lambda - s$. Obliczmy:

$$\lambda' = \lambda - s = \frac{v}{f} - v'_{\text{zr}} T = \frac{v}{f} - \frac{v'_{\text{zr}}}{f} = \frac{v - v'_{\text{zr}}}{f}$$



A to ciekawe

Powiedzieliśmy, że zjawisko Dopplera zachodzi dla dźwięku, fal na wodzie i innych fal mechanicznych. Okazuje się, że mamy z nim do czynienia także w przypadku światła.
Właśnie dzięki temu zjawisku odkryto, że odległe galaktyki oddalają się od nas, a Wszechświat się rozszerza. W przypadku światła nie należy jednak stosować podanych wyżej wzorów, ponieważ przy tak szybkim ruchu zawodzą zwykłe zasady składania prędkości, z których korzystaliśmy przy ich wyprowadzeniu. Więcej o efekcie Dopplera dla światła powiemy w czwartej części podręcznika.

Jak obliczyć częstotliwość fali słyszanej przez obserwatora? Wiemy, że gdy fala dźwiękowa „oderwie się" od swojego źródła, rozchodzi się w nieruchomym powietrzu ze stałą prędkością, a ruch źródła nie ma na nią wpływu. Dlatego wzór na częstotliwość fali słyszanej przez odbiorcę możemy zapisać następująco: $f' = \frac{v}{\lambda'}$.
Zwróć uwagę, że w tym wzorze występuje prędkość dźwięku w powietrzu. Nie zależy ona od tego, czy źródło się porusza, czy też nie. Niezależnie od ruchu źródła fala dźwiękowa rozchodzi się w powietrzu z prędkością v (względem powietrza). Z dwóch ostatnich wzorów otrzymujemy:

$$f' = \frac{v}{\frac{v - v'_{zr}}{f}}$$

czyli po przekształceniach:

$$f' = \frac{f}{1 - \frac{v'_{zr}}{v}} = f\frac{v}{v - v'_{zr}}$$

gdzie:
f – częstotliwość dźwięku wysyłanego przez źródło, f' – częstotliwość odbierana przez obserwatora, v_{zr} – prędkość źródła, v – prędkość dźwięku.

Ze wzoru możemy odczytać, że im większa jest prędkość źródła, tym mniejszy jest mianownik ułamka, a więc – tym większa częstotliwość fali docierającej do obserwatora. Im szybciej przybliża się do nas źródło dźwięku, tym wyższy dźwięk słyszymy. Wzór ma zastosowanie tylko dla $v_{zr} < v$. Przypadek ruchu źródła dźwięku z prędkością równą lub większą od prędkości dźwięku omówimy później.

Dźwięk sygnału karetki nie jest wystrzelonym z pojazdu pociskiem, którego prędkość względem ziemi jest równa sumie prędkości pojazdu i prędkości pocisku względem pojazdu.

Dla $v'_{zr1} = \frac{1}{4}v$:
$f'_1 = \frac{f}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{4}{3}f$
dla $v'_{zr2} = \frac{1}{2}v$:
$f'_2 = \frac{f}{1 - \frac{1}{2}} = 2f$
Ogólnie jeśli:
$v_{zr1} < v_{zr2}$
to $f'_1 < f'_2$
Im większa prędkość przybliżającego się źródła, tym wyższy dźwięk.

Źródło oddalające się od obserwatora

Podobne rozważania można przeprowadzić w przypadku obserwatora, od którego **źródło dźwięku się oddala**. Należy jednak uwzględnić, że w tej sytuacji długość fali słyszanej przez odbiorcę stanowi sumę długości fali wysyłanej przez źródło i drogi pokonanej przez pojazd $\lambda' = \lambda + s$, co sprawia, że po dokonaniu analogicznych przekształceń wzorów jak wyżej otrzymujemy wzór ze znakiem plus w mianowniku:

$$f' = \frac{f}{1 + \frac{v'_{zr}}{v}} = f\frac{v}{v + v'_{zr}}$$

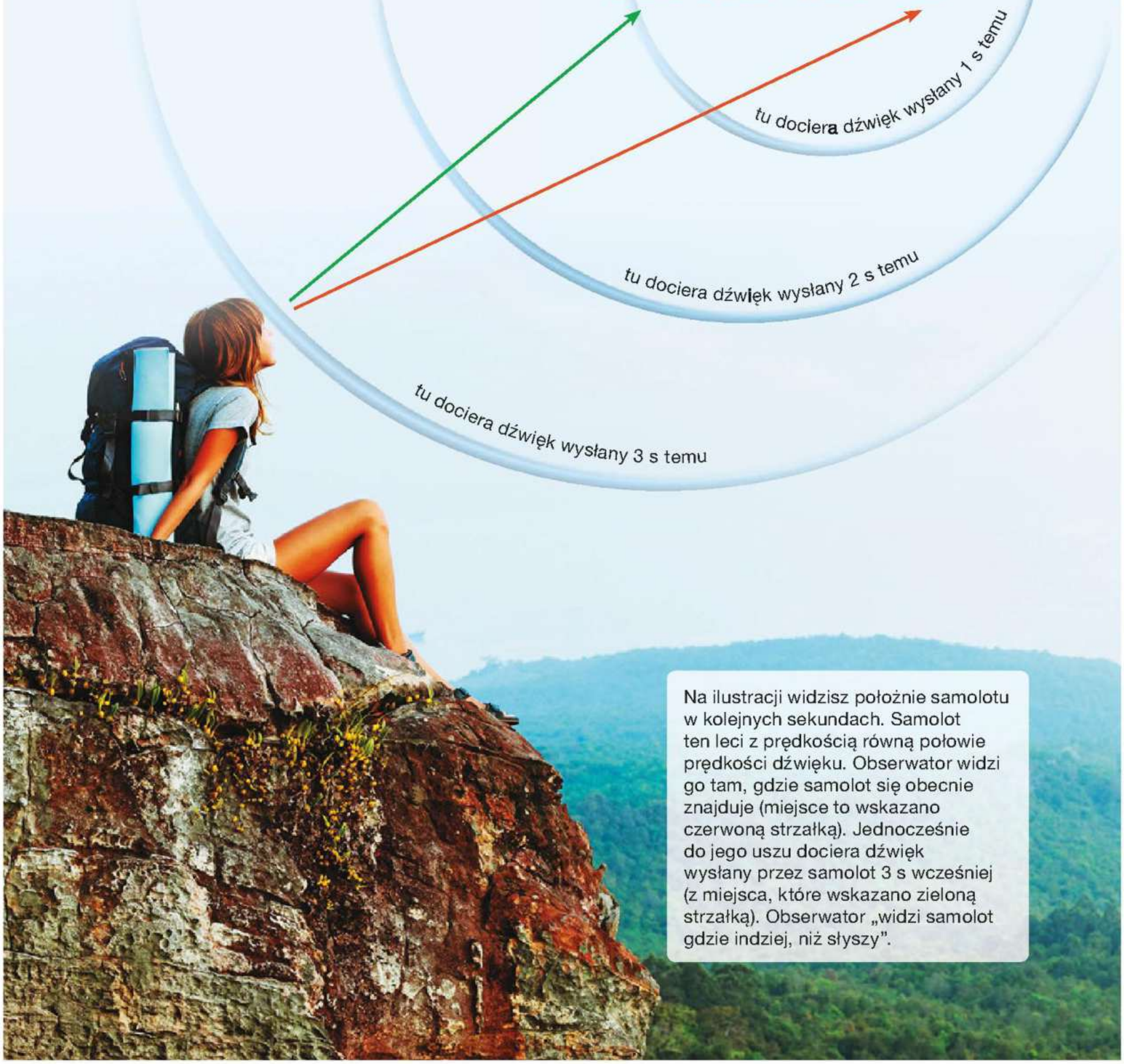
Z tego wzoru możemy wywnioskować, że im szybciej oddala się źródło dźwięku, tym mniejsza jest częstotliwość dźwięku słyszanego przez obserwatora.

Uwaga. Efekt Dopplera **nie ma nic wspólnego** ze zmianą głośności wraz z odległością. Zwracamy na to uwagę, bo te zupełnie różne zjawiska bywają mylone.

Dla $v'_{zr1} = \frac{1}{4}v$:
$f'_1 = \frac{f}{1 + \frac{1}{4}} = \frac{4}{5}f$
dla $v'_{zr2} = \frac{1}{2}v$:
$f'_2 = \frac{f}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{2}{3}f$
Ogólnie jeśli:
$v_{zr1} < v_{zr2}$
to $f'_1 > f'_2$
Im większa prędkość oddalającego się źródła, tym niższy dźwięk.

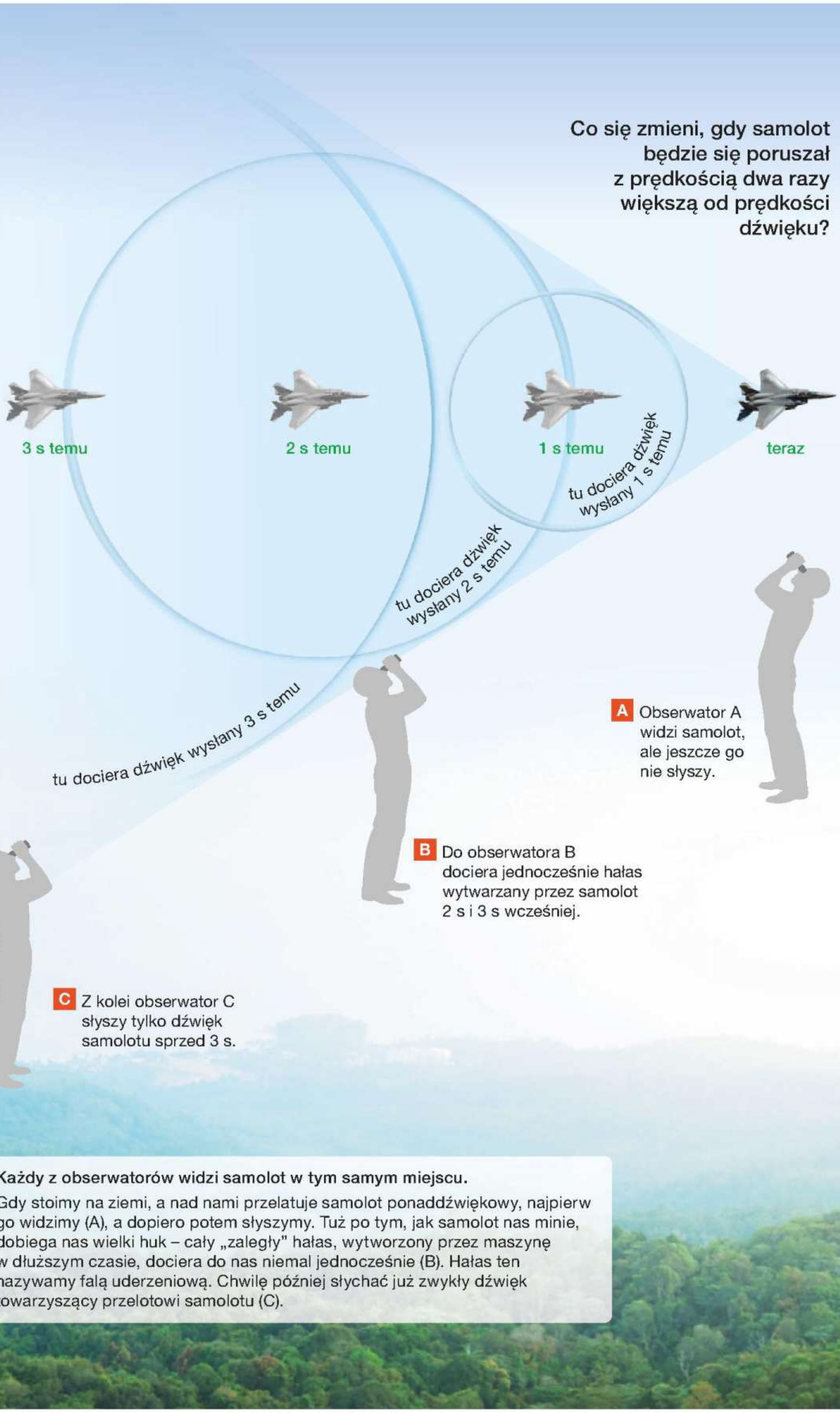
Fala uderzeniowa

Dźwięk w powietrzu porusza się stosunkowo wolno ($340 \frac{m}{s} \approx 1200 \frac{km}{h}$), ok. miliona razy wolniej niż światło i zaledwie 1,5–2 razy szybciej niż samolot pasażerski. Jeśli więc samolot znajduje się 1 km od nas, jego dźwięk dociera do nas po ok. 3 s, a samolot w tym czasie przebywa kilkaset metrów.



Na ilustracji widzisz położnie samolotu w kolejnych sekundach. Samolot ten leci z prędkością równą połowie prędkości dźwięku. Obserwator widzi go tam, gdzie samolot się obecnie znajduje (miejsce to wskazano czerwoną strzałką). Jednocześnie do jego uszu dociera dźwięk wysłany przez samolot 3 s wcześniej (z miejsca, które wskazano zieloną strzałką). Obserwator „widzi samolot gdzie indziej, niż słyszy".

Co się zmieni, gdy samolot będzie się poruszał z prędkością dwa razy większą od prędkości dźwięku?



A Obserwator A widzi samolot, ale jeszcze go nie słyszy.

B Do obserwatora B dociera jednocześnie hałas wytwarzany przez samolot 2 s i 3 s wcześniej.

C Z kolei obserwator C słyszy tylko dźwięk samolotu sprzed 3 s.

Każdy z obserwatorów widzi samolot w tym samym miejscu.

Gdy stoimy na ziemi, a nad nami przelatuje samolot ponaddźwiękowy, najpierw go widzimy (A), a dopiero potem słyszymy. Tuż po tym, jak samolot nas minie, dobiega nas wielki huk – cały „zaległy" hałas, wytworzony przez maszynę w dłuższym czasie, dociera do nas niemal jednocześnie (B). Hałas ten nazywamy falą uderzeniową. Chwilę później słychać już zwykły dźwięk towarzyszący przelotowi samolotu (C).

Rys. 10.57. Gdy kaczka płynie po wodzie z prędkością większą od prędkości fali, na wodzie powstaje wyraźna fala, analogiczna do fali uderzeniowej w ruchu ponaddźwiękowym

Ruch ponaddźwiękowy

Z samej postaci wzoru $f' = \frac{f \cdot v}{v - v_{\text{źr}}'}$ wynika, że obowiązuje on tylko dla prędkości mniejszej od prędkości dźwięku. Dla $v = v_{\text{źr}}$ otrzymalibyśmy zero w mianowniku, a dla $v < v_{\text{źr}}$ częstotliwość przyjęłaby wartość ujemną. Rzeczywiście, w przypadku ruchu ponaddźwiękowego wzór ten nie obowiązuje, gdyż mamy do czynienia z zupełnie nowym zjawiskiem – powstawaniem **fali uderzeniowej** (patrz rys. 10.57).

Przykładem tej fali jest huk, który słyszymy, gdy w pobliżu samolot przelatuje z prędkością ponaddźwiękową, a także... dźwięk powstający przy strzelaniu z bata (końcówka bata przez chwilę porusza się z prędkością ponaddźwiękową).

Mechanizm powstawania fali uderzeniowej przedstawiamy na infografice na s. 260–261. Zwróć uwagę, że fala uderzeniowa powstaje przez cały czas trwania lotu z prędkością ponaddźwiękową (a nie – jak się czasami błędnie mówi – w chwili, gdy samolot przekracza prędkość dźwięku).

Lot z prędkością zbliżoną do prędkości dźwięku wymaga pokonania bardzo dużych oporów ruchu. Dlatego przez wiele lat konstruktorom samolotów nie udawało się jej przekroczyć. Z tego samego powodu w 2003 r. samoloty ponaddźwiękowe wycofano z lotnictwa cywilnego – wymagały większej mocy silników i zużywały więcej paliwa. Natomiast współczesne myśliwce poruszają się nawet kilkakrotnie szybciej od dźwięku.

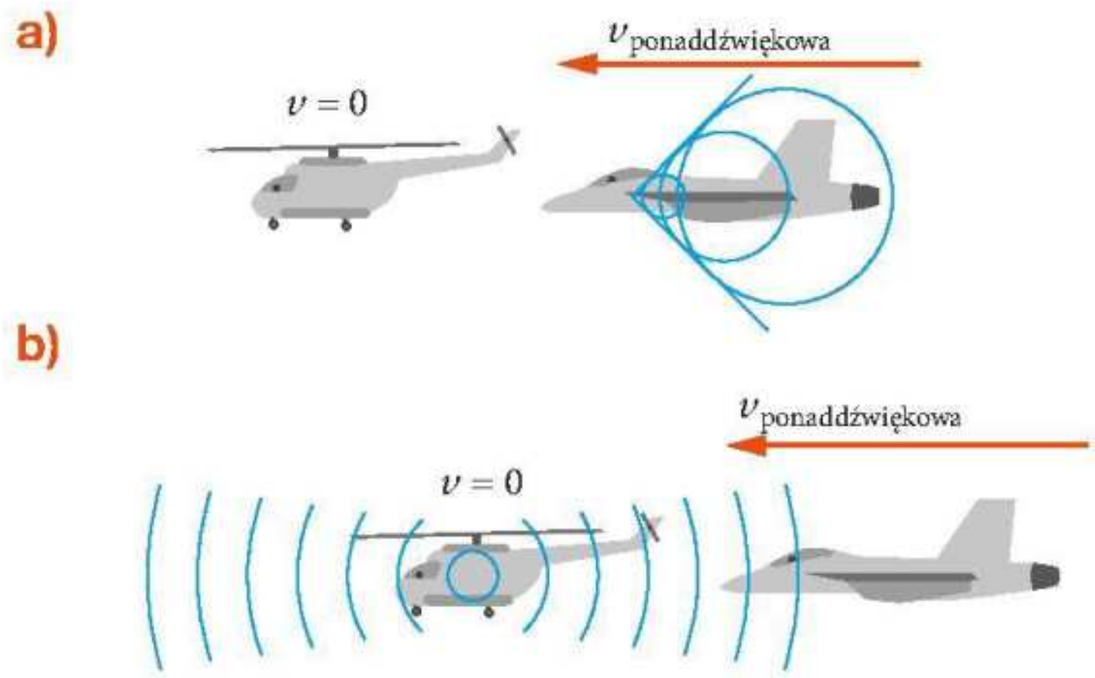
Ruchomy obserwator

Zjawisko Dopplera zachodzi także wtedy, gdy to obserwator się porusza, a źródło dźwięku spoczywa. Zwróć uwagę, że **nie jest** to prosty wniosek wynikający ze względności ruchu. W tym przypadku chodzi nam nie o względny ruch obserwatora i źródła dźwięku, ale o ich ruch **względem powietrza**, w którym przenosi się dźwięk. Dlatego przypadek ruchomego obserwatora i ruchomego źródła należy rozważać osobno.

A to ciekawe

Czy w przypadku światła, które także jest falą, może zajść zjawisko podobne do fali uderzeniowej powstającej przy prędkościach ponaddźwiękowych?
W pierwszej chwili wydaje się, że nie, ponieważ ciało wytwarzające falę uderzeniową musiałoby się poruszać z prędkością ponadświetlną, a taka nie istnieje. Okazuje się jednak, że w określonych warunkach można zaobserwować „falę uderzeniową" światła. Prędkość światła w próżni $c \approx 300\,000\ \frac{\text{km}}{\text{s}}$ jest największą możliwą prędkością w przyrodzie, ale np. w wodzie światło rozchodzi się z mniejszą prędkością – ok. $225\,000\ \frac{\text{km}}{\text{s}}$. Jeśli więc elektron porusza się w wodzie z prędkością $290\,000\ \frac{\text{km}}{\text{s}}$, przemieszcza się w niej szybciej niż światło. W takich warunkach powstaje **promieniowanie Czerenkowa**. Czasami możemy je obserwować gołym okiem – taką właśnie naturę ma niebieskie światło emitowane przez wodę w reaktorze jądrowym.

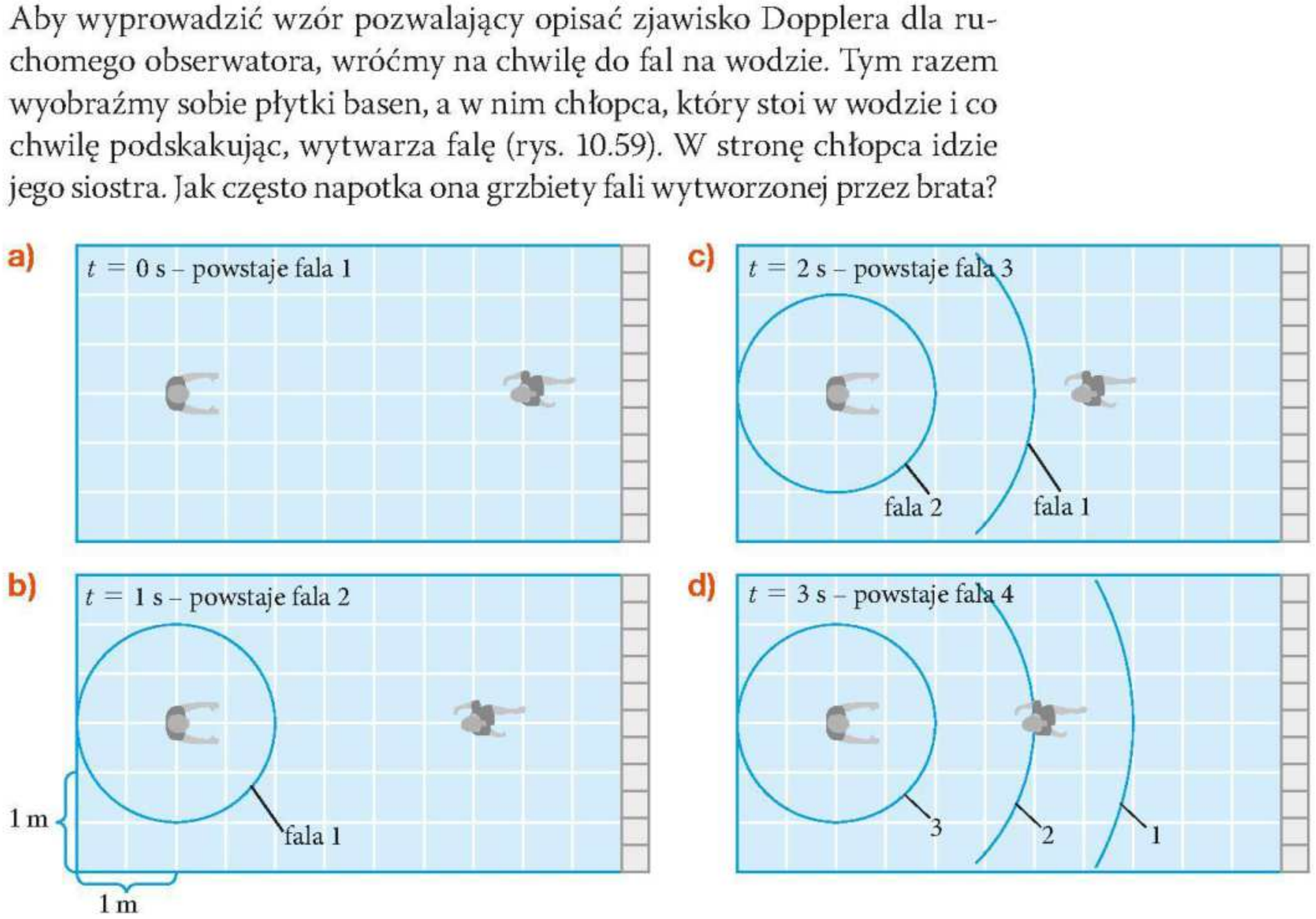
Różnicę widać szczególnie wyraźnie, gdy prędkość źródła względem obserwatora jest większa od prędkości dźwięku. Jeśli źródło porusza się w stronę obserwatora z prędkością ponaddźwiękową względem powietrza, obserwator nie słyszy dźwięku w ogóle (rys. 10.58a). Natomiast gdy obserwator porusza się w stronę źródła, słyszy dźwięk zawsze (tym wyższy, im szybszy jest ruch obserwatora – rys. 10.58b).



Rys. **10.58.** Myśliwiec „wyprzedza własny hałas", więc pilot helikoptera go nie słyszy (a). Natomiast pilot myśliwca może usłyszeć helikopter (b), jeśli będzie on dostatecznie głośny

Obserwator zbliżający się do źródła fal

Aby wyprowadzić wzór pozwalający opisać zjawisko Dopplera dla ruchomego obserwatora, wróćmy na chwilę do fal na wodzie. Tym razem wyobraźmy sobie płytki basen, a w nim chłopca, który stoi w wodzie i co chwilę podskakując, wytwarza falę (rys. 10.59). W stronę chłopca idzie jego siostra. Jak często napotka ona grzbiety fali wytworzonej przez brata?



Rys. **10.59.** Fala na wodzie i efekt Dopplera – obserwator zbliża się do nieruchomego źródła fali

Grzbiety przesuwają się w stronę dziewczynki z prędkością v, a ona idzie w ich stronę z prędkością v_{obs}. Ich względna prędkość to $v + v_{obs}$. Wobec tego pomiędzy jednym a drugim spotkaniem dziewczynki z grzbietem fali wytworzonej przez jej brata upłynie:

$$T' = \frac{\lambda}{v + v_{obs}} = \frac{\frac{v}{f}}{v + v_{obs}} = \frac{v}{v + v_{obs}} \cdot \frac{1}{f}$$

Obserwowana przez dziewczynkę częstotliwość fal jest równa odwrotności tej wielkości, czyli:

$$f' = \frac{v + v_{obs}}{v} f = \left(1 + \frac{v_{obs}}{v}\right) f$$

Ten wzór obowiązuje nie tylko dla fal na wodzie, lecz także dla innych fal mechanicznych, w szczególności dla fal dźwiękowych:

$$f' = \left(1 + \frac{v_{obs}}{v}\right) f$$

gdzie:
f – częstotliwość fali wytwarzanej przez źródło, f' – częstotliwość odbierana przez obserwatora, v_{obs} – prędkość obserwatora, v – prędkość dźwięku.

Obserwator oddalający się od źródła fal

Gdyby dziewczynka uciekała przed falami, ich prędkość względna wynosiłaby $v - v_{obs}$. Po obliczeniach podobnych jak powyżej otrzymalibyśmy wzór:

$$f' = \left(1 - \frac{v_{obs}}{v}\right) f$$

gdzie:
f – częstotliwość fali wytwarzanej przez źródło, f' – częstotliwość odbierana przez obserwatora, v_{obs} – prędkość obserwatora, v – prędkość dźwięku.

Wzór ten obowiązuje tylko wtedy, gdy $v_{obs} < v$. Jeśli poruszamy się z prędkością większą niż fala, to w ogóle nas ona nie dogoni. Możesz się samodzielnie zastanowić, co się dzieje, jeśli oddalamy się od źródła fal szybciej niż fala, ale nasz ruch się rozpoczął, gdy część grzbietów już nas minęła. Jaką częstotliwość wtedy zaobserwujemy?

Po tej lekcji powinieneś

- opisywać efekt Dopplera w przypadku poruszającego się źródła dźwięku i nieruchomego obserwatora oraz poruszającego się obserwatora i nieruchomego źródła dźwięku;
- uzasadniać zależność opisującą efekt Dopplera i wykorzystywać ją do rozwiązywania zadań.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

Przykład

Morświny, małe walenie żyjące w Morzu Bałtyckim, są gatunkiem zagrożonym wyginięciem. Międzynarodowy projekt krajów nadbałtyckich SAMBAH ma na celu pozyskanie danych o lokalizacji i liczbie tych zwierząt, co umożliwi ich ochronę. Obecność morświnów można wykryć dzięki temu, że do echolokacji używają dźwięków o wąskim zakresie częstotliwości, od 120 kHz do 130 kHz. Wiadomo też, że poruszają się z prędkością od 17 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ do 22 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Na obszarze Morza Bałtyckiego rozmieszczono 300 hydroakustycznych detektorów dźwięków. Wykrywają i zapisują one sygnały wysyłane przez morświny w promieniu ok. 100 m od hydrofonu. Przyjmij, że prędkość dźwięku w wodzie w Bałtyku wynosi 1500 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

a) Oblicz częstotliwość zarejestrowaną przez detektor w chwili, gdy morświn płynie w jego kierunku z prędkością $v_{\text{źr}} = 18\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$, wydając dźwięk o częstotliwości $f = 120$ kHz.

b) Oblicz prędkość, z jaką morświn oddala się od detektora, jeśli częstotliwość zarejestrowana przez urządzenie jest o 0,4% niższa od częstotliwości dźwięków wydawanych przez nieruchomego morświna. Wynik podaj w kilometrach na godzinę.

Rozwiązanie

a) Gdy morświn zbliża się do detektora dźwięku, częstotliwość zarejestrowana przez urządzenie jest wyższa od częstotliwości dźwięków wysyłanych przez morświna. Do obliczenia zarejestrowanej częstotliwości wykorzystamy wzór na częstotliwość fali dźwiękowej odbieranej ze źródła dźwięku poruszającego się w kierunku obserwatora:

$$f' = \frac{f}{1 - \frac{v'_{\text{źr}}}{v}}$$

gdzie: $f = 120$ kHz, $v_{\text{źr}} = 18\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v = 1500\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Po podstawieniu danych i wykonaniu obliczeń otrzymujemy: $f' \approx 120{,}4$ kHz.

b) Gdy morświn oddala się od detektora dźwięku, urządzenie rejestruje częstotliwość, która jest niższa niż częstotliwość dźwięku wysyłanego przez nieruchome zwierzę. Wzór na częstotliwość odbieranego dźwięku ma więc postać:

$$f' = \frac{f}{1 + \frac{v'_{\text{źr}}}{v}}$$

Aby wyznaczyć z niego prędkość źródła, mnożymy najpierw przez mianownik:

$$f'\left(1 + \frac{v'_{\text{źr}}}{v}\right) = f \quad \rightarrow \quad 1 + \frac{v'_{\text{źr}}}{v} = \frac{f}{f'} \quad \rightarrow \quad \frac{v'_{\text{źr}}}{v} = \frac{f}{f'} - 1$$

Ostatecznie otrzymujemy:

$$v'_{\text{źr}} = v\left(\frac{f}{f'} - 1\right)$$

Z treści zadania wynika, że zarejestrowana częstotliwość jest mniejsza o 0,4% i wynosi:

$$f' = f - 0{,}004f = 0{,}996f$$

Po podstawieniu tej zależności do wcześniej podanego wzoru otrzymujemy:

$$v'_{\text{zr}} = v\left(\frac{f}{0{,}996f} - 1\right) = v\left(\frac{1}{0{,}996} - 1\right)$$

stąd:

$$v'_{\text{zr}} \approx 6\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 21{,}6\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Odpowiedź: Gdy morświn płynie w kierunku detektora, urządzenie rejestruje dźwięk o częstotliwości 120,4 kHz. Gdy waleń się oddala – płynie z prędkością ok. 22 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$.

1. Jedziesz samochodem i słyszysz syrenę wozu strażackiego zmierzającego w tym samym kierunku co ty. Zjeżdżasz na pobocze i się zatrzymujesz, aby przepuścić pojazd uprzywilejowany. W chwili, gdy wóz strażacki cię mija, słyszysz, że dźwięk syreny staje się niższy. Oblicz, ile razy mniejsza jest częstotliwość dźwięku syreny oddalającego się wozu od częstotliwości dźwięku syreny podczas zbliżania się pojazdu, jeśli wiesz, że poruszał się on ze stałą prędkością 120 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Przyjmij, że prędkość dźwięku w powietrzu wynosi 340 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Informacja do zadań 2.–5.

„Dźwięk wyższy o pół tonu" to dźwięk, którego częstotliwość jest większa $\sqrt[12]{2}$ raza (w przybliżeniu o 5,95%).

2. a) Oblicz, przy jakiej prędkości samochodu dźwięk klaksonu słyszany przez obserwatora, do którego zbliża się ten pojazd, jest wyższy o pół tonu od dźwięku odbieranego, gdy samochód stoi. Odpowiedź podaj w kilometrach na godzinę.

b) Przy jakiej prędkości oddalającego się pojazdu dźwięk klaksonu jest odbierany jako niższy o pół tonu?

3. Pociąg porusza się z prędkością 180 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Określ przedział, w jakim musi się zawierać częstotliwość dźwięku jego syreny, aby była ona słyszalna przez osobę stojącą w pobliżu torów, zarówno wtedy gdy pociąg się do niej zbliża, jak i wtedy gdy się od niej oddala. Przyjmij zakres dźwięków słyszalnych przez człowieka od 16 Hz do 20 kHz.

4. Na poboczu autostrady stoi wóz strażacki z włączoną syreną. W pewnym momencie dźwięk syreny ma częstotliwość 800 Hz. Oblicz, jaka jest częstotliwość dźwięku słyszanego przez kierowcę, który:

a) zbliża się do wozu strażackiego z prędkością 120 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$,

b) oddala się od wozu strażackiego z prędkością 120 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$.

5. a) Wyznacz prędkość, z jaką należy zbliżać się do źródła dźwięku, aby słyszeć dźwięk wyższy o pół tonu.

b) Wyznacz prędkość, z jaką należy się od niego oddalać, aby dźwięk był o pół tonu niższy.

c) Porównaj odpowiedzi z odpowiedziami do zadania 2. Co zauważasz?

10.9. Jak człowiek odbiera bodźce słuchowe

Przypomnij sobie

- Natężenie dźwięku to iloraz mocy fali dźwiękowej i pola powierzchni prostopadłej do kierunku rozchodzenia się fali.
- Częstotliwość fali dźwiękowej odpowiada wysokości dźwięku.

Aby lepiej zrozumieć rozważania na temat oceny bodźców słuchowych, przemyśl następującą sytuację. Wyobraź sobie, że wszyscy pracownicy pewnej firmy dostaną 10% podwyżki. Choć dla każdego z pracowników oznacza to inną kwotę (w zależności od wysokości pensji), jednak indywidualnie każdy z nich odczuwa podobny wzrost zamożności.
Sytuacja będzie wyglądać zupełnie inaczej, gdy każdy z pracowników dostanie taką samą podwyżkę, np. o 200 zł. Dla mniej zarabiających będzie to spora kwota – odczują znaczny wzrost zamożności, z kolei najlepiej uposażeni być może w ogóle jej nie zauważą.

Podobnie jest z odbieraniem bodźców. Gdy na gitarze gra jedna osoba, a w pewnym momencie dołączy do niej drugi gitarzysta, będzie to duża zmiana. Jeśli natomiast na gitarach gra już 100 osób, włączenia się do gry kolejnego muzyka prawie nikt nie zauważy. Aby zmiana natężenia dźwięku była odbierana tak samo intensywnie jak poprzednio, liczba gitarzystów musiałaby się zwiększyć ze 100 do 200 (patrz rys. 10.60).

Rys. **10.60.** Rekord świata w liczbie grających wspólnie gitarzystów: 7423 osób, został ustanowiony w maju 2019 r. na wrocławskim rynku

Natężenie dźwięku

Natężenie dźwięku mierzymy tak samo jak w przypadku innych fal. Wielkość ta określa energię przepływającą w ciągu 1 s przez 1 m^2 powierzchni prostopadłej do kierunku rozchodzenia się fali, do której dociera dźwięk, czyli moc dźwięku w stosunku do tej powierzchni:

$$I = \frac{E}{tS} = \frac{P}{S}$$

gdzie: E – energia fali przechodzącej w czasie t przez powierzchnię S prostopadłą do kierunku rozchodzenia się fali.

Tak zdefiniowane natężenie dźwięku (wyrażane w $\frac{W}{m^2}$) jest mało wygodną wielkością, jeśli interesuje nas odbiór dźwięku przez człowieka.

Zmianę z 3 $\frac{pW}{m^2}$ na 4 $\frac{pW}{m^2}$ będziemy odczuwać znacznie bardziej niż z 3000 $\frac{pW}{m^2}$ na 3001 $\frac{pW}{m^2}$.

Decybel to $\frac{1}{10}$ **bela**, jednostki nazwanej na cześć wynalazcy telefonu A.G. Bella (1 dB = 0,1 B). Obecnie jednak w praktyce używamy tylko decybeli.

Aby uwzględnić odczuwalną zmianę natężenia dźwięku, wprowadzono **poziom natężenia dźwięku** – wielkość mierzoną w **decybelach** (oznaczanych dB). Natężenie dźwięku przeliczamy na poziom natężenia dźwięku według wzoru:

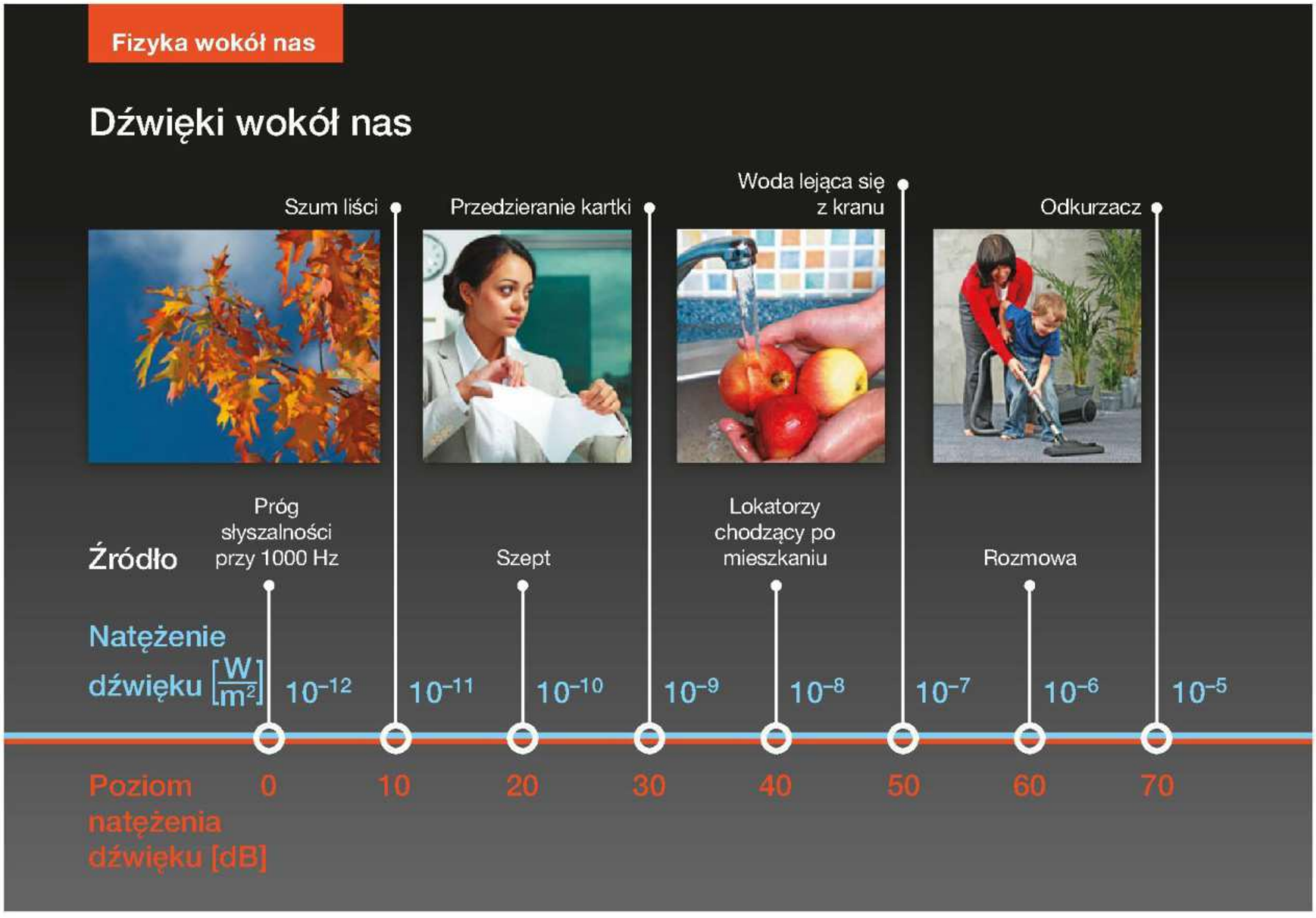
$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

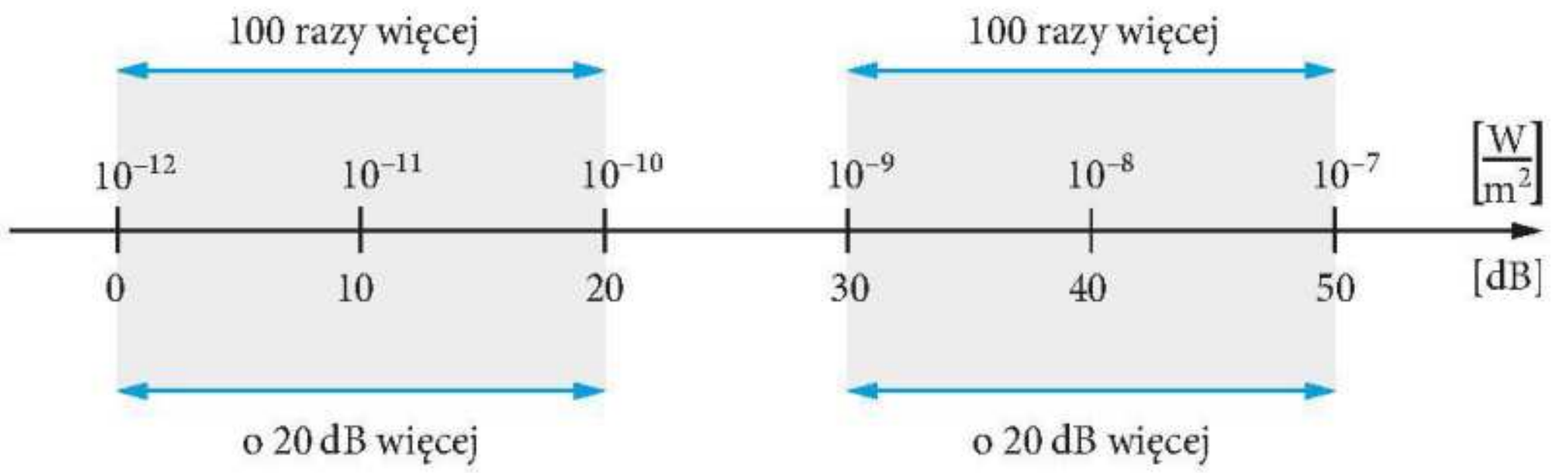
gdzie $I_0 = 10^{-12} \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$ jest **progiem słyszalności**, czyli najmniejszym natężeniem dźwięku o częstotliwości 1000 Hz, który słyszy przeciętny człowiek, a β to poziom natężenia dźwięku w decybelach. Powyższy wzór pozwala określić, o ile człowiek odczuje zmianę natężenia dźwięku.

Na infografice poniżej przyjrzyj się skali służącej do graficznego przeliczania natężenia dźwięku na poziom natężenia dźwięku. Ma ona ważną właściwość: jednakowej odległości na osi odpowiada jednakowy iloraz natężeń. Na przykład, gdy dźwięki różnią się o 20 dB (czyli 2 B), to ich natężenie różni się nie o określoną liczbę $\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$, ale $10^2 = 100$ razy (patrz rys. 10.61). Dzięki temu jednakowa odległość na osi odpowiada jednakowej różnicy naszych odczuć.

Logarytmy, „Dodatek matematyczny" s. 270

Do algebraicznego opisu zależności β od I służą logarytmy, więc tego typu skalę nazywamy **skalą logarytmiczną**.

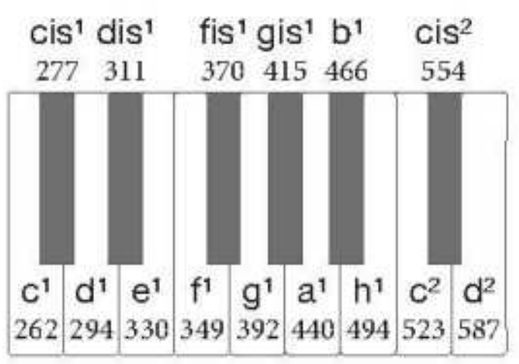




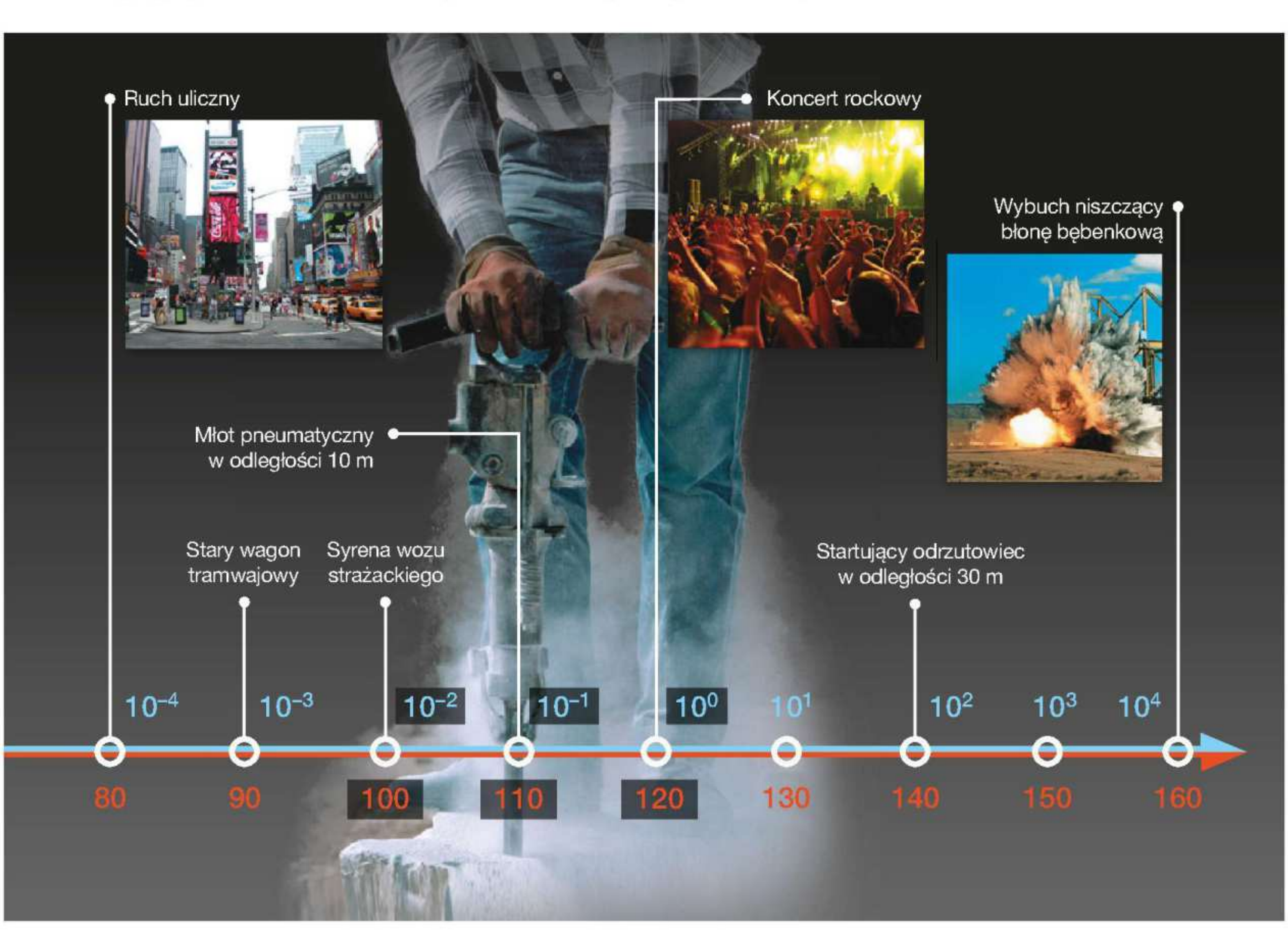
Rys. **10.61.** Skala natężenia dźwięku

Skala muzyczna

Od czasów Pitagorasa wiemy, że dźwięki jednakowo napiętych strun o różnej długości współbrzmią harmonijnie, jeśli stosunek ich długości wyraża się stosunkiem niewielkich liczb naturalnych (np. 2:1, 3:2, 4:3). Dziś możemy powiedzieć, że dźwięki współbrzmią harmonijnie, jeśli ich częstotliwości wyrażają się ilorazem niewielkich liczb naturalnych. Obecnie najczęściej używamy **stroju równomiernie temperowanego** – skali, w której różnica jednego półtonu odpowiada zawsze stosunkowi częstotliwości $\sqrt[12]{2}$:1. Zwróćmy uwagę, że tak określona skala muzyczna jest skalą logarytmiczną. Muzyk powie, że między nutami c i cis oraz g i gis jest ta sama różnica wysokości dźwięku – pół tonu (rys. 10.62).



Rys. **10.62.** Na klawiaturze fortepianu dźwięki odpowiadające sąsiednim klawiszom (wliczając klawisze czarne) różnią się o jeden półton. Częstotliwości dźwięków podano z dokładnością do 1 Hz



Jednak „ta sama różnica wysokości" nie oznacza, że częstotliwości różnią się o tyle samo herców, ale że różnią się tyle samo razy. Dźwięk o pół tonu wyższy ma zawsze częstotliwość wyższą ok. $\sqrt[12]{2}$ raza, czyli ok. 1,059 raza (rys. 10.63).

Rys. **10.63.** Różnica częstotliwości między c i cis oraz g i gis

W stroju równomiernie temperowanym zależność odkryta przez Pitagorasa jest spełniona tylko w przybliżeniu, ale jest to bardzo dobre przybliżenie. Na przykład, jeśli dźwięki różnią się o pięć półtonów, stosunek ich częstotliwości wynosi

$$(\sqrt[12]{2})^5 = 1{,}3348... \approx 1{,}333... = 4:3$$

Taka różnica między dźwiękami (występująca np. między pierwszymi dwiema nutami piosenki *Płonie ognisko w lesie*), nazywana w muzyce kwartą, brzmi bardzo harmonijnie.

Skale logarytmiczne? Już to znamy

Przykłady skal logarytmicznych, cz. I s. 9, 52–53

Ze skalami logarytmicznymi – choć wówczas ich tak nie nazywaliśmy – spotkałeś się już w poprzedniej części podręcznika.
Stosowaliśmy je między innymi, gdy przedstawialiśmy czasy i prędkości spotykane w przyrodzie. Zastosowanie skali logarytmicznej to jedyny sposób, aby na jednej osi pokazać wielkości skrajnie małe, np. prędkość dryfu kontynentów, i skrajnie wielkie, np. prędkość światła w próżni. Gdybyśmy chcieli zaznaczyć np. znane prędkości w książce na zwykłej osi liczbowej, to większość strzałek prowadziłaby do punktów nieodróżnialnych gołym okiem od zera.

Dodatek matematyczny

Logarytmy dziesiętne

Symbol $\log x$ (czyt. logarytm dziesiętny z x) oznacza wykładnik potęgi, do jakiej trzeba podnieść liczbę 10, aby otrzymać x:

$$y = \log x \qquad \text{oznacza} \qquad 10^y = x$$

Na przykład:

$\log 100 = 2$, bo $10^2 = 100$

$\log 0{,}0001 = -4$, bo $10^{-4} = 0{,}0001$

$\log 2 \approx 0{,}3$, bo $10^{0{,}3} \approx 2$

$\log \frac{1}{3} \approx -0{,}48$ bo $10^{-0{,}48} = \frac{1}{10^{0{,}48}} \approx \frac{1}{3}$

A to ciekawe

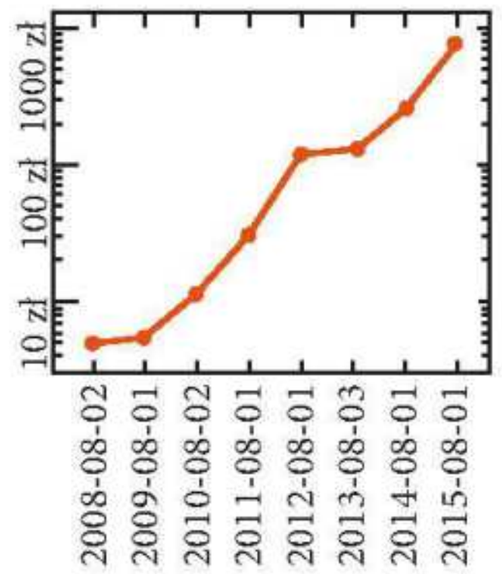
Potencjometr regulujący głośność radia jest wykonany tak, aby obrotowi gałki o ten sam kąt odpowiadała zmiana napięcia zasilającego głośnik tyle samo razy. Dzięki temu regulację głośności odbieramy jako równomierną.
Co by było, gdyby obrotowi gałki o ten sam kąt odpowiadała zmiana napięcia zawsze o tyle samo woltów? Wtedy podczas obracania gałki od pozycji zerowej najpierw słyszelibyśmy bardzo szybki wzrost głośności, a następnie – tylko nieznaczną zmianę.

Inne przykłady skal logarytmicznych

Ze skalami logarytmicznymi mamy do czynienia w wielu dziedzinach wiedzy. Należą do nich:

- używana w chemii skala stężeń kationów wodorowych, czyli skala pH (różnica 1 pH odpowiada 10-krotnej zmianie stężenia jonów wodoru),
- skala wielkości gwiazdowych (mówimy, że gwiazda ma wielkość gwiazdową mniejszą o 1, jeśli natężenie światła jest ok. 2,5 razy większe),
- skala Richtera służąca do określania wielkości trzęsień ziemi (jeśli trzęsienie ziemi jest silniejsze o 1 stopień w skali Richtera, to amplituda drgań jest 10 razy większa).

Również wykresy kursów akcji rysuje się czasem w skali logarytmicznej, dzięki czemu wzrost kursu np. o 10% zawsze odpowiada tej samej odległości na wykresie (rys. 10.64).
Wszystkie te przykłady świadczą o tym, że nasza percepcja jest nastawiona nie na różnicę wielkości, ale na ich iloraz. Ten fakt został po raz pierwszy odkryty przez lekarza i psychologa Ernsta Webera, dlatego do dziś nosi nazwę prawa Webera.



Rys. **10.64.** Skala logarytmiczna pozwala przedstawić na wykresie znaczne wahania kursów akcji

Po tej lekcji powinieneś

- wyjaśniać, dlaczego do opisu bodźców najlepiej użyć skali logarytmicznej;
- podawać przykłady skal logarytmicznych.

Pytania i zadania ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

Przykład

Zawieszony na ścianie głośnik o mocy $P = 8$ W ma sprawność $\eta = 0{,}8\%$. Załóżmy w przybliżeniu, że emitowana fala rozchodzi się tylko w przestrzeni z przodu głośnika, a powierzchnie maksymalnych zagęszczeń i rozrzedzeń powietrza mają kształt połówek sfery. Pomijamy także odbicie od podłogi i ścian. Oblicz poziom natężenia dźwięku słyszanego w odległości 1 m od tego głośnika.

Rozwiązanie

Sprawność urządzenia określa, jaka część zużywanej energii zostaje przekształcona w użyteczną formę energii, czyli w przypadku głośnika – w energię fali dźwiękowej. Sprawność głośnika wynosi 0,8%, więc moc powstającego dźwięku:

$$P = 0{,}8\% \text{ z } 8 \text{ W} = 0{,}008 \cdot 8 \text{ W} = 0{,}064 \text{ W}$$

W odległości 1 m od głośnika moc rozkłada się na powierzchnię półkuli o promieniu $r = 1$ m, czyli na powierzchnię:

$$S = \frac{1}{2} \cdot 4\pi r^2 \approx 6{,}28 \text{ m}^2$$

Wobec tego natężenie dźwięku w odległości 1 m od głośnika wynosi:

$$I = \frac{0{,}064 \text{ W}}{6{,}28 \text{ m}^2} = 0{,}0102 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \approx 10^{-2} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Natomiast poziom natężenia dźwięku:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

$$10 \log \frac{10^{-2} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}}{10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}} = 10 \log 10^{10} = 10 \cdot 10 = 100$$

Otrzymaliśmy więc ostatecznie: $\beta = 100$ dB.

Odpowiedź: Poziom natężenia dźwięku wynosi 100 dB.

1. Największą sprawność, aż do 20%, mają głośniki tubowe syren alarmowych. Oblicz moc elektryczną takiej syreny, jeśli producent zapewnia, że w odległości 300 m poziom natężenia dźwięku jest równy 70 dB.

2. Muzyczne określenie *pianissimo* oznacza poziom natężenia dźwięku o wartości 30–40 dB, a *fortissimo* 80–90 dB. Oblicz, ile razy większe jest natężenie dźwięku (w $\frac{\text{W}}{\text{m}^2}$) dla najcichszego *fortissimo* niż dla najgłośniejszego *pianissimo*?

***3. a)** W muzyce różnicę 7 półtonów nazywamy kwintą. Dźwięki różniące się o kwintę współbrzmią harmonijnie. Przedstaw w przybliżeniu stosunek częstotliwości tych dźwięków jako stosunek niewielkich liczb naturalnych.

b) Jeśli znasz zapis nutowy albo masz dobry słuch muzyczny, poszukaj utworu muzycznego, w którym jedne z pierwszych sąsiadujących dźwięków różnią się o kwintę.

c) O ile półtonów powinny się różnić dźwięki, aby ich stosunek częstotliwości był w przybliżeniu równy 5:4?

d) Jeśli masz pianino, gitarę albo inny instrument pozwalający na jednoczesne wydawanie kilku dźwięków, zagraj na nim jednocześnie dźwięki różniące się kolejno o 2 półtony, 5 półtonów, 7 półtonów i o liczbę półtonów znalezioną przez ciebie w punkcie c) tego zadania. Oceń, kiedy dźwięki współbrzmią ładnie, a kiedy nie.

Muzykalne owady i biologiczny termometr

Świerszcz miał marzenie – jedno, jedyne:
Chciał sobie zrobić „cyt, cyt" za kominem.
A tu, do cholery, same kaloryfery.

Marian Załucki

Zima. Cały świat pokryła puszysta śnieżna pierzynka. Ongiś, dla podniesienia temperatury w izbach mieszkalnych, rozniecano w piecach ogień; wówczas rozlegało się delikatne cykanie „dzikiego" lokatora – świerszcza.

Dlaczego owady generują dźwięki? Po co im to brzęczenie, bzykanie, cykanie, kołatanie itd.? Badania wykazały, że najczęściej jest to zjawisko uboczne. Jednak w niektórych przypadkach ma charakter celowy i spełnia wówczas niezwykle istotną rolę w życiu tych zwierząt. Dotyczy to zwłaszcza okresu godowego, kiedy to osobniki różnych płci, wykorzystując wspomniane zjawisko, odnajdują się. Przykładem jest komar brzęczący. Otóż samica komara generuje przy pomocy skrzydeł falę akustyczną o częstotliwości około 500 Hz. Samiec posiada na głównej osi każdego czułka silnie pierzaste włoski, które pełnią rolę wąskopasmowej anteny akustycznej, dopasowanej właśnie do częstotliwości 500 Hz. Po okresie godowym samica, słysząc brzęczenie samca (inna częstotliwość), wyraźnie unika go.

W trakcie ewolucji powstały bardziej wyspecjalizowane narządy słuchu u owadów. Mają one postać cienkiej błony bębenkowej, pobudzanej do drgań przez fale akustyczne. Narządy słuchu o takiej budowie, zlokalizowane na odwłoku tuż za tułowiem lub ostatnim segmencie tułowia, posiadają tzw. motyle nocne, a także szarańcza i niektóre pluskwiaki, m.in. gatunki wodne oraz cykady. Wymienione motyle za pomocą swoich receptorów dźwięku potrafią wykryć żerujące nietoperze, które posługują się echolokacją, i w porę bezpiecznie ukryć się przed nimi; co więcej – pewne ćmy same potrafią wytwarzać ultradźwięki zakłócające pole akustyczne nietoperzy, powodując tym samym ich dezorientację.

U prostoskrzydłych długoczułkowych receptor dźwięku występuje m.in. na goleniach przednich odnóży. Lokalizowanie źródła dźwięku odbywa się przez zmianę ich położenia. Pasikoniki i świerszcze potrafią też same generować dźwięki. U wspomnianych owadów występują dwie przekształcone powierzchnie na przednich skrzydłach, tworzące „krawędź" i „pilnik", które pocierane o siebie generują dźwięki. Ćwierkają przeważnie

samce, u niektórych gatunków także samice tuż przed samymi godami, ale wytwarzane przez nie dźwięki są niezwykle słabe. Generowany dźwięk (jego amplituda i widmo) zależy od kilku czynników: budowy ząbków „pilnika", wymiarów i kształtu skrzydła-rezonatora i szybkości przesuwania „pilnika" po „krawędzi". Zwykle owady generują i słyszą ultradźwięki, leżące ponad pasmem słyszalności człowieka (16 Hz – 20 kHz), np. szarańcza reaguje na częstotliwości powyżej 90 kHz. Do najgłośniejszych „nadawców" należy znany przedstawiciel świerszczowatych – turkuć podjadek, którego można usłyszeć z odległości aż 1,5 km (!). Jest to możliwe ze względu zarówno na dużą moc emitowanego dźwięku, jak i na jego stosunkowo niską częstotliwość.

Badania wykazały, że występuje korelacja pomiędzy częstotliwością ponawiania cykania świerszcza domowego a temperaturą otoczenia. Wzór matematyczny łączący tę zależność ma postać:

$$T = 50 + \frac{N - 40}{4},$$

T – temperatura w °F,
N – częstotliwość [1/min].

Można powiedzieć, że mamy tu do czynienia ze swoistym biologicznym termometrem. Ciekawe, który receptor pozwala świerszczowi na „mierzenie" temperatury otoczenia?

Na podstawie artykułu: Marcin S. Wilg,
„Pismo PG" 2001, nr 3, cz. 5

Pytania i zadania do tekstu

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

1. Do czego owady wykorzystują fale dźwiękowe? Scharakteryzuj przystosowania opisane w tekście.

2. Który z owadów ma narząd czuły na drgania powietrza o wąskim zakresie częstotliwości?

3. Oblicz długość fali dźwiękowej, na którą reaguje szarańcza.

4. Wyprowadź wzór pozwalający obliczyć, ile razy na minutę ponawia swoje cykanie świerszcz w temperaturze t mierzonej w stopniach Celsjusza.

5. Wyjaśnij, w jaki sposób ćmy dzięki ultradźwiękom mogą uciekać nietoperzom. Czy ludzie wykorzystują podobne metody? W jakim celu i za pomocą jakiego sprzętu?

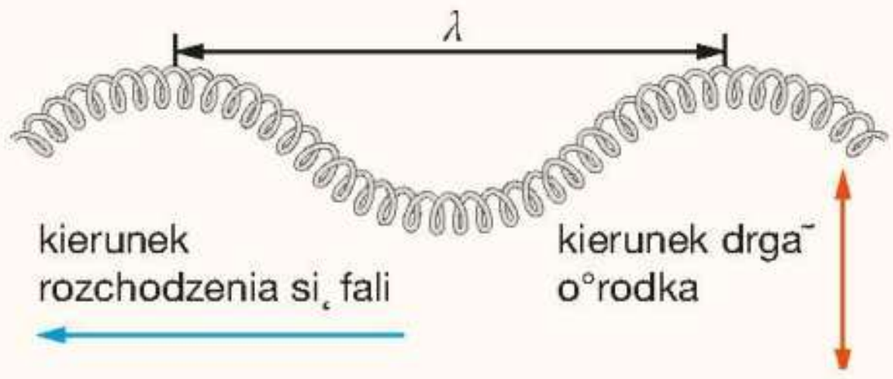
6. Wymień opisane w tekście zwierzęta odbierające dźwięki o najniższych i najwyższych częstotliwościach. Wyjaśnij, jak działają ich receptory odbioru dźwięków.

Podsumowanie Fale mechaniczne

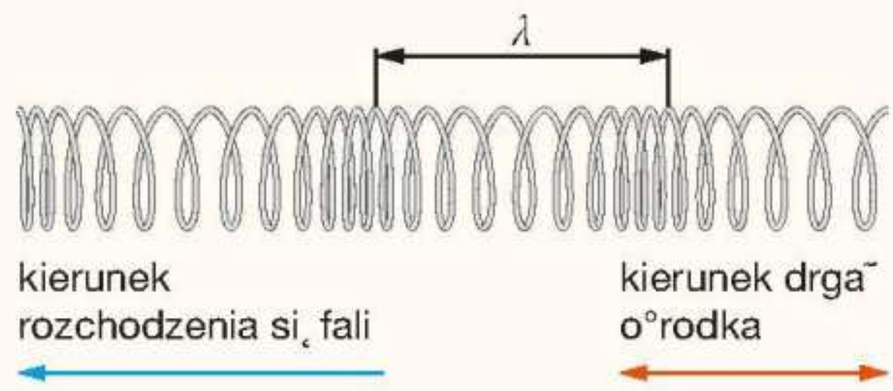
- **Fala mechaniczna** to rozchodzące się zaburzenie ośrodka polegające na drganiach cząsteczek tego ośrodka.
  - Podstawowe właściwości fal mechanicznych:
    - mimo że zjawisko fali wiąże się z ruchem cząsteczek, to przemieszczanie się fali polega nie na przemieszczaniu się cząsteczek, ale na przenoszeniu energii;
    - fala rozchodzi się z określoną, skończoną prędkością.
  - Wielkości opisujące fale:
    - okres T – czas pełnego cyklu drgań cząsteczki ośrodka;
    - częstotliwość f – liczba cykli drgań cząsteczki ośrodka w jednostce czasu, $f = \frac{1}{T}$;
    - amplituda A – maksymalne wychylenie cząsteczki ośrodka z położenia równowagi;
    - prędkość v – prędkość rozchodzenia się zaburzenia;
    - długość λ – odległość między dwoma kolejnymi punktami drgającymi w tej samej fazie.

- **Fale podłużne i poprzeczne**
  - Jeśli kierunek drgań cząsteczek ośrodka jest prostopadły do kierunku rozchodzenia się fali, to falę nazywamy **falą poprzeczną** (rys. a).
  - Jeśli kierunek drgań cząsteczek ośrodka jest równoległy do kierunku rozchodzenia się fali, to falę nazywamy **falą podłużną** (rys. b).

a)



b)



- Zależności między wielkościami opisującymi falę:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$

gdzie: v – prędkość fali, T – okres, f – częstotliwość, λ – długość fali.

W czasie równym swojemu okresowi drgań T fala przebywa drogę równą długości fali λ

- Dźwięk jest falą mechaniczną podłużną polegającą na rozchodzeniu się zmian gęstości ośrodka.
  - Częstotliwość fali dźwiękowej odbieramy jako wysokość dźwięku – dźwięk wyższy to dźwięk o wyższej częstotliwości, dźwięk niższy – o niższej.
  - Infradźwięki – dźwięki o niższej częstotliwości niż z zakresu słyszalności człowieka.
  - Ultradźwięki – dźwięki o wyższej częstotliwości niż z zakresu słyszalności człowieka.
- Linię prostopadłą do grzbietów i dolin fali nazywamy **promieniem fali**.
- Ze względu na kształt powierzchni falowych rozróżniamy fale: **płaskie**, **koliste** i **kuliste**.
- **Natężenie fali**

Natężeniem fali docierającej do pewnego miejsca nazywamy energię fali padającej w ciągu 1 s na powierzchnię 1 m^2 prostopadłą do kierunku rozchodzenia się fali.

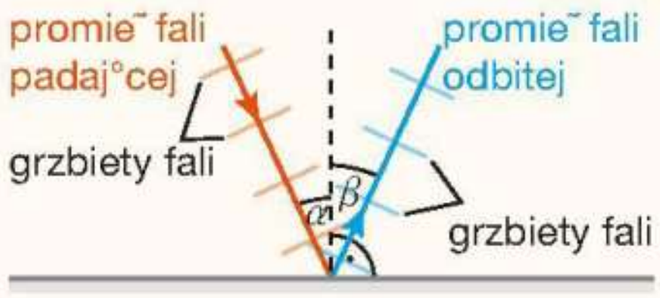
$$I = \frac{E}{tS} = \frac{P}{S}$$

- Jednostką natężenia fali jest $\frac{W}{m^2}$.

- Natężenie fali kulistej jest:
  – odwrotnie proporcjonalne do kwadratu odległości od źródła,
  – wprost proporcjonalne do kwadratu amplitudy drgań.

Odbicie fali

Gdy fala natrafi na przeszkodę, odbija się. Odbicie jest zjawiskiem charakterystycznym dla wszystkich fal. Kąt odbicia promienia fali β jest równy kątowi jej padania α. Promień padający i odbity oraz prosta prostopadła do granicy ośrodków leżą w tej samej płaszczyźnie.

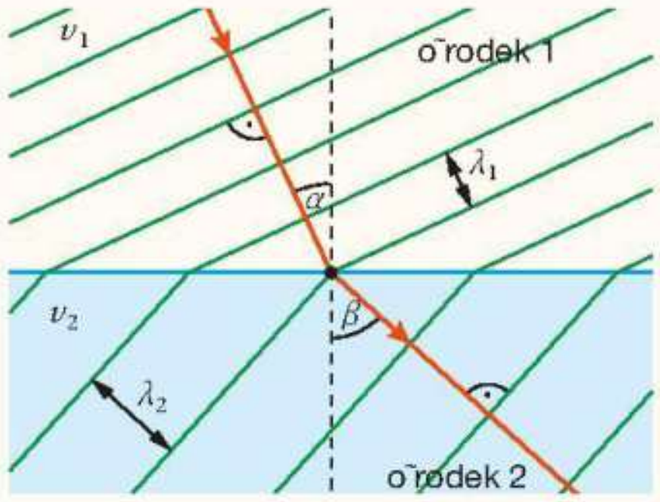


Załamanie fali

Zmianę kierunku fali przy przejściu do ośrodka, w którym rozchodzi się ona z inną prędkością, nazywamy załamaniem fali. Prawo załamania mówi, że:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{v_1}{v_2} = \text{const}$$

gdzie: α – kąt padania, β – kąt załamania, v_1 – prędkość fali w pierwszym ośrodku, v_2 – prędkość fali w drugim ośrodku. Kąt padania i kąt załamania leżą w jednej płaszczyźnie.



Zasada superpozycji fal

Jeśli do danego punktu w przestrzeni dociera więcej niż jedna fala, to docierające fale się nakładają. Wychylenie fali w danym punkcie jest sumą wychyleń wszystkich fal, które do niego docierają w tej samej chwili (z uwzględnieniem znaków + i –).

- **Dyfrakcja** to ugięcie fali, czyli zmiana jej kierunku w wyniku napotkania przeszkody (np. szczeliny).

- **Interferencja** fal to superpozycja fal pochodzących z różnych źródeł. Dla dwóch źródeł drgających w zgodnych fazach i z tą samą częstotliwością:

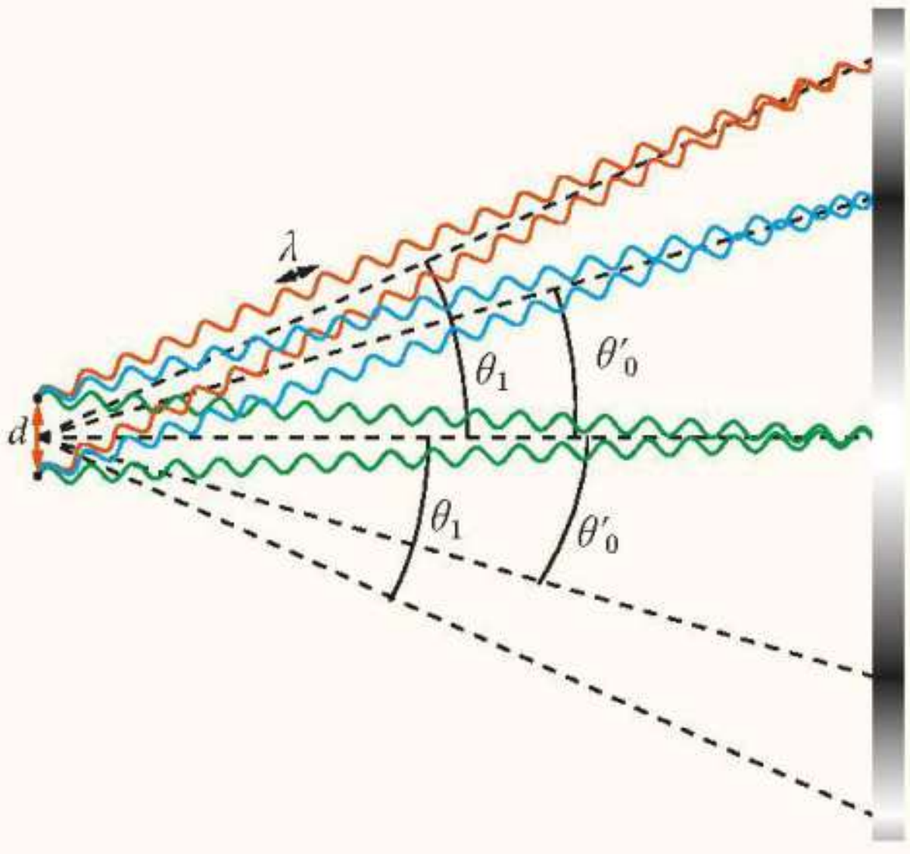
  - Maksymalne wzmocnienie występuje w punktach, gdzie różnica dróg od źródła do danego punktu jest wielokrotnością długości fali

$$\Delta s = n\lambda$$

Dla obserwacji z dużej odległości tzn. znacznie większej niż odległość między źródłami:

$$\sin\theta_n = \frac{n\lambda}{d}$$

gdzie: θ_n – kąt między symetralną odcinka łączącego źródła fali a kierunkiem do punktu, z którego obserwujemy falę (np. θ_1 na rysunku obok), d – odległość między dwoma źródłami fal (Z_1 i Z_2), $n = 0, 1, 2, \ldots$ – numer kolejnego maksimum.



▸ Całkowite wygaszenie występuje w punktach, gdzie różnica dróg od źródła do danego punktu wynosi:

$$\Delta s = (n + \tfrac{1}{2})\lambda$$

Jeśli obserwacja ma miejsce z odległości znacznie większej niż odległość między źródłami, to można korzystać ze wzoru:

$$\sin\theta'_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{d}$$

gdzie $n = 0, 1, 2, \ldots$ – numer kolejnego minimum.

■ Efekt Dopplera

▸ Jeśli źródło fali dźwiękowej jest nieruchome, a obserwator znajduje się w ruchu to:

Oznaczenia:
f – częstotliwość dźwięku emitowana przez źródło, f' – częstotliwość odbierana przez obserwatora, v_{obs} – prędkość obserwatora, v – prędkość dźwięku.

▸ Gdy źródło fali dźwiękowej znajduje się w ruchu, a obserwator jest nieruchomy to:

Oznaczenia:
f – częstotliwość dźwięku emitowana przez źródło, f' – częstotliwość odbierana przez obserwatora, $v_{źr}$ – prędkość źródła, v – prędkość dźwięku.

Sposób na zadanie

Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk

Zadanie 1. (0–3)

Trębacz stoi na peronie i próbuje grać dźwięk c^2, czyli dźwięk o częstotliwości 523 Hz. Umie go jednak zagrać tylko w przybliżeniu, z dokładnością do 5 Hz. Meloman o słuchu absolutnym, aby nie słyszeć fałszowania, wsiadł do pociągu i oddala się od stacji. Niestety, nadal słyszy dźwięk trąbki – tyle że dla niego brzmi on jak dźwięk h^1, czyli dźwięk o częstotliwości 494 Hz.
Jaka jest prędkość pociągu w kilometrach na godzinę? Oblicz ją wraz z niepewnością wynikającą z fałszowania trębacza, czyli z zakresu częstotliwości, jakie mógł grać. Pomiń niepewność mającą źródło w niedoskonałości słuchu melomana w pociągu. Przyjmij prędkość dźwięku w powietrzu równą 340 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Rozwiązanie:

Zmiana częstotliwości dźwięku, jaki słyszy meloman w pociągu, wynika z efektu Dopplera. Mamy tutaj do czynienia z sytuacją, kiedy źródło dźwięku spoczywa, a porusza się obserwator. Obserwator (meloman) oddala się od źródła dźwięku (trębacza), czyli słyszy dźwięk o niższej częstotliwości, którą można obliczyć ze wzoru:

$$f' = \left(1 - \frac{v_{\text{obs}}}{v}\right) f$$

gdzie:
f – częstotliwość fali wytwarzanej przez źródło (trębacza), f' – częstotliwość odbierana przez obserwatora (melomana w pociągu), v_{obs} – prędkość obserwatora (czyli prędkość pociągu), v – prędkość dźwięku w powietrzu.

Chcemy obliczyć prędkość pociągu, czyli prędkość obserwatora. Powyższy wzór musimy więc odpowiednio przekształcić, aby wyznaczyć z niego szukaną wielkość. Najpierw dzielimy obustronnie przez f:

$$\frac{f'}{f} = 1 - \frac{v_{\text{obs}}}{v}$$

Następnie przenosimy wyrażenie z szukaną wielkością na lewą stronę, a wyrażenie $\frac{f'}{f}$ na prawą i na końcu mnożymy przez v:

$$\frac{v_{\text{obs}}}{v} = 1 - \frac{f'}{f} \quad |\cdot v$$

$$v_{\text{obs}} = \left(1 - \frac{f'}{f}\right) v$$

Gdyby trębacz na peronie nie fałszował, moglibyśmy do powyższego wzoru podstawić wszystkie dane, w tym $f = 523$ Hz. Jednak f znamy tylko z dokładnością do 5 Hz, a więc wiemy, że zawiera się ona w przedziale między:

$$f_{\text{min}} = 523\ \text{Hz} - 5\ \text{Hz} = 518\ \text{Hz} \text{ a } f_{\text{max}} = 523\ \text{Hz} + 5\ \text{Hz} = 528\ \text{Hz}$$

Obliczmy więc szukaną prędkość v_{obs} dla f oraz dla tych skrajnych wartości.

Wskazówka 1. Zwróć uwagę, że postępujemy podobnie jak przy szacowaniu niepewności pomiaru podczas opracowania danych doświadczalnych. Gdy wzór jest skomplikowany, najłatwiej jest po prostu podstawić skrajne wartości zmiennej: maksymalną i minimalną, aby otrzymać skrajne wartości wyniku.

Podstawiamy dane do wzoru na prędkość obserwatora:

$$v_{\text{obs}} = \left(1 - \frac{494\,\text{Hz}}{523\,\text{Hz}}\right) \cdot 340\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 18{,}85\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 67{,}9\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$v_{\text{obs min}} = \left(1 - \frac{494\,\text{Hz}}{518\,\text{Hz}}\right) \cdot 340\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 15{,}75\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 56{,}7\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$v_{\text{obs max}} = \left(1 - \frac{494\,\text{Hz}}{528\,\text{Hz}}\right) \cdot 340\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 21{,}89\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 78{,}8\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Wskazówka 2. Intuicyjny sposób przeliczania jednostek prędkości to:

$15{,}75\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ to 3600 razy więcej metrów na godzinę, czyli $56\,700\,\frac{\text{m}}{\text{h}}$, stąd $56{,}7\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

Można też zapisać nieco bardziej formalnie:

$$15{,}75\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 15{,}75\,\frac{\frac{1}{1000}\,\text{km}}{\frac{1}{3600}\,\text{h}} = 15{,}75\,\frac{3600}{1000}\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 56{,}7\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Tak więc prędkość pociągu (obserwatora) wynosi ok. $67{,}9\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$, ale może być ona większa od tej wartości nawet o $10{,}9\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ ($67{,}9\,\frac{\text{km}}{\text{h}} - 78{,}8\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$) albo mniejsza nawet o $11{,}2\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ ($67{,}9\,\frac{\text{km}}{\text{h}} - 56{,}7\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$).

Zanim zapiszemy odpowiedź, musimy zaokrąglić zarówno niepewność, jak i wynik. Otrzymujemy ostatecznie:

$$v_{\text{obs}} = 68\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \pm 11\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Odpowiedź: Prędkość pociągu wynosi $68\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \pm 11\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Warto zapamiętać

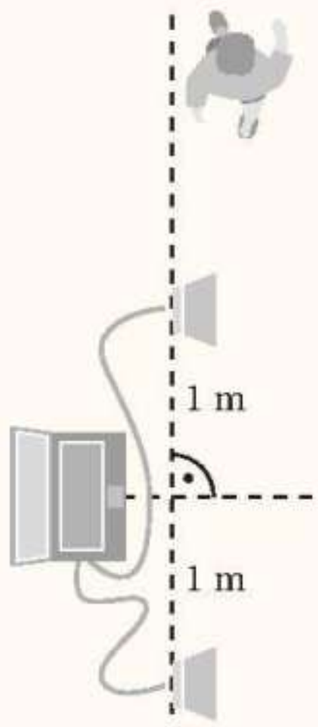
- Efekt Dopplera zachodzi zarówno wtedy, gdy porusza się obserwator, jak i wtedy, gdy porusza się źródło. Jednak zależy on nie tylko od ich względnej prędkości, lecz także od prędkości każdego z nich względem ośrodka, w którym rozchodzi się dźwięk. Dlatego poznane przez nas przypadki ruchomego obserwatora i nieruchomego źródła oraz ruchomego źródła i nieruchomego obserwatora są opisane różnymi wzorami.

Zadania powtórzeniowe

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

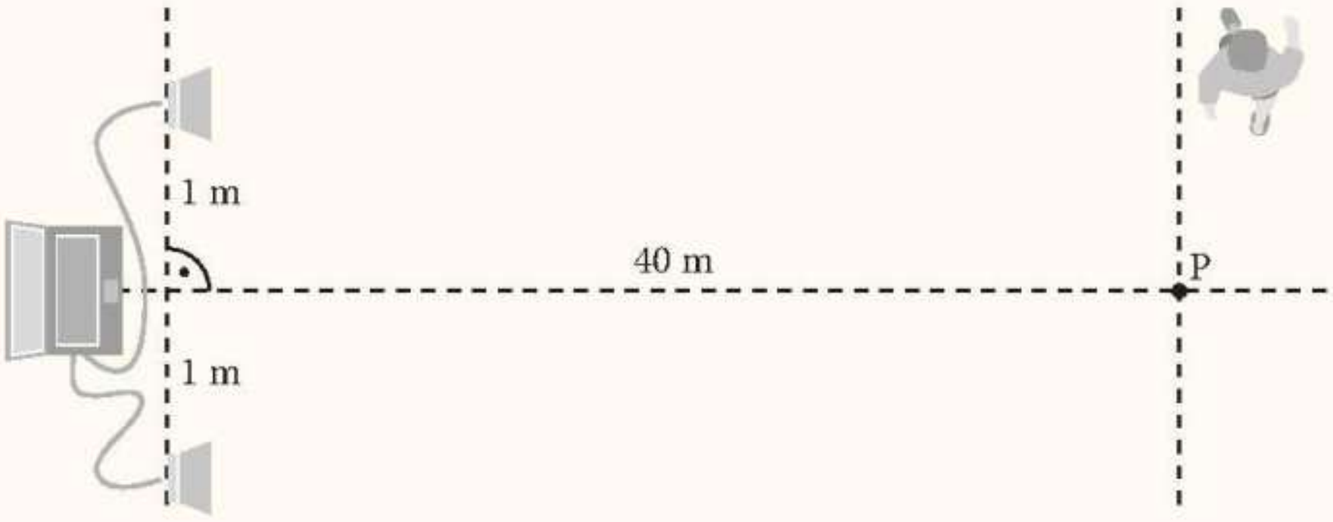
Zadanie 1. Fale harmoniczne

Dwa głośniki podłączono do jednego generatora napięcia przemiennego, dzięki czemu wytwarzają one harmoniczne fale dźwiękowe o jednakowej częstotliwości i zgodne w fazie. Głośniki znajdują się w odległości 2 m od siebie, cały układ znajduje się na otwartej przestrzeni. Pomijamy odbicia dźwięku od podłoża. Przyjmij, że każdy z głośników wytwarza falę kulistą.



1.1. Eksperymentator szedł wzdłuż linii łączącej głośniki i stwierdził, że dźwięk z głośników jest praktycznie niesłyszalny (w przeciwieństwie do sytuacji, kiedy gra tylko jeden głośnik). Jaka może być długość fali dźwiękowej wytwarzanej przez głośniki? Podaj największą możliwą wartość oraz dwie kolejne w porządku malejącym.

1.2. W drugiej części eksperymentu częstotliwość dźwięku ustawiono na 680 Hz. Prędkość dźwięku w powietrzu wynosi 340 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Eksperymentator stanął w punkcie P na symetralnej odcinka łączącego głośniki, a następnie zaczął się od niego oddalać, idąc równolegle do odcinka łączącego głośniki. Oblicz, jaką drogę przebędzie, zanim trafi na miejsce, gdzie natężenie dźwięku jest minimalne, a jaką – gdy ponownie znajdzie miejsce z maksymalnym natężeniem dźwięku.



Zadanie 2. Głośniki

W hali na lince o długości 5 m przymocowanej do sufitu wisi głośnik wydający ton prosty d[1]. Głośnik emituje kulistą falę dźwiękową. Przyjmij, że prędkość dźwięku w powietrzu jest równa 340 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Pomiń efekty związane z odbiciem fal oraz ich tłumieniem w powietrzu.

2.1. Kierowca nadjeżdżającego wózka twierdzi, że dźwięk dochodzący z głośnika to e^1. Oblicz prędkość, z jaką musiałby jechać, by była to prawda.

2.2. Głośnik odchylono o kąt $\alpha_0 = 12°$ i puszczono. Czy dźwięki najniższy i najwyższy dochodzące z wahającego się głośnika, które może usłyszeć nieporuszająca się osoba stojąca niedaleko, różniłyby się od siebie o co najmniej półton? Odpowiedź uzasadnij odpowiednimi obliczeniami. Przyjmij, że ruch głośnika można opisać w ramach modelu wahadła matematycznego.

2.3. Oblicz, gdzie należałoby umieścić drugi głośnik wydający ton prosty d^1 z mocą akustyczną dwukrotnie większą niż pierwszy głośnik, aby w miejscu oddalonym o 3 m od pierwszego głośnika zachodziło maksymalne wyciszenie. Oba głośniki emitują kuliste fale dźwiękowe. Przyjmij, że różnicę faz dźwięku między głośnikami można byłoby odpowiednio dopasować. Pomiń wpływ innych źródeł dźwięku.

Uwaga. Dźwięk o półton wyższy ma częstotliwość wyższą $\sqrt[12]{2}$ raza. Dźwięk e^1 jest wyższy od d^1 o 2 półtony, czyli ma częstotliwość wyższą $(\sqrt[12]{2})^2 = \sqrt[6]{2}$ raza.

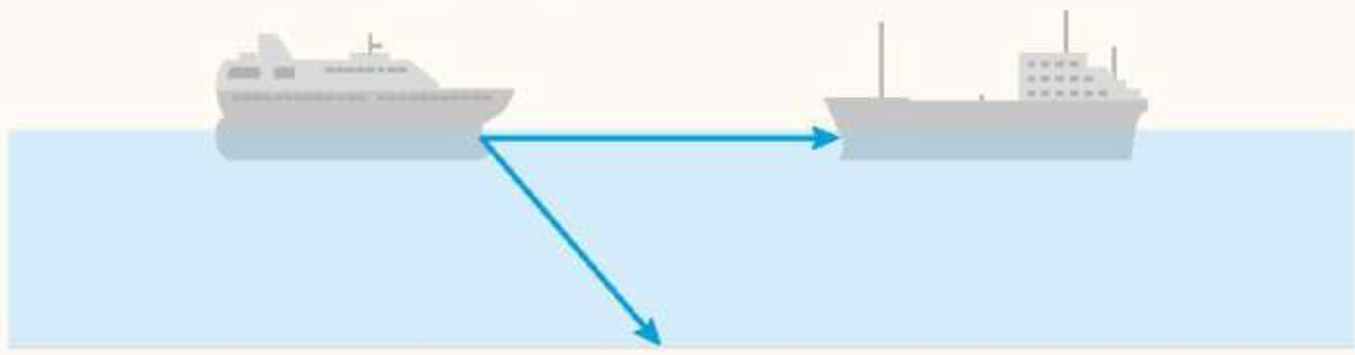
Zadanie 3. Echosonda

W echosondach stosuje się częstotliwości w zakresie 20 kHz – 200 kHz. Impulsy są wytwarzane w przetworniku piezoelektrycznym umieszczonym w dnie statku lub na jego dziobie. Przyjmij, że prędkość fali akustycznej w wodzie morskiej wynosi $v = 1500\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

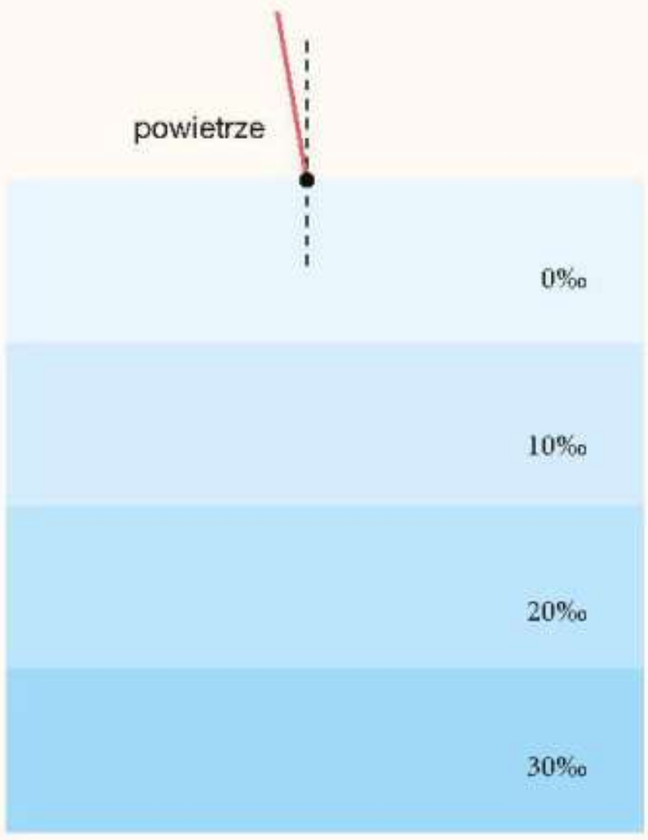
3.1. Wyznacz długość fali akustycznej, jeśli wiadomo, że przetwornik wysłał ultradźwięki o częstotliwości 50 kHz.

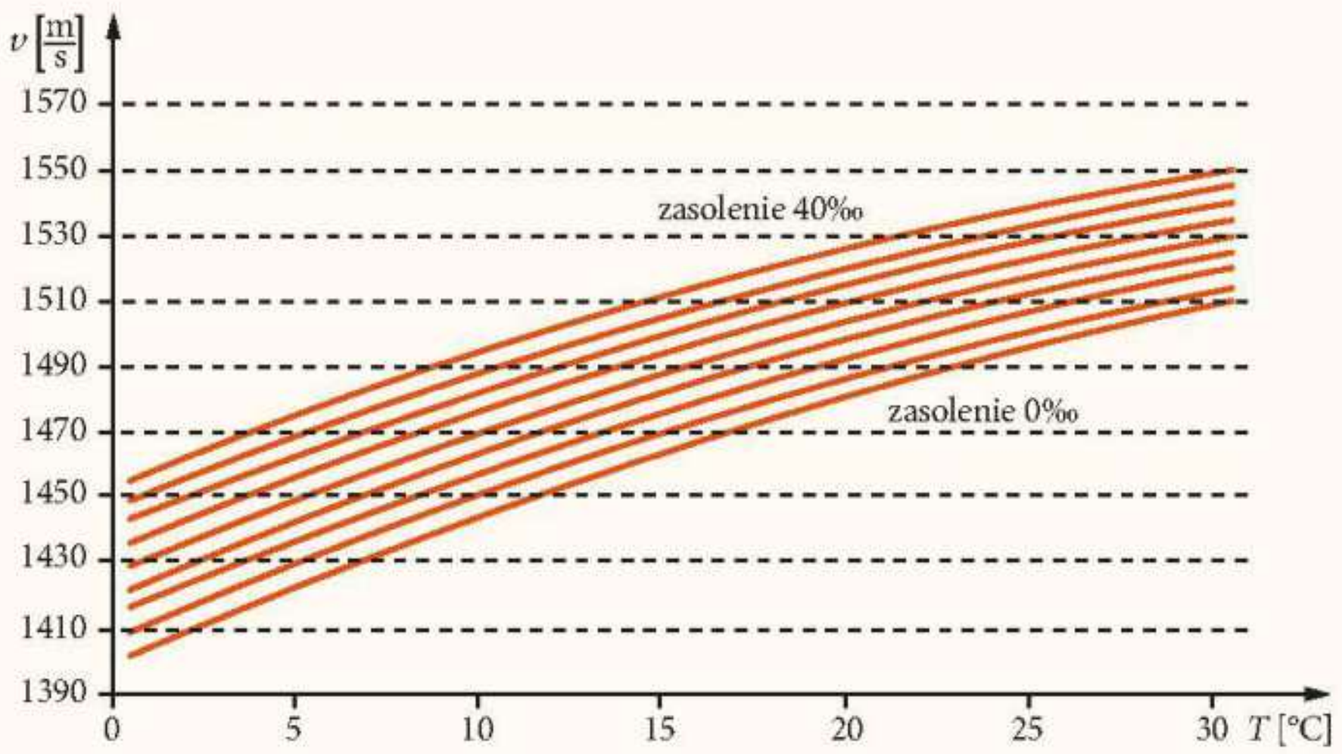
3.2. Impuls został wysłany ze statku w kierunku pionowym i powrócił do odbiornika po czasie $\Delta t = 2{,}5$ s. Oblicz głębokość dna morskiego w tym miejscu.

3.3. Głębokość dna morskiego została zbadana z wykorzystaniem dwóch statków odległych od siebie o 7,5 km i pozostających względem siebie w spoczynku. Sygnał dźwiękowy echosondy wysłany przez jeden ze statków został odebrany przez drugi statek dwukrotnie w odstępie $\Delta t = 1$ s. Jaka jest głębokość morza w badanym miejscu?



3.4. Fale ultradźwiękowe załamują się przy zmianach zasolenia lub temperatury wody. Naszkicuj kierunek rozchodzenia się fali po przejściu z powietrza do wody, której zasolenie rośnie. Przyjmij, że zasolenie zmienia się warstwowo, a temperatura pozostaje stała. Skorzystaj z danych na wykresie dla temperatury wody 10°C.





Tabele

Tabela 1. Wielokrotności i podwielokrotności jednostek

Przedrostek		Mnożnik	Przedrostek		Mnożnik	Przedrostek		Mnożnik	Przedrostek		Mnożnik
E	eksa	10^{18}	M	mega	10^{6}	d	decy	10^{-1}	n	nano	10^{-9}
P	peta	10^{15}	k	kilo	10^{3}	c	centy	10^{-2}	p	piko	10^{-12}
T	tera	10^{12}	h	hekto	10^{2}	m	mili	10^{-3}	f	femto	10^{-15}
G	giga	10^{9}	da	deka	10^{1}	μ	mikro	10^{-6}	a	atto	10^{-18}

Tabela 2. Stałe fizyczne

Zero bezwzględne	$T_0 = 0\ \mathrm{K} = -273{,}15^\circ\mathrm{C}$
Stała Boltzmanna	$k = 1{,}38065 \cdot 10^{-23}\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}$
Stała Avogadra	$N_\mathrm{A} = 6{,}022 \cdot 10^{23}\ \frac{1}{\mathrm{mol}}$
Stała gazowa	$R = kN_\mathrm{A} = 8{,}314\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol \cdot K}}$
Jednostka masy atomowej	$1\ u = 1{,}66054 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$

Tabela 3. Wybrane częstotliwości dźwięków

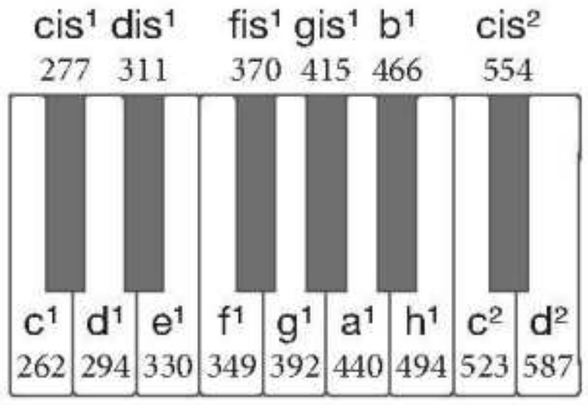


Tabela 4. Gęstość substancji*

Substancja	Gęstość		Substancja	Gęstość	
	$\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}\left(\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{litr}}\right)$	$\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$		$\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}\left(\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{litr}}\right)$	$\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$
Gazy			**Ciała stałe**		
Dwutlenek węgla	0,0018	1,8	Aluminium (glin)	2,7	2 700
Hel	0,00016	0,16	Cyna	7,3	7 300
Metan	0,00066	0,66	Lit (najlżejszy metal)	0,53	530
Powietrze	0,0012	1,2	Lód	0,92	920
Tlen	0,0013	1,3	Miedź	9	9 000
Wodór	0,00008	0,08	Ołów	11	11 000
Ciecze			Platyna	21	21 000
Aceton	0,79	790	Srebro	11	11 000
Alkohol etylowy (spirytus)	0,79	790	Stal (średnio)	7,8	7 800
Benzyna (średnio)	0,72	720	Szkło (średnio)	2,4	2 400
Gliceryna	1,3	1 300	Złoto	19	19 000
Olej słonecznikowy	0,92	920	Żelazo	7,9	7900
Rtęć	14	14 000	Źródło: *Tablice fizyczne*, Wydawnictwo Adamantan, Warszawa 1995. Dane zaokrąglono do dwóch cyfr znaczących.		
Woda	1	1 000			
Woda słona (z oceanu – zasolenie 3,5%)	1,03	1030	* Gęstości substancji podano w temperaturze pokojowej i pod ciśnieniem 1013 hPa.		

Tabela 5. Temperatura topnienia, ciepło topnienia, temperatura wrzenia, ciepło parowania

Substancja	Temperatura topnienia [°C]	Ciepło topnienia $\left[\frac{kJ}{kg}\right]$	Temperatura wrzenia [°C]	Ciepło parowania w temperaturze wrzenia $\left[\frac{kJ}{kg}\right]$
Ołów	327	24,5	1756	871
Rtęć	–39	11,8	357	272
Tlen	–219	13,8	–183	213
Woda	0	334	100	2256
Złoto	1064	64,5	2800	1578

Tabela 6. Ciepło właściwe

Substancja	Ciepło właściwe $\left[\frac{J}{kg \cdot K}\right]$	Substancja	Ciepło właściwe $\left[\frac{J}{kg \cdot K}\right]$
Gazy*		Bazalt	900
Azot	1040	Ciało człowieka	3500
Powietrze	1008	Lód	2100
Tlen	918	Miedź	385
Wodór	14 303	Miedzionikiel MN25	376
Ciecze		Mosiądz	380
Benzyna	2100	Stal	460
Olej lniany	1840	Styropian	1200
Woda	4200	Szkło termometryczne	840
Ciała stałe		Złoto	129
Aluminium	903	Żelazo	450

* przy stałym ciśnieniu

Tabela 7. Prędkość dźwięku w różnych ośrodkach w temperaturze 20°C

Ośrodek	$v_d \left[\frac{m}{s}\right]$	Ośrodek	$v_d \left[\frac{m}{s}\right]$	Ośrodek	$v_d \left[\frac{m}{s}\right]$
Guma wulkanizacyjna	54	Hel	1015	Woda w oceanie (zasolenie 3,5%, temp. 25°C)	1535
Sześciofluorek siarki SF_6	130	Etanol	1144	Glin	6400
Dwutlenek węgla	268	Wodór	1313	Szkło kwarcowe	5600
Tlen	329	Rtęć	1451	Stal	6000
Powietrze	344	Woda	1482	Diament	18 000

Układ okresowy pierwiastków chemicznych

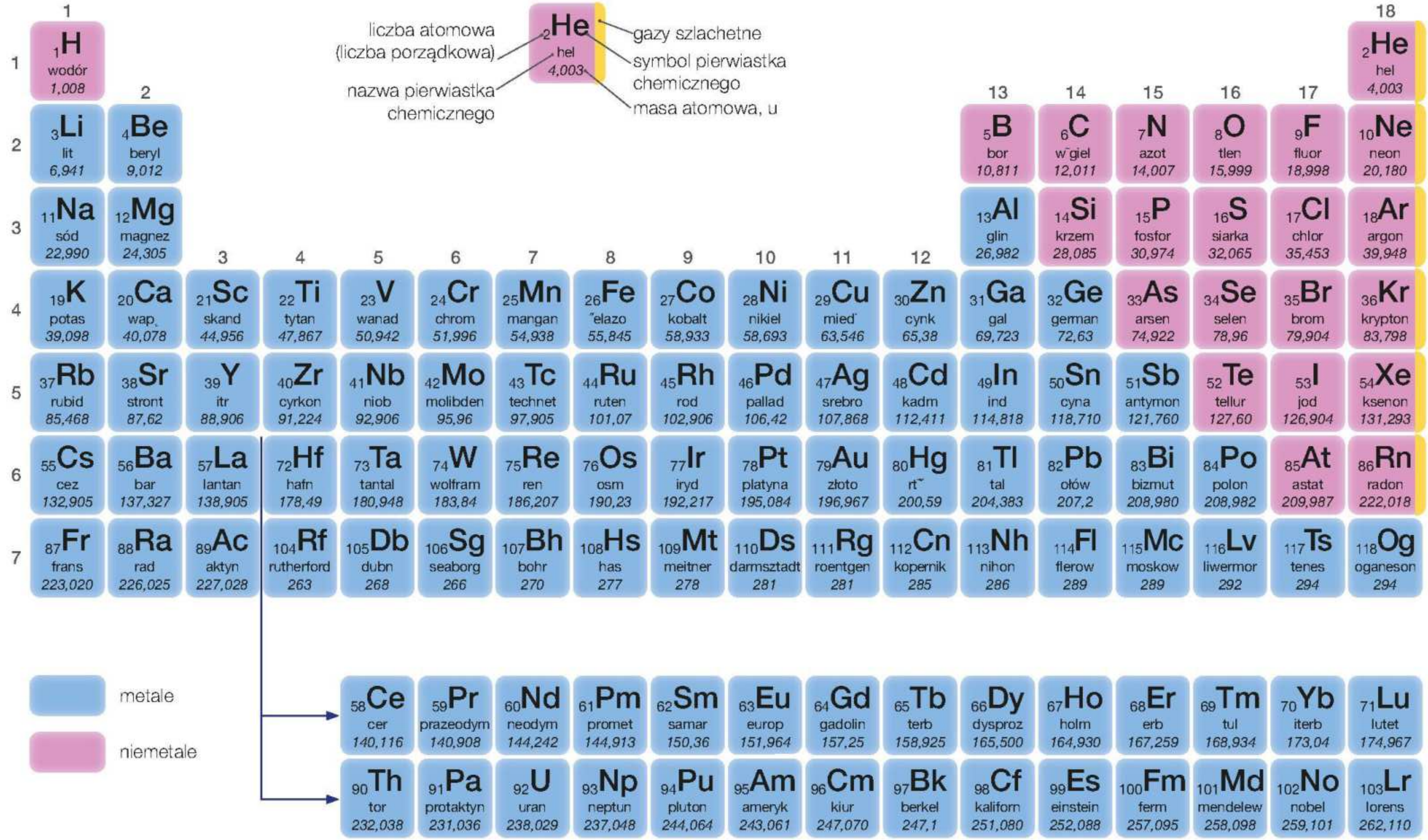


Tabela 8. Wartości funkcji trygonometrycznych

α	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$
0°	0,0000	1,000
5°	0,0872	0,9962
10°	0,1736	0,9848
15°	0,2588	0,9659
20°	0,3420	0,9397
25°	0,4226	0,9063
30°	0,5000	0,8660

α	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$
35°	0,5736	0,8192
40°	0,6428	0,7660
45°	0,7071	0,7071
50°	0,7660	0,6428
55°	0,8192	0,5736
60°	0,8660	0,5000
65°	0,9063	0,4226

α	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$
70°	0,9397	0,3420
75°	0,9659	0,2588
80°	0,9848	0,1736
85°	0,9962	0,0872
90°	1,000	0,0000

Spis dodatków matematycznych

Funkcje dwóch zmiennych 98
Funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej 151
Funkcje odwrotne do funkcji trygonometrycznych 151
Przybliżenie $\sin x \approx x$ dla małych kątów w mierze łukowej 170
Wzory redukcyjne 212
Logarytmy dziesiętne 270

Spis doświadczeń obowiązkowych

Doświadczenia	Numer doświadczenia	Strona
Badanie procesu wyrównywania się temperatury ciał	6	41
Pomiar temperatury podczas przemiany fazowej	8	49
Wykorzystanie bilansu cieplnego	11	60
Demonstracja rozszerzalności cieplnej ciała stałego	13	66
Badanie okresu drgań wahadła sprężynowego	20	162
Badanie okresu drgań wahadła matematycznego	21	169
Wyznaczanie wartości przyspieszenia ziemskiego	22	176
Demonstracja zjawiska rezonansu mechanicznego	24	187
Obserwacja zjawiska interferencji fal	32	237
Obserwacja zjawiska dyfrakcji fali na szczelinie	33	241

Spis infografik

Temperatury we Wszechświecie 34–35

Kryształy 51

Znaczenie rozszerzalności cieplnej ciał stałych 67

Gejzery 73

Zastosowania pomp ciepła 121

Zjawiska okresowe 146–147

Wykres ruchu harmonicznego a ruch wahadła 172–173

Rezonans 188

Zakres słyszalności 217

Dźwięk wytwarzany w instrumentach muzycznych 250–251

Efekt Dopplera w przyrodzie i technice 256–257

Fala uderzeniowa 260–261

Dźwięki wokół nas 268–269

Spis adresów pod kodami QR

https://www.youtube.com/watch?v=W-FqE81rhqA 12

https://www.youtube.com/watch?v=kSLbfWJP10s 29

https://www.youtube.com/watch?v=QD3hbVG1yxM ..... (kod 1) 32

https://www.youtube.com/watch?v=stRPiifxQnM ..... (kod 2) 32

http://galileoandeinstein.physics.virginia.edu/more_stuff/Applets/Brownian/brownian.html 40

https://www.youtube.com/watch?v=Oc27GxSD_bI 190

https://www.youtube.com/watch?v=1yaqUI4b974 249

Odpowiedzi i wskazówki do wybranych zadań

Uwaga 1. Większość wyników została zaokrąglona.

Uwaga 2. Jeśli w treści zadania nie wskazano innej wartości, przyjęto $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

Rozdział 7. Hydrostatyka i wstęp do zjawisk cieplnych

7.1. Ciśnienie

Zadanie 1. $F = pS = p\frac{\pi d^2}{4} \approx 1570\ \mathrm{N}$

Zadanie 2. $F \approx 25\ \mathrm{N}$

Uwaga. Dźwignia zwiększa siłę 4 razy. Pole koła o średnicy 10 razy większej jest 100 razy większe.

Zadanie 4. **Wskazówka.** Zwróć uwagę, że siła, którą podłoże działa na twoje stopy, aby nadać ci przyspieszenie, działa oprócz siły równoważącej twój ciężar, a nie zamiast niej.

7.2. Ciśnienie hydrostatyczne i atmosferyczne

Zadanie 2. $d = \sqrt{\frac{4mg}{\pi p_{\mathrm{atm}}}} \approx 3\ \mathrm{cm}$

Zadanie 4. $\frac{d_1}{d_2} = \frac{2}{3}$

Zadanie 5. $V_{\mathrm{olej}} = \frac{V - V_{\mathrm{w}}}{2 - \frac{d_{\mathrm{olej}}}{d_{\mathrm{w}}}} \approx 3{,}3\ \mathrm{cm}^3$

Wskazówka. Narysuj najpierw, jak będzie wyglądała rurka z wodą i maksymalną ilością oleju. Czy oba ramiona będą napełnione po brzegi? Dlaczego?

7.3. Siła wyporu

Zadanie 1. $\frac{V_{\mathrm{zan}}}{V} \cdot 100\% = \frac{d'_{\mathrm{s}}}{d_{\mathrm{Hg}}} \cdot 100\% \approx 56\%$

Zadanie 3. Objętość śruby:

$V = \frac{F}{(d'_{\mathrm{śruby}} - d_{\mathrm{alkoholu}})g} \approx 18{,}1\ \mathrm{cm}^3$

W wodzie siłomierz wskaże:

$F_{\mathrm{w}} = (d'_{\mathrm{śruby}} - d_{\mathrm{wody}})Vg \approx 0{,}3\ \mathrm{N}$

Zadanie 4. Równowaga zachodzi dla:

$m_{\mathrm{Al}}\left(1 - \frac{d_{\mathrm{o}}}{d_{\mathrm{Al}}}\right) = m_{\mathrm{Fe}}\left(1 - \frac{d_{\mathrm{w}}}{d_{\mathrm{Fe}}}\right)$

gdzie: d_{o} – gęstość oleju, d_{w} – gęstość wody, pozostałe indeksy oznaczają symbole chemiczne.

Stąd $\frac{m_{\mathrm{Al}}}{m_{\mathrm{Fe}}} = \frac{1 - \frac{d_{\mathrm{w}}}{d_{\mathrm{Fe}}}}{1 - \frac{d_{\mathrm{o}}}{d_{\mathrm{Al}}}} = 1{,}24$

7.4. Cząsteczki i temperatura

Zadanie 1. $-269°\mathrm{C}$

Zadanie 2. $v = \sqrt{\frac{3kT}{32 \cdot 1u}} \approx 461\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Zadanie 3. $T = \frac{mv^2}{3k} = \frac{28 \cdot 1u \cdot v^2}{3k} \approx 220\ \mathrm{K} = -53°\mathrm{C}$

7.5. Ciepło

Zadanie 1. $\Delta T = \frac{Q}{m_{\mathrm{cz}} c_{\mathrm{cz}}} \approx 5°\mathrm{C}$

Zadanie 2. $Q = (m_{\mathrm{w}} c_{\mathrm{w}} + m_{\mathrm{g}} c_{\mathrm{g}})(T_{\mathrm{wrz}} - T) \approx 360\ \mathrm{kJ}$

Zadanie 3. Potrzebna energia

$E = (m_{\mathrm{w}} c_{\mathrm{w}} + m_{\mathrm{g}} c_{\mathrm{g}})\Delta T \approx 1{,}04\ \mathrm{MJ}$

Po podstawieniu: $V = \frac{E}{0{,}8 c_{\mathrm{s}}} \approx 0{,}038\ \mathrm{m}^3$

Zadanie 4. Przy wartości energetycznej $\frac{550\ \mathrm{kcal}}{100\ \mathrm{g}}$ jest to ok. 14 km.

Zadanie 5. a) $c_{\mathrm{m}} = \frac{m_{\mathrm{w}} c_{\mathrm{w}} (T_{\mathrm{k}} - T_{\mathrm{w}})}{10 m_{\mathrm{m}} (T_{\mathrm{m}} - T_{\mathrm{k}})} \approx 390\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{K}}$

7.6. Przemiany fazowe

Zadanie 1. $Q = m(c_{\mathrm{l}} \cdot 7°\mathrm{C} + L_{\mathrm{t}} + c_{\mathrm{w}} \cdot 45°\mathrm{C}) \approx 269\ \mathrm{kJ}$

Uwaga. Ciepło topnienia lodu w tablicach: $334\ \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}$, więc do wzoru podstawiamy $334\,000\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}$.

Zadanie 2. $\frac{m_{\mathrm{Pb}}}{m_{\mathrm{Au}}} = \frac{L_{\mathrm{Au}}}{L_{\mathrm{Pb}}} = 2{,}6$

Zadanie 3. a) **Uwaga.** Woda powstała ze stopienia lodu ogrzewa się do 7°C.

$m = \frac{m_{\mathrm{w}} c_{\mathrm{w}} (20°\mathrm{C} - 7°\mathrm{C})}{c_{\mathrm{l}} \cdot 5°\mathrm{C} + L_{\mathrm{t}} + c_{\mathrm{w}} \cdot 7°\mathrm{C}} \approx 29\ \mathrm{g},$

b) $m = \frac{m_{\mathrm{w}} c_{\mathrm{w}} (20°\mathrm{C} - 7°\mathrm{C})}{L_{\mathrm{t}} + c_{\mathrm{w}} \cdot 7°\mathrm{C}} \approx 30\ \mathrm{g}$, różnica ok. 3%

Zadanie 5.

$Q = Vd(c_{\mathrm{l}} \cdot 10°\mathrm{C} + L_{\mathrm{t}}) \approx 3{,}3 \cdot 10^{13}\ \mathrm{J}, t = \frac{Q}{P} \approx 4{,}4\ \mathrm{h}$

Uwaga. Energia potrzebna do podgrzania lodu jest drobnym ułamkiem energii potrzebnej do jego stopienia.

7.7. Bilans cieplny

Zadanie 1.

$T_{\mathrm{w2}} = T_{\mathrm{k}} - \frac{(m_{\mathrm{w1}} c_{\mathrm{w}} + m_{\mathrm{Al}} c_{\mathrm{Al}})(T_{\mathrm{w1}} - T_{\mathrm{k}})}{m_{\mathrm{w2}} c_{\mathrm{w}}} \approx 14{,}8°\mathrm{C}$

Zadanie 2. $\Delta T = \frac{gfs}{2c_{\mathrm{s}}} \approx 0{,}001°\mathrm{C}$

Zadanie 3. a)

$c_{\mathrm{wan}} = \frac{m_{\mathrm{w2}} c_{\mathrm{w}} (T_{\mathrm{w2}} - T_{\mathrm{k}}) - m_{\mathrm{w1}} c_{\mathrm{w}} (T_{\mathrm{k}} - T_{\mathrm{w1}})}{m_{\mathrm{wan}} (T_{\mathrm{k}} - T_{\mathrm{w1}})} \approx 841\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{K}}$

Zadanie 4. $m_{\mathrm{w}} = \frac{m_{\mathrm{l}} (c_{\mathrm{l}} |T_{\mathrm{l}}| + L_{\mathrm{t}} + c_{\mathrm{w}} T_{\mathrm{k}})}{c_{\mathrm{w}} (T_{\mathrm{w}} - T_{\mathrm{k}})} \approx 195\ \mathrm{g}$

Zadanie 5. $T = \frac{m_k c_k T_k + m_w c_w T_w}{m_k c_k + m_w c_w} \approx 25°C$

7.8. Rozszerzalność cieplna

Zadanie 3. a) $\Delta l = al\Delta T \approx 0{,}65\,\text{mm}$,
b) $\Delta T = \frac{0{,}01}{\alpha} \approx 617°C$, c) $\alpha = \frac{\Delta l}{l\Delta T} = 1{,}2 \cdot 10^{-5}\,\frac{1}{K}$

7.9. Zjawiska cieplne w przyrodzie

Zadanie 2.
$Q = mL_p = 24\,\text{MJ}$, $P = \frac{Q}{t} = 560\,\text{W}$, gdzie $t = 12\,\text{h}$

Zadanie 3. $\Delta m = \frac{0{,}8mc_w(T_2 - T_1)}{L_p} \approx 3{,}5\,\text{kg}$

Zadania powtórzeniowe

Zadanie 1.
1.1. Z równania bilansu cieplnego
$m_l[L_t + c_w(T_k - T_l)] = m_w c_w(T_w - T_k)$
otrzymujemy $m_l = 12\,\text{g}$.

1.2. Z równania bilansu cieplnego
$m_{Al} c_{Al}(T_k - T_{Al}) = m_w c_w(T_w - T_k)$
otrzymujemy $c_{Al} = 930\,\frac{J}{kg \cdot K}$.

Zadanie 2.
2.1. Przy 25°C nafta jest na wysokości
$H = \frac{m_n}{d_n S_{pojemnik}} = 20\,\text{cm}$ nad dnem naczynia.

Poziom nafty obniży się o: $\Delta h_n = \beta_n H\Delta T = 2{,}88\,\text{mm}$,
a pręt skurczy się o: $\Delta h_p = \beta_p H\Delta T = 0{,}36\,\text{mm}$.
Wskazanie poziomu nafty obniżyło się o 2,5 mm.

Zadanie 3.
3.1. $N = m_{balast}\, g\left(1 - \frac{d_w}{d_{balast}}\right) \approx 6300\,\text{N}$
3.2. Sposób I.
$V_{robot} = \frac{m_{balast} + m_{robot}}{d_w} - \frac{m_{balast}}{d_{balast}} \approx 8{,}41\,\text{m}^3$
Sposób II. $V_{robot} = \frac{m_{robot}\, g + N}{d_w g} \approx 8{,}41\,\text{m}^3$
3.3. Sposób I. $F_o = (V_{robota} d_w - m_{robota})\, g \approx 6300\,\text{N}$
Sposób II. $F_o = N \approx 6300\,\text{N}$
3.4. $\Delta p = (h_{dno} - h_0) d_w g \approx 24{,}2\,\text{MPa}$

Rozdział 8. Termodynamika

8.1. Badanie przemian gazu

Zadanie 1. a) $V' = V\left(1 + \frac{\Delta p}{p_{atm}}\right) = 140\,\text{l}$,
b) $p' = (p_{atm} + \Delta p)\frac{T'}{T} = 3768\,\text{hPa}$, $\Delta p' = 2768\,\text{hPa}$
Zadanie 3. $T_{max} = T\left(1 + \frac{\Delta p}{p_{atm}}\right) = 390\,\text{K}$

$T_{min} = T\left(1 - \frac{\Delta p}{p_{atm}}\right) = 210\,\text{K}$

Zadanie 4. Zimą, gdy temperatura powietrza jest niższa, większa jest jego gęstość (przy tym samym ciśnieniu), a to oznacza siłę wyporu o większej wartości.

Zadanie 5. $T_2 = \frac{T_1}{1 - \frac{m}{d_p V}} = 360\,\text{K}$
gdzie $T_1 = 300\,\text{K}$, $V = 2500\,\text{m}^3$, $d_p = 1{,}2\,\frac{kg}{m^3}$ (gęstość zimnego powietrza), $m = 500\,\text{kg}$ (masa balonu z obciążeniem, ale bez powietrza).

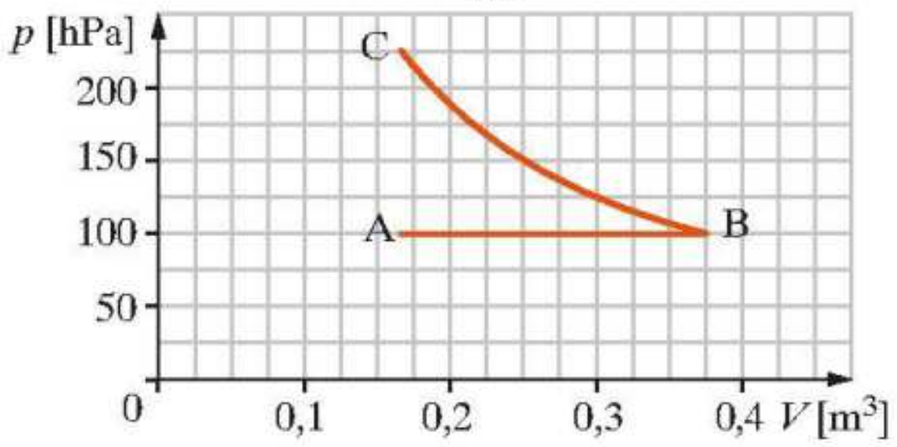
Zadanie 6. $k = \frac{d_p g a}{p_{atm}} \cdot 100\% = 0{,}0012\%$
Zadanie 7. a) $m = 2 \cdot \mu_H \cdot N_A \approx 2\,\text{g}$,
b) $n = \frac{7 \cdot 10^9}{N_A} \approx 1{,}2 \cdot 10^{-14}\,\text{mol}$,
c) $m = m_o N_A \approx 6 \cdot 10^{18}\,\text{kg}$

8.2. Model gazu doskonałego

Zadanie 1. $V = \frac{RT}{p} \approx 22{,}4\,\text{dm}^3$, $a = \sqrt[3]{V} \approx 28{,}2\,\text{cm}$
Zadanie 2. $F' = 4F$
Zadanie 3. a) $\mu = \frac{d}{p} RT \approx 4\,\frac{g}{mol}$, b) He
Zadanie 4. a) przemiana izotermiczna, $T \approx 12\,\text{K}$,
b) przemiana izobaryczna, $p = \text{const} \approx 3{,}8\,\text{MPa}$,
c) przemiana izochoryczna, $V = \text{const} \approx 38\,\text{dm}^3$

8.3. Przemiany gazu doskonałego

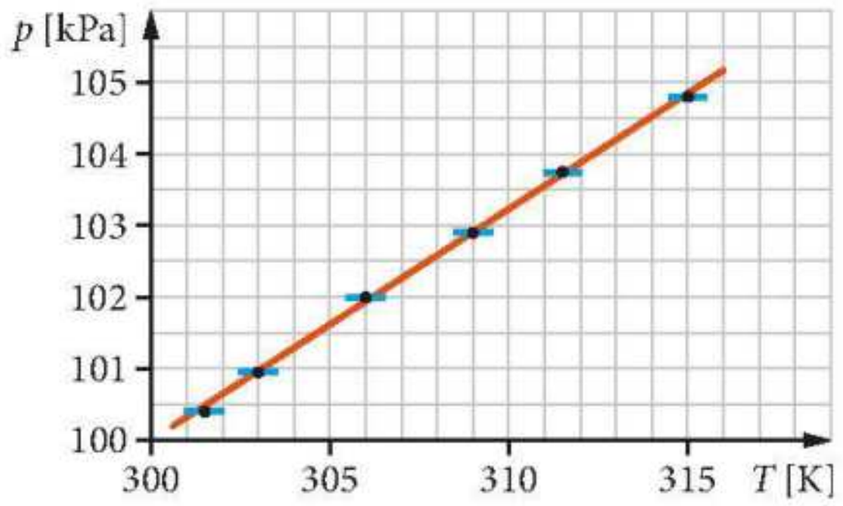
Zadanie 1. b) $V = \frac{nRT_A}{p_A} \approx 0{,}1662\,\text{m}^3$,
c) $\frac{V_B}{V_C} = \frac{p_C}{p_B} = 2{,}25$, d) $\frac{V_A}{V_C} = \frac{\frac{nRT_A}{p_A}}{\frac{nRT_C}{pC}} = \frac{T_A}{T_C}\frac{p_C}{p_A} = 1$,
e)



Zadanie 2. a) $\Delta E_w = W - Q = 700\,\text{J}$
Zadanie 3. a)

t [°C]	28,5	30,0	33,0	36,0	38,5	42,0
T [K]	301,5	303	306	309	311,5	315
Δh [cm]	14	20	31	40	49	60
p_h [kPa]	1,373	1,962	3,041	3,924	4,807	5,886
p [kPa]	100,4	101,0	102,0	102,9	103,8	104,9

b)



Uwaga. Niepewności zmiany wysokości, podanej w treści zadania, odpowiada niepewność ciśnienia 0,02 kPa.

c) $n = \frac{pV}{RT} = 0{,}00036$ mol

8.4. Ciepło w przemianach gazowych

Zadanie 1. a) $Q_V = \frac{5}{2}\frac{p_{\text{atm}}V_0}{T_0}(T_0 - T_k) = 17{,}3$ J,

$Q_p = \frac{7}{2}\frac{p_{\text{atm}}V_0}{T_0}(T_0 - T_k) = 24{,}2$ J,

b) $W_p = 24{,}2\text{ J} - 17{,}3\text{ J} = 6{,}9$ J

Zadanie 2. $\Delta V = \frac{2Q}{5p} = 2\,\text{dm}^3$

Zadanie 3. a) $n = \frac{p_0 V}{RT_0} = 0{,}8$ mol,

b) $T_k = T_0\frac{p_k}{p_0} = 330$ K,

c) $Q_V = \frac{5}{2}V(p_k - p_0) = 500$ J

8.5. Praca a wykresy przemian gazowych

Zadanie 1. b) szacujemy pole pod wykresem (podziel figurę na prostokąty): $W \approx 1450$ J,

c) $v = \sqrt{\frac{2(W - W_0)}{m}} \approx 29\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$, gdzie $W_0 \approx 600$ J jest pracą wykonaną przez tłok w celu pokonania ciśnienia atmosferycznego

Zadanie 2. $W = p(V_p - V_k) = 50$ J

$\Delta E_w = W - Q = 15$ J

Zadanie 3. $W_{AC} = \frac{(p_A + p_C)(V_C - V_A)}{2} = 600$ kJ

$W_{ABC} = p_A(V_B - V_A) = 200$ kJ

8.6. Silniki cieplne

Zadanie 1. $\eta = \frac{Pt}{VQ_w} = 0{,}3$

Zadanie 2. $Q_{ch} = 4(1 - \eta)mQ_w = 7200$ J

$W = 4\eta mQ_w = 2400$ J

Zadanie 3. $W = \frac{1}{2}(V_C - V_A)(p_B - p_C) = 3600$ J

ciepło pobrane z grzejnika: $Q_g = W + Q_{ch}$, gdzie ciepło oddane:

$Q_{ch} = \frac{3}{2}(p_B - p_C)V_C + \frac{5}{2}p_C(V_C - V_A) = 20\,400$ J

$\eta = 0{,}15$

8.7. Pompy ciepła

Zadanie 2. **Wskazówka.** Całkowita zużyta energia jest sumą energii zużytej do zasilenia żarówki i energii zużytej do zasilenia kompresora.

$c = 80\,\frac{\text{gr}}{\text{kWh}} \cdot 1{,}5Pt = 8{,}64$ zł

Zadanie 3. $COP_C = \frac{Q_c}{W} = \frac{18\text{ MJ}}{1{,}25\text{ kWh}} = 4$

Zadanie 4. a) $P_{\text{pompy}} = \frac{P_{\text{pieca}}}{9} \approx 0{,}89$ kW, b) ok. 320 zł

8.8. Silniki spalinowe – temat dodatkowy

Zadanie 1. $\eta = 1 - \frac{T_{ch}}{T_g} = 0{,}94$

Zadanie 2. $Q_{pob} = \frac{5}{2}\Delta p_{BC}V_{BC} = 325$ J,

$Q_{odd} = \frac{5}{2}\Delta p_{DA}V_{DA} = 160$ J, $\eta = \frac{Q_{pob} - Q_{odd}}{Q_{pob}} = 0{,}51$

Zadania powtórzeniowe

Zadanie 1.

1.1. $P_A = \frac{P_H}{COP_H} \approx 2{,}36$ kW

1.2. $P_{odb} = P_H - P_A \approx 5{,}44$ kW

1.3. Pompa w domu B ma większy współczynnik efektywności grzania: $COP_{HB} = \frac{P_H}{P_B} \approx 4{,}33$, może to wynikać z innej konstrukcji, lepszego kontaktu termicznego.

Tabela. Odpowiedź do zadania powtórzeniowego 2.1

t [°C]	20	23	25	28	30	35	37	40	42	45
T [K]	293	296	298	301	303	308	310	313	315	318
Δh [cm]	0,0	0,8	1,3	2,2	2,7	4,0	4,6	5,4	6,0	6,8
ΔV [cm^3]	0,00	2,51	4,08	6,91	8,48	12,57	14,45	16,96	18,85	21,36
V [cm^3]	250,00	252,51	254,08	256,91	258,48	262,57	264,45	266,96	268,85	271,36

Zadanie 2.

2.1. Patrz tabela na dole strony 289.

2.3. Tak, iloraz $\frac{V}{T}$ jest dla wszystkich pomiarów równy z dokładnością do 2 cyfr znaczących.

2.4. $n = \frac{p_0 V}{RT} \approx 0{,}01$ mol

2.5. $W = nR\Delta T \approx 0{,}85$ J

2.6. $\Delta E_w = \frac{5}{2} nR\Delta T \approx 4{,}16$ J

Zadanie 3.

3.1. $m_0 = \frac{p_0 V\mu}{RT} \approx 3{,}37$ kg, $m_k = \frac{p_k V\mu}{RT} \approx 0{,}91$ kg

3.2. $p_2 = p_k \frac{T_2}{T} = 55{,}1$ atm

3.3. $p = p_{at} + dgh \approx 3{,}09$ atm

Rozdział 9. Ruch drgający

9.1. Badanie ruchu drgającego

Zadanie 2. a) $T = \frac{t}{n} = 0{,}79$ s, b) $f = \frac{1}{T} \approx 1{,}3$ Hz

Zadanie 3. 12:00:03, 12:00:09, 12:00:15, 12:00:21

Zadanie 4. a) $A = 2$ cm, $T = 1$ s, b) $n = \frac{t}{T} = 60$

9.2. Drgania harmoniczne

Zadanie 2. a) $t_1 = \frac{1}{12f} = \frac{1}{3}$ s,

b) $v_1 = 2\pi fA\cos(2\pi ft_1) = 2\pi fA\cos\frac{\pi}{6} \approx 54{,}4\,\frac{\text{cm}}{\text{s}}$,

c) $a_1 = -(2\pi f)^2 A\sin(2\pi ft_1) =$

$= -(2\pi f)^2 \cdot 0{,}2\text{ m} \approx -49{,}3\,\frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$

d) $F_{max} = mA(2\pi f)^2 \approx 44{,}4$ N

Zadanie 3. a) $\omega = \frac{\pi}{1\text{ s}}$, b) $T = 2$ s, c) $\varphi_0 = \frac{\pi}{6}$

Zadanie 4. $a = -x(2\pi f)^2 \approx -0{,}39\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

9.3. Drgania sprężyn

Zadanie 2. $m = \frac{kT^2}{4\pi^2} \approx 0{,}19\text{ kg} = 190\text{ g}$

Zadanie 3. $T = 2\pi\sqrt{\frac{\Delta x}{g}} \approx 0{,}14$ s, $f = \frac{1}{T} \approx 7$ Hz

Zadanie 4. a) $k = \frac{m_1 g}{\Delta x_1} \approx 200\,\frac{\text{N}}{\text{m}}$,

b) $l = 10\text{ cm} + \frac{m_2}{m_1}\Delta x_1 = 11$ cm,

c) $T = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k}} \approx 0{,}2$ s,

d) $v = A\omega = A\frac{2\pi}{T} \approx 0{,}63\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$,

e) $a = A\omega^2 = A\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \approx 19{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Zadanie 5. a) $T = 2\pi\sqrt{\frac{m(k_1+k_2)}{k_1 k_2}}$,

b) $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1+k_2}}$

9.4. Wahadło matematyczne

Zadanie 1. a) $l = \frac{T^2 g}{4\pi^2} \approx 0{,}994\text{ m} = 994\text{ mm}$, b) 0,6%

Zadanie 2. $T_M = T_Z\sqrt{\frac{g_Z}{g_M}} \approx 4{,}9$ s

Zadanie 3. a) $T = 4t = 1{,}2$ s, $l = \frac{gT^2}{4\pi^2} \approx 0{,}36$ m,

b) $v_{max} = A\frac{2\pi}{T} \approx 10{,}5\,\frac{\text{cm}}{\text{s}}$,

c) $v_1 = A\frac{2\pi}{T}\cos\left(\frac{2\pi}{T}t_1\right) \approx 9{,}1\,\frac{\text{cm}}{\text{s}}$

Zadanie 4. **Wskazówka.** Długość wahadła mierzymy od punktu, w którym nitka zgina się podczas ruchu, do środka masy zawieszonego ciała.

Zadanie 6. **Wskazówka:** Skorzystaj z rys. 9.29 s. 171. Oblicz najpierw okres wahadła, a następnie kąt θ.

$F_N = mg\left[1 + \frac{A^2\sin^2(\omega t_1)}{l^2} - \frac{A^2\cos^2(\omega t_1)}{2l^2}\right] \approx 0{,}098$ N

gdzie $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$

9.5. Energia w ruchu harmonicznym

Zadanie 1. a) $E_{pmax} = E_c = \frac{1}{2}kA^2 = 8$ mJ,

b) $E_{kmax} = E_c = E_{pmax} = 8$ mJ

$v_{max} = \sqrt{\frac{2E_{kmax}}{m}} \approx 0{,}18\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 18\,\frac{\text{cm}}{\text{s}}$

Zadanie 2. a) $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\Delta l}} \approx 2{,}23$ Hz

gdzie $\Delta l = (25 - 20)$ cm,

b) $E_k = \frac{mv_1^2}{2} = 0{,}01283$ J, gdzie:

$v_1 = A\sqrt{\frac{g}{\Delta l}}\sin\left(\sqrt{\frac{g}{\Delta l}}t_1\right) \approx 0{,}7164\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

$E_p = E_c - E_k = 0{,}00483$ J, gdzie:

$E_c = \frac{mg}{2\Delta l}A^2 = 0{,}01766$ J,

c) $E_k = 0$, $E_{ps} = \frac{mg}{2\Delta l}(A - \Delta l)^2 = 0{,}00049$ J

$E_{pg} = mgh = mgA = 0{,}29$ J

Zadanie 3. $t = \frac{1}{8}T = \frac{\pi}{4}\sqrt{\frac{l}{g}} \approx 0{,}19$ s

Zadanie 4. $E_k = \frac{kA^2}{2} = 750$ J, $v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = 5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

9.6. Drgania tłumione i wymuszone. Rezonans

Zadanie 2. $E_k = \frac{kA^2}{2} = 108$ J

Zadanie 3. a) $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \approx 0{,}58$ Hz

b) $v = \frac{x}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \approx 11{,}6\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 42\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

Zadanie 4. $n = tf = 3600$

Zadania powtórzeniowe

Zadanie 1.

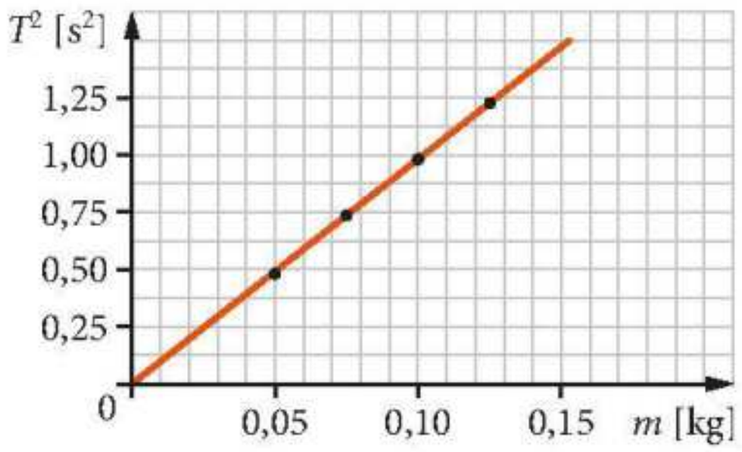
1.1. a) od 0 cm do 25 cm, b) $k = \frac{F}{x} = 4\,\frac{\text{N}}{\text{m}}$

1.2. a)

$t_{śr}$ [s]	27,7	34,2	39,6	44,4
T [s]	0,69	0,86	0,99	1,11
T^2 [s^2]	0,48	0,74	0,98	1,23

b)

$k_{śr} \approx 4\,\frac{\text{N}}{\text{m}}$



Zadanie 2.

2.3. $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{dgS}{m}} \approx 1{,}8\,\text{Hz}$

2.4.

$x(t) = A\sin\left(\sqrt{\frac{dgS}{m}}t + \frac{\pi}{2}\right) = 0{,}04\sin\left(11{,}44\,t + \frac{\pi}{2}\right)$

2.5. drgania harmoniczne tłumione

Zadanie 3.

3.1. **Wskazówka.** Po jakim czasie od chwili $t = 0$ wahadło osiągnęło maksymalne położenie?

3.2. **Wskazówka.** Warto najpierw wypisać kilka kolejnych chwil, w których wahadło przechodziło przez położenie równowagi.

t = 3,5 s; 4,5 s; 7,5 s; 8,5 s

3.3. długość wahadła $l = \frac{T^2 g}{4\pi^2} \approx 15{,}9\,\text{m}$

stąd $\sin\alpha = \frac{1}{1590}$, $\alpha \approx 0{,}036°$

3.4. Dla t = 3 s zachodzi zależność

$x(t) = A\sin\left(\frac{2\pi}{T}\cdot\frac{3}{8}T\right)$, stąd $A = \sqrt{2}\,\text{cm} \approx 1{,}41\,\text{cm}$.

3.5. $F_{wyp} = \frac{mv^2}{l} \approx 4\cdot 10^{-6}\,\text{N}$, $v = A\frac{2\pi}{T} \approx 0{,}0111\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Zadanie 4.

4.1. p = 0,08, A_{12} = 9 cm

$E_{12} = (1-p)^{10}E_2$, czyli $A_{12} = (1-p)^5 A_2$

stąd $A_2 = \frac{A_{12}}{(1-p)^5} \approx 13{,}7\,\text{cm}$

4.2. Zaobserwowano zjawisko rezonansu (oba oscylatory wisiały na tej samej lince). Częstość drgań własnych kulki była równa lub bardzo bliska częstości drgań ciężarka: $\frac{2\pi}{T} \approx 3{,}1\,\text{s}^{-1}$.

4.3. Większa gęstość gazu powoduje większą siłę oporu – ciężarek i zwoje sprężyny przepychają porcje gazu o większej masie. Okres drgań tłumionych praktycznie się nie zmienia. Amplituda drgań tłumionych maleje szybciej niż przy małej gęstości gazu na początku.

Rozdział 10. Fale mechaniczne

10.1. Ruch falowy

Zadanie 3. $t = \frac{s}{v} \approx \frac{4500\,\text{km}}{15\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 80\,\text{h}$

10.2. Matematyczny opis fal

Zadanie 1. $v = \frac{\lambda}{T} = 9\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Zadanie 2. a) 202 Hz, b) 604 Hz

Zadanie 3. $t = \frac{t_1}{4n} + \frac{xt_1}{\lambda n} = 0{,}58\,\text{s}$

10.3. Fale dźwiękowe

Zadanie 1. $\lambda_{-20} = \frac{v_{-20}}{f} \approx 9{,}1\,\text{cm}$, $\lambda_{20} \approx 9{,}8\,\text{cm}$

Zadanie 2. w powietrzu: 13 cm, w wodzie 55 cm

Zadanie 3. $f = \frac{1}{T}$ = 16 kHz, na granicy słyszalności

Zadanie 4. c) np. $v(m) = \frac{1900\,\frac{1}{\text{kg}}\frac{\text{m}}{\text{s}}}{\sqrt{m}}$

10.4. Rozchodzenie się fal. Natężenie fali

Zadanie 1. **Wskazówka.** Weź pod uwagę związek każdej z tych wielkości z natężeniem fali. $A \sim \frac{1}{x}$

Zadanie 2. $I = \frac{P}{4\pi r^2} \approx 1{,}3\,\frac{\text{mW}}{\text{m}^2}$

Zadanie 3. a) $P = 4\pi r^2 I \approx 0{,}5\,\text{mW}$,

b) $I_{30} \approx 4{,}4\cdot 10^{-8}\,\frac{\text{W}}{\text{m}^2} = 44\,\frac{\text{nW}}{\text{m}^2}$

Zadanie 4. a) E = 1800 J, b) P = 0,6 W, c) $I \approx 12\,\frac{\text{mW}}{\text{m}^2}$

Zadanie 5. Korzystamy z faktu, że natężenie fali jest proporcjonalne do kwadratu amplitudy, a więc amplituda jest proporcjonalna do pierwiastka kwadratowego z natężenia fali.

$A \approx 1{,}2\cdot 10^{-5}\,\text{m} = 12\,\mu\text{m}$ (wielkość leukocytu albo średniej bakterii)

Zadanie 6. **Wskazówka.** Przeanalizuj wyprowadzenie zależności natężenia fali od odległości od źródła. Skąd wziął się kwadrat we wzorze?

10.5. Odbicie i załamanie fali

Zadanie 3. $\Delta x = \frac{v\Delta t}{2} = 4\,\text{m}$

Zadanie 4. $\sin\beta = \frac{v_w}{v_p}\sin\alpha$, $\beta = 50°$

Zadanie 5. $\alpha_{gr} = 30°$

10.6. Interferencja i dyfrakcja fal

Zadanie 2. a), c), d) wzmocnienie, b) wygaszenie

Zadanie 3. a) $\sin\theta_2 = \frac{2\lambda}{d} = 0{,}2$, więc $\theta_2 \approx 12°$,

b) $\sin\theta_3' = \frac{3{,}5\lambda}{d} = 0{,}35$, więc $\theta_2 \approx 20°$

Zadanie 4. a) $x = 2\,\text{m} \cdot (\text{tg}\,\theta_2 - \text{tg}\,\theta_1) \approx 10\,\text{cm}$,

b) $x = 2\,\text{m} \cdot (\text{tg}\,\theta_2' - \text{tg}\,\theta_1') \approx 10\,\text{cm}$

Zadanie 5. $x_1 = 5\,\text{m} \cdot \text{tg}\,\theta_0' = 53\,\text{cm}$,
$x_2 = 5\,\text{m} \cdot \text{tg}\,\theta_1' = 1{,}68\,\text{m}$

Wskazówka. Najpierw oblicz długość fali:
λ = 4,25 cm. Zwróć uwagę, że pierwsze miejsce, w którym jest najciszej, odpowiada n = 0 we wzorze.

Zadanie 6. $\frac{\lambda}{d} \approx 0{,}2$, stąd λ = 1 cm

10.7. Fizyka w muzyce – temat dodatkowy

Zadanie 1. $l = \frac{v}{2f} = 66\,\text{cm}$

Zadanie 2. a) $f_o = 2f_z$,

b) $f_o = \frac{v}{2l} = 17\,\text{Hz}$

10.8. Efekt Dopplera

Zadanie 1. $n = \frac{f_{zbl}}{f_{odd}} = \frac{v + v_{zr}'}{v - v_{zr}'} = 1{,}22$

Zadanie 2. a) $v_{źr} \approx 69\frac{\text{km}}{\text{h}}$,

b) $v_{źr} \approx 73\frac{\text{km}}{\text{h}}$

Zadanie 3. W czasie zbliżania graniczne częstotliwości wyliczamy ze wzoru: $f = f'\frac{v - v_{zr}'}{v}$. Otrzymujemy przedział od ok. 14 Hz do ok. 17 kHz. W czasie oddalania graniczne częstotliwości wyliczamy ze wzoru: $f = f'\frac{v + v_{zr}'}{v}$. Otrzymujemy przedział od ok. 18 Hz do ok. 23 kHz. Wynik to część wspólna tych przedziałów: od ok. 18 Hz do ok. 17 kHz.

Zadanie 4. a) $f_z \approx 878$ Hz, b) $f_o \approx 722$ Hz

Wskazówka. Zwróć uwagę na jednostki prędkości.

Zadanie 5. a) ok. $20{,}2\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 73\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$,

b) ok. $19{,}1\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 69\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$, c) wielkości są zbliżone, ale nie są dokładnie równe

10.9. Jak człowiek odbiera bodźce słuchowe

Zadanie 1. $P = \frac{4\pi r^2 I_0 10^{\frac{\beta}{10}}}{0{,}2} = 57\,\text{W}$

Zadanie 2. $\frac{I_f}{I_p} = 10^{\frac{\beta_f - \beta_p}{10}} = 10\,000$

Zadanie 3. a) $\frac{f'}{f} = (\sqrt[12]{2})^7 \approx \frac{3}{2}$, c) $n = 4$

Zadania powtórzeniowe

Zadanie 1.

1.1. Δs = 2 m, $\lambda_n = \frac{\Delta s}{n + \frac{1}{2}}$, stąd największa długość fali odpowiada n = 0, czyli $\lambda_0 = 2\Delta s$ = 4 m.
Kolejne wartości to: $\lambda_1 = \frac{4}{3}$ m, $\lambda_2 = \frac{4}{5}$ m.

1.2. Długość fali $\lambda = \frac{v}{f} = 0{,}5$ m.
Pierwsze napotkane minimum:
$\sin\theta_0' = \left(0 + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{d} = \frac{1}{8}$, $\text{tg}\,\theta_0' \approx 0{,}126$, stąd odległość x_1 = 40 m · $\text{tg}\,\theta_0' \approx$ 5 m.
Dla szukanego maksimum: $\sin\theta_1 = \frac{1 \cdot \lambda}{d} = \frac{1}{4}$,
$\text{tg}\,\theta_1 \approx 0{,}258$, stąd odległość x_2 = 40 m · $\text{tg}\,\theta_1 \approx$ 10,3 m.

Zadanie 2.

Oznaczenia: l = 5 m, $v = 340\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$, f_{d1} – częstotliwość d^1, $p = \sqrt[12]{2}$

2.1. $v_w = v(p^2 - 1) \approx 41{,}6\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 150\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$, gdzie $p^2 = \frac{f_{e1}}{f_{d1}}$

2.2. Głośnik ma największą prędkość w najniższym położeniu: $v_g = \sqrt{2gl(1 - \cos\alpha_0)} \approx 1{,}46\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$.
Dźwięk docierający do słuchacza: o największej częstotliwości $f_{max} = f_{d1}\frac{v}{v - v_g}$,
o najmniejszej częstotliwości $f_{min} = f_{d1}\frac{v}{v + v_g}$.
Stąd $\frac{f_{max}}{f_{min}} = \frac{v + v_g}{v - v_g} \approx 1{,}0086 < p$, więc różnica jest mniejsza niż półton.

2.3. Drugi głośnik należy umieścić w odległości $r_2 = \sqrt{2}\,r_1 \approx 4{,}24$ m od miejsca, gdzie ma zachodzić maksymalne wyciszenie (r_1 = 3 m).

Zadanie 3.

3.1. $\lambda = \frac{v}{f} = 3\,\text{cm}$

3.2. $h = v\frac{\Delta t}{2} \approx 1880\,\text{m}$

3.3. $h = \frac{\sqrt{(v\Delta t + d)^2 - d^2}}{2} \approx 2500$ m, gdzie d = 7,5 km – odległość między statkami

Indeks

A

amplituda 144
– fali 209
atmosfera fizyczna 22
– techniczna 22

B

bar 22
barometr 22
barwa dźwięku 245
bezwzględna skala temperatury 33
bilans cieplny 59
––, zastosowanie 60
Brown Robert 37

C

całkowite wewnętrzne odbicie 233
– wygaszenie fali 237–240
chłodnica 116
ciało bezpostaciowe 52
– krystaliczne 50–52
ciepło molowe 104
–– w przemianie izobarycznej 105–106
–– w przemianie izochorycznej 104–105
– parowania 54
–– wody 54, 71
– przemiany fazowej 53
– topnienia 53
– właściwe 42
––, wyznaczanie 45
ciśnienie 6
– atmosferyczne 19–20
– hydrostatyczne 15
cykl termodynamiczny 114, 115
– Otta 126
częstość kołowa drgań 152
częstotliwość 144
– fali 209
–– dźwiękowej 217
– podstawowa 246
czysty ton 245

D

decybele 268
długość fali 209
–– dźwiękowej 217
drgania w pionie 160
––, energia 180
– w poziomie 159
––, energia 179
– tłumione 186
– wymuszone 187
druga zasada termodynamiki 129
dyfrakcja 241
dyfuzja 36
dźwięk prosty 245
– w różnych ośrodkach 221
dźwięki złożone 245

E

echolokacja 240, 256–257
efekt Dopplera 255–264
efektywność pompy ciepła 122
Einstein Albert 37
energia fali 206
– w ruchu harmonicznym 179
–– wahadła matematycznego 181
– wewnętrzna 36
–– w przemianach 106, 111

F

fala dźwiękowa 216
– harmoniczna 202
– kolista 224–225
– mechaniczna 200
– płaska 224–225
– podłużna 202, 203
– poprzeczna 202, 203
– stojąca na strunie 247
– uderzeniowa 260–261
fale kuliste 225
– na powierzchni wody 203, 224
– stojące 245–246
faza 154
– początkowa 155
formy przekazywania ciepła 44
funkcja falowa 210, 218
funkcje trygonometryczne 151
– dwóch zmiennych 98

G

gaz doskonały 92
gejzery 73
gęstość 13
grzejnik 115

I

impuls falowy 201
infradźwięki 217
interferencja fal 236
interpretacja statystyczna drugiej zasady termodynamiki 132

K

kąt graniczny 234
kelwin 33
kilokalorie 46
klimat 71
komora mgłowa 56
konwekcja 44
krzepnięcie 49

L

lodówka 120
logarytmy 270

M

maksymalne wzmocnienie fali 238, 239
milimetr słupa rtęci 22
model gazu doskonałego 92
mol 85

N

natężenie dźwięku 267
– fali 225–226

O

objętość 13
obraz interferencyjny 240
obserwator oddalający się od źródła fali 264
– zbliżający się do źródła fali 263–264
odbicie fali 230

okres 144
– drgań ciała na sprężynie 164
–– wahadła matematycznego 174
– fali 209

P

paradoks hydrostatyczny 16–18
parowanie 49
– powierzchniowe 54, 55
pasaty 72
paskal 6
pierwsza zasada termodynamiki 99, 111
piszczałka otwarta 249
– zamknięta 248
pływy morskie 146–147
położenie równowagi 144
– w ruchu harmonicznym 152
pompa ciepła 119
––, zastosowania 121
powierzchnia falowa 224
poziom natężenia dźwięku 268–269
praca w przemianach gazowych 109
prawo Archimedesa 28, 29
– naczyń połączonych 14
– Pascala 9, 10
– załamania 232
prędkość dźwięku 221
–– w powietrzu 221
– fali 205, 209
– w ruchu harmonicznym 153
procesy nieodwracalne 129
promieniowanie cieplne 44
promień fali 224
próg słyszalności 268
przegrzanie 55
przemiana adiabatyczna 100
– izobaryczna 87
– izochoryczna 88
– izotermiczna 85–87
przemiany fazowe 49, 53
– gazowe 84, 96
przepływ ciepła 42
przesunięcie fazowe 155
przewodnictwo cieplne 44
przyspieszenie w ruchu harmonicznym 153
psi 22

R

rezonans 187, 188
resublimacja 49
rozszerzalność cieplna 65
–– ciał stałych 66–67
–– wody 68–69
równanie Clapeyrona 94, 96
– gazu doskonałego 94
równowaga termodynamiczna 42
ruch harmoniczny 152
– ponaddźwiękowy 262
ruchy Browna 37

S

silnik benzynowy 125
– cieplny 114
– czterosuwowy 125
– Diesla 126, 127
– spalania wewnętrznego 116
– spalania zewnętrznego 116
siła Coriolisa 72
– sprężystości 159, 160
– w ruchu harmonicznym 154
– wyporu 25
skala Celsjusza 33
– logarytmiczna 268, 270
– muzyczna 269
składowe harmoniczne 247
skraplanie 49
Smoluchowski Marian 37
smuga kondensacyjna 56
sprawność 116, 117
– silnika 124
– termodynamiczna 118
stabilność łodzi 30
stała Avogadra 85
– Boltzmanna 35
– gazowa 94
stan skupienia 49
stopień Celsjusza 33
strój równomiernie temperowany 269
strzałka fali 246
sublimacja 49
superpozycja fal 235

T

temperatura 33–35
– topnienia 50, 52
– wrzenia 54, 55
teoria kinetyczno-molekularna 33
termometr cieczowy 65, 66
topnienie 49
tsunami 233

U

ultradźwięki 217
urządzenia hydrauliczne 10–11

W

wahadło matematyczne 169
warunki pływania ciał 26
wartość energetyczna 46
–– żywności 46
– opałowa 46
węzeł fali 246
włoskowatość 15
wrzenie 55
wychylenie 145

Z

załamanie fali 231–232
zasada Huygensa 242
– superpozycji fal 236
zero bezwzględne 33
zjawisko Dopplera 255

Ź

źródło fali 206
źródło fali zbliżające się do obserwatora 258–259
–– oddalające się od obserwatora 259

Spis działów w pozostałych częściach

Część 1

1. Wprowadzenie
2. Ruch prostoliniowy
3. Ruch krzywoliniowy
4. Ruch i siły
5. Energia i pęd
6. Bryła sztywna

Część 3

11. Grawitacja i elementy astronomii
12. Pole elektryczne
13. Prąd stały
14. Pole magnetyczne
15. Indukcja elektromagnetyczna i prąd przemienny

Część 4

16. Fale elektromagnetyczne i optyka
17. Fizyka atomowa i kwanty promieniowania elektromagnetycznego
18. Fizyka jądrowa
19. Elementy fizyki relatywistycznej

Zdjęcie na okładce: Getty Images/EyeEm/Stephan Geist

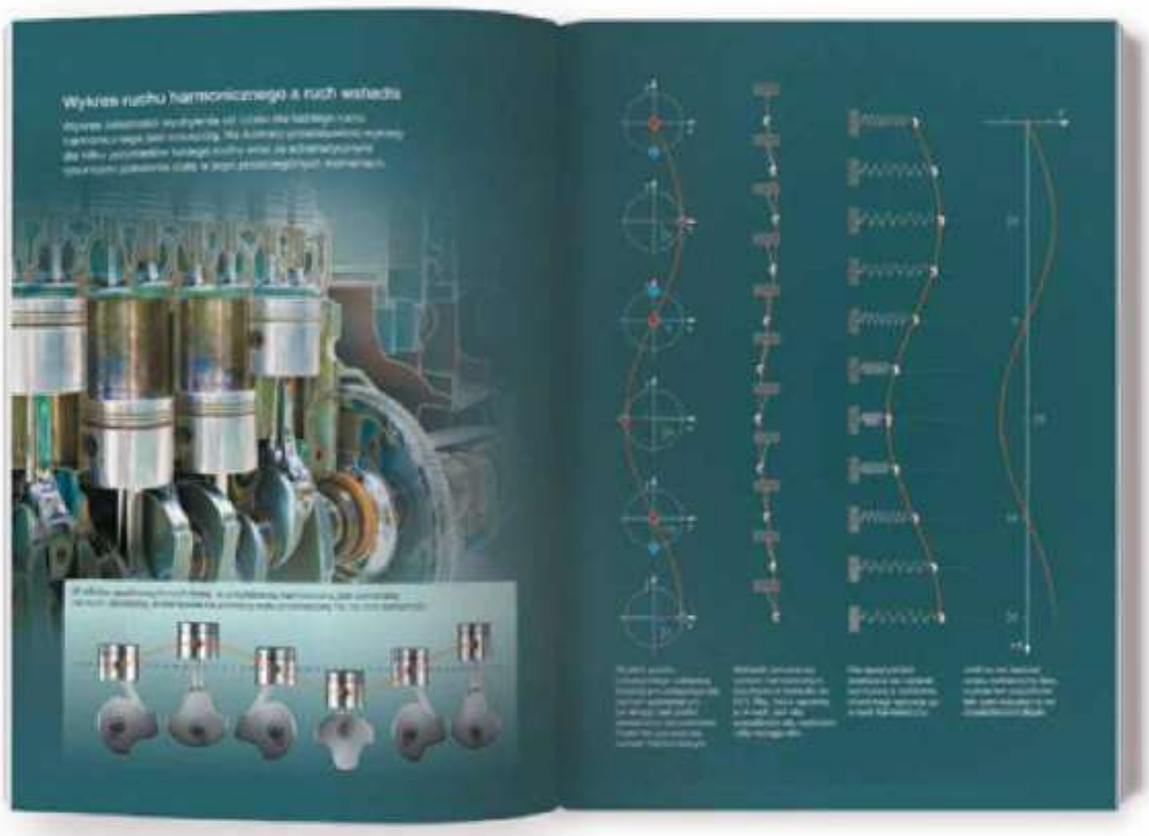
Zdjęcia: Agencja Gazeta: Mieczysław Michalak s. 267, Jakub Ociepa s. 255; Archiwum Wydawnictwa s. 44 (gotująca się woda), s. 46 (etykieta produktu), s. 56 (strzykawka); BE&W: Alamy Stock Photo – Andrey Simonenko s. 11 (podnośnik), Chris Mattison s. 67 (złącze dylatacyjne w szynie), Cultura Creative (RF) s. 124, Nick Higham s. 239, Paul Carstairs s. 188 (tablica), Prisma by Dukas Presseagentur GmbH s. 67 (oparcie mostu), Science History Images s. 56 (komora mgłowa), Stock Italia s. 147 (mareograf), Tom Uhlman s. 67 (przerwa dylatacyjna na moście), Nature Picture Library/Solvin Zankl s. 217 (morświn), Science Source – s. 13 (aerożel), s. 35 (supernowa); Depositphotos: agnormark.gmail.com s. 82, DedMityay s. 11 (przewody), EvrenKalinbacak s. 25, Violin s. 238, voraorn s. 22 (ciśnieniomierz), Wavebreakmedia s. 223, yanlev s. 28; East News: AFP/Toru Yamanaka s. 233; European Southern Observatory/ESO/CFHT s. 34-35; Getty Images: AWL Images/Allan White s. 236, Corbis Documentary/Charles O'Rear s. 89, Corbis Historical – Library of Congress s. 114, nik wheeler s. 189 (trzęsienie ziemi), Corbis NX/Jonathan Blair s. 269 (młot), Corbis/Hello Lovely s. 156, De Agostini Picture Library/Getty Images Plus s. 51 (grafit), DigitalVision/Tim Platt s. 5, E+/Geber86 s. 49 (oblewanie się wodą), E+/rzelich s. 66 (termometr cieczowy), E+/syolacan s. 144 (harfa), Getty Images News/NASA/Handout s. 258, Icon Sportswire s. 153, iStock Editorial/Getty Images Plus/22kay22 s. 266, iStock Unreleased/tropicalpixsingapore s. 199, iStock/Getty Images Plus – s. 51 (kalcyt), FurmanAnna s. 21, MichalLudwiczak s. 10 (pompowanie dętki), stock_colors s. 230, Viktor_Gladkov s. 200, vovashevchuk s. 70, Moment/Berkah s. 273, PhotoAlto Agency RF Collections/Alix Minde s. 155, Photolibrary/Getty Images Plus/Jeff Rotman s. 13 (batyskaf), Science Source/Photo Researchers s. 237; Indigo: Alamy Stock Photo – Energy/Stephen Barnes s. 117, Stephen Dorey s. 172, Panther Media/Thorsten Kempe s. 262 (reaktor), Science Photo Library – s. 35 (bakterie, planeta 51 Pegasi b), s. 191 (figury Lissajous), s. 206, 247, LOUISE MURRAY/SCIENCE s. 265, Mauro Fermariello s. 256-257 (laboratorium), Natural History Museum s. 146 (kwarc); NASA: s. 84, CXC/ASU/J. Hester s. 147 (pulsar), Earth Observatory s. 71, Hubble Heritage Team/STScI/AURA s. 147 (Gwiazda Polarna); Nord Press/Marek Czasnojć s. 58; Shutterstock: 6493866629 s. 252, Adison Ta s. 188 (gitara klasyczna), Africa Studio s. 99, Aleksey Stemmer s. 92, Alexander Sakhatovsky s. 169 (zegar), Andrey_Popov s. 119, Anyaivanova s. 118 (pociąg), ArtisticPhoto s. 188 (silnik), badahos s. 67 (most), beats1 s. 228, blue-sea.cz s. 142, Cat Downie s. 73 (fenek), Christophe Testi s. 271, Conny Sjostrom s. 69 (jezioro), cynoclub s. 181, Dario Lo Presti s. 188 (aparatura medyczna), David Wingate s. 215, de2marco s. 125, Dmitry Bodrov s. 35 (Wenus), Dmitry Polonskiy s. 45 (morze), DmitrySt s. 51 (diament), Dmytro Vietrov s. 208, Dudarev Mikhail s. 260–261, DVARG s. 217 (pies), E. O. s. 217 (słoń), EcoPrint s. 240 (nietoperz), emin kuliyev s. 269 (ruch uliczny), Eric Isselee s. 132, s. 217 (owca, nietoperz), ESB Professional s. 64, 235, Food Travel Stockforlife s. 69 (ołówki), frantisekhojdysz s. 17, Giacomo Bosio s. 245 (kamerton), goodmoments s. 56 (smugi kondensacyjne), Grzegorz Czapski s. 127 (Syrena), Halfpoint s. 48 (bieg), Harper 3D s. 73 (jaszczurka), IanC66 s. 39, iconico s. 121 (klimatyzator), iko s. 250, IvanDonHuan s. 51 (kryształ soli), Janelle Keys s. 224 (puszczanie kaczek), Joaquin Corbalan P s. 216, Joerg Huettenhoelscher s. 127 (Trabant), Joshua David Treisner s. 143, KhanunHaHa s. 272, Kinga s. 217 (człowiek), Kitaeva Tatiana s. 268 (woda), Kruglov_Orda s. 251 (flet), Lena Pan s. 128, Mariyana M s. 36, marketlan s. 69 (opiekacz), Martin D. Vonka s. 116, matka_Wariatka s. 268 (odkurzanie), MichaelJayBerlin s. 12, MichaelTaylor s. 34 (Ziemia), Mihail Zhelezniak s. 251 (śpiewak), Mopic s. 35 (Słońce), Nadzeya Pakhomava s. 50, Nicku s. 158 (boja), Nir Darom s. 241 (falochron), nostal6ie s. 83, OlegD s. 74, Ollyy s. 251 (kontrabas), Only Fabrizio s. 51 (miedź), Orange Deer studio s. 29, Pat Stornebrink s. 18, Perry Harmon s. 131 (żarówki), Petr84 s. 34 (Neptun), phloen s. 54 (suchy lód), Photobeps s. 188 (mała gitara), photoshooter2015 s. 248 (organy), Pixel 4 Images s. 269 (koncert), Popova Valeriya s. 229, Pressmaster s. 251 (skrzypce), s. 268 (przedzieranie kartki), Robynrg s. 217 (fretka), Rudmer Zwerver s. 257 (nietoperz), s_oleg s. 67 (przerwa dylatacyjna w szynie), Sebastien Burel s. 73 (gejzer), Seleznev Oleg s. 146 (wielbłąd), Sergiy Zavgorodny s. 90, Shebeko s. 146 (słup), showcake s. 55, snowblurred s. 146 (kuter), SOMMAI s. 49 (miska z lodem), Stokkete s. 253, strelka s. 251 (saksofon), Suzanne Tucker s. 158 (dziecko), Take Photo s. 91, Tamisclao s. 22 (bieżnik opony), trainman111 s. 121 (klimatyzator w ilustracji), Vibrant Image Studio s. 126, vitpho s. 6, VladKol s. 257 (radar), Zoran Karapancev s. 118 (samochód); Thinkstock/Getty Images: Hemera/Simon Krzic s. 268 (liście), iStockphoto – s. 251 (obój), pietervanpelt s. 185, TPopova s. 251 (kamerton), Vitaliy Pakhnyushchyy s. 217 (mysz), Photodisc/Sandia National Laboratories s. 269 (wybuch), PhotoObjects.net/Hemera Technologies s. 251 (róg), PHOTOS.com> s. 175, Stockbyte/Tom Brakefield s. 209; Anna Budzyńska s. 14 (naczynia połączone), 16, 41 (szklanka i lód), s. 44 (dłoń), s. 45 (doświadczenie), s. 48 (kalorymetr), s. 54 (grzałka), s. 59, 63, 85, 87, 101, 103, 131 (mieszanie soku z wodą), s. 144 (doświadczenie), s. 145, 149, 150, 152, 169 (doświadczenie), s. 176, 178 (wahadło), s. 186, 187, 189 (doświadczenie), 190, 191 (doświadczenie), s. 204, 208 (doświadczenie), s. 219, 224 (doświadczenie), s. 245 (doświadczenie), s. 246, 248 (doświadczenie), s. 254; Miłosz Budzyński s. 9, 10 (doświadczenie), s. 14 (doświadczenie), s. 15, 19, 24, 32, 41 (termometr w garnku), s. 57, 60, 61, 65, 66 (doświadczenie), s. 168, 178 (nakrętki), s. 231, 240 (doświadczenie), s. 241 (doświadczenie); Maciej Wróbel s. 203; Agnieszka Żak s. 162, 167, 262 (kaczka).

Wydawnictwo Nowa Era oświadcza, że podjęło starania mające na celu dotarcie do właścicieli i dysponentów praw autorskich wszystkich zamieszczonych utworów. Wydawnictwo Nowa Era, przytaczając w celach dydaktycznych utwory lub ich fragmenty, postępuje zgodnie z art. 27^1 ust. 1 ustawy o prawie autorskim. Jednocześnie Nowa Era oświadcza, że jest jedynym podmiotem właściwym do kontaktu autorów tych utworów lub innych podmiotów uprawnionych w przypadkach, w których twórcy przysługuje prawo do wynagrodzenia.

nowa era *Twoje mocne strony*

Zrozumieć fizykę

Podręcznik *Zrozumieć fizykę 2* do zakresu rozszerzonego zawiera treści dotyczące takich zagadnień jak hydrostatyka, termodynamika, drgania i fale.



Przystępnie podane treści

Prosty język, infografiki i dobrze opracowane doświadczenia pomagają zrozumieć kluczowe informacje.

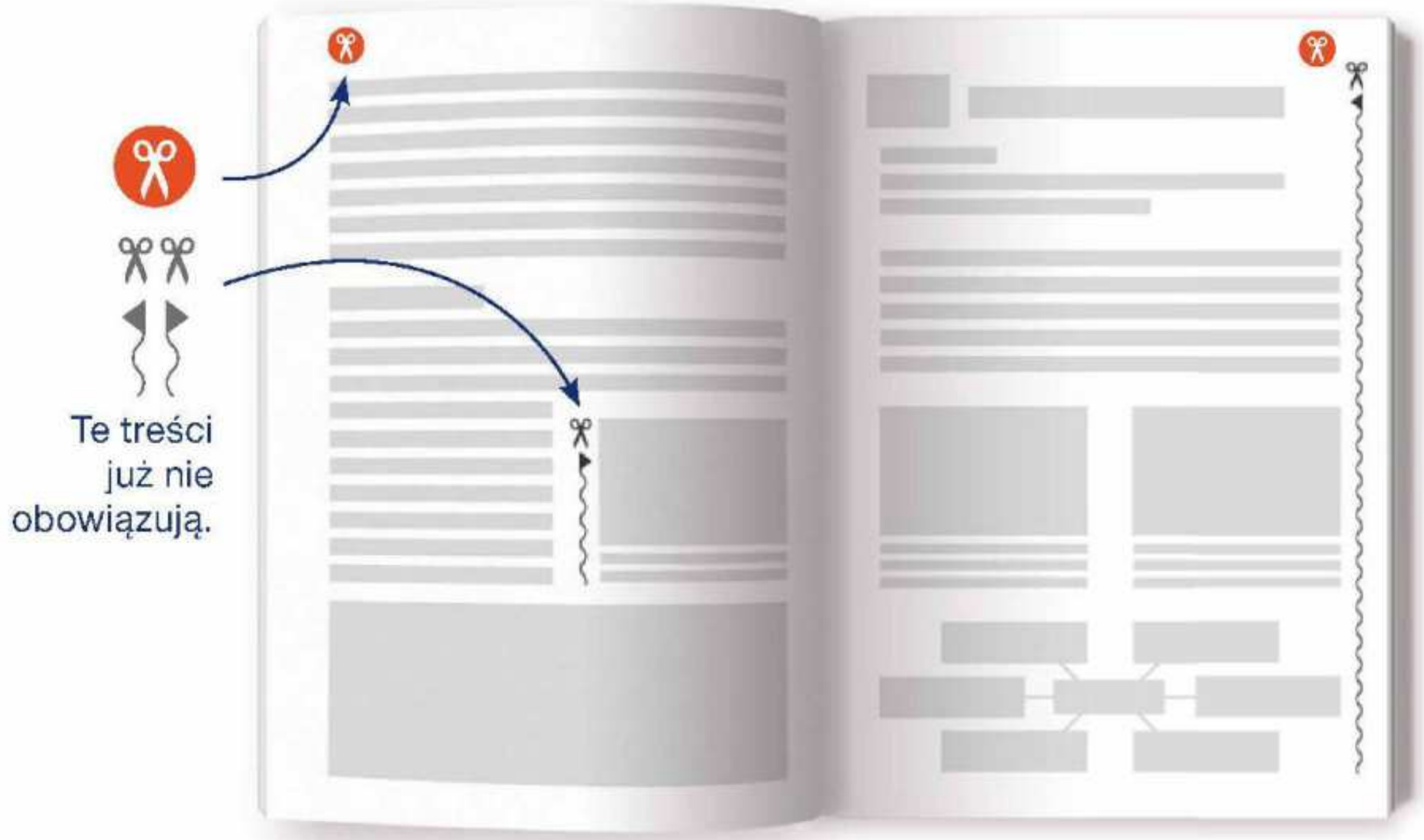
Wsparcie w nauce

Przykłady zadań rozwiązanych krok po kroku i dodatki matematyczne ułatwiają opanowanie kolejnych zagadnień.

Wiesz, umiesz, zdasz

Podsumowania teorii, przykłady i zadania powtórzeniowe pomagają w powtarzaniu materiału i przygotowaniach do matury.

W podręczniku znajdziesz oznaczenia treści, które od września 2024 r. nie są już wymagane.



Czerwona ikona na górze strony wskazuje, że na tej stronie znajdują się treści, które nie są wymagane – oznaczono je szarą ikoną i falką.

Nowa Era Sp. z o.o.

www.nowaera.pl nowaera@nowaera.pl

Centrum Kontaktu: 58 721 48 00

ISBN 978-83-267-5073-1

9 788326 750731